

Caracterización de las Tareas propuestas sobre Tablas Estadísticas en Libros de Texto Chilenos de Educación Básica

Jocelyn D. Pallauta

jocelyndiaz@correo.ugr.es

<https://orcid.org/0000-0001-5508-4924>

Universidad de Granada

Granada, España.

María Magdalena Gea

mmgea@ugr.es

<https://orcid.org/0000-0002-5229-0121>

Universidad de Granada

Granada, España.

Pedro Arteaga

parteaga@ugr.es

<https://orcid.org/0000-0002-8347-7669>

Universidad de Granada

Granada, España.

Recibido: 02/09/2020 **Aceptado:** 01/02/2021

Resumen

El objetivo del trabajo es caracterizar las tareas escolares relacionadas con las tablas estadísticas presentadas en libros de texto chilenos de 5° a 8° (10 a 13 años) de educación básica, que se distribuyen gratuitamente en el sistema público y subvencionado de Chile. Se realiza un análisis de contenido de las tareas, estudiando: el tipo de tabla y su complejidad semiótica, contexto (entre los considerados en el informe PISA), la actividad planteada y el nivel de lectura requerido para desarrollarla. Se observa predominancia de tablas de frecuencias, sin incremento de la complejidad semiótica según nivel educativo. La principal actividad propuesta es el cálculo a partir de datos de la tabla, seguido de la lectura y traducción, con un nivel de lectura elemental de los datos representados. Se utilizan todos los contextos sugeridos en PISA, con predominio del personal, y se añaden los experimentos aleatorios como nuevo contexto.

Palabras clave: Tablas estadísticas. Libros de texto. Educación básica. Enseñanza de las Matemáticas. Tareas escolares.

Caracterização das Tarefas em Tabelas Estatísticas nos Livros Didáticos da Educação Básica no Chile

Resumo

O objetivo do trabalho é caracterizar o trabalho escolar envolvendo tabelas estatísticas, em livros didáticos chilenos da 5ª a 8ª série (10 a 13 anos) da educação básica que são distribuídas gratuitamente no sistema público e subsidiado do Chile. É realizada uma análise do conteúdo das tarefas, estudando: o tipo de tabela e sua complexidade semiótica, o contexto (entre os considerados no relatório PISA), a atividade proposta e o nível de leitura necessário para

desenvolvê-la. Observamos uma predominância de tabelas de frequência, sem aumentar a complexidade semiótica de acordo com o nível educacional. A principal atividade proposta é o cálculo a partir dos dados da tabela, seguido de leitura e tradução, com um nível de leitura elementar dos dados representados. Todos os contextos sugeridos no PISA são utilizados, com predominância do pessoal, e experiências aleatórias são acrescentadas como um novo contexto.

Palavras chave: Tabelas estadísticas. Livros didáticos. Educação básica. Ensino da matemática. Tarefas escolares.

Characterization of Tasks related to Statistical Tables in Chilean Basic Education Textbooks

Abstract

The aim of the work is to characterize the school tasks that involve statistical tables, in Chilean school textbooks for basic education 5th to 8th grades (10 to 13 year-old children) that are distributed free of charge in the Chile public and subsidized system. A content analysis of the tasks is carried out, in studying: the type of table and its semiotic complexity, the context (among those considered in the PISA report), the action proposed and the reading level required. There is a predominance of frequency tables, without increasing the semiotic complexity according to the educational level. The main activity proposed is calculation from data in the table, followed by reading and translation, with an elementary reading level of the data represented. All the contexts suggested in PISA are used, with a predominance of personal contexts, and random experiments are added as a new context.

Keywords: Statistical tables. Textbooks. Basic education. Mathematics education. School assignments.

Introducción

Las tablas estadísticas aparecen con frecuencia en los medios de comunicación y en el estudio de diversas materias para representar, resumir y comunicar información y como instrumento de análisis. Según Estrella, Mena-Lorca y Olfos-Ayarza (2017), promueven la creación de conocimiento y proporcionan herramientas para formularlo, transmitirlo y utilizarlo de manera concisa. Unas capacidades mínimas de lectura y construcción de las mismas son imprescindibles para desenvolverse en la sociedad actual, donde cada día encontramos información estadística, que se debe interpretar en situaciones diversas (Engel, 2019; Gal, 2019; León, 2020).

Teniendo en cuenta la importancia de comprender las tablas estadísticas para interpretar la información que representan, las orientaciones curriculares en Chile incluyen su enseñanza a partir de los primeros años de la educación básica, que comprende desde los 6 a los 13 años (1°

a 8° básico). En nuestro estudio nos interesamos por los niveles 5° a 8° básico (10 a 13 años), que conforman el segundo ciclo de educación básica, pues a partir de 5° curso el estudio de las tablas cobra mayor fuerza, incorporando las tablas de doble entrada, mientras que en 7° y 8° cursos se refuerzan las tablas de frecuencias, que se utilizan para registrar datos recogidos de una muestra o los resultados de experimentos aleatorios. Contenidos similares se presentan en otros currículos como, por ejemplo: Common Core State Standards for Mathematics (CCSSI, 2010), Ministerio de Educación, Cultura y Deportes (MECD, 2014) y National Council of Teachers of Mathematics (2014), en los que se propone representar y organizar la información recogida por los propios estudiantes, o proporcionada por otras fuentes, en varios tipos de tablas, y traducirlas a otros tipos de representaciones.

Las directrices curriculares se concretan en el aula y, con frecuencia, se ven influidas por los libros de texto utilizados por los profesores, debido a la importancia de estos como recurso educativo (Stylianides, 2009). El libro de texto es un recurso que proporciona un puente entre el currículo pretendido y el implementado finalmente en el aula (Herbel-Eisenmann, 2007; Valverde, Bianchi, Wolfe, Schmidt, & Houang, 2002). Además, en la clase constituyen el principal apoyo de profesores y estudiantes, y el lenguaje utilizado en los textos es parte de la forma de comunicación en la enseñanza de las matemáticas (Alkhateeb, 2019). Este importante papel se refleja en el incremento de la investigación sobre el libro de texto de matemáticas (Fan, Zhu, & Miao, 2013). En particular, el análisis de las tareas propuestas en los libros de texto es importante para comprender la forma en que se plantea la actividad matemática y resolución de problemas en el aula (Zhu & Fan, 2006). Esta información puede orientar a los profesores sobre los criterios para seleccionar un libro de texto para la enseñanza de un tema, debido a su incidencia en el aprendizaje del estudiante (Van den Ham & Heinze, 2018).

El objetivo del trabajo es caracterizar las tareas escolares relacionadas con las tablas estadísticas en una muestra de 12 libros de texto chilenos de 5° a 8° curso (10 a 13 años) de educación básica. Estos textos son distribuidos de manera gratuita a estudiantes y profesores del sistema público y subvencionado en Chile (MINEDUC, 2015, 2018). Para realizar el estudio se tienen en cuenta las principales variables que influyen en la dificultad de interpretación de las tablas estadísticas, que han sido identificadas en diferentes trabajos de investigación. Con ello, proporcionaremos información de interés al profesor para organizar la enseñanza de las tablas estadísticas en los niveles educativos analizados.

2. Elementos Teóricos

A continuación, presentamos los fundamentos de nuestro estudio, que sustentan el análisis realizado y la posterior exposición de los resultados obtenidos. En primer lugar, describimos los tipos de tablas estadísticas, junto a los niveles de complejidad, que dependen de la información representada en dichas tablas y, seguidamente, los niveles de lectura sobre las preguntas que pueden plantearse respecto a las mismas, para terminar con el papel del contexto en el que se plantean las tareas.

2.1. Tablas estadísticas y sus tipos

Consideramos los tipos de tablas propuestos por Lahanier-Reuter (2003), cada una de las cuales tiene funciones específicas:

- *Tabla de datos*. Contiene, para cada individuo de la muestra, los valores de una o varias variables. Se utiliza para registrar los datos, sin llegar a formar la distribución de frecuencias de los mismos.
- *Tabla de distribución de una variable*. Representa la distribución de una variable estadística; por tanto, asocia a cada modalidad de la variable (si la variable es cualitativa) o valor (si es cuantitativa) la frecuencia o número de individuos que presentan dicha modalidad o valor.
- *Tabla de doble entrada o de contingencia*. Representa la distribución de una variable estadística bidimensional. En la primera fila de la tabla se describen las modalidades o valores de una de las variables y en la primera columna las modalidades o valores de la segunda variable. El cuerpo de la tabla está formado por las frecuencias conjuntas, donde cada celda contiene la frecuencia conjunta con que aparece el valor o modalidad de la fila y columna correspondiente.

2.2. Nivel de complejidad de las tablas estadísticas

Las tablas son objetos semióticos complejos, pues su lectura para obtener conclusiones a partir de las mismas requiere una serie de procesos interpretativos, tanto de la tabla globalmente como de cada uno de sus elementos, que son los siguientes (Estrella, 2014, Lahanier-Reuter, 2003; Pallauta, Gea, & Batanero, 2020):

- *Título*, a partir del cual, el lector de la tabla realiza una identificación del tema que se representa y tipo de datos recogidos en ella.
- *Las etiquetas*, que especifican los sujetos de estudio, las variables y sus categorías o valores. Su interpretación informa de las magnitudes y rango de variación considerados para cada variable, y los tipos de frecuencias calculadas a partir de los datos.
- *El cuerpo de datos*, formado por un conjunto de celdas ubicadas al interior de la tabla, que contienen información de tipo diverso (frecuencia absoluta o relativa, porcentaje).

Teniendo en cuenta componentes similares en la interpretación de gráficos, Arteaga y colaboradores (Arteaga, 2011; Arteaga & Batanero, 2011; Batanero, Arteaga & Ruiz, 2010) propusieron los niveles de complejidad semiótica para los gráficos estadísticos. Estos han sido utilizados en el análisis de gráficos en libros de texto; por ejemplo, en Díaz-Levicoy, Osorio, Rodríguez-Alveal y Ferrada (2019) y Jiménez-Castro y Arteaga (2019). En nuestro estudio, pretendemos adaptar este modelo al caso particular de las tablas estadísticas. Arteaga y sus colaboradores definen cuatro niveles de complejidad en los gráficos, en función del tipo de objetos representados, que en nuestro trabajo aplicamos e incluso refinamos para el caso de las tablas estadísticas:

- C1. Representar algunos datos aislados de una o varias variables.* En este nivel no se usa la idea de variable o frecuencia; un ejemplo sería una tabla utilizada para que un niño complete su edad, altura y peso.
- C2. Reproducir un listado de datos asociado a una variable*, sin formar su distribución de frecuencias. Se utiliza la idea de variable y sus valores, pero no la de frecuencia o distribución.
- C3. Representar una distribución de frecuencias.* En este caso, ya aparece el concepto de frecuencia y de distribución. Nosotros dividiremos este nivel en varios, dependiendo del tipo de frecuencia.
- C4. Resumir una distribución de frecuencias de dos o más variables.* Es el caso de las tablas de doble entrada o contingencia, que cruzan dos variables estadísticas y donde se emplean todos los objetos anteriores y también, generalmente, la idea de dependencia (Batanero, Cañadas, Contreras & Gea, 2015).

2.3. Nivel de lectura de gráficos y tablas estadísticas

Al considerar las preguntas que pueden plantearse sobre un mismo gráfico o tabla estadística, es posible considerar una dificultad creciente de las mismas, por lo que diferentes autores han definido niveles de lectura. En nuestro trabajo se utilizará la jerarquía sobre la lectura de gráficos estadísticos establecida por Curcio (1989), ampliada por Shaughnessy, Garfield y Greer (1996) con un cuarto nivel, que finalmente fue integrado por Friel, Curcio y Bright (2001). Dicha clasificación ha sido utilizada también, para el caso de las tablas, en otras investigaciones (Gabucio, Martí, Enfedaque, Gilabert. & Konstantinidou, 2010):

- N1. Leer los datos.* En este nivel, la pregunta únicamente implica una lectura literal de la información que es explícita en la tabla o gráfico, por lo que no se requiere realizar cálculos o ninguna otra operación con los datos representados. Un ejemplo sería preguntar al estudiante la frecuencia de un determinado valor de la variable.
- N2. Leer dentro de los datos.* En este nivel, la pregunta no sólo implica la lectura literal, sino que también se precisa comparar datos representados en la tabla o aplicar cálculos. Se requiere de este nivel, por ejemplo, para determinar la media de una distribución o comparar las frecuencias de dos valores particulares.
- N3. Leer más allá de los datos.* Se trata de preguntas que implican una mayor capacidad de lectura del gráfico o la tabla estadística, pues se pide inferir información no representada y que no es posible extraer de manera aritmética. Un ejemplo sería interpolar o extrapolar un valor en una serie de datos ordenados a lo largo del tiempo.
- N4. Leer detrás de los datos.* Se trata del nivel más avanzado, que implica no sólo la lectura del gráfico o tabla, sino ser capaz de realizar una valoración crítica de su contenido, de las fuentes de las que se ha extraído la información, o de afirmaciones realizadas sobre su contenido.

2.4. El papel del contexto

La contextualización del conocimiento tiene un importante rol en la manera en que el significado de cada objeto matemático es construido, aprendido, activado y transformado (Font, 2007). Además, el contexto tiene una fuerte influencia en la comprensión de un problema y la elección de un método para su solución, como se pone de manifiesto en variadas investigaciones (Blum, Galbraith, Henn, & Niss, 2007; Wijaya, Van den Heuvel-Panhuizen, Doorman, &

Robitzsch, 2014).

Consecuentemente, el contexto ha tomado una gran relevancia en los estudios internacionales de evaluación PISA (*Organisation for Economic Cooperation and Development* - OECD, 2019), en los que se considera que la cultura matemática incluye la capacidad de formular y usar la matemática en una variedad de contextos, entre los que se diferencian el contexto personal, ocupacional o laboral, público o social y científico. De acuerdo con este documento, el contexto impone demandas particulares al estudiante que resuelve un problema, por lo que, en nuestro estudio, también incorporamos esta variable, que ha sido tratada en investigaciones previas sobre libros de texto de matemáticas y en nuestro tema en particular (Díaz-Levicoy, Morales, & López-Martín, 2015; García-García, Díaz-Levicoy, Vidal, & Arredondo, 2019; Gea, Batanero. & Cañadas, 2013).

2.5. Antecedentes

Aunque son escasos los trabajos que analizan la presentación de las tablas estadísticas en los libros de texto, los existentes nos permiten seleccionar algunas de las variables que utilizaremos en nuestro trabajo y comparar nuestros resultados con los de dichas investigaciones.

En Brasil, Guimarães, Gitirana, Cavalcanti y Marques (2007) examinaron las actividades que involucran gráficos y tablas en textos de matemática de 1° a 5° de la enseñanza básica (7 a 11 años) en las editoriales más utilizadas en Brasil. Observaron que el 56,4% de las tablas presentadas en estos textos se utilizan en otros campos de las matemáticas y no en estadística y que la mayoría de preguntas relacionadas con las tablas estadísticas son de carácter puntual, sin estudiar la variación de los datos y prácticamente todas incluyen datos nominales. La actividad preferentemente solicitada es completar la tabla o leer su información.

Otro estudio realizado sobre los mismos cursos escolares en Brasil es el de Bivar y Selva (2011), quienes se centraron en cinco colecciones de libros de texto de niveles 1° a 5° de educación básica. Clasificaron las actividades propuestas en completar la tabla, interpretarla, construirla y traducir de una representación a otra (tabla a gráfico, gráfico a tabla, lenguaje natural a tabla o lenguaje natural a gráfico), siendo las actividades más frecuentes las relacionadas con completar y leer la tabla. También observaron la repetición de tareas,

enfaticando el análisis puntual de la tabla, que es sencillo para los estudiantes de los primeros cursos.

Por su parte, Amorim y Silva (2016) estudiaron el tipo de tablas y la actividad presentada en dos libros de cada uno de los cursos 4° y 5° de educación básica en Brasil. En relación con el tipo de tablas, los autores estudiaron únicamente si se diferencia entre tabla, lista de datos y cuadro (que no son tablas estadísticas, sino que contienen información de tipo literal, por ejemplo, contenidos curriculares). Consideraron únicamente las actividades de leer, completar, construir o calcular, siendo la más frecuente leer la tabla, mientras que las actividades de construcción aparecen de manera muy escasa.

Los principales antecedentes de nuestro estudio son las investigaciones de Díaz-Levicoy y colaboradores (Díaz-Levicoy, et al., 2015; Díaz-Levicoy, Ruz, & Molina-Portillo, 2017). En el primero de estos trabajos, los autores analizaron las tablas estadísticas en cuatro libros de texto de los cursos 1° y 2° de educación básica (6 a 8 años) de dos editoriales chilenas, considerando las variables: tipo de tabla, actividad pedida a los niños respecto a la tabla, niveles de lectura de Curcio y colaboradores (Curcio 1989; Friel et al., 2001) y el contexto, entre los propuestos en las pruebas PISA (OECD, 2019). Sus resultados muestran el predominio de las tablas de conteo, una modalidad que no tenemos en cuenta en nuestro trabajo, pues solo se utiliza en los primeros cursos de educación básica para iniciar el concepto de frecuencia absoluta. Las actividades más frecuentes fueron leer la tabla o traducirla a un gráfico; solo aparecen los dos primeros niveles de lectura (leer los datos y leer entre los datos) y el contexto es casi exclusivamente personal. Las conclusiones son similares en el análisis realizado de otros dos textos de tercer curso (Díaz-Levicoy et al., 2017).

García-García et al. (2019) analizan doce libros de texto mexicanos de educación básica (1° a 6°) considerando las mismas variables utilizadas por Díaz-Levicoy et al. (2017), incorporando, además, el nivel de complejidad semiótica descrito por Arteaga (2011). Sus resultados mostraron un predominio de tablas de datos, asociadas a un nivel de complejidad de representación de listado de datos, en el que no surge la idea de distribución, seguidas por las tablas de frecuencia; mientras que la mayor parte de las tareas consistían en calcular. Respecto al contexto, de los propuestos por PISA (OECD, 2019), apareció con mayor fuerza el contexto de tipo personal.

Una versión previa del presente trabajo es la investigación de Pallauta, Gea y Batanero (2020), quienes realizan un análisis semiótico, identificando los objetos matemáticos considerados en el EOS (Godino, Batanero, & Font, 2007; 2019) requeridos en el trabajo con cada uno de los tipos de tabla estadística propuestos por Lahanier-Reuter (2003). Utilizan este análisis para extender los niveles de complejidad semiótica propuestos por Arteaga y colaboradores (Arteaga, 2011; Arteaga & Batanero, 2011; Batanero et al., 2010), dividiendo los niveles superiores, según se utilicen frecuencias ordinarias, frecuencias acumuladas o agrupación de datos en intervalos. También caracterizan el tipo de tabla estadística propuesta al estudiante en dos series de libros de texto que se dirigen a los niveles de 5° a 8° (10 a 13 años) de educación básica en Chile, diferenciando las tablas según el tipo de frecuencias representadas.

Nuestro trabajo pretende complementar los citados estudios, a través de la realización de un análisis más completo de las tareas propuestas sobre tablas estadísticas en la misma muestra de textos escolares chilenos utilizados por Pallauta et al. (2020). En este estudio, además de asociar en el análisis el tipo de tabla con los niveles extendidos de complejidad semiótica definidos en nuestro trabajo anterior (Pallauta et al., 2020), analizaremos otras variables utilizadas por Díaz-Levicoy et al. (2017) y García-García et al. (2019) en textos de educación básica. En el presente estudio se considera, además, los niveles 7° y 8° de educación básica, no tratados por los anteriores autores.

3. MÉTODOLÓGÍA

El estudio se desarrolla con un enfoque cualitativo (Hernández, Fernández, & Baptista, 2014), que proporciona conocimientos profundos y complementarios de los métodos cuantitativos (Sampieri, 2018). Se trata de una investigación descriptiva, que emplea el análisis de contenido (Neuendorf, 2016) siguiendo etapas de forma sistemática, las que se detallan a continuación:

1. Selección de las unidades de análisis, que han sido todas las tablas estadísticas incluidas en los textos, según todas las actividades propuestas en relación a dichas tablas.
2. Decisión sobre las variables de análisis: Se han considerado el tipo de tabla y su nivel de complejidad semiótica; la actividad propuesta respecto a la tabla; el nivel de lectura requerido para desarrollarla y el contexto de los datos.

3. Formar las categorías de análisis y codificación: Las categorías de cada variable se toman de investigaciones previas, depurándolas cuando es necesario; y la codificación de los datos se lleva a cabo de manera sistemática, cíclica e inductiva (Bisquerra, 2004).
4. La fiabilidad de la codificación se asegura a través de continuas revisiones de los textos por parte de los autores y discusión de los casos discordantes hasta llegar a un acuerdo.
5. Elaboración de tablas de resultados.

La muestra está constituida por doce textos escolares dirigidos a estudiantes de 5° a 8° curso (10 a 13 años) de educación básica en Chile. Dichos textos, siguen el marco curricular actual (MINEDUC, 2015; 2018), y son distribuidos de manera gratuita por el Ministerio de Educación a todos los estudiantes y profesores, pertenecientes a la educación pública y sistema particular subvencionado del país. Su listado se presenta como anexo.

Para cada nivel educativo, se publican tres textos, que se han analizado y tienen distinta finalidad: el texto del estudiante, que utiliza el alumnado directamente como apoyo en el proceso de enseñanza y aprendizaje, pues desarrolla cada tema propuesto en el currículo; el cuaderno de ejercicios, que complementa al texto del estudiante con nuevas actividades en cada unidad temática; y la guía didáctica para el docente, que orienta la gestión del profesor en el aula y añade ejercicios adicionales para facilitar la atención a la diversidad.

4. RESULTADOS

En la siguiente sección presentaremos los resultados de acuerdo a las diferentes variables consideradas en el análisis.

4.1. Tipo de tabla y niveles de complejidad

Como se ha indicado, tendremos en cuenta los tipos de tablas propuestas por Lahanier-Reuter (2003) y las relacionamos con el nivel de complejidad semiótica propuesto por Pallauta et al. (2020), que es una ampliación del correspondiente a los gráficos estadísticos propuesto por Arteaga y colaboradores (Arteaga, 2011; Arteaga & Batanero, 2011; Batanero et al., 2010). A continuación, se presentan ejemplos de cada uno de estos tipos de tablas estadísticas encontradas.

4.1.1. Tabla de datos

En estas tablas los datos se presentan en celdas en forma de listado, por lo que

corresponden al nivel C2 de complejidad semiótica de Arteaga (2011), pues no se requiere calcular la frecuencia asociada a cada dato y, por tanto, no emerge el concepto de distribución. Corresponden a lo que Estrella et al. (2017) describen como listas, pues tienen una disposición en filas o columnas y sus componentes se separan por espacios o signos de puntuación. Un ejemplo se presenta en la Figura 1, en el que se registra la masa corporal de un chico durante cinco meses.

Figura 1. Tabla de datos

4 Elige un tipo de gráfico para presentar los datos registrados en cada tabla. Explica tu elección y representa los datos en el gráfico elegido.

b.

Masa corporal de Pedro					
Mes	Enero	Febrero	Marzo	Abril	Mayo
Masa (kg)	78	80	82	82	81

Fuente: Kheong, Soon. & Ramakrishnan (2017a, p. 296)

4.1.2. Tabla de distribución de una variable

En este tipo de tablas se representa la distribución de frecuencias de una variable, pues a cada posible valor de la variable se le vincula una o más tipos de frecuencia, por lo que podemos asociarlo a un nivel C3 de complejidad semiótica (Arteaga, 2011). Cada frecuencia incluida en la tabla puede verse como una aplicación entre el conjunto de modalidades o valores de la variable y un conjunto numérico. Si la variable es numérica, además, se utiliza la idea de orden, pues la distribución de frecuencias aparece ordenada respecto a las modalidades. Podemos completar la propuesta de Arteaga (2011), clasificando este nivel de complejidad semiótica en tres subniveles:

- *C3.1. Tablas de frecuencias ordinarias:* Incluimos en este tipo la distribución expresada únicamente en frecuencias absolutas, relativas o porcentaje, como la mostrada en la Figura 2, que propone una tarea de cálculo de las frecuencias relativas de cada modalidad de la variable.

Figura 2. Tabla de frecuencias ordinarias

7. Completa la tabla sabiendo que se realizaron 5000 extracciones de una ficha desde una urna con 10 fichas numeradas desde el 1 al 10.

5000 extracciones										
Número	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
f	490	513	501	491	508	506	493	498	502	498
f _{rel}										

b. Si se aumentan las extracciones a 100 000, ¿a qué valor debería tender cada probabilidad frecuencial? ¿Por qué?

Fuente: Merino, Muñoz, Pérez, & Rupin (2016, p. 346)

- *C3.2. Tabla de frecuencias acumuladas:* Su forma es similar a la tabla de frecuencias ordinarias, pero se incluyen frecuencias acumuladas absolutas o relativas o en porcentaje, cuyo tratamiento involucra el manejo de desigualdades (Ver Figura 3).

Figura 3. Tabla de frecuencias acumuladas

b. Los goles marcados por un equipo de fútbol en 20 partidos vienen dados por la siguiente tabla de frecuencias.

Cantidad de goles por partido		
Cantidad de goles	f	F
0	6	6
1	4	10
2	4	14
3	3	17
4	2	19
5	1	20

- ¿Qué gráfico sería adecuado para representar los datos?

Fuente: Santis (2016, p. 131)

- *C3.3. Tabla de frecuencias agrupadas en intervalos:* Consideramos en este subnivel las tablas de frecuencias simples o acumuladas, pero agrupando los valores de la variable en intervalos, lo que implica tratar con sus extremos y con valores aproximados, como el ejemplo mostrado en la Figura 4. El trabajar con tablas de agrupación de valores en intervalos es un primer paso en el estudio de variables aleatorias continuas, pues la interpretación de la frecuencia de un rango facilita esta comprensión.

Figura 4. Tabla de frecuencias agrupadas en intervalos

La tabla muestra la cantidad de gasolina que consume una flota de camiones diariamente.

Consumo de gasolina de la flota de camiones	
Gasolina (litros)	Cantidad de camiones
[10, 20[8
[20, 30[15
[30, 40[11
[40, 50[17
[50, 60]	25

- ¿En qué intervalo se encuentra el percentil 23?
¿Cómo puedes interpretar este valor?
- ¿En qué intervalo se ubica el percentil 45? ¿Qué significa este valor?

Fuente: Catalán, Pérez, Prieto, & Rupin (2016, p. 330)

4.1.3. Tabla de doble entrada o contingencia

Consiste en la clasificación cruzada de dos variables estadísticas y supone un nivel C4 de complejidad semiótica (Arteaga, 2011), pues permite comparar la distribución de dos variables estadísticas unidimensionales (X e Y) cuyas categorías se cruzan en las celdas del cuerpo de la tabla. Por una parte, en la tabla se distinguen tres tipos de frecuencias: absoluta o relativa conjunta (doble); absoluta o relativa marginal a la fila o a la columna; absoluta o relativa condicionada a la fila o a la columna. De la misma manera, es posible diferenciar tres tipos de distribuciones, considerando las modalidades en la tabla, como es la distribución conjunta o bidimensional de X e Y, la distribución marginal en X o en Y, así como las distribuciones condicionadas de X o Y en fila como en columna (Batanero et al., 2015). Estas tablas, a su vez, podrían contener datos agrupados en intervalos o intervalos de clase, aunque no es habitual considerar frecuencias acumuladas. Por tanto, se podría clasificar este nivel en dos subniveles, según se consideren intervalos de clase o no:

C4.1. Tabla de doble entrada o contingencia de frecuencias ordinarias (absolutas o relativas). En el ejemplo mostrado en la Figura 5 se relacionan las variables género y nivel educativo y se pide al estudiante verificar la veracidad de una afirmación basada en los datos expuestos en la tabla.

Figura 5. Tabla de contingencia

Nivel de estudios		
Nivel	Hombres	Mujeres
Básico	15	10
Medio	80	96
Universitario	75	79
Postgrado	15	12

- De las personas con estudios de nivel universitario, los hombres son más que las mujeres. ¿Es cierta esta afirmación? Justifica.

Fuente: Santis (2016, p.129)

C4.2. Tabla de doble entrada o contingencia con agrupación de valores en intervalos en una o ambas variables. La agrupación de los valores de la variable en intervalos aumenta la complejidad de la tabla, como observamos en la tarea mostrada en la Figura 6, en que se pide verificar afirmaciones de frecuencias condicionales basada en la tabla.

Figura 6. Tabla de contingencia con agrupación en intervalos

- 2 En un patio de comidas se encuesta a personas de diferentes grupos de edad para saber qué tipo de comida prefieren.

Grupo de edad	¿Cuál es tu tipo de comida favorita?			
	Comida rápida	Italiana	Mexicana	China
Menores de 12 años	54	21	16	9
Entre 12 y 18 años	34	24	29	13
Mayor de 18 años	11	35	26	28

Escribe una **V** si la afirmación es verdadera o una **F** si es falsa. Justifica en cada caso.

- a. La comida menos preferida entre las personas menores de 12 años es la comida rápida.
- b. La mayoría de las personas mayores de 18 años prefiere la comida italiana. **Habilidad**

Fuente: Kheong et al. (2017a, p. 283)

En la Tabla 1 se resumen los resultados del análisis del tipo de tabla estadística, según el nivel educativo. La clasificación es más detallada que si se hubiese considerado únicamente el nivel de complejidad semiótica de Arteaga (Arteaga, 2011; Arteaga & Batanero, 2011; Batanero et al., 2010), debido a que hemos definido subniveles, para tener en cuenta la dificultad de interpretación de la tabla por parte del estudiante. Se observa que, a nivel general, predominan las tablas de distribución de una variable (65,8%), en especial las que tienen nivel de complejidad C3.1 (44,6%), es decir, las que involucran las frecuencias absolutas, relativas o porcentuales no acumuladas, ni con valores agrupados en intervalos. Sigue en frecuencia el nivel C2 o listado de datos (21,5%), para terminar con las de nivel C4, tablas de doble entrada o contingencia (12,6%), de estas últimas son prácticamente ausentes las que presentan datos agrupados en intervalos, correspondiente al nivel de complejidad semiótico C4.2.

Tabla 1.

Frecuencia (y porcentaje) del tipo de tabla y nivel de complejidad semiótica por nivel educativo

Tipo de tabla	5° EB	6° EB	7° EB	8° EB	Total	
Tabla de datos (C2)	32 (23,0)	15 (13,0)	60 (14,4)	107 (33,6)	214 (21,5)	
Distribución de una variable	Ordinaria (C3.1)	66 (47,5)	83 (72,2)	206 (49,3)	87 (27,4)	442 (44,6)
	Acumulada (C3.2)			112 (26,8)	45 (14,2)	157 (15,9)
	Agrupada (C3.3)				52 (16,4)	52 (5,3)
Tabla de doble entrada	Ordinaria (C4.1)	36 (25,9)	17 (14,8)	38 (9,1)	27 (8,5)	118 (11,9)
	Agrupada (C4.2)	5 (3,6)		2 (0,4)		7 (0,7)
Total	139	115	418	318	990	

Fuente: elaborada por los autores

Hacemos notar que no hay un incremento consistente del nivel de complejidad semiótica en las tablas, a medida que se progresa de nivel educativo. Por ejemplo, las tablas de nivel C2 destaca en 8° curso, que es el de menor complejidad semiótica, siendo prácticamente igual su frecuencia en 6° y 7° curso, aunque casi la mitad que en 5° curso. También, la proporción de tablas de nivel C4.1 disminuye al aumentar el curso. En 7° y 8° curso se presentan la mayor parte de niveles y subniveles de complejidad semiótica; en particular, en 8° básico no se proponen tablas de nivel C4.2, que sí se presentan, aunque pocas, en 5° (3,6%) y 7° (0,4%) curso. Las tablas de distribución de una variable aparecen en todos los cursos, aumentando el porcentaje de subnivel C3.1 en 6° curso, decayendo luego en 8°, para dar paso en 7° y 8° al subnivel C3.2, mientras que el subnivel C3.3 (que implica la agrupación de valores de la variable en intervalos) aparece escasamente en el último curso.

Nuestros resultados complementan los de Díaz-Levicoy et al. (2015; 2017), en cuyos estudios prácticamente todas las tablas son de conteo, aumentando algo las tablas de frecuencia con el curso; mientras que en García-García et al. (2019) aparece con mayor proporción las tablas de datos, seguidas por las de frecuencias. En ninguno de estos estudios se detalla el tipo de frecuencia presente en estas tablas.

4.2. Actividades propuestas

En segundo lugar, estudiamos las distintas actividades que los textos proponen respecto

a las tablas estadísticas, partiendo de las categorías utilizadas por Díaz-Levicoy et al. (2015), las que se completan con otras nuevas.

P1. Leer una tabla. Cuando se pide información explícita en la tabla, lo que implica, en algunos casos, establecer relaciones entre los datos representados sin realizar cálculos; por ejemplo, identificar la modalidad de la variable con mayor o menor frecuencia absoluta. Un ejemplo de este tipo de actividad se muestra en la Figura 5, en que se pide leer la tabla para identificar una frecuencia condicional. Para responder a la pregunta, además de conocer los convenios de representación de la información en la tabla de contingencia, el estudiante debe comprender el significado de las etiquetas, identificar la fila correspondiente a la pregunta y realizar comparaciones entre los datos de cada una de las celdas de esa fila.

P2. Completar una tabla. Son las tareas en que se solicita al estudiante terminar de elaborar una tabla incompleta, generalmente incorporando los valores que toman las frecuencias a partir de información verbal suministrada en el enunciado de la tarea. La primera parte de la actividad mostrada en la Figura 2 es de este tipo.

P3. Construir la tabla. Cuando se pide representar en una tabla un conjunto de datos, que pueden ser recolectados por el propio estudiante o proporcionados en la tarea. Como se muestra en la Figura 7, en primer lugar, el estudiante ha de decidir los extremos de los intervalos y clasificar los datos dentro de los mismos, calculando finalmente la frecuencia en cada intervalo. Ello requiere la comprensión de los conceptos de: máximo, mínimo, extremo superior e inferior de un intervalo, marca de clase y tipos de frecuencias.

Figura 7. Actividad de construir tabla

2 **Elabora una tabla de frecuencias para la información dada. Considera 5 intervalos. (5 puntos)**
 Las precipitaciones que ha registrado un pluviómetro durante 30 días en una ciudad son:

Precipitaciones (mm)				
9	10	11	10	12
15	16	16	16	16
14	13	13	14	13
12	13	12	12	14
18	16	17	14	15
13	13	14	13	12

Fuente: Catalán et al. (2016, p.312)

P4. Calcular. Esta actividad consiste en la realización de cálculos con los datos proporcionados en una tabla; por ejemplo, obtener medidas de tendencia central (media y

mediana), dispersión (rango), o posición (cuartiles, percentiles y deciles). Por ejemplo, en la Figura 4 se solicita determinar en qué intervalo se ubican determinados percentiles.

P5. Traducir. Los libros proponen actividades para ayudar a los estudiantes a transitar de un tipo de lenguaje a otro, es decir, realizar procesos de transnumeración, según Wild y Pfannkuch (1999). En nuestro análisis, identificamos tres tipos de traducción en torno a las tablas: *P5.1. Traducción de tabla a gráfico o viceversa; P5.2. Traducción de tabla a tabla y P5.3. Traducción de lenguaje verbal a tabla.* Un ejemplo se muestra en la Figura 1, donde se pide representar la información de la tabla en el gráfico que elija el alumno.

P6. Describir las variables. Es un tipo de tarea no descrita en investigaciones previas, en que el estudiante debe identificar y describir las variables representadas en una tabla. Un ejemplo se presenta en la Figura 8, en que el estudiante debe identificar las variables que se representan conjuntamente en la tabla de contingencia: lugar (país) y periodo temporal (años en que se presentan una serie de funciones teatrales).

Figura 8. Actividad de describir variable

Define la variable en estudio en cada tabla y representa en un gráfico adecuado de acuerdo al tipo de variable.

- a. Tabla 1: Número de funciones realizadas por un grupo de teatro en Chile, Brasil y Argentina entre el 2010 y 2012.

	2010	2011	2012
Chile	5	7	3
Brasil	1	4	2
Argentina	10	8	7

Fuente: Merino et al. (2016, p.361)

P7. Inventar un problema o una tabla de datos. Es también una actividad nueva en nuestro estudio, e implica la creación de un contexto para que la información de una tabla cobre sentido, o bien inventar una tabla estadística que cumpla una serie de condiciones, generalmente, referida a resúmenes de estadísticos (Figura 9).

Figura 9. Actividad de inventar

10. Crea una tabla de frecuencia con un conjunto de 10 números que cumplan las siguientes condiciones:

- La media es 45, el valor mínimo es 10, el rango es 90 y la media debe ser mayor que la mediana.

Fuente: Merino et al. (2016, p.323)

P8. Recoger datos. Cuando se pide a los estudiantes recoger sus propios datos, por ejemplo, averiguar la cantidad de mascotas de los compañeros de clase, sus deportes favoritos, o el medio de transporte que utilizan para llegar al colegio y registrarlos en una tabla.

P9. Argumentar. Si se pide justificar decisiones o procedimientos relacionados con la tabla estadística; un ejemplo sería argumentar qué tipo de gráfico es más apropiado para representar la información expuesta en una tabla estadística (Ver Figura 1).

Tabla 2.

Frecuencia (y porcentaje) de actividades propuestas por nivel educativo

Actividad	5° EB	6° EB	7° EB	8° EB	Total
P1. Leer tabla	50(36,0)	31(27,0)	79(18,9)	59(18,6)	219(22,1)
P2. Completar tabla	11(7,9)	5(4,3)	22(5,3)	6(1,9)	44(4,4)
P3. Construir tabla	5(3,6)	8(7,0)	34(8,1)	9(2,8)	56(5,7)
P4. Calcular	38(27,3)	31(27)	166(39,7)	124(39)	359(36,3)
P5.1. Traducir gráfico a tabla	18(12,9)	25(21,7)	38(9,1)	67(21,1)	148(14,9)
P5.2. Traducir tabla a tabla	6(4,3)		2(0,5)	1(0,3)	9(0,9)
P5.3. Traducir lenguaje verbal a tabla			12(2,9)	2(0,6)	14(1,4)
P6. Describir variables	1(0,7)	1(0,9)	15(3,6)	5(1,6)	22(2,2)
P7. Inventar contexto	2(1,4)	1(0,9)	5(1,2)	3(0,9)	11(1,1)
P8. Recoger datos	6(4,3)	6(5,2)	5(1,2)	3(0,9)	20(2,0)
P9. Argumentar	2(1,4)	7(6,1)	40(9,6)	39(12,3)	88(8,9)
Total	139	115	418	318	990

Fuente: elaborada por los autores

En la Tabla 2, se presenta el resumen de las actividades propuestas en los libros

analizados. Mientras que las actividades leer, completar, traducir a gráfico y calcular fueron considerados en los estudios de Díaz-Levicoy et al. (2015; 2017), los autores no analizaron otras como la actividad de construcción de la tabla o la descripción de variables, ni diferencian los tipos de traducciones. La actividad que aparece con más frecuencia es P4 (36,3%), consistente en realizar cálculos con la información que proporciona la tabla estadística, seguida de la lectura de la tabla, P1 (22,1%) y traducción entre diversas representaciones, P5 (17,2%), en especial la traducción de gráfico a tabla o viceversa.

También se aprecia, que conforme se avanza de curso va disminuyendo la frecuencia de la actividad de lectura (P1), opuesto a lo que ocurre con P4 (actividad de cálculo) que se incrementa en los cursos superiores; situación similar ocurre con la argumentación (P9). Las actividades P6 a P8 son escasas y no poseen un patrón claro de variación de acuerdo al nivel educativo. Las actividades de construcción de tablas (P3), se concentran en 6° y 7° básico, y en términos generales son menos numerosas a las obtenidas por Díaz-Levicoy et al. (2017) en el análisis de libros de texto chilenos dirigidos a 3° básico. La escasez de actividades de construcción de tablas coincide con el análisis de libros de texto brasileños de niveles 1° a 5° (Amorim & Silva, 2016; Bivar y Selva, 2011; Guimarães et al., 2007) y el estudio realizado en textos mexicanos de 1° a 6° de educación básica (García-García et al., 2019).

4.3. Nivel de lectura

Otra variable analizada ha sido el nivel de lectura requerido para completar la actividad, entre los considerados por Curcio (1989) y Friel et al. (2001), que recordamos brevemente, según nuestro análisis:

N1. *Leer los datos*. En este nivel la pregunta únicamente implica una lectura literal de la información que es explícita en la tabla, y aparece, por ejemplo, en la actividad mostrada en la Figura 1.

N2. *Leer dentro de los datos*. En este nivel, la pregunta no sólo implica la lectura literal, sino que también se precisa comparar datos presentados en la tabla, como es posible apreciar en la Figura 4.

N3. *Leer más allá de los datos*. Cuando se requiere interpolar o extrapolar un valor en una serie de datos ordenados a lo largo del tiempo o predecir un valor (Ver Figura

2).

N4. *Leer detrás de los datos*. Implica valorar el contenido de la tabla, de las fuentes de las que se ha extraído la información, o de afirmaciones realizadas sobre su contenido; un ejemplo es la siguiente pregunta, en el contexto de la Figura 5: "La información de la tabla representa las respuestas de las personas que presentaron su solicitud para una entrevista de trabajo en una empresa. ¿Consideras que la sociedad chilena, según nivel de estudios y género, se encuentra bien representada por los solicitantes de empleo para dicha oferta de trabajo?".

Estos niveles pueden identificarse en diferentes actividades propuestas al estudiante, no únicamente aquellas en que se pide expresamente la lectura de la tabla; por ejemplo, las actividades de argumentar o describir, entre otras, pueden requerir distinta complejidad en la lectura de la tabla. Además, ante un mismo tipo de tabla pueden plantearse preguntas con distinta complejidad. En la Tabla 3 se muestran los resultados obtenidos en el análisis por nivel educativo, respecto al nivel de lectura requerido por el estudiante en las tareas propuestas.

Tabla 3.

Frecuencia (y porcentaje) de niveles de lectura por nivel educativo

Niveles de lectura	5° EB	6° EB	7° EB	8° EB	Total
N1. Leer los datos	29(20,9)	21(18,3)	75(17,9)	67(21,1)	192(19,4)
N2. Leer dentro de los datos	106(76,3)	88(76,5)	322(77)	250(78,6)	766(77,4)
N3. Leer más allá de los datos	4(2,9)	6(5,2)	18(4,3)	1(0,3)	29(2,9)
N4. Leer detrás de los datos			3(0,7)		3(0,3)
Total	139	115	418	318	990

Fuente: elaborada por los autores

Podemos observar que los niveles avanzados de lectura, como leer detrás de los datos (0,3%), junto con leer más allá de los datos (2,9%), tienen una frecuencia escasa respecto al total de actividades analizadas, al igual que en otras investigaciones (Díaz-Levicoy et al., 2015). La lectura literal de información (leer dentro de los datos) abarca la mayor parte del total de las actividades (77,4%). Resultados similares se obtuvieron en el estudio de García-García (2019), en su análisis de tablas en libros de textos mexicanos. No se observa una progresión del nivel de lectura conforme se avanza el curso escolar.

4.4. Contexto

Se clasificaron las actividades teniendo en cuenta los contextos sugeridos en el estudio PISA (OECD, 2019), a los que se añade “experimento aleatorio”, por su fuerte presencia en los textos analizados.

Contexto personal. Son las actividades asociadas al quehacer diario de los estudiantes, de su familia, del grupo de la clase, etc. Por ejemplo, el contexto de la tabla presentada en la Figura 1; otros ejemplos serían la comida preferida de un grupo de niños, o la cantidad de puntos conseguidos por un equipo de basquetbol.

Contexto ocupacional o laboral. Se enmarcan en el quehacer en un entorno laboral o profesional, en ámbitos como el comercio, construcción, arquitectura, entre otras. Por ejemplo, la Figura 4 muestra el consumo de gasolina de una flota de camiones de una empresa.

Contexto social. Se refiere a la comunidad local, u otra más amplia, en la que el estudiante se percata de ciertos aspectos sociales de su entorno; también a los que tiene acceso a través de los diferentes medios de comunicación. Un ejemplo sería el mostrado en la Figura 8 (funciones teatrales).

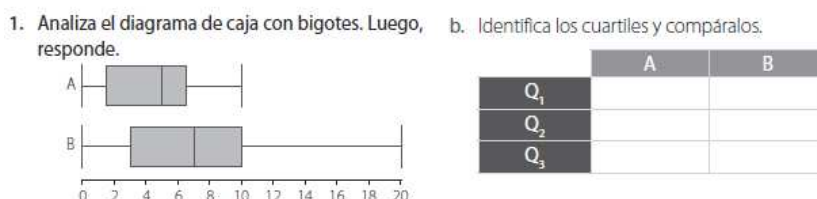
Contexto científico. Se relaciona con procesos tecnológicos o científicos, como la cantidad de mg. diarios de un fármaco; el alargamiento de una barra metálica y la temperatura a la que se expone; o la presión sistólica sanguínea de un grupo de mujeres, antes de iniciar un tratamiento. Así, en la Figura 7, los datos hacen referencia a las mediciones de un pluviómetro.

Experimento aleatorio. Añadimos esta categoría, considerada anteriormente por Pallauta (2018), puesto que encontramos en nuestro estudio muchas actividades en que se propone como contexto una experiencia aleatoria en que la tabla sirve como medio de registro de los resultados obtenidos. Destacamos que, en este contexto, la tabla estadística es una potente herramienta para desarrollar conceptos fundamentales como el de probabilidad, en su significado frecuencial (Ortiz, 2002). Encontramos variedad de experimentos como lanzamiento de monedas, dados, chinchetas, extracciones de fichas numeradas o de colores desde una caja. Un ejemplo se muestra en la Figura 2.

Sin contexto. Consideramos esta última categoría, al igual que Gea et al. (2013), por la relevancia que posee plantear contextos significativos al estudiante en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas (Font, 2007). Un ejemplo de actividad sin contexto se presenta en la Figura 10, en el que, a partir de un diagrama de caja y bigotes de dos muestras, se pide

completar la tabla de datos con los cuartiles correspondientes de cada muestra (A y B).

Figura 10. Actividad sin contexto



Fuente: Muñoz y Chacón (2016, p.138)

La Tabla 4 resume los resultados del análisis realizado respecto a los contextos propuestos. Podemos observar, que el contexto con mayor presencia es el de tipo personal (41,7%), seguido del ocupacional (16,8%) y experimento aleatorio (16,1%). Al igual que en otros estudios de análisis de libros de texto (Díaz-Levicoy et al., 2015; García-García et al., 2019) el contexto que aparece con mayor fuerza es el personal. Esto puede ocurrir debido a la importancia que se otorga en los lineamientos curriculares (MINEDUC, 2015; 2018) de plantear al estudiante actividades que sean propias de su vida cotidiana.

Tabla 4.

Frecuencia (y porcentaje) de contextos por nivel educativo

Contextos	5° EB	6° EB	7° EB	8° EB	Total
Personal	99(71,2)	32(27,8)	179(42,8)	103(32,4)	413(41,7)
Ocupacional o laboral	10(7,2)	7(6,1)	69(16,5)	80(25,2)	166(16,8)
Público	12(8,6)	9(7,8)	74(17,7)	53(16,7)	148(15)
Científico	2(1,4)		23(5,5)	53(16,7)	78(7,9)
Experimento aleatorio	16(11,5)	67(58,3)	62(14,8)	14(4,4)	159(16,1)
Sin contexto			11(2,6)	15(4,7)	26(2,5)
Total	139	115	418	318	990

Fuente: elaborada por los autores

Las actividades sin contexto son pocas (2,5%), y únicamente aparecen a partir de 7° básico, contrario a lo encontrado en el estudio de Gea et al. (2013) sobre correlación y regresión en Bachillerato (15 años), donde las actividades sin contexto supusieron entre el 42% y 66%, en los libros de texto dirigidos a estudiantes de la modalidad Científico-Tecnológica y entre un

38% y un 65% en la modalidad de Humanidades y Ciencias Sociales. La mayor diferencia por curso es que en 5° y 7° básico hay un gran predominio del contexto personal, en 8° curso del contexto personal y ocupacional, mientras que en 6° curso del experimento aleatorio. Este hecho puede ocurrir debido a que en este curso se introduce el tema de probabilidad, para el cual se utiliza una gran cantidad de tablas estadísticas para introducir su significado frecuencial.

5. Discusión e Implicaciones Didácticas

Nuestro estudio caracteriza las actividades propuestas en torno a las tablas estadísticas en los textos chilenos entregados por el Ministerio de Educación en los niveles 5° a 8° básico (10 a 13 años), contribuyendo a una temática escasamente abordada en la investigación previa. Esta temática es inexistente en Chile para los niveles escolares analizados, a pesar de ser un medio frecuentemente utilizado, no solo en la matemática, sino en otras materias. Este análisis, aporta a la investigación resultados sobre la calidad del aprendizaje potencial implicado en los libros de texto, que es un área de investigación prioritaria de acuerdo a Van den Ham et al. (2018).

Encontramos en los citados textos todos los tipos de tablas estadísticas considerados por Lahanier-Reuter (2003), a los que aplicamos los niveles de complejidad semiótica propuestos para los gráficos estadísticos por Arteaga y colaboradores (Arteaga, 2011; Arteaga & Batanero, 2011; Batanero et al., 2010). Además, subdividimos algunos de estos niveles, completando la definición propuesta por los autores citados. Se confirmó la tendencia al uso casi exclusivo de la tabla de distribución de frecuencias de una variable estadística, especialmente de frecuencias absolutas, aunque en los niveles superiores (7° y 8° básico), se incorporan las frecuencias relativas y acumuladas, junto con la agrupación de valores en intervalos (8° básico). La mayor frecuencia de tablas de distribución se encuentra también en otros estudios con libros de texto (Díaz-Levicoy et al., 2017; 2015), aunque los autores no estudian su nivel de complejidad semiótica.

La complejidad semiótica de las tablas estadísticas en los textos analizados, no va aumentando conforme avanza el nivel educativo. En los primeros cursos analizados, la tabla estadística se reduce a listados de datos o tablas de frecuencias ordinarias y, posteriormente, siguiendo los lineamientos curriculares (MINEDUC, 2015; 2018), el lenguaje tabular se formaliza un poco más, y se utiliza para mostrar diversos tipos de frecuencias, y agrupación de la variable en intervalos de clase.

Las tablas de doble entrada o contingencia son excepcionales y con escasa presencia; aparecen en los primeros cursos y utilizando variables sin agrupar, a pesar de que investigaciones han alertado de la dificultad de su comprensión para los estudiantes (Batanero et al., 2015; Espinel & Antequera, 2009; Walichinski & Junior, 2013). Este sería un punto en que se puede mejorar la presentación en los textos, incluyendo actividades de tablas de doble entrada o contingencia con datos agrupados en los niveles superiores.

La principal actividad propuesta es el cálculo a partir de los datos de la tabla para determinar estadísticos, frecuencias, o porcentajes, seguida de la lectura de la tabla, que son resultados similares a los encontrados por Diaz-Levicoy et al. (2017; 2015) y García-García et al. (2019), aunque estos estudios se dirigen a niveles inferiores a los abordados en nuestro caso. Por otra parte, a diferencia de lo evidenciado por Bivar y Selva (2011) o Guimarães et al. (2007), encontramos bastantes actividades de traducción, centradas en representar la información de una tabla a un gráfico, siendo escasa la traducción a otro tipo de representaciones. Sugerimos reforzar las actividades que requieran argumentar por parte del estudiante o bien inventar un contexto o una tabla, ya que estas contribuyen a reforzar el razonamiento estadístico.

Al igual que en otros estudios de libros de texto de educación primaria (Diaz-Levicoy et al., 2015), la mayor parte de la lectura de las tablas abarca los primeros dos niveles de lectura, como son leer datos y leer dentro de los datos, de los propuestos por Friel et al. (2001). Los niveles más sofisticados de lectura son tratados raramente y no evidencian ninguna tendencia de mayor frecuencia, conforme se progresa de nivel educativo. Esta falta de actividades de lectura crítica durante la enseñanza básica podría influir en la escasa competencia para interpretar la información expuesta en las tablas estadísticas, incluso en estudiantes universitarios (Gea, Gossa, Batanero & Pallauta, 2020).

El contexto que aparece con mayor fuerza es el personal, apropiado para el estudiante al centrarse en su entorno cercano, resultado que también coincide con lo expuesto por Diaz-Levicoy et al. (2015) y García-García et al. (2019). Aunque los ejercicios descontextualizados son pocos, se debieran tratar de reducir pues no favorecen el desarrollo del pensamiento estadístico, ya que Wild y Pfannkuch (1999) indican que debe existir una estrecha relación entre el contexto de una situación problema y la estadística que se aplica para resolverla. Destacamos la incorporación de la categoría “experimento aleatorio”, no incluida en otros estudios, por la presencia de numerosas cantidad de actividades enmarcadas en experiencias aleatorias, que no

encajaban en la caracterización de contextos propuestos por PISA (OECD, 2019).

Para finalizar, coincidimos con Evangelista y Guimarães (2019) en la necesidad de explotar en forma más equilibrada todas las posibles funciones que se pueden desarrollar con una tabla estadística, y tener en cuenta las variables que las caracterizan, tanto en la elaboración de futuros textos, como en el desarrollo de la enseñanza.

Agradecimientos: Proyecto PID2019-105601GB-I00 (AEI) y Grupo FQM126 (Junta de Andalucía) y Beca ANID Folio: 72190280.

Referencias

- Alkhateeb, M. (2019). The language used in the 8th grade mathematics textbook. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 15(7), 3-13. <https://doi.org/10.29333/ejmste/106111>.
- Amorim, N. & Silva, R. (2016). Apresentação e utilização de tabelas em livros didáticos de matemática do 4º e 5º anos do ensino fundamental. *Em Teia - Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana*, 7(1), 1-21.
- Arteaga, P. (2011). *Evaluación de conocimientos sobre gráficos estadísticos y conocimientos didácticos de futuros profesores*. Tesis doctoral. Universidad de Granada.
- Arteaga, P. & Batanero, C. (2011). Relating graph semiotic complexity to graph comprehension in statistical graphs produced by prospective teachers. En M. Pytlak, T. Rowland, & E. Swoboda. *Proceedings of the Seventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 368-377). Rzeszow, Polonia: ERME.
- Batanero, C., Arteaga, P., & Ruiz, B. (2010). Análisis de la complejidad semiótica de los gráficos producidos por futuros profesores de educación primaria en una tarea de comparación de dos variables estadísticas. *Enseñanza de las Ciencias*, 28(1), 141-154.
- Batanero, C., Cañadas, G., Contreras, J., & Gea, M. (2015). Understanding of contingency tables: a synthesis of educational research. *Boletín de Estadística e Investigación Operativa*, 31(3), 299-315.
- Blum, W., Galbraith, P. L., Henn, H. W., & Niss, M. (2007). *Modelling and applications in mathematics education: the 14th ICMI study*. New York: Springer.
- Bisquerra, R. (2004). *Metodología de la investigación educativa*. Madrid: La Muralla.
- Bivar, D. & Selva, A. (2011). Analisando atividades envolvendo gráficos e tabelas nos livros didáticos de matemática. *XIII Conferencia Interamericana de Educación Matemática - XIII CIAEM*. Recife, Brasil. https://xiii.ciaem-redumate.org/index.php/xiii_ciaem/xiii_ciaem/paper/viewFile/1332/843.
- CCSSI (2010). *Common Core State Standards for Mathematics*. Washington, DC: National Governors Association for Best Practices and the Council of Chief State School Officers.
- Curcio, F. (1989). *Developing graph comprehension*. Reston, VA: N.C.T.M.

- Díaz-Levicoy, D., Morales, R., & López-Martín, M. (2015). Tablas estadísticas en libros de texto chilenos de 1º y 2º año de educación primaria. *Revista Paranaense de Educação Matemática*, 4(7), 10-39.
- Díaz-Levicoy, D., Osorio, M., Rodríguez-Alveal, F., & Ferrada, C. (2019). Los gráficos de barras en los libros de texto de Educación Primaria en Perú. *Paradigma*, 40(1), 259-279.
- Díaz-Levicoy, D., Ruz, F., & Molina-Portillo, E. (2017). Tablas estadísticas en libros de texto chilenos de tercer año de educación primaria. *Espaço Plural*, 18(36), 196-218.
- Engel, J. (2019). Statistical literacy and society. En J. M. Contreras, M. M. Gea, M. M. López-Martín, & E. Molina (Eds.), *Tercer Congreso Internacional Virtual de Educación Estadística*. ISBN: 978-84-09-09111-9. www.ugr.es/local/fqm126/civeest.html
- Espinel, C. & Antequera, A. (2009). Un estudio sobre la competencia de los alumnos en el manejo de tablas para resolver situaciones cotidianas. En M. J. González, M. T. González & J. Murillo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática*, 13, 227-236. Santander: SEIEM.
- Estrella, S. (2014). El formato tabular: una revisión de literatura. *Actualidades Investigativas en Educación*, 14(2), 1-23. <https://doaj.org/article/ae1221b3ef5f42838f58e8f901ccdb01>
- Estrella, S., Mena-Lorca, A., & Olfos-Ayarza, R. (2017). Naturaleza del objeto matemático Tabla. *MAGIS. Revista Internacional de Investigación en Educación*, 10(20), 105-122.
- Evangelista, B. & Guimarães, G. (2019). Análise de atividades sobre tabelas em livros didáticos brasileiros dos anos iniciais do Ensino Fundamental. En J. M. Contreras, M. M. Gea, M. M. López-Martín, & E. Molina (Eds.), *Tercer Congreso Internacional Virtual de Educación Estadística*. www.ugr.es/local/fqm126/civeest.html
- Fan, L., Zhu, Y., & Miao, Z. (2013). Textbook research in mathematics education: Development status and directions. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 45(5), 633–646.
- Font, V. (2007). Comprensión y contexto: una mirada desde la didáctica de las matemáticas. *Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española*, 10(2), 427-442.
- Friel, S., Curcio, F., & Bright, G. (2001). Making sense of graphs: critical factors influencing comprehension and instructional implications. *Journal for Research in mathematics Education*, 32(2), 124-158. <https://doi.org/10.2307/749671>.
- Gabucio, F., Martí, E, Enfedaque, J., Gilabert, S., & Konstantinidou, A. (2010). Niveles de comprensión de las tablas en alumnos de primaria y secundaria. *Cultura y Educación*, 22(2), 183-197. <https://doi.org/10.1174/113564010791304528>.
- Gal, I. (2019). Understanding statistical literacy: About knowledge of contexts and models. En J. M. Contreras, M. M. Gea, M. M. López-Martín, & E. Molina (Eds.), *Tercer Congreso Internacional Virtual de Educación Estadística*. www.ugr.es/local/fqm126/civeest.html
- García-García, J., Díaz-Levicoy, D., Vidal, H., & Arredondo E. (2019). Las tablas estadísticas en libros de texto de educación primaria en México. *Paradigma*, 40(2), 153-175.
- Gea, M., Batanero, C., & Cañadas, G. (2013). Un estudio empírico de los problemas de correlación y regresión en libros de texto de Bachillerato, ponencia presentada en “III Encontro de Probabilidades e Estatística na Escola”, Braga, Portugal. <http://repositorium.sdum.uminho.pt/bitstream/1822/23169/1/2013AtasIIIEPEE.pdf>

- Gea, M.M., Gossa, A., Batanero, C., & Pallauta, J.D (2020). Comprensión y lectura de la tabla de doble entrada por profesores de educación primaria en formación. *Educação Matemática Pesquisa*, 22(1). 348-370. <https://doi.org/10.23925/1983-3156.2020v22i1p348-370>.
- Godino, J. D. Batanero, C., & Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, 39(1-2), 127-135. <https://doi.org/10.1007/s11858-006-0004-1>.
- Godino, J. D., Batanero, C., & Font, V. (2019). The onto-semiotic approach: implications for the prescriptive character of didactics. *For the Learning of Mathematics*, 39(1), 37- 42.
- Guimarães, G., Gitirana, V., Cavalcanti, M., & Marques, M. (2007). Livros didáticos de matemática nas séries iniciais: análise das atividades sobre gráficos e tabelas. En *IX Encontro Nacional de Educação Matemática*, Belo Horizonte, Brasil: Anais do IX ENEM. CR-ROM.
- Herbel-Eisenmann, B. (2007). From intended curriculum to written curriculum: Examining the "voice" of a mathematics textbook. *Journal for Research in Mathematics Education*, 38(4), 344-369. <https://doi.org/10.2307/30034878>.
- Hernández, R., Fernández, C., & Baptista, P. (2014). *Metodología de la investigación*. México DF: McGraw Hill.
- Jiménez-Castro, M. & Arteaga, P. (2019). Complejidad semiótica y nivel de lectura de gráficos estadísticos en libros de texto de la educación primaria en Costa Rica. En J. M. Contreras, M. M. Gea, M. M. López-Martín, & E. Molina (Eds.), *Tercer Congreso Internacional Virtual de Educación Estadística*. ISBN: 978-84-09-09111-9. www.ugr.es/local/fqm126/civeest.html
- Lahanier-Reuter, D. (2003). Différents types de tableaux dans l'enseignement des statistiques. *Spirale-Revue de Recherches en Education*, 32(1), 143-154.
- León, N. (2020). Alcances de la enseñanza de la estadística a través de la investigación en la educación media en Venezuela. *Paradigma*, 41, 657-684.
- MECD (2014). *Real Decreto 126/2014, de 28 de febrero, por el que se establece el currículo básico de la educación primaria*. Madrid: Ministerio de Educación, Cultura y Deporte.
- MINEDUC (2015), *Bases curriculares 7º Básico a 2º Medio*. Santiago: Unidad de currículum y evaluación.
- MINEDUC (2018). *Bases Curriculares Primero a Sexto Básico*. Santiago: Unidad de currículum y evaluación.
- NCTM (2014). *Principles to actions: Ensuring mathematical success for all*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Neuendorf, K. (2016). *The content analysis guidebook*. Londres: Sage.
- OECD (2019). *PISA 2018 Mathematics Framework*. Paris: OECD. <https://doi.org/10.1787/13c8a22c-en>
- Ortiz, J. (2002). *La probabilidad en los libros de texto*. Granada: Grupo de Investigación en Educación Estadística. Universidad de Granada.
- Pallauta, J. (2018). *Las tablas estadísticas en textos escolares chilenos de Enseñanza Básica*

- Tesis de Máste]. Universidad de Granada, Granada.
- Pallauta, J., Gea, M. M., & Batanero, C. (2020). Un análisis semiótico del objeto tabla estadística en libros de texto chilenos. *Zetetike*, 28, e020001-e020001. <https://doi.org/10.20396/zet.v28i0.8656257>.
- Sampieri, R. (2018). *Metodología de la investigación: las rutas cuantitativa, cualitativa y mixta*. México: McGraw Hill.
- Shaughnessy, J., Garfield, J., & Greer, B. (1996). Data handling. En A. Bishop, K. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick, & C. Laborde (Eds.), *International handbook of mathematics education* (pp. 205-237). Dordrecht, The Netherlands: Springer.
- Stylianides, G. (2009). Reasoning-and-proving in school mathematics textbooks. *Mathematical thinking and learning*, 11(4), 258-288. <https://doi.org/10.1080/10986060903253954>.
- Van den Ham, A. & Heinze, A. (2018). Does the textbook matter? Longitudinal effects of textbook choice on primary school students' achievement in mathematics. *Studies in Educational Evaluation*, 59(1), 133-140. <https://doi.org/10.1016/j.stueduc.2018.07.005>.
- Valverde, G., Bianchi, L., Wolfe, R., Schmidt, W., & Houang, R. (2002). *According to the book: Using TIMSS to investigate the translation of policy into practice through the world of textbooks*. Dordrecht, The Netherlands: Springer.
- Walichinski, D. & Junior, G. (2013). Contribuições de uma sequência de ensino para o processo de ensino e aprendizagem de gráficos e tabelas segundo pressupostos da contextualização. *Unión*, 35(1), 19-42.
- Wijaya, A., Van den Heuvel-Panhuizen, M., Doorman, M., & Robitzsch, A. (2014). Difficulties in solving context-based PISA mathematics tasks: An analysis of students' errors. *The Mathematics Enthusiast*, 11(3), 555-584.
- Wild, C. & Pfannkuch, M. (1999). Statistical thinking in empirical enquiry. *International Statistical Review*, 67(3), 223-248. <https://doi.org/10.1111/j.1751-5823.1999.tb00442.x>.
- Zhu, Y. & Fan, L. (2006). Focus on the representation of problem types in intended curriculum: A comparison of selected mathematics textbooks from Mainland China and the United States. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 4(4), 609-626. <https://doi.org/10.1007/s10763-006-9036-9>.

Apéndice: Muestra de libros utilizados

Curso	Referencia
5° Básico	Kheong, F. H., Soon, G. K., & Ramakrishnan, C. (2017a). <i>Texto del estudiante Matemática 5° básico</i> . Santiago: Marshall Cavendish Education.
	Kheong, F. H., Soon, G. K., & Ramakrishnan, C. (2017b). <i>Cuaderno de ejercicios Matemática 5° básico</i> . Santiago: Marshall Cavendish Education.
	Kheong, F. H., Soon, G. K., & Ramakrishnan, C. (2017c). <i>Guía didáctica del docente – Tomo 2 Matemática 5° básico</i> . Santiago: Marshall Cavendish Education.
6° Básico	Maldonado, L. & Castro, C. (2017). <i>Texto del estudiante Matemática 6° básico</i> . Santiago: Grupo Santillana de ediciones.

- Castro, C. (2017). *Cuaderno de ejercicios Matemática 6º básico*. Santiago: Grupo Santillana de ediciones.
- Juillet, I. & Martínez, M. (2017). *Guía didáctica del docente – Tomo 2 Matemática 6º básico*. Santiago: Grupo Santillana de ediciones.
- 7º Básico Merino, R., Muñoz, V., Pérez, B., & Rupin, P. (2016). *Texto del estudiante Matemática 7º básico*. Santiago: Ediciones SM.
- Santis, M. (2016). *Cuaderno de ejercicios Matemática 7º básico*. Santiago: Ediciones SM.
- Raydoret del Valle, J. (2016). *Guía didáctica del docente Matemática 7º básico*. Santiago: Ediciones SM.
- 8º Básico Catalán, D., Pérez, B., Prieto, C., & Rupin, P. (2016). *Texto del estudiante Matemática 8º básico*. Santiago: Ediciones SM.
- Muñoz, V. & Chacón, A. (2016). *Cuaderno de ejercicios Matemática 8º básico*. Santiago: Ediciones SM.
- Muñoz, V. & Manosalva, C. (2016). *Guía didáctica del docente Matemática 8º básico*. Santiago: Ediciones SM.
-

Autores

Jocelyn D. Pallauta

Profesor de Estado en Matemáticas y Computación y Licenciada en Educación (Universidad de La Serena), Magíster en Educación (Universidad ARCIS), Máster en Didáctica de la Matemática (UGR). Doctoranda en Ciencias de la Educación por la Universidad de Granada. Línea de investigación: Educación Estadística. E-mail: jocelyndiaz@correo.ugr.es.

María M. Gea

Licenciada en Matemáticas, Licenciada en Ciencias y Técnicas Estadísticas, Máster en Estadística Aplicada y Doctora en Didáctica de la Matemática en la Universidad de Granada. Profesora de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada. Línea de investigación: Educación Estadística. E-mail: mmgea@ugr.es.

Pedro Arteaga

Licenciado en Matemáticas en la Universidad Complutense de Madrid, Máster en Didáctica de la Matemática y Doctor en Didáctica de la Matemática por la Universidad de Granada. Profesor de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada. Línea de investigación: Educación Estadística. E-mail: parteaga@ugr.es.