¿Cómo, para qué y sobre qué se argumenta en el marco de la probabilidad intuitiva? Un estudio de caso múltiple en Educación Infantil

Ángel Alsina
angel.alsina@udg.edu
https://orcid.org/0000-0001-8506-1838
Universidad de Girona
Girona, España.
Claudia Cornejo-Morales
claudia.cornejo.morales@gmail.com
https://orcid.org/0000-0001-5980-7640
Pontificia Universidad Católica de Valparaiso
Valparaiso, Chile.
María Salgado
mariasalgadosomoza@gmail.com
https://orcid.org/0000-0002-0309-241X
Universidad de Santiago de Compostela
Santiago de Compostela, España.

Recibido: 23/09/2020 **Aceptado:** 11/02/2021

Resumen

Se analiza la argumentación en el marco de la probabilidad intuitiva, a través de un experimento estocástico con dados propuesto *online* a 19 niños y niñas de 4 años durante el período de confinamiento en España. Mediante un estudio de caso múltiple, y usando la situación argumentativa, se estudia cómo, para qué y sobre qué argumentan tres niños seleccionados a partir de diversos criterios, y qué papel adquiere la familia. Los resultados muestran, por un lado, que los argumentos sobre probabilidad intuitiva de los casos analizados tienen una función única de la argumentación, con el predominio de la función explicar, y se caracterizan por ser breves, con un carácter narrativo apoyado de lo diagramático; y, por otro, un predominio absoluto de las madres en el papel de apoyo a sus hijos e hijas. Se concluye que es necesario ofrecer orientaciones al profesorado y a las familias para que los niños y niñas puedan argumentar sobre la probabilidad intuitiva, a partir tanto del planteamiento de buenas preguntas como de explicaciones adecuadas.
Palabras clave: Significado intuitivo de la probabilidad. Argumentación en Matemáticas. Situación Argumentativa. Educación Infantil.

Como, para quê e sobre o que é argumentado no quadro da probabilidade intuitiva? Um estudo de caso múltiplo em Educação Infantil na época do COVID-19

Resumo

A argumentação é analisada no âmbito da probabilidade intuitiva, a partir de uma experiência estocástica com dados proposta *online* a 19 meninos e meninas de 4 anos durante o período de confinamento na Espanha. Partindo de um estudo de caso múltiplo, e utilizando a situação argumentativa, analisa-se como, para quê e sobre o que argumentam três alunos selecionados com base em diversos critérios, e que papel a família desempenha. Os resultados mostram, por um lado, que os argumentos sobre probabilidade intuitiva dos casos analisados têm uma função

de argumentação única, com o predomínio da função de explicar, e caracterizam-se por serem breves, com um caráter narrativo apoiado na diagramática; e, por outro lado, um predomínio absoluto das mães no papel de apoiar seus filhos e filhas. Conclui-se que é necessário orientar professores e familiares para que as crianças discutam sobre a probabilidade intuitiva, tanto a partir de boas perguntas quanto de explicações adequadas.
Palavras chave: Significado intuitivo de probabilidade. Argumentação em Matemática. Situação argumentativa. Educação Infantil.

How, for what and about what is argued in the framework of intuitive probability? A Multiple Case Study in Early Childhood Education in Times of COVID-19

Abstract

Argumentation is analyzed within the framework of intuitive probability, basing on a stochastic experiment with dice proposed online to 19 4-year-old boys and girls during the confinement period in Spain. From a multiple case study, and using the argumentative situation, it is analyzed how, for what and about what three students selected from various criteria argue, and what role does the family play. The results show, on the one hand, that the arguments on intuitive probability of the analyzed cases have an unique argumentation function, with the predominance of the explain function, and are characterized by being brief, with a narrative character supported by the diagrammatic; and, on the other, an absolute predominance of mothers in the role of supporting their sons and daughters. It is concluded that it is necessary to offer guidance to teachers and families so that children can argue about intuitive probability, based both on asking good questions and adequate explanations.
Keywords: Intuitive approach to probability. Argumentation in Mathematics. Argumentative situation. Early Childhood Education.

Introducción

La enseñanza de la probabilidad y sus vínculos con la estadística ayuda a preparar al alumnado para la vida en general, así como para el análisis de datos y los eventos aleatorios de su vida cotidiana en particular (Everitt, 1999). En esta línea, Gal hace hincapié en la alfabetización estadística y probabilística que, respectivamente, se refieren a: a) la capacidad de las personas para interpretar datos, evaluarlos críticamente y, cuando sea pertinente, expresar sus opiniones respecto a la información estadística, los argumentos relacionados con los datos o fenómenos estocásticos (Gal, 2002); b) la capacidad de acceder, utilizar, interpretar y comunicar información e ideas relacionadas con la probabilidad, con el fin de participar y gestionar eficazmente las demandas de las funciones y tareas que implican incertidumbre y riesgo del mundo real (Gal, 2005, 2012).

Alsina (2017) y Batanero (2013) indican que la importancia de la alfabetización estadística y probabilística en la actualidad es una de las principales razones que ha impulsado a incorporar la estadística y la probabilidad en el currículo ya desde las primeras edades, caracterizándose por presentar un enfoque experimental que permita proporcionar al alumnado una experiencia estocástica (NCTM, 2000). La incorporación de estos conocimientos en los currículos de matemáticas de Educación Infantil es un logro muy importante y supone un golpe de efecto para que el profesorado los vaya incorporando progresivamente en sus prácticas de enseñanza. Somos conscientes de que existen todavía diversos obstáculos, como por ejemplo que no existe unanimidad entre los expertos acerca de la presencia de estos conocimientos en los currículos de las primeras edades; que su incorporación en los currículos de los distintos países es todavía muy desigual; o bien que el profesorado en activo tiende a tener un conocimiento disciplinar y didáctico escaso para enseñar estos conocimientos ya que "la incorporación de estos nuevos contenidos no ha venido acompañada, en la mayoría de ocasiones, de las orientaciones necesarias para poder ser enseñados de forma eficaz en el aula" (Alsina, 2017, p. 26).

A estos obstáculos, hay que añadir como mínimo dos amenazas más en el contexto de la docencia digital derivada de la COVID-19, que es el contexto en el que se lleva a cabo nuestro estudio: en primer lugar, la priorización curricular que se ha establecido en algunos países, como por ejemplo Chile (MINEDUC, 2020), que ha dado lugar a que queden fuera de esta priorización más del 60% de los objetivos de aprendizaje correspondientes a la estadística y la probabilidad en los niveles iniciales (Vásquez, Ruz, & Martínez, 2020); o la dificultad añadida que puede suponer para algunas familias adquirir un rol más activo en el aprendizaje escolar de sus hijos e hijas en situación de confinamiento (Bonal & González, 2020). En este artículo nos interesa, especialmente, indagar en este último aspecto por su posible impacto en la calidad de la educación. Por este motivo, se ha diseñado un experimento estocástico con dados que se ha propuesto *online* a un grupo de 19 niños y niñas de 4 años durante el confinamiento en sus hogares como consecuencia de la pandemia. En concreto, y considerando diversos estudios preliminares acerca de la enseñanza de la probabilidad en las primeras edades (Alsina, 2017, 2018; Alsina & Salgado, 2019; Alsina & Vásquez, 2017; Batanero, 2013; Fischbein, 1975, 1987; Godino, Batanero, & Cañizares, 1987; Jones, Langrall, Thornton, & Mogill, 1997; Vásquez & Alsina, 2019a; Vásquez, Díaz-Levicoy, Coronata, & Alsina, 2018), se ha analizado cómo, para qué y sobre qué argumenta el alumnado de estas primeras edades en el marco de la probabilidad intuitiva, y qué papel adquiere la familia.

Por un lado, ponemos el foco en la argumentación, ya que diversos organismos de prestigio internacional reportan la importancia de esta actividad para el desarrollo del pensamiento matemático y para la formación de ciudadanos autónomos, críticos y reflexivos desde las primeras edades (NCTM, 2000; OECD, 2004). Adicionalmente, realizamos el análisis desde la Situación Argumentativa (SA), que se basa en elementos comunicativos, contextuales y holísticos de la argumentación en Educación Infantil (Cornejo-Morales & Goizueta, 2019; Cornejo-Morales, Goizueta, & Alsina, 2020)

El significado intuitivo de la probabilidad en educación infantil

A partir del análisis del desarrollo histórico del concepto de probabilidad en Educación Secundaria, Batanero (2005) señala que coexisten diversos significados que se han asociado a dicho concepto: intuitivo, clásico, frecuencial, subjetivo y axiomático. Estos distintos significados, que conforman la Teoría de la Probabilidad (Batanero, Henry & Parzysz, 2005), están relacionados dialécticamente ya que, en esta etapa educativa, la probabilidad puede contemplarse como razón de posibilidades a favor y en contra, como evidencia proporcionada por los datos, como grado de creencia personal y como modelo matemático que ayuda a comprender la realidad.

Pero ¿qué ocurre antes de que el alumnado pueda asumir estos distintos significados? Retrocediendo en las distintas etapas escolares, Vásquez y Alsina (2019b, 2019c) han analizado la presencia de los distintos significados de la probabilidad descritos por Batanero (2005) en prácticas de enseñanza de educación primaria (6-12 años), y los resultados obtenidos muestran una fuerte presencia del significado intuitivo (superior al 75%) en los primeros niveles (6-9 años) junto con una presencia muy inferior del significado frecuencial. A medida que se avanza de nivel, la presencia del significado intuitivo va en descenso, ocupando su lugar los significados frecuencial, subjetivo y clásico, mientras que en los últimos niveles adquieren protagonismo principalmente los significados frecuencial y clásico, sin aparecer todavía el axiomático.

En lo que se refiere a la educación infantil y, más concretamente al segundo ciclo (3-6 años), el NCTM (2000) indica que es el momento óptimo para empezar a discutir sucesos probables e improbables relacionados con las experiencias del alumnado, que es uno de los principales conocimientos asociados al significado intuitivo de la probabilidad, que es el que se aborda en nuestro estudio.

El desarrollo de los conocimientos asociados a este significado se inicia en diversos contextos (en el ámbito familiar, en los juegos de los niños y niñas fuera de la escuela, etc.) y, en el ámbito escolar, se empieza a plantear desde los primeros niveles a partir de situaciones cotidianas vinculadas con el uso de términos estocásticos y con la expresión de grados de creencia para la ocurrencia de sucesos, a partir de una escala cualitativa que va desde lo seguro a lo imposible (Vásquez & Alsina, 2019b, 2019c). Progresivamente, debe hacerse hincapié también en la imprevisibilidad y variabilidad de sucesos y sus resultados posibles, junto con la exploración de fenómenos aleatorios diferenciándolos de los deterministas: el lanzamiento de un dado, por ejemplo, es un fenómeno aleatorio ya que no se puede predecir el resultado (si se puede predecir, el experimento es determinista). Considerando este conjunto de conocimientos vinculados al significado intuitivo, se han realizado diversos estudios para analizar su presencia en Educación Infantil y, sobre todo, para ofrecer orientaciones al profesorado de esta etapa.

Fischbein (1975, 1987), por ejemplo, estudia y explora el desarrollo del pensamiento probabilístico, haciendo hincapié en la importancia de las intuiciones, que corresponden a "formas de cognición inmediata en la que los elementos justificativos, si los hay, están implícitos" (Fischbein, 1975, p. 5). De este modo, asume que la intuición de la probabilidad conlleva una evaluación subjetiva y global de la posibilidad de ocurrencia de un suceso. En una primera clasificación, este autor distingue dos tipos de intuiciones: a) anticipatorias, que se refieren a los puntos de vista preliminares, es decir, visiones globales que preceden a la visión analítica, completamente desarrollada de un problema; y b) afirmatorias, que son representaciones autoevidentes, interpretaciones de explicaciones. Más adelante, con base en el origen de las intuiciones afirmatorias, realiza una segunda clasificación de las intuiciones: primarias, que se adquieren fuera del contexto escolar; y secundarias, que se adquieren mediante la enseñanza. Indica, además, que los procesos de instrucción son clave para favorecer las intuiciones secundarias, por lo que recomienda "entrenar, desde la primera infancia, la base intuitiva como un elemento clave en el proceso de aprendizaje y construcción del conocimiento probabilístico" (Fischbein, 1975, p. 131).

Posteriormente, Cañizares (1997) describe las estrategias que usan niños y niñas a partir de 2-3 años para comparar probabilidades. Para esta autora, los infantes de estas edades comparan el número de casos posibles (p. ej., eligen la caja que contenga mayor número de bolas) y los de 4 años comparan el número de casos favorables (p. ej., eligen la caja que contenga más bolas del color favorable). Jones et al. (1997) proponen cuatro niveles de pensamiento probabilístico: 1) asociado al pensamiento subjetivo o influenciado por aspectos irrelevantes; 2) transición entre el pensamiento cuantitativo ingenuo y el subjetivo; 3) uso de pensamiento cuantitativo informal; y 4) incorporación de pensamiento numérico y uso de medidas numéricas para describir probabilidades. Para estos autores, el primer nivel es el que corresponde a las primeras edades y lo conciben como "el pensamiento de los niños y niñas en respuesta a cualquier situación de probabilidad" (Jones et al., 1999, p. 488).

A partir de estos antecedentes, Alsina (2017, 2018) hace una propuesta de secuenciación de contenidos para trabajar la estadística y la probabilidad de 3 a 6 años, a la vez que plantea un itinerario didáctico inspirado en las aportaciones previas de Godino, Batanero y Cañizares (1987). Este itinerario contempla diversos contextos de enseñanza para trabajar la probabilidad en Educación Infantil: situaciones de vida cotidiana, materiales manipulativos, juegos, recursos literarios, tecnológicos y gráficos. En Alsina y Vásquez (2017) y Vásquez, Díaz-Levicoy, Coronata y Alsina (2018) se aportan diversas orientaciones didácticas y recursos centrados en los primeros niveles del itinerario de enseñanza (contextos de vida cotidiana y materiales lúdico-manipulativos) ya que, de acuerdo con Batanero (2013, p. 5), "los niños están rodeados de azar desde que nacen, en sus juegos (echar a suertes, juegos de datos, cartas…) y vida cotidiana (meteorología, deportes…)". Vásquez y Alsina (2019a) exploran la compresión del azar y la probabilidad en 23 niños de 4 a 6 años y concluyen que el alumnado usa comprensivamente lenguaje probabilístico elemental y posee un primer conocimiento informal acerca de otras nociones como, por ejemplo, espacio muestral, posibilidad de ocurrencia y comparación de probabilidades. Alsina y Salgado (2019) analizan la gestión que lleva a cabo una maestra al implementar un experimento estocástico con 22 niños de 5 años y observan que dicha gestión se caracteriza por plantear retos, formular buenas preguntas para promover la argumentación, promover la representación a través de dibujos y conectar ideas. A partir de estos datos, concluyen que uno de los rasgos más característicos del experimento descrito, que definen como una actividad matemática competencial para trabajar la probabilidad en los primeros niveles, es la fuerte presencia de los procesos matemáticos descritos por el NCTM (2000), tanto en su planificación como gestión.

La situación argumentativa

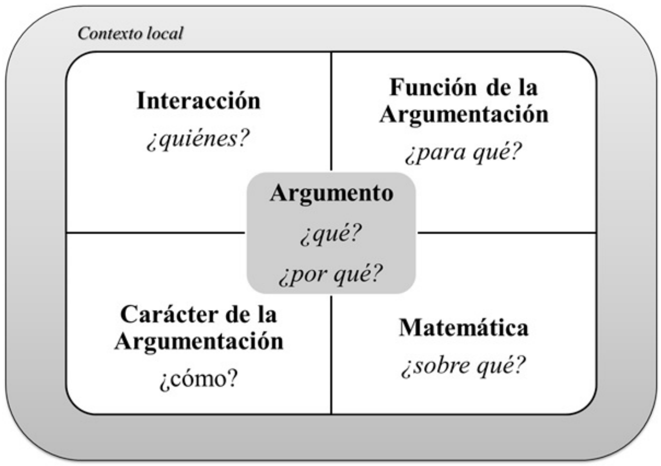
Existen diversas perspectivas teóricas desde las que se ha investigado y caracterizado los elementos centrales de la argumentación (Boero, 2011; Toulmin, 1958) y de la argumentación en el aula de matemáticas, considerando aspectos estructurales (Inglis, Mejía-Ramos, & Simpson, 2007; Knipping, 2008; Solar & Deulofeu, 2016), lógico-semánticos (Balacheff, 1999; De Villiers, 1993; Duval, 1999) y sociales (Boero, Douek, Morselli, & Pedemonte, 2010; Douek, 2007; Goizueta, 2019; Goizueta & Solar, 2019; Krummheuer, 1995). Cornejo-Morales et al. (2020) señalan que esta diversidad de aproximaciones, tienden a abordar el análisis de la argumentación focalizándose en su estructura y en los tipos de argumentos formulados por los estudiantes, lo que no responde a las características propias de la educación infantil. Los niños y niñas pequeños suelen expresar sus ideas usando frases breves, poco elaboradas y de manera no estructurada, o mediante acciones no verbales, cambiando de foco e interés rápidamente a medida que reciben nuevos estímulos, por lo que es recomendable analizar la argumentación a partir de un modelo que sea integrador y que considere aspectos tanto contextuales como funcionales de la argumentación, como es el caso del modelo denominado "situación argumentativa" (SA), descrito por estos autores.

La SA contempla cinco elementos estructurales (Figura 1): 1) argumento (¿qué se argumenta? y ¿por qué?); 2) interacción (¿quiénes argumentan?); 3) función de la argumentación (¿para qué se argumenta?); 4) carácter de la argumentación (¿cómo se argumenta?); y 5) matemática (¿sobre qué se argumenta?).

El elemento central de la SA, el "argumento", responde al *qué* dicen y hacen los participantes de la interacción y *por qué* lo dicen. Tiene dos elementos clave: la posición adoptada y las razones que dan cuenta de esa posición. Cuando los niños y niñas argumentan, se espera identificar la posición(es) que toman con respecto a aquello que atienden y las razones que entregan a favor de dicha posición, ya sea explícita o implícitamente.

La "interacción" responde a *quiénes intervienen en la argumentación* e identifica el rol de cada uno de los participantes. Esta interacción puede ser de diversos tipos: 1) Trabajo en gran grupo, cuando el profesorado interactúa con todo el grupo clase; 2) Trabajo entre pares en pequeño grupo, cuando la interacción se da entre el alumnado dentro del grupo de trabajo y sin intervención del profesorado; 3) Trabajo en pequeño grupo, cuando el profesorado interactúa de manera privada con un grupo de trabajo y; 4) Trabajo individual, cuando un estudiante interactúa consigo mismo para resolver una tarea.

Figura 1. La Situación Argumentativa



Fuente: Cornejo-Morales et al. (2020)

La "función de la argumentación" se inspira en las de la demostración matemática propuestas por De Villiers (1993): verificación, explicación, comunicación, descubrimiento y sistematización. Estas funciones se han adaptado desde la prueba hacia la argumentación en las primeras edades, para responder a la pregunta ¿para qué argumenta el alumnado?: se trata de verificar, cuando a través de la argumentación se establece el valor epistémico de una afirmación dentro de un determinado sistema compartido de conocimientos; explicar, cuando permite comprender las nociones y relaciones matemáticas que están detrás de una proposición a partir de ideas conocidas; comunicar, cuando se dan a conocer ideas (razonamientos, procedimientos, estrategias, técnicas o definiciones) sobre un tema matemático para dialogar sobre ellas con otros; descubrir, cuando se llegan a establecer nuevas relaciones o comprensiones a nivel local como parte de su actividad matemática; y sistematizar, cuando se llegan a establecer nuevas relaciones o comprensiones a nivel global.

El "carácter de la argumentación" responde al *cómo* argumentan los niños y niñas y se basa en las ideas de Krummheuer (2013), quien identifica dos tipos de argumentación en los primeros años: diagramática y narrativa. La argumentación diagramática recurre al uso de recursos materiales o pictóricos que 'materializan' los elementos que se ponen en juego en la conversación, de modo que se hacen tangibles y pueden ser manipulados por los participantes.

La manipulación de los diagramas muestra el proceso llevado a cabo para realizar una tarea y se constituye en el argumento justificativo La argumentación narrativa requiere de una narración, a través de la que se establece una secuencia entre afirmaciones, donde unas funcionan como causas de otras (Cornejo-Morales & Goizueta, 2019). En el aula, estas narraciones suelen referirse a secuencias de acciones realizadas para resolver un problema o actividad.

Finalmente, la "matemática" responde al *sobre qué* se está argumentando, es decir, al conocimiento matemático que está involucrado en los argumentos formulados por los estudiantes. Estos conocimientos se describen en términos de estándares de contenidos (numeración y cálculo, álgebra temprana, geometría, medida, estadística y probabilidad) o de técnicas y procedimientos realizados por el alumnado (conteo, reparto equitativo, etc.) para registrar sobre qué habla el alumnado y qué matemática están utilizando o problematizando, que en este caso se focaliza en la probabilidad intuitiva.

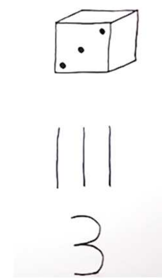
Método

Se ha llevado a cabo una investigación cualitativa de tipo etnográfico (McMillan y Schumacher, 2005) para describir e interpretar cómo, para qué y sobre qué argumentan un grupo de 19 niños y niñas de 4 años del Colegio Público de "Sigüenza" (La Coruña, España) en el marco de un experimento estocástico con dados realizado de forma voluntaria en un estado de confinamiento en el hogar, junto con analizar qué papel adquiere la familia. Más concretamente, se ha diseñado un estudio de casos múltiple (Gundermann-Kröll, 2013; Stake, 2005; Yin, 2003;), que permite explorar más de una unidad de análisis proporcionando las bases para la generalización (Rule & Mitchell, 2015). De acuerdo con estos autores, indagar más de un caso aporta criterios de validez interna, externa y confiablidad a los datos, permitiendo lidiar en mejor medida con los problemas asociados al rigor científico.

Descripción de la actividad

La actividad ha sido planificada por las maestras de educación infantil de la escuela, con el asesoramiento del primer autor del estudio, y se ha diseñado un tutorial en vídeo para presentarla a las familias (https://youtu.be/-o6QVgtkzI4). Las pautas e instrucciones que se indican en dicho tutorial se transcriben en la Tabla 1. En la Tabla 2, se detallan las tareas y subtareas de este experimento y se describen los indicadores del significado intuitivo de la probabilidad que están en juego en ellas.

Tabla 1.
Transcripción del experimento estocástico con dados.

Tarea 1. Hoy lo primero que tenemos que hacer es coger un dado y lanzarlo. Después tendréis que registrar el resultado (de forma concreta, pictórica o numérica) a elección vuestra (se le indica en el vídeo con apoyo de una imagen): Os proponemos una cosa. ¿Os animáis a hacer 10 lanzamientos y después lo registráis? ¿qué datos os salieron? Después volvéis a hacer 10 lanzamientos y comparáis los resultados con los lanzamientos anteriores. ¿Qué números salen más veces?, ¿por qué? ¿Y menos?, ¿por qué? Cuando lanzáis el dado, ¿qué resultados son posibles que salgan? ¿El 8 es posible?, ¿o no?, ¿por qué? Seguro que el 9 no sale, porque no aparece en el dado. ¿Y el 1?, ¿será posible? Ah sí, mirad (mostrando una cara del dado con un punto)	
Tarea 2. Ahora un poco más difícil. Necesitáis dos dados. Pero antes de comenzar a observar, cada dado tiene seis caras, es decir, seis números, el 1, el 2, el 3, el 4, el 5 y el 6. Lo que tenéis que hacer es lanzar dos dados, coger tantos alimentos como marquen los puntos, sumarlos y registrar el resultado como queráis (de forma concreta, pictórica o numérica). Después podéis volverlo a hacer otra vez. Observar, lanzamos los dados, cogemos tantos alimentos como indican los puntos, sumamos todo y registramos como queráis. ¿Qué resultados son posibles? ¿Sabéis de alguno imposible?, es decir, que nunca salga.¿Que os parece si lo registráis?. Sabéis cual es el número que seguro no sale, el 20. Seguro que no sale, observad. Si ponéis dos dados con el número más alto, es decir el 6 y sumáis, da 12. No llega a 20. Y el 10, ¿es posible? Vamos a ver, para eso tenemos que coger 10 alimentos iguales, ahora los separamos en dos grupos y a ver lo que ocurre. Observar, podemos conseguir el número 10 de esta manera (4 + 6) = 10. ¿Habrá alguna forma más?, ¿de cuántas maneras distintas se puede construir el 10 con dos dados?	

Fuente: elaborado por los autores

Tabla 2.
Tareas Matemáticas del experimento estocástico.

Tareas Matemáticas	Subtareas Matemáticas	Indicadores del significado intuitivo de la probabilidad (Vásquez y Alsina, 2019b, 2019c)
Tarea 1: Lanzamiento de un dado	1.1 Lanzar un dado veinte veces (en dos tandas) y registrar el resultado de cada lanzamiento de forma concreta, pictórica o numérica. 1.2 Indicar la frecuencia de aparición de cada dado al realizar los lanzamientos. 1.3 Identificar, en ambas tandas, qué número se obtiene con mayor frecuencia al lanzar el dado. 1.4 Identificar, en ambas tandas, qué número se obtiene con menor frecuencia al lanzar el dado. 1.5 Identificar todos los casos posibles al lanzar un dado.	1. Foco en situaciones cotidianas vinculadas con el uso de términos estocásticos y con la expresión de grados de creencia para la ocurrencia de sucesos (por medio de una escala cualitativa). 2. Uso de términos y expresiones verbales comunes vinculadas al lenguaje probabilístico que se utilizan tanto en el contexto probabilístico como en el cotidiano. 3. Énfasis en la posibilidad de ocurrencia como escala cualitativa que va desde lo seguro a lo imposible. 4. Imprevisibilidad y variabilidad de sucesos y sus resultados posibles. 5. Exploración de fenómenos aleatorios, diferenciándolos de los deterministas. 6. Distinción entre tipos de sucesos (seguro, posible, poco posible, incierto). 7. Análisis de ejemplos e intuiciones ligadas al azar y probabilidad.
Tarea 2: Lanzamiento de dos dados	2.1 Lanzar dos dados. 2.2 Producir colecciones de acuerdo con el valor obtenido en el lanzamiento de cada dado, con elementos concretos. 2.3 Juntar los objetos de cada colección producida y sumarlos. 2.4 Identificar los resultados posibles de la suma de ambos dados (identificar el resultado más alto que se puede obtener de sumar el valor de ambos dados). 2.5 Identificar las combinaciones posibles para formar 10 usando los dos dados.	

Fuente: elaborado por los autores

Selección de casos para realizar el análisis

De los 19 niños y niñas, quince han realizado el experimento estocástico en sus respectivos hogares a partir de la visualización del tutorial y con la ayuda de un adulto, que se ha encargado tanto de conectar las ideas de los participantes con la actividad como de grabar y recoger con imágenes el proceso y los resultados. Los otros cuatro niños y niñas no han participado debido a que sus padres están ausentes la mayor parte del tiempo del hogar por trabajo, sin una persona cuidadora estable; por la falta de recursos tecnológicos; o bien porque les cuesta hacer las tareas y sus padres no asumen esta dificultad.

Los casos se han seleccionado a partir de los criterios siguientes: a) que se hayan realizado todas las tareas o bien la mayoría de las subtareas propuestas; b) que el adulto sea siempre el mismo; c) que haya actividad argumentativa explícita durante el transcurso de la realización de las tareas y subtareas; y d) que las grabaciones sean de calidad y permitan escuchar y visualizar adecuadamente lo que los niños y niñas dicen y hacen. Con base a estos criterios, finalmente se han seleccionado tres casos:

- *Caso 1 (C1): Manuel.* Se han recibido cuatro vídeos, que suman alrededor de quince minutos y treinta segundos de grabación. A lo largo de estos vídeos, Manuel responde a las Tareas 1 y 2 de forma completa.
- *Caso 2 (C2): Gabriel.* Se han recibido cinco vídeos, que constituyen cerca de tres minutos de grabación. En ellos, Gabriel responde a la Tarea 1 de forma completa y a la subtarea 2.5.
- *Caso 3 (C3): Nico.* Se han recibido cuatro vídeos que corresponden a casi 3 minutos de grabación en total. En ellos, Nico responde a las subtareas 1.1, 1.2, 1.3, 1.4, 2.1, 2.2 y 2.3.

Proceso de análisis

Para analizar las videograbaciones recibidas, se han transcrito los vídeos de los casos seleccionados de forma completa y se han identificado episodios de interés, es decir, situaciones en las que se produce actividad argumentativa en cada tarea del experimento estocástico. Para identificar dichos episodios se han considerado tres elementos clave: quién habla, qué dice y qué hace a lo largo del vídeo, lo que se corresponde, en las transcripciones, a las columnas turno, qué dice y qué hace respectivamente.

Una vez identificados los episodios, se han reconstruido los argumentos centrales y la SA de cada uno para describir y caracterizar los argumentos y la argumentación de los casos analizados cuando se están trabajando temas de probabilidad intuitiva en los primeros años. Dado que el análisis se ha focalizado en la actividad argumentativa, no se ha considerado el tipo de representación de los números al hacer los lanzamientos con el dado (concreta, pictórica o simbólica), pero sí que se ha tenido en cuenta que el registro lo hayan elaborado los niños y niñas.

Cada episodio de interés ha sido nombrado considerando el número del caso, para identificar a qué niño corresponde, el número del episodio y la tarea a la que responde, siguiendo la siguiente nomenclatura: C (número del caso); E (número del episodio); y T (número de la subtarea a la que responde). Así, por ejemplo, si se está analizando el segundo episodio del caso 1 donde se está trabajando en la tarea de identificar los casos posibles en un dado, se codifica como C1E2T1.5. Se han analizado los distintos componentes de la SA salvo "Interacción", pues en todos los casos es siempre la misma (entre madres y sus respectivos hijos e hijas).

A continuación, para ejemplificar el análisis realizado a partir de la SA en un contexto de probabilidad intuitiva, se ha seleccionado el episodio C2E5T1.5, donde Gabriel y su madre están hablando alrededor de la tarea 1.5 y discutiendo sobre los posibles números que pueden salir al lanzar un dado (Tabla 3). La madre le pregunta a Gabriel si el 8 y el 9 pueden salir al lanzar un dado de seis caras.

Tabla 3.
Transcripción C2E5T1.5.

Turno	"Lo que dicen"	"Lo que hacen"
1	Madre: Gabriel, ¿puede salir un 8?	
2	Gabriel: no	(niega con la cabeza)
3	Madre: ¿y un 9?	
4	Gabriel: no	(niega con la cabeza)
5	Madre: ¿por qué?	
6	Gabriel: Porque no aparece en el dado. En el dado sólo hay los números 1, 2, 3, 4, 5 y 6	(levanta un dedo de su mano derecha mientras dice los números del uno al seis)
7	Madre: Vale	

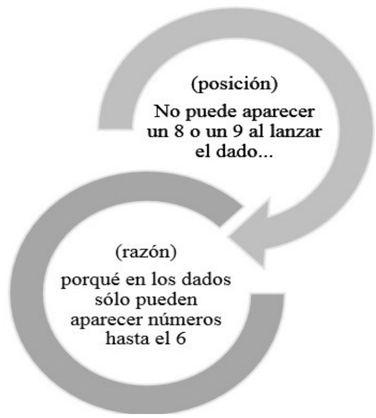
Fuente: elaborado por los autores

Este episodio empieza con una pregunta de la madre sobre la posibilidad de obtener los números 8 o 9 al lanzar el dado. Mientras avanza la conversación, la madre vuelve a formular una pregunta para que Gabriel entregue razones de por qué no podría salir 8 o 9 en el lanzamiento del dado. A continuación, se reconstruye el argumento central de este episodio y se caracteriza y describe la argumentación considerando la función, el carácter que predomina y la matemática involucrada.

Componente "Argumento"

El argumento central de este episodio, posición y razones, se da en distintos turnos de habla de Gabriel y está mediado por la madre a través de preguntas que promueven la entrega de explicaciones por parte del niño. La Figura 2 reconstruye el argumento central de este episodio y da cuenta de sus elementos característicos.

Figura 2. Reconstrucción del argumento central del episodio C2E5T1.5



Fuente: elaborado por los autores

El argumento central de este episodio se observa entre los turnos [2] y [6] y se caracteriza por tener una posición breve (un monosílabo), la que se puede identificar en los turnos [2] y [4], y una razón que se observa en el turno [6], que le permite a Gabriel extender su razonamiento profundizando en por qué no podría aparecer un 8 o un 9 al lanzar el dado. Al dar la razón de su argumento, Gabriel pone en juego ideas sobre las características de un dado de seis caras y la correspondencia entre cantidad de caras de un dado y los números que pueden estar en cada cara. Se interpreta que Gabriel piensa que en una cara del dado sólo puede haber un número (en formato de puntos) hasta 6, lo que se corresponde con la cantidad de caras del dado. Además, reconoce que los números 8 y 9 no pueden estar en el dado porque son mayores que la cantidad de caras de este.

Componente "Función"

La función de la argumentación que predomina en este episodio es "*descubrir*", pues a través de la argumentación Gabriel establece nuevas relaciones a nivel local como parte de su actividad matemática. Interpretamos que, en la tarea propuesta, Gabriel está descubriendo y estableciendo relaciones entre los números pintados en el dado, los números que pueden salir al lanzarlo y los que no podrían salir en un lanzamiento, usando su experiencia con los dados en general y la experimentación propuesta. Esta idea local, de la actividad misma, le permite avanzar en el resto de la actividad y establecer que, en todos los lanzamientos de dados (de seis lados) el espacio muestral va desde el 1 al 6.

Componente "Carácter"

En este episodio, la argumentación de Gabriel tiene un carácter narrativo, con rasgos diagramáticos. Lo narrativo viene de la mano del uso del lenguaje para argumentar, donde Gabriel conecta sus ideas a través de la palabra "porque" que actúa como conjunción causal entre la posición y la razón dada. Este argumento, breve, establece una relación clara y secuencial entre la cantidad de caras de un dado y los números que pueden salir al lanzarlo. Por otro lado, y complementariamente, se observan aspectos diagramáticos cuando Gabriel apoya su narración levantando los dedos y diciendo la secuencia numérica desde uno a seis para enfatizar su razón y apoyar su posición.

Componente "Matemática"

La Matemática involucrada en este episodio se relaciona con ideas asociadas a los indicadores del significado intuitivo de la probabilidad descritos en la Tabla 2, además del espacio muestral de un evento, que ya corresponde al significado clásico (en este caso concreto, lanzar el dado y al antecesor y sucesor de un número).

Figura 3. SA episodio C2E5T1.5

Fuente: elaborado por los autores

Cuando Gabriel identifica que el número 6 (en formato de puntos) es el número más alto que puede salir al lanzar un dado, está indicando implícitamente que conoce todos los valores posibles que pueden salir al realizar un lanzamiento (1, 2, 3, 4, 5 y 6). Por otro lado, se puede inferir que Gabriel alude a la idea de antecesor o sucesor de un número porque identifica que 8 y 9 no pueden aparecer en el dado. Al parecer, Gabriel sabe que 8 y 9 son mayores que 6, es decir, son sucesores de 6, y que, por lo tanto, no pueden salir al lanzar un dado de seis lados. En la Figura 3 se reconstruye la Situación Argumentativa del episodio C2E5T1.5.

Resultados

En los tres casos analizados se han identificado catorce argumentos y, en consecuencia, se han reconstruido catorce Situaciones Argumentativas. De éstas, siete son del C1 (Manuel), cinco son del C2 (Gabriel) y dos son del C3 (Nico). En todos los casos, las madres son los miembros de la familia que apoyan en el desarrollo y logro de esta actividad. Esto pasa en los tres casos estudiados, pero se extiende también al grupo en general, ya que los 14 niños y niñas que realizaron la actividad lo hicieron junto a sus madres. Además, es evidente que las madres han estudiado la lección y el vídeo orientador entregado por la maestra, pues se siguen todas las tareas propuestas y se desarrollan de forma exitosa.

Análisis general

La Tabla 4 ofrece una mirada general sobre las argumentaciones de los tres casos, identificando el nombre del episodio, la reconstrucción del argumento (por partes), la función y el carácter de la argumentación que predomina en cada episodio. A partir del análisis de los datos de la Tabla 4 se observan los siguientes aspectos generales:

- *Argumentos.* Los argumentos de estos niños y niñas en el contexto de la probabilidad intuitiva se caracterizan por ser breves; las posiciones, generalmente números o monosílabos (sí/no); y las razones, por empezar usando la palabra “porque”.
- *Funciones de la argumentación.* Se puede decir que predomina la explicación, pues en ocho episodios se observa la función explicar, en cuatro la función descubrir y en dos la función verificar. Interpretamos esta predominancia de la explicación al argumentar en relación con las preguntas formuladas por las

madres. En los episodios con esta función, se observa que las preguntas formuladas generalmente inician con la pregunta ¿por qué?, y los niños responden usándola, explicando y profundizando en sus posiciones y razones usando ideas matemáticas y no matemáticas construidas previamente.

Tabla 4.
Síntesis del análisis de las videograbaciones.

Episodio	Argumento		Función	Carácter	Matemática
	Posición	Razón			
C1E1T1.3	El número que más se repite es el 4…	porque se repite tres veces.	Verificar	Diagramático	Recuento Frecuencia
C1E2T1.4	El número que menos se repite es el 1…	porque en el registro aparece sólo una vez.	Explicar	Diagramático	Recuento Frecuencia
C1E3T1.3	El 4 es el número que más se repite en total…	porque en ambas tandas se repite más.	Explicar	Narrativo - Diagramático	Recuento Frecuencia
C1E4T1.5	En un dado no puede salir un 8…	porque el número máximo que puede salir es seis y seis es menor que ocho.	Explicar	Diagramático-Narrativo	Escala cualitativa de la posibilidad de ocurrencia
C1E5T2.3	3 y 1 son 4…	porque uno, dos, tres, cuatro.	Verificar	Diagramático	Suma
C1E6T2.4	Lo más alto que puede salir es doce (6 y 6) …	porque uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho, nueve, diez, once y doce.	Explicar	Diagramático	Escala cualitativa de la posibilidad de ocurrencia
C1E7T2.5	Para formar 10 usando los dados no podemos usar el 8…	porque el ocho no está presente en el dado.	Descubrir	Narrativo	Escala cualitativa de la posibilidad de ocurrencia Composición de números
C2E1T1.3	El número 1 es el que más se repite…	porque sale cuatro veces.	Explicar	Narrativo	Recuento Frecuencia
C2E2T1.4	El número que menos sale es el 6…	porque sale cero veces.	Explicar	Narrativo	Recuento Frecuencia
C2E3T1.3-4	El 1 salió más veces que el 2, 3 y 5…	porque salió seis veces y los otros sólo una.	Descubrir	Narrativo	Recuento Frecuencia
C2E4T1.5	El número más alto que puede salir es el 6…	porque un dado tiene seis caras.	Descubrir	Narrativo	Escala cualitativa de la posibilidad de ocurrencia
C2E5T1.5	No puede aparecer un 8 o un 9 al lanzar el dado…	porque en los dados sólo pueden aparecer números hasta el seis.	Descubrir	Narrativo - Diagramático	Escala cualitativa de la posibilidad de ocurrencia
C3E1T1.4	El 3 es el número que menos se repite…	porque aparece sólo una vez.	Explicar	Narrativo	Recuento Frecuencia
C3E2T1.5	El 2 es el número que menos sale…	por suerte.	Explicar	Narrativo	Recuento Frecuencia

Fuente: elaborado por los autores

- *Carácter de la argumentación.* Respecto al carácter de las argumentaciones producidas, la narratividad es evidente, pues predomina en siete de los catorce episodios. Del resto de los episodios, en cuatro se reconoce el carácter diagramático y en tres de ellos, se observa una mezcla entre lo narrativo y lo diagramático, donde lo diagramático actúa de manera auxiliar con respecto de lo narrativo y viceversa.
- *Matemática involucrada.* Hay que destacar que, además de los indicadores del significado intuitivo de la probabilidad, en muchos de los argumentos se involucran aspectos correspondientes a la estadística, como por ejemplo el recuento de los casos al lanzar el dado 20 veces, o el análisis de la frecuencia de cada valor de la variable. Este dato es especialmente significativo y muestra la estrecha relación que necesariamente debería existir entre la probabilidad y la estadística ya en las primeras edades de escolarización.

Análisis por casos

Caso 1 (C1): Manuel

En este caso, como se ha indicado, se han identificado siete de los catorce argumentos, y se caracteriza por presentar argumentaciones para *explicar* alguna idea o resultado y a diferencia de la mirada general, sus argumentos son principalmente *diagramáticos*, donde los recursos para argumentar son los dados, la hoja de trabajo y sus dedos. Manuel necesita orientaciones constantes para responder las preguntas y su madre orienta su trabajo con éxito, a pesar de su cansancio o pocas ganas de participar hacia el final de la actividad. Se observa que, en ocasiones, la madre entrega las respuestas a las preguntas que formula, pero al parecer, tiene que ver con la disposición de Manuel hacia el final de la actividad. El rol de la madre es fundamental en el logro de la tarea por parte de Manuel, se evidencia que necesita constante orientación y la madre lo logra a través de preguntas (extras a la tarea) y llamados de atención constantes.

De este caso, destacamos el cuarto episodio (C1E4T1.5) por las características distintivas que permiten caracterizar el desempeño del caso en general, donde Manuel está identificando el número que más sale después de lanzar el dado veinte veces (Tabla 5).

Tabla 5.
Transcripción episodio C1E4T1.5.

Turno	"Lo que dicen"	"Lo que hacen"
39	Madre: sólo una vez no más. Ahora observa las dos filas, y dime cual es el que más, más, más se repite de todos.	
40	Manuel: el 4	
41	Madre: ¿por qué?, ¿Por qué lo sabes?	
42	Manuel: Porque aquí hay 4, 4, 4 y aquí 4, 4, 4 y es mucho.	(indica con su lápiz los registros que indican cuatro)
43	Madre: entonces ¿es el 4 el que más se repite de todos?	
44	Manuel: Sí (balbucea)	

Fuente: elaborado por los autores

El argumento central de este episodio se observa en el turno [42] y en él predomina la función de *explicar* y el carácter *narrativo* con rasgos *diagramáticos* de la argumentación. Manuel, usando la experiencia de las tareas propuestas y lo que está registrado en su hoja de trabajo, explica cómo sabe que 4 es el número que más aparece después de lanzar el dado. Usa los recursos para argumentar que tiene disponibles, su hoja de trabajo, para mostrar que efectivamente el número que más ha registrado como resultado de los lanzamientos es el cuatro. En el episodio, la madre cuestiona a Manuel y le insiste en que entregue las razones de cómo sabe que es el 4 el número que más aparece después de lanzar el dado veinte veces.

Caso 2 (C2): Gabriel

Este segundo caso ha entregado cinco de los catorce argumentos reconstruidos y su argumentación se caracteriza por darse para *explicar* y *descubrir* relaciones locales usando ideas construidas anteriormente. Todas sus argumentaciones son narrativas, donde sus argumentos son más largos y concretos que los de los demás casos. Al parecer Gabriel tiene claro lo que quiere comunicar y expresarle a su madre. En concordancia, el rol de la madre es de mediadora entre la actividad y el desempeño de Gabriel, sin necesidad de plantear otras preguntas más que las propuestas por la maestra.

De este caso, destacamos el cuarto episodio (C2E4T1.5) en el que Gabriel está identificando los resultados posibles que puede obtener después de lanzar un dado. En la Tabla 6, se muestra la transcripción de este episodio breve, de manera completa.

Tabla 6.
Transcripción episodio C2E4T1.5.

Turno	"Lo que dicen"	"Lo que hacen"
1	Madre: Gabriel, ¿cuál es el número más alto que puede salir?	
2	Gabriel: el 6	(lo muestra en el dado, indicándolo con su dedo)
3	Madre: ¿por qué?	
4	Gabriel: porque los cubos tienen seis lados. Porque esto no es un cuadrado, es un cubo	(manipula el cubo entre sus dedos) (niega con su cabeza)
5	Madre: es un cubo, es un dado	
6	Gabriel: sí	(asiente)
7	Madre: Muy bien, gracias por la explicación	

Fuente: elaborado por los autores

El argumento central de este episodio se observa en los turnos [2] y [4] donde predomina la función *descubrir* de la argumentación y el carácter *narrativo* del desempeño de Gabriel. Gabriel establece relaciones locales entre lo que sabe de los cuerpos geométricos (cubo y sus elementos), las características de un dado y la cantidad (en forma de puntos) que se puede representar en cada cara de dado. La narratividad de su argumentación es evidente, pues a pesar de tener disponible el dado para mostrarlo, decide exponer de manera oral y secuenciada las relaciones que está estableciendo y con las que construye su argumento.

Caso 3 (C3): Nico

El último caso analizado ha aportado únicamente dos de los catorce argumentos identificados, los que se caracterizan por *explicar* y ser *narrativos*. Este caso presenta pocos episodios de interés y está altamente mediado por la madre del niño. En general, sus argumentaciones son más breves que las del resto de los casos y responden a monosílabos o números. El rol de la madre para desarrollar esta tarea es esencial, sin su orientación, constantes preguntas y la reformulación de las tareas en tareas más pequeñas, la actividad no podría haberse desarrollado.

Destacamos el segundo episodio que se identificó en el caso de Nico, pues da cuenta de las características de su desempeño en general. En este episodio (C3E1T1.5) la madre intenta que Nico argumente sobre las razones de que 6 sea el número que más sale después de realizar los veinte lanzamientos (Tabla 7).

Tabla 7.
Transcripción episodio C3E1T1.5.

Turno	"Lo que dicen"	"Lo que hacen"
1	Madre: Después de tirar 20 veces llegamos a la conclusión de que el número que se repetía más veces fue el…	
2	Nico: 6	
3	Madre: Y el que menos… el que solo salió una vez fue el…	
4	Nico: 2	
5	Madre: ¿por qué?	
6	Nico: suerte	(sonríe)
7	Madre: puede ser	

Fuente: elaborado por los autores

El argumento central de este episodio de observa en los turnos [4] y [6], y es muy breve, al igual que todas las intervenciones de Nico. La posición está dada por un número (2) y la razón, es decir, la justificación de la posición es la suerte. Nico no usa conocimientos matemáticos explícitos en su argumento, pero se puede interpretar que detrás de esa "suerte" se encuentra una idea de probabilidad intuitiva muy elemental. Es interesante como al comienzo del episodio, la madre sintetiza algunas ideas claves y organiza lo que han ido realizando, lo que hace a lo largo del desarrollo de toda la actividad.

Consideraciones finales

En este artículo se ha analizado cómo, para qué y sobre qué argumentan los niños y niñas de las primeras edades en el marco de la probabilidad intuitiva en una situación de confinamiento en tiempos de la COVID-19, y qué papel adquiere la persona del núcleo familiar que interactúa con ellos.

En relación a los datos obtenidos acerca de la actividad argumentativa, se ha evidenciado que los argumentos de los tres casos analizados en el contexto de la probabilidad intuitiva se caracterizan por ser breves, tener una función de la argumentación única en cada episodio, con el predominio de la función explicar y con características narrativas, apoyadas de lo diagramático (Cornejo-Morales & Goizueta, 2019; Cornejo-Morales et al., 2020). Este dato es doblemente relevante: primero, porque pone de manifiesto que el alumnado de Educación Infantil es capaz de producir argumentos cuando se dan las condiciones necesarias y, segundo, porque revela las características de la actividad argumentativa en el marco de la probabilidad intuitiva. Desde el punto del conocimiento pedagógico para la enseñanza de estos conocimientos en Educación Infantil, pues, es recomendable diseñar e implementar prácticas productivas en las que se planteen retos a partir de situaciones cercanas de incertidumbre o de experimentos estocásticos, y que la gestión de dichas prácticas se realice a través de procesos o habilidades matemáticas como el razonamiento, la comunicación, etc. (Alsina, 2020a; Alsina y Salgado, 2019). Estas prácticas productivas, en las que la interacción, la negociación y el diálogo a partir del planteamiento de buenas preguntas están explícitamente presentes, promueven que los niños y niñas puedan explicar sus argumentos acerca de la probabilidad intuitiva de un suceso no determinista (como por ejemplo, el lanzamiento de un lado) y, más en general, contribuyen a desarrollar el pensamiento matemático y la formación de ciudadanos autónomos, críticos y reflexivos (NCTM, 2000; OECD, 2004).

De forma más concreta, a partir del experimento realizado se ha puesto de manifiesto que los niños y niñas de 4 años empiezan a usar términos estocásticos y expresan grados de creencia para la ocurrencia de sucesos, por medio de una escala cualitativa que va desde lo imposible hasta lo seguro; distinguen distintos tipos de sucesos (seguro, posible, poco posible, incierto), Además, toman consciencia de la imprevisibilidad y variabilidad de sucesos y sus resultados posibles; o bien exploran y distinguen fenómenos aleatorios, diferenciándolos de los deterministas, confirmando resultados de estudios preliminares realizados por Alsina (2017, 2018), Alsina y Salgado (2019); Alsina y Vásquez (2017), Fischbein (1975, 1987), Vásquez y Alsina (2019a), Vásquez et al. (2018); entre otros.

Otro aspecto especialmente significativo es que la naturaleza de las tareas y subtareas propuestas ha invitado a vincular estrechamente la probabilidad con la estadística ya desde las primeras edades. La Tarea 1, por ejemplo, que consistía en lanzar un dado 20 veces para analizar los números pueden salir, con qué frecuencia, y los números que no pueden salir, es un claro ejemplo en el que se trabajan aspectos probabilísticos vinculados a los distintos tipos de sucesos o la expresión de grados de creencia para la ocurrencia de sucesos, por medio de una escala cualitativa que va desde lo imposible hasta lo seguro, junto con conocimientos estadísticos como por ejemplo el recuento, que sirve de preparación previa para la confección de tablas de frecuencias (Alsina, Vásquez, Muñiz-Rodríguez & Rodríguez-Muñiz, 2020).

Junto con el análisis de la argumentación y sus vínculos con la enseñanza de la probabilidad intuitiva, nos ha interesado indagar también en el papel de la familia por su posible impacto en la calidad de la educación, ya que la situación producida por la pandemia está cambiando rápidamente muchas cosas en muy poco tiempo y la investigación en educación matemática no puede quedar al margen de ellas. En este sentido, un dato que nos ha llamado mucho la atención es que en el 100% de los casos que han realizado la actividad, el miembro del núcleo familiar que ha orientado en la realización de las actividades es la madre, lo que pone de manifiesto que ciertos estereotipos sobre los roles masculino y femenino están todavía demasiado presentes en los hogares. Asimismo, se ha observado que en la mayoría de los casos predomina una instrucción directa sobre lo que hay que hacer y cómo, dejando poco margen para que el hijo o hija piense por sí mismo, o bien se deja al hijo o hija prácticamente solo en sus tareas, sin apoyo. En los tres casos seleccionados, en cambio, la formulación de nuevas preguntas y la solicitud de explicaciones por parte de las madres han favorecido y promovido la argumentación alrededor de ideas claves de la probabilidad intuitiva en las primeras edades, de acuerdo con Alsina (2020b) y Godino y Burgos (2020), entre otros, que preconizan una combinación de enfoques indagativos y de instrucción directa.

En síntesis, los datos obtenidos en este estudio deberían servir, en primer lugar, para resaltar la importancia que tiene la actividad argumentativa tanto para el desarrollo del pensamiento matemático crítico en general, como para el desarrollo de la alfabetización estadística y probabilística; en segundo lugar, para ofrecer apoyos y orientaciones al profesorado acerca de la planificación y diseño de prácticas productivas que tengan presente el objeto de la probabilidad y su relación con la estadística, y que se caractericen por una gestión de la enseñanza basada en la combinación de métodos indagativos y de instrucción directa; y, finalmente, para reflexionar acerca del papel de la familia en la educación si se quiere garantizar su calidad, considerando que la calidad de la educación es uno de los Objetivos de Desarrollo Sostenibles planteados por la UNESCO (2017), y asumiendo que la educación no es responsabilidad única de la escuela.

Se han identificado tres limitaciones en el estudio: en primer lugar, en el experimento estocástico no se ha considerado la elección de la forma de registro del lanzamiento de los dados por parte de los casos analizados (representación discreta, pictórica o simbólica), por lo que no se ha podido analizar si la elección de un determinado registro está relacionado con un nivel de éxito mayor en las respuestas; en segundo lugar, en la Tarea 1 se ha solicitado que lanzaran el dado 20 veces, que son pocos lanzamientos para que se vea que los resultados son equiprobables, por lo que en futuros estudios con niños y niñas de las primeras edades sería mejor utilizar dados numerados únicamente con dos números; finalmente, otra limitación ha sido el escaso número de casos que se han podido analizar, por lo que será necesario diseñar nuevas investigaciones con muestras mayores que permitan obtener datos más concluyentes y permitan, como se ha indicado, ofrecer más y mejores orientaciones para garantizar la calidad de la educación en general y de la educación estadística y probabilística en particular, ya sea en la escuela o en el hogar.

Referencias

Alsina, Á. (2017). Contextos y propuestas para la enseñanza de la estadística y la probabilidad en Educación Infantil: un itinerario didáctico. *Épsilon, 95,* 25-48.

Alsina, Á. (2018). El número natural para organizar, representar e interpretar la información (estadística, azar y probabilidad). En M.C. Múñoz-Catalán & J. Carrillo (Eds.), *Didáctica de las Matemáticas para maestros de Educación Infantil* (pp. 173-211). Madrid: Editorial Paraninfo.

Alsina, Á. (2020a). Cinco prácticas productivas para una enseñanza de las matemáticas a través de los procesos. *Saber & Educar, 28,* 1-13.

Alsina, Á. (2020b). El Enfoque de los Itinerarios de Enseñanza de las Matemáticas: ¿por qué?, ¿para qué? y ¿cómo aplicarlo en el aula? *TANGRAM – Revista de Educação Matemática, 3*(2), 127-159. https://doi.org/10.30612/tangram.v3i2.12018.

Alsina, Á. & Salgado, M. (2019). Ampliando los conocimientos matemáticos en Educación Infantil: la incorporación de la probabilidad. *REXE- Revista de Estudios y Experiencias en Educación, 18*(36), 225 – 240.

Alsina, Á. & Vásquez, C. (2017). Hacia una enseñanza eficaz de la estadística y la probabilidad en las primeras edades. *Didasc@lia: Didáctica y Educación, 8*(4), 199-212.

Alsina, Á., Vásquez, C, Muñiz-Rodríguez, L., & Rodríguez-Muñiz, L.J. (2020). ¿Cómo promover la alfabetización estadística y probabilística en contexto? Estrategias y recursos a partir de la COVID-19 para Educación Primaria. *Épsilon, 104,* 99-128.

Balacheff, N. (1999). Is argumentation an obstacle? Invitation to a debate. *International Newsletter on the Teaching and Learning of Mathematical Proof*. Recuperado de: http://www.lettredelapreuve.org/OldPreuve/Newsletter/990506Theme/990506ThemeUK.html

Batanero, C. (2005). Significados de la probabilidad en la educación secundaria. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa,, 8*(3), 247-264.

Batanero, C. (2013). La comprensión de la probabilidad en los niños: ¿qué podemos aprender de la investigación? En J.A. Fernandes, P. F. Correia, M.H. Martinho, & F. Viseu, (Eds.), *Atas do III Encontro de Probabilidades e Estatística na Escola.* Braga: Centro de Investigação em Educação da Universidade do Minho.

Batanero, C., Henry, M., & Parzysz, B., 2005. The nature of chance and probability. En G. Jones (Ed.), *Exploring probability in school: Challenges for teaching and learning* (pp. 15-37). Nueva York, US: Springer. https://doi.org/10.1007/0-387-24530-8_2.

Boero, P. (2011). Argumentation and proof: Discussing a "successful" classroom discussion. En M. Pytlak, T. Rowland & E. Swoboda (Eds.), *Proceedings of the 7th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 120-130). Rszéskow, Polonia: ERME.

Boero, P., Douek, N., Morselli, F. & Pedemonte, B. (2010). Argumentation and proof: A contribution to theoretical perspectives and their classroom implementation. En M.M.F. Pinto & T.F. Kawasaki (Eds.), *Proceedings of 34th International Conference of the Psychology of Mathematics Education, vol. 1* (pp. 179-205). Belo Horizonte, Brasil: PME.

Bonal, X., y González, S. (6 de abril de 2020). Confinamiento y efecto escuela. *El Periódico.* Recuperado de https://cutt.ly/7tHTGfz.

Cañizares, M. J. (1997). *Influencia del razonamiento proporcional y combinatorio y de creencias subjetivas en las intuiciones probabilísticas primarias.* Tesis doctoral, Universidad de Granada, Granada.

Cornejo-Morales, C. & Goizueta, M. (2019) El tránsito entre argumentos diagramáticos y narrativos en preescolar. Orientaciones y propuestas. *UNO, 85,* 28-31.

Cornejo-Morales, C., Goizueta, M., & Alsina, Á. (en prensa). La situación argumentativa: Un modelo para analizar la argumentación en educación matemática infantil.

De Villiers, M. (1993). El papel y la función de la demostración en matemáticas. *Épsilon, 26,* 15-30.

Douek, N. (2007). Some remarks about argumentation and proof. En P. Boero (Ed.), *Theorems in school: From history, epistemology and cognition to classroom practice* (pp. 163-181). Rotterdam: Sense Publishers.

Duval, R. (1999). *Argumentar, demostrar, explicar: ¿Continuidad o ruptura cognitiva?* Ciudad de México: Grupo Editorial Iberoamérica.

Everitt, B. S. (1999). *Chance rules: An informal guide to probability, risk, and statistics.* Nueva York, US: Copemicus/Springer-Verlag.

Fischbein, E. (1975). *The intuitive sources of probabilistic thinking in children.* Dordrecht, Países Bajos: Reidel.

Fischbein, E. (1987). *Intuition in science and mathematics.* Dordrecht, Países Bajos: Reidel.

Gal, I. (2002). Adults' statistical literacy: Meanings, components, responsibilities. *International Statistical Review, 70*(1), 1-25. https://doi.org/10.1111/j.1751-5823.2002.tb00336.x.

Gal, I. (2005). Towards 'probability literacy' for all citizens. En G. Jones (Ed.), *Exploring probability in school: Challenges for teaching and learning* (pp. 43-71). Nueva York, US: Springer. https://doi.org/10.1007/0-387-24530-8_3.

Gal, I. (2012). Developing probability literacy: needs and pressures stemming from frameworks of adult competencies and mathematics curricula. En S. J. Cho (Ed.), *Proceedings of the 12th International Congress on Mathematical Education* (pp. 1-7). Recuperado de: http://www.icme12.org/upload/upfile2/tsg/2088.pdf.

Godino, J. D. & Burgos, M. (2020). Interweaving transmission and inquiry in mathematics and sciences instruction. En K. O. Villalba-Condori et al. (Eds.), *CISETC 2019, CCIS 1191* (pp. 6–21). Cham, Suiza: Springer Nature. https://doi.org/10.1007/978-3-030-45344-2_2.

Godino, J. D., Batanero, C., & Cañizares, M. J. (1987): *Azar y probabilidad. Fundamentos didácticos y propuestas curriculares.* Madrid: Síntesis.

Goizueta, M. (2019). Epistemic issues in classroom mathematical activity: There is more to students' conversations than meets the teacher's ear. *The Journal of Mathematical Behavior, 55,* 1006915. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2019.01.007.

Goizueta, M. & Solar, H. (2019). Relaciones entre la argumentación en el aula de matemáticas y la mirada profesional del profesor. En R. Olfos, E. Ramos, & D. Zakaryan (Eds.), *Aportes a la práctica docente desde la didáctica de la matemática* (pp. 241-280). Barcelona, España: Graó.

Gundermann-Kröll, H. (2013). El método de los estudios de caso. En M. L. Tarrés (Ed.), *Observar, escuchar y comprender sobre la tradición cualitativa en la investigación* (pp. 231-264). México: El Colegio de México-FLACSO México.

Inglis, M., Mejía-Ramos J. P., & Simpson, A. (2007). Modeling mathematical argumentation: The importance of qualification. *Educational Studies in Mathematics, 66,* 3-21. https://doi.org/10.1007/s10649-006-9059-8.

Jones, G. A., Langrall, C. W., Thornton, C. A., & Mogill, A. T. (1999). Students' probabilistic thinking in instruction. *Journal for Research in Mathematics Education, 30*(5), 487–519. https://doi.org/10.2307/749771.

Knipping, C. (2008). A method for revealing structures of argumentation in classroom proving processes. *ZDM Mathematics Education, 40,* 427-441. https://doi.org/10.1007/s11858-008-0095-y.

Krummheuer, G. (1995). The ethnography of argumentation. En P. Cobb & H. Bauersfeld (Eds.), *The emergence of mathematical meaning: Interaction in classroom cultures* (pp. 229-269). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum. https://doi.org/10.4324/9780203053140-11.

Krummheuer, G. (2013). The relationship between diagrammatic argumentation and narrative argumentation in the context of the development of mathematical thinking in the early years. *Educational Studies in Mathematics, 84,* 249-265. https://doi.org/10.1007/s10649-013-9471-9.

McMillan, J.H. & Schumacher, S. (2005). *Investigación educativa.* Madrid, España: Pearson-Addison Wesley.

MINEDUC (2020). *Priorización curricular matemática.* Santiago de Chile, Chile: Unidad de Curriculum y Evaluación.

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (2000). *Principles and standards for school mathematics.* Reston, US: NCTM.

Organization for Economic Co-operation and Development (OECD) (2004). *Learning for tomorrow's world: First results from PISA 2003*. París, Francia: OECD.

Rule, P., & Mitchell, J. (2015). A necessary dialogue: Theory in case study research. *International Journal of Qualitative Methods,* 1-11. https://doi.org/10.1177/1609406915611575.

Solar, H., & Deulofeu, J. (2016). Condiciones para promover el desarrollo de la competencia de argumentación en el aula de matemáticas. *Bolema, 30*(56), 1092-1112. https://doi.org/10.1590/1980-4415v30n56a13.

Stake, R. E. (2005). Qualitative case studies. En N. Denzin & Y. Lincoln (Eds.), *The SAGE Handbook of Qualitative Research* (pp. 443-466). Thousand Oaks: SAGE Publications. https://doi.org/10.1016/B978-0-08-044894-7.01532-3.

Toulmin, S. (1958). *The uses of argument*. Cambridge, Reino Unido: Cambridge University Press.

UNESCO (2017). *Educación para los objetivos de desarrollo sostenible: objetivos de aprendizaje.* París, Francia: Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura.

Vásquez, C. & Alsina, Á. (2019a). Intuitive ideas about chance and probability in children from 4 to 6 years old. *Acta Scientiae, Revista de Ensino de Ciências e Matemática, 21*(3), 131-154. https://doi.org/10.17648/acta.scientiae.v21iss3id5215.

Vásquez, C. & Alsina, Á. (2019b). Observing mathematics teaching practices to promote professional development: An analysis of approaches to probability. *International Electronic Journal of Mathematics Education, 14*(3), 719-733. https://doi.org/0.29333/iejme/5866.

Vásquez, C. & Alsina, Á. (2019c). Diseño, construcción y validación de una pauta de observación de los significados de la probabilidad en el aula de Educación primaria. *REVEMAT, 14,* 1-20. https://doi.org/105007/1981-1322.2019.e62434.

Vásquez, C., Díaz-Levicoy, D., Coronata, C., & Alsina, Á. (2018). Alfabetización estadística y probabilística: primeros pasos para su desarrollo desde la educación infantil. *Cadernos Cenpec, 8*(1), 154-179.

Vásquez, C., Ruz, F., & Martínez, Mª.V. (2020). Recursos virtuales para la enseñanza de la estadística y la probabilidad: un aporte para la priorización curricular chilena frente a la pandemia de la COVID-19. *Tangram, 3*(2), 159- 183. https://doi.org/10.30612/tangram.v3i2.12299.

Yin, R. K. (2003). *Case study research: design and methods.* Thousand Oaks: Sage Publications.

Autores

Ángel Alsina.
Catedrático de Didáctica de las Matemáticas en la Universidad de Girona (España). Su investigación está centrada en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en las primeras edades y la formación del profesorado de matemáticas. Ha publicado numerosos artículos científicos y libros sobre educación matemática y realizado actividades de formación del profesorado de matemáticas en España y en América Latina. E-mail: angel.alsina@udg.edu.

Claudia Cornejo-Morales.
Profesora de Primaria especializada en Matemática y Ciencias de la Universidad de Santiago (USACH, Chile), Magíster en Didáctica de la Matemática (UAH, Chile) y doctoranda en Didáctica de la Matemática (PUCV, Chile). Línea de Investigación: Argumentación y comunicación en las matemáticas de las primeras edades y formación inicial del profesorado. E-mail: claudia.cornejo@usach.cl.

María Salgado.
Maestra de Educación Infantil en CEIP Plurilingüe de Sigüeiro (Oroso). Profesora asociada de Didáctica de la Matemática em la Facultad de Ciencias de la Educación, Universidad de Santiago de Compostela. Diplomada en Maestra de Educación Musical. Licenciada en Matemáticas. Doctora en Didáctica de la Matemática. Líneas de investigación: Educación matemática infantil y resolución de problemas. E-mail: maria.salgadosomoza@usc.es.