

Construcción de gráficos estadísticos por estudiantes de 8 a 9 años de edad: análisis de una experiencia de aprendizaje en tiempos de confinamiento

Daniela Latorres

danielalatorres@gmail.com

<https://orcid.org/0000-0002-7121-7114>

Pontificia Universidad Católica de Valparaíso (PUCV)
Valparaíso, Chile.

Claudia Vásquez

cavasque@uc.cl

<https://orcid.org/0000-0002-5056-5208>

Pontificia Universidad Católica de Chile (PUC)
Villarrica, Chile.

Recibido: 02/04/2021 **Aceptado:** 29/10/2021

Resumen

Esta investigación tiene como objetivo identificar y describir los errores que los estudiantes chilenos entre 8 a 9 años de edad, demuestran al construir un gráfico de barra, a partir de sus propios datos de investigación, durante una clase virtual. Este tipo de gráfico es uno de los primeros y que deben construir durante la etapa escolar. El estudio se realizó con una muestra de 14 estudiantes, los que dieron evidencia de la tarea analizada. Los resultados muestran, que la mayoría de los estudiantes se concentra en un nivel de construcción por mejorar, es decir realiza gráficos parcialmente correctos, puesto que le faltan algún elemento como rótulos o barras proporcionales. Un porcentaje no menor (36%), aún no es capaz de representar datos en el gráfico, para que estos puedan ser interpretados sin dificultades, producto de omisión del cero, ejes o una escala regresiva.

Palabras clave: Gráfico de barra. Construcción. Errores. Convenios. Educación Básica.

Construction of statistical graphs by 8 to 9 years old students: analysis of a learning experience in times of confinement.

Abstract

This research aims to identify and describe the errors that Chilean students between 8 and 9 years of age demonstrate when constructing a bar graph, from their own research data, during a virtual class. This type of graph is one of the first graphs they must construct during the school stage. The study was carried out with a sample of 14 students, who gave evidence of the task analysed. The results show that most of the students concentrate on a level of construction to be improved, i.e. they make partially correct graphs, since they are missing some element such as labels or proportional bars. A not smaller percentage (36%) is still not able to represent data on the graph so that they can be interpreted without difficulties, due to omission of zero, axes or a regressive scale.

Key words: Bar chart. Construction. Errors. Agreements. Basic Education.

Construção de gráficos estatísticos por estudantes de 8 a 9 anos: análise de uma experiência de aprendizagem em tempos de confinamento.

Resumo

Esta investigação visa identificar e descrever os erros que os estudantes chilenos entre os 8 e 9 anos de idade demonstram ao construir um gráfico de barras, a partir dos seus próprios dados de investigação, durante uma aula virtual. Este tipo de gráfico é um dos primeiros gráficos que devem construir durante a fase escolar. O estudo foi realizado com uma amostra de 14 alunos, que deram provas da tarefa analisada. Os resultados mostram que a maioria dos alunos se concentra num nível de construção a ser melhorado, ou seja, fazem gráficos parcialmente correctos, uma vez que lhes falta algum elemento, como etiquetas ou barras proporcionais. Uma percentagem não menor (36%) ainda não é capaz de representar dados no gráfico para que possam ser interpretados sem dificuldades, devido à omissão de zero, eixos ou uma escala regressiva.

Palavras-chave: *Gráfico de barras. Construção. Erros. Acordos. Educação Básica.*

Introducción

Sin duda la actual situación mundial causada por la pandemia de la Covid-19, ha familiarizado a la sociedad con la estadística. Esto producto de la gran cantidad de información que a diario se presenta ya sea en los medios de comunicación o en contextos diversos. Lo que de acuerdo con la World Health Organization (WHO, por sus siglas en inglés), nos ha expuesto a una infodemia masiva (WHO, 2020). Por tanto, es imperativo contar con conocimientos que permitan a los ciudadanos interpretar y evaluar críticamente dicha información, con el fin de tomar decisiones de manera informada, o bien, distinguir entre aquella información que no es relevante o que no se ha comunicado adecuadamente (BEN-ZVI; GARFIELD, 2004). No obstante, son numerosas las situaciones que provienen de distintos medios de comunicación que no hacen más que reflejar la urgente necesidad de alfabetizar estadísticamente a los ciudadanos (VÁSQUEZ; CORONATA; RIVAS, 2021). Esto implica, educar a los ciudadanos de hoy y del mañana para que cuenten con herramientas que les permitan desarrollar desde la primera infancia los conocimientos y capacidades para comprender e interpretar el mundo (SHARMA, 2013; BOOTE, 2014), pues los niños desde pequeños desarrollan su comprensión del mundo que les rodea por medio de un razonamiento causal y estadístico (YUROVSKY; BOYER; SMITH; YU, 2013). Por tanto, es necesario introducir el estudio de la estadística desde temprana edad, lo que cual permitirá allanar el camino para un desarrollo gradual de la alfabetización estadística. Es en esta dirección que se observa durante las últimas décadas la incorporación de estos temas en los currículos de Educación Matemática para la Educación Infantil y la Educación

Básica de diversos países. Vásquez y Cabrera (en revisión), analizan la presencia de las ideas estadísticas fundamentales (BURRILL; BIEHLER, 2011) en los currículos de matemática para infantil y básica de Estados Unidos (NCTM, 2000; CCSSM, 2010), Chile (MINEDUC, 2012; MINEDUC 2018), Singapur (MOE, 2012a; MOE, 2012b), Nueva Zelanda (MOE, 2017), Australia (ACARA, 2015) y España (BOE, 2007; BOE 2014); evidenciando que, en el caso de la Educación Infantil y los primeros años de Educación Básica un aspecto clave son las representaciones estadísticas, su construcción y comprensión, que son abordadas con distintos niveles de profundidad acordes con las edades de los estudiantes.

En el caso del currículo chileno de Educación Matemática para la Educación Básica (MINEDUC, 2012), desde primer año básico (6-7 años de edad) se observan en el eje temático de Datos y probabilidades, objetivos de aprendizaje vinculados a la recolección y registro de datos, así como la construcción, lectura e interpretación de gráficos. Donde a partir del desarrollo de habilidades de manera progresiva los estudiantes lleguen al último nivel de Educación Básica (13-14 años de edad) a construir gráficos de barra doble y circulares, con sus respectivas interpretaciones o conclusiones. Sin embargo, producto de la pandemia provocada por el coronavirus (SARS-CoV-2), el Ministerio de Educación chileno [MINEDUC] ha definido un curriculum transitorio para la emergencia (MINEDUC, 2020) válido, en principio, para los años 2020 y 2021. En dicha priorización se observa una disminución en un 64% de los objetivos de aprendizaje vinculados al eje de datos y probabilidades, pese a que en este momento estos son esenciales para comprender la gran avalancha de datos e información proveniente de diversos medios de comunicación (VÁSQUEZ; RUZ; MARTÍNEZ, 2020). Donde una de las consecuencias de tal disminución se ve reflejada en el hecho de que, en este contexto de priorización curricular, el estudio de temas vinculados a estadística se inicia por primera vez desde el tercer curso de Educación Básica (8-9 años de edad), a través del objetivo de aprendizaje de *“construir, leer e interpretar pictogramas y gráficos de barra simple con escala, en base a información recolectada o dada”* (MINEDUC, 2020, p. 13)

Ahora bien, respecto de los gráficos estadísticos que corresponden a nuestro foco de estudio, sabemos que son un campo bastante explorado y que cada vez cobra mayor presencia en la agenda de investigación en Educación Estadística, ofreciendo desde hace varias décadas diversos análisis respecto de lo que implica su comprensión (e.g. AOYAMA, 2007; AOYAMA; STEPHEN, 2003; BERTIN, 1967; CURCIO, 1987; FRIEL; CURCIO; BRIGTH, 2001;

GERBER; BOULTON-LEWIS; BRUCE, 1995; SHAUGHNESSY; GARFIELD; GREER, 1996). Pues, de acuerdo con Arteaga, Batanero, Contreras y Cañadas (2016), los gráficos estadísticos “son un instrumento esencial en el análisis estadístico, pues permiten obtener información no visible en los datos, mediante su representación sintetizada. Ello siempre que se elija un gráfico adecuado y no se introduzcan errores es su construcción, pues dichos errores pueden llevar a conclusiones incorrectas en el análisis estadístico posterior” (p. 16). Por tanto, la comprensión gráfica no solo refiere a la capacidad de derivar significado de los gráficos estadísticos (rol de interpretador), sino también reclama el rol de creador o constructor gráficos (FRIEL; CURCIO; BRIGTH, 2001).

No obstante, la investigación enfocada en los errores que cometen estudiantes, futuros profesores y profesores al construir gráficos estadísticos es aún un campo poco explorado, sobre todo en el contexto chileno donde tales investigaciones son aún más escasas (DÍAZ-LEVICOY; BATANERO; ARTEAGA, 2018), en especial, las referidas a las dificultades que presentan los estudiantes de Educación Básica.

Desde este punto de vista, en este estudio nos enfocamos en indagar e identificar los errores que presentan 14 estudiantes de 3° año de Educación Básica (8-9 años de edad), al enfrentarse a la tarea de construir gráficos de barra simple con escala, a partir de sus propios datos de investigación, en un escenario de clases sincrónica. Lo anterior, con el propósito de dar respuesta al siguiente interrogante: ¿qué errores cometen estudiantes de 8 a 9 años de edad al construir gráficos de barra simple con escala? El tener claridad respecto de tales errores, permitirá organizar y diseñar actividades que permitan a los estudiantes superar tales errores y, a la vez contar con insumos para la formación del profesorado.

Marco teórico

Los gráficos estadísticos son una herramienta que permite presentar visualmente un conjunto de datos con el propósito de facilitar su entendimiento y análisis. Si bien existen concepciones diversas respecto de la comprensión gráfica, éstas cuentan con elementos comunes. Wu (2004) plantea que la comprensión gráfica debe considerar no tan solo la lectura, interpretación y evaluación de gráficos estadísticos, sino también su construcción. De acuerdo con Arteaga, Batanero, Cañadas y Contreras (2001) para el desarrollo de la comprensión gráfica, es fundamental que los estudiantes obtengan la destreza de construir gráficos estadísticos claros, es decir gráficos que cumplan convenios de construcción, lo que permitirá que cualquier sujeto

pueda comprender y obtener información a partir de los datos graficados. En esta línea Kosslyn (1985) menciona que, para una correcta construcción de gráficos estadísticos, se deben considerar los siguientes elementos: a) *plano de fondo*, es el soporte o base para la construcción del gráfico. Este fondo puede ser liso, con dibujos o fotografías relacionadas con el contexto de los datos; b) *estructura del gráfico*, o elementos que entreguen información y sobre el cual está representada. En el gráfico de barra, su componente principal está formada por el eje cartesiano bidimensional; c) *contenido pictórico*, se refiere a los elementos utilizados para la representación de información, en el caso del gráfico de barra, sería cada una de las barras; y d) *rótulos*, entendidos como la expresión por palabras y números que dan cuenta de la variable representada, la escala y las unidades en los ejes y título del gráfico.

Lo anterior cobra especial importancia si consideramos que, para la correcta interpretación de un gráfico estadístico, es esencial realizar una traducción entre lo que representa el gráfico y la realidad. Lo que de acuerdo con Curcio (1987), requiere conocer los siguientes elementos constituyentes de los gráficos estadísticos: a) *palabras o expresiones* presentes en el gráfico, como el título, etiquetas de los ejes y escalas que otorgan información al lector respecto del contexto, las variables y las relaciones representadas en el gráfico; b) *contenido matemático subyacente*, entendidos como aquellos conceptos matemáticos que se encuentran implícitos en el gráfico y que son necesarios de dominar para su correcta interpretación; y c) *convenios específicos para cada gráfico estadístico*, que se usan en cada tipo de gráfico y que se deben conocer para una correcta lectura o construcción.

A partir de tales elementos, Friel, Curcio y Bright (2001) plantean que, en la construcción de gráficos estadísticos, además de los convenios de construcción es necesario conocer los siguientes elementos estructurales: a) *título y etiquetas*, dan información respecto del contexto y las variables representadas; b) *marco del gráfico*, informa sobre las unidades de medidas y magnitudes representadas, las que incluye los ejes, escalas y marcas de referencias en cada eje; c) *especificadores del gráfico*, siendo los elementos visuales que representan datos, como los rectángulos (en el histograma) o los puntos (en el diagrama de dispersión). Para Wilkinson (2005), el tener que considerar esta serie de elementos para una correcta construcción, implica que sea una actividad semiótica compleja, puesto que el sujeto que construye requiere de la comprensión e interpretación de cada componente descrito, es decir de todo lo que implica un gráfico. Por su parte, Arteaga y colaboradores (ARTEAGA, 2011; BATANERO; ARTEAGA;

RUIZ, 2010), reconocen la complejidad semiótica de la tarea de construir gráficos estadísticos, por lo que proponen cuatro niveles de complejidad semiótica en la construcción de gráficos estadísticos: a) *nivel 1. Representación de datos individuales*. Gráfico que representa datos aislados, sin el cálculo de frecuencias, cuando se repite un dato; b) *nivel 2. Representación de una lista de datos, sin llegar a resumir su distribución*. En el gráfico se representan los datos tal cual se ordenan en un listado; c) *nivel 3. Representación de una distribución de datos*. Se agrupan los datos que corresponden al mismo valor de la variable y calculando las frecuencias respectivas. Se observan los datos ordenados, según el orden numérico; y d) *nivel 4. Representación de varias distribuciones sobre un mismo gráfico*. En el mismo gráfico estadístico se representa dos o más distribuciones de frecuencias.

Esta complejidad en la construcción de gráficos estadísticos ha llevado a distinguir grados de corrección en la construcción de gráficos estadísticos, los cuales de acuerdo con Arteaga, Batanero, Cañadas y Contreras (2016), se definen según los siguientes criterios: a) *gráfico correcto o básicamente correcto*. Considera los convenios de construcción, incluyendo rótulos y etiquetas comprensibles y adecuados; b) *gráfico parcialmente correcto*. Si bien se observa algún tipo de error u omisión menor, el resto de los elementos del gráfico son correctos; y c) *gráfico incorrecto*. Corresponde a aquellos gráficos que representan de forma inadecuada los datos, produciendo un gráfico estadístico sin sentido, por no respetar los convenios de construcción.

Antecedentes

La construcción de gráficos estadísticos, a diferencia de la lectura de gráficos, es considerada una tarea de un nivel de complejidad mayor (DÍAZ-LEVICOY; BATANERO; ARTEAGA, 2018); y requiere otorgar libertad a los estudiantes para que sean capaces de construir gráficos sin demasiadas restricciones, potenciando que realicen construcciones originales de los datos aun cuando estas no sean estadísticamente correctas (WATSON, 2006).

Li y Shen (1992), analizaron los gráficos estadísticos contruidos por estudiantes de secundaria. Los resultados muestran diversos errores, tales como el uso de polígonos de frecuencias con variables cualitativas, uso de gráfico de barras horizontal para representar datos que debieran representarse en un gráfico de dispersión. Así como la construcción de gráficos sin sentido, elección de una escala inadecuada, omisión de escalas en alguno de los ejes o en

ambos, no señalar el origen de coordenadas, y no proporcionar suficientes divisiones en las escalas de los ejes.

Guimarães (2002) plantea dos tareas vinculadas a la interpretación y construcción de gráfico de barras a 107 estudiantes brasileiros de 3° año de Educación Básica. Con respecto a la construcción, los problemas más notables fueron la definición de una escala apropiada, omisión de etiquetas a las barras y errores en la representación de valores de la variable.

Wu (2004), analiza los errores cometidos por 907 estudiantes de secundaria de Singapur al trabajar con distintos tipos de gráficos. Los resultados muestran distintos tipos de errores, tales como: errores de comprensión, explicaciones incorrectas, errores de cálculo, errores en las escalas, errores en títulos, etiquetas o especificadores, errores en gráficos de sectores, problemas con el tamaño de los elementos en un pictograma, confusión entre gráficos parecidos pero de naturaleza distinta, confusión entre frecuencia y valor de la variable, errores al manejar información proveniente de los gráficos, problemas en el uso del contexto. De los cuales los más comunes fueron los referentes a las escalas y especificadores del gráfico, así como la comprensión de la información representada.

Bruno y Espinel (2005), analizan la construcción, a partir de una lista de datos, de histogramas y polígonos de frecuencias por 39 futuros profesores. Los resultados muestran errores en la definición de intervalos, uso de barras no adosadas en histogramas, ausencia de etiquetas y omisión de intervalos de frecuencia nula.

Fernandes, Morais y Lacaz (2011), estudian la construcción de gráficos estadísticos con datos discretos y continuos por 108 estudiantes de 9° grado. Los resultados muestran dificultades en la construcción de gráficos con datos continuos. Además del uso de gráficos no adecuados a la naturaleza de los datos, ausencia de etiquetas y títulos en los ejes, y uso de escala no proporcional.

Bivar (2012), plantea la construcción de gráficos de barras a 16 estudiantes brasileiros de 5° año de Educación Básica. Se evidencia que un 62% de los estudiantes construye correctamente el gráfico a partir de la distribución de frecuencias. Sin embargo, muestran problema al momento de asignar las etiquetas y escalas.

Cruz (2013), propone dos actividades de construcción de gráfico de barra a 22 estudiantes de 3° de Educación Básica en Portugal. Los resultados muestran que, el 24 % de los alumnos no selecciona una escala proporcional, o bien representan los valores de la tabla en el

orden en que aparecen, y omiten las etiquetas de los ejes (67% en eje X y el 62% en el Y). En lo que respecta a la construcción de las barras, las dibujan de diferentes anchos (57%) y la separación entre barras no es homogénea (76%).

Evangelista, Oliveira y Ribeiro (2014), realizan un estudio que solicita a 46 estudiantes brasileros de 5° año de Educación Básica construir gráficos estadísticos sin especificar algún tipo. Los resultados indican, que el 88,1% de los estudiantes fue capaz de realizar una construcción de un gráfico, pero ninguno de ellos asignó un título general al gráfico y solo el 3,3% asignó etiquetas a los ejes. Con respecto a la escala el 19,6% realizo una adecuada.

Ruiz (2015), estudia cómo construyen gráficos 31 estudiantes colombianos de 5° año de Educación Básica, cuando se les propone la tarea de construir un gráfico a partir de información presente en un pictograma o a partir de una o dos distribuciones datos provenientes de tablas estadísticas. Los resultados muestran que el gráfico más utilizado es el de barra, además de presentar errores para establecer frecuencias, asignación de rótulos y en la definición de escalas.

Arteaga, Batanero, Cañadas y Contreras (2016), realizan un estudio con 207 futuros profesores de Educación Básica, planteando una tarea en la que no especificaba que debían construir gráficos, pero como explicitan los autores “indica la necesidad que sienten de construir un gráfico para encontrar alguna información no presente en los datos brutos que le permite resolver el problema” (p. 22). Ante esto, identifican una serie de errores, alrededor de un 50% de los futuros profesores construye un gráfico básicamente correcto, por lo que, la mitad de los futuros docentes realizan un diagrama con algún tipo de error. Siendo uno de los más frecuentes, el de escala (20%) no siendo proporcional o con una representación equivocada de números en la recta. Otros errores reportados fueron: altura de la barra o área del rectángulo y del sector circular, no proporcional a la frecuencia, intercambio de la frecuencia y valor de la variable en los ejes, rótulos confusos, valores erróneos en las escalas u omisión, y representación de variables, medias o medianas no relacionadas en el mismo gráfico.

Díaz-Levicoy, Batanero y Arteaga (2018), muestran las dificultades, de 745 estudiantes chilenos de 6° y 7° año de Educación Básica, al construir diagramas de barras. Siendo la más frecuente la asignación de rótulos (un 65% en 6° año y 53,2% en 7° año), seguida por la construcción de las barras, las cuales se relaciona con aspectos geométricos por la ubicación de paralelismo, la congruencia del ancho y distancia entre barras (44,2% en 6° año y 32,9% en 7°

año). Los autores afirman que, estas dificultades se explican por la cantidad de elementos estructurales y conceptos que hay que considerar al momento de construir un gráfico estadístico.

Los antecedentes antes descritos, ponen de manifiesto los errores que presentan estudiantes y futuros profesores al momento de construir un gráfico estadístico. Al ser la construcción de gráficos estadísticos un objetivo de aprendizaje presente en el currículo chileno de Educación Matemática (MINEDUC, 2012), consideramos necesario complementar los resultados de tales investigaciones, por lo que en este estudio se analizan los errores que presentan estudiantes chilenos de 3° año Educación Primaria, al construir gráficos de barra simple, a partir de sus propios datos de investigación.

Método

Este estudio corresponde a una investigación cualitativa y descriptiva (BISQUERRA, 2009) que busca indagar en las dificultades o errores que presentan un grupo de 14 estudiantes chilenos de 3° año de Educación Básica (8-9 años de edad), siendo el 43,8% niñas y el 57,1% niños. De acuerdo con el objetivo de aprendizaje priorizado para este nivel educativo, correspondiente a “construir, leer e interpretar pictogramas y gráficos de barra simple con escala, en base a información recolectada o dada” (MINEDUC, 2020, p.13); se les solicita la tarea de construir gráficos de barra simple en una clase virtual en contexto de confinamiento en casa. En concreto, se diseñó un estudio de casos múltiples (STAKE, 2005). Los gráficos fueron construidos durante una clase de Matemática, en la unidad de aprendizaje Datos y probabilidad, en una secuencia de clases virtuales, en modalidad sincrónica, a través de la plataforma Messenger de WhatsApp.

En la actividad, los estudiantes observaron y describieron gráficos de barra, conduciéndolos al reconocimiento de sus elementos propios. Durante el proceso, utilizaron la plantilla con la tarea (Figura 1), lápices y regla. Una vez terminado el gráfico e interpretación de los datos, los estudiantes compartían por pantalla sus trabajos, para que fueran comentados por sus compañeros. Por último, enviaron fotografías de sus producciones a la profesora vía WhatsApp. Cabe señalar, que los datos representados en los gráficos fueron recogidos por cada estudiante, pues previamente se les asignó la tarea de responder a la pregunta: ¿cuántas veces te lavas las manos durante cinco días?, por lo que contaron con una semana para reunir y registrar la información. Durante el proceso, en la mayoría de los casos, los estudiantes registraron los datos en tablas de conteo, especificando en una columna los días y en la otra columna algún tipo

de marcas. A partir de tal registro se les solicitó traducir la información para llevarla a una tabla de frecuencia. En la última actividad, se les da la opción que usen una de las dos tablas para la construcción de un gráfico de barra, prefiriendo principalmente la tabla de frecuencia. Finalizada cada actividad, los estudiantes debían responder e interpretar la información representada. Es importante precisar que, al ser una investigación personal, los datos obtenidos por el alumnado fueron diferentes. Por lo tanto, las tablas y gráficos elaborados corresponden a representaciones de distintas frecuencias, que dependen de los registros diarios que realizaron sobre la actividad de lavado de manos.

Figura 1 – Tareas propuestas a los estudiantes.

Clase 1: Matemática	Fecha:
Actividad 1: construye una <u>tabla de conteo</u> , a partir de la información recopilada en tu investigación, sobre la cantidad de veces que te lavas las manos, durante cinco días.	
Actividad 2: construye una <u>tabla de frecuencia</u> , a partir de la información recopilada, de la cantidad de veces que te lavas las manos, durante cinco días.	
Clase 2: Matemática	Fecha:
Actividad 1: con los datos recolectados en tu investigación y ordenados en la tabla de conteo o en la tabla de frecuencia, construye un gráfico de barra.	

Fuente: elaboración propia.

Para este estudio, solo consideramos los gráficos construidos por los estudiantes, los cuales fueron categorizadas de acuerdo con los tres tipos de corrección de gráficos, propuestos por Arteaga et al. (2016), para luego clasificar los errores presentes en los gráficos parcialmente correctos y los gráficos incorrectos.

Resultados

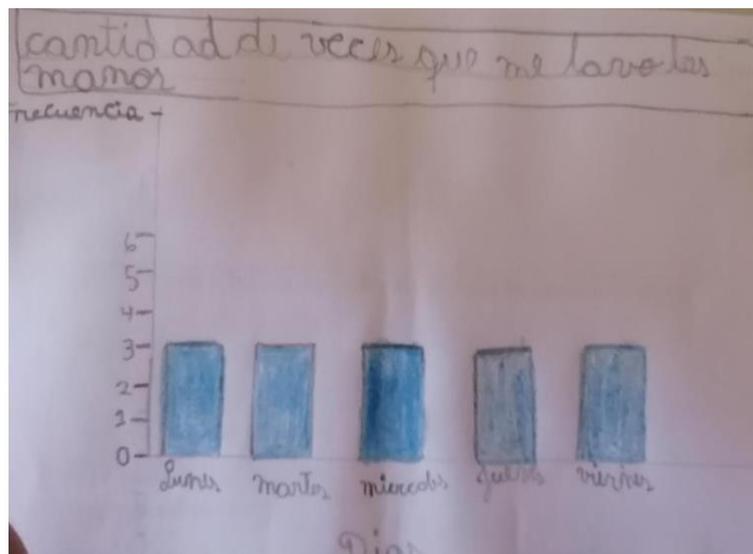
A continuación, se categorizan los gráficos de barras construidos por los estudiantes, describiendo los errores cometidos en los gráficos parcialmente correctos e incorrectos. Se finaliza con un cuadro resumen que muestra los porcentajes según cada clasificación y tipo de error.

Grado de corrección de los gráficos estadísticos

Para la clasificación se consideró el estudio de Arteaga et al., (2016) que propone tres tipos de corrección de gráficos.

Gráfico correcto o básicamente correcto. En esta clasificación se consideran los gráficos que sigue los convenios y elementos de construcción (CURCIO, 1987; KOSSLYN, 1985), es decir, la escala es proporcional, asigna rótulos en contexto, representa correctamente las categorías y frecuencias. Dentro de esta categoría, también se consideran los diagramas que no tienen título general o que presenta líneas adicionales (ARTEAGA et al., 2016). En la Figura 2, se evidencia un gráfico de un estudiante de la muestra, clasificado esta categoría, por presentar una escala adecuada y proporcional, barras paralelas y coincidentes con la frecuencia. Los rótulos y título general son adecuados y en contexto al tema de los datos graficados.

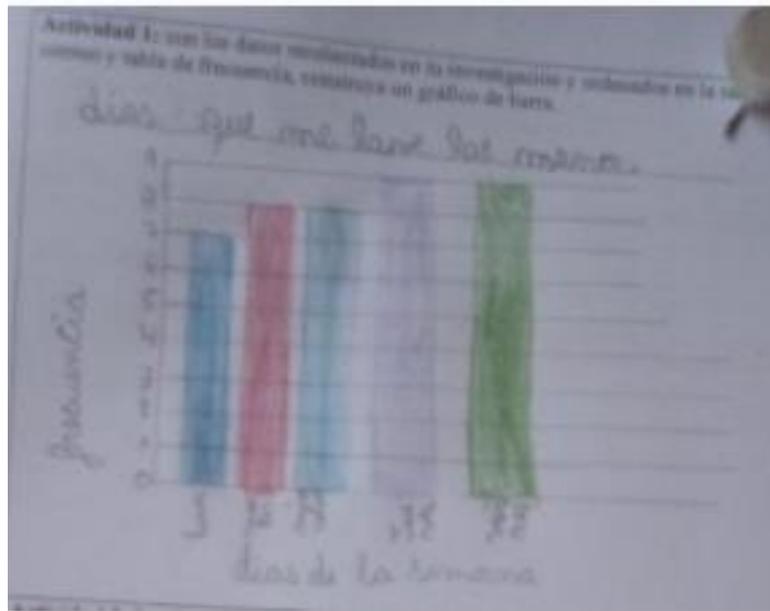
Figura 2 – Gráfico correcto.



Fuente: elaboración propia.

Gráfico parcialmente correcto. En esta categoría se consideran los diagramas que tienen un error u omisión, con respecto a los convenios o elementos de construcción. En la Figura 3, se evidencia la asignación de un título central, que no indica el contexto de los datos. Mientras, los otros elementos de construcción son correctos. La omisiones o errores relacionadas en esta categoría se analizan más adelante.

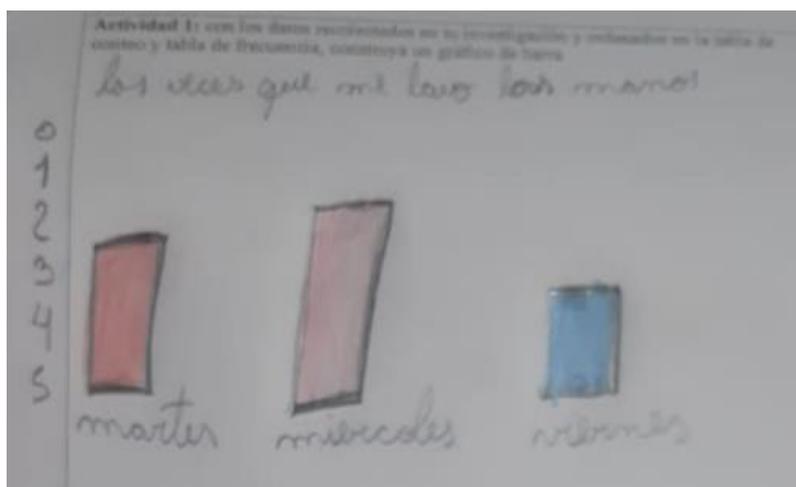
Figura 3 – Gráfico parcialmente correcto.



Fuente: elaboración propia.

Gráfico incorrecto. En la construcción de este tipo de gráficos, no se respetan convenios ni elementos de construcción. Por tanto, el gráfico pierde sentido de comunicar información a través de los datos. Un ejemplo de esta clasificación se muestra en la Figura 4, podemos observar que no existe una escala adecuada, ni proporcional, las barras no son paralelas, no presenta rótulos y ejes. El análisis de los tipos de errores de esta categoría se da a conocer más adelante.

Figura 4 – Gráfico incorrecto.



Fuente: elaboración propia.

La Tabla 1 muestra un resumen de la corrección de los gráficos alcanzada por los estudiantes.

Tabla 1 – Porcentaje de estudiantes según corrección de gráfico de barras.

Categoría	Porcentaje
Gráfico básicamente correcto	21%
Gráfico parcialmente correcto	43%
Gráfico incorrecto	36%

Fuente: elaboración propia.

A partir de la Tabla 1, se observa que la categoría más frecuente fue la construcción de gráficos parcialmente correctos; al considerar los gráficos básicamente correctos y particularmente correctos éstos alcanzan un 64%, siendo un porcentaje no bajo por el nivel escolar en que se encuentran, donde su experiencia en la tarea es acotada, además de las circunstancias de virtualidad en que se dio el desarrollo.

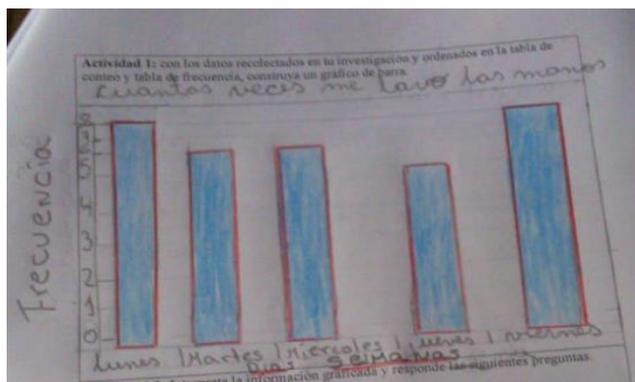
El porcentaje de gráficos incorrectos (36%) pueden ser producto de múltiples factores como, por ejemplo, la edad de los estudiantes participantes de esta investigación (8 a 9 años), la modalidad del desarrollo de la clase (clase sincrónica, a través de la plataforma Messenger), los conocimientos previos o el tratamiento que da el docente al momento de enseñar el objeto matemático.

Tipos de errores en aquellos gráficos parcialmente correctos

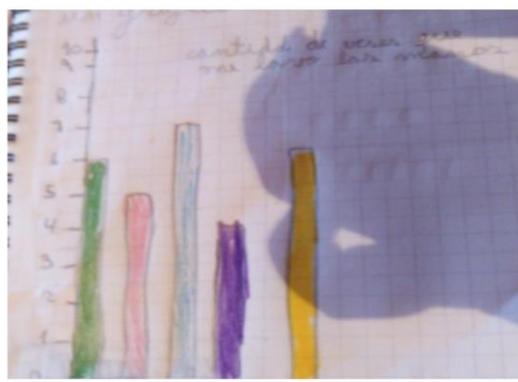
A continuación, se analizan y categorizan los tipos de errores de construcción de esta categoría. En la Figura 5, se observan gráficos con errores, realizado por parte de la muestra de la investigación.

- 1) *Escala no proporcional.* La escala del gráfico no tiene igual magnitud entre números. De acuerdo con Díaz-Levicoy et al., (2018), en esta categoría se incluyen aquellos gráficos en los que el cero no está ubicado en la intersección de los dos ejes. En la Figura 5(a), se muestra que el estudiante construye una escala en el eje Y, la cual no es de igual magnitud, sobre todo al finalizar la escala, además se aprecia que el cero no se ubica en el punto de origen, estando más arriba que el inicio de las barras. Este error también es evidenciado por Cruz (2013) y Ruiz (2015), con estudiantes de Educación Básica.
- 2) *Omisión o errores de los rótulos.* Las palabras que acompañan a los gráficos son los que dan el contexto o información necesaria para su interpretación, por lo que son elementos esenciales en la construcción de gráficos (CURCIO,1987). Por ejemplo, en la Figura 5(b) el estudiante representa de manera correcta el título central, pero omite los rótulos de los ejes. Dejando de aportar información necesaria para comprender los datos graficados.
- 3) *Barras con diferente ancho y/o separación.* Las barras construidas en el gráfico, al no ser construidas en cuadrículas o la no utilización de instrumentos de medida, como la regla, produce diferentes anchos de las barras, perdiendo nociones geométricas, con respecto a la forma rectangular y paralelismo entre ellas (Ruiz, 2015). Una muestra de lo anterior es la Figura 5(c), donde el estudiante dibuja las barras sin considerar simetría entre ellas. Además, al no ser rectangular las barras, no se procura que el término superior coincida exactamente con la frecuencia correcta.
- 4) *Valor numérico faltante en la recta real.* Arteaga et al., (2016) reconocen la omisión en la construcción de valores en la recta de los datos o frecuencia. En la Figura 5(d), se muestra que el estudiante no considera los cinco días de la semana que debía representar y que sí estaban representados en su tabla de frecuencia.

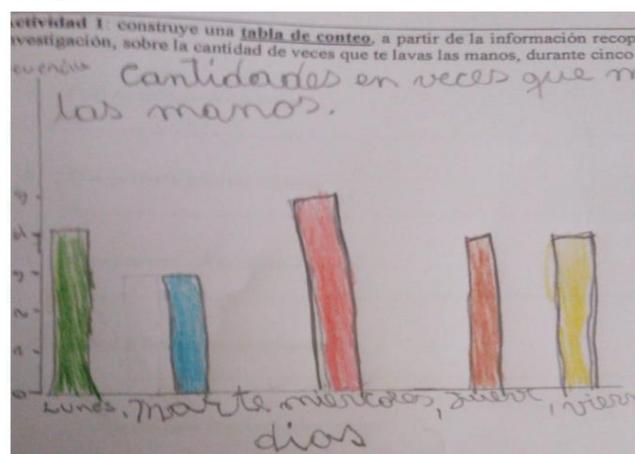
Figura 5 – Tipos de errores de gráficos parcialmente correctos.



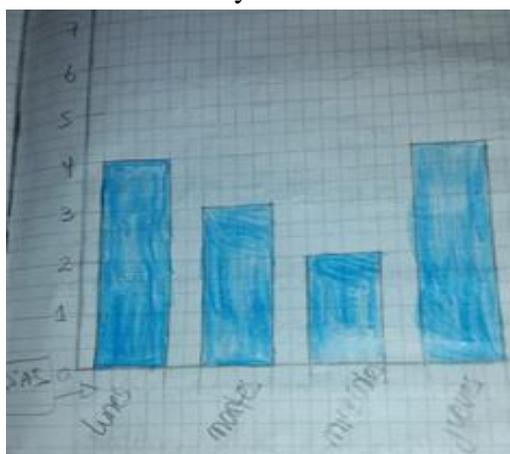
(a) Gráfico parcialmente correcto, con error de escala.



(b) Gráfico parcialmente correcto, con omisión de rótulo y título.



(c) Gráfico parcialmente correcto, barras con diferente ancho y/o separación.



(d) Gráfico parcialmente correcto, no considera todos los datos al momento de graficar.

Fuente: elaboración propia.

En la Tabla 2 se presenta el porcentaje de errores cometidos en los gráficos parcialmente correctos. Es importante señalar que un estudiante puede tener más de un tipo de error. Los tipos de errores más frecuentes fueron omisión o error de rótulos, con un 64,2% que coincide con los resultados obtenidos por Díaz-Levicoy et al., (2018), donde el 59,2% de los estudiantes de 6° y 7° año básico comete este tipo de error. El segundo error más cometido por los estudiantes se relaciona con las representaciones de las barras, con un 57,1%, reflejándose en que sus anchos no son homogéneos, no conserva paralelismo o sus separaciones, entre barras, son diferentes.

Tabla 2 – Porcentaje de estudiantes que comete algún tipo de error en la construcción de gráficos parcialmente correcto.

Categoría	Tipo de error	Porcentaje
Gráfico parcialmente correcto	Escala no proporcional.	28,5%
	Omisión o errores de los rótulos	64,2%
	Barras con diferente ancho y/o separación	57,1%
	Valor numérico faltante en la recta real	28,5%

Fuente: elaboración propia.

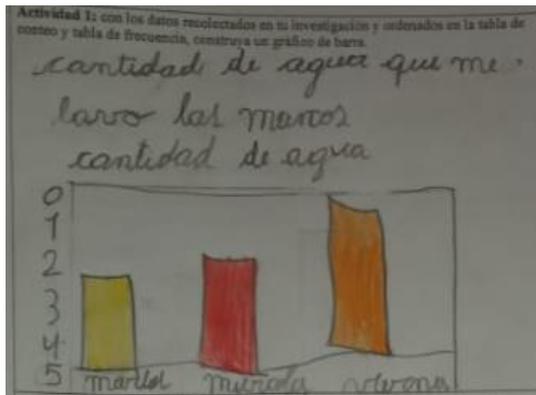
Los errores antes descritos, se relacionan con los elementos de construcción, propios de los gráficos de barra. Cabe señalar, dado que este grupo de estudiantes participantes de este estudio se encuentran en un nivel inicial en el desarrollo de la alfabetización estadística, será necesario que en las próximas construcciones se retroalimenten estos errores, con la intención que comprendan el sentido y función que tiene cada parte de un gráfico de barra, para que no pierda su objetivo de informar, por medio de la interpretación.

Tipos de errores en gráficos incorrectos

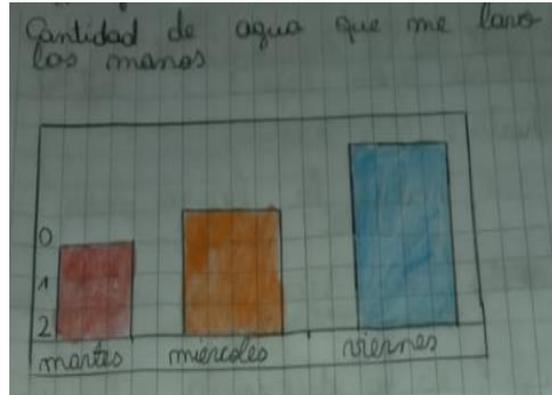
El porcentaje de estudiantes que no logran incorporar elementos esenciales en un gráfico es de un 36%, lo que se traduce a una cantidad de estudiantes no menor, lo que hace de suma importancia detectar las dificultades, para luego hacer una devolución coherente con las necesidades u obstáculos presentados.

- 1) *Escala regresiva*. Lo denominamos de esta forma por ser un hallazgo no documentado con esa especificidad. Lo que se relaciona a este error, es lo planteado por Arteaga et al (2016), como una escala inapropiada. Describiendo el tipo de error en el eje Y, en que se construye una escala que comienza desde el número mayor hasta llegar a cero, lo que demuestra la falta de comprensión del sentido de representación de las barras. En la Figura 6a, podemos observar un ejemplo que la escala comienza desde el cinco terminando con el cero, lo que conlleva a que la representación de las barras también presente errores. En la Figura 6b, se demuestra lo mismo que en el ejemplo anterior, pero comenzando, de abajo hasta arriba, con el dos llegando a cero, respectivamente. Evidenciando, lo que la barra del viernes supera los valores de la escala.

Figura 6 – Gráficos incorrectos, con escala regresiva.



(a) Escala regresiva del 5 al 0



(b) Escala regresiva del 2 al 0

Fuente: elaboración propia.

- 2) *Omisión del cero.* Se refiere cuando la escala usada para representar la frecuencia no considera como punto de inicio el cero. En la Figura 7, el estudiante considera desde el uno para ubicar las barras, lo que evidencia una falta del sentido y valor numérico. Cabe mencionar, que la Figura 7, no solo presentan este error, por lo que se presentan solo como una forma de ejemplificar. Guimarães (2002) y Arteaga et al (2016) identifican este error como “valores numéricos faltantes”, pero no hay una descripción más detallada sobre la falta del cero en la escala.

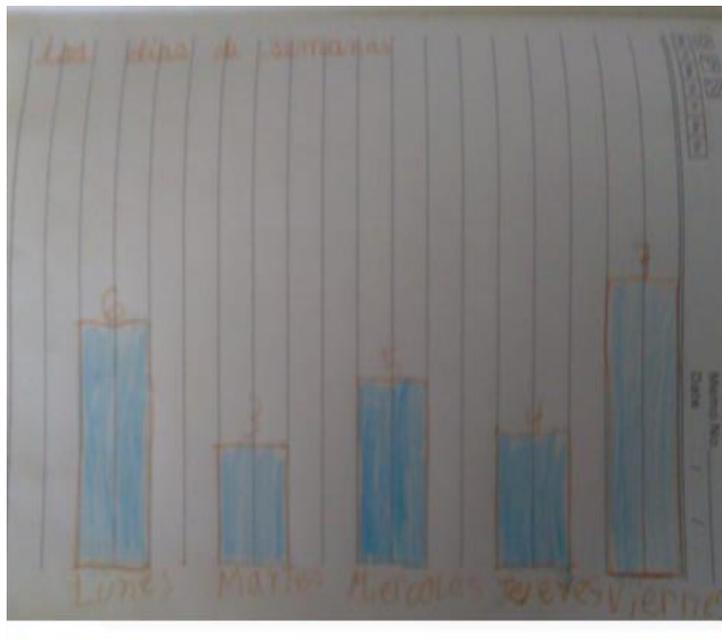
Figura 7 – Gráfico incorrecto, con omisión del cero.



Fuente: elaboración propia.

- 3) *Omisión de construcción de ejes.* Es cuando la construcción del gráfico no considera componentes de estructura esencial, que en el gráfico de barra es el eje cartesiano bidimensional (KOSSLYN, 1985; WILKINSON, 2005). En la Figura 8, el estudiante no traza los ejes, ubicando la frecuencia de cada variable sobre las barras. Además, en este gráfico hay ausencia de rótulos y el título no corresponde a los datos de la investigación. Por otro lado, existe una desproporción entre la barra del martes y viernes, siendo ambas frecuencias tres, pero la superficie de las barras es evidentemente diferente.

Figura 8 – Gráfico incorrecto, omisión de eje.



Fuente: elaboración propia.

En la Tabla 3, se resume los tipos de errores de los gráficos incorrectos. El 36% de los estudiantes construye gráficos sin sentido, es decir los datos son organizados sin considerar convenios de construcción, ni aspectos que contribuyan a que los datos organizados comuniquen información acorde al tema. El error más frecuente fue que los estudiantes no construyen los ejes que le dan una estructura al gráfico y proporciona información de la variable y frecuencia. Los errores de escala regresiva y omisión de cero se relacionan con una falta de comprensión del sentido numérico, el cual se refleja al construir las barras.

Tabla 3 – Porcentaje de estudiantes que comete algún tipo de error en la construcción de gráficos incorrectos.

Categoría	Tipo de error	Porcentaje
Gráfico incorrecto	Omisión de construcción de ejes	35,7%
	Escala regresiva	21,4%
	Omisión del cero	14,2%

Fuente: elaboración propia.

Los gráficos incorrectos, muestran una falta de conocimiento de los convenios y elementos de construcción, es por esto por lo que la devolución y observación de sus mismos gráficos, se puede considerar como un insumo para aprender desde el error. Reforzando aspectos propios de la construcción como, por ejemplo, el uso de regla y los elementos esenciales que debe tener un gráfico de barra, para que su propósito de entregar información no se pierda.

Por otro lado, consideramos que el tipo de tarea que desarrollaron los estudiantes que conforman el grupo de estudio, se encuentra en el Nivel 2 de complejidad semiótica. Dado que, los datos representados en el gráfico de barra siguen en el mismo orden que los datos que registraron y ordenaron en las tablas de conteo y de frecuencia.

Consideraciones finales

En este estudio hemos analizado los errores que presentan estudiantes 14 estudiantes chilenos de 3° año básico, al construir gráficos de barra, en una modalidad de clase sincrónica, producto del contexto de pandemia.

Los resultados evidencian errores en la construcción de gráficos de barras, en especial, aquellas vinculadas a la poca comprensión del concepto horizontal y vertical al momento de dibujar los ejes, así como el correcto uso de la regla, al momento de trazar los ejes y dibujar las barras. Lo anterior, consideramos que incide en el porcentaje de estudiantes que logra producir un gráfico de barras parcialmente correcto. Por lo que es importante, como docentes ser conscientes que la construcción de gráficos es una habilidad que se va desarrollando a lo largo de toda etapa escolar. Por consiguiente, se debe estar atentos a los errores que pueden presentar los estudiantes de manera de remediarlos oportunamente. Pues, no hay que olvidar que una correcta construcción de gráficos de barra facilitará la interpretación de datos, no solo aquella graficada por los alumnos, sino también la representada en otros contextos (FRIEL; CURCIO; BRIGTH, 2001). Lo anterior, nos invita a “reorientar la enseñanza de la estadística hacia una enseñanza en contexto que permita a los ciudadanos de hoy y mañana comprender

adecuadamente la información estadística para afrontar los desafíos actuales y futuros de un mundo complejo y cambiante” (VÁSQUEZ, 2021, p.186).

Una limitación de nuestro trabajo es que el análisis se realiza a partir de las producciones de 14 estudiantes, no obstante, los errores cometidos en las construcciones son similares a los reportados en otras investigaciones con estudiantes de edades superiores (LI; SHEN, 1992; WU, 2004; BRUNO; ESPINEL, 2005; FERNANDES; MORAIS; LACAZ, 2011; BIVAR, 2012; EVANGELISTA; OLIVIERA; RIBEIRO, 2014; RUIZ, 2015; ARTEAGA; BATANERO; CAÑADAS; CONTRERAS, 2016; DÍAZ-LEVICOY; BATANERO; ARTEAGA, 2018). Lo que otorga gran valor a este estudio desarrollado con niños de 8 a 9 años de edad, pues la literatura existente al respecto, en el contexto chileno, es escasa en estos niveles educativos. Además, en este estudio se evidencia un error de escala no reportado que es la “*escala regresiva*”; ofreciendo nuevos aspectos a considerar en la enseñanza de la construcción de gráficos de barra en estas edades.

Finalmente, queremos enfatizar en que, dado que el trabajo virtual implica la incorporación en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las familias de los estudiantes, ya que en general estos se encuentran acompañados por alguno de ellos, lo que sin duda interviene en el desarrollo de las tareas, consideramos que es importante potenciar instancias que promuevan el desarrollo de la alfabetización estadística de adultos tutores de estudiantes. Lo que, sin duda, repercutirá de manera positiva en la alfabetización estadística de los niños. Por lo tanto, en estudio posteriores, será necesario indagar en estos aspectos.

Agradecimientos

Trabajo realizado en el marco del proyecto FONDECYT N° 1200356 financiado por la Agencia Nacional de Investigación y Desarrollo del Gobierno de Chile.

Referencias

- ACARA. The Australian Curriculum: Mathematics, 2015.
- AOYAMA, K. Investigating a hierarchy of students’ interpretations of graphs. **International Electronic Journal of Mathematics Education**, 2(3), 298-318, 2007.
- AOYAMA, K., M.; STEPHENS, M. Graph interpretation aspects of statistical literacy: A Japanese perspective. **Mathematics Education Research Journal**, 15(3), 3-22, 2003.

- ARTEAGA, P. **Evaluación de conocimientos sobre gráficos estadísticos y conocimientos didácticos de futuros profesores**. Tesis Doctoral. Universidad de Granada, 2011.
- ARTEAGA, P.; BATANERO, C.; CAÑADAS, G.; CONTRERAS, J. M. Las tablas y gráficos estadísticos como objetos culturales. **Números**, 76, 55-67, 2011.
- ARTEAGA, P.; BATANERO, C.; CONTRERAS, J. M.; CAÑADAS, G. Evaluación de errores en la construcción de gráficos estadísticos elementales por futuros profesores. **Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa**, 19(1), 15-40, 2016.
- BATANERO, C.; ARTEAGA, P.; RUIZ, B. Análisis de la complejidad semiótica de los gráficos producidos por futuros profesores de educación primaria en una tarea de comparación de dos variables estadísticas. **Enseñanza de las Ciencias**, 28(1), 141-154, 2010.
- BEN-ZVI, D. Seventh grade students' sense making of data and data representations. In B. Phillips (Ed.), **Proceedings of the Sixth International Conference on Teaching Statistics**. Cape Town: International Statistical Institute and International Association for Statistical Education, 2002.
- BERTIN, J. **Semiologie graphique**. Paris: Gauthier-Villars, 1967.
- BISQUERRA, R. **Metodología de la investigación educativa** (2a edición). Madrid: La Muralla, 2009.
- BIVAR, D. **Analisando a transformação entre gráficos e tabelas por alunos do 3º e 5º ano do Ensino Fundamental**. Tesis de Máster. Universidad Federal de Pernambuco, Brasil, 2012.
- BOE. **Orden ECI/3960/2007, de 19 de diciembre, por la que se establece el currículo y se regula la ordenación de la educación infantil**, 2007.
- BOE. **Real Decreto 126/2014, de 28 de febrero, por el que se establece el currículo básico de la Educación Primaria**, 52(14), 19349-19420, 2014.
- BOOTE, S. K. Assessing and understanding line graph interpretations using a scoring rubric of organized cited factors. **Journal of Science Teacher Education**, 25(3), 333-354, 2014.
- BRUNO, A.; ESPINEL, M. C. Recta numérica, escalas y gráficas estadísticas: un estudio con estudiantes para profesores. **Formación del Profesorado e Investigación en Educación Matemática**, 7, 57-85, 2005.
- BURRILL, G.; BIEHLER, R. Fundamental statistical ideas in the school curriculum and in training teachers. En C. Batanero, G. Burrill y C. Reading (Eds.), **Teaching statistics in school mathematics. Challenges for teaching and teacher education**. A joint ICMI/IASE study (pp. 57-69). Dordrecht, The Netherlands: Springer, 2011.
- CCSSM. **Common Core State Standards Initiative**, 2010.
- CRUZ, A. **Erros e dificuldades de alunos de 1.º ciclo na representação de dados estatísticos** (Tesis de Máster). Universidade de Lisboa, Portugal, 2013.
- CURCIO, F. R. Comprehension of mathematical relationships expressed in graphs. **Journal for Research in Mathematics Education**, 18(5), 382-393, 1987.

- DÍAZ-LEVICOY, D.; BATANERO, C.; ARTEAGA, P. Dificultades de los estudiantes chilenos de Educación Básica en la construcción de diagramas de barras. **Revista Paradigma**, 39(2), 107 – 129, 2018.
- EVANGELISTA, B.; OLIVEIRA, F. S.; RIBEIRO, P. M. Analizando a construção de gráficos de alunos do 5º ano do ensino fundamental. En CONEDU (Ed.), **Anais I Congresso Nacional de Educação** (pp. 1-5). Campina Grande: Realice, 2014.
- FERNANDES, J. A.; MORAIS, P. C.; LACAZ, T. V. S. Representação de dados através de gráficos estatísticos por alunos do 9º ano de escolaridade. En R. Borba, C. Monteiro & A. Ruiz (Eds.), **Anais da XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática** (pp. 1- 13). Recife: Universidade Federal de Pernambuco, 2011.
- FRIEL, S.; CURCIO, F.; BRIGHT, G. Making Sense of Graphs: Critical Factors Influencing Comprehension and Instructional Implications. **Journal for Research in Mathematics Education**, 32(2) 124- 158, 2001.
- GERBER, R.; BOULTON-LEWIS, G; BRUCE, C. Children’s understanding of graphic representation of quantitative data. *Learning and Instruction* 5, 70-100, 1995.
- GODINO, J.D.; BATANERO, C.; FONT, V. The onto- semiotic approach to research in mathematics education. **Zentralblatt für Didaktik der Mathematik**, 39(1-2), 127- 135, 2007.
- GUIMARÃES, G. **Interpretando e construindo gráficos de barras** (Tesis doctoral). Universidade Federal de Pernambuco, Brasil, 2002.
- KOSSLYN, S. M. Graphics and human information processing. **Journal of the American Statistical Association**, 80(391), 499-512, 1985.
- LI, D. Y.; SHEN, S. M. Students’ weaknesses in statistical projects. **Teaching Statistics**, 14 (1), 2-8, 1992.
- MINEDUC. **Bases Curriculares para la Educación Parvularia**. Unidad de Curriculum y Evaluación: Santiago de Chile, 2018.
- MINEDUC. **Bases Curriculares Matemática 1º a 6º de Educación Básica**. Unidad de Currículum y Evaluación: Santiago, Chile, 2012.
- MINEDUC. **Priorización Curricular Matemática**. Unidad de Curriculum y Evaluación: Santiago, Chile, 2020.
- MOE. **Nurturing Early Learners: A Curriculum for Kindergartens in Singapore: Numeracy**, Volume 6. Singapore: Ministry of Education, 2012a.
- MOE. **Mathematics Syllabus: Primary on to six**. Curriculum Planning and Development Division. Singapore: Ministry of Education, 2012b.
- NCTM. **Principles and standards for school mathematics**. Reston, Va.: The National Council of Teachers of Mathematics, 2000.
- RUIZ, A. Un estudio de caso sobre errores y dificultades observadas en la elaboración de algunas gráficas estadísticas. **Revista Góndola, Enseñanza y Aprendizaje de las Ciencias**, 10(1), 26-39, 2015.

- SHARMA, S. Assessing students' understanding of tables and graphs: implications for teaching and research. **International Journal of Educational Research and Technology**, 4(4), 51-70, 2013.
- SHAUGHNESSY, J. M.; GARFIELD, J.; GREER, B. Data handling. En A. J. Bishop, K. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick y C. Laborde (Eds.), **International handbook of mathematics education** (pp. 205-237). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer, 1996.
- STAKE, R. E. Qualitative case studies. En N. Denzin & Y. Lincoln (Eds.), **The SAGE Handbook of Qualitative Research** (pp. 443-466). Thousand Oaks: SAGE Publications, 2005.
- VÁSQUEZ, C.; RUZ, F.; MARTÍNEZ, M. Recursos virtuales para la enseñanza de la estadística y la probabilidad: un aporte para la priorización curricular chilena frente a la pandemia de la COVID-19. **Tangram**, 3(2), 159 – 183, 2020.
- VÁSQUEZ, C., Comprensión y Uso Docente de Gráficos Estadísticos por Futuros Profesores para Promover Competencias para la Sostenibilidad. **Paradigma**, 41(e1), 165-190, 2021.
- VÁSQUEZ, C.; CORONATA, C.; RIVAS, H. Enseñanza de la estadística y la probabilidad de los 4 a los 8 años de edad: una aproximación desde los procesos matemáticos en libros de texto chilenos. **PNA**, 2021.
- WATSON, J. M. Statistical literacy at school: Growth and goals. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum, 2013.
- WHO. Available online: <https://www.who.int/dg/speeches/detail/munich-security-conference>, 2020.
- WILKINSON, L. **The grammar of graphics**. New York: Springer, 2005.
- WU, Y. Singapore secondary school students' understanding of statistical graphs. Trabajo presentado en el **10th International Congress on Mathematics Education**. Copenhagen, Dinamarca, 2004.
- YUROVSKY, D.; BOYER, T.; SMITH, L. B.; YU, C. Probabilistic cue combination: Less is more. **Developmental Science**, 16(2), 149-158, 2013.

Autoras

Daniela Latorres

Profesora de Educación General Básica con mención en Matemática, Licenciada en Educación por la Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación; Diplomado en Educación Matemática para profesores de Educación Básica y Diplomado en Evaluación y Medición por la Pontificia Universidad Católica de Chile; Estudiante de Magíster en Didáctica de la Matemática por la Pontificia Universidad Católica de Valparaíso; Investiga en la formación del profesorado, didáctica de la probabilidad, la estadística y la matemática.

E-mail: danielalatorres@gmail.com

Código ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-7121-7114>

Claudia Vásquez

Profesora de Matemática, Licenciada en Educación y Licenciada en Matemática por la Pontificia Universidad Católica de Chile;
Magíster en Didáctica de la Matemática por la Pontificia Universidad Católica de Valparaíso;
Magíster en Educación Matemática por la Universidad de La Frontera;
Doctora en Ciencias de la Educación por la Universidad de Girona (España).
Profesora Asociada de la Pontificia Universidad Católica de Chile.
Investiga en la formación del profesorado, didáctica de la probabilidad, la estadística y la matemática y educación para el desarrollo sostenible.

E-mail: cavasque@uc.cl

Código ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-5056-5208>

Como citar este artículo:

LATORRES, D.; VÁSQUEZ, C. Construcción de gráficos estadísticos por estudiantes de 8 a 9 años de edad: análisis de una experiencia de aprendizaje en tiempos de confinamiento. **Revista Paradigma Vol. XLII, Nro. 2**, Diciembre de 2021 / 159 – 182.

DOI: <https://doi.org/10.37618/PARADIGMA.1011-2251.2021.p159-182.id1066>