

APRENDIZAJE DE LAS SUMAS DE RIEMANN CON EL USO DE EXCEL Y GEOGEBRA

Orlando Antonio Ruiz Álvarez¹

orlando.ruiz13@fh.unanleon.edu.ni

<https://orcid.org/0000-0003-0055-5260>

Domingo Felipe Arauz Chévez¹

domingo.arauz@fh.unanleon.edu.ni

<https://orcid.org/0000-0003-2915-1198>

Enmanuel de Jesús Palma Gómez¹

enmanuel.palma@fh.unanleon.edu.ni

<https://orcid.org/0000-0002-8249-8118>

¹Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua, León

Recibido: 08/04/2021 **Aceptado:** 26/02/2022

Resumen

El objetivo de este estudio es identificar cómo los/las 10 estudiantes para profesores/as de matemática de secundaria (EPS) del IV año de la carrera de Matemática Educativa y Computación de la Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua-León (UNAN-León), curso 2020, aprovechan los Software Excel y GeoGebra para el aprendizaje de las Sumas de Riemann. El estudio es exploratorio, vinculado a un experimento de enseñanza, realizado en dos sesiones de instrucción de 100 minutos cada una, usando un documento teórico y en una tercera sesión los/las EPS resolvieron una tarea profesional y contestaron un cuestionario. Los resultados obtenidos muestran el uso accesible y eficaz, por parte de los/las EPS, para el cálculo de áreas bajo la gráfica mediante el uso de los Software Excel y GeoGebra. Esta experiencia nos permite seguir experimentado en otros dominios matemáticos del cálculo integral y en otros contextos.

Palabras clave: Aprendizaje, Sumas de Riemann, Excel, GeoGebra.

APRENDENDO SOMAS DE RIEMANN USANDO EXCEL E GEOGEBRA

Resumo

O objetivo deste estudo é identificar como os 10 alunos para professores de matemática do ensino médio (APEM) do quarto ano da carreira de Matemática Educacional e Computação da Universidade Nacional Autônoma da Nicarágua-León (UNAN-León), curso 2020, vantagem do software Excel e GeoGebra para aprender Somas de Riemann. O estudo é exploratório, vinculado a um experimento de ensino, realizado em duas sessões de instrução de 100 minutos cada, utilizando um documento teórico e em uma terceira sessão o APEM resolveu uma tarefa profissional e respondeu a um questionário. Os resultados obtidos mostram o uso acessível e eficaz, pelo APEM para o cálculo de áreas sob o gráfico através do uso do Excel e do Software GeoGebra. Essa experiência nos permite continuar experimentando em outros domínios matemáticos do cálculo integral e em outros contextos.

Palavras-chave: Aprendendo, Somas de Riemann, Excel, GeoGebra.

LEARNING RIEMANN SUMS WITH THE USE OF EXCEL AND GEOGEBRA

Abstract

The objective of this study is to identify how the 10 students for high school mathematics teachers (SFT) of the fourth year of the Educational Mathematics and Computing career at the National Autonomous University of Nicaragua-León (UNAN-León), course 2020, take advantage of Excel and GeoGebra Software for learning Riemann Sums. The study is exploratory, linked to a teaching experiment, carried out in two instruction sessions of 100 minutes each, using a theoretical document and in a third session the SFT solved a professional task and answered a questionnaire. The results obtained show the accessible and effective use, by the SFT, for the calculation of areas under the graph using Excel and GeoGebra Software. This experience allows us to continue experimenting in other mathematical domains of integral calculus and in other contexts.

Keywords: *Learning, Riemann sums, Excel, GeoGebra.*

Introducción

La carrera de Matemática Educativa y Computación de la Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua-León (UNAN-León) surge con el objetivo de formar a los/las estudiantes para profesores/as de matemáticas en educación secundaria (EPS) (MORENO Y ARÁUZ, 2020). Además de ser formados en asignaturas específicas de la matemática y la didáctica, también reciben formación en conocimientos de herramientas tecnológicas que pueden utilizar al momento de realizar sus tareas profesionales. Una de las asignaturas específicas de matemática que los/las EPS reciben durante su formación es la de cálculo integral y cuyo contenido particular de interés en este estudio es el aprendizaje de sumas de Riemann con apoyo de herramientas tecnológicas. Existen múltiples investigaciones que presentan las experiencias didácticas con el uso de Excel y GeoGebra en las que se pueden abarcar la integración, sumas superiores, sumas inferiores, áreas, sólidos, entre otras, por ser gratuitas y permiten trabajar de forma dinámica en distintas ramas de las matemáticas. Todo esto permite que se conviertan en dos poderosas herramientas que a partir de una correcta y adecuada mediación pedagógica puedan contribuir con la enseñanza-aprendizaje de los/las EPS.

En este trabajo consideramos algunos aportes realizados y relacionados con el que presentamos, por ejemplo; Valderrama y Saldaña (2020) en su trabajo de investigación: “Influencia del Software GeoGebra en el rendimiento académico de los estudiantes del ciclo I de la EAP Turismo en el curso de Complemento Matemático-Unasam, 2017-I”, encontraron que el software GeoGebra influye de manera significativa en el rendimiento académico de los/las estudiantes. También un artículo publicado por Coronel et al. (2018) sobre la construcción de

los conceptos de partición y sumas de Riemann con el uso de GeoGebra exponían su experiencia sobre la dificultad que presentan los estudiantes en los conceptos de partición, suma inferior, superior, etc. donde aseguraban que ocurre por la complejidad en la comprensión de estos. También en su investigación apoyada con Excel y GeoGebra, realizaron un estudio comparando dos grupos de estudiantes: 1) Grupo piloto: a los cuales se les explicó el uso de estas herramientas para resolver problemas de optimización. 2) Grupo con conocimientos: los cuales habían terminado su curso de cálculo diferencial. Como resultados obtuvieron que el 66% del grupo piloto mostró mejores resultados en la resolución de los ejercicios propuestos.

Del-Pino (2013) destaca 4 motivos por los que se debe hacer uso de GeoGebra:

- 1) Es un software gratuito, libre y de código abierto,
- 2) es multiplataforma,
- 3) es fácil de usar y
- 4) es sencillo y a la vez potente.

De esta forma las herramientas como el Software GeoGebra permiten que los estudiantes muestren lo que han logrado comprender hasta cierto momento, también permite que el docente mejore y amplíe sus herramientas de trabajo y que los estudiantes se diviertan realizando la búsqueda de los resultados (RUÍZ et al., 2013).

De igual forma ha constatado en su investigación que la hoja de cálculo Excel es un recurso que facilita la consecución de las competencias básicas de la asignatura de matemáticas. Además, menciona ciertas características las cuales se mencionan a continuación:

- a) Es una aplicación intuitiva de manejar;
- b) Es sencillo comenzar a trabajar con ella;
- c) Es una herramienta potente con funciones matemáticas, de búsqueda y análisis de datos numéricos, realización de gráficos y
- d) Se pueden hacer personalizaciones y desarrollos que vienen integrados en el paquete de Office.

Tradicionalmente las sumas de Riemann se imparten en clases de cálculo integral abarcando generalmente las sumas de Riemann-Darboux (inferior y superior), las sumas de Riemann por la derecha, izquierda y por el punto medio. Es por esto por lo que el trabajo que aquí se comparte es el resultado de una investigación realizada con el objetivo de presentar una experiencia que utiliza las herramientas Excel y GeoGebra para que los/las estudiantes

comprendan, construyan y definan las Sumas de Riemann como una aproximación del área bajo una curva (ESPINOZA, 2015).

Procesos Metodológicos

Tomando en cuenta la literatura disponible sobre las herramientas tecnológicas (en nuestro caso Excel y GeoGebra), sobre el beneficio de estas para el aprendizaje de temas matemáticos y en particular el de las Sumas de Riemann, el método que se ha utilizado es el de diseño de un experimento de enseñanza (COBB et al., 2003) para el aprendizaje del cálculo de áreas mediante las sumas de Riemann. Este experimento consistió en el diseño de la instrucción (documento teórico y tareas profesionales), implementación de la instrucción y análisis retrospectivo (MOLINA et al., 2011).

Descripción del contexto y de los/las participantes

El estudio se realizó usando el contexto de desarrollo de la asignatura de Ecuaciones Diferenciales y parte de la necesidad de una evaluación para la introducción a la resolución de Ecuaciones Diferenciales Ordinarias de forma numérica. Los/Las participantes fueron 10 EPS (5 mujeres y 5 varones) del cuarto año de la Carrera de Matemática Educativa y Computación de la Facultad de Ciencias de la Facultad de Ciencias de la Educación y Humanidades de la Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua, León (UNAN-León), durante el curso 2020. Aprovechando el contexto de la asignatura de Ecuaciones Diferenciales Ordinarias se diseña un documento teórico sobre las sumas de Riemann, con apoyo de Excel y GeoGebra como herramienta didáctica, este documento fue desarrollado durante dos sesiones de instrucción de 100 minutos cada una y una tercera sesión para evaluar el aprendizaje mediante una tarea profesional y un cuestionario diseñado ad hoc.

Instrumentos

Los datos del estudio se han recogido mediante una tarea profesional la cual se diseñó con el objetivo de dotar a los/las EPS de las herramientas necesarias para el cálculo aproximado de integrales definidas (algunas sin primitiva elemental) mediante las Sumas de Riemann (SR).

Para obtener información desde la perspectiva del estudiante acerca de lo que se enfrentó al momento de llevar a cabo la tarea profesional, se elaboró un cuestionario *ad hoc* con 10 preguntas abiertas. Dichas preguntas sirvieron para orientarnos al momento de analizarlos

resultados y de reconocer las dificultades e importancia de las herramientas tecnológicas en el dominio matemático estudiado.

Procedimiento

Se presentó a los estudiantes un documento teórico elaborado por el docente sobre las SR en el cual se abordan ejemplos de varios métodos para aproximar el área bajo una curva. Se presenta lo más relevante sobre la información brindada en dicho documento:

Llamemos $SR_{(t)}$ a la suma de Riemann, tal que $t \in \mathbb{R} \wedge 0 \leq t \leq 1$. Entonces,

Caso 1. Si se inicializa en $i = 1$	Caso 2. Si se inicializa en $i = 0$
$\int_a^b f(x) dx \approx \sum_{i=1}^n f(x_i^*) \Delta x$ $= SR_{(t)} = \Delta x \sum_{i=1}^n f[a + (t + i - 1)\Delta x]$	$\int_a^b f(x) dx \approx \sum_{i=0}^{n-1} f(x_i^*) \Delta x$ $= SR_{(t)} = \Delta x \sum_{i=0}^{n-1} f[a + (t + i)\Delta x]$

Se considera la base de cada rectángulo del método de la SR como $\Delta x = \Delta x_i$ la cual debemos particionar y tomar como el inicio de ese segmento. Por ejemplo:

SR_0 : Suma de Riemann por la izquierda (si $t = 0$)

SR_1 : Suma de Riemann por la derecha (si $t = 1$)

$SR_{1/2}$: Suma de Riemann punto medio (si $t = \frac{1}{2}$)

$SR_{3/4}$: Suma de Riemann por $\frac{3}{4}$ (si $t = \frac{3}{4}$)

y así sucesivamente.

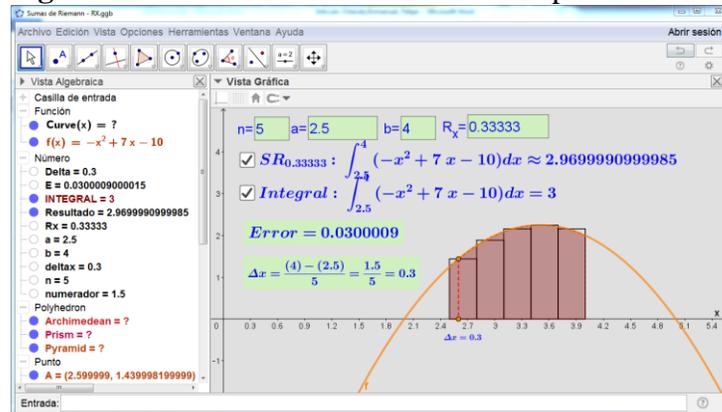
Para poder ejemplificar estos métodos, se calculó una integral definida cuya función era continua y derivable para un determinado intervalo aplicando los métodos: analítico y numérico con SR. Luego de realizar ejemplos donde las funciones no tenían primitiva elemental, se les orientó un trabajo en el cual se le solicitaba que aproximarán el área bajo la curva con $SR_0, SR_1, SR_{1/2}, SR_{1/4}$, entre otros; y que luego compararan los resultados obtenidos mediante el uso de Excel y GeoGebra.

Resultados y discusiones

Los ejercicios de la tarea profesional serían entregados en formato Word con sus procedimientos analíticos, numéricos y sus respectivas gráficas. También se les compartió un

archivo de GeoGebra en el que se podían comprobar los resultados numéricos calculados con Excel. Dicho archivo se mostraba con el siguiente aspecto:

Figura 1. Archivo de GeoGebra brindado por el docente



Fuente: Elaboración Propia

La imagen anterior muestra como ejemplo una función cuadrática evaluada en el intervalo $[2.5, 4]$ con $SR_{1/3}$ y 5 rectángulos. Es decir: $\int_{2.5}^4 (-x^2 + 7x - 10) dx \approx SR_{\left(\frac{1}{3}\right)}$

La tarea constaba de 10 ejercicios de integrales, evaluadas con un valor total de 100 puntos. Puesto que ya se les había compartido un documento en el que se mostraban algunos ejemplos analíticos, numéricos y gráficos con sus respectivas justificaciones, fue muy beneficioso para que los estudiantes se guiaran al momento de dar respuesta a cada uno de los procedimientos que realizaron. A continuación, se presenta uno de los ejercicios.

- Calcular la integral

$$\int_1^2 (x^x + x \ln x) dx$$

Por medio de:

- Método analítico (en el caso de que sea posible)
- $SR_0, SR_1, SR_{1/2}$ y $SR_{1/4}$

En este caso para la solución mediante el método analítico, uno de los EPS justificó de la siguiente manera:

Figura 2. Análisis de un EPS sobre la tarea profesional

- Resolver por el método analítico:** esta integral no puede ser encontrada dentro del límite de tiempo dado, y fueron probados todos los métodos de integración y no tuvimos éxito, consideramos que muchas funciones no tienen una antiderivada elemental.

Fuente: Elaborado por un EPS

Tomando en cuenta esta respuesta, podemos notar que el estudiante tuvo la necesidad de buscar quizá un programa *online* para poder verificar si su análisis era correcto. En cambio, otro estudiante pudo dar una descripción un poco más distinta:

Figura 3. Análisis de un EPS sobre la tarea profesional

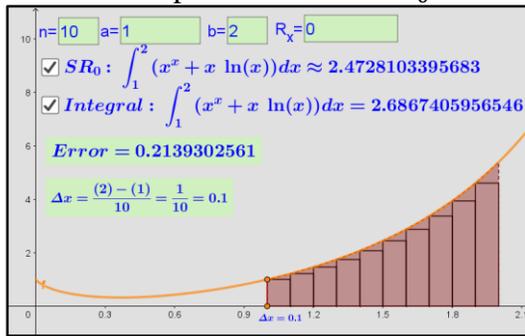
1. Método Analítico:

Como el inciso numero 1, tiene un proceso demasiado complejo como para resolverla de forma analítica. Es por eso que hemos decidido aproximarla por medio de Métodos Numéricos.

Fuente: Elaborado por un EPS

En el caso de la resolución con SR_0 el estudiante (al igual que los demás) utilizó el *Caso 1* ($i = 1$) y se logra observar que el archivo de GeoGebra fue de mucha utilidad al momento de dar con la respuesta correcta (aproximada por ser del caso de SR por la izquierda) esto porque podían verificar y analizar cualquier error que se presentara en el proceso de cálculo mediante Excel.

Figura 4. Aproximación en Geogebra de la tarea profesional con SR_0



Fuente: Gráfica de SR_0 construida por un EPS y adaptada por los investigadores

Tabla 1. Cálculos en Excel SR_0 por un EPS

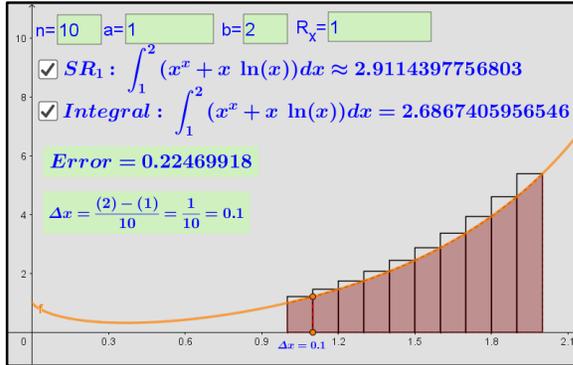
i	x_i	$f(x_i)$
0	1	1
1	1.1	1.215375
2	1.2	1.463351
3	1.3	1.74753
4	1.4	2.072754
5	1.5	2.445315
6	1.6	2.873256
7	1.7	3.366763
8	1.8	3.938666
9	1.9	4.605093

$a =$	1
$b =$	2
$n =$	10
$\Delta x =$	0.1
$SRI =$	2.472810

Fuente: Datos de SR_0 calculados en Excel por un EPS.

Para la aproximación con SR_1 el 50% de los estudiantes utilizaron el Caso 1, donde al igual que en SR_0 la importancia del proceso radica en el buen uso que se le dio al archivo GeoGebra al momento de comprobar su respuesta.

Figura 5. Aproximación en Geogebra de la tarea profesional con SR_1



Fuente: Gráfica de SR_1 construida por un EPS y adaptada por los investigadores.

Tabla 2. Cálculos en Excel SR_1 por un EPS

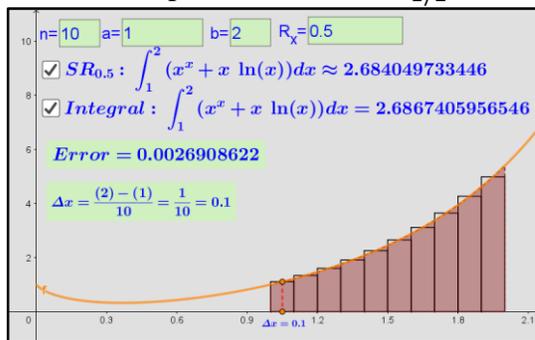
i	x_i	$f(x_i)$
1	1.1	1.215375
2	1.2	1.463351
3	1.3	1.74753
4	1.4	2.072754
5	1.5	2.445315
6	1.6	2.873256
7	1.7	3.366763
8	1.8	3.938666
9	1.9	4.605093
10	2	5.386294

$a =$	1
$b =$	2
$n =$	10
$\Delta x =$	0.1
$SRD =$	2.911440

Fuente: Datos de SR_1 calculados en Excel por un EPS.

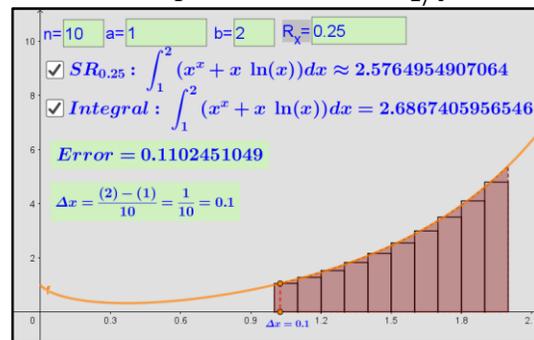
Ahora, para los casos $SR_{1/2}$, $SR_{1/4}$, $SR_{5/6}$ que son pocos usados en la explicación de la SR en los distintos documentos, clases de cálculo y análisis numérico, se notó que todos los estudiantes hicieron uso del *Caso 1*, esto por la facilidad de trabajo al momento de realizar los cálculos. A continuación, se comparten las gráficas construidas por los estudiantes y remozadas por el docente:

Figura 6. Aproximación en Geogebra de la tarea profesional con $SR_{1/2}$



Fuente: Gráfica de $SR_{(1/2)}$ construida por un EPS y adaptada por los investigadores.

Figura 7. Aproximación en Geogebra de la tarea profesional con $SR_{1/4}$



Fuente: Gráfica de $SR_{(1/4)}$ construida por un EPS y readaptada por los investigadores.

Los datos mediante Excel indican que hicieron un excelente uso del archivo GeoGebra porque sus respuestas son acertadas en un 100%.

Tabla 3. Cálculos en Excel $SR_{1/2}$

i	x_i	$f(x_i)$
1	1.05	1.10379428
2	1.15	1.33508966
3	1.25	1.60064352
4	1.35	1.90465542
5	1.45	2.25265976
6	1.55	2.65178206
7	1.65	3.1110809
8	1.75	3.64199297
9	1.85	4.25890608
10	1.95	4.97989269

$a =$	1
$b =$	2
$n =$	10
$\Delta x =$	0.1
$SR_{1/2} =$	2.684050

Fuente: Resultados obtenidos por un EPS en el cálculo de $SR_{1/2}$ mediante Excel.

Tabla 4. Cálculos en Excel $SR_{1/4}$

i	x_i	$f(x_i)$
1	1.025	1.050943
2	1.125	1.274192
3	1.225	1.530835
4	1.325	1.824769
5	1.425	2.161175
6	1.525	2.546751
7	1.625	2.990035
8	1.725	3.501821
9	1.825	4.095698
10	1.925	4.788737

$a =$	1
$b =$	2
$n =$	10
$\Delta x =$	0.1
$SR_{1/4} =$	2.911440

Fuente: Resultados obtenidos por un EPS en el cálculo de $SR_{1/4}$ mediante Excel.

Como conclusión al momento de comparar resultados, el 90% de los estudiantes justifican semejante a la siguiente manera:

“... se logró notar que el método de integración numérico más aproximado es “suma de Riemann punto medio” ya que es la que brinda un error mínimo”.

A continuación, mostramos algunos errores que se pudieron observar por los estudiantes:

En el cálculo aproximado de la integral $\int_1^2 (x^{e^x} + x \ln x) dx$ uno de los estudiantes construyó el siguiente procedimiento:

Figura 8. Análisis de la tarea profesional mediante $SR_{5/2}$

2.5 Suma de Riemann ($SR_{5/2}$)

Sustituyendo donde $X_i = a + (p + i - 1)$, donde p, es la altura.

$X_i = a + \left(\frac{6^{i-1}}{6}\right)\Delta x$ de ahí se deduce la fórmula para encontrar X_i .

Fuente: Análisis planteado por un EPS.

Figura 9. Resultados obtenidos en Excel.

$a=$	1
$b=$	2
$n=$	10
$\Delta x=$	0.1
$Integral=$	23.10522

i	X_i	$f(X_i)$
1	1.083333333	1.352520348
2	1.183333333	1.917733213
3	1.283333333	2.707612443
4	1.383333333	3.836748693
5	1.483333333	5.487786996
6	1.583333333	7.954436924
7	1.683333333	11.71349953
8	1.783333333	17.54651138
9	1.883333333	26.74692834
10	1.983333333	41.47596175

$\int_1^2 (x^{e^x} + x \ln x) dx \approx 12.07397396$

Fuente: Elaborado por un EPS en el cálculo de $SR_{1/2}$ mediante Excel.

En este caso el error está en el resultado del valor de $f(x_i^*)$ el cual fue ocasionado en el ingreso de los datos y uso incorrecto de la fórmula. El beneficio de hacer un buen uso de GeoGebra se pudo notar en la comparación de los resultados obtenidos con Excel y GeoGebra (RAMÍREZ, 2021), en el sentido que podían notar las divisiones de los rectángulos y visualizar las alturas correspondientes a cada uno de ellos.

Algunos resultados del cuestionario aplicado a los/las EPS después del taller

Tomando en cuenta los resultados del cuestionario ad hoc aplicado al final de la las dos sesiones de instrucción, los estudiantes destacan e identifican la importancia de Excel y GeoGebra en su aprendizaje, es decir, consideran beneficiosa la experiencia; también en el curso aprendieron a calcular el error aproximado al usar las herramientas para el cálculo de las SR; sugieren que en la enseñanza de ciertos componentes de matemáticas se deberían incluir estas herramientas para *resolver ejercicios de forma más sencilla*.

Algunas dificultades fueron expuestas por los estudiantes en el cuestionario aplicado:

- No haber utilizado Excel y GeoGebra en este tipo de tareas matemáticas anteriormente.
- Falta de práctica y manejo de algunas fórmulas matemáticas con Excel.
- Dificultad para realizar cálculos en Excel.

Consideraciones finales

El objetivo de esta investigación ha sido identificar cómo el uso de los Software Excel y GeoGebra permite el aprendizaje de las Sumas de Riemann en los/las EPS. Los principales hallazgos encontrados son:

- ✓ Pocos errores algebraicos y aritméticos, debido a que estos se realizaron mediante la herramienta Excel y GeoGebra (RAMÍREZ, 2021).
- ✓ Excelente comprensión de los estudiantes sobre la aproximación de integrales definidas cuyas funciones no tenían antiderivada elemental.
- ✓ Reconocimiento por parte de los/las EPS de los casos que podían utilizar, ya que, si ellos deseaban buscar alguna información en la web, se encontrarían solamente con dos de ellos: SR_0 con el Caso 1 y SR_1 con el Caso 2(o viceversa). Esto evitó esa confusión de si es correcto o no el uso de ambos procesos.
- ✓ Muy buen uso de Excel para la verificación de los resultados obtenidos con la herramienta GeoGebra (DEL-PINO, 2013)
- ✓ Una nueva experiencia para los estudiantes y maestros investigadores en la comprensión de las SR mediante distintas formas de calcular la altura de cada rectángulo.

De acuerdo con Almendro (2014) es un inconveniente introducir las TIC en estudiantes que no las habían usado anteriormente, pero hemos visto que los/las EPS por ser de la carrera que lleva varias asignaturas de computación, se les hace más cómodo este tipo de tarea. Se debe

aprovechar esta fortaleza para integrar este tipo de herramientas en otras asignaturas y dominios matemáticos, en particular del cálculo integral.

De forma general, el puntaje promedio de los/las 10 EPS fue de 83 puntos del total de 100, respecto a la evaluación de la tarea profesional. Cabe mencionar que también hicieron un excelente uso de Word y por tanto les tomó tiempo al transcribir sus ejercicios (FLORES Y DEL ARCO, 2013). Por lo tanto, sugerimos que el uso frecuente de Excel y GeoGebra como herramienta didáctica en el aprendizaje del cálculo integral es muy notable y positivo como afirma Ramírez (2021).

Nos queda seguir profundizando, probando en otros dominios del cálculo integral y en otros contextos, por ejemplo, cuando se enseña de forma virtual o con estudiantes de la modalidad por encuentros (sabatinos).

Referencias Bibliográficas

- ALMENDRO, G. J. (2014). *Utilización de la hoja de cálculo Excel como recurso para facilitar el aprendizaje de matemáticas de 3ro de ESO*. Madrid: UNIR.
- BÁEZ ROJAS, J. J., ROJAS ESCRIBANO, L., & CORONA GALINDO, M. G. (2017). **Propuesta didáctica para la enseñanza del tema de optimización, apoyado con Excel y GeoGebra, para estudiantes de bachillerato**. *Cinvestav'IPN*, 52-63.
- CORONEL MAJI, F. M., GUILCAPI MOSQUERA, J. R., & VARGAS GUAMBO, J. M. (2018). **Uso de GeoGebra y su incidencia en el proceso enseñanza-aprendizaje de gráfica de funciones en el nivel superior**. *European Scientific Journal*.
- CUICAS AVILA, M., DEBEL CHOURIO, E., CASADEI CARNIEL, L., & ÁLVAREZ VARGAS, Z. (2007). **El software matemático como herramienta para el desarrollo de habilidades del pensamiento y mejoramiento del aprendizaje de las matemáticas**. *Actualidades*, 7(2), 1-34.
- DEL-PINO, J. (2013). **El uso de GeoGebra como herramienta para el aprendizaje de las medidas de dispersión**. *Universidad de Jaén*, 243-250.
- ESPINOZA VÁZQUEZ, G. (2015). **Construcción de los conceptos partición y sumas de Riemann con GeoGebra**.
- FLORES ALARCIA, Ó., & DEL ARCO BRAVO, I. (2013). **Nativos Digitales, inmigrantes digitales: Rompiendo mitos. Un estudio sobre el dominio de las TIC en profesorado y estudiantado de la Universidad de Lleida**. *BORDÓN - Revista de Pedagogía*, 65(2), 59-74.
- IVARS, P., GONZÁLEZ-FORTE, J. M., & FERNÁNDEZ, C. (2017). **Un experimento de enseñanza para aprender a mirar profesionalmente usando**. *OCTAEDRO*, 294-304.
- MORENO, M., ARÁUZ CHÉVEZ D. F. (2020). **Valor de las prácticas profesionales en la formación de futuros profesores al planificar lecciones**. En R. Roig-Vila (Ed.), *La docencia en la Enseñanza Superior. Nuevas aportaciones desde la investigación e innovación educativas*. (págs. 322-332). Barcelona, España: Octaedro. <http://rua.ua.es/dspace/handle/10045/110191>.

- ORTIZ HERNÁNDEZ, L. A., & PADILLA MORA, E. R. (2017). **Taller: GeoGebra como herramienta para contribuir con el aprendizaje del cálculo integral en una variable.** *Tendencias actuales en educación matemática - V Encuentro Enseñanza de la matemática UNED.*
- RAMÍREZ SANTAMARÍA, B. A. (2021). **GeoGebra en 2D y 3D como recurso didáctico en un curso de integración múltiple: una experiencia de enseñanza-aprendizaje.** *Matemática, Educación e Internet, 21(1).*
- RUIZ VAHOS, H. M., ÁVILA MEJÍA, P. E., & VILLA OCHOA, J. A. (2013). **Uso de GeoGebra como herramienta didáctica dentro del aula de matemáticas.** *Fondo Editorial ITM, 446-454.*
- VALDERRAMA, J., & SALDAÑA, M. (2020). **Influencia del software GeoGebra en el rendimiento académico de los estudiantes del ciclo I de la EAP Turismo en el curso de Complemento Matemático-Unasam, 2017-I.** *Pakamuros, 8(2), 77-84.*

Autores

Orlando Antonio Ruiz Álvarez
Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua, León. Professor Encargado de Cátedra de Cálculos. Responsable de Academia Sabatina de Jóvenes Talento, de Nicaragua. Doctorando en Matemática Aplicada por la Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua, Managua
orlando.ruiz13@fh.unanleon.edu.ni
<https://orcid.org/0000-0003-0055-5260>

Domingo Felipe Arauz Chévez
Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua, León. Profesor Asistente de Metodología de Investigación. Máster en Educación Comparada. Doctorando en Investigación Educativa por Universidad de Alicante-España
domingo.arauz@fh.unanleon.edu.ni
<https://orcid.org/0000-0003-2915-1198>

Enmanuel de Jesús Palma Gómez
Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua, León. Profesor Encargado de Cátedra de Geometría Euclidiana y del Espacio. Profesor de Academia Sabatina de Jóvenes Talento, de Nicaragua. Estudiante de Máster en Didáctica de la Matemática.
enmanuel.palma@fh.unanleon.edu.ni
<https://orcid.org/0000-0002-8249-8118>