

## Potencialidades de las prácticas de enseñanza exploratoria en matemáticas para el desarrollo profesional de futuros docentes de matemáticas

**Alessandra Senes Marins**

[alessandra\\_senes@uvanet.br](mailto:alessandra_senes@uvanet.br)

<https://orcid.org/0000-0003-2274-7386>

*Universidade Estadual Vale do Acaraú (UVA)*

Sobral, Brasil.

**Angela Marta Pereira das Dores Savioli**

[angelamarta@uel.br](mailto:angelamarta@uel.br)

<https://orcid.org/0000-0002-5624-6398>

*Universidade Estadual de Londrina(UEL)*

Londrina, Brasil.

**Bruno Rodrigo Teixeira**

[bruno@uel.br](mailto:bruno@uel.br)

<https://orcid.org/0000-0003-0294-4470>

*Universidade Estadual de Londrina(UEL)*

Londrina, Brasil.

**Recibido:** 13/06/2021 **Aceptado:** 16/11/2021

### Resumen

Este artículo presenta parte de los resultados de una investigación doctoral y tuvo como objetivo investigar las potencialidades de prácticas relacionadas con la perspectiva de la enseñanza exploratoria de las matemáticas y organizadas en momentos de planificación y enseñanza para el desarrollo profesional de los futuros docentes de matemáticas. Para ello, se llevó a cabo una acción formativa, basada en la perspectiva del desarrollo profesional docente, y sustentada en el enfoque pedagógico exploratorio de la matemática, con siete estudiantes de licenciatura en matemáticas. Para lograr el objetivo propuesto, se realizó una investigación cualitativa de carácter interpretativo. Analizamos la información relacionada con una entrevista semiestructurada y el cuaderno de bitácora del investigador, las grabaciones de audio utilizadas en las reuniones y los registros de los participantes. La investigación evidenció que algunas prácticas sustentadas en la enseñanza exploratoria de las matemáticas contribuyeron a la formación docente de los participantes de la investigación, a saber: elegir una tarea interesante y desafiante y anticipar sus posibles resoluciones les permitió expresar la necesidad de estudiar en detalle el contenido matemático, preparando por objetivos a la hora de impartir docencia e identificando que es necesario tener en cuenta a los estudiantes a la hora de planificar, para poder monitorearlos de manera más efectiva; el uso de diferentes materiales didácticos les permitió comprender que pueden contribuir al compromiso de los estudiantes en la resolución de la tarea; monitorear el desempeño de la tarea les permitió acceder a los pensamientos de los estudiantes en desarrollo y hacer referencias para guiar y alentar a los estudiantes en sus resoluciones. Además, seleccionar y secuenciar las resoluciones de los estudiantes para proporcionar una cadena lógica de ideas; mantener un clima armonioso para la discusión de ideas matemáticas; y conectar las respuestas de los estudiantes promovió la comprensión de los elementos matemáticos presentes en la tarea, con base en lo hecho y discutido previamente.

**Palabras clave:** Enseñanza Exploratoria de las Matemáticas. Desarrollo Profesional Docente. Formación del Docente de Matemáticas. Educación Matemática.

## **Potencialidades de práticas de ensino exploratório de Matemática para o desenvolvimento profissional de futuros professores de Matemática**

### **Resumo**

Este artigo apresenta parte dos resultados de uma pesquisa de doutorado e teve como objetivo investigar potencialidades de práticas relacionadas à perspectiva de ensino exploratório de Matemática e organizadas em momentos de planejamento e de ensino para o desenvolvimento profissional de futuros professores de Matemática. Para isso, realizou-se uma ação formativa desenvolvida com base na perspectiva de desenvolvimento profissional docente e apoiada na abordagem de ensino exploratório de Matemática, com sete graduandos de um curso de Licenciatura em Matemática. Para atingir o objetivo proposto foi realizada uma pesquisa qualitativa de cunho interpretativo, em que foram analisadas as informações referentes a uma entrevista semiestruturada, ao diário de bordo da pesquisadora, às gravações em áudio utilizadas nos encontros e aos registros dos participantes. Assim, evidenciou-se que algumas práticas apoiadas no ensino exploratório de Matemática contribuíram para a formação docente dos participantes da pesquisa, a saber: escolher uma tarefa interessante e desafiante e antecipar suas possíveis resoluções permitiram-lhes que manifestassem a necessidade de estudar de forma detalhada o conteúdo matemático, preparando-se para direcionamentos no momento de ensino e, também, que identificassem que é preciso considerar os alunos na construção do planejamento, para assim monitorá-los de forma mais efetiva; utilizar diferentes materiais didáticos possibilitou-lhes um entendimento de que podem contribuir para o engajamento dos alunos na resolução da tarefa; monitorar a realização da tarefa, permitiu-lhes acessar o pensamento em desenvolvimento dos alunos, possibilitando fazer encaminhamentos para direcioná-los e incentivá-los em sua resolução; selecionar e sequenciar as resoluções dos alunos, a fim de propiciar um encadeamento lógico das ideias; manter um clima harmonioso para a discussão das ideias matemáticas; e conectar as respostas dos alunos promoveram um entendimento sobre elementos matemáticos presentes na tarefa, a partir do que foi realizado e discutido anteriormente.

**Palavras chave:** Ensino Exploratório de Matemática. Desenvolvimento Profissional Docente. Formação do Professor de Matemática. Educação Matemática.

## **Potentialities of Exploratory Mathematics Teaching Practices for the Professional Development of Future Mathematics Teachers**

### **Abstract**

This article presents part of the results of a doctoral research and aimed to investigate the potentialities of practices related to the perspective of mathematics exploratory teaching and organized in planning and teaching moments for the professional development of prospective mathematics teachers. To this end, a formative action was carried out, based on the perspective of professional teacher development, and supported by the exploratory teaching approach to mathematics, with seven undergraduate students in a mathematics teaching degree course. To achieve the objective proposed, a qualitative research of an interpretive nature was carried out. The information related to a semi-structured interview and the researcher's logbook, the audio recordings used in the meetings, and the participants' registers were analyzed. The research evidenced that some practices supported by exploratory teaching of mathematics contributed to the teacher education of the research participants, namely: choosing an interesting and challenging task and anticipating its possible resolutions allowed them to express the need to study in detail the mathematical content, preparing for targets at the time of teaching and identifying that it is necessary to

consider students when planning, to monitor them more effectively; using different teaching materials allowed them to understand that they can contribute to the students' engagement in solving the task; monitoring the task performance allowed them to access the students' thoughts in development and make referrals to guide and encourage students in their resolutions. Also, selecting and sequencing the students' resolutions to provide a logical chain of ideas; maintaining a harmonious climate for the discussion of mathematical ideas; and connecting the students' answers promoted an understanding of the mathematical elements present in the task, based on what was done and discussed previously.

**Keywords:** Exploratory Mathematics Teaching. Teacher Professional Development. Formation of the Mathematics Teacher. Mathematics Education.

## **Introdução**

É comum pensarmos que, para acontecer um “bom” ensino de Matemática, o professor precisa ter uma “boa” formação, seja em sua formação inicial, como em momentos de formação continuada. Entretanto, durante algum tempo, em parte dos cursos de formação (inicial ou continuada) do professor que ensina Matemática essa “boa” formação parecia estar voltada para o conhecimento de conteúdos específicos à Matemática, considerando o professor como mero executor de propostas, deixando de lado discussões sobre competências didáticas, práticas letivas, e sobre o que o professor tem a dizer, suas crenças, concepções, valores, potencialidades e necessidades (PONTE, 2014; FERREIRA, 2003).

Em uma perspectiva de desenvolvimento profissional docente, a formação de um professor não se resume somente a técnicas e teorias aprendidas na graduação, ela é contínua e ampliada na prática, tendo como base a reflexão e a experiência, seja individual ou coletiva (PONTE; OLIVEIRA, 2002). Além disso, seu foco está no desenvolvimento da formação do professor situado em seu campo profissional, ou seja, em sala de aula, e na promoção de um movimento reflexivo sobre sua prática, seus conhecimentos, crenças, proporcionando a ampliação e o aprofundamento de suas qualificações profissionais (MARCELO, 2009; SMITH, 2001; PONTE, 1998, 2014).

Marcelo (2009) traz para a discussão a formação por meio do desenvolvimento profissional com foco na mudança de conhecimentos e crenças. Esse autor entende que essas possíveis transformações podem acontecer quando o sujeito em formação é colocado a vivenciar outras práticas de ensino, as quais podem propiciar evidências que geram resultados na aprendizagem dos seus alunos.

Nesse sentido, uma prática de ensino que oportuniza aos sujeitos em formação planejarem e realizarem ações que possam contribuir para o seu desenvolvimento profissional, pode ser desenvolvida sob a perspectiva do ensino exploratório de Matemática,

pois, além de favorecer um ambiente de aprendizagem de interação entre estudantes e professor, exige do docente um planejamento mais detalhado de práticas específicas para a gestão da aula e a promoção da aprendizagem Matemática dos estudantes.

Diante disso, foi realizada uma ação formativa com base em elementos que colaboram para o desenvolvimento profissional docente e apoiada na perspectiva de ensino exploratório de Matemática com sete graduandos de um curso de Licenciatura em Matemática, com o objetivo de investigar potencialidades de práticas relacionadas à perspectiva de ensino exploratório de Matemática e organizadas em momentos de planejamento e de ensino para o desenvolvimento profissional de futuros professores de Matemática e de responder à seguinte pergunta: que práticas realizadas no processo formativo apoiadas na abordagem de ensino exploratório de Matemática podem contribuir para o desenvolvimento profissional de futuros professores de Matemática?

## **1. Ensino Exploratório de Matemática**

O ensino exploratório de Matemática surge como alternativa ao ensino expositivo, que em geral, segue uma ideia de transmissão do conhecimento, em que o foco está na exposição do conteúdo pelo professor e na reprodução de exercícios pelo aluno, de modo que "[...] aprender é sobretudo 'saber como se fazem' todos os tipos de exercícios susceptíveis de saírem em testes ou exames" (PONTE, 2005, p. 13). Em contrapartida, o ensino exploratório assume uma perspectiva dialógica de construção do conhecimento, em que a ênfase do processo de ensino e de aprendizagem está no aluno e não no professor, e "[...] nas condições que favoreçam a participação, individual e coletiva, numa atividade de inquirição" (OLIVEIRA; CARVALHO, 2014, p. 466).

Para que aconteça uma participação efetiva dos alunos, essa perspectiva propõe diferentes práticas a serem realizadas na construção do planejamento e durante o momento de ensino. Primeiramente, é preciso que o professor escolha uma tarefa desafiante para a condução da aula, pois nela está "[...] implícita uma determinada oportunidade de aprendizagem, mas uma vez selecionada, é crucial que o professor equacione como explorar as suas potencialidades junto dos alunos e se prepare para lidar com a complexidade dessa exploração na sala de aula" (CANAVARRO; OLIVEIRA; MENEZES, 2012, p. 256).

Uma aula de ensino exploratório comumente se desenvolve em quatro fases conforme Canavarro, Oliveira e Menezes (2012), a saber: introdução da tarefa; realização da tarefa; discussão da tarefa; e sistematização das aprendizagens Matemáticas. Além disso,

Stein *et al.* (2008) apresentam cinco práticas para facilitar as discussões matemáticas em torno de tarefas exigentes cognitivamente que podem ser utilizadas na elaboração e condução de uma aula sob essa perspectiva, como destaca Canavarro (2011), que são: antecipar; monitorar; selecionar; sequenciar; e conectar as respostas dos alunos.

A prática de *antecipar* possíveis resoluções da tarefa é utilizada antes de aula, durante a construção do planejamento. Após a escolha da tarefa a realização dessa prática permite ao professor um preparo maior para conduzir a sua exploração em sala de aula, tanto em relação ao conhecimento de conceitos matemáticos envolvidos como o de possíveis interpretações, procedimentos, estratégias de resolução para a tarefa (CANAVARRO, 2011; STEIN *et al.*, 2008).

A primeira fase de aula é a da *introdução da tarefa*. Nesta, é preciso organizar o trabalho que será desenvolvido pelos alunos, por meio de ações como estabelecer o objetivo da aula, organizar as equipes, esclarecer a dinâmica da aula, entre outras coisas, a fim de garantir que entendam a tarefa e que se envolvam em sua resolução.

A segunda fase é o momento do professor conduzir e apoiar os alunos na *realização da tarefa*. Nesta, a partir de indagações o professor direciona-os a utilizarem conhecimentos prévios, diferentes estratégias, representações e procedimentos para a resolução da tarefa, a fim de não limitar o seu nível de exigência cognitiva (CANAVARRO; OLIVEIRA; MENEZES, 2014). É também o momento em que a prática de *monitorar* é utilizada, o que permite ao professor identificar o potencial de aprendizagem envolvido nas resoluções dos alunos, dar possíveis encaminhamentos e avaliar o que foi desenvolvido (STEIN *et al.*, 2008). Além disso, essa prática possibilita *selecionar* as resoluções que serão apresentadas na terceira fase de aula, como escolher uma que apresenta a estratégia mais utilizada pelos alunos, uma que permita a partir de um erro recorrente esclarecê-lo, resoluções que mostram diferentes estratégias e/ou representações matemáticas, entre outras (CANAVARRO, 2011; STEIN *et al.*, 2008), e, assim, conduzir os alunos a organização das ideias que serão apresentadas à turma.

A *discussão da tarefa* é a terceira fase de aula. Depois de *selecionar* as resoluções, é preciso *sequencia-las* com alguma estratégia que permita estabelecer um encadeamento lógico das ideias matemáticas e, assim, maximizar a aprendizagem Matemática dos alunos (STEIN *et al.*, 2008). Ademais, o professor tem o papel de conduzir as intervenções e interações dos alunos e promover a qualidade Matemática das argumentações e explicações, com o cuidado de gerir uma discussão das comparações das resoluções e da eficácia Matemática presente nelas (CANAVARRO; OLIVEIRA; MENEZES, 2012).

A quarta e última fase é a de *sistematização das aprendizagens matemáticas*. Nesta, com a colaboração dos alunos, é realizada uma síntese do que ocorreu durante a aula (CYRINO; TEIXEIRA, 2016). Essa sistematização possibilita ao professor *conectar* as ideias apresentadas pelos alunos, convidando-os a "[...] analisar, comparar e confrontar as diferentes resoluções apresentadas, identificar o que têm de semelhante ou de distinto, quais são as potencialidades e mais valias de cada uma delas, esperando que desta meta-análise retirem heurísticas para abordar tarefas futuras" (CANAVARRO, 2011, p. 16). Além disso, permite relacionar elementos presentes nas resoluções dos alunos com “representações matemáticas formalizadas, introduzindo ou discutindo conceitos e ideias matemáticas, regras, generalizações, propriedades, entre outros, de acordo com os objetivos que delineou em relação à aprendizagem Matemática dos alunos para aquela aula” (CYRINO; TEIXEIRA, 2016, p. 97).

## **2. Procedimentos Metodológicos**

A pesquisa realizada é de natureza qualitativa (BOGDAN; BIKLEN, 1994) e de cunho interpretativo conforme Creswell (2010). Foi desenvolvida a partir de uma ação formativa constituída com base em elementos que colaboram para o desenvolvimento profissional docente (MARCELO, 2009; PONTE, 1998, 2014; PONTE; OLIVEIRA, 2002; SMITH, 2001) e realizada em seis encontros, dos quais cinco foram organizados em torno de atividades do ciclo de trabalho do professor, em momentos de planejamento e de ensino. Além disso, a perspectiva de ensino exploratório de Matemática permeou toda essa ação formativa, com seu estudo, reflexão e discussão, necessários para a construção do plano de aula e prática de ensino.

Esse processo formativo foi realizado com um grupo de sete licenciandos de Matemática (P1, P2, P3, P4, P5, P6, e P7) de uma universidade pública da região norte do estado do Ceará, egressos do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID). Após uma ação formativa, no contexto do PIBID, com o estudo e a aplicação de uma aula desenvolvida sob a perspectiva de ensino exploratório de Matemática, os participantes desta pesquisa manifestaram o desejo de conhecer um pouco mais a respeito dessa abordagem. Como as atividades do PIBID haviam sido encerradas em fevereiro de 2018, foi criado um projeto de extensão para atender essa necessidade. Este artigo descreve parte dos resultados oriundos do trabalho realizado no âmbito desse projeto de extensão.

Esses licenciandos foram organizados em dois grupos para o momento de ensino, Gr 1 com P1, P2, P3, P4 e Gr 2 com P5, P6, e P7, sendo que cada grupo ministrou uma aula desenvolvida sob a perspectiva de ensino exploratório de Matemática em duas turmas da segunda série do Ensino Médio de escolas<sup>1</sup> distintas. Os alunos da Educação Básica, participantes do momento de ensino, também foram codificados (A1, A2, A3, ..., A30), pois alguns registros escritos e gravações em áudio foram utilizados na análise das informações obtidas. No quadro a seguir, apresentamos uma síntese do processo formativo conforme os momentos de planejamento e de ensino e os encontros.

**Quadro 1:** Quadro Síntese do Processo Formativo

		PLANEJAMENTO				ENSINO
		Encontro 1 24/04/18	Encontro 2 07/05/18	Encontro 3 17/05/18	Encontro 4 04/06/18	Encontro 5 Aplicação
Trabalho Presencial	Discussão	Apresentação da pesquisa; Termo de consentimento.	Discussão de texto.	Discussão de texto.	Apresentar e discutir a formalização da 1ª e 2ª fases	Aula do Gr2 (11/06 - 2º EM - 9h45 - 11h25).  Aula do Gr1 (19/06 - 2º EM - 7h50-9h30).
	Trabalho em pares	Planejamento do processo formativo: datas, temas, grupos.	Escolha do conteúdo; Escolha e antecipação de possíveis resoluções da tarefa.	Discussão das resoluções da tarefa. Construção do plano de aula, 1ª e 2ª fases.	Construção do plano de aula, 3ª e 4ª fases.	
	Discussão final		Apresentação e discussão de possíveis resoluções.	Discussão sobre práticas planejadas para as duas primeiras fases.	Discussão sobre práticas planejadas para as duas últimas fases.	
Trabalho não	Individual e/ou coletivo	Leitura do texto recomendado (CANAVARRO, 2011).	Organizar as resoluções da tarefa. Leitura do texto recomendado (CYRINO; TEIXEIRA, 2016).	Formalizar ações e intenções discutidas nas duas primeiras fases.	Fechamento do plano de aula e envio aos participantes.	Reflexão e descrição da aula.

Fonte: Adaptado de Oliveira e Carvalho (2014)

Conforme mencionado anteriormente, o processo formativo foi realizado em seis encontros, sendo organizados em três momentos: de planejamento, que contemplaram os quatro primeiros encontros; de ensino, realizado no quinto encontro, com duas aplicações de aula; e de reflexão, que se desenvolveu no último encontro. Neste artigo não apresentamos

<sup>1</sup> Essas escolas são as que os futuros professores participavam do PIBID. E os professores regentes dessas turmas foram ex-supervisores do programa.

o momento de reflexão, pois devido ao número limite de páginas exigido pela revista, optamos em fazer um recorte da pesquisa e mostrar apenas os dois primeiros momentos.

Cada encontro foi desenvolvido levando em conta as especificidades de cada contexto do momento de ensino (as escolas) e anseios e necessidades de cada participante. Dessa forma, em cada encontro, os participantes recebiam tarefas não presenciais, como textos relacionados com a perspectiva de ensino exploratório de Matemática para estudo, como a formalização das ideias discutidas nos encontros presenciais referentes à construção do planejamento, entre outros. E, ainda, e-mails e mensagens pelo aplicativo *WhatsApp* foram utilizadas para marcar os encontros e discutir algumas atividades não presenciais, como a escolha da tarefa Matemática.

Para a coleta de informações utilizamos gravações em áudio (GA), o diário de bordo (DB) da pesquisadora, registros escritos dos participantes elaborados durante os encontros e uma entrevista semiestruturada (ES) realizada no final do processo formativo, a qual aconteceu individualmente. No tópico a seguir, trazemos uma breve descrição e algumas análises das informações que foram obtidas a partir do desenvolvimento dos momentos de planejamento e de ensino desse processo formativo, as quais foram realizadas à luz de aspectos teóricos da perspectiva de ensino exploratório de Matemática.

### **3. Resultados e Discussões**

O *momento de planejamento* do processo formativo foi desenvolvido nos quatro primeiros encontros conforme o Quadro 1 e teve intenção de propiciar aos participantes momentos de estudo, discussão e reflexão sobre práticas visando à elaboração de um plano de aula, a partir de um *framework*<sup>2</sup>, o qual foi utilizado no momento de ensino, sob a perspectiva de ensino exploratório de Matemática.

No primeiro encontro foram organizados dois grupos de trabalho e discutidas possíveis datas para o momento de ensino. Além disso, houve um tempo de reflexão e discussão sobre aspectos relativos às práticas referentes ao ensino exploratório vivenciadas em um momento anterior no contexto do PIBID, permitindo, assim, que pudessem ser revistas, reformuladas, reorganizadas, a fim de melhorarmos o desenvolvimento dessa ação formativa. Em seguida, para continuidade da formação, foi proposta uma tarefa não presencial, o estudo do artigo “Ensino exploratório da Matemática: Práticas e desafios”, de

---

<sup>2</sup> Esse *framework* foi elaborado pelo Grupo de Estudos e Pesquisa sobre Formação de Professores que Ensinam Matemática (GEPEFOPEM) da Universidade Estadual de Londrina, com a intenção de apresentar subsídios para a organização e condução de uma aula desenvolvida sob a perspectiva do ensino exploratório.



Canavarro (2011). Essa tarefa buscou atender o pedido dos participantes em relação ao estudo de outros textos referentes ao ensino exploratório de Matemática, a fim de contribuir para o direcionamento da construção do plano de aula e das práticas inerentes a essa perspectiva de ensino.

No segundo encontro foi proposto aos sujeitos da pesquisa discutirem a respeito do artigo que ficou para estudo. Logo após, os integrantes se reuniram a fim de escolherem a tarefa e anteciparem suas possíveis resoluções. Em uma discussão anterior, via aplicativo *WhatsApp*, os participantes sugeriram três tarefas que contemplavam o conceito de sequências numéricas (conceito sugerido pelos professores regentes das turmas em que seriam aplicadas a tarefa) e ficaram de resolvê-las de várias maneiras para discuti-las neste encontro, a fim de escolherem apenas uma a ser utilizada no momento de ensino.

Os participantes optaram por escolher uma tarefa (Quadro 2) em que no seu enunciado não estivesse explícito o conteúdo de sua resolução, de modo que poderiam instigar os alunos a resolverem-na de diferentes maneiras. Além disso, fizeram algumas adaptações a fim de levantarem uma discussão no momento de ensino referente à obtenção de uma lei de formação para determinar o número de cartas em qualquer figura.

### Quadro 2: Tarefa castelo de cartas

A figura abaixo mostra castelos de cartas de 1, 2 e 3 andares. Para montar esses castelos, foram usadas 2, 7 e 15 cartas, respectivamente. De acordo com as informações, responda aos seguintes itens:



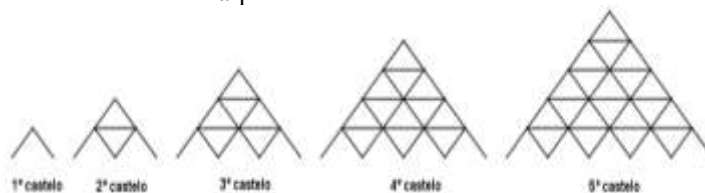
- a) Quantas cartas serão necessárias para montar um castelo de 5 andares? E de 10 andares?
- b) Quantas cartas serão necessárias para construir um castelo com o mesmo número de andares do maior edifício do mundo *Burj Khalifa*, localizado em Dubai, nos Emirados Árabes, com 160 andares?

Fonte: Olimpíada Brasileira de Matemática (2009, adaptada)

Após essa escolha, os participantes anteciparam possíveis resoluções, conforme as práticas de Stein *et al.* (2008), e as socializaram para uma discussão geral. Vejamos as resoluções apresentadas aos itens *a* (Quadro 3) e *b* (Quadro 4), respectivamente.

### Quadro 3: Resoluções dos participantes para o item *a* da tarefa

Primeira resolução: Descobrimos o item  $a$  por meio do desenho<sup>3</sup>:



No 1º, 2º, 3º e 4º castelos temos respectivamente, 2, 7, 15, e 26 cartas. No 5º castelo haverá 40 cartas e o 10º com 155 cartas.

Segunda resolução: Para fazer um novo andar em um castelo já construído, precisamos das cartas do castelo anterior mais três cartas para cada novo triângulo formado (em vermelho) e mais duas para os lados (em verde).



Assim, para fazer o castelo de dois andares ( $C_2$ ), a partir do primeiro, temos:  $2 + 1 \cdot 3 + 2 = 7$ . Para fazer o castelo de três andares ( $C_3$ ), a partir do segundo,  $7 + 2 \cdot 3 + 2 = 15$ , e assim sucessivamente. Vejamos:

$$\begin{aligned} C_2 &= 2 + 1 \cdot 3 + 2 = 7 \\ C_3 &= 7 + 2 \cdot 3 + 2 = 15 \\ C_4 &= 15 + 3 \cdot 3 + 2 = 26 \\ C_5 &= 26 + 4 \cdot 3 + 2 = 40 \\ &\vdots \\ C_n &= C_{n-1} + (n - 1) \cdot 3 + 2 \end{aligned}$$

Seguindo essa ideia, temos que o castelo com 10 andares terá  $C_{10} = 126 + 9 \cdot 3 + 2 = 155$  cartas<sup>4</sup>.

Terceira resolução: A partir dos resultados obtidos anteriormente, observa-se que existe um padrão, onde o 2º castelo foi construído com 2 cartas pertencentes ao castelo anterior mais 5 novas cartas, resultando em  $2+5=7$  cartas. Já o 3º foi construído com as 7 cartas do 2º castelo mais 8 cartas novas, totalizando em  $7+8=15$  cartas. O 4º castelo é construído com 15 cartas mais um novo andar com 11 novas cartas, resultando em  $15+11 = 26$  cartas. Temos que, a cada novo castelo construído, aproveitamos a quantidade de cartas do castelo anterior e adicionamos três cartas ao resultado da diferença entre a quantidade de cartas dos dois castelos anteriores. Por exemplo, o 4º castelo é construído com 15 cartas do 3º castelo, mais 11 cartas que é o resultado da diferença entre quantidade de cartas entre do 3º e do 2º castelo, acrescido de três cartas, ou seja,

$$\begin{aligned} 15 + [(15 - 7) + 3] &= 26 \\ C_4 &= C_3 + (C_3 - C_2) + 3 \\ C_5 &= C_4 + (C_4 - C_3) + 3 \end{aligned}$$

Construindo a sequência, teremos:

$$2, 7, 15, 26, 40, 57, 77, 100, 126, 155$$

Assim, o castelo com 10 andares terá 155 cartas na sua construção.

Quarta resolução: Podemos reescrever o número de cartas necessárias para construir os castelos da seguinte forma:

$$1^\circ \text{ andar: } 1 + 1 = 2$$

$$2^\circ \text{ andar: } (1 + 2) + (1 + 2) + 1 = 7$$

$$3^\circ \text{ andar: } (1 + 2 + 3) + (1 + 2 + 3) + 3 = 15$$

$$4^\circ \text{ andar: } (1 + 2 + 3 + 4) + (1 + 2 + 3 + 4) + 6 = 26$$

$$5^\circ \text{ andar: } (1 + 2 + 3 + 4 + 5) + (1 + 2 + 3 + 4 + 5) + 10 = 40$$

$\vdots$

$$10^\circ \text{ andar: } (1 + 2 + 3 + \dots + 9 + 10) + (1 + 2 + 3 + \dots + 9 + 10) + 45 = 155$$

Assim, o número de cartas para construir um castelo de 10 andares é 155 cartas.

<sup>3</sup> Os licenciandos optaram por trazer no planejamento a estratégia de desenhar os castelos, por considerarem que alguns alunos da Educação Básica poderiam utilizá-la na resolução da tarefa, e por isso fizeram apenas os cinco primeiros, para ter uma ideia de como poderiam proceder no momento de ensino.

<sup>4</sup> Os números de cartas dos castelos de 6, 7, 8 e 9 andares foram obtidos nos registros escritos dos licenciandos e, para a descrição do planejamento, optaram por utilizar as reticências para suprimir esses valores.

**Quinta resolução:** Inicialmente podemos fazer a análise da quantidade de cartas usadas nas primeiras três figuras ( $F_1, F_2, F_3$ ):  $F_1 = 2$ ;  $F_2 = 7$ ; e  $F_3 = 15$ . A partir disso, observamos que a diferença entre  $F_2$  e  $F_1$  são de 5 cartas e de  $F_3$  e  $F_2$  são de 8 cartas. Sendo assim, a diferença entre  $F_4$  e  $F_3$  será de 11 cartas. E assim seguirá o padrão de três unidades entre essas diferenças, logo

$$\begin{aligned} F_2 &= 2 + 5 = 7 \\ F_3 &= 7 + 8 = 15 \\ F_4 &= 15 + 11 = 26 \\ F_5 &= 26 + 14 = 40 \\ &\vdots \end{aligned}$$

$$F_{10} = 126 + 29 = 155 \text{ cartas.}$$

**Sexta resolução:** Outra maneira de encontrarmos a quantidade de cartas usadas para montar os castelos de 5 e 10 andares é analisando a quantidade de cartas laterais ( $P_n$ ) e a quantidade de cartas que compõem a base de cada andar ( $B_n$ ), em uma figura de posição  $n$ . Observe que as cartas que compõem os lados dos triângulos e não sua base, obedecem à seguinte soma:  $P_1 = 2$  cartas;  $P_2 = 4 + 2 = 6$ ;  $P_3 = 6 + 4 + 2 = 12$ ;  $P_4 = 8 + 6 + 4 + 2 = 20$ ; logo

$$P_{10} = 20 + 18 + \dots + 4 + 2 = 110,$$

pois a quantidade de cartas laterais necessárias para cada figura  $n$  é determinada pela soma dos elementos da sequência  $\{2n\}$  (sequência dos números pares).

Agora contamos a quantidade de cartas necessárias para compor as bases ( $B_n$ ) de cada triângulo. Vejamos:  $B_1 = 0$ , não temos cartas que compõem a sua base, pois não formam um triângulo;  $B_2 = 1$ ;  $B_3 = 2 + 1 = 3$ ;  $B_4 = 3 + 2 + 1 = 6$ ; logo

$$B_{10} = 9 + 8 + \dots + 2 + 1 = 45,$$

pois a quantidade de cartas da base de cada triângulo de uma figura na posição  $n$  ( $F_n$ ) é determinada pela soma dos primeiros elementos da sequência  $\{n - 1\}$ .

Assim, para determinar a quantidade de cartas de  $F_5$  e  $F_{10}$  teremos que realizar as seguintes somas:

$$F_5 = (10 + 8 + 6 + 4 + 2) + (4 + 3 + 2 + 1) = 40$$

e

$$F_{10} = (20 + 18 + \dots + 4 + 2) + (9 + 8 + \dots + 2 + 1) = 155$$

**Sétima resolução:** Observando a construção dos andares, percebemos que, na 1ª figura, temos apenas um triângulo incompleto (com 2 cartas), faltando a carta da base. Na 2ª percebemos que há 2 triângulos incompletos e um triângulo completo (com 3 cartas) em cima desses dois. Na 3ª temos 3 triângulos incompletos na base, 2 em cima destes completos e mais 1 em cima. Seguindo esse raciocínio, na 5ª figura teremos 5 triângulos incompletos ( $5 \cdot 2 = 10$ ) com 10 cartas, mais  $4 + 3 + 2 + 1$  triângulos completos ( $10 \cdot 3 = 30$ ) com 30 cartas, totalizando 40 cartas. Na 10ª figura teremos 10 triângulos incompletos ( $10 \cdot 2 = 20$ ) com 20 cartas, seguido de  $9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1$  triângulos completos ( $45 \cdot 3 = 135$ ) com 135 cartas, totalizando 155 cartas.

**Fonte:** Registros dos participantes<sup>5</sup>

#### Quadro 4: Resoluções dos participantes para o item b da tarefa

**Resolução 1:** Utilizando a fórmula do termo geral ( $a_n$ ) de uma progressão aritmética (PA) para encontrar a quantidade de cartas laterais do primeiro andar da 160ª figura,

$$\begin{aligned} a_n &= a_1 + (n - 1) \times r \\ a_{160} &= 2 + (160 - 1) \times 2 \\ a_{160} &= 320 \end{aligned}$$

Assim, conforme a sexta resolução do item a (Quadro 3),  $F_{160}$  será composta por 160 andares, e cada andar será construído pela soma de elementos da sequência  $\{2n\}$ , que são as cartas laterais, mais a soma de elementos da sequência  $\{n - 1\}$ , que são as cartas da base, ou seja, essa adição determinará a quantidade de cartas totais utilizadas na  $F_{160}$ . Vejamos,

$$F_{160} = (320 + 318 + 316 + \dots + 6 + 4 + 2) + (159 + 158 + 157 + \dots + 1)$$

Utilizando a fórmula da soma dos  $n$  primeiros termos de uma PA ( $S_n$ ) para obter a quantidade de cartas necessárias para a construção do 160º castelo, primeiramente encontramos a soma dos pares de 2 a 320:

<sup>5</sup> Nos Quadros 3 e 4, foram realizadas algumas adequações em informações e notações (mantendo a essência das resoluções dos participantes da pesquisa) a partir do diário de bordo da pesquisadora, a fim de auxiliar o leitor na compreensão de algumas resoluções.

$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}$ $S_n = \frac{(2 + 320) \times 160}{2}$ $S_n = 25760$ <p>Em seguida, encontramos a soma de 1 a 159:</p> $S_n = \frac{(a_1 + a_n) \times n}{2}$ $S_n = \frac{(1 + 159) \times 159}{2}$ $S_n = 12720$ <p>Portanto,</p> $F_{160} = (320 + 318 + 316 + \dots + 6 + 4 + 2) + (159 + 158 + 157 + \dots + 1)$ $F_{160} = 25760 + 12720$ $F_{160} = 38480 \text{ cartas.}$
<p><b>Resolução 2:</b> Partindo da ideia da soma dos <math>n</math> primeiros pares <math>(2 + 4 + 6 + \dots + 2n)</math>, mais a soma dos <math>n - 1</math> primeiros naturais <math>(1 + 2 + 3 + \dots + (n - 1))</math>, vejamos</p> <p>Fazendo a soma dos <math>n</math> primeiros pares utilizando a soma dos termos equidistantes,</p> $S_{pares} = (2 + 4 + 6 + \dots + 2n)$ $S_{pares} = (2 + 2n) \times \frac{n}{2}$ $S_{pares} = \frac{2n + 2n^2}{2}$ <p>De modo análogo, fazemos a soma dos <math>n - 1</math> naturais,</p> $S_{naturais} = (1 + 2 + 3 + \dots + n - 1)$ $S_{naturais} = (1 + (n - 1)) \times \frac{(n - 1)}{2}$ $S_{naturais} = (n) \times \frac{(n - 1)}{2}$ $S_{naturais} = \frac{(n^2 - n)}{2}$ <p>Assim, a lei de formação que determina a soma de todas as cartas utilizadas para a construção de uma figura <math>n</math> (<math>F_n</math>) será igual à soma dos números <math>n</math> pares mais a soma dos <math>n - 1</math> naturais,</p> $F_n = S_{pares} + S_{naturais}$ $F_n = \frac{2n + 2n^2}{2} + \frac{(n^2 - n)}{2}$ $F_n = \frac{3n^2 + n}{2}$ <p>Sendo assim, para determinar o castelo com 160 andares, fazemos</p> $F_{160} = \frac{3 \cdot 160^2 + 160}{2} = 38480$
<p><b>Resolução 3:</b> Observamos que a quantidade de cartas a mais necessárias para a construção de um próximo castelo obedece à soma dos elementos da sequência <math>\{3n - 1\}</math>, ou seja, <math>2 + 5 + 8 + 11 + \dots + 3n - 1</math>.</p> $S_1 = 2$ $S_2 = 2 + 5 = 7$ $S_3 = 2 + 5 + 8 = 15$ $S_4 = 2 + 5 + 8 + 11 = 26$ <p>E assim por diante. Sendo assim, o primeiro termo da sequência é 2 e a razão é 3 e, se aplicarmos isso na fórmula da soma dos <math>n</math> termos de uma PA (<math>S_n</math>), obteremos a lei de formação, vejamos</p> $S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}$ <p>como <math>a_n = a_1 + (n - 1) \cdot r</math>, temos</p> $S_n = \frac{\{a_1 + [a_1 + (n - 1) \cdot r]\} \cdot n}{2}$ $= \frac{\{2 + [2 + (n - 1) \cdot 3]\} \cdot n}{2}$

$$= \frac{\{2 + [3n - 1]\} \cdot n}{2}$$

$$= \frac{3n^2 + n}{2}$$

Para  $n = 160$ , temos

$$S_{160} = \frac{3(160)^2 + 160}{2} = 38480 \text{ cartas}$$

Nesta resolução, a notação  $S_n$  foi utilizada para determinar a quantidade de cartas utilizadas para a construção de uma figura  $n$  no lugar de  $F_n$ .

**Fonte:** Registros dos participantes

Diante disso, observamos diferentes resoluções para a tarefa escolhida, nas quais foram utilizadas várias interpretações, estratégias, procedimentos e representações para antecipar possíveis resoluções. No item *a*, percebemos que para encontrar a quantidade de cartas nas figuras de números cinco e dez, esses licenciandos utilizaram: a representação pictórica para contar a quantidade de cartas e também para associar estratégias de construção das figuras com possíveis generalizações para obter a quantidade de cartas; a ideia de recursividade, utilizando a quantidade de cartas do castelo anterior para determinar a quantidade de cartas do próximo; sequências numéricas relacionando a posição da figura com a ideia de recursividade; soma dos elementos de sequências numéricas relacionadas com a posição da figura.

Para resolver o item *b*, os participantes associaram a soma dos elementos da sequência de uma figura em uma posição qualquer com elementos de uma PA, considerando a quantidade de cartas da primeira figura com o primeiro termo  $a_1$  ( $a_1 = 2$ ), a adição de 3 cartas para a construção de uma próxima figura com a razão,  $r = 3$ , e a soma dos elementos das sequências  $\{2n\}$  e  $\{n - 1\}$  com a fórmula da soma dos  $n$  termos de uma PA; obtiveram a fórmula para determinar a quantidade de cartas em uma figura  $n$  usando a ideia da soma dos termos equidistantes na adição das sequências dos  $n$  primeiros pares ( $2 + 4 + 6 + \dots + 2n$ ), com a dos  $\{n - 1\}$  primeiros naturais ( $1 + 2 + 3 + \dots + (n - 1)$ ); considerando a sequência  $\{3n - 1\}$  que determina a quantidade de cartas a serem adicionadas em cada figura e as fórmulas do termo geral e da soma dos  $n$  termos de uma PA, elaboraram uma lei geral que determina a quantidade de cartas em cada figura  $n$ .

Essas resoluções foram apresentadas e discutidas nesse segundo encontro, em seguida foram digitadas e enviadas por *e-mail* aos participantes, inclusive aos professores regentes das turmas que posteriormente desenvolveriam o momento de ensino. Além disso, como tarefa não presencial ficou o estudo do artigo “O ensino exploratório e a elaboração de um *framework* para os casos multimídia”, de Cyrino e Teixeira (2016). A intenção de

propiciar o estudo desse artigo foi o de atender um pedido feito pelos participantes, de detalhar possíveis práticas para conduzir uma aula sob essa perspectiva, fase a fase, em especial aquelas que fomentam discussões.

Sendo assim, percebemos que a prática de antecipar permitiu aos participantes da pesquisa pensarem: em diferentes interpretações, estratégias, procedimentos, representações inerentes à tarefa, e, assim, buscarem entender de forma detalhada o conceito matemático em questão, preparando-se para possíveis direcionamentos no momento de ensino; nos alunos na construção do planejamento, considerando possíveis erros, dificuldades, resoluções mais comuns, perguntas a serem levantadas na realização da tarefa, para, assim, monitorá-los de forma efetiva, criando estratégias de ação para as prováveis dúvidas e caminhos que poderão ser utilizados.

Entendemos que a vivência dessa prática proporcionou aos participantes um norte para a condução da aula, possibilitando-lhes refletirem sobre prováveis resoluções que os alunos poderão desenvolver, erros e acertos, como maneiras de orientá-los em suas resoluções. Vejamos o depoimento de alguns dos licenciandos.

*P1: [...] é importante antecipar possíveis resoluções. [...] porque o professor tem que pensar nos conhecimentos dos alunos e explorar isso em sala de aula [...]. Nós resolvemos um problema de uma forma, porém, quando chegar lá, o aluno pode resolver de outra e se eu não tiver essa preparação (planejamento) para entender aquilo, então a aula não vai ter um êxito igual esperamos (ES).*

*P3: [...] isso poderá ajudar até mesmo o professor na hora do entendimento do pensamento do aluno, [...] que nos veremos não como professores, mas veremos como um aluno. [...] às vezes quando eu tenho dificuldade com determinado conteúdo, normalmente eu procuro estudar na internet para repassar, mas eu não vejo como o aluno vai entender esse conteúdo, e é isso que precisamos muito, trabalhar com o conhecimento relacionado ao pensamento do aluno [...], quais os meios que ele poderá usar para chegar a uma determinada resolução [...] (ES).*

Diante desses depoimentos, inferimos que esses participantes manifestam um entendimento de que a prática de antecipar possibilita ao professor um preparo para conduzir diferentes ideias matemáticas que podem surgir no desenvolvimento da aula, a fim de direcionar os pensamentos em desenvolvimento dos alunos e fazer possíveis conexões com as ideias matemáticas apresentadas, conforme Canavarro (2011, p. 13),

Ao antecipar, o professor fica mais apto a explorar todo o potencial da tarefa para as aprendizagens matemáticas dos alunos e a tomar decisões acerca de como estruturar as apresentações e gerir as discussões com base em critérios relacionados com a aprendizagem matemática.

Além disso, observamos no depoimento de P3 que realizar essa prática permitiu a esse licenciando se colocar na posição de aluno (STEIN *et al.*, 2008).

O terceiro encontro começou com a discussão do artigo que ficou como tarefa não presencial e, em seguida, com base nas resoluções da tarefa realizadas no encontro anterior, os participantes deram início à construção do *framework*, elaborando suas ações e intenções para as duas primeiras fases de aula.

O quarto encontro iniciou com a discussão sobre práticas que foram planejadas para as duas primeiras fases de aula; após esse momento, começaram a construção e a discussão de ações e intenções para as duas últimas fases de aula, a fim de finalizar esse planejamento. Como tarefa não presencial para os licenciandos ficou a digitalização desse plano de aula (Quadro 5).

**Quadro 5:** *Framework* utilizado no planejamento do segundo momento de ensino

Etapas	Práticas	Elementos que compõem as práticas
Antes da aula	Antecipar	<p>Objetivo da aula: Proporcionar uma tarefa que promova a construção do conceito de sequências numéricas por meio de diferentes interpretações, estratégias de resolução e representações.</p> <p>Objetivos da tarefa: investigar regularidades na construção dos castelos de cartas; determinar a quantidade de cartas para as próximas figuras; explorar as sequências presentes e soma de seus termos; identificar a relação entre as variáveis e determinar o termo geral.</p> <p>Ações a serem consideradas:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Resolver de várias formas a tarefa, seja de forma mais elementar até a mais complexa;</li> <li>• Fazer uma adaptação da tarefa para torná-la mais desafiante e motivadora para os alunos do 2º ano do Ensino Médio;</li> <li>• Pensar nas principais dificuldades que os alunos poderão ter durante a realização da tarefa;</li> <li>• Definir um tempo de 15 min. para introdução da tarefa, 35 min. para a realização, 25 min. para discussão e 20 min. para a sistematização das aprendizagens matemáticas.</li> </ul>
Durante a aula	Propor a tarefa	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Explicar brevemente como se dará a aula, falando um pouco da dinâmica do ensino exploratório, dando um pequeno enfoque em cada uma das quatro fases que o compõe;</li> <li>• Apresentar a tarefa de forma esclarecedora, a fim de facilitar o seu entendimento e obter o engajamento dos alunos em sua resolução;</li> <li>• Organizar a sala em grupos de 3 a 5 participantes dependendo do número de alunos;</li> <li>• Trazer a tarefa em uma folha impressa e distribuir entre os grupos;</li> <li>• Fazer a leitura em bom tom para toda a turma e em seguida fazer questionamentos sobre os objetivos da tarefa;</li> <li>• Trazer palitos de fósforos para a construção dos andares.</li> </ul>

Monitorar	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Instigar os alunos por meio de perguntas motivadoras e questionadoras sobre a resolução da tarefa;</li> <li>• Proporcionar uma interação dentro do grupo sobre possíveis resoluções, a fim de gerar discussões e aprendizagens;</li> <li>• Proporcionar a autonomia dos alunos diante da tarefa;</li> <li>• Desenvolver o pensamento crítico do aluno, por meio de perguntas sobre suas resoluções, de como chegaram a tal conclusão, porque representaram de tal maneira;</li> <li>• Levar em consideração as resoluções certas e erradas pelos alunos;</li> <li>• Não validar, de imediato, as estratégias de resoluções dos alunos;</li> <li>• Averiguar e fazer anotações sobre as resoluções que ajudam a realizar a discussão e identificação dos elementos matemáticos envolvidos na tarefa que facilitam a aprendizagem;</li> <li>• Instigar os alunos a fazerem perguntas tanto para os professores, quanto para os membros dos seus grupos durante a realização da tarefa.</li> </ul>
Selecionar e Sequenciar	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Sequenciar as apresentações de acordo com o seu grau de dificuldade;</li> <li>• Pedir aos grupos para organizarem suas resoluções e escolher um representante para apresentá-la à classe;</li> <li>• Fazer explicarem suas resoluções.</li> </ul>
Discutir as resoluções	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Convidar todos para que participem da discussão, fazendo que prestem atenção na apresentação de cada grupo;</li> <li>• Apresentar as diferentes formas de resoluções e analisá-las junto com os alunos;</li> <li>• Promover a interação entre toda a turma para que juntos possam discutir as resoluções apresentadas durante a discussão da tarefa.</li> </ul>
Sistematizar as aprendizagens	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Criar conexões entre possíveis resoluções e representações encontradas;</li> <li>• Pedir para que anotem os conhecimentos matemáticos adquiridos na sistematização, incentivando-os a conhecerem mais as regras matemáticas;</li> <li>• Falar da importância das ideias matemáticas, regras e generalizações;</li> <li>• Discutir os conhecimentos matemáticos utilizados em cada resolução apresentada, relacionando-os com ideias matemáticas formalizadas.</li> </ul>

Fonte: Adaptado de Cyrino e Teixeira (2016, p. 86-87)

Em relação ao momento de planejamento, em seus depoimentos à entrevista semiestruturada, os licenciandos destacaram algumas contribuições para sua formação docente quanto à construção do plano de aula e à condução do processo formativo, conforme os exemplos a seguir.

*P1: [...] essa troca de experiências, a resolução das tarefas [...] foi um suporte maior para estarmos lá (momento de ensino), [...] nós conseguimos ver outras sequências e até [...] confrontar alguns conhecimentos que nós tínhamos (ES).*

*P2: [...] a visão que eu basicamente tinha era essa do professor na frente ensinando e os alunos apenas ouvindo, [...] inclusive eu pude perceber na prática como montar um plano de aula que foque não nos meus interesses como professor, mas na visão do aluno, [...] nos auxilia a pensar de outra maneira, que o principal foco na aprendizagem é o aluno (ES).*

*P7: [...] você entende que se você não planejar você não vai conseguir aplicar uma coisa bem feita e não vai encontrar os resultados esperados. [...] quando você percebe que o aluno está desenvolvendo aquela questão de uma forma, você vê o quão era importante você ter estudado para conseguir auxiliar o aluno, de certa forma, para que ele consiga ir mais a frente (ES).*



Observamos que os encontros de planejamento permitiram a esses participantes manifestarem o entendimento de considerar possíveis pensamentos de seus alunos na construção do plano de aula, como seus interesses, conhecimentos prévios, possíveis erros e dificuldades, deixando evidente o entendimento de que em sala de aula o aluno deve ser o protagonista. E, ainda, os encontros possibilitaram discussões a respeito de diferentes procedimentos, representações, estratégias de resoluções, entre outros, sobre as ideias matemáticas presentes na tarefa.

Nesse sentido, entendemos que o ato de se planejar propiciou um sentimento de segurança e confiança para ministrar uma aula sob a perspectiva de ensino exploratório de Matemática, pois fez esses licenciandos se prepararem "[...] da melhor forma para fazer emergir e aprofundar o conhecimento matemático dos alunos a partir da sua atividade" (OLIVEIRA; CARVALHO, 2014, p. 370).

O *momento de ensino* aconteceu em duas ocasiões diferentes, ministradas pelos grupos 1 e 2 em escolas distintas, conforme o Quadro 1. A seguir, apresentamos uma breve descrição da aula ministrada pelo Gr1<sup>6</sup>, algumas análises realizadas sobre o momento de ensino desenvolvido por esse grupo e sobre os depoimentos realizados na entrevista semiestruturada pelos participantes dos dois grupos.

Para dar início à primeira fase da *introdução da tarefa*, após a organização dos grupos de alunos e a explicação sobre a dinâmica da aula, os licenciandos entregaram uma folha com a tarefa impressa para cada aluno, e pediram primeiramente para que lessem individualmente e depois para que um a lesse em voz alta. Em seguida, entregaram palitos de fósforos para cada grupo a fim de que pudessem utilizá-los para construir o quarto e o quinto castelo de cartas e que, a partir disso, levantassem estratégias para a resolução da tarefa. Após verificarem que os estudantes se engajaram na *realização da tarefa*, os licenciandos foram monitorá-los.

Durante a segunda fase, os licenciandos decidiram por monitorarem todos os grupos para ter uma visão geral do andamento da aula. No decorrer dessa fase, foi observado que alguns grupos de alunos estavam com dificuldades para a resolução da tarefa. Diante disso, destacamos uma prática de monitorar do Gr1. O licenciando P3, ao ver um grupo com dificuldades de encontrar o número de cartas da décima figura, levantou alguns

---

<sup>6</sup> Para o texto não ficar repetitivo com a descrição e análise dos dois momentos de ensino, do Gr1 e Gr2, como as duas aulas foram realizadas utilizando o mesmo planejamento e tarefa, optamos por mostrar apenas parte da descrição e análise das ações que compõe a aula do Gr1.

questionamentos a esse grupo, a fim de direcioná-lo em sua resolução a partir do que havia realizado, vejamos.

*P3: Esse aqui é o castelo de dois andares certo?*

*Alunos: Sim.*

*P3: Para construí-lo vocês utilizaram...*

*Alunos: o castelo anterior mais 5 cartas.*

*P3: E para construir o próximo?*

*Aluno 11: Utilizaria as 2 cartas do primeiro, mais 5 cartas que utilizou a mais no segundo, mais 8 cartas (e aponta para o que escreveu, a saber, castelo 1 : 2, castelo 2 : 2+5, castelo 3 : 2+5+8).*

*P3: Para eu saber do castelo de 10 andares, eu teria que fazer o quê?*

*Aluno 11: Somar os andares.*

*P3: Como?*

*Aluno 11: 2+ 5+ 8+ 11 + ..., está aumentando de 3 em 3.*

*P3: Quando uma sequência aumenta gradativamente, podemos chamar do quê?*

*Aluno 11: Progressão aritmética, é a soma de uma progressão aritmética (GA e DB).*

Assim sendo, observamos que, ao monitorar a resolução de um grupo, P3 pôde ver e ouvir o que os alunos estavam desenvolvendo, suas possíveis dúvidas e estratégias utilizadas, e assim pôde orientá-los a fim de que utilizassem seus conhecimentos prévios para resolver a tarefa. Em relação a essa prática, destacamos alguns depoimentos, incluindo o desse futuro professor.

*P3: [...] no ensino exploratório, além de ter esse contato entre professor e aluno, ainda o aluno consegue interagir com o grupo, então aqui, além de buscar formar o conhecimento, nós vivemos essa interatividade que é o grande diferencial (ES).*

*P5: [...] como ela dá margem para o aluno resolver de outro jeito [...] que leva a criança a pensar por si mesma, não seguir regras ou padrões. [...] leva os alunos a pensarem mais, a se engajarem mais, [...] nós estamos andando direto nos grupos, falando com eles [...] cada um se sente importante [...] (ES).*

*P7: [...] é da dinâmica da aula, onde o aluno está construindo todo aquele processo de aprendizagem [...], o professor está lá mais como mediador, [...] do início da aplicação, desde a questão do problema em si, até o final faz com que o aluno esteja atento o tempo todo, [...] porque ele se sente desafiado e motivado naquela tarefa, [...] porque ele tem aquele pensamento crítico, uma construção matemática ao invés de ser apenas 'bizu' (procedimento decorado) (ES).*

Observamos, nesses depoimentos que a prática de monitorar proporcionou aos estudantes uma interação entre professor e aluno, e entre seus colegas em sala, possibilitando construir o conhecimento matemático em conjunto a partir do que fizeram (OLIVEIRA; MENEZES; CANAVARRO, 2013). Além disso, esses licenciandos manifestaram o entendimento dos papéis atribuídos aos participantes de uma aula desenvolvida sob a perspectiva de ensino exploratório, do professor como observador e orientador da aprendizagem dos alunos, que os conduziu a pensarem por si mesmos com liberdade e apoio para apresentarem diferentes resoluções, possibilitando que a aprendizagem Matemática faça sentido para eles, e dos estudantes como protagonistas da construção do conhecimento

matemático (OLIVEIRA; CARVALHO, 2014; PONTE; QUARESMA, 2015). E ainda, destacaram a participação dos alunos na aula, pois se sentiram desafiados, interessados em resolver a tarefa, possibilitando que discutissem, argumentassem sobre as ideias matemáticas desenvolvidas por eles.

A terceira fase, *discussão da tarefa*, começou com a apresentação de diferentes resoluções pelos grupos de alunos, iniciando-se com a resolução mais simples, na qual construíram os castelos de cartas com os palitos de fósforos disponibilizados pelos licenciandos. Em seguida, optaram pela resolução que trouxe a ideia de recursividade, que utilizou uma estratégia que possibilita generalizar a soma dos termos da sequência para obter a quantidade de cartas necessárias para construir o castelo de 160 andares. E a terceira e última apresentação, trouxe uma ideia que relaciona a quantidade de cartas utilizadas na base de um castelo com o número da sua figura e, para as demais cartas que ficam acima da base relacionaram com o número de triângulos completos que compunham a construção de cada castelo, que pode ser descrito pela sequência dos números triangulares:  $1, 3, 6, 10, \dots, \frac{n^2+n}{2}, \dots$ .

Diante das práticas de selecionar e sequenciar resoluções para a fase da discussão da tarefa, podemos inferir que esse processo formativo apoiado na perspectiva de ensino exploratório contribuiu para os participantes da pesquisa verem a necessidade de tomar uma decisão sobre escolher quais contribuições podem maximizar a aprendizagem dos alunos, “[...] fazendo uma discussão matematicamente coerente e previsível” (STEIN *et al.*, 2008, p. 330).

A última apresentação envolveu grande parte dos alunos em sua discussão. Sendo assim, os licenciandos P1 e P3, com o intuito de aproveitarem as ideias que foram discutidas iniciaram a quarta fase de aula, *sistematização das aprendizagens matemáticas*, levantando questionamentos sobre essa resolução.

*P1: Na primeira figura temos quantas cartas na base?*

*Alunos: 2.*

*P1: E na segunda?*

*Alunos: 4.*

*Aluno 1: Sempre vai ser o dobro.*

*Alunos: Isso! O dobro.*

*Aluno 15: Então na figura 160, vamos ter 320 (cartas na base)?*

*P1: Isso (GA).*

*P3: Aqui eu posso dizer que essa figura vai ser 3 vezes 1, menos 1? (apontando para o primeiro castelo, pois poderia formar um triângulo, mas falta uma carta). Aqui vai ser quanto? (apontando para o segundo castelo de cartas).*

Alunos: 3 vezes 3, menos 2 (pois poderiam ser 3 triângulos completos, mas faltam 2 cartas da base do castelo).

P3: E aqui? (apontando para o terceiro castelo)

Alunos: 3 vezes 6, menos 3.

P3: 1, 3 e 6, vocês sabem que sequência é essa?

Alunos: Não.

P3: É a sequência dos números triangulares. Tipo, o primeiro triângulo é formado por 1, o segundo por 3 (desenha 3 pontos no quadro formando um triângulo), o terceiro por 6 (desenha 6 pontos formando um triângulo), aí 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, e 10 e assim vai indo (construindo o quarto triângulo a partir do terceiro, adicionando mais 4 pontos). Então por essa lógica a quarta figura é para ser... 3 vezes 10, menos 4.

A partir disso, P1 continua a explicar.

P1: Os números triangulares eu posso descrever dessa forma (escrevendo no quadro)

$$\begin{aligned} &1 \\ &1 + 2 = 3 \\ &1 + 2 + 3 = 6 \\ &1 + 2 + 3 + 4 = 10 \quad (\text{DB e GA}). \end{aligned}$$

Em seguida, por meio da soma dos termos extremos, P1 construiu a fórmula que determina a soma dessa sequência,  $T_n = \frac{n^2+n}{2}$  e, a partir da discussão de P3, complementou a regularidade observada com a fórmula da soma dos números triangulares no quarto castelo e depois concluiu para o castelo de número 160.

$$\begin{aligned} C_4 &= 3 \cdot 10 - 4 = 26 \\ C_{160} &= 3 \cdot \frac{n^2+n}{2} - 160 \\ C_{160} &= 3 \cdot \frac{160^2+160}{2} - 160 \\ C_{160} &= 38480 \text{ cartas (DB e GA)}. \end{aligned}$$

Diante desses encaminhamentos, observamos que esses licenciandos se preocuparam em utilizar algumas ideias que foram discutidas na terceira fase a fim de conectar as respostas dos alunos ao mostrar a resolução do item *b*. Nenhum dos grupos de alunos conseguiu resolver esse item; eles tiveram algumas ideias que permitiriam essa resolução, mas que levariam mais tempo para obter a quantidade de cartas no castelo de 160 andares. Sendo assim, a preocupação desses licenciandos era resolver o item *b* a partir do que fora realizado, porque os alunos estavam ansiosos para descobrir a quantidade de cartas, e depois conectar algumas ideias que foram discutidas na terceira fase. E, ainda, a partir das ideias discutidas sobre as sequências dos números triangulares  $\left\{\frac{n^2+n}{2}\right\}$  e  $\{3n - 1\}$ , os licenciandos apresentaram à turma a definição de uma sequência.

Nesse sentido, entendemos que ao iniciarem a fase da sistematização das aprendizagens matemáticas utilizando-se de ideias que foram apresentadas pelos alunos anteriormente, esses licenciandos propiciaram aos alunos avaliarem as consequências sobre

as diferentes estratégias que surgiram na fase da discussão da tarefa, como a que foi mais eficaz, aquela em que o entendimento tornou-se mais fácil, que a junção de duas pode resultar em uma terceira, entre outras (STEIN *et al.* 2008).

Sobre isso, em seu depoimento, o licenciando P1 destacou que essas duas fases são importantes para contribuir para a aprendizagem dos alunos, pois são as fases que vêm logo após a da realização da tarefa, o que possibilitará entenderem o que fora realizado pelos colegas, além de propiciar outras aprendizagens matemáticas.

*P1: [...] na discussão é importante o professor controlar muito bem a turma, porque é o momento que os alunos estão lá explorando o que fizeram, todo o trabalho que eles tiveram e que não é um trabalho fácil, percebemos isso na aplicação (momento de ensino), você ver que se trabalharmos com uma tarefa desafiadora eles trabalham muito para resolver [...]. Na sistematização, é importante o professor explorar além do que os alunos já fizeram, [...] como se fosse uma ideia de que existe mais do que os alunos pensaram, até uma forma mais fácil de resolver e de explorar tudo aquilo que ele quer explorar, que seria formalizar aquilo de uma forma mais matemática, explorar as fórmulas através dos exemplos dos alunos (ES).*

Diante disso, trazemos um quadro que sintetiza as práticas de ensino exploratório de Matemática realizadas nesse processo formativo.

**Quadro 6:** Síntese de práticas de ensino exploratório de Matemática realizadas no desenvolvimento do processo formativo

Fases	Práticas	Ações realizadas mediante as práticas de ensino momento de planejamento
Antes da aula	Escolha da tarefa	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Permitiu pensar na conexão de diferentes interpretações para a tarefa, buscando entender a matemática de uma forma detalhada, ou seja, fazendo o exercício de compreender seus porquês, diferentes estratégias, procedimentos, entre outros, para sua resolução.</li> <li>- Propiciou considerar o nível de conhecimento dos alunos, com seus conhecimentos prévios, com suas possíveis dificuldades, erros, em trazer uma tarefa que seja interessante, que possa desafiar-los e encorajá-los pela busca de sua resolução ao mesmo tempo que proporcionasse novas aprendizagens.</li> </ul>
	Antecipar (STEIN <i>et al.</i> , 2008)	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Possibilitou pensar sobre diferentes interpretações, estratégias, procedimentos, representações inerentes à tarefa, e assim buscar entender de forma detalhada o conceito matemático em questão, preparando-se para possíveis direcionamentos na tarefa de ensino.</li> <li>- Proporcionou considerar possíveis erros dos alunos, dificuldades, resoluções mais comuns, perguntas a serem levantadas na realização da tarefa, e assim monitorá-los de forma mais efetiva, criando estratégias de ação para as prováveis dúvidas e caminhos que poderão ser utilizados.</li> </ul>
Introdução da tarefa	Usar diferentes elementos didáticos	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Viabilizou trazer elementos didáticos que podem contribuir para o engajamento na resolução da tarefa e, conseqüentemente, na aprendizagem dos alunos, como: a ação de esclarecer a dinâmica da aula; e de utilizar um material manipulável.</li> </ul>
Resolução da tarefa	Monitorar (STEIN <i>et al.</i> , 2008)	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Permitiu que o licenciando tivesse acesso ao pensamento em desenvolvimento dos alunos, possibilitando fazer encaminhamentos para direcioná-los e incentivá-los em sua resolução, além de promover: a interação entre os colegas e com o professor; a autonomia; o levantamento de perguntas; o desafio cognitivo no decorrer da resolução da tarefa.</li> </ul>

	Selecionar e sequenciar (STEIN <i>et al.</i> , 2008)	- Oportunizou o entendimento que essas práticas possibilitam compreender quais contribuições dos alunos são propícias para o andamento da discussão da tarefa, a partir de um critério que promova o encadeamento lógico das ideias matemáticas e que direciona os alunos na (re)organização de seus pensamentos, permitindo que se prepararem para a fase da discussão da tarefa.
Discussão da tarefa	Manter um clima harmonioso	- O apoio e incentivo do professor propiciou aos alunos apresentarem suas ideias matemáticas sem constrangimento, o que permitiu que analisassem e discutissem diferenças entre as resoluções, o que possibilitou ao docente fazer uma interação entre o conceito matemático que está sendo trabalhado e questões didático-pedagógicas que afetam o aprendizado dos seus alunos.
Sistematização das aprendizagens matemáticas	Conectar (STEIN <i>et al.</i> , 2008)	- Permitiu aproveitar as ideias que foram apresentadas na fase da discussão da tarefa, conectando-as a diferentes ideias discutidas e assim conduzir o aprendizado de modo significativo para os alunos, promovendo um entendimento sobre elementos matemáticos presentes na tarefa, a partir do que foi realizado e discutido anteriormente; - Conduziu o licenciando a formalizar na linguagem matemática as respostas apresentadas pelos estudantes, contribuindo para um entendimento sobre elementos matemáticos presentes no desenvolvimento da aula.

**Fonte:** Dos autores

Sobre o momento de planejamento podemos destacar que o desenvolvimento desse processo formativo apoiado na perspectiva de ensino exploratório de Matemática permitiu aos seus participantes: manifestarem a necessidade de estudar de forma detalhada o conteúdo matemático em questão, buscando diferentes interpretações, procedimentos, estratégias, representações, possíveis erros e compreensões; evidenciarem que é preciso considerar os alunos na construção do planejamento, seus conhecimentos prévios, suas dificuldades, interesses, possíveis erros, organização de grupos, entre outros aspectos.

Sobre o momento de ensino, observamos que essa participação possibilitou: evidenciarem a compreensão de que a prática de monitorar possibilita ao professor ter um conhecimento do desenvolvimento do pensamento matemático dos estudantes; de que, a partir disso, é possível orientá-los para a resolução da tarefa e de que essa prática promove um maior envolvimento e interesse por parte dos estudantes, pelo fato dos professores instigá-los, incentivá-los durante a aula; manifestarem o entendimento de que um ambiente propício para as discussões matemáticas possibilita aos alunos compreenderem o objeto matemático em questão de diferentes maneiras, mantendo o nível de exigência cognitiva da tarefa.

Além disso, os participantes destacaram outros aspectos positivos relativos a essa formação, como:

- a ênfase atribuída ao estudo da perspectiva de ensino, o que promoveu uma reflexão sobre práticas referentes à perspectiva de ensino exploratório de Matemática e a

antecipação de algumas na elaboração do *framework* (Quadro 5), o que contribuiu para minimizar os momentos de improvisação no decorrer da aula;

- a participação efetiva dos licenciandos nos encontros, tanto presencial quanto na realização das tarefas e nos momentos de discussões, possibilitando uma maior reflexão e discussão sobre práticas a serem planejadas;
- o envolvimento dos alunos da educação básica no momento de ensino, possibilitando o entendimento de que foi resultado da dinâmica da aula desenvolvida sob a perspectiva de ensino exploratório, a qual promove um ambiente de interação e de diálogo entre alunos e professor, além da busca pelo conhecimento matemático por meio de diferentes interpretações e estratégias desenvolvidas pelos estudantes;
- a formação vivenciada contribuiu para que refletissem sobre a maneira de conduzir uma aula, permitindo que comparassem as práticas realizadas durante a formação com ações relativas ao ensino tradicional, o que promoveu um desejo de inserir esses novos conhecimentos em suas futuras práticas profissionais; e
- o modo como a formadora conduziu o processo formativo, considerando os interesses e necessidades dos participantes no desenvolvimento dos encontros, levantando questionamentos no momento de planejamento para que refletissem sobre práticas a serem utilizadas, construindo esse planejamento junto aos licenciandos e não apenas dizendo o que fazer.

#### **4. Considerações finais**

Diante do objetivo proposto, evidenciou-se que algumas práticas apoiadas no ensino exploratório de Matemática contribuíram para a formação docente dos participantes da pesquisa, a saber: ao escolher uma tarefa interessante e desafiante aos alunos; ao antecipar suas possíveis resoluções; ao explicar a dinâmica da aula; ao utilizar diferentes elementos didáticos como um material manipulável; ao monitorar a realização da tarefa; ao selecionar as resoluções a serem discutidas; ao sequenciá-las a fim de propiciar um encadeamento lógico das ideias; ao manter um clima harmonioso para a discussão das ideias matemáticas; e ao conectar as respostas dos alunos.

Após a realização dessa ação formativa, os participantes levantaram o desejo de ministrar uma aula desenvolvida sob a perspectiva de ensino exploratório de Matemática sozinhos, pois assim poderiam surgir outras dificuldades que não tiveram na condução do momento de ensino em grupo, por terem os colegas auxiliando no decorrer da aula.

Outro desdobramento da participação efetiva desses sujeitos foi a manifestação do entendimento de que o desenvolvimento profissional docente acontece por meio da participação ativa em uma ação formativa, colocando em discussão suas necessidades, realidades, conhecimentos, entre outros aspectos, a fim de melhorar suas qualificações profissionais; e de que, quando um processo formativo oportuniza o desenvolvimento de uma prática letiva, este permite intensificar os conhecimentos adquiridos relativos à perspectiva de ensino adotada, pois o mesmo foi vivenciado em uma situação real, não se restringindo apenas ao discurso teórico.

Além disso, a pesquisa realizada nos proporcionou refletir sobre possíveis investigações futuras tomando como base um processo formativo que considere momentos do ciclo de trabalho do professor aliado à abordagem de ensino exploratório de Matemática. Uma ideia é investigar se a utilização desse tipo de formação pode contribuir para a mobilização de elementos associados à identidade profissional docente, um dos aspectos que constituem o desenvolvimento profissional docente que não foi tido como foco nesta investigação. Outra, é se seria possível realizar um processo formativo semelhante a este no âmbito da formação inicial de professores, por exemplo, conduzir o estágio supervisionado levando em conta momentos do ciclo letivo do professor, mediados pela abordagem de ensino exploratório de Matemática, possibilitando aos licenciandos desenvolverem práticas letivas no campo real de trabalho docente, nas escolas, pois programas como o PIBID e a Residência Pedagógica atingem apenas uma parte dos alunos de um curso de licenciatura.

Ademais, a realização desta pesquisa contribuiu para uma reflexão da pesquisadora enquanto formadora de futuros professores de Matemática, sobre práticas que podem contribuir para o desenvolvimento profissional desses licenciandos, como as de: promover o desenvolvimento de uma formação envolvendo momentos do ciclo de trabalho do professor e uma reflexão sobre as atividades realizadas; propiciar momentos de discussão e reflexão sobre diferentes representações, procedimentos, interpretações, possíveis erros e dificuldades relacionadas a um objeto matemático, atrelados a ações letivas; e desenvolver as práticas citadas considerando os sujeitos envolvidos como um todo, permitindo que se posicionem quanto às suas necessidades, anseios e que sejam promovidas suas potencialidades, realizações, tornando-os sujeitos da ação e objetivando o crescimento do seu conhecimento profissional e a formação e afirmação da sua identidade profissional.

## **Referências**



- BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. **Investigação Qualitativa em Educação**: uma introdução à teoria e aos métodos. Lisboa: Porto Editora, 1994.
- CANAVARRO, A. P. Ensino Exploratório da Matemática: Práticas e desafios. **Educação e Matemática**, Lisboa, n. 115, p. 11-17, 2011.
- CANAVARRO, A. P.; OLIVEIRA, H.; MENEZES, L. Práticas de ensino exploratório da Matemática: O caso de Célia. In: SANTOS, L. (ed.). **Investigação em Educação Matemática 2012**: Práticas de ensino da Matemática. Portalegre: SPIEM, 2012. p 255-266.
- CANAVARRO, A. P.; OLIVEIRA, H.; MENEZES, L. Práticas de ensino exploratório da Matemática: Ações e intenções de uma professora. In: PONTE, J. P. **Práticas Profissionais dos Professores de Matemática**. Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, 2014. p. 217-233.
- CRESWELL, J. W. **Projeto de pesquisa**: método qualitativo, quantitativo e misto. Tradução de Magda Lopes. 3. ed. Porto Alegre: Artmed, 2010.
- CYRINO, M. C. C. T.; TEIXEIRA, B. R. O ensino exploratório e a elaboração de um framework para os casos multimídia. In: CYRINO, M. C. C. T. **Recurso multimídia para a formação de professores que ensinam matemática**. Londrina: Eduel, 2016. p. 81-99.
- FERREIRA, A. C. Um olhar retrospectivo sobre a pesquisa brasileira em formação de professores de matemática. In: FIORENTINI, D. (Org.). **Formação de professores de matemática: explorando novos caminhos com outros olhares**. Campinas: Mercado de Letras, pp.19-50, 2003.
- MARCELO, C. Desenvolvimento Profissional Docente: passado e futuro. **Sísifo: Revista de Ciências da Educação**, n. 8, p. 7-22, 2009.
- OBM. **Provas e Gabaritos**. 2009. Disponível em: <[https://www.obm.org.br/content/uploads/2017/01/2Fase\\_Nivel1\\_2009.pdf](https://www.obm.org.br/content/uploads/2017/01/2Fase_Nivel1_2009.pdf)>. Acesso em 30 ago. 2017.
- OLIVEIRA, H.; MENEZES, L.; CANAVARRO, A. P. Conceptualizando o ensino exploratório da Matemática: Contributos da prática de uma professora do 3.º ciclo para a elaboração de um quadro de referência. **Quadrante**, Lisboa, v. 22, n. 2, p. 1-24, out. 2013.
- OLIVEIRA, H; CARVALHO, R. Uma experiência de formação em torno do ensino exploratório: do plano à aula. In: PONTE, J. P. **Práticas Profissionais dos Professores de Matemática**. Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, 2014. p. 465-487.
- PONTE, J. P. Da formação ao desenvolvimento profissional. In: PROFMAT98, n. 14, 1998, Lisboa. **Actas...**Lisboa: APM, 1998, p. 27-44.
- PONTE, J. P. Formação do Professor de Matemática: Perspectivas atuais. In: PONTE, J. P. **Práticas Profissionais dos Professores de Matemática**. Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, 2014. p. 343-358.

PONTE, J. P. Gestão Curricular em Matemática. In: GTI (ed). **O professor e o desenvolvimento curricular**. Lisboa: APM, 2005. p. 11-34.

PONTE, J. P.; OLIVEIRA, H. Remar contra a maré: A construção do conhecimento e da identidade profissional na formação inicial. **Revista de Educação**, Campinas, v. 11, n. 2, p. 145-163, 2002.

PONTE, J. P.; QUARESMA, M. A. F. As discussões matemáticas na aula exploratória como vertente da prática profissional do professor. **Revista da Faculdade de Educação**, Cáceres, v. 23, n.1, p. 131-150, jan./jun. 2015.

SMITH, M. S. **Practice-Based Professional Development for Teachers of Mathematics**. National Council of Teachers of Mathematics, 2001.

STEIN, M. K. *et al.* Orchestrating Productive Mathematical Discussions: Five Practices for Helping Teachers Move Beyond Show and Tell. **Mathematical Thinking and Learning**, v. 10, n. 4, p. 313-340, 2008.

#### **Autores:**

##### **Alessandra Senes Marins**

Licenciada em Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL), Doutora em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL). Atualmente é docente do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual Vale do Acaraú (UVA).

Correo electrónico: [alessandra\\_senes@uvanet.br](mailto:alessandra_senes@uvanet.br)

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-2274-7386>

##### **Angela Marta Pereira das Dores Savioli**

Bacharel em Matemática pela Universidade Estadual Paulista (UNESP), Rio Claro-SP, Mestre em Matemática pela Universidade de Campinas (UNICAMP), Doutora em Matemática (Álgebra) pela Universidade de São Paulo (USP), São Paulo-SP. Atualmente é docente do Departamento de Matemática da Universidade Estadual de Londrina (UEL), professora do curso de Matemática da UEL, Habilitações Licenciatura e Bacharelado, e membro do Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática (PECEM) da UEL.

Correo electrónico: [angelamarta@uel.br](mailto:angelamarta@uel.br)

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-5624-6398>

##### **Bruno Rodrigo Teixeira**

Licenciado em Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL), Doutor em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL). Atualmente é docente do Departamento de Matemática da Universidade Estadual de Londrina (UEL).

Correo electrónico: [bruno@uel.br](mailto:bruno@uel.br)

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-0294-4470>

**Como citar o artigo:**

MARINS, A. S.; SAVIOLI, A. M. P. D; TEIXEIRA, B. R. Potencialidades de práticas de ensino exploratório de Matemática para o desenvolvimento profissional de futuros professores de Matemática. **Revista Paradigma**, Vol. LXIII, Edición Temática Nro. 1: Práticas de Formação, Ensino e Aprendizagem em Educação Matemática na Contemporaneidade, pp 22-48, enero, 2022. DOI: [10.37618](https://doi.org/10.37618)