

Oportunidades de Aprendizaje Vividas por los Profesores de Matemáticas: Experiencias Derivadas de un Proceso de Formación Anclado en la Práctica Docente

Marcia Aguiar

marcia.aguiar@ufabc.edu.br

<https://orcid.org/0000-0001-5824-0697>

Universidade Federal do ABC (UFABC)

Santo André, Brasil.

Alessandro Jacques Ribeiro

a.ribeiro@ie.ulisboa.pt

<https://orcid.org/0000-0001-9647-0274>

Instituto de Educação, Universidade de Lisboa (UL)

Lisboa, Portugal.

Recibido: 20/julio/2021 **Aceptado:** 20/octubre/2021

Resumen

Esta investigación adopta el entendimiento de que el desarrollo profesional y el aprendizaje docente posibilitan una mejora en su práctica docente, por lo que en este artículo presentamos resultados de investigación que buscan identificar y comprender cómo surgen las oportunidades de aprendizaje profesional cuando los docentes discuten y analizan colectivamente, clases que involucran estándares y regularidades en la escuela primaria. El estudio se desarrolló en una perspectiva cualitativo-interpretativa y los datos analizados están constituidos por protocolos de resolución de tareas de capacitación, audios y videos recolectados durante un proceso de educación continua. Los resultados nos muestran que las tareas de aprendizaje profesional favorecieron a los docentes para discutir el conocimiento de los estudiantes y la enseñanza sobre estándares y regularidades, y también muestran que los docentes participantes movilizaron y ampliaron sus conocimientos sobre la interpretación de diferentes formas de generalizar un estándar matemático, como así como ampliaron sus propios conocimientos matemáticos sobre este importante tema que será discutido en la escuela primaria.

Palabras clave: Enseñanza de álgebra. Formación de profesores. Tareas de aprendizaje profesional. Oportunidades de aprendizaje profesional. Generalización de estándares y regularidades.

Oportunidades de Aprendizagem Vivenciadas por Professores de Matemática: Experiências Advindas de um Processo Formativo Ancorado na Prática Docente

Resumo

Essa pesquisa adota o entendimento de que o desenvolvimento profissional e a aprendizagem do professor possibilitam uma melhora na sua prática docente, assim nesse artigo, apresentamos resultados de pesquisa que busca identificar e compreender como oportunidades de aprendizagem profissional emergem quando professores discutem e analisam, coletivamente, aulas envolvendo padrões e regularidades na escola básica. O estudo foi desenvolvido numa perspectiva qualitativa-interpretativa e os dados analisados são constituídos por protocolos de resolução de tarefas formativas, áudios e vídeos colhidos ao longo de um processo de formação continuada. Os resultados nos apontam que as tarefas de aprendizagem profissional favoreceram que os professores discutissem o conhecimento dos estudantes e do ensino acerca de padrões e regularidades e, mostram ainda, que os professores participantes mobilizaram e ampliaram seus conhecimentos sobre a

interpretação de diferentes formas de se generalizar um padrão matemático, assim como ampliaram seus próprios conhecimentos matemáticos acerca deste importante tema a ser discutido na escola básica.

Palavras-chave: Ensino de Álgebra. Formação de professores. Tarefas de aprendizagem profissional. Oportunidades de aprendizagem profissional. Generalização de padrões e regularidades.

Learning Opportunities Lived by Mathematics Teachers: Experiences Arising from a Teacher Education Process Grounded in Teaching Practice

Abstract

This research adopts the understanding that professional development and teacher learning enable an improvement in their teaching practice, so in this paper, we present research results that seek to identify and understand how professional learning opportunities emerge when teachers collectively discuss and analyze classes involving patterns and regularities in elementary school. The study was developed in a qualitative-interpretative perspective and the analyzed data are constituted by protocols from professional learning tasks developed by teachers, audios, and videos collected during a continuing education process. The results show us that professional learning tasks favored teachers to discuss the knowledge of students and teaching about patterns and regularities, and also show that participating teachers mobilized and expanded their knowledge about the interpretation of different ways to generalize a mathematical pattern, as well as expanded their own mathematical knowledge about this important topic to be discussed in elementary school.

Keywords: Teaching of Algebra. Teacher education. Professional learning tasks. Professional learning opportunities. Generalization of patterns and regularities.

Introdução

Estudos tem mostrado que a compreensão sobre como se constituem e se desenvolvem oportunidades para a aprendizagem de professores é um tema de investigação recente e que se foca, em especial, na formação inicial (TATTO; SENK, 2011). Em complemento, pesquisas como as de Webster-Wright (2009) e de Russ, Sherin e Sherin (2016) buscam discutir quando, como e onde ocorre a aprendizagem do professor e, ainda, sobre o fato dessa aprendizagem se desenvolver ao longo de sua carreira.

Com isso, em nossa pesquisa adotamos um entendimento de que o desenvolvimento profissional e a aprendizagem do professor possibilitam uma melhora em seus conhecimentos, competências e atitudes (MARTINS; SANTOS, 2012; SERRAZINA, 2013), em especial, em situações que envolvam sua prática diária, incluindo-se aí, os momentos de sala de aula, planejamento, avaliação e colaboração com colegas e outros (DAVIS; KRAJCIK, 2005). Ressalta-se ainda, uma compreensão de que a aprendizagem do professor está distribuída entre os indivíduos e artefatos, como é o caso de tarefas preparadas para sua formação (PUTNAM; BORKO, 2000).

Sendo assim, tem-se por objetivo no presente artigo, identificar e compreender como oportunidades de aprendizagem profissional emergem quando professores discutem e analisam, coletivamente, aulas envolvendo padrões e regularidades na escola básica. Como forma de operacionalizar o objetivo delimitado neste artigo, propomo-nos a responder às seguintes questões de pesquisa: (i) *Como tarefas de aprendizagem profissional possibilitam aos professores discutir o conhecimento dos estudantes acerca de padrões e regularidades?* (ii) *Que conhecimentos para o ensino de padrões e regularidades são reconhecidos pelos participantes de um processo formativo quando analisam, coletivamente, as ações de 3 professores em aulas da escola básica?*

Fundamentado na perspectiva de aprendizagem apresentada acima, organizou-se um processo de formação continuada para professores, envolvendo também professores em formação inicial, o qual buscou favorecer uma vivência em espaços de discussão e de trabalho coletivo e, também, possibilitar a reflexão sobre seus conhecimentos profissionais, bem como, o compartilhamento de suas experiências da prática da sala de aula (BALL; COHEN, 1999). Essas oportunidades foram mediadas por tarefas que favoreçam sua aprendizagem profissional (SILVER et al., 2007; SMITH, 2001; SWAN, 2007).

As tarefas de aprendizagem profissional (TAP) utilizadas em nosso estudo foram desenhadas e realizadas no e para o processo formativo – contexto de recolha de dados para a pesquisa – e contemplavam situações matemáticas envolvendo diferentes tipos de padrões e regularidades, apresentando suas generalizações por meio de diferentes representações, incluindo-se aí as expressões algébricas (BRITT; IRWIN, 2011; CARRAHER; MARTINEZ; SCHLIEMANN, 2008; PIMENTEL; VALE, 2012). Além disso, as TAP exploravam conhecimentos profissionais dos professores para o ensino de padrões e regularidades na escola básica (BRANCO; PONTE, 2014; PONTE, 2012; ZAZKIS; LILJEDAHN, 2002).

Referencial teórico

O uso de tarefas de aprendizagem profissional

Ao considerarmos em nossa presente pesquisa, que a aprendizagem profissional dos professores é um processo fortemente ancorado na prática da sala de aula (BALL; COHEN, 1999; PONTE; CHAPMAN, 2008; SMITH, 2001), e que deva proporcionar aos docentes, oportunidades de aprender ao longo de suas vidas profissionais (LOUCKS-HORSLEY, 1997), assumimos que o ambiente da sala de aula deve ser considerado como base para construir oportunidades de aprendizagem profissional, e que estas devem buscar levar em

conta o desempenho e as dificuldades dos alunos (BRUCE et al, 2010). Oportunidades de aprendizagem profissional, em nossa perspectiva, são mediadas por tarefas de aprendizagem profissional (TAP) que, neste estudo, são assumidas como “tarefas que envolvem professores no trabalho do ensino, podem ser desenvolvidas a fim de encontrar um objetivo específico para a aprendizagem do professor e levam em consideração o conhecimento prévio e a experiência que os professores trazem de sua atividade” (BALL; COHEN, 1999, p. 27).

De modo a considerar as diferentes dimensões do conhecimento profissional docente, que será mais bem discutido na próxima seção, há de se considerar ainda na elaboração das TAP o uso de registros de prática (BALL; BEN-PERETZ; COHEN, 2014), tais como, protocolos de resoluções de estudantes, recortes de propostas curriculares, planos de ensino, entre outros, os quais devem vir acompanhados de questões que promovam discussões a respeito do conhecimento matemático para o ensino propiciados pelos registros de prática. Tais recursos propiciam trazer para o contexto dos processos formativos, aspectos da prática da sala de aula como um importante componente das tarefas de aprendizagem profissional (SMITH, 2001).

Conhecimento profissional docente

Na perspectiva de se constituir um tipo de conhecimento profissional específico para o ensino, diferentes modelos teóricos têm sido propostos no campo da Educação Matemática, os quais, normalmente, adotam como base o conceito de *Pedagogical Content Knowledge (PCK)* (SHULMAN, 1986). Esta noção tem se constituído como uma importante referência para muitos pesquisadores de diferentes áreas do conhecimento, os quais a aprofundaram e/ou adaptaram em suas investigações. Uma perspectiva muito utilizada no âmbito da Formação de Professores de Matemática é o *Mathematical Knowledge for Teaching (MKT)* (BALL; THAMES; PHELPS, 2008). Em seu modelo, Ball, Thames e Phelps (2008) apresentam seis domínios diferentes do MKT, entre os quais, o *Common Content Knowledge (CCK)*, o *Specialized Content Knowledge (SCK)*, o *Knowledge of Content and Students (KCS)* e o *Knowledge of Content and Teaching (KCT)*. Outro modelo baseado nas ideias de Shulman (1986) é o *Knowledge Quartet* (ROWLAND, 2013), o qual tem por objetivo identificar o conhecimento do conteúdo e o conhecimento pedagógico que emergem do professor em uma sala de aula, e que são potencializadores para os processos de ensino e aprendizagem. Rowland (2013) propõe quatro dimensões do conhecimento que emergem na prática da sala de aula, *Fundamento, Transformação, Conexão e Contingência*.

Em específico nesta pesquisa, fundamentamo-nos nos estudos de Ponte (1999), o qual discute uma perspectiva de conhecimento profissional docente fortemente ancorado na prática letiva, argumentando que o conhecimento dos professores é orientado para a ação. Para o autor, este conhecimento “relaciona-se de um modo muito estreito com diversos aspectos do conhecimento pessoal e informal do professor, da vida quotidiana como o conhecimento do contexto (da escola, da comunidade, da sociedade) e o conhecimento que ele tem de si mesmo” (p. 3). Em sua perspectiva, o conhecimento profissional docente desdobra-se em diferentes domínios, dentre os quais: (1) o conhecimento da Matemática, “incluindo as suas inter-relações internas e com outras disciplinas e as suas formas de raciocínio, de argumentação e de validação” (PONTE, 1999, p. 61); (2) o conhecimento do aluno, incluindo os processos de aprendizagem bem como as suas estratégias de resolução e dificuldades diante de tarefas matemáticas propostas; e (3) o conhecimento dos processos de ensino, incluindo preparação, condução e avaliação da prática letiva.

Ao pensar nos conhecimentos dos professores para ensinar padrões e regularidades, e suas conexões com o ensino de álgebra, há de se considerar a relevância de os professores mobilizarem conhecimentos que possibilitem compreender o pensamento algébrico dos estudantes por meio do uso de diferentes representações matemáticas (BRITT; IRWIN 2011), na elaboração de conjecturas, argumentação e generalização (PIMENTEL; VALE, 2012; PIMENTA; SARAIVA; 2019) e, inclusive, pelo uso do pensamento recursivo para compreender os padrões (BLANTON; KAPUT, 2005; CARRAHER; MARTINEZ; SCHLIEMANN, 2008). Com isso, é possível que os professores auxiliem os estudantes diante de suas dificuldades em relação à generalização de padrões numéricos e geométricos (ZAZKIS; LILJEDAHN, 2002), e mesmo na escrita dessa generalização por meio de várias representações, incluindo-se aí a representação algébrica (CARRAHER; MARTINEZ; SCHLIEMANN, 2008).

Pode-se considerar, no intuito de se mobilizar e ampliar o conhecimento matemático para o ensino acerca da temática em questão, que processos de formação devam integrar TAP que explorem diferentes tipos de padrões e regularidades, nas quais os professores possam utilizar diferentes representações para expressar as generalizações, inclusive a representação algébrica. (CARRAHER; MARTINEZ; SCHLIEMANN, 2008; ZAZKIS; LILJEDAHN, 2002). Além disso, há ainda de se considerar ao longo de uma formação, tarefas que possam ser desenvolvidas com professores e que favoreçam a articulação entre o conteúdo e a pedagogia, utilizando-se, por exemplo, de sequências pictóricas para se

construir generalizações e, conseqüentemente, promover o pensamento algébrico (BRANCO; PONTE, 2014).

Metodologia da pesquisa

Contexto do estudo

O processo formativo no qual os dados foram recolhidos foi realizado ao longo de 15 encontros semanais de 4 horas cada, processo este que tinha por objetivo geral desenvolver e ampliar conhecimentos matemáticos e didáticos dos professores participantes, acerca de padrões e regularidades na matemática escolar. Os encontros foram dinamizados pelos autores deste artigo e contaram com a parceria de um terceiro formador. Os encontros constituíam-se de momentos de trabalho (i) individual, (ii) em pequenos grupos, e (iii) em momentos de discussões coletivas. A maior parte das atividades foram realizadas na universidade, com três encontros realizados em escolas de educação básica. As sessões de trabalho contemplavam momentos de estudo teórico (totalizando 8 horas) e momentos de trabalho *hands on*, os quais eram mediados por TAP elaboradas pelos dinamizadores dos encontros. O processo formativo incluiu cinco TAP, sendo que as três últimas formaram um ciclo interativo de planejamento, desenvolvimento e reflexão de aulas elaboradas coletivamente pelo grupo de professores – *Ciclo PDR* (TREVISAN; RIBEIRO; PONTE, 2020). As três TAP que compunham o ciclo PDR pretendiam promover discussões matemáticas e didáticas a respeito do tema matemático escolhido e possuíam o seguinte formato: 3.^a TAP: Preparação, em pequenos grupos, de planos de aula destinados à anos escolares específicos; 4.^a TAP: Desenvolvimento das aulas selecionadas, por um dos professores participantes da elaboração da aula; e 5.^a TAP: Reflexão coletiva, mediada por registros de prática produzidos nas aulas realizadas anteriormente, focando o papel e as ações do professor. Para esse artigo, traremos episódios das 5.^a TAP das 3 aulas que foram elaboradas e desenvolvidas no processo formativo, durante denominado como ciclo PDR.

Participantes do estudo

Os participantes do estudo eram professores de matemática da escola básica atuantes na região metropolitana da cidade de São Paulo, Brasil. Durante a realização das 5.^a TAP, contamos com a participação de 33 professores, sendo 7 em formação inicial e 26 formados (5 destes sem experiência em sala de aula). Para a realização das TAP, os professores foram divididos em 6 grupos (com 4 a 6 participantes), organização feita pelos formadores de modo que, em todos os grupos, houvesse (i) professores com e sem experiência em sala de aula e

(ii) professores formados e em formação inicial. Com a formação desses grupos pretendia-se propiciar a troca de experiências entre professores com vivências distintas em sala de aula.

Método de pesquisa e coleta de dados

O presente estudo segue uma abordagem de pesquisa qualitativa (BOGDAN; BIKLEN, 1994), sob o paradigma interpretativo (CROTTY, 1998). Os dados foram recolhidos por meio de (i) registros escritos das discussões dos pequenos grupos de professores (designados por *protocolos*); (ii) áudios das discussões nos pequenos grupos; e (iii) vídeo da discussão coletiva. As gravações em áudio e vídeo foram analisadas pelos pesquisadores em sua íntegra, articulando-se com os protocolos produzidos pelos professores. Tal abordagem favoreceu a organização e a análise dos dados de modo a identificar os conhecimentos matemáticos e didáticos dos professores, acerca de padrões e regularidades contempladas nas TAP.

Na análise dos dados, apresentamos discussões que ocorreram nas 5.^a TAP das 3 aulas que foram elaboradas e desenvolvidas durante os Ciclos PDR realizados no processo formativo. Vale ressaltar que as 5.^a TAP foram elaboradas a partir dos registros de prática produzidos nas 4.^a TAP, cada 5.^a TAP é referente a uma das três aulas ministradas pelos professores. Apresentamos para análise de dados, um episódio de cada uma das três aulas, com destaque para o tipo de representação utilizada para a compreensão da generalização do padrão de uma sequência de figuras em uma tarefa matemática. Em cada um dos episódios os professores se depararam com dificuldades dos estudantes, diante das diferentes formas de representar a generalização do padrão de uma sequência de figuras, sendo o 1.^o episódio: *Dificuldades na representação algébrica*; o 2.^o episódio: *Necessitando da representação tabular*; e, o 3.^o episódio: *Conhecendo a representação geométrica*.

Análise dos dados

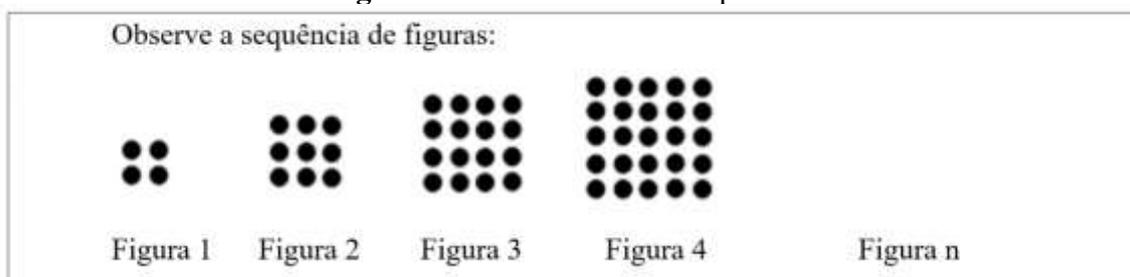
Buscamos evidenciar em cada episódio analisado, as discussões que emergiram no processo formativo a partir dos registros da prática, bem como momentos em que se percebem ampliações nos conhecimentos dos professores a respeito das dificuldades dos estudantes, no que tange ao tema generalização de padrões e regularidades.

1º episódio: Dificuldades na representação algébrica

Esse episódio é referente a uma aula que foi elaborada coletivamente e realizada pelo professor Felipe¹ em sua sala de 9º ano do ensino fundamental (alunos com 13-14 anos de idade). Durante a aula os estudantes deveriam escrever a expressão algébrica da sequência de bolinhas apresentada na Figura 1.

No processo formativo, durante a discussão coletiva sobre essa aula, o formador chama a atenção dos professores para uma questão da TAP, na qual buscava-se comparar a resolução de dois grupos de estudantes, 9A e 9D (Figuras 2 e 3), em relação à expressão algébrica que representava a generalização da sequência de bolinhas (Figura 1).

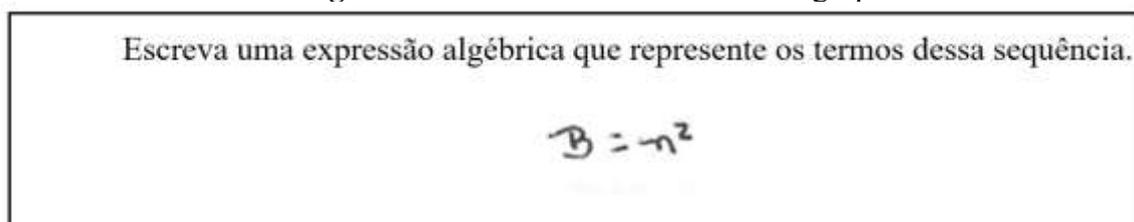
Figura 1 - Tarefa matemática para o 9º ano.



Fonte: Dados da pesquisa (2018).

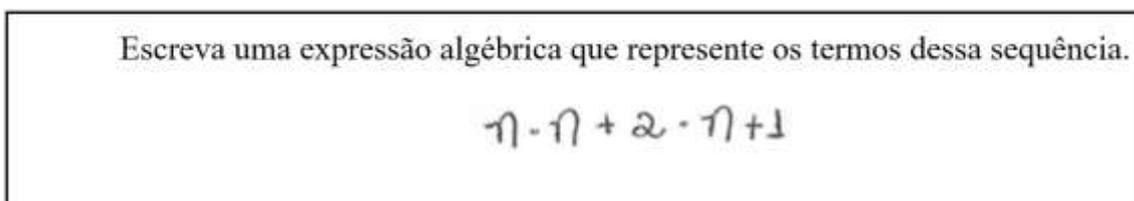
Aparentemente tratavam de respostas diferentes, como podemos perceber nas Figuras 2 e 3:

Figura 2 - Protocolo dos estudantes do grupo 9A.



Fonte: Dados da pesquisa (2018).

Figura 3 - Protocolos dos estudantes do grupo 9D.



Fonte: Dados da pesquisa (2018).

¹ Os nomes utilizados na pesquisa para os professores participantes do processo formativo e para o terceiro formador, João, são fictícios.

A solicitação do formador era para que os professores relacionassem as soluções apresentadas pelos grupos 9A e 9D, à luz das seguintes questões: (i) Qual comparação você estabelece entre as soluções apresentadas pelo Grupo 9A e pelo Grupo 9D? (ii) Existe diferença na forma de pensar sobre a tarefa matemática nas soluções do Grupo 9A e do Grupo 9D? (iii) As respostas encontradas foram as mesmas? Comente.

Durante a plenária, o formador Ribeiro² convida os professores para participar da discussão, de forma a mobilizar os conhecimentos matemáticos que haviam sido levantados anteriormente, nos pequenos grupos, a fim de que os professores compartilhassem suas reflexões com os demais participantes.

A professora Joana declarou sua reflexão sobre esse momento da aula, apontando a dificuldade dos alunos nas resoluções:

Joana: (. . .) eu acho que o [que] “pega”, pro aluno, é entender quem é “n”. “N” é o que? É a figura? “N” é a posição, então, isso que a gente [professores] tem que colocar na cabeça deles (. . .). Eu acho que foi o que faltou a gente perguntar pra eles: “esse ‘n’ que você tá falando, quem é o ‘n’? É a figura, é a posição?” E eles terem a ideia do que é a posição, porque, mesmo no nono ano, tem alunos que não entendem o que é posição.

A professora mobilizou o seu conhecimento sobre as dificuldades dos estudantes e apontou para possíveis questionamentos que poderiam ter sido feitos pelo professor Felipe, de modo a auxiliar os estudantes na compreensão da representação algébrica da generalização da sequência apresentada. Contudo, a fala da professora foi impulsionada pelo formador Ribeiro, que teve o propósito de *provocar* essa reflexão nos demais professores sobre a generalização realizada pelos estudantes.

O formador aproveitou a fala da Joana ao dizer: *porque, mesmo no nono ano, tem alunos que não entendem o que é posição*. Assim, salientou que a situação envolve uma dúvida recorrente entre os estudantes; por isso, esta dúvida deveria ser prevista no planejamento do professor e, ainda, ser tratada em algum momento da aula:

Formador Ribeiro: Então, se o professor sabe que é uma dificuldade recorrente na hora de interpretar o problema, talvez o professor, nas suas ações, seja no momento da apresentação da tarefa, porque daí poderia já trabalhar o grupo todo, ou (. . .) no momento em que eu passo pelos grupos [separado], porque aí, quando eu estou passando pelos grupos, aquele grupo que já percebeu quem é o “n”, eu não vou intervir (. . .).

² Os formadores, Ribeiro e Marcia, decidiram utilizar os nomes verdadeiros pois são os autores desse artigo.

Nesse momento, ainda tomando por base o relato de Joana, o formador lançou mais duas perguntas que poderiam ser utilizadas pelo professor, levando-se em conta a aula que vinha sendo observada e as ações dos estudantes do grupo 9A. Essas questões tinham a finalidade de direcionar a discussão dos professores para quais ações o professor Felipe poderia ter realizado em sua aula, de modo a auxiliar os estudantes com o pensamento matemático:

Formador Ribeiro: (. . .) *mas, se eu já sei que isso é uma dificuldade recorrente, quando eu passo pelos grupos eu posso observar; então, no caso do 9A, eu vou perguntar: “Mas quem que vocês estão chamando de ‘n’? Por que que vocês estão chamando de ‘n’?”. Então, fazendo algumas questões que não dê a resposta, mas os faça refletir, pensar sobre aquilo.*

O formador tentou chamar atenção para a ação do professor em realizar questões aos estudantes, as quais os auxiliassem a compreender o significado das variáveis na representação algébrica da generalização, em especial por se tratar de uma aula que pretendia promover discussões coletivas. Com isso, o formador possibilitou aos professores ampliarem os seus conhecimentos sobre os estudantes, visto que tal alerta logo foi percebido por uma das professoras, que continuou a exemplificar como o professor poderia ter atuado durante o trabalho em grupo dos estudantes:

Hélia: (. . .) *por exemplo, [o professor] viu as duas respostas lá no monitoramento [momento em que o professor acompanha as discussões nos pequenos grupos na sala de aula]; aí [se ele] selecionasse as duas respostas para fazer a plenária e fazendo essa pergunta “quem é ‘n’?”, eles [os estudantes] pensariam antes da plenária, para responder: “Ah, o ‘n’ é de 2 para frente”. [O grupo 9A considera o n como sendo o número de bolinhas do lado da figura - ver Figura 2]. O outro grupo [afirma:] “O ‘n’ é de 1 para frente” [o 9D considera o n, a posição da figura, ver Figura 3]. Aí [poderiam] pensar: por que, então, as expressões são diferentes (. . .). Só que aí daria para fazer o quinto passo, que é conectando [no momento de síntese da aula, o professor deve conectar as resoluções apresentadas pelos estudantes] (. . .).*

O formador aproveitou as falas das professoras Hélia e Joana, sobre a tarefa matemática apresentada na Figura 1, para exemplificar como a aula poderia ter sido realizada, buscando evidenciar uma articulação entre a dimensão matemática e a dimensão didática do conhecimento profissional do professor (RIBEIRO; PONTE, 2020):

Formador Ribeiro: (. . .) *quando eu [o formador fala como se fosse o professor Felipe agindo no momento da aula] decidi passar pelos grupos, lembra que tem (...), os*

conhecimentos que a Joana colocou aqui estão lá presentes — olha, eles têm dificuldade em reconhecer o 'n', então já vou ficar alerta sobre isso. No monitorando [durante a discussão dos pequenos grupos], eu começava a perceber Olha o grupo 9A tá interpretando o 'n' como sendo o lado, para que isso seja verdadeiro, o conjunto de onde eu vou tirar o valor de 'n' tem que ser diferente de uma outra interpretação, que é quando eu penso no 'n' como sendo a posição da figura.

Em seguida, o formador direcionou a discussão para o papel do professor e para os conhecimentos matemáticos e didáticos que foram mobilizados e ampliados e eram esperados dele.

Nesse primeiro episódio, *Dificuldades na representação algébrica*, observamos que o registro de prática contido na TAP promoveu discussões sobre o trabalho do professor, voltado mais para questões pedagógicas, nas quais foi priorizado a necessidade de antecipar as dificuldades recorrentes dos estudantes e, ao mesmo tempo, as formas de atuação do professor na sala de aula. Com isso, percebemos que o formador incentivou o surgimento desse conhecimento sobre as dificuldades dos estudantes que estava sendo mobilizado e ampliado na discussão, e não aprofundou a discussão matemática que explicava a diferença entre as respostas dos estudantes, conforme estava previsto no planejamento dos formadores para a 5.^a TAP. Entretanto, ao observar os protocolos produzidos pelos professores durante a 5.^a TAP, constatamos que a discussão sobre os *possíveis valores de n* havia permeado todos os grupos, mas, em nenhum deles, foi apresentada uma relação direta sobre como os resultados das respostas dos estudantes poderiam ter auxiliado o professor Felipe durante a plenária com seus alunos.

Nessa circunstância, o formador poderia ainda ter aproveitado para colocar em destaque a aproximação entre os conteúdos matemáticos escolares e a matemática acadêmica (RIBEIRO; PONTE, 2020). Apesar de a tarefa matemática (Figura 1) tratar de conteúdos da matemática escolar, os equívocos apresentados pelos estudantes poderiam levar a uma discussão mais aprofundada, do ponto de vista matemático, com os professores durante a formação. Assim, o formador teria a oportunidade de promover ampliações do conhecimento matemático dos professores. Embora a discussão não tenha sido tão aprofundada a respeito do conhecimento matemático dos estudantes, foi possível aos professores compreenderem as dificuldades dos estudantes em perceber o significado das variáveis na representação algébrica de uma generalização, assim como discutirem sobre as suas possíveis ações na sala de aula.

2º episódio: Necessitando da representação tabular

Esse segundo episódio já pertencente a aula da professora Maria, aula esta que foi realizada com a sua turma de 7º ano do ensino fundamental (estudantes com idade entre 12 e 13 anos). Trazemos nesse episódio, as discussões ocorridas na plenária realizada com os professores durante a formação, discussões estas sobre as ações da professora Maria durante a aula, bem como possíveis intervenções nas quais ela poderia ter auxiliado seus estudantes a compreenderem o padrão existente no cálculo da quantidade de quadradinhos vermelhos na 12.ª toalha (Questão 6 – Figura 4).

Figura 4 - Tarefa matemática do plano de aula do 7.º ano

Toalhas da Vovó

A vovó Ana é uma cliente fiel de uma loja de toalhas de mesa. Em sua última ida à loja, ela ficou encantada por um tipo de estampa que viu. Tendo diversos tamanhos ela ficou confusa tentando perceber se havia uma regra para a estampa das toalhas. Abaixo está representado os três primeiros tamanhos de toalhas:

Toalha 1 Toalha 2 Toalha 3

Caros estudantes, ajudem a vovó a solucionar suas dúvidas. Discuta em seu grupo e tentem chegar a uma solução.

- 1º Com o material manipulável que receberam do professor represente as 3 primeiras toalhas nele.
- 2º Discuta no seu grupo e descreva abaixo o que vocês perceberam na construção da toalha 1, toalha 2 e toalha 3.
- 3º No material manipulável montem como vocês acham que serão as toalhas 4, 5, 6 seguindo o mesmo padrão.
- 4º Represente no quadriculado abaixo (o quadriculado foi retirado devido a limitação de páginas no artigo) os resultados encontrados pelo seu grupo no material manipulável (questão 3).
- 5º Descreva como o grupo chegou nas representações das toalhas 4,5 e 6.
- 6º A vovó descobriu que ela precisa da toalha 12. Discuta em grupo e descreva algebricamente quantos quadradinhos azuis e quantos quadradinhos vermelhos terá essa toalha.
- 7º Descreva uma regra que permita determinar o número total de quadradinhos em qualquer toalha (observação: a toalha deve ter o mesmo padrão e regularidade que a toalha da vovó Ana).
- 8º Escreva uma expressão algébrica que represente a regra que você descreveu no exercício anterior.

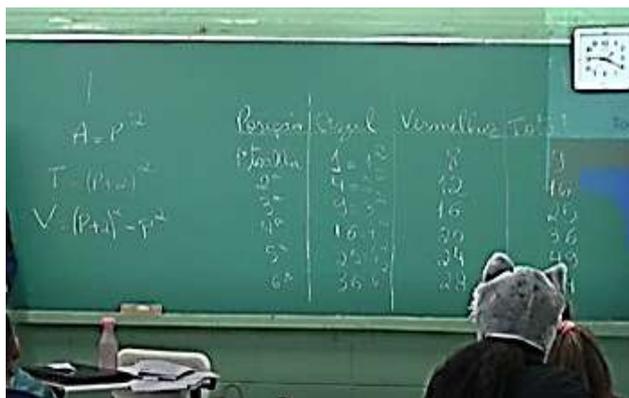
Fonte: Dados da pesquisa (2018).

Quando o formador João questionou os professores sobre as ações da professora Maria para auxiliar os estudantes (que haviam sido analisadas durante a formação, com base nos trechos do vídeo da aula ministrada que pertenciam a TAP), Joana, uma das participantes, apresentou as discussões ocorridas em seu grupo (durante o trabalho autônomo):

Joana: O nosso grupo pensou montar uma tabela, porque eu acho que, dessa forma, eles conseguiriam perceber o padrão. Pela tabela, eles poderiam olhar a diferença de quadradinhos da 2.^a pra 3.^a toalha, da 3.^a para a 4.^a... Se você [professora Maria] tivesse dado esse toque para eles, talvez eles conseguiriam avançar mais facilmente, ou não.

Após o comentário de Joana, a professora Maria, juntamente com os dois professores que elaboram o plano e participaram do desenvolvimento da aula, declararam as suas escolhas durante o planejamento e expuseram as suas reflexões decorridas a partir das discussões na plenária (dos estudantes, durante o desenvolvimento da aula):

Figura 5 - Tabela e fórmula registradas pela professora no quadro na aula do 7º ano



Fonte: Dados da pesquisa (2018).

Profa. Maria: Na verdade, a ideia da tabela foi discutida com o grupo, no início [durante o planejamento da aula]. Fazia parte inclusive da tarefa que a gente havia selecionado. Mas a gente ficou com medo de conduzir eles por algum caminho. Por isso, a gente não colocou a tabela [tarefa matemática – Figura 4]. Só que, agora, refletindo sobre o que ocorreu, a gente percebeu que a tabela teria ajudado eles a chegarem [no padrão]. Tanto que, na plenária [em sala de aula – Figura 5], a tabela ajudou muito. E aí foram eles que construíram junto comigo. Mas a gente só percebeu isso agora. Hoje, a gente colocaria a tabela.

Antonia: Sem a tabela, eles não conseguiram estabelecer o raciocínio que nós esperávamos, que era, calcular os quadradinhos vermelhos, partindo do todo e tirando os azuis. Eles quiseram fazer a contagem dos vermelhos. Tanto que é curioso que, durante a

montagem das figuras da sequência [com o material manipulável], eles começavam montando pelo vermelho. Poucos grupos começaram montando pelos azuis. Eles não conseguiam perceber que seria mais “fácil” calcular o total e tirar os azuis. Eles ficaram patinando, tentando encontrar uma forma de localizar esse padrão nos vermelhos. Eles não conseguiram.

Flávio: Avaliando o plano [de aula], uma dificuldade que a gente teve foi o tempo. Se a gente incluísse alguma coisa, teria que tirar outra. A gente estava conversando que as duas ou três primeiras questões tinham a intenção de tentar deixá-los descobrir alguma coisa. Talvez fosse viável adaptar essa ideia da tabela, produzindo com eles, à medida que trabalhavam com o material [manipulável], num diálogo entre a professora e eles [os estudantes], para conseguir ganhar um pouco mais de tempo.

É interessante notar na discussão acima, a qual foi propiciada pelos trechos de vídeos que compunham a TAP, que os professores reconhecem a importância da articulação entre diferentes tipos de representações para se compreender as generalizações, bem como a possibilidade de escrevê-las em linguagem algébrica, inclusive. Em especial, há destaque para o uso de tabelas, como uma representação que possibilita o desenvolvimento do pensamento algébrico e a superação de dificuldades que normalmente os estudantes possuem. Levando-se em conta a preocupação pelo uso das diferentes representações para a resolução de um problema, os professores mobilizam o seu conhecimento matemático para o ensino em relação a reconhecer as dificuldades dos estudantes e, com isso, auxiliá-los a superá-las. Essa é uma importante dimensão do conhecimento profissional dos professores.

Outro aspecto a se destacar relaciona-se à gestão da aula. Isso é percebido quando Antonia aponta para o fato de que, embora tenha sido disponibilizado material manipulável para que os estudantes representassem as três primeiras toalhas na tarefa, essa estratégia parece não ter sido eficiente para muitos deles. O fato de os estudantes terem iniciado a representação das toalhas pela parte vermelha (mais externa) dificultou (e, em alguns casos inviabilizou) a percepção de um padrão na construção dessas toalhas.

Na continuidade do trabalho com os professores, emerge a partir da discussão entre eles, outro aspecto também relacionado à gestão da aula: reconhecimento da importância de se antecipar soluções dos estudantes, no intuito de *prever* como eles, os professores, poderiam abordar matematicamente a tarefa solicitada, trabalhando o máximo de estratégias de soluções diferentes de resolução. Isso permitiria aos professores, antecipadamente, reconhecer equívocos comuns que os estudantes poderiam cometer, ou intervenções que poderiam ser realizadas. O formador Ribeiro aproveita esse momento da discussão para

salientar que o planejamento foi feito coletivamente por todos eles, de modo a eles compartilharem as escolhas feitas à priori.

Para além disso, o formador reforça a importância do planejamento da aula com a antecipação das ações do professor:

Formador Ribeiro: Essa aula foi discutida antes né, todo mundo participou. Por que não pensamos juntos, na preparação [da aula], sobre o uso da tabela?

Joana: Eu achei que, no desenvolver da aula, quando viu que eles não estavam avançando, quando a professora foi ao grupo, poderia ter sugerido passar isso [o número de quadradinhos azuis e vermelhos nas várias toalhas] para uma tabela.

Formador Ribeiro: Isso precisa ser antecipado. O professor tomar essa decisão na hora, sem ter pensado nisso antes, nem sempre isso é natural. Então, por isso que, quando a gente vai preparar a aula [...] a representação tabular realmente fez falta, porque ela ajuda a organizar o seu pensamento. É muito mais fácil você olhar o comportamento e a observação do padrão na tabela. Mas isso é uma decisão que não foi tomada. Foi algo que precisaria ter sido realmente planejado.

Na continuação da discussão houve uma situação explícita de troca de experiências entre professores menos experientes (e que achavam que, de fato, era muito difícil esperar uma expressão algébrica) e aqueles com mais tempo de atuação (destacando que era possível se chegar à expressão algébrica). Tal vivência acabou por gerar uma decisão acerca da necessidade de o professor conduzir intervenções adequadas nesse sentido. Para o grupo, e para a própria professora Maria, *suas ações* – a partir da organização de uma tabela e a sistematização realizada pela professora durante a plenária – foram fundamentais para o desfecho que se chegou em aula:

Profa. Maria: Era necessário esse fechamento para que eles percebessem que, o que parecia tão complicado, não era tão complicado assim. Infelizmente, é um costume que eles têm, de achar que o negócio é muito mais difícil do que de fato é. E é um treino que a gente tem que estar sempre fazendo, de trazer essas atividades diferentes.

Ao apontar que *temos que sempre trazer essas atividades diferentes*, a professora atribui importância, na gestão da aula, ao trabalho com tarefas mais abertas e com caráter exploratório (PONTE, 2005), uma vez que os estudantes não estão habituados a esse tipo de abordagem em suas aulas. Isso, segundo ela, parece justificar parte das dificuldades por eles apresentadas. Por fim, buscando sistematizar alguns elementos que se fizeram presentes na discussão propiciada pela TAP, o formador finaliza a plenária destacando que, se o estudante não está acostumado a esse tipo de tarefa, é porque não se propõem aulas com esse formato.

3º episódio: Conhecendo a representação geométrica

O último episódio está inserido na TAP de reflexão da aula da professora Julia e contempla os registros de prática dessa aula. A aula aconteceu em sua sala do 3º ano do ensino médio (estudantes com idade entre 16 e 17 anos). Apresentamos aqui, discussões entre os professores durante a formação, a respeito da dificuldade dos estudantes em reconhecer uma função como a generalização de um padrão, tomando-se por ponto de partida a sua representação gráfica.

Para isso, trazemos registros da aula de Julia que mostravam dúvidas dos alunos que surgiram durante a aula e que se baseavam em: qual era a curva do gráfico formada pelos pontos da tabela: reta, parábola ou exponencial? Apresentamos os registros de prática que mostram os alunos discutindo essas questões e, em seguida, a reflexão dos professores subsidiada pela 5.ª TAP.

A aula desenvolvida no 3º ano se referia ao jogo da Torre de Hanói. A tarefa matemática consistia em conhecer e jogar o jogo da torre de Hanói, e preencher uma tabela, que estava proposta na tarefa, a qual continha três colunas representando: (1) a quantidade de discos, (2) o número mínimo de movimentos dos discos (que seria para transportar a torre de um pino para outro a partir de algumas regras), e (3) a formação do par ordenado com os dois valores das colunas anteriores. A partir dos pares ordenados elaborados na tabela, os estudantes eram convidados a construir um gráfico num plano cartesiano e, assim, dizer qual função já estudada anteriormente por eles, representava o gráfico traçado.

Durante a realização aula (momento caracterizado como 4.ª TAP), enquanto os alunos, em pequenos grupos, construía o gráfico a partir dos pontos da tabela, algumas dúvidas foram surgindo, como: um grupo pensou que fosse uma reta; outro ficou em dúvida se o gráfico era uma parábola ou uma exponencial; e dois grupos, estranhando o gráfico, usaram o aplicativo Geogebra no celular, de modo a identificar que a curva era uma função exponencial. A professora Julia, percebendo essas dúvidas nos pequenos grupos, perguntou aos alunos no momento da discussão coletiva (Figura 6):

Figura 6: Registro de Prática – discussão coletiva na aula do 3º ano

Julia: Ela [a curva] poderia ter dado uma parábola? ¶
Alunos: Não. ¶
Julia: Por que não? ¶
Aluna Bia: Porque ela não tem disco negativo. ¶
Julia: Porque não tem disco negativo. ¶

Fonte: Dados da pesquisa (2018).

Esse registro de prática (Figura 6) foi selecionado e inserido na 5.^a TAP para que os professores percebessem: (i) que só colocar os pontos num plano cartesiano não auxilia os alunos a identificarem o tipo de gráfico e (ii) a ação da professora Julia ao perceber a dúvida dos alunos. A intenção dos formadores ao utilizar esse registro, era levar os professores a perceberem que a curva desenhada gerou dúvidas entre os alunos e, por isso, a professora deveria lançar mão do seu conhecimento matemático sobre funções, e explicar por que esse gráfico não poderia ser uma parábola. Uma possibilidade que nos parece interessante, seria os alunos perceberem a diferença na taxa de variação desses tipos de funções. No processo formativo, durante a discussão coletiva, um professor identifica que a resposta da professora não resolve a questão:

Antonia: Você [professora] comenta [na aula] que não é uma parábola porque não tem o x negativo, realmente, não tem. Mas o fato de não ser uma parábola é porque não é uma função de 2º grau e, sim, uma função exponencial que é outro tipo de gráfico. É só isso que eu queria...

Julia: É! Talvez isso eu deveria ter continuado...

Antonia: É! Mas é que na hora a gente não pensa, mas o fato do domínio ser só positivo não quer dizer que não seja uma parábola.

Na discussão, os professores conseguem argumentar que os gráficos são distintos porque são determinados por funções algébricas diferentes. Mas, como os professores não conseguem chegar à taxa de variação, os formadores continuam insistindo na discussão. O professor Bruno resalta a dificuldade de se diferenciar as curvas exponencial e parábola apenas pelo desenho do gráfico:

Bruno: Quando a curva é um pouco fechada, ela pode se confundir com uma parábola, mas a parábola é uma função quadrática então isso também é instigado nos alunos.

Nessa argumentação, Bruno valida a ação da professora Julia de instigar os alunos a pensar na diferença das funções, pois eles, provavelmente, já as conhecem. Como os formadores continuam a fomentar a discussão, os professores vão mobilizando os seus conhecimentos matemáticos para resolver a situação:

Bruno: Se eles colocassem mais pontos no gráfico eles teriam visto a exponencial.

Antonia: O fato do domínio ser só positivo não quer dizer que não seja uma parábola.

Bruno: Porque a parábola ela admite x negativo. Nesse caso concreto, não.

Formadora Marcia: Pessoal! Mas a exponencial também admite x negativo.

Neste ponto, a formadora Marcia tenta retomar a conversa para a função exponencial e, assim, o professor Bruno percebe que precisa buscar outro caminho para identificar a função exponencial e diferenciá-la da quadrática. Então ele ressaltou:

Bruno: Eles deveriam ter focado não no fato de não haver uma região negativa, mas no comportamento da curva.

Formadora Marcia: Eles deveriam olhar os valores da tabela para poderem entender o quanto [a função] cresce.

Julia: Mas o [Formador Ribeiro] escreveu na lousa padrão de crescimento. É! Um aluno, não lembro quem, falou que é exponencial e crescente. Eu deveria ter explorado: é crescente por quê? Como? Foram várias coisas que eu deveria ter feito e não fiz.

Os formadores instigaram a discussão até que Bruno mobiliza seu conhecimento matemático e resalta que deveríamos olhar o comportamento da curva. A partir disso, a formadora Marcia completou a ideia sugerindo olhar o comportamento da curva a partir da tabela que os estudantes construíram. Com isso, a professora Julia lembrou de um momento da aula, em que um aluno falou que a função era crescente, mas que ela não aproveitou esse pensamento do aluno naquele momento.

Tomando esse conhecimento matemático sobre funções, o formador Ribeiro finalizou a discussão contemplando a diferença de crescimento entre as funções quadrática e exponencial, e que isso era o aspecto covariacional da função. Por outro lado, identificar que esse gráfico era de uma função exponencial auxiliava os alunos a pensar na representação algébrica da generalização. Os formadores perceberam uma dificuldade de natureza matemática neste momento da discussão coletiva, a qual pode ser advinda de os professores não terem se deparado antes com esse tipo de questionamentos conduzidos pelos formadores, o que pode ter gerado as dúvidas deles. Parece-nos que o registro de prática que apresentava uma dificuldade dos estudantes inserido na TAP, proporcionou a esse grupo de professores um importante momento de reflexão e ampliação sobre conceitos matemáticos. Destacamos que tais conhecimentos não surgem usualmente em livros didáticos que, via de regra, são a base de consulta do trabalho e das ações dos professores.

Discussões e conclusões

Com o objetivo de identificar e compreender como oportunidades de aprendizagem profissional emergem quando professores discutem e analisam, coletivamente, aulas envolvendo padrões e regularidades na escola básica, propomo-nos nesse artigo responder

duas questões de pesquisa: (i) *Como tarefas de aprendizagem profissional possibilitam aos professores discutir o conhecimento dos estudantes acerca de padrões e regularidades?* (ii) *Que conhecimentos para o ensino de padrões e regularidades são reconhecidos pelos participantes de um processo formativo quando analisam, coletivamente, as ações de 3 professores em aulas da escola básica?*

Para isso, analisamos os dados das discussões que ocorreram nas 5.^a TAP elaboradas a partir de 3 aulas que foram elaboradas e desenvolvidas durante os Ciclos PDR realizados no processo formativo. Apresentamos um episódio de cada uma das três aulas, com destaque para o tipo de representação utilizada para expressar a generalização do padrão de uma sequência de figuras de uma tarefa matemática. Em cada um dos episódios, os professores tiveram oportunidade para se depararem com dificuldades dos estudantes diante das diferentes formas de representar a generalização do padrão de uma sequência de figuras (BRITT; IRWIN 2011; ZAZKIS; LILJEDAHN, 2002).

No 1º episódio: *Dificuldades na representação algébrica*, os estudantes escreveram expressões algébricas diferentes (Figura 2) em relação à mesma sequência de figuras (Figura 1). Na discussão decorrente de tal fato, os professores apontaram para possíveis questionamentos que poderiam ter sido feitos pelo professor Felipe, de modo a auxiliar os estudantes na compreensão da representação algébrica da generalização da sequência apresentada (BRITT; IRWIN 2011). Salientaram ainda, que como a situação envolvia uma dúvida recorrente entre os estudantes, essa dúvida deveria ser prevista no planejamento do professor e ser tratada em algum momento da aula (PONTE, 1999). Assim, a partir dos registros de prática que compunham a TAP, os professores mobilizaram os seus conhecimentos sobre as dificuldades dos estudantes e os ampliaram quando discutiram sobre as ações do professor no planejamento e desenvolvimento da aula (PONTE, 1999). A partir de tal discussão, o formador buscou evidenciar uma articulação entre a dimensão matemática e a dimensão didática do conhecimento profissional do professor (RIBEIRO; PONTE, 2020).

No segundo episódio: *Necessitando da representação tabular*, as discussões permearam acerca das ações e das possíveis intervenções da professora Maria durante a aula, nas quais ela poderia ter auxiliado seus estudantes a compreenderem o padrão existente no cálculo da quantidade de quadradinhos vermelhos na 12.^a toalha (Questão 6 – Figura 4). Ao analisar esse episódio, os professores tiveram oportunidade de reconhecerem a importância do uso de uma tabela para que os alunos consigam perceber o padrão existente na quantidade de quadradinhos vermelhos (Figura 4). Desta maneira, os professores percebem que o uso

de diferentes representações, no caso, a tabular por exemplo, pode auxiliar os estudantes a compreender o padrão existente e a expressar a generalização que existe ali (BRITT; IRWIN, 2011; PIMENTA; SARAIVA, 2019; PIMENTEL; VALE, 2012).

Diante dessa discussão, os professores perceberam o papel que o uso de diferentes representações pode assumir no sentido de auxiliar os estudantes a sanar as suas dificuldades e para expressar o padrão e perceber a generalização (BRITT; IRWIN, 2011). Tal vivência acabou por gerar uma decisão acerca da necessidade de o professor conduzir intervenções adequadas nesse sentido (PONTE, 1999). Para o grupo, e para a própria professora Maria, suas ações – a partir da organização de uma tabela e a sistematização realizada pela professora durante a plenária – foram fundamentais para a compreensão do padrão ali existente (CARRAHER; MARTINEZ; SCHLIEMANN, 2008; ZAZKIS; LILJEDAHN, 2002). Outro aspecto que ficou evidenciado na discussão é que o uso dessas diferentes representações dos padrões envolvidas, poderiam ser antecipadas no planejamento e serem incluídas de alguma maneira na tarefa matemática (PONTE, 1999). Tais discussões foram promovidas e potencializadas pela TAP ao conter, além dos registros da prática da aula da professora Maria, questões que oportunizassem um repensar sobre essa prática.

O último episódio: *Conhecendo a representação geométrica*, trata das discussões entre os professores durante a formação, a respeito da dificuldade dos estudantes em reconhecer a função como representação da generalização de um padrão, tomando-se por ponto de partida a sua representação gráfica. Os registros da aula da professora Julia mostravam as dificuldades dos estudantes em justificarem porque uma curva desenhada no plano cartesiano, a partir de pontos de uma tabela, era uma exponencial e não uma parábola.

Na discussão realizada em plenária, os professores percebem a diferença nas duas curvas e, numa discussão coletiva entre professores e formadores, mobilizam e aprofundam os seus conhecimentos matemáticos e percebem que a diferença entre uma função quadrática e uma exponencial está na diferença da taxa de variação das duas funções (BRUCE, et al., 2021). Com isso, concluiu-se que identificar que esse gráfico era de uma função exponencial auxiliava os alunos a pensar na representação algébrica da generalização (BRITT; IRWIN, 2011; CARRAHER; MARTINEZ; SCHLIEMANN, 2008).

A partir desses episódios, percebemos que as TAP desenvolvidas no processo formativo – e apresentadas neste artigo – proporcionaram aos professores perceberem que a articulação entre diferentes tipos de representações para se compreender as generalizações, bem como escrevê-las em linguagem algébrica, favorecem o desenvolvimento do pensamento algébrico e a superação de dificuldades que normalmente os estudantes possuem

(BRITT; IRWIN 2011; CARRAHER; MARTINEZ; SCHLIEMANN, 2008). Levando-se em conta a preocupação com o uso das diferentes representações para a resolução de um problema, os professores mobilizaram e ampliaram o seu conhecimento matemático para o ensino, nomeadamente reconhecer as dificuldades dos estudantes e auxiliando-os a superá-las (PONTE, 1999). Uma importante dimensão do conhecimento profissional dos professores.

Considerando-se os vários domínios que envolvem os padrões e as regularidades, identificamos e compreendemos como Oportunidades de Aprendizagem Profissional (RIBEIRO; PONTE, 2020) emergem das discussões coletivas fomentadas a partir das 5.^a TAP (Reflexão da aula). Por outro lado, e em complemento ao anterior, os professores mobilizam e ampliam o seu conhecimento sobre os processos de ensino, especialmente quando percebem a importância de antecipar as diferentes estratégias de resolução e as possíveis dificuldades dos estudantes para se planejar a tarefa matemática e as possíveis intervenções na sala de aula (PONTE, 1999).

Por fim, mas não menos importante, nosso estudo sugere que o uso das tarefas de aprendizagem profissional, articulado ao papel e ações dos formadores, permitiu aos professores participantes saírem do isolamento que vivem nas suas escolas e vivenciarem oportunidades de aprenderem uns com os outros (BALL; BEN-PERETZ; COHEN, 2014), favorecendo a mobilização e o aprofundamento de seus conhecimentos profissionais docente para o ensino de padrões e regularidades na escola básica (PONTE, 1999).

Referências

- BALL, D. L.; BEN-PERETZ, M.; COHEN, R. B. Records of practice and the development of collective professional knowledge. **British Journal of Educational Studies**, v. 62, n. 3, p. 317–335, 2014.
- BALL, D. L.; COHEN, D. K. Developing practice, developing practitioners: Toward a practice-based theory of professional education. In: Sykes, G.; Darling-Hammond, L. (Eds.). **Teaching as the learning profession: Handbook of policy and practice**. San Francisco, CA: Jossey Bass, 1999. p. 3-32.
- BALL, D. L.; THAMES, M. H.; PHELPS, G. Content Knowledge for teaching: what makes it special? **Journal of Teacher Education**, v. 59, n. 5, p. 389-407, 2008.
- BLANTON, M. L.; KAPUT, J. J. Helping elementary teachers build mathematical generality into curriculum and instruction. **ZDM — International Journal on Mathematics Education**, v. 37, n. 1, p. 34–42, 2005.
- BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Investigação qualitativa em educação**. Porto: Porto Editora, 1994.
- BRANCO, N.; PONTE, J. P. Articulação entre pedagogia e conteúdo na formação inicial de professores dos primeiros anos: Uma experiência em Álgebra. In: Ponte, J. P. (Ed.).

- Práticas Profissionais dos Professores de Matemática.** Lisboa: Universidade de Lisboa, 2014. p. 379-408.
- BRITT, M. S.; IRWIN, K. C. Algebraic Thinking with and without Algebraic Representation: A Pathway for Learning. In: Cai, J.; Knut, E. (Eds.). **Early Algebraization: A Global Dialogue from Multiple Perspectives.** Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, 2011. p. 137-157.
- BRUCE, C. D.; ESMONDE, I.; ROSS, J.; DOOKIE, L.; BEATTY, R. The effects of sustained classroom-embedded teacher professional learning on teacher efficacy and related student achievement. **Teaching and Teacher Education**, v. 26, p. 1598-1608, 2010.
- CARRAHER, D. W.; MARTINEZ, M. V.; SCHLIEMANN, A. D. Early algebra and mathematical generalization. **ZDM— International Journal on Mathematics Education**, v. 40 n. 1, p. 3-22, 2008.
- CROTTY, M. **The foundations of social research: Meaning and perspective in the research process.** London: Sage, 1998.
- DAVIS, E. A.; KRAJCIK, J. S. Designing educative curriculum materials to promote teacher learning. **Educational Researcher**, v. 34, n. 3, p. 3–14, 2005.
- LOUCKS-HORSLEY, S. Teacher change, staff development, and systemic change: Reflections from the eye of the paradigm. In: Friel, S. N.; Bright, G. W. (Eds.). **Reflecting on our work: NSF teacher enhancement in K-6 mathematics.** Lanham, MD: University Press of America, 1997, p. 133–150.
- MARTINS, C.; SANTOS, L. O Programa de Formação Contínua em Matemática como contexto favorável para o desenvolvimento da capacidade de reflexão de professores do 1.º ciclo. **Quadrante**, v. 21, n. 1, p. 95-119, 2012.
- PIMENTA, C. M. C.; SARAIVA, J. M. As ações epistémicas na construção do novo conhecimento matemático e no desenvolvimento do pensamento algébrico. **Quadrante**, v. 28, n. 1, p. 27-53, 2019.
- PIMENTEL, T.; VALE, I. Os padrões e o raciocínio indutivo em matemática. **Quadrante**, v. 21, n. 2, p. 29-50, 2012.
- PONTE, J. P. Didáticas específicas e construção do conhecimento profissional. In: Tavares, J. (Ed.). **Investigar e formar em educação: Actas do IV congresso da SPCE,** Porto: SPCE, p. 59-72, 1999.
- PONTE, J. P. Estudiando el conocimiento y el desarrollo profesional del profesorado de matemáticas. In: Planas, N. (Ed.). **Teoría, crítica y práctica de la educación matemática,** Barcelona: Graó, p. 83-98, 2012.
- PONTE, J. P. D. Gestão curricular em Matemática. In: Grupo de Trabalho de Investigação da APM (Ed.), **O professor e o desenvolvimento curricular.** Lisboa: APM, 2005, p. 11-34.
- PONTE, J. P.; CHAPMAN, O. Preservice mathematics teachers' knowledge and development. In: English, L.D. (Ed.). **Handbook of international research in mathematics education.** New York, NY: Routledge, 2008, p. 225-263.
- PUTNAM, R.; BORKO, H. What do new views of knowledge and thinking have to say about research on teacher learning? **Educational Researcher**, v. 29, n. 1, p. 4–15, 2000.

- RIBEIRO, A. J.; DA PONTE, J. P. Um modelo teórico para organizar e compreender as oportunidades de aprendizagem de professores para ensinar matemática. **Zetetiké**, v. 28, p. 1-20, 2020.
- ROWLAND, T. The knowledge quartet: The genesis and application of a framework for analysing mathematics teaching and deepening teachers' mathematics knowledge. **Sisyphus – Journal of Education**, v. 1, n. 3, p. 15-43, 2013.
- RUSS, R. S.; SHERIN, B. L.; SHERIN, M. G. What constitutes teacher learning? In: Gitomer, D. H.; Bell, C. A. (Eds.). **Handbook of Research on Teaching**. 5ª ed., Washington (D.C.): American Educational Research Association, 2016, p. 391-438.
- SERRAZINA, M. L. O Programa de Formação Contínua em Matemática para Professores do 1.º ciclo e a melhoria do ensino da Matemática. **Da investigação às práticas**, v. 3, n. 2, p. 75-97, 2013.
- SHULMAN, L. S. Those who understand: Knowledge growth in teaching. **Educational Researcher**, v. 15, n. 2, p. 4-14, 1986.
- SILVER, E. A.; CLARK, L. M.; GHOSSEINI, H. N.; CHARALAMBOUS, Y. C.; SEALY, J. T. Where is the mathematics? Examining teachers' mathematical learning opportunities in practice-based professional learning tasks. **Journal of Mathematics Teacher Education**, v. 10, n. 4-6, 261-277, 2007. <https://doi.org/10.1007/s10857-007-9039-7>
- SMITH, M. S. **Practice-based professional development for teachers of mathematics**. Reston, VA: NCTM, 2001.
- SWAN, M. The impact of task based professional development on teachers' practices and beliefs: A design research study. **Journal of Mathematics Teacher Education**, v. 10, p. 217-237, 2007.
- TATTO, M. T; SENK, S. The Mathematics Education of Future Primary and Secondary Teachers: Methods and Findings from the Teacher Education and Development Study in Mathematics. **Journal of Teacher Education**, v. 62, n. 2, p. 121–137. 2011. Disponível em: <https://doi.org/10.1177/0022487110391807>
- TREVISAN, A. L.; RIBEIRO, A. J.; PONTE, J. P. D. Professional learning opportunities regarding the concept of function in a practice-based teacher education program. **International Electronic Journal of Mathematics Education**, v. 15, n. 2, 2020.
- WEBSTER-WRIGHT, A. Reframing professional development through understanding authentic professional learning. **Review of Educational Research**, v. 79, 702-739, 2009.
- ZAZKIS, R.; LILJEDAHL, P. Generalization of patterns: The tension between algebraic thinking and algebraic notation. **Educational Studies in Mathematics**, v. 49, p. 379-402, 2002.

Marcia Aguiar

Licenciada en Matemáticas por el Instituto de Matemáticas y Estadística de la Universidad de São Paulo (IME-USP). Máster en Didáctica por la Facultad de Educación de la Universidad de São Paulo (FE-USP) y Máster en Matemática por el Instituto de Matemáticas y Estadística de la Universidad de São Paulo (IME-USP). Doctora en Educación por la Facultad de Educación de la Universidad de São Paulo (FE-USP). Realizó un posdoctoral en el Instituto de Educación de la Universidad de Lisboa, Portugal

(IE-UL). Actualmente es profesora de la Universidade Federal do ABC (UFABC). Tiene experiencia en las áreas de Educación Matemáticas y formación de profesores que enseñan matemáticas.

Correo electrónico: marcia.aguiar@ufabc.edu.br
<https://orcid.org/0000-0001-5824-0697>

Alessandro Jacques Ribeiro

Licenciado en Matemáticas por la Pontificia Universidad Católica de São Paulo (PUC-SP). Máster en Educación Matemática (2001) por la Pontificia Universidad Católica de São Paulo (PUC-SP). Doctor en Educación Matemática por la Pontificia Universidad Católica de São Paulo (PUC-SP). Realizó dos pasantías posdoctorales: en Rutgers, The State University of New Jersey, Estados Unidos; en el Instituto de Educación de la Universidad de Lisboa, Portugal (IE-UL). Actualmente es profesor del Instituto de Educação da Universidade de Lisboa (IE-UL). Tiene experiencia en las áreas de Educación Matemáticas y formación de profesores que enseñan matemáticas.

Correo electrónico: a.ribeiro@ie.ulisboa.pt
<https://orcid.org/0000-0001-9647-0274>

Como citar o artigo:

AGUIAR, M; RIBEIRO, A. J. Oportunidades de Aprendizagem Vivenciadas por Professores de Matemática: Experiências Advindas de um Processo Formativo Ancorado na Prática Docente. **Revista Paradigma**, Vol. LXIII, Edición Temática Nro. 1: Práticas de Formação, Ensino e Aprendizagem em Educação Matemática na Contemporaneidade, pp 273 – 296, enero, 2022. DOI: [10.37618](https://doi.org/10.37618)