

## HISTORIA DE LA MATEMÁTICA Y MATEMÁTICA: CONSTITUCIÓN DE UN ESPACIO DIDÁCTICO PARA LA ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA

*Sinval de Oliveira*

[sinval@uft.edu.br](mailto:sinval@uft.edu.br)

<https://orcid.org/0000-0002-2345-1109>

*Universidade Federal do Tocantins (UFT)*

Araguaína (TO), Brasil

*Jamur Andre Venturin*

[jamurventurin@uft.edu.br](mailto:jamurventurin@uft.edu.br)

<https://orcid.org/0000-0002-0840-3651>

*Universidade Federal do Tocantins (UFT)*

Araguaína (TO), Brasil

**Recibido:** 15/06/2022 **Aceptado:** 06/11/2022

### **Resumen**

El artículo presente, tiene por objetivo presentar una propuesta metodológica para el profesor de Matemáticas articular la Historia de la Matemática y de la Matemática en el movimiento de la enseñanza y del aprendizaje de esa disciplina. Para estar a altura de esta tarea, realizamos una pesquisa cualitativa caracterizada por la modalidad participante, bien como por el estudio hermenéutico de textos, en torno de la pauta de este trabajo. El experimento fue desarrollado con alumnos de la disciplina Historia de la Matemática del curso de Licenciatura en Matemáticas, abordando, como contenido, Sistemas de Numeración. Sumado a esto, tratamos hermenéuticamente la complejidad de analizar y de interpretar textos (matemáticos) históricos, en la medida en que el lenguaje presentado a ellos, en general, es diferente de aquel que está disponible en libros de Matemática actuales o en libros didácticos. La base teórica del trabajo se incluye en Merleau-Ponty, para tratar del tiempo, del espacio y del cuerpo, y según Libâneo, para conceptualización didáctica. El análisis y la interpretación de los datos nos permitió comprender que el anacronismo producido durante el desarrollo de la actividad movilizadora del aprendizaje, desde que orientado de modo apropiado por el profesor, puede estimular al alumno tanto a aprender Matemática cuanto a identificar la temporalidad y la espacialidad del objeto matemático; aún, tomando en cuenta los datos, en convergencia con los autores mencionados, engendramos el concepto de Espacio Didáctico, que orienta la actuación del profesor en sala de clases.

**Palabras clave:** Historia da Matemática en la Sala de Clases. Anacronismo. Tiempo y Espacio. Actividad Movilizadora.

## HISTÓRIA DA MATEMÁTICA E MATEMÁTICA: CONSTITUIÇÃO DE UM ESPAÇO DIDÁTICO PARA O ENSINO E APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA

### **Resumo**

O presente artigo tem por objetivo apresentar uma proposta metodológica para o professor de Matemática articular a História da Matemática e a Matemática no movimento de ensino e de aprendizagem dessa disciplina. Para dar conta desta tarefa, realizamos uma pesquisa qualitativa

caracterizada pela modalidade participante, bem como pelo estudo hermenêutico de textos, em torno da pauta deste trabalho. O experimento foi desenvolvido com alunos da disciplina História da Matemática do curso de Licenciatura em Matemática, abordando, como conteúdo, Sistemas de Numeração. Somado a isso, tratamos hermeneuticamente a complexidade de analisar e de interpretar textos (matemáticos) históricos, na medida em que a linguagem apresentada neles, em geral, é diferente daquela que está disponível em livros atuais de Matemática ou em livros didáticos. O solo teórico do trabalho se subsume em Merleau-Ponty, para tratar de tempo, espaço e corpo, e em Libâneo, para conceituar didático. A análise e a interpretação dos dados permitiu-nos compreender que o anacronismo produzido durante o desenvolvimento da atividade mobilizadora de aprendizagem, desde que orientada de modo apropriado pelo professor, pode estimular o aluno tanto a aprender Matemática quanto a identificar a temporalidade e a espacialidade do objeto matemático; ainda, levando em conta os dados, em confluência com os autores mencionados, engendramos o conceito de Espaço Didático, que orienta a atuação do professor em sala de aula.

**Palavras-chave:** História da Matemática na Sala de Aula. Anacronismo. Tempo e Espaço. Atividade Mobilizadora.

## **THE HISTORY OF MATHEMATICS AND MATHEMATICS: CONSTITUTION OF A DIDACTIC SPACE FOR TEACHING AND LEARNING MATHEMATICS**

### **Abstract**

The objective of the present article is to present a methodological proposal for mathematics teachers to articulate the history of mathematics and mathematics into teaching and learning activities. Participant observation qualitative research, as well as hermeneutic study of texts regarding the theme of the work were used to tackle this task. Students of the discipline “History of Mathematics,” required for the licensure degree in mathematics, which encompassed numbering systems, participated in the experiment. In addition, we hermeneutically treated the complexity of analyzing and interpreting historical (mathematical) texts, as the language presented in such texts is different from that which is available in current mathematics books and textbooks. The theoretical foundation of the work subsumes Merleau-Ponty, to deal with time, space, and body; and Libâneo, to conceptualize didactics. The analyses and interpretation of data led to the understanding that, when appropriately managed by the teacher, the anachronism resulting from the mobilizing activity of learning can stimulate students to both learn mathematics and identify the temporality and spatiality of the mathematical object. In confluence with the abovementioned authors, and considering the data, we coined the concept of *Didactic Space*, which guides the practice of teachers in the classroom.

**Keywords:** History of Mathematics in the Classroom. Anachronism. Time and Space. Mobilizing Activity.

### **Introdução**

Neste trabalho, empreendemos esforços para apresentar a teorização de um Espaço Didático como uma possibilidade metodológica para o ensino e a aprendizagem de Matemática, a partir da História da Matemática e da Matemática. O questionamento direcionador do estudo

foi expresso da seguinte forma: como o professor pode se valer de um espaço didático favorável ao ensino e à aprendizagem da matemática para a sala de aula? Corroboram, nesse sentido, a descrição de uma prática pedagógica desenvolvida e aplicada para este fim em uma turma de estudantes de matemática durante a disciplina de História da Matemática no primeiro semestre de 2016, do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Tocantins, Câmpus de Araguaína a qual foi a gênese para compor as reflexões sistematizadas do que se concebe como Espaço Didático.

Convém observar que a expressão “Espaço Didático” foi cunhada e teorizada posteriormente ao que está analisado no Tópico *Análise de uma proposta didática para o ensino de Matemática: o caso Sistema de Numeração*, uma vez que ela circunscrevia as nossas ações empíricas na experiência realizada em sala de aula. Dito mais claramente, a expressão “Espaço Didático” emerge das reflexões da atividade aplicada. Neste sentido, por uma questão de organização estrutural do presente artigo, a teorização de “Espaço Didático” está alocada no Tópico *Resultados: teorização de Espaço Didático para o ensino e a aprendizagem da Matemática*.

Para a realização do que foi dito no parágrafo anterior, as nossas inferências situam-se sobre modos de interpretar um texto, pautados na hermenêutica discutida por Palmer (1969) e na dialética de Konder (2008); bem como no conceito de espaço e de tempo de Merleau-Ponty (2010), dialogados com Oliveira e Furlan (2017), Espósito (1997) e Pinheiro (2018), que dissertam sobre a indissociabilidade de tempo e de espaço, asserindo que o ser humano (corpo) está conectado ao mundo, tendo em vista a espacialidade e a temporalidade em sua existência.

Outro apontamento teórico que se faz necessário considerar diz respeito à tematização de “didático”, o qual é conceituado como o modo de atuação docente que tem por ocupação no conjunto do processo de ensino: “os conteúdos dos programas dos livros didáticos, os métodos e formas organizativas do ensino, as atividades do professor e dos alunos e a diretrizes que regulam e orientam esse processo” (LIBÂNEO, 2013, p. 55). No caso desta investigação, o conceito de didático, em particular, perpassa fronteiras entre a História da Matemática e a Matemática.

## **Metodologia**

A natureza metodológica desse trabalho é qualitativa (BOGDAN; BIKLEN, 1999), modalidade participante (FREIRE, 1984), tendo em vista que os dados foram gerados com a

descrição de um experimento realizado em sala de aula. Além do aspecto descritivo dos dados, durante o processo de análise, evidenciamos os significados que se manifestaram ao interpretar o diálogo entre o pesquisador e os alunos. Nesse sentido, segundo Bogdan e Biklen (1999), a descrição, o significado e a presença do pesquisador no local do estudo faz parte das características da investigação qualitativa. Com efeito, a descrição descreve a experiência vivenciada em sala de aula de professores e alunos, ao ser apresentada uma atividade mobilizadora de aprendizagem. Portanto, falas, gestos, compreensões, dúvidas entre outras manifestações foram registradas com notas de campo e com registro fotográfico, constituindo os dados analisados e interpretados qualitativamente.

A descrição das experiências, em torno da atividade mobilizadora de aprendizagem, foi o ponto de partida para evidenciarmos os significados que se manifestaram quando os alunos se envolveram ativamente na realização da mesma. Bogdan e Biklen (1999) asserem que o significado explicitado pelos sujeitos em uma pesquisa qualitativa tem importância vital, pois entende-se que é a partir dele que conseguimos dissertar algumas perspectivas dos participantes, quando promulgam juízos ao que está sendo tematizado, ou ainda, aprendido.

De forma específica, no sentido de qualificar a natureza participante da investigação que se apresenta, tomamos o cuidado de nos orientar pela perspectiva libertadora proposta por Freire (1984, p. 35), quando diz que: “a pesquisa, como ato de conhecimento, tem como sujeitos cognoscentes, de um lado, os pesquisadores profissionais [docentes]; de outro, os grupos populares [alunos] e, como objeto a ser desvelado, a realidade concreta [compreensão de sistemas de numeração]”.

Dentre os cuidados expressos pela pesquisa participante, as orientações para com o “outro”, enquanto sujeito cognoscente, histórico e humano, (FREIRE, 1984), foram tomados no momento da aplicação da proposta elaborada para o ensino e a aprendizagem de Matemática que considerou a História da Matemática e a Matemática como elementos iniciais para coproduzirem o que denominamos de um Espaço Didático. Nesse sentido, é importante destacar um processo de interlocução aberto, com possibilidades distintas dos alunos, enquanto sujeitos, apresentarem as suas inferências, conjecturas, questionamentos e expressão de ideias.

Participaram desse processo nove alunos do Curso de Licenciatura em Matemática, regularmente matriculados na disciplina de História da Matemática e organizados em duas equipes de trabalho, em uma sala de aula convencional por um período de quatro horas aulas de

cinquenta minutos. Cada equipe recebeu folhas de papel madeira e pincéis para o registro das respectivas inferências e conclusões impulsionados pelas ações da atividade mobilizadora de aprendizagem a qual fizeram uma incursão.

Em termos procedimentais, a atividade mobilizadora de aprendizagem, se caracterizou pela organização da turma em equipes trabalhos, bem como, com a apresentação de informações para elas, de tal forma que os alunos pudessem produzir e registrar as suas interpretações livremente à medida que as escrutinaram e as contextualizaram com o objeto de aprendizagem tematizado. Marcaram a parte de interação com os alunos, três etapas: a introdução, o desenvolvimento, a socialização e a avaliação da atividade, respectivamente assim exemplificadas: a partir de agora vocês são uma civilização antiga; a civilização de vocês sabem contar até quatro, assim criem símbolos para essa contagem; apresentação dos números e das regras estabelecidas pelas equipes e a avaliação das produções realizadas pelo professor dialogando com os alunos conforme análise de dados no Tópico *Análise de uma proposta didática para o ensino de Matemática: o caso Sistema de Numeração*.

Registra-se ainda o emprego das orientações da pesquisa bibliográfica para a leitura e o fichamento de fontes como sendo um exercício realizado pelos pesquisadores, uma vez que, do nosso ponto de vista, um texto fichado, estabelece um diálogo entre autor e o leitor, a partir do escrutínio, das inferências, e de apontamentos que caracteriza uma integração tal qual os escritos de Palmer (1991). Dissemos isso, pois textos de História da Matemática fazem parte do que estamos propondo, sendo, portanto, fundamental dissertarmos sobre o ato interpretativo, como veremos no tópico abaixo.

### **Aspectos teóricos sobre a interpretação de textos de História da Matemática**

Um professor que se dedica à História da Matemática vivencia, em sua região de inquérito, a árdua tarefa de compreender uma obra que se apresenta distante temporalmente, em termos de cultura e de historicidade. Isso quer dizer que, para dissertar acontecimentos históricos, é necessário recuar em termos de tempo e de espaço, realizando uma retrospectiva histórica com o intuito de trazer à tona o que já foi consumado, o que já passou, valendo-se de registros históricos manifestados em documentos, livros, cartas, obras de arte, entre outros materiais e achados arqueológicos. É, portanto, uma tarefa complexa interpretar uma história não vivenciada e articulada com a escolha de algum tipo de registro, pois a narrativa histórica gera responsabilidade científica com o que está enunciado; daí a importância dos cuidados

epistemológicos com o objeto investigado para evitar juízos valorativos, equívocos conceituais e interpretações superficiais.

Palmer (1969), ao tratar de algumas consequências hermenêuticas da historicidade da compreensão, tematiza o juízo prévio e afirma que não é possível nos colocar no movimento de compreensão de uma obra pretérita sem levar em conta o presente. O mesmo autor pondera que o juízo prévio é irrefutável e destaca que “[...] o «significado» de uma obra passada não pode ser visto unicamente nos seus próprios termos. Pelo contrário, o «significado» da obra passada define-se em termos das questões que se lhe colocam a partir do presente” (PALMER, 1969, p.185, grifos do autor); o autor também acrescenta que os pressupostos, constituídos nas experiências vivenciadas, não deveriam ser entendidos pela dicotomia do ser aceito ou recusado, porém, afirma que eles são o solo para o movimento compreensivo da história.

Para Palmer, “Um texto bíblico, literário ou científico não se interpreta sem preconceitos” (p.186), além disso, ele indaga: “De onde nos vêm os pressupostos?” (p.186) Para o autor, os pressupostos vêm da tradição que estamos vivenciando; assim, anuncia:

Mas não adquirimos os nossos pressupostos inteiramente a partir da tradição. Temos que nos lembrar que a compreensão é um processo dialético de interação da autocompreensão da pessoa (o seu «horizonte» ou «mundo») com aquilo que ela encontra. A autocompreensão não é uma consciência que flutua livremente, não é uma luz trémula que a situação presente preenche; é uma compreensão que já se *situa* na história e na tradição, e apenas pode compreender o passado alargando o seu horizonte, de modo a englobar a coisa que se encontra (PALMER, 1969, p.186, grifos do autor).

Na direção do que Palmer afirma, sobre pressupostos, entendemos que eles são histórico-culturais e constituem nosso modo de pensar, de agir e de nos expressar, e, no movimento de promulgar, ajuizamos. Portanto, no ato de interpretar uma obra ou um texto, o investigador há de estar atento ao tempo-espaço em que ele foi produzido, ao fato de que a experiência vivenciada por ele constitui o solo interpretativo para *compreender* o significado do que está registrado em diferentes linguagens e que temos acesso ao mesmo por meio da tradição histórica. Avançando nessa direção apresentada por Palmer, ponderamos que, no ato de interpretar, é imprescindível tomar o cuidado para que os juízos prévios, ou as categorias prévias, que são formadas com as experiências vivenciadas, não conduzam à interpretação de modo determinístico, tornando-a passível de ser entendida apenas como uma verificação dos pressupostos assumidos. Esta atitude ocultaria, por assim dizer, a manifestação de outros significados da obra que poderiam se presentificar com as interrogações que são colocadas a

partir do presente. Nesta direção, o processo dialético conduz a interpretação de uma obra, tendo em vista que as questões lançadas evidenciam diferentes nuances, contraditórias ou não, que revelam o significado da obra no encontro com o seu intérprete.

Portanto, ao indagar uma obra, é essencial estar atento ao que se evidencia, para que as especificidades dela, correlacionadas com o contexto e a época em que foi produzida, possam ser apreendidas. Nesse sentido, Palmer afirma, valendo-se das ideias de Gadamer, que a reconstrução de um texto não seria a chave para a compreensão, e entende que a tarefa da hermenêutica “[...] é a integração, e não a reconstituição” (PALMER, 1969, p.190); isto é, o que é interpretado, dito sobre uma obra, é sempre a integração entre sujeito e obra; a ação de integrar acontece tendo em vista que o tema da obra é, também, ocupação de quem quer compreendê-la, assere Palmer (1969). O ato de integrar torna o objeto de investigação inteligível, na medida em que avançamos rumo ao horizonte histórico-cultural formado, analisando o que se destaca no encontro hermenêutico de obra e de sujeito.

Posto isto, o processo de interpretação de obras, em particular de textos matemáticos, torna-se complexo à medida que nos afastamos temporalmente do presente. Compreender um resultado matemático de 300 anos atrás, escrito em uma linguagem diferente da do professor-pesquisador com elaborações textuais formadas em um contexto histórico-cultural, é uma atividade que exige atenção, pelo fato de existirem expressões cujos significados têm como solo o período histórico em que o texto fora escrito, pondera Urbaneja (1992).

Na direção do que escreve Urbaneja, Venturin (2007) ao analisar o tratado *Potestatum Numericarum Summa* (Soma de Potências Numéricas) e a *LETTRE DE M. DETTONVILLE A M. DE CARCAVI* (Carta do Sr. Dettonville ao Sr. De Carcavi) de Blaise Pascal (1623-1662), exigiu o estudo e o cuidado com o que se destacou com os atos interpretativos sobre o que Pascal escreveu, matematicamente, valendo-se de linguagem algébrica dissertativa praticamente destituída de recursos algébrico-simbólicos – mesmo que, na época de Pascal, já houvesse o movimento de introdução da álgebra simbólica – tornando árdua a análise do texto, a interpretação e a apreensão dos significados do que fora expresso por Pascal. Tendo em vista que o texto analisado era matemático, naquela ocasião, em alguns momentos, fez-se necessário realizar o anacronismo, representando a linguagem dissertativa de Pascal com o correlato algébrico. O anacronismo, ou erro cronológico, nada mais é do que a interpretação de um texto

pretérito mediante sentidos e significados de conteúdos que não foram constituídos na época em que o texto foi gerado.

Com a realização da pesquisa supracitada, ficou claro que, para compreender um texto matemático, distante do tempo presente, é necessário investigar outros materiais publicados concomitantemente, com a finalidade de cotejar conceitos, expressões e modos de produção matemática. Deste modo, é possível realizar a hermenêutica do objeto de estudo apropriadamente, minimizando o risco de deixar de lado significados matemáticos próprios do contexto, evitando assim uma história determinista, linear. Por outro lado, além de o pesquisador estar ciente da necessidade desse cuidado metodológico, no ato de interpretar um texto histórico de matemática, é imprescindível o conhecimento específico de Matemática, isto porque a História da Matemática pode ser entendida como uma área da Matemática Pura, afirmam Baroni e Nobre (1999). Isto não seria contraditório com o que dissemos sobre o uso de anacronismo? Não, não é. O que isto quer dizer? Isto, simplesmente, mostra que, para a interpretação e para a compreensão de um texto, do ponto de vista da dialética, solicitam-se momentos de aceitar as contradições naturais do objeto em sua realidade e, assim, para dar conta do investigado, realizam-se comparações de diferentes significados conceituais que se manifestam para que se evidencie o que é próprio da obra e, nesse movimento, entendendo, sobretudo, que a realidade está se transformando (KONDER, 2008), tendo em vista que quanto mais nos aproximamos do tempo presente, mais a linguagem matemática usada para descrever o objeto matemático vai na direção dos significados atuais.

### **Revisão de literatura: a História da Matemática no ensino de Matemática**

A discussão sobre abordar a História da Matemática na sala de aula é preocupação da comunidade internacional de pesquisadores da área. No ICMI – *International Commission on Mathematics Instruction* – de 2000, Fauvel e Maamen trazem questões para serem refletidas sobre o papel da História da Matemática, no ensino e na aprendizagem da Matemática, e suscitam questionamentos como: “quais as relações entre historiadores da matemática com aqueles cuja preocupação principal é valer-se da história da matemática na educação matemática?” (1999, p. 3, tradução nossa); “Quais são as relações entre o papel ou papéis que atribuímos à história e o modo de introduzir ou valer-se dela na educação?” (1999, p. 4, tradução nossa). Para esses autores, nesta última indagação, apresenta-se um dos modos de introduzir a

História da Matemática nas aulas, por meio de histórias (narrativas), problemas e movimentos culturais.

Dynnikov (2009, p. 01) pondera que “a Matemática, como uma atividade cultural e humana, acontece sempre num determinado local e tempo e, portanto, está relacionada a um certo contexto, assim, seu ensino-aprendizagem não deve estar desvinculado de sua história”. Essa pesquisadora apresenta razões favoráveis para nos valermos da História da Matemática na sala de aula, alertando que ela

[...] auxilia na compreensão de conceitos, ao explicar a origem de certas idéias (sic) e procedimentos; a história ajuda a estabelecer conexões entre a Matemática e as demais ciências; a História conscientiza os alunos das relações entre a Matemática e a sociedade; a História é uma fonte inesgotável de problemas curiosos e interessantes que permitem desenvolver e auxiliar a capacidade de resolução de problemas; [...] auxilia a superar pré-conceitos e uma visão eurocentrista de conhecimento ao mostrar as reais contribuições de civilizações não ocidentais (DYNNIKOV, 2009, p. 02).

Compreendemos que a justificativa da pesquisadora supracitada vai ao encontro do que afirmam Barbin *et al.* (2000), ao dizerem que a História da Matemática poderia ser um recurso interessante para entender *o que é isto, a Matemática*, bem como para compreender conceitos e teorias. Segundo Barbin *et al.*, “A história da matemática pode, primeiro, mudar a própria percepção e o entendimento do professor sobre a matemática, então, influenciará a maneira como a matemática é ensinada, e, finalmente, ela afeta o modo de os estudantes perceberem e entenderem matemática” (2000, p. 63-64, tradução nossa).

Miguel e Miorim (2005), arrolam uma série de argumentos de natureza epistemológica sobre a História da Matemática no ensino de Matemática encontrados em diferentes literaturas. Os argumentos epistemológicos dizem de: possibilidades de organização didática da aula de matemática e, até mesmo, de mostrar a sequência (histórica) de conteúdo; delimitação das sequências didáticas em termos de atividades ou problemas; “fonte de identificação de obstáculos epistemológicos de origem epistemológica [...] (2005, p.61)”, entre outros. Eles descrevem, inclusive, os argumentos de natureza ética, ao nos valermos da História da Matemática na sala de aula, afirmando que poderiam auxiliar o professor a: desmistificar a matemática – para nós, entendido como a possibilidade de mostrar que ela não é apenas um conjunto de conhecimentos pronto e acabado; mostrar que o fazer matemática é cultural, isto é, que a matemática não é o que está apenas materializado nos livros didáticos; impulsionar a criticidade e a cidadania por meio do pensamento matemático, quer dizer, analisar na própria

história os modos pelos quais a matemática influenciou econômica e tecnologicamente a sociedade (MIGUEL; MIORIM, 2005).

Aqueles autores descrevem argumentos que colocam à prova o uso da história da matemática na sala de aula, entre eles, destacamos a falta de material historiográfico apropriado, em termos de descrição do objeto matemático, apresentando, muitas vezes, apenas os resultados, e não evidenciando o processo heurístico em torno do desenvolvimento do objeto. Esse problema pode ser contornado, desde que o texto passe por um tratamento didático, como apontam Saito e Dias (2013).

Vianna assere que é

[...] a favor do “Uso Didático da História da Matemática” como uma Tendência dentro da Educação Matemática. Como? Ora, é muito simples: associando o conhecimento da História da Matemática às demais tendências; por exemplo: a história da matemática pode ser uma fonte relevante de problemas para serem trabalhados na resolução de problemas, o estudo da solução dada aos problemas reais que foram enfrentados em épocas diversas pode fornecer contribuições relevantes para o desenvolvimento de técnicas de modelagem e para o aprimoramento de modelos já elaborados (VIANNA, 2000, p.3-4).

Do ponto de vista de Vianna, um dos modos de lidar com a História da Matemática é mediante a escolha de problemas. Problemas sempre motivaram o desenvolvimento da Matemática. A história está repleta deles – lembremos dos problemas clássicos posto pelos antigos gregos, a saber, a duplicação do cubo, a trissecção do ângulo e a quadratura do círculo, que deveriam ser resolvidos usando apenas régua e compasso; há, também, problemas de determinação de áreas, volumes; problemas interdisciplinares que envolvem física, química; problemas que tratam de astronomia, de navegação, de jogos, entre tantos outros.

Na direção do que disse Vianna (2000), Chaquiam e Mendes (2016) apontam que problemas de matemática podem ser uma alternativa para explicitar os aspectos epistemológicos do objeto matemático. Para dar conta dessa meta, entre os modos de abordar a História da Matemática asseridos pelos autores, destacam-se atividades matemáticas orientadas com problemas matemáticos. Este tipo de atividade permite a construção e o entendimento epistemológico de um conceito, a partir da resolução de um problema.

Convergindo com os apontamentos de Chaquiam e Mendes (2016), sobre o uso de problemas matemáticos, Branderberg (2020) assume problemas provindos de textos históricos como o ponto de partida para tratar conceitos matemáticos, entendendo-os como material didático-pedagógico. A proposta desse autor consiste na formulação de questões-problemas,

com o intuito de os alunos refazerem o caminho inventivo do conceito a ser apreendido; em particular, nessa proposta, Branderberg destaca o estudo de textos clássicos da História da Matemática como fonte de informações.

Mendes (2009) versa sobre atividades investigativas associadas à história da matemática, tematizando o conhecimento nas dimensões do cotidiano, do escolar e do científico. Para a realização dessa ação, o autor propõe a investigação de tal modo que proporcione ao aluno a reconstrução dos conceitos matemáticos; a investigação é sustentada nas ideias de Fichebein, ao abordar os elementos intuitivo, algoritmo e formal presentes no fazer matemático. A organização didático-pedagógica dessa proposta de ensino, apoiada nos elementos intuitivo, algoritmo e formal, consiste na elaboração de atividades, assumindo fontes primárias (documentos históricos) e secundárias (livros em geral de História da Matemática), que indiquem o tema central e o conteúdo histórico; ainda, o objetivo da tarefa deve expressar de modo claro o que será proposto – mediante uma linguagem que permita aos alunos compreenderem a matemática em questão.

De acordo com Mendes (2009), o conteúdo abordado deve conduzir a investigação, tendo em vista que é a partir dele que serão esclarecidos os questionamentos dos alunos; em suma, o conteúdo histórico é o ponto de partida para mobilizar as relações do conhecimento matemático nas versões do cotidiano, do escolar e do científico. Por fim, as tarefas têm a finalidade de conduzir os alunos a testarem hipóteses, explicar matematicamente as ações realizadas e demonstrá-las, direcionando-os à formalização e sistematização do conceito investigado. Nesta direção, Mendes (2010) vem desenvolvendo pesquisas, tanto na formação inicial quanto continuada de professores, tendo, como elemento direcionador, a historicidade da matemática, relacionando-a a elementos de ordem epistemológica.

Para Fossa (2020), a história da matemática na sala de aula deve servir como fonte de motivação para os alunos construírem o próprio conhecimento matemático. Deste modo, o autor apresenta a proposta pedagógica pautada na leitura de textos históricos que se subsumem no princípio de que a matemática é necessária para a formação cultural humana, assim como são, por exemplo, a arte (produções literárias) e outras produções científicas; daí a importância de conhecer as obras matemáticas e seus autores, assere Fossa. O segundo argumento, que justifica tal ação didática, tem como princípio a tríade: o indivíduo, o outro e o objeto, entendendo-os como necessários para a construção do conhecimento.

De acordo com Fossa (2020), o aluno (indivíduo) deve ser um sujeito ativo na construção do conhecimento matemático e um modo de isso acontecer é colocando-o como um leitor atento, buscando decifrar hermeneuticamente o que se apresenta em um texto histórico; outro aspecto presente no segundo argumento é a visão da construção social do conhecimento; ou seja, o eu com o outro estabelecem relações dialéticas com o que foi produzido matematicamente, permitindo compreender conceitos matemáticos e levando-os a realizarem conexões teóricas dentro da própria matemática e, ainda, dela com outras produções culturais. Nesta direção, Fossa nos diz que a base cognitiva do aluno é gradativamente estruturada e, por isso, entendemos que ela vai se modificando e se ampliando, em termos de produção de conhecimento. Com efeito, de acordo com o autor, o ambiente social de convívio com as relações dialéticas, com os movimentos de confronto e de clareza são essenciais para a formação da base cognitiva do sujeito. Por fim, o terceiro elemento diz do objeto e de seu pertencimento ao mundo, ao eu e ao outro; a leitura de textos históricos mostra esse pertencimento do sujeito ao mundo e o mundo a ele, fazendo com que seja possível construir dialeticamente o objeto matemático; na medida em que o aluno recriar e reviver a construção de um conceito matemático, ele ainda poderia teorizar sobre o objeto investigado à luz de outros resultados matemáticos.

Sobre os modos de se abordar a história da matemática na sala de aula, o texto de Saito e Dias (2013, p. 92) revela-nos que o ofício do professor necessita “[...] além de uma perspectiva historiográfica atualizada, uma metodologia de abordagem que propicie uma apropriada articulação entre esses dois campos de conhecimento [história e ensino de matemática]”. Ou seja, para esses autores, é imprescindível dizer da História da Matemática, tendo por base o contexto em que ela foi elaborada, a realidade em que ela foi pensada e, portanto, produzida, destacando não apenas a matemática em si, mas, também, os aspectos socioculturais, que dizem das necessidades práticas dos sujeitos e, portanto, que evidenciam como a matemática estaria sendo entendida na sociedade – sem perder de vista o conteúdo teórico e conceitual do que está sendo tratado, alertam os autores. Eles dizem, inclusive, que “Devemos evitar definir a matemática com base em nossas concepções modernas e compreender a dinâmica do desenvolvimento do conhecimento matemático, a fim de aproximarmos essa dinâmica do ensino” (SAITO; DIAS, 2013, p. 98). Esses autores apresentam uma metodologia do ponto de vista lógico-histórico e entendem que o ensino de matemática poderia acontecer com a apresentação de um documento histórico com a realização de três etapas para o desenvolvimento

da atividade, a dizer: o *tratamento didático* do documento; *visar o intencionado*, por isso, realiza-se um plano de ação para o que será tematizado como objeto de aprendizagem; e, por fim, estar atento ao *desenvolvimento da ação* pretendida<sup>1</sup>.

Outro aspecto que se evidencia, ao se propor a História da Matemática como possibilidade de prática pedagógica, é a promoção da interdisciplinaridade. Nesse sentido, a pesquisa de Brito (2010) indagou como os alunos dos cursos de Licenciatura em História e Licenciatura em Matemática, que trabalham com concepções diferentes de ciência, bem como de procedimentos de produzir conhecimento, compreendiam o tema História da Matemática na formação docente. Um dos participantes do experimento realizado, discente do curso de Licenciatura em História, relatou a complexidade em propor uma aula de história dialogada com a matemática:

Pra você propor a interdisciplinaridade, você tem que conhecer o que você tá falando. Eu sou professor de história, querer tá colocando matemática na minha aula, preciso ter domínio também... o professor de matemática também... essa é a questão, isso é muito difícil! Acaba que o professor fica só na sua área mesmo (BRITO, 2010, p. 36).

É fato que atuar na região de fronteira disciplinar ou até mesmo aventurar-se em outras áreas promove desconforto e insegurança para o professor; ou seja, para realizar a interdisciplinaridade, o professor deveria possuir conhecimento específico do conteúdo tratado – como expresso na fala do aluno supracitado. Em outro relato, com a temática dos *Quipos*<sup>2</sup>, disse que “[os *Quipos*] não é claro nem pra gente, nem para os pesquisadores e especialistas... Talvez seria mais conveniente transmiti-los em disciplinas específicas, seria mais legal... Esses conhecimentos são bem complicados” (BRITO, 2010, p. 63).

Novamente, a questão do “domínio” sobre um tema em específico perpassou o diálogo entre os cursistas, como expressou o aluno do curso de História. Por que tal desconforto no relato dos alunos? Em geral, os problemas de matemática disponíveis em livros clássicos e até mesmo em outros tipos de documentos apresentam-se com uma linguagem técnica específica da área, ou do campo da matemática em que o problema está sendo abordado. Essa linguagem precisa passar por um tratamento adequado antes de ser assumida em uma prática de ensino (SAITO; DIAS, 2013). Um modo para superar a complexidade da linguagem matemática de textos históricos é o professor elaborar planos de aula em conjunto com outros professores,

---

<sup>1</sup> Conferir os pormenores sobre as três etapas em Saito e Dias (2013).

<sup>2</sup> Cf. Mangin, 2006.

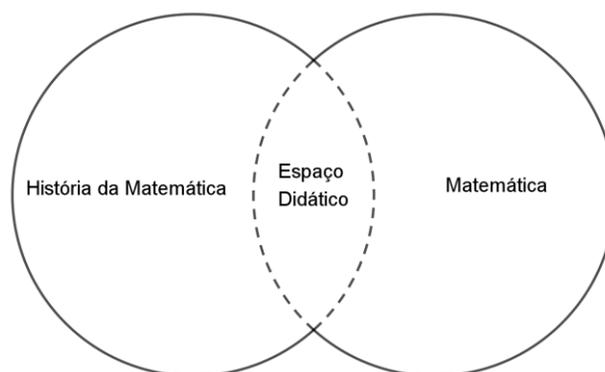
realizando, ainda, aulas temáticas (BRITO, 2010). Nessa direção, Saito e Dias (2013) tratam sobre o diálogo entre professores de História e de Matemática com a finalidade de realizar um tratamento didático no documento histórico a ser trabalhado com os alunos.

Outra possibilidade para superar problemas relacionados a textos históricos vai na direção do explicitado por Fossa (2020), ao enfatizar que os alunos precisam entrar em ação e interrogar o texto hermenêuticamente, para assim compreender o que está sendo tratado e superar os desafios de interpretá-lo. Com efeito, deste modo, uma aula não seria finalizada em sua marcação cronológica, isto é, a atividade proposta aos alunos deve ultrapassar o espaço escolar, imprimindo ação investigativa do que está sendo solicitado, em outros ambientes e momentos.

### **Resultados: teorização de Espaço Didático para o ensino e a aprendizagem da Matemática**

O movimento que o professor estabelece para a construção de uma proposta didática, a partir da História da Matemática e da Matemática, é denso e se constitui por meio de uma região de fronteira, que se inter-relaciona de forma não linear com a própria Matemática e a História da Matemática, no sentido de coproduzir um Espaço Didático favorável ao ensino e à aprendizagem de matemática. A formulação de um diagrama inicial (ver fig. 01) poderá ser útil para explorar algumas das dimensões que se apresentam em torno desse movimento.

**Figura 1** - Espaço Didático



**Fonte:** arquivo dos autores

O diagrama apresenta os elementos “História da Matemática” e “Matemática”, que são interpretados por nós nas dimensões epistemológica e ontológica, pois apresentam os respectivos objetos de investigação distintamente, ou seja, com linguagem e *modus operandi* próprios, os quais não podem ser reduzidos ou entendidos como equivalentes.

Nessa direção, a História da Matemática se apresenta como um campo de investigação que procura entender a constituição da Matemática a partir de evidências que estão fora do contexto original que as determinaram, ou seja, em linhas gerais, busca-se desvelar um conhecimento com ferramentas distintas daquelas que as circunscreveram historicamente, e, por sua vez, a Matemática trabalha em problemas que emergem de demandas atuais da sociedade, bem como com problemas clássicos que resistiram ao tempo e se mostram desencadeadores de investigações da própria Matemática.

Portanto, uma interpretação do diagrama da Figura 01, pautada na mera interseção, não se mostra apropriada para compreender um Espaço Didático, uma vez que ele abarca compreensões em termos de humano (corpo), do que é espaço, do que é didático e, inclusive, como tempo e espaço estão articulados de modo indissociáveis, exigindo responsabilidade teórica com o referido tema.

Para dar conta dessa tarefa, anunciamos como o filósofo Merleau-Ponty (2010) tematiza o espaço associado ao corpo e ao tempo, dialogando com Oliveira e Furlan (2017), Espósito (1997) e Pinheiro (2018). Para o filósofo, o corpo é o modo de anunciar que ele possui um mundo; ele não é alheio ao que aí está no mundo. É com o corpo que atuamos no espaço mundano de vivência, constituindo a realidade mundana. Esta realidade pode ser compreendida como o espaço natural de vivência, assere o autor. Nesse sentido, é necessário destacar que o mundo não é dado objetivamente, seja do ponto de vista do intelectualismo, seja do empirismo (OLIVEIRA; FURLAN, 2017). Com efeito, o mundo não é um produto unicamente do pensamento, nem estaria geometrizado e, com isso, entendido como uma conquista da ciência, que poderia matematizar praticamente todos os fenômenos em sua espacialidade. Dito em outros termos, para Merleau-Ponty, o mundo é o que é vivido por nós; nesse sentido, “abre-se, pois, uma terceira possibilidade pela qual o homem (corpo encarnado) passa a ser visto como fundamento de uma espacialidade [...]” (ESPÓSITO, 1997, p. 142). Então, o corpo é entendido como o ponto de referência para dizer de nossas experiências – portanto, não polarizado na dicotomia intelectualista e empirista – ele é o ponto zero de nossas vivências, que nos situa e nos orienta para compreender o mundo (PINHEIRO, 2018).

Na medida que experienciamos o espaço em um fluxo de vivências presenciais, damos conta da existência de vivências passadas e, inclusive, de possibilidades futuras, esse movimento evidencia íntima associação de espaço e de tempo (PINHEIRO, 2018; ESPÓSITO,

1997). Isto é: não é possível tematizar espaço sem compreender que há um tempo, que há uma temporalidade que orienta o nosso modo de ser no mundo. Deste modo, ao planejar uma ação, ao mobilizar uma lembrança, ao experienciar o aqui e o agora, fazemo-los convictos de que toda vivência se subsume na espacialidade e na temporalidade que descrevem e assinalam as vivências.

Em confluência com o corpo, com o tempo e com o espaço, assevera-se que o didático se mostra com o modo-de-ser-do-professor (corpo), na medida em que vivencia a escola, a sala de aula, o diálogo com os alunos, a organização do ensino, a escolha do método, a determinação de objetivos, dos conteúdos e das atividades (LIBÂNEO, 2013); portanto, essas vivências, ações do professor, não podem ser dissociadas em termos de temporalidade e de espacialidade.

Dada a representação do diagrama da Figura 01, quando analisado e considerando os desdobramentos, no sentido de entendê-lo, pode-se concluir que um Espaço Didático é engendrado, adequadamente, quando se considera que Espaço não pode ser interpretado de forma destituída do Tempo, tal qual Merleau-Ponty (2006), ao passo que o Didático encerra a vivência do professor em seu campo de atuação. Logo, dito de outro modo, Espaço Didático é movimento que perpassa as dimensões: da produção de conhecimento docente, ao selecionar uma fonte, ao elaborar uma atividade mobilizadora de aprendizagem, ao compreender a sala de aula enquanto espaço natural de vivência com o outro; da temporalidade de aprendizagem do aluno, ao conjecturar uma ideia, ao manifestar um questionamento, ao cotejar o aprendido.

Posto isto, percebemos então que o trabalho docente, ao considerar um espaço didático, para o ensino e a aprendizagem de matemática, tendo a História da Matemática e a Matemática como elementos constitutivos, estabelece-se de forma densa e fronteira, uma vez que o professor, em seu modo de ser, está em situação de ensino e precisa mobilizar elementos distintos em torno da temática que se deseja explorar na sala de aula. Com efeito, anunciaremos, neste contexto, os elementos que emergem no espaço didático, aqui exemplificado: o texto histórico; os recursos; a atividade mobilizadora envolvendo a criatividade, a curiosidade e o anacronismo; os alunos; o currículo, a avaliação; e a sala de aula.

O texto histórico escolhido, mesmo que guarde um direcionamento para o seu uso didático, é factível de lacunas, e, por sua vez, um olhar sob o que será objeto de estudo do campo da matemática para os alunos precisa ser considerado pelo professor, em especial, o cuidado em

como articular o anacronismo inerente ao ato interpretativo com efeitos para a aprendizagem da matemática.

E, não obstante no que diz respeito aos recursos para se conceber uma proposta didática, o professor também considera elementos viabilizadores a sua exequibilidade, e o cenário das diferentes unidades de ensino da Educação Básica pública brasileira exige essa condição, dado que é notória a condição de subfinanciamento que acena para a escassez de recursos para subsidiar tecnologias simples, como lápis e papel no âmbito do cenário educacional brasileiro. No sentido de superar essas adversidades no plano imediato e de fomentar a criação de um espaço didático para o ensino e a aprendizagem da matemática a partir da História da Matemática e da Matemática, assumiremos que o professor possa dispor de tecnologias tais como o lápis e o papel, e explorá-los criativamente para a aprendizagem dos alunos.

Por sua vez, para caracterizarmos um espaço didático, faz-se necessária a atuação do professor, no sentido de criar uma atividade mobilizadora de aprendizagem de matemática. No caso específico do uso da História da Matemática com a Matemática, uma atividade tem a sua gênese a partir de registros que o professor faz ao cotejar o texto histórico escolhido e o conteúdo curricular que será trabalhado. Convém destacar que o texto histórico poderá ser de fonte primária (Atas, Cartas, Fotografias, Mapas, Artefatos) ou secundária (Livros de Historiadores Clássicos, Textos de Revistas Especializadas, Textos Comentados por Pesquisadores). Entendemos que as fontes secundárias se constituem de forma razoável para a exploração pelo professor e pelos alunos, uma vez que as mesmas já foram submetidas a um tratamento hermenêutico.

Dos modos de ser do professor no espaço didático, deve-se ter em conta um elemento catalisador tal qual a criatividade. A criatividade se faz presente no campo educacional e, em particular, no rol das qualidades dos professores. Isto porque, de antemão, eles sabem que os alunos, postos em situações pelas quais a sua cognição possa se manifestar livremente em torno de um problema, tornam-se sujeitos cognoscentes em que se promovem elementos para a construção autônoma de conhecimento. Por sua vez, quando inferimos sobre o papel da criatividade para a constituição de um espaço didático, para a aprendizagem de objetos matemáticos a partir da História da Matemática e da Matemática, é pelo fato de que ela pode favorecer que “anacronismos” sejam estabelecidos.

Um exemplo em paralelo pode ser tomado para a exploração deste ponto. A forma pela qual os conhecimentos são apresentados atualmente, sob os cânones da epistemologia, sugere uma linearidade do seu processo constitutivo, no entanto, bem sabemos que a História, entre outras ciências, é impregnada de lacunas, a que se presentifica é aquela história que o método de investigação histórico produziu, cotejou, refutou, com muitos elementos que foram conjecturados para a sua interpretação. E, nesse sentido, o professor pode se valer da criatividade, para que os alunos produzam conjecturas, comparem informações, desconsiderem informações ou reconsiderem informações no âmbito de um espaço didático que se mostra viável para a aprendizagem da matemática com a História da Matemática.

Nesse sentido, a criatividade dos alunos no contexto de um espaço didático merece atenção, pois pode fomentar, a partir da criatividade, anacronismos importantes para produzir uma interpretação ao objeto matemático fim. Esse movimento, como vimos, é inerentemente dialético, para o qual se mostra possível, importante e necessário, cotejar, comparar, refutar conjecturas que se manifestaram criativamente pelos alunos para produzirem uma apropriada interpretação do objeto matemático em termos do contexto temporal e espacial que o objeto matemático foi produzido, ao compará-lo com a sua forma atual. O “problema do anacronismo” é sobrepujado com a orientação do professor ao promover um escrutínio das interpretações manifestadas pelos alunos, favorecendo a compreensão de conceitos, de definições ou de fatos matemáticos.

Organizar os alunos em equipes para o trabalho no espaço didático envolvendo a sala de aula, tem seu foco naturalmente potencializado, pois o movimento dialético de debate e de escrutínio de uma temática da história da matemática mobiliza os alunos para a produção de interpretação do objeto matemático em tela. Nesse sentido, a representação, a descrição e a constituição desse objeto ganham um contorno para uma produção autônoma no interior das equipes de trabalho que, por meio da curiosidade, explicitam compreensões diversas em torno da atividade mobilizadora. Adiciona-se a essa participação dos alunos, os questionamentos, os comentários e as observações do professor, que podem suscitar e provocar o debate em torno de “perspectivas” que se mostrem importantes para a compreensão do objeto matemático.

Cabe destacar que a avaliação da atividade mobilizadora se constitui de forma contínua e inerente às dinâmicas que se estabelecem no decorrer das inter-relações aluno-aluno e aluno-professor. Nessas situações, o professor identificaria momentos de aprendizagem que podem

ser articulados no âmbito do trabalho das equipes ou mesmo em uma discussão abarcando todos os alunos.

### **Análise de uma proposta didática para o ensino de Matemática: o caso Sistema de Numeração**

Neste momento, exemplificamos a proposta da criação de um espaço didático com uma experiência realizada em sala de aula, ao tratar de sistemas de numeração com alunos do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Tocantins, Câmpus de Araguaína, no decorrer da disciplina de História da Matemática.

Em termos de *recursos*, a atividade é simples e requer a atenção para materiais como folhas de papel pardo ou madeira, pincéis coloridos e fita adesiva. A turma foi *organizada* em grupos conforme quantitativo de participantes. De acordo com as nossas experiências, equipes de quatro a cinco alunos respondem bem às expectativas de atividades realizadas de forma colaborativa.

Na sequência, destacam-se algumas frases entre aspas para indicar aos alunos orientações que materializam a atividade mobilizadora de aprendizagem: convém lembrar que ela foi elaborada pelo professor a partir do conhecimento prévio dos textos históricos de Eves (2004) capítulo primeiro, e de Ifrah (2004) capítulo primeiro, e o tópico do programa de ensino a ser cumprido. A mesma teve o seu início da seguinte forma: “a partir de agora vocês serão uma civilização muito antiga que remonta ao início da humanidade, os primeiros povos ou habitantes da terra que viviam em comunidades<sup>3</sup>”. Tendo a equipe se situado a respeito dessa ideia inicial, *promove-se* a inserção da atividade mobilizadora que foi apresentada para a equipe da seguinte forma: “Então, essa sociedade de vocês possui muitas qualidades, entre elas, a capacidade de contar até quatro; ou seja, vocês agrupam os diferentes objetos de contagem em grupos de quatro”. Então, como desdobramentos, os alunos tiveram que criar símbolos que representassem essas quantidades e tiveram que registrar os mesmos no papel madeira.

Conforme o número de equipes, o professor deve alterar a “qualidade da civilização” propondo para cada equipe um quantitativo distinto, “a civilização de vocês conta até cinco”, para a outra, “até seis”, e assim por diante. Em seguida, cada grupo recebeu a informação: “Bem, a civilização de vocês vai sofrer uma transformação, uma evolução. Criem mais alguns números

---

<sup>3</sup> Destacam-se e exemplificam-se entre aspas algumas orientações dadas aos alunos para o desenvolvimento da atividade mobilizadora.

além da contagem inicial que já possuíam, porém, não esqueçam da forma inicial de como começaram”. Assim, a equipe que contava inicialmente até quatro vai querer saber sobre os próximos números da sua contagem. O mesmo deve se dar para as demais equipes. O professor evidenciou uma nova orientação para todas as equipes: “vocês estão livres para criarem regras a fim de realizar essa etapa”.

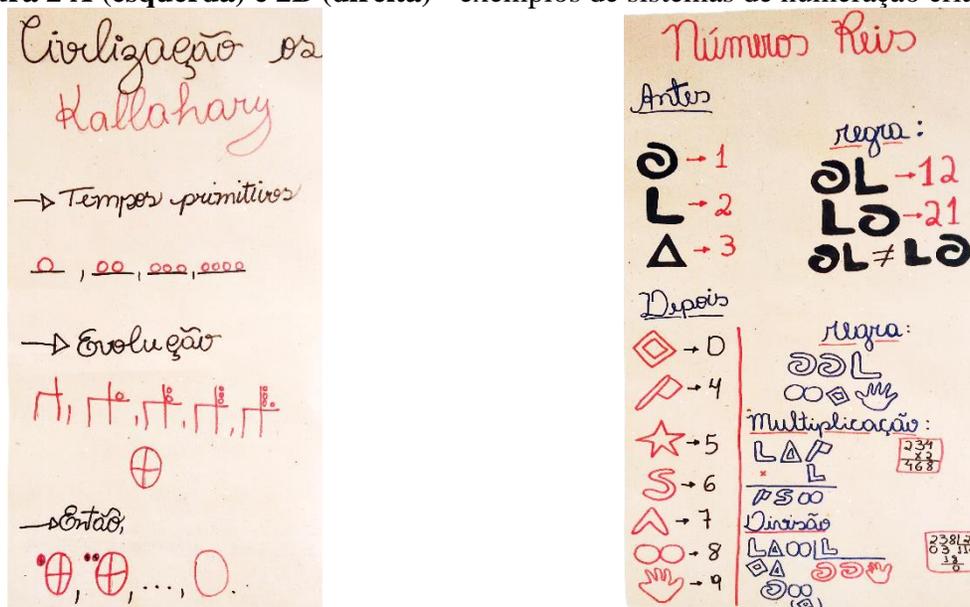
Duas coisas merecem destaque nesse início da apresentação da atividade mobilizadora. A primeira delas diz respeito à *criatividade*, nesse sentido, o professor deve incentivar a todo momento a liberdade de cada equipe para organizar a sua tarefa de acordo com as qualidades da sua civilização. A segunda é um enfoque que promova a *curiosidade* em relação às tarefas, nesse sentido, “sussurrar” para cada equipe as suas qualidades promove, já de início, uma atenção das demais equipes para aquela que é orientada primeiro. O efeito disso sobre os alunos que participam da atividade emerge, pelas nossas observações, por meio de uma aproximação com a criação do “objeto matemático” que, no nosso caso, será constituído a partir das relações estabelecidas nos sistemas de numeração que foram produzidos.

É necessário observar também que poucas informações de caráter estritamente matemático foram apresentadas para as equipes, por exemplo, nada se falou sobre a presença ou não do “zero” nas contagens, e, de forma semelhante, a palavra “base” também não foi sugerida para explorar os agrupamentos. A experiência nos diz que essas questões emergem naturalmente em algumas equipes em decorrência dos elementos que destacamos anteriormente, a criatividade, a curiosidade e a aproximação com o objeto matemático por meio de anacronismos advindos das inferências dos alunos, o que exige atenção do professor, conforme discussão teórica abordada no tópico anterior.

Para que a produção das equipes avance em relação ao trabalho que foi iniciado com a criação de novos números, após a contagem inicial, o professor pode fazer um questionamento paralelo para cada equipe, tomando, para isso, alguns números do sistema de numeração decimal, por exemplo, como seriam escritos os numerais 32, 45, 79, para cada uma das equipes, ou quaisquer outros. Essa fase da atividade mobilizadora produziu, conforme registros de campo, mais alguns elementos importantes para a compreensão de sistemas de numeração que são os princípios aditivo e multiplicativo.

As imagens a seguir exemplificam as potencialidades pedagógicas da atividade desenvolvida com os alunos.

**Figura 2 A (esquerda) e 2B (direita)** - exemplos de sistemas de numeração criado



Fonte: Arquivo dos autores

A atividade mobilizadora teve sequência com a socialização da produção de cada equipe. Foi um momento propício para trazer à tona evidências do processo criativo, da curiosidade do que foi exposto, proporcionando uma aproximação com o objeto matemático “sistema de numeração”. Com efeito, uma primeira observação se dá para as autodenominações que as equipes escolheram. De acordo com o relato dos alunos, a nomenclatura “Civilização Os Kallahary” foi criada após os membros dessa equipe explorarem diferentes nomes, até que a proposição Kallahary surgiu da fusão entre o nome de uma sociedade indígena e um grupo de rap. Já a equipe que se autodenominou de “Civilização Reis” optou pela escolha inspirada nos sobrenomes dos membros da equipe.

Uma observação cuidadosa sobre as produções que as equipes apresentaram nos dizem que o conceito de base não foi explorado por eles na íntegra, mesmo porque, intencionalmente, não se propôs isso de forma objetivada para os alunos. A ideia básica foi buscar evidências dentro da atividade mobilizadora que favorecessem uma aproximação com o objeto matemático “sistema de numeração”, tendo como suporte orientações de História da Matemática e a sua aplicação direcionada para o ensino e aprendizagem da própria Matemática, no nosso caso, para a compreensão de sistemas de numeração.

Observando a representação dos numerais da civilização Kallahary, percebemos que a contagem inicial dos numerais de *um* a *quatro* foi representada, respectivamente, pelo número

de bolinhas sob um segmento. Segundo os membros dessa equipe, esse segmento remonta a uma rachadura que existia em sua caverna<sup>4</sup>. Temos que considerar que a explicação dada pela equipe não se mostra inapropriada, uma vez que, em linhas gerais, a escrita numérica evoluiu de traços verticais para uma representação escrita por justaposição, em que, à medida que um símbolo é escrito ao lado de outro, toma um novo significado.

Na sequência do processo evolutivo do sistema numérico apresentado pela equipe da civilização Kallahary, observamos que o numeral cinco foi representado por um conjunto de traços, lembrando a escrita do numeral quatro de forma invertida (ver fig. 2 A). A partir daí, os numerais de seis a nove são escritos adicionando uma bolinha na parte superior direita do símbolo, e o numeral dez passa a ser representado por outro símbolo distinto dos demais. Duas coisas devem ser destacadas para essa representação, pois se mostram em confluência com os registros históricos. A primeira diz respeito a uma aproximação com a forma pela qual a civilização egípcia representava as suas quantidades, e a segunda é a presença de um princípio aditivo imbricado na escrita numérica dos numerais kallahary.

Destaca-se, ainda, que a equipe Kallahary passou a valer-se da escrita criada para o numeral dez para compor os numerais entre dez e noventa e nove. Para isso, utilizavam-se dos princípios multiplicativos e aditivos para essas escritas. Por exemplo, o numeral vinte e três era representado da seguinte forma: duas bolinhas sobrepostas na frente do numeral dez, e, após esse o número, o numeral três era colocado. Em símbolos, essa notação se assemelharia a  $2 \oplus \dots$ ,  $(2 \times 10 + 3)$ .

Voltando a nossa atenção para a numeração estabelecida pela equipe que se autodenominou “Civilização Reis”, observamos que ela propôs, para a sua contagem até três, uma representação por símbolos distintos (ver fig. 2 B). Em seguida, a equipe criou um símbolo para representar o zero e, posteriormente, criou símbolos distintos até nove. A civilização não se manteve fiel à realização de agrupamentos de três em três para o seu processo de contagem, mas procurou uma aproximação para com o sistema de numeração decimal, ou seja, uma forma de anacronismo que evidenciou, no âmbito da atividade, mas esse fato trouxe também uma contribuição para a aprendizagem de matemática, pois, ao evidenciarem a sua regra, que diferenciava o numeral doze do vinte e um, expressos por meio dos símbolos  $\llcorner \neq \lrcorner$ ,

---

<sup>4</sup> Exemplo de detalhamento a partir das notas de campo.

demonstraram a importância da posição que o numeral pode ter ao compor uma escrita numérica.

Uma *avaliação* do trabalho produzido pelas duas equipes permite identificar elementos essenciais para a compreensão de sistemas de numeração. A partir dos trabalhos, pode-se compreender a presença dos princípios aditivos e multiplicativos, o princípio posicional na escrita numérica, bem como a presença do zero como mantenedor de posição. Esses elementos são inerentes à compreensão de uma base numérica qualquer, portanto, é papel do professor evidenciar as articulações que não foram promovidas pelos alunos no decorrer da atividade mobilizadora, ao tentarem se aproximar conceitualmente do objeto matemático.

## **Conclusões**

Neste trabalho, não glosamos quaisquer críticas aos autores consultados, analisados e discutidos na revisão de literatura, mas sim, nos concentramos em apontar modos pelos quais aqueles autores indicam possibilidades, desafios e a importância para os professores se valerem da História da Matemática para o ensino e a aprendizagem de matemática.

O nosso objetivo foi explicitar uma teorização para o uso da história da matemática em sala de aula. O objeto teorizado nomeou-se como Espaço Didático – para o ensino e a aprendizagem de matemática, tendo a História da Matemática e a Matemática como elementos constitutivos – que se apresenta como uma forma metodológica para os professores aplicarem nas suas aulas, dado que Espaço Didático se configura de maneira dinâmica, por um lado é movimento dos modos-de-ser-do-professor ao estabelecer relações distintas para materializar um objeto conceitual para o ensino, e por outro, é a singularidade das aprendizagens manifestadas pelos alunos, nas formas pelas quais, estes produzem interpretações variadas para se apropriarem de objetos conceituais.

O professor ao estabelecer conexões distintas da ordem do didático – selecionar textos, determinar objetivos, planejar uma atividade mobilizadora para a aprendizagem, entre outras (LIBÂNEO, 2013) – realiza-as imerso na espacialidade e na temporalidade no seu modo-de-ser-no-mundo (MERLEAU-PONTY, 2006). Dito mais claramente, as ações realizadas pelo professor têm no âmbito da escola, o seu espaço natural de vivência.

É importante destacar que, no âmbito do Espaço Didático, não se desconsideram as inferências e conjecturas dos alunos, qualificadas como anacrônicas, uma vez que, em nossa análise e interpretação da experiência realizada, elas se mostraram profícuas para o

entendimento espacial e temporal do objeto matemático, e, em consequência, para a aprendizagem de sistemas de numeração; asserimos, ainda, que é inerente à cultura do ser humano os atos de comparar, contar e medir, os quais, necessariamente, precisam de elementos orientadores, ou formas referenciais nesse movimento de análise e de compreensão de um objeto em estudo. Dito de outro modo, tendo em vista os dados do estudo realizado e analisado, mostrou-se que, no movimento de compreensão do objeto matemático, as lacunas entre o passado e o presente foram preenchidas, necessariamente, com os conceitos matemáticos previamente conhecidos e articulados com o reconhecimento histórico do objeto correlato em estudo.

### **Referências**

- BARBIN, E. *et. al.* Integrating history: research perspectives. In: FAUVEL, J.; VAN MAANEN, J. (Eds.). *History in Mathematics Education*. The ICMI Study. Dordrecht/Boston/London: Kluwer Academic Press, 2000. p. 63-66.
- BOGDAN, R.; BOKLEN, S. *Investigação Qualitativa em Educação: uma introdução à Teoria e aos Métodos*. Porto: Porto Editora, 1999.
- BRANDEMBERG, J. C. Una propuesta para el uso de historia en la enseñanza de las matemáticas: sobre la potencialidad didáctica de los textos históricos y el desarrollo de conceptos. *Paradigma*, [S. l.], p. 266-284, 2020. DOI: 10.37618/PARADIGMA.1011-2251.2020. p. 266-284.id841. Disponível em: <http://revistaparadigma.online/ojs/index.php/paradigma/article/view/841>. Acesso em: 5 nov. 2021.
- BRITO, J., R. de. *A História da Matemática na Formação Docente: uma perspectiva fenomenológica*. UFT, 2010, 120 f. Trabalho de Conclusão de Curso, Universidade Federal do Tocantins, Araguaína, 2010.
- DYNNIKOV, C. M. S. da S. Qual o papel da História da Matemática na Educação Matemática? In: *Anais VIII Seminário Nacional de História da Matemática*. Belém: SBHMat, 2009.
- ESPÓSITO, V. H. C. Os processos perceptivos. O corpo e o mundo percebido: uma leitura de Merleau-Ponty In: BICUDO, A. V. M; ESPÓSITO, V. H. C. (Org.) *Joel Martins... um seminário avançado em fenomenologia*. São Paulo: EDUC, 1997.
- MERLEAU-PONTY, M. *Fenomenologia da Percepção*. 3.ed. São Paulo: Martins Fontes, 2006.
- EVES, H. *Introdução à história da matemática*. Trad. Hygino H. Domingues. Campinas, SP: Editora da UNICAMP, 2004.
- FAUVEL, J.; VAN MAANEN, J. *The role of the history of mathematics in the teaching and learning of mathematics: Discussion Document for an ICMI Study (1997–2000)*, 1999. Disponível em: <http://people.exeter.ac.uk/PErnest/pome11/art4.htm>. Acesso em: 01 ago. 2012.

- FOSSA, J. A. Lectura de Textos Históricos en el Aula. *Paradigma*, [S. l.], p. 116-132, 2020. DOI: 10.37618/PARADIGMA.1011-2251.2020. p.116-132.id834. Disponível em: <http://revistaparadigma.online/ojs/index.php/paradigma/article/view/834>. Acesso em: 5 nov. 2021.
- FREIRE, P. Criando Métodos de Pesquisa Alternativa: aprendendo a fazê-la melhor através da ação. In: BRANDÃO, C. R. (Org). *Pesquisa Participante*. 4. ed. São Paulo: Brasiliense, 1984.
- IFRAH, G. *Os números: a história de uma grande invenção*. 10 ed. Trad.: Stella M. de Freitas Senra. São Paulo: Globo, 2004.
- KONDER, I. *O que é Dialética*. 6. reimpr. 28 ed. 2008.
- LIBÂNEO, J. C. *Didática*. São Paulo: Cortez, 2013.
- MANGIN, L. O Enigma dos Quipos. In: *Scientific American Brasil*, São Paulo, n. 11, p. 20- 23. 2006.
- MENDES, I. A. *Investigação Histórica no Ensino da Matemática*. Rio de Janeiro: Ciência Moderna Ltda, 2009.
- MENDES, I. A. Investigação Histórica na Formação de Professores de Matemática. In: *Anais X Encontro Nacional de Educação Matemática - ENEM*. Salvador: 2010. CD-ROM.
- MENDES, I. A; CHAQUIAM, M. *Histórias nas aulas de Matemática: fundamentos e sugestões didáticas para professores*. Belém, SBHmat, 2016.
- MIGUEL, A.; MIORIM, M. A. *História na Educação Matemática: Propostas e Desafios*. Belo Horizonte: Autêntica, 2005.
- OLIVEIRA, V. H. de; FURLAN, R. Espaço, tempo e causalidade: a crítica de Merleau-Ponty às ciências. *Memorandum: Memória e História em Psicologia*, [S. l.], v. 33, p. 90–111, 2017. Disponível em: <https://periodicos.ufmg.br/index.php/memorandum/article/view/6652>. Acesso em: 22 fev. 2022.
- PALMER, R. E. *Hermenêutica*. Lisboa, Portugal: ed. 70, 1969.
- PINHEIRO, J. M. L. *O movimento e a percepção do movimento em ambientes de Geometria Dinâmica*, 2018. 285 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2018. Disponível em: <<https://repositorio.unesp.br/handle/11449/180314>>. Acesso em: 22 fev. 2022.
- SAITO, F.; DIAS, M. da S. Interface entre história da matemática e ensino: uma atividade desenvolvida com base num documento do século XVI. *Ciência & Educação*, v. 19, n.1, p. 89-111, 2013. Disponível em: [http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S1516-73132013000100007](http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1516-73132013000100007). Acesso: 2 nov. 2021.
- URBANEJA, P. M. G. *Las raíces Del cálculo infinitesimal em el siglo XVII*. Madrid: Alinza, 1992.

- VENTURIN, J. A. *O Processo de Integração em Blaise Pascal*, 2007. 118 f. (Dissertação de Mestrado) Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2007.
- VIANNA, C. R. História da Matemática na Educação Matemática. In: *Anais VI Encontro Paranaense de Educação Matemática*. Londrina: Editora da UEL, 2000. pp. 15-19. Disponível em: [http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos\\_teses/MATEMATICA/Artigo\\_Carlos2.pdf](http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos_teses/MATEMATICA/Artigo_Carlos2.pdf). Acesso: 4 de jul. 2016.

### **Autores**

#### ***Sinval de Oliveira***

Doutor em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista (UNESP), Rio Claro. Graduado em Ciências com Habilitação Plena em Matemática pela Fundação Faculdade Estadual de Filosofia Ciências e Letras de União da Vitória (PR). Desenvolve pesquisa com foco na formação inicial e continuada de professores de matemática em contextos complexos. Professor do Curso de Licenciatura em Matemática, Universidade Federal do Tocantins (UFT), Câmpus de Araguaína, Tocantins, Brasil, Av. Paraguai, s/n°, esquina com a Rua Uxiramas Setor Cimba, Araguaína, Tocantins, CEP 77824-838.

Email: [sinval@uft.edu.br](mailto:sinval@uft.edu.br)

Orcid: <https://orcid.org/0000-0002-2345-1109>

#### ***Jamur Andre Venturin***

Doutor em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista (UNESP), Rio Claro. Graduado em Licenciatura em Matemática pelo Centro Federal de Educação Tecnológica do Paraná, em 2004.

Desenvolve pesquisa em História da Matemática e Filosofia da Matemática. Professor do Curso de Licenciatura em Matemática, Universidade Federal do Tocantins (UFT), Câmpus de Araguaína, Tocantins, Brasil, Av. Paraguai, s/n°, esquina com a Rua Uxiramas Setor Cimba, Araguaína, Tocantins, CEP 77824-838. Email: [jamurventurin@uft.edu.br](mailto:jamurventurin@uft.edu.br)

Orcid: <https://orcid.org/0000-0002-0840-3651>

### **Como citar o artigo:**

OLIVEIRA, S. ; VENTURIN, J. A. Historia de la Matemática y Matemática: constitución de un espacio didáctico para la enseñanza y aprendizaje de la Matemática. **Revista Paradigma Vol. XLIV, Nro. 1**, Enero de 2023 / 556 – 581.

DOI: 10.37618/PARADIGMA.1011-2251.2023.p556-581.id1191