

Aspectos metodológicos de una investigación sobre la enseñanza del cálculo con realidad aumentada¹

Rosa Monteiro Paulo

rosa.paulo@unesp.br

<https://orcid.org/0000-0001-9494-0359>

*Universidade Estadual Paulista, Unesp, Campus de Guaratinguetá
Guaratinguetá, Brasil.*

Anderson Luís Pereira

anderson.pereira@unesp.br

<https://orcid.org/0000-0002-2052-8182>

*Universidade Estadual Paulista, Unesp, Campus de Rio Claro
Rio Claro, Brasil.*

Recibido: 12/12/2021 **Aceptado:** 22/03/2022

Resumen

En este texto, traemos aspectos de una investigación de doctorado en curso que nos permite exponer una posibilidad de, al describir los datos de una investigación fenomenológica, encontrar recursos expresivos que puedan evidenciar la experiencia vivida por alumnos de Licenciatura en Matemática que se involucraron con tareas sobre contenidos trabajados en la disciplina de Cálculo Diferencial e Integral. Esa vivencia se dio en un curso libre de corta duración, en el cual los contenidos fueron explorados con un aplicativo de Realidad Aumentada: o *GeoGebra AR*. En este artículo se trae una breve discusión de la temática en que la pregunta de investigación se sitúa, también presentamos la postura asumida en la investigación, la fenomenológica, para hablar de la importancia de la descripción y cómo entendemos la constitución de conocimiento. Como la investigación de la que se desprende la escritura de este texto está en curso, los resultados presentados aquí son parciales y optamos por evidenciar lo que, para nosotros, tiene sentido en términos de movimiento comprensivo de alumnos que participaron del curso. Interpretamos que este movimiento no es preconcebido u orientado conceptualmente, pero, es la acción del cuerpo-propio, potencia expresiva que se instala en el medio circundante.

Palabras clave: Fenomenología. Educación Matemática. Constitución del conocimiento. Escenas significativas.

¹ O tema de investigação da pesquisa e do curso no qual os dados foram produzidos está relacionado a um projeto desenvolvido com apoio da Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP), processo nº 2019/16799-4.

Aspectos metodológicos de uma pesquisa sobre ensino de cálculo com realidade aumentada

Resumo

Neste texto trazemos aspectos de uma pesquisa de doutorado em andamento que nos permitem expor uma possibilidade de, ao descrever os dados em uma pesquisa fenomenológica, encontrar recursos expressivos que possam dar conta da experiência vivida por alunos de graduação, Licenciatura em Matemática, que se envolveram com tarefas sobre conteúdos trabalhados na disciplina Cálculo Diferencial e Integral. Essa vivência deu-se em um curso livre, de curta duração, no qual os conteúdos foram explorados com um aplicativo de Realidade Aumentada: o *GeoGebra AR*. Para que o recorte faça sentido ao leitor, optamos por fazer uma breve discussão da temática em que o interrogado na pesquisa se situa. Também apresentamos a postura assumida na pesquisa, a fenomenológica, para falar da importância da descrição e como entendemos a constituição de conhecimento. Como a pesquisa que subsidia a escrita deste texto está em andamento, os resultados são parciais e optamos por evidenciar o que, para nós, faz sentido em termos do movimento compreensivo de alunos que participaram do curso. Interpretamos que esse movimento não é pré-concebido ou orientado conceitualmente, mas é ação do corpo-próprio, potência expressiva que se instala no meio circundante.

Palavras-chave: Fenomenologia. Educação Matemática. Constituição de Conhecimento. Cenas Significativas.

Methodological aspects of a research on teaching calculus with augmented reality

Abstract

In this text we bring aspects of a doctoral research in progress that allow us to expose a possibility of, when describing the data in a phenomenological research, finding expressive resources that are to express the lived experience of undergraduate students, degree in Mathematics, who were involved with tasks on contents worked in the Differential and Integral Calculus course. This experience took place in a free course, of short duration, in which the contents were explored with an Augmented Reality app: *GeoGebra AR*. So that the clipping makes sense to the reader, we chose to make a brief discussion of the theme in which the questioned in the research is situated. We also present the posture taken in the research, the phenomenological one, to talk about the importance of description and how we understand the constitution of knowledge. Since the research that supports the writing of this text is in progress, the results are partial and we chose to highlight what, for us, makes sense in terms of the comprehensive movement of students who participated in the course. We interpret that this movement is not preconceived or conceptually oriented, but is the action of the living-body, an expressive power that installs itself in the surrounding environment.

Keywords: Phenomenology. Mathematics Education. Constitution of Knowledge. Significant Scenes.

Introdução

O cálculo possibilitou que os matemáticos estudassem,

“o movimento dos planetas e a queda dos corpos na terra, o funcionamento das máquinas, o fluxo dos líquidos, a expansão dos gases, forças físicas tais

como o magnetismo e a eletricidade, o voo, o crescimento das plantas e animais, a propagação das epidemias e a flutuação dos lucros. A matemática tornou-se o estudo dos números, da forma, do movimento, da mudança e do espaço”
(Devlin, 2010, p. 24-25).

Esse excerto do livro *O Gene da Matemática* de Keith Devlin, nos convida a pensar sobre a importância que, até hoje, se têm dado à disciplina de Cálculo Diferencial e Integral - ou simplesmente Cálculo, como passaremos a nos referir - principalmente em cursos como os de engenharia ou aqueles das áreas de exatas ou tecnológicas. Conforme destaca Lima (2012), desde a primeira vez que a disciplina de Cálculo foi ministrada no Brasil em 1810, para profissionais da área militar e engenheiros, a preocupação era com a prática das regras de derivação e integração, conteúdos tratados com o objetivo de viabilizar a prática do exercício da profissão.

Com Silva (2012) pode-se dizer que durante todo o século XIX e início do século XX, a característica principal do ensino de Cálculo, no Brasil, era a prática de regras sem atenção às demonstrações ou à teoria que subsidiava tais conteúdos. Martins Junior (2015) mostra que, no século XXI, embora a disciplina de Cálculo trate conteúdos que são fundamentais para a compreensão da matemática avançada, como números reais, funções, infinito etc., a metodologia de ensino, na maioria das vezes, continua centrada na aplicação de regras e exercícios de memorização, com poucas exceções para demonstrações e discussões teóricas a depender do curso.

Paganini & Allevato (2014), em estudo realizado com o objetivo de mapear os trabalhos cujo foco fosse o ensino de Cálculo no Brasil, especificamente teses e dissertações, afirmam que a maioria deles tematiza a reprovação na disciplina, cujos índices são bastante altos, e a evasão, ocorrida em decorrência das constantes reprovações.

O que é dito por esses autores, nos leva a questionar, para além das dificuldades declaradas nos textos, a compreensão que o aluno de graduação tem dos conteúdos que são objeto de estudo nessa disciplina. Talvez, inspirados por Devlin (2010), para quem a maioria das pessoas tem dificuldade com a matemática, pois sequer chegam a conhecê-la, consideramos a relevância de um trabalho com tarefas investigativas e propusemos um projeto, aprovado pela FAPESP (Processo 2019/16799-4), no qual o objetivo é analisar quais são as *possibilidades que se abrem à constituição do conhecimento em Cálculo ao se estar-com a Realidade Aumentada?*

Com esse objetivo declara-se que, no projeto, a intenção é focar conteúdos de Cálculo por meio de tarefas de investigação que, conforme Fischbein (1994, p. 231), deverá envolver momentos de “iluminação, hesitação, aceitação e frustração”, levando os alunos a ver que fazer matemática envolve interpretar o enunciado do que é proposto, estabelecer relações, levantar hipóteses e validá-las por meio de argumentos válidos; se expressar e, por meio da linguagem matemática, avançar em termos da produção de sentidos e significados para o que se faz, constituindo conhecimento.

Em uma perspectiva fenomenológica, entendemos a constituição de conhecimento como se dando em um movimento que envolve

entrelaçamento dos sentidos, experienciados no corpo-próprio² ou corpo-encarnado, pelos diferentes órgãos dos sentidos, como audição, tato, visão, paladar, olfato e um sexto, a cinestesia (movimento sentido), que vão se amalgamando e possibilitando a percepção de um objeto e sua forma em termos de figura e fundo, o qual se presentifica no fluxo da consciência (Bicudo, 2020, p. 34-35).

Para favorecer a investigação, principalmente das funções que geram gráficos tridimensionais, elegemos um aplicativo de Realidade Aumentada, o *GeoGebra AR*. Essa escolha deu-se por considerarmos, com os autores lidos, que esse aplicativo combina aspectos do mundo real (espaço físico, material) com o virtual (potencial, gerado por computador, por exemplo), ou seja, permite que objetos virtuais sejam projetados no ambiente físico. Além disso, como destaca Gouveia (2010), a compreensão de ideias matemáticas por meio das explorações visuais é bastante complexa, envolvendo um nível elevado de abstração. Com o aplicativo de Realidade Aumentada (RA) cria-se um ambiente favorável à investigação, uma vez que os objetos projetados podem ser manipulados pelo movimento da pessoa que está com um smartphone nas mãos.

Para este texto, conforme mencionamos, trazemos o recorte de uma pesquisa de doutorado que está em andamento e é vinculada a esse projeto. Nossa intenção é dar destaque aos aspectos metodológicos, enfatizando o modo pelo qual buscamos alternativas para descrever a experiência vivida. Para a produção de dados na pesquisa, propusemos um curso livre de curta

² Merleau-Ponty, em *Fenomenologia da Percepção*, explicita sua compreensão de corpo-próprio e diz que “o corpo não é um objeto” (p. 269). “O corpo é eminentemente um espaço expressivo. /.../ Mas nosso corpo não é apenas um espaço expressivo entre todos os outros. Este é apenas o corpo constituído. Ele é a origem de todos os outros, o próprio movimento de expressão, aquilo que projeta as significações no exterior dando-lhes um lugar, aquilo que faz com que elas comecem a existir como coisas, sob nossas mãos, sob nossos olhos” (Merleau-Ponty, 1994, p. 202).

duração e convidados alunos de Graduação em Licenciatura em Matemática de uma universidade pública paulista, para participarem.

Tivemos 6 alunos que efetivamente participaram das atividades, 2 deles ainda cursavam a disciplina de Cálculo II, isto é, eram alunos do segundo ano da Licenciatura, 1 havia sido reprovado nessa disciplina em anos anteriores e os outros 3 já haviam concluído a disciplina e se interessaram pelo curso devido a proposta, que era explorar os conteúdos com um aplicativo de RA. Os encontros do grupo eram semanais, com duração de 2 horas cada e se estenderam por 8 semanas. Ocorreram no Laboratório de Matemática da Universidade durante o segundo semestre de 2019. A escolha do local se deu devido a sua organização que permitia que os alunos trabalhassem em grupos, com mesas bem espaçadas que davam condições para que eles se locomovessem pelo espaço que é bastante amplo.

No primeiro encontro, foram propostas atividades de familiarização com o software GeoGebra AR como, explorar um cubo e sua planificação e a equação geral de uma esfera, com sua posição no espaço tridimensional. Nos encontros seguintes, as tarefas envolveram conteúdos trabalhados nas disciplinas de Cálculo como superfícies quádricas e cilíndricas, derivadas direcionais e limites de funções de duas variáveis.

Para os dois últimos encontros sugerimos que os participantes analisassem outros conteúdos do Cálculo que considerassem importantes para serem explorados com RA e preparassem uma tarefa. Os alunos, em duplas, elegeram trabalhar com integral dupla, derivadas direcionais e plano tangente, máximos e mínimos de funções de duas variáveis.

Para registrar o vivenciado no curso com os alunos, os encontros foram filmados por câmera filmadora e, nos momentos de exploração das tarefas e da apresentação das duplas, foram feitos registros com gravações da imagem da tela e do áudio dos dispositivos smartphones que utilizavam. Esse material foi posteriormente organizado para análise na pesquisa.

Considerando o grande número de registro das gravações, nosso desafio foi, em uma postura fenomenológica que considera a descrição da experiência vivida fundamental para a constituição dos dados e sua análise, organizar um meio de ela - a descrição - ser rigorosa e dar conta de expressar o vivido pelos participantes do curso. Por isso, para este texto, elegemos como foco o modo pelo qual esse desafio foi enfrentado, ou seja, iremos expor como descrevemos “o percebido na percepção, no fundo onde esta se dá” (Bicudo, 2000, p. 76). Antes, porém, consideramos importante falar, mesmo que brevemente, sobre a Realidade Aumentada

(RA) e o ensino de matemática visando situar o leitor no contexto da produção dos dados da pesquisa.

A Realidade Aumentada e o ensino de matemática

Como podemos compreender essa tecnologia denominada Realidade Aumentada? De início pode-se dizer que a RA é uma tecnologia que possibilita a combinação de imagens virtuais (geradas pelas tecnologias informáticas) com objetos do ambiente físico. Azuma (1997) considera a RA uma tecnologia cujo sistema combina o real e o virtual, possibilitando a interação em tempo real desses objetos em sua tridimensionalidade. Sobrepõe o virtual ao real levando à sensação de que os objetos virtuais coexistem no mesmo espaço com os objetos no mundo real (em sua materialidade) (Azuma *et al.*, 2001).

Para Kirner (2011), as tecnologias de RA e de RV ganharam destaque no início da década de 60 e Kirner, Tori e Siscouto (2006) afirmam que a RA é uma evolução da RV e, embora seus primeiros indícios remontem a década de 60, até os anos 90 a RA estava restrita ao ambiente acadêmico, pois era uma tecnologia bastante dispendiosa. O próprio termo Realidade Aumentada é utilizado pela primeira vez em um artigo de Thomas Caudell e David Mizell, publicado em 1992 (LEE, 2012).

No início dessa tecnologia, para ter uma experiência em RA o usuário precisava fazer uso de dispositivos como os capacetes, que permitiam a visualização de objetos 3D no ambiente físico. Atualmente, com os avanços tecnológicos podemos ter uma experiência em RA por meio de aplicativos instalados em computadores, ou ainda, para uma experiência mais livre que permita mais flexibilidade de movimentos ao usuário, há os aplicativos para smartphones e tablets.

No curso que propusemos para a pesquisa de doutorado aqui mencionada, optamos pelo recurso de RA do software *GeoGebra*. Por meio dos aplicativos GeoGebra AR (disponível apenas para dispositivos móveis com o sistema operacional IOS) e do GeoGebra Calculadora 3D, disponíveis para smartphones ou tablets, o usuário pode ter essa experiência de exploração de conteúdos de matemática com a RA. O software localiza uma superfície plana no espaço físico e permite posicionar nela os objetos virtuais. Na Figura 1 há um gif que possibilita ver [um cubo](#) planejado e, com a experiência da RA, o movimento de abrir e fechar a figura alternando entre sua forma tridimensional e plana.

Figura 1 – Cubo planificado em RA



Fonte: Elaborado pelos autores

Mas, o que dizem as pesquisas sobre aprender e ensinar matemática com RA? Para compreendermos as possibilidades que são abertas com os aplicativos de RA realizamos, para a tese, uma busca por trabalhos que abordam a RA e o ensino de matemática. Nos deparamos com estudos distintos em que essa tecnologia é utilizada tanto em computadores quanto em smartphones. Para este texto fazemos um recorte desse estudo com a intenção de exemplificar e mostrar a diferença entre esses aplicativos de RA, que pode ser vista tanto em termos de seu uso quanto das possíveis explorações.

Valentim (2017) traz em sua dissertação um estudo sobre sólidos geométricos envolvendo alunos do Ensino Médio. Utilizando o NIZ, um software de RA para computadores que requer marcadores, Valentim (2017) propôs que esses marcadores fossem impressos nas faces de um cubo e, à medida que a câmera do computador captasse o marcador (de uma das faces do cubo) o objeto seria trazido à tela, possibilitando uma experiência em RA. A Figura 2 apresenta o cubo utilizado nessa pesquisa com os marcadores em suas faces.

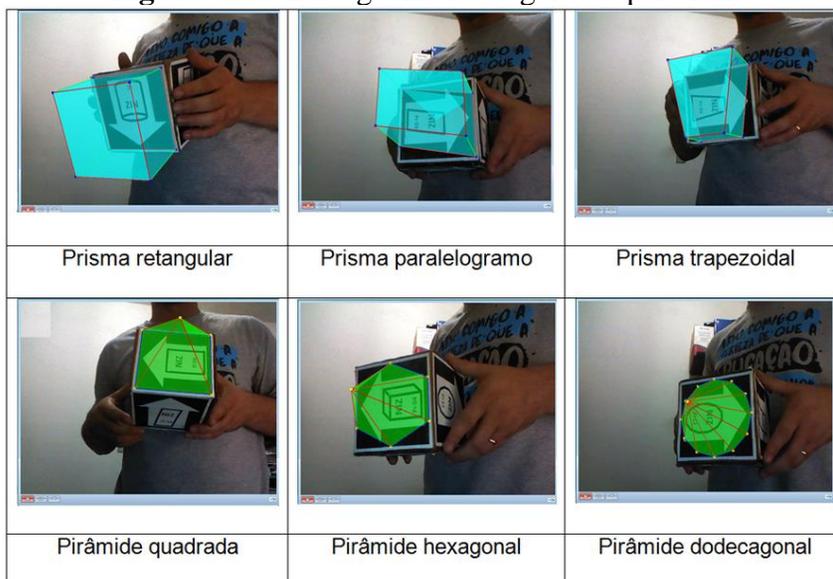
Figura 2 - Cubo com os marcadores do software NIZ



Fonte: Valentim (2017, p.31)

O aplicativo permite que o usuário rotacione, diminua e amplie os objetos virtuais ao clicar nos botões que estão localizados na tela do computador ou ao mover o cubo, conforme imagens da figura 3.

Figura 3 - Sólidos geométricos gerados pelo NIZ



Fonte: (Valentim, 2017, p. 32)

Na análise dos dados de sua pesquisa, Valentim (2017) pôde ver que a exploração em RA possibilitou que os alunos superassem dificuldades que tinham para visualizar figuras tridimensionais. O autor considera que o aluno, ao manipular o software, identificou diferenças entre a visualização do sólido quando desenhado no papel e aquela possibilitada pela RA, uma vez que podia ver as outras faces do objeto movendo o marcador ou os botões, fazendo mover para si o objeto. O autor salienta que houve um maior envolvimento dos alunos nas aulas com a proposta de exploração trazida (Valentim, 2017).

A pesquisa de Schaun (2019) volta-se para alunos que cursam a disciplina de Cálculo na Universidade Federal de Pelotas e propõe explorações com a RA para trabalhar as superfícies quádricas. Os alunos exploram a tarefa com o software *MateAR* (desenvolvido pelo Instituto Tecnológico e de Estudos Superiores de Monterrey no México). Schaun (2019) concluiu que a RA auxiliou os estudantes à compreenderem gráficos tridimensionais dessas superfícies levando-os a identificarem suas características e dispondo-os a uma maior participação nas aulas.

Schuster (2020), em sua pesquisa de mestrado, investiga os modos pelos quais ela, enquanto professora e pesquisadora, constitui conhecimento matemático ao estar com a RA. Essa investigação foi motivada por sua participação em um curso de extensão denominado *Cyberformação com professores de matemática: o uso de Tecnologias de Realidade Aumentada*, oferecido pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Com encontros presenciais, leituras diversas, planejamento de uma atividade e sua realização com alunos da Educação Básica, levou a autora a conhecer os softwares Blender e AndAR que, juntos, permitem uma experiência envolvendo conteúdos de matemática com RA. Durante seu estudo, a pesquisadora também utilizou o software GeoGebra Calculadora 3D. Os dados de sua pesquisa foram constituídos de registros das

[...] anotações da pesquisadora/professora em diferentes momentos (no curso de extensão, no planejamento individual e coletivo da atividade, nas orientações com o seu orientador e conversas com o grupo de pesquisa), nas quais foram registradas informações, dúvidas e atitudes consideradas importantes e que pudessem responder à pergunta diretriz da investigação [...]; gravações de áudio e vídeo, pois armazenam as falas e as imagens importantes para a análise; e-mails; e conversas através do aplicativo WhatsApp, as quais também serviram para a produção de dados, principalmente durante as discussões em grupo e com o grupo de pesquisa (Schuster, 2020, p. 59).

Em suas conclusões, Schuster (2020) afirma que constituiu conhecimento matemático: Com-Holográficos; pela Oralidade-com-TD de RA; e Com-o-Cybercorpo, da perspectiva do corpo-próprio-com-TD de RA. Dentre os conteúdos estudados estão pontos de máximos, mínimos e pontos de sela; curvas de nível; domínio e imagem de funções de duas variáveis.

Tanto as pesquisas que consideram as possibilidades de ensino com a RA quanto os autores lidos que discutem a própria tecnologia, nos permitem compreender que essa tecnologia oferece-nos um recurso que combina aspectos do mundo real (da experiência vivida da pessoa) com o mundo virtual (potencial, gerado por computador, por exemplo) sincronizando os objetos físicos e virtuais sem que o usuário tenha que se afastar ou se “desconectar” do espaço físico.

Consideramos que, para explorar conteúdos da disciplina de Cálculo que envolve funções que geram gráficos tridimensionais, os aplicativos de RA são importantes, uma vez que tais conteúdos exigem a compreensão de padrões visuais, um nível de abstração elevado e a RA favorece explorações, permitindo investigar os objetos gerados e manipulá-los com o movimento da pessoa que tem um smartphone nas mãos. Na sequência do texto passaremos a discutir os aspectos metodológicos voltando ao foco desse nosso texto: o desafio de descrever o percebido na percepção.

Metodologia

Para que o modo pelo qual descrevemos e organizamos os dados da pesquisa faça sentido ao leitor, vamos destacar a postura assumida, a fenomenológica e, com ela, tratar da relevância da descrição. A fenomenologia é uma escola filosófica que, no final do século XIX, desponta na Alemanha com a obra *Investigações Lógicas (Logische Untersuchungen)* do filósofo e matemático Edmund Husserl (Husserl, 2012a).

Nos trabalhos de Husserl, e posteriormente de autores que o seguiram, como Heidegger e Merleau-Ponty, compreende-se a pessoa³ no “mundo de objetos e relacionamentos, linguagem e cultura, projetos e preocupações” (Tombolato & Santos, 2020, p. 296). O mundo é interpretando como mundo da vida, em que a “‘experiência’ /.../ [é entendida como] um processo vivido, um desdobramento de perspectivas e sentidos que são únicos para o corpo e o relacionamento situado da pessoa no mundo” (Tombolato & Santos, 2020, p. 296). Logo, para a fenomenologia, a experiência é sempre experiência vivida pela pessoa e a descrição na pesquisa que segue a orientação fenomenológica é importante, pois visa explicitar os variados aspectos da vivência, daquilo que importa ao pesquisador em articulação com o interrogado.

Ao descrever a vivência no curso, buscamos expor a compreensão do que nos gestos, nas falas, no movimento se mostra acerca da constituição de conhecimento e, para esta seção, entendemos ser importante apresentar alguns aspectos relevantes da pesquisa fenomenológica.

³ Pessoa é um termo tratado na perspectiva fenomenológica por autores como Edith Stein. Não iremos, neste texto, focar esse termo, mas iremos tomar a acepção a ele atribuída por Stein ao dizer que “A pessoa humana é um ser originário que tem a capacidade de ser consciente de sua existência e de agir em conformidade ao que é melhor para si” (Sberga, 2014, p. 74).

A postura fenomenológica na pesquisa

Dizer que se assume uma postura fenomenológica ao conduzir uma pesquisa, significa rejeitar a dualidade sujeito-objeto, interno-externo. Significa, ainda, rejeitar a atitude característica das ciências naturais, que partem da experiência e consideram o mundo como um objeto a ser estudado, buscando conhecê-lo de forma abrangente, confiável, completa. Na postura fenomenológica a atitude é de *abertura*, para que o mundo apareça como solo de todo conhecimento possível (Merleau-Ponty, 1994). Isso significa *colocar entre parênteses* nossas convicções objetivadas, deixando restar os vividos, a consciência pura ou transcendental (Husserl, 2006). A fenomenologia pode, então, ser entendida como o estudo de tudo que se apresenta para a consciência intencional, os *fenômenos*.

Husserl (2006) esclarece que a consciência ser intencional significa que ela é sempre *consciência de... voltada para...* e, igualmente, objeto é sempre objeto para a consciência. Com isso, ela - a consciência - é

A única fonte de conhecimento. Ao unificar a consciência e o objeto, a intencionalidade da consciência atribui um sentido ao fenômeno que se apresenta. Em outras palavras, nós não temos acesso direto aos objetos e às coisas do mundo; nós só temos acesso a eles sob a forma de fenômenos que se apresentam à consciência e dotados de um sentido. A consciência deixa de ser vista como uma caixa que contém as coisas do mundo, e passa a ser concebida como consciência dirigida ao mundo (Cardoso, 2007, p. 43).

Na pesquisa de doutorado, considerada para este texto, a intenção é compreender *como se mostra a constituição do conhecimento em Cálculo ao se estar-com a Realidade Aumentada?*. Podemos perguntar: o que se mostra à consciência, dotado de um sentido? Uma resposta possível seria: os objetos estudados na disciplina de Cálculo. Porém, esses objetos não podem ser vistos como conteúdos que se explicitam de tal e tal forma no livro didático, por exemplo, ou como temas apresentados objetivamente na aula de Cálculo, uma vez que isto já está posto em termos de linguagem. Desejamos compreender o objeto para a consciência, isto é, para o aluno que, ao fazer uma determinada tarefa com o aplicativo de RA, se volta de modo atento para entender o que é feito. Conforme Husserl (2012b), interessa-nos o percebido na percepção, “porque o objeto é dado antes do juízo /.../ e o que a linguagem faz é tentar descrevê-lo. /.../ A orientação para o objeto dá-se antes da significação: ela acontece na experiência antepredicativa” (Fernandes, 2014, p. 36). Assim, na pesquisa, se analisam as possibilidades abertas à constituição de conhecimento do aluno, quando eles estão com o software de RA

fazendo explorações, buscando compreender o que a eles se mostra. Reforçamos que, conforme entendemos, o sujeito constitui conhecimento em seus atos de consciência, sempre intencionais, na abertura ao que a ele se apresenta como possibilidade de vivências (Bicudo, 2020).

Assim, descrever a vivência com os alunos no curso é importante para explicitar as interpretações. Pela descrição podem-se trazer os *dados* que na pesquisa fenomenológica, conforme já destacado, é o que chega ao pesquisador “que, de modo atento, olha para algo querendo saber do que se trata” (Bicudo, 2020, p. 34). Esse *algo* para o qual nos atentamos com olhar indagador é *o expreso* pelos alunos quando eles exploram, com o aplicativo de RA, as tarefas que envolvem conteúdos de Cálculo.

Na pesquisa, uma questão que nos inquietou foi: como dar conta da complexidade expressiva transcrevendo a vivência na linguagem escrita? Os dados eram falas, gestos, movimentos, arquivos com gravações das telas dos smartphones dos alunos. Como organizá-los para que, na análise, não se perdesse totalmente o vínculo com a experiência vivida? Conforme se entende com Merleau-Ponty (1994, p. 222), “a fala é, dentre todas as funções do corpo, a mais estreitamente ligada a existência em comum”, o que significa que, pela fala os alunos se comunicam, expressando sua compreensão. Na descrição, essa fala se reduz a unidimensionalidade da escrita. Ainda, com esse autor, entendemos que expressão e expreso devem coexistir para que os signos possam induzir seu sentido (Merleau-Ponty, 1994). Buscamos, então, um modo de expor a experiência vivida com esses alunos o que motivou a escrita deste texto.

A organização dos dados da pesquisa: expressando a vivência

Tendo as gravações em vídeo e das telas dos smartphones usados para as explorações, nosso primeiro movimento foi o de procurar transcrever os diálogos ocorridos em cada encontro do curso. Diálogos entre as duplas, quando os alunos desenvolviam as tarefas propostas no curso, ou quando buscavam comunicar o compreendido e argumentar acerca do visto, e diálogos entre o pesquisador e os participantes. Procuramos, também, descrever as ações e os movimentos dos participantes com o software para compreender e explorar o proposto.

Porém, havia mais nos gestos e olhares. O movimento que os alunos realizavam com seu smartphone para fazer as explorações com o aplicativo de RA, e que foi gravado em vídeo, não se deixava transcrever por palavras. Optamos, então, por utilizar o recurso de imagens em

movimento, o *Gif - Graphics Interchange Format*. Construímos alguns gifs animados, pequenos recortes em forma de vídeo que trazem imagens desses momentos e puderam ser inseridos no texto. Para armazenar e tornar acessível esse material, foi preciso usar um site de armazenamento em nuvem, elegemos o *Google Drive*. Assim, além de armazenar arquivos, é possível compartilhar o conteúdo com outros usuários através de um link gerado para direcionar a esse conteúdo.

No texto da tese, os gifs foram inseridos nas transcrições dos diálogos (através de um link que, geralmente, assume a cor azul e fica sublinhado), permitindo aos leitores ver as ações e os movimentos de exploração com o software que os participantes fizeram.

Mas, ainda havia uma limitação. Os links são acessíveis para leitura da tese no formato digital e online, mas não para o texto impresso. Isso nos levou a outra opção, a de construir um *QR Code*⁴, que é um código gerado em forma de imagem e que permite ao usuário de um dispositivo com internet e câmera digital de um smartphone, por exemplo, acessar conteúdos digitais.

Figura 4 - QR Code de um dos gif



Fonte: Elaborado pelo autor

Com os gifs, QR Codes⁵ e o texto escrito, estávamos dando conta de descrever a experiência vivida. Porém, conforme destaca Bicudo (2000, p. 78), a descrição não é suficiente, uma vez que ela “não esgota os movimentos de uma investigação rigorosa”. Logo, nos voltamos para os dados de modo atento, abertos ao que se mostrava relevante à compreensão do interrogado, orientados pela pergunta de pesquisa e organizamos as *cenias significativas*.

Elas - as cenias significativas - são uma possibilidade para a análise dos dados na pesquisa fenomenológica que permitem trazer os atos totais de expressão, entendidos como as diversas

⁴ Para criar os QR Code utilizamos o site gg.gg (www.gg.gg).

⁵ Neste texto os gifs e QR Codes estão ativos podendo ser acessados para leitura. Recomendamos que o leitor deste texto os acessem, pois poderão ver exemplos do movimento de investigação que foi empreendido pelas duplas.

formas de manifestação em que se consideram as “fisionomias dos gestos e dos olhares, as circunstâncias espaço-temporais em que cada sujeito entra no discurso coletivo, e, enfim, a maneira como ele vive os momentos desse coletivo” (Detoni & Paulo, 2011, p. 106).

Recorrendo às cenas significativas apresentamos “como o sentido do todo se impõe nas descrições das ações dos sujeitos, levando-nos a considerá-las como conjuntos significativos articulados”, relevantes à compreensão do interrogado (Detoni & Paulo, 2011, p. 100). As cenas trazem diálogos das duplas e entre elas e o pesquisador, links para os gifs, QR Codes para o leitor do texto impresso e imagens de captura da tela do smartphone que ilustram determinado momento da exploração. Organizamos, na pesquisa, 25 cenas significativas que demarcaram o início da *análise ideográfica*.

A análise ideográfica, na pesquisa fenomenológica, visa explicitar aspectos individuais que vão se revelando no diálogo dos integrantes de cada dupla. Porém, embora as compreensões sejam individuais, não são isoladas. Cada uma das cenas permite que o pesquisador destaque, no movimento interpretativo, *ideias* que possibilitam articulação com o outro.

Além de ver essas manifestações em cada sujeito, uma atribuição comum de significados que o grupo todo de sujeitos intencionados na experiência deixa ressaltar na iminência do intersubjetivo. Cada sujeito articula compreensões que necessitam ser comunicadas ao outro. Há, portanto, sempre a experiência da alteridade, que se expressa numa rede comum de significados constituídos (Detoni & Paulo, 2011, p. 118).

Com o destaque dessas *ideias* que podemos chamar de significativas (ou nucleares) que são articuladoras do discurso, o pesquisador vai transcendendo as interpretações individuais e buscando convergência de sentidos e significados (análise nomotética). Na pesquisa, nas 25 cenas interpretamos 90 ideias nucleares que, à luz da interrogação, foram articuladas em 08 agrupamentos que dão indícios das *possibilidades que se abrem à constituição do conhecimento em Cálculo ao se estar-com a Realidade Aumentada*.

Esse é o movimento de rigor da pesquisa fenomenológica que requer, desde a descrição, modos de expor a vivência tal qual ela se mostra. A análise dos dados envolve a *redução fenomenológica* ou *epoché*, uma “suspensão” de juízos ou um “colocar entre parênteses” a “atitude natural”, a forma como nos relacionamos com as coisas do mundo. Husserl enfatiza que, no movimento de análise, devem-se deixar de lado os conceitos prévios, as teorias, as definições, para que se possa ver o sentido das coisas por si mesmas. Conforme Martins (2006, p. 16), “a fenomenologia procura enfocar o fenômeno, entendido como o que se manifesta em

seus modos de aparecer, olhando-o em sua totalidade, de maneira direta, sem a intervenção de conceitos prévios que o definam e sem basear-se em um quadro teórico prévio que enquadre as explicações sobre o visto”.

Para este texto trazemos uma das cenas significativas procurando exemplificar a possibilidade que se abriu para a organização e análise dos dados em nossa pesquisa.

A experiência vivida no curso: um exemplo para explorar a ideia de limite

Considerando o objetivo deste texto, que é expor um modo de descrever o percebido na percepção, elegemos um recorte da vivência – a cena 11- em que os alunos exploravam uma tarefa. Como a maioria, essa tarefa foi retirada do livro *Cálculo, Volume 2* de James Stewart (2013, p. 806-807), quando o autor aborda o tema *Limites e Continuidade* no capítulo de *Derivadas Parciais*. Optamos por trabalhar com os alunos o exemplo, pois ele está resolvido no livro e daria oportunidade de discutir as ideias, sem ficar refém das dificuldades relativas ao conteúdo.

A proposta do autor é verificar a existência ou não do limite da função de duas variáveis expressa por $f(x, y) = \frac{xy}{(x^2+y^2)}$, quando ela se aproxima do ponto (0,0).

Para verificar a existência do limite de funções de duas variáveis, como é o caso da função apresentada no exemplo, o livro traz a seguinte definição:

Seja f uma função de duas variáveis cujo domínio D contém pontos arbitrariamente próximos de (a,b) . Dizemos que o **limite de $f(x,y)$ quando (x,y) tende a (a,b)** é L e escrevemos

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (a,b)} f(x, y) = L$$

se para todo número $\varepsilon > 0$ houver um número correspondente $\delta > 0$ tal que se $(x,y) \in D$ e $0 < \sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2} < \delta$, então $|f(x,y) - L| < \varepsilon$ (Stewart, 2013, p. 805, grifos do autor).

Salienta que, para que o limite da função exista e seja determinado em um ponto específico, é preciso que todos os *caminhos* (por quaisquer curvas) pelos quais o gráfico da função se aproxima desse ponto, dirijam-se para esse mesmo valor-limite; caso contrário, o limite da função não existe.

Para funções de uma variável, basta verificar sua aproximação por dois lados - esquerda ou direita - em relação ao ponto. Porém, como se trata de uma função de duas variáveis, com um gráfico tridimensional, a aproximação ao ponto pode dar-se por infinitas direções, ou seja, há uma infinidade de caminhos possíveis e que, também, devem ser verificados para a existência

do valor-limite (Stewart, 2013). Visando esclarecer o aluno, o autor traz uma nota sobre a não existência do limite:

Se $f(x, y) \rightarrow L_1$ quando $(x, y) \rightarrow (a, b)$ ao longo do caminho C_1 e $f(x, y) \rightarrow L_2$ quando $(x, y) \rightarrow (a, b)$ ao longo do caminho C_2 , com $L_1 \neq L_2$, então $\lim_{(x,y) \rightarrow (a,b)} f(x, y)$ não existe (Stewart, 2013, p. 806).

Como explorar essa questão com os alunos? No curso, apresentamos o exercício como estava no livro (sem a solução) e solicitamos que eles construíssem o gráfico no GeoGebra AR para investigar se o limite da função existia ou não, buscando um modo de justificar sua resposta. Deixamos que os alunos optassem por trabalhar em duplas, trios ou de forma individual. Eles se agruparam em duplas, embora no decorrer da exploração, se dirigissem a “dupla vizinha” ou a um colega de outra dupla para pedir esclarecimentos ou confirmar algo que estavam discutindo, como veremos na cena a seguir.

Esta cena – Cena Significativa 11, da tese – é referente ao diálogo dos alunos Hércules, Jeniffer e Fabrícia (nomes fictícios), ocorrido no 4º encontro do curso, quando a tarefa foi desenvolvida.

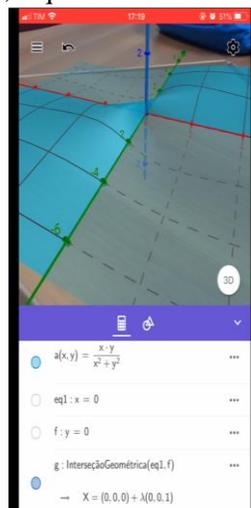
Quadro 1 - Cena Significativa

Cena 11 - E4A1 - Um outro limite

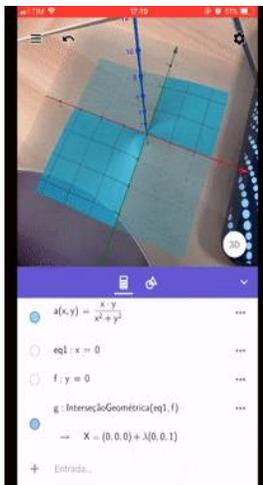
Descrição: Nesta tarefa convidamos os alunos a verificar a existência ou não do limite para a função, quando (x, y) tendem à $(0,0)$:

$$f(x, y) = \frac{xy}{x^2 + y^2}$$

Jeniffer: Mas não dá 0. Não tem que dar 0?! Dá quase 1, olha. Porque parece que, sei lá... não parece que está indo para o 1?! Nem é 1. **Fabrícia:** Não, é quase 1.



Jeniffer: Deve ser que está tendendo, né?! **Fabrícia:** Mas você viu que está formando dois quadrados?! **Jeniffer:** [Mas tem essa pontinha](#), que une os dois. Parece que ele sobe um pouquinho assim. **Fabrícia:** Vamos pôr os planos para ver. **Jeniffer:** Tenta fazer a intersecção com ele de novo, com os planos $x = 0$ e $y = 0$.



Jeniffer: Hércules, aquela intersecção você só criou os planos $x = 0$ e $y = 0$ e depois a intersecção entre eles? **Hércules:** A gente fez uma reta, digo, um plano x igual a alguma coisa y . Porque tem que ser um plano variável, $y = bx$. Aí, você varia o b , que é controle deslizante. Aí o b vai variando este plano. Aí, você cria a intersecção do plano com a função. Porque daí saiu uma reta que cruza o $(0,0)$, o eixo z , em algum ponto. Aí você vai variando e vai vendo que cada hora a reta cruza num ponto diferente. Então, o limite diverge... e ele não existe.

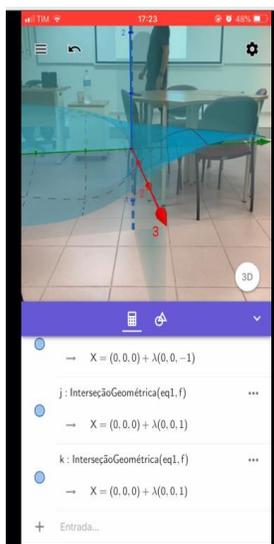
[...]

Pesquisador: Se vocês quiserem observar de outra perspectiva, tentem se mover e olhar os caminhos que levam até o ponto. [as alunas aceitam a sugestão do pesquisador].

[...]

Jeniffer: Então, eu acho que não existe. **Fabrícia:** Acho que um está tendendo a 0 e outro está tendendo a $\frac{1}{2}$. **Jeniffer:** [Olha](#), nessa curva está indo para quase 1 . Nessa outra, aqui do lado...

Fabrícia: Está indo para 0 .



<p>[...] Hércules: Legal quando o limite existia, né?! Quando ele existia ficava sempre no mesmo negócio, no mesmo ponto. Pesquisador: Isso. Você usou para verificar que o limite existia, certo?! (<i>o participante explica que utilizou, em outra atividade, a mesma ferramenta para verificar que o limite da função existia</i>) Hércules: Sim. Independente do caminho que você seguisse, quando você se aproximava para (0,0) tendia sempre para o mesmo valor, que era 0. Então esse limite existe? Sim. O limite existe e é 0.</p>
<i>Ideias Significativas</i>
Mudam de posição para investigar os caminhos e verificar a existência do limite da função
Expressam o compreendido acerca da existência do limite de uma função
Usam o software para expor um modo de realizar a exploração

Fonte: Elaborado pelo autor

Considerações, embora não finais...

Deste recorte que trouxemos, destacam-se alguns aspectos significativos à compreensão das possibilidades que se abrem à constituição do conhecimento em Cálculo ao se estar-com a Realidade Aumentada, foco da pesquisa. Não se pretende, aqui, considerar as categorias de análise da pesquisa, discutindo-as para dizer o que foi compreendido acerca do fenômeno interrogado. Nossa intenção, no decorrer do texto, foi explicitar o modo pelo qual o movimento de descrição da vivência e análise dos dados em uma pesquisa que envolve falas, gestos, imagens, movimento, etc, foi possível. Para caminhar na finalização deste texto, elegemos um dos aspectos que se evidenciou nas categorias para discutir.

Começamos com a solução da tarefa que é proposta em Stewart (2013). Nela, vê-se uma explicação de como proceder. Inicia-se a resolução do exercício igualando a zero uma das variáveis e substituindo na função para observar o comportamento da outra variável. Isolando a variável **y** (fazendo $x = 0$), o valor da função tende a zero. Isolando a variável **x** (para $y = 0$) a função também tende a 0. Porém, embora ambas as tentativas tenham resultado em um mesmo valor, deve-se fazer outra verificação, considerando pontos da reta $x = y$. Vê-se que, para $y = 0$, o valor da função $f(x, y) = \frac{1}{2}$. Portanto, como os testes dos valores encaminharam para valores diferentes, podemos concluir que o limite desta função, quando seus valores tendem ao ponto (0,0), não existe.

Fala-se de *caminhos*, de *isolar variáveis*, de pontos que *tendem a um* determinado valor, de *aproximações por aqui, por ali, etc.*, mas, o texto que traz explicações, definições e mesmo

as imagens, é suficiente para colocar o aluno em atividade? Qual a ideia de limite que é compreendida?

A interpretação das cenas significativas evidencia ideias nucleares que mostram: o movimento dos alunos para investigar os caminhos que os permitem *ver* se o limite da função existe no ponto dado, o cuidado para se fazer entender pelo outro e o uso dos recursos do aplicativo para fazer explorações. Se considerarmos com Merleau-Ponty (1994, p. 200) que “compreender é experimentar o acordo entre aquilo que visamos e aquilo que é dado, entre a intenção e a efetuação – e o corpo é nosso ancoradouro em um mundo”, vê-se que os alunos buscam compreender o que está sendo feito, no vivido.

No diálogo: “**Jeniffer:** [Mas tem essa pontinha](#), que une os dois. Parece que ele sobe um pouquinho assim. **Fabrcia:** Vamos pôr os planos para ver. **Jeniffer:** Tenta fazer a intersecção com ele de novo, com os planos $x = 0$ e $y = 0$.”, o que se destaca? Percebe-se que há uma abertura das alunas para investigar, para buscar outras possibilidades de verificar o que estão conjecturando a partir do visto/vivido. Com o software, elas criam planos e traçam suas intersecções com o gráfico da função. Jeniffer e Fabrcia se envolvem com a exploração para compreender o que vai se revelando no movimento que fazem. Analisam o gráfico e buscam *ver*, numa perspectiva em que o ver vai além daquilo que nos chega pelos olhos. O movimento que realizam é o de busca pela compreensão.

Há um movimento do aluno que se dispõe a interpretar o que vê no gráfico, associando o visto (compreendido) com a definição que o livro lhe dá. São alunos que já conhecem o conteúdo, que já frequentaram as aulas e, portanto, não estão tendo o primeiro contato com o tema. Mas estão, talvez pela primeira vez, experimentando um modo de interpretar o que a eles se mostra. Há um movimento intencional da consciência que não é da ordem do “eu penso”, mas do “eu posso” (Merleau-Ponty, 1994). Os alunos vivenciam a situação e procuram, com o que têm a sua disposição, interpretar os caminhos, eleger, dentre a infinidade, uma possibilidade.

O corpo compreende o movimento, o incorpora e as coisas passam a ser visadas através de meu corpo e não de meu pensamento. O corpo corresponde ao que lhe solicita, sem intermédio das representações. /.../ a experiência motora do nosso corpo não é um caso particular de conhecimento; ela nos fornece uma maneira de ter acesso ao mundo e ao objeto (Merleau-Ponty, 1994, p. 195).

Com o autor entendemos que não se trata apenas de uma função simbólica ou da procura de uma explicação objetiva, mas de abertura para as possibilidades de compreender o que se mostra com um sentido para mim, que interrogo isso que se mostra na página do livro ou na tela

do smartphone. É um movimento subjetivo, pois é próprio da pessoa, mas também intersubjetivo, porque traz o outro que está junto, sugerindo, buscando alternativas, refutando ou validando o que é feito. Traz o pesquisador, que está à disposição para validar ou refutar o movimento interpretativo que fazem, traz o autor do livro didático, que expõe certa forma de analisar. Expõem-se um movimento em que o conhecimento vai sendo produzido.

Estar com um aplicativo de RA traz o movimento; um movimento do corpo-próprio que Merleau-Ponty (1994) nos diz que é atraído por situações consideradas *virtuais*, isto é, consideradas como possíveis. O corpo se move enquanto potência, em direção aos objetos que deseja investigar. No mover-se se expõe um fundo que é imanente ao movimento, que o anima e o mantém. Esse fundo é construído, pois o movimento é abstrato (virtual ou possível e não atual).

[O] movimento abstrato cava /.../ uma zona de reflexão e de subjetividade, ele sobrepõe ao espaço físico um espaço virtual ou humano. /.../ [é] movimento /.../ centrífugo (aberto) /.../ ocorre /.../ no possível ou no não-ser; o [movimento concreto] adere a um fundo dado, o [abstrato] desdobra ele mesmo seu fundo (Merleau-Ponty, 1994, p, 160).

O movimento interpretativo mostra-nos que os alunos fazem explorações e se “libertam” dos conceitos previamente estudados e, ao estar com o aplicativo, o movimento é do corpo-próprio. Um movimento que “é apreendido quando o corpo o compreendeu /.../ quando ele o incorporou ao seu ‘mundo’” (Merleau-Ponty, 1994, p.193).

A visão e o movimento revelam-se como maneiras específicas de os alunos se relacionarem com os objetos que investigam, objetos *formais*, conforme os nomeia Husserl, uma vez que não são somente oriundos da percepção, são formas matemáticas que “não são dotadas de realidade, como uma cadeira, e só existem no âmbito da forma /.../ ou da essência do que se mostra à consciência” (Sberga, 2014, p. 29). O movimento do corpo-próprio vai possibilitando engendrar o sentido, abrindo possibilidades de se compreender os conteúdos de Cálculo. Esse, portanto, foi o desafio que queríamos compartilhar: a busca por uma forma de linguagem que possibilitasse trazer o movimento do corpo-próprio, do pesquisador que visa compreender algo em sua investigação, e do aluno que, junto com ele, se dispõe a revisitar os conteúdos de Cálculo procurando o sentido do que faz. Neste texto, cujo foco é a metodologia possibilitada ao se assumir uma postura fenomenológica na pesquisa, entende-se que, mais do que expor o conteúdo de Cálculo que vai sendo compreendido ou as limitações do recurso utilizado, importa-nos o movimento do sujeito que se abre à compreensão e o modo pelo qual, via descrição da

vivência, se pode buscar recursos para organizar e analisar os dados de uma pesquisa conduzida na modalidade qualitativa.

Referências

- Azuma, T. R. (1997). A Survey of Augmented Reality. *Presence: Teleoperators and Virtual Environments*, 6(4), 355-385. Disponível em: <http://www.ronaldazuma.com/papers/ARpresence.pdf>. Acesso em: 20 jun. 2017
- Bicudo, M. A. V. (2020). Pesquisa Fenomenológica em Educação: possibilidades e desafios. *Revista Paradigma* (Edición Cuadragésimo Aniversario: 1980-2020), XLI, 30-56.
- Bicudo, M. A. V. (2020). Fenomenologia: confrontos e avanços. São Paulo: Editora Cortez.
- Cardoso, C. L. (2007). *Um estudo fenomenológico sobre a vivência em família: com a palavra a comunidade*. (Tese de Doutorado). Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro.
- Devlin, K. (2010). *O gene da matemática*. (5. ed.). Rio de Janeiro: Record.
- Detoni, A. R., & Paulo, R. M. (2011). A organização dos dados da pesquisa em cena: um movimento possível de análise. In M. A. V. Bicudo. (Org.). *Pesquisa Qualitativa segundo uma visão fenomenológica* (pp. 99-120). São Paulo: Editora Cortez, 2011.
- Fernandes, S. A. (2014). A priori material e a priori formal: Husserl. Joaquim de Carvalho e Delfim Santos Studies 2. *Arquivo Delfim Santos*, (2), 32-39. Disponível em: <http://files7.webydo.com/91/9126988/UploadedFiles/B704B625-E056-F7D6-9975-651DA3568A3E.pdf>. Acesso em: 07 dez. 2021.
- Fischbein, E. (1994). The interaction between the formal, the algorithmic, and the Intuitive components in a mathematical activity. *Didactics of Mathematics as a Scientific Discipline*, 231-245.
- Gouveia, C. A. A. (2010). *Processos de Visualização e Representação de Conceitos de Cálculo Diferencial e Integral com um Software Tridimensional*. (Dissertação de Mestrado). Instituto de Geociências e Ciências Exatas, UNESP, Rio Claro.
- Husserl, E. (2012a). *A crise das ciências europeias e a fenomenologia transcendental: uma introdução à filosofia fenomenologia*. Tradução D. F. Ferrer. Rio de Janeiro, RJ: Forense Universitária.
- Husserl, E. (2012b). *Investigações Lógicas: investigações para a fenomenologia e a Teoria do Conhecimento*. Tradução Pedro M. S. Alves e Carlos Aurélio Morujão. Rio de Janeiro: Forense Universitária.
- Husserl, E. (2006). *Ideias para uma fenomenologia pura e para uma filosofia fenomenológica*. São Paulo: Ideias e Letras.
- Kirner, C. (2011). Prototipagem Rápida de Aplicações Interativas de Realidade Aumentada. *Tendências e Técnicas em Realidade Virtual e Aumentada*, 2(1), 29-54.
- Kirner, C., Tori, R., & Siscouto, R. (2006). Fundamentos e Tecnologia de Realidade Virtual e Aumentada. Livro do Pré-Simpósio - VIII Symposium on Virtual Reality. Belém - PA,

- Lee, K. (2012). Augmented Reality in Education and Training. *TechTrends*, 56(2), 13-21.
<https://doi.org/10.1007/s11528-012-0559-3>
- Lima, G. L. (2012). *A disciplina de Cálculo I do curso de Matemática da Universidade de São Paulo: um estudo de seu desenvolvimento, de 1934 a 1994*. (Tese de Doutorado). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.
- Martins Junior, J. C. (2015). *Ensino de Derivadas em Cálculo I: aprendizagem a partir da visualização com o uso do GeoGebra*. (Dissertação de Mestrado Profissional). Universidade Federal de Ouro Preto, Minas Gerais.
- Merleau-Ponty, M. (1994). *Fenomenologia da Percepção*. São Paulo: Martins Fontes.
- Paganini, E. M. L., & Allevato, N. S. G. (2014). Ensino e aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral: um mapeamento de algumas teses e dissertações produzidas no Brasil. *Vidya*, 34(2), 61-74.
- Sberga, A. A. (2014). *A Formação da Pessoa em Edith Stein*. São Paulo: Paulus.
- Schaun, T. T. (2019). *As Representações Tridimensionais das Superfícies Quádricas na Disciplina de Cálculo com Realidade Aumentada*. (Dissertação de Mestrado). Instituto de Física e Matemática, Universidade Federal de Pelotas, Pelotas.
- Schuster, P. E. S. (2020). *Uma professora em cyberformação com tecnologias digitais de realidade aumentada: como se dá a constituição do conhecimento matemático?* (Dissertação de Mestrado). Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.
- Silva, A. A. (2017). *A produção do conhecimento em Educação Matemática em grupos de pesquisa*. (Tese de Doutorado). Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho, Rio Claro.
- Stewart, J. (2013). *Cálculo, Volume 2* (7. ed.). Tradução: EZ2 Translate. São Paulo: Cengage Learning.
- Tombolato, M. A., & Santos, M. A. (2020). Análise Fenomenológica Interpretativa (AFI): fundamentos básicos e aplicações em pesquisas. *Phenomenological Studies. Revista de Abordagem Gestaltica*, XXVI(3), 293-304.
- Valentim, T. A. (2017). *O uso da Realidade Aumentada no ensino da Geometria Espacial*. (Dissertação de Mestrado profissional). Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro.

Autores:

Rosa Monteiro Paulo

Possui graduação em Ciências com Habilitação em Matemática pela Universidade de Mogi das Cruzes (UMC). Mestre e Doutora em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista (Unesp), campus de Rio Claro. É professora e orientadora do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Estadual Paulista (Unesp), Rio Claro. Professora do Departamento de Matemática da Universidade Estadual Paulista (Unesp), Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, responsável por disciplinas no curso de

Licenciatura em Matemática. Pesquisadora e vice coordenadora do grupo de pesquisa Fenomenologia em Educação Matemática, vinculado a Unesp, campus Rio Claro.

E-mail: rosa.paulo@unesp.br

ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-9494-0359>

Anderson Luís Pereira

Licenciado em Matemática pela Universidade Estadual Paulista (Unesp), campus Guaratinguetá. Mestre e doutorando em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista (Unesp), campus Rio Claro. É membro do grupo de pesquisa Fenomenologia em Educação Matemática, vinculado à Unesp, campus Rio Claro. É Professor de Educação Básica II em Matemática da rede municipal de ensino de Guaratinguetá e, atualmente, é Orientador de Polo Univesp – Guaratinguetá. É Google Trainer e possui experiência na capacitação de Professores para o uso das ferramentas Google for Education.

E-mail: anderson.pereira@unesp.br

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-2052-8182>

Como citar o artigo:

PAULO, R. M.; PEREIRA, A. L. Aspectos metodológicos de uma pesquisa sobre ensino de cálculo com realidade aumentada. **Revista Paradigma**, Vol. XLIII, Edición Temática: Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática, pp 82-104, mayo, 2022.