

## Procedimientos metodológicos en la investigación del razonamiento matemático de estudiantes cuando resuelven tareas exploratorias

**Luís Felipe Gonçalves Carneiro**

[luisfelipegcarneiro@gmail.com](mailto:luisfelipegcarneiro@gmail.com)

<https://orcid.org/0000-0002-9139-0408>

*Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR)*

Londrina, PR, Brasil.

**Eliane Maria de Oliveira Araman**

[eliane.araman@gmail.com](mailto:eliane.araman@gmail.com)

<https://orcid.org/0000-0002-1808-2599>

*Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR)*

Cornélio Procópio, PR, Brasil.

**André Luis Trevisan**

[andreluistrevisan@gmail.com](mailto:andreluistrevisan@gmail.com)

<https://orcid.org/0000-0001-8732-1912>

*Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR)*

Londrina, PR, Brasil.

**Recibido:** 12/12/2021 **Aceptado:** 06/02/2022

### Resumen

Considerando que varios autores enfatizan la importancia del desarrollo del razonamiento matemático, que documentos curriculares nacionales recientes atribuyen importancia al tema y que las investigaciones sobre el mismo son aún incipientes en Brasil, nos propusimos como objetivo discutir aspectos metodológicos en las investigaciones que tenemos desarrollado sobre este tema. Adoptando supuestos de investigación basada en el diseño (DBR), describimos los procedimientos metodológicos que hemos considerado al investigar cuestiones sobre el razonamiento matemático, a saber: la definición de contexto; la elección de tareas exploratorias; la elaboración de marcos de análisis; la recopilación de datos; y análisis de datos. Como resultado, se presentan los procedimientos metodológicos para el análisis de los datos recolectados en la aplicación de dos tareas exploratorias. En el caso de la primera tarea, el foco está en los procedimientos de análisis de los procesos de razonamiento matemático que movilizan los estudiantes de 7° grado cuando lo resuelven. En el segundo, se presentan procedimientos para analizar las acciones del docente que contribuyen a la movilización de estos procesos.

**Palabras clave:** Procesos de razonamiento matemático. Procedimientos metodológicos. Enseñanza de las Matemáticas. Acciones del profesor. Tareas exploratorias.

## **Procedimentos metodológicos na investigação do raciocínio matemático de estudantes ao resolverem tarefas exploratórias**

### **Resumo**

Considerando que diversos autores destacam a importância o desenvolvimento do raciocínio matemático, que documentos curriculares nacionais recentes atribuem importância ao tema e que as pesquisas sobre o mesmo ainda são incipientes no Brasil, elencamos como objetivo discutir aspectos metodológicos em pesquisas que temos desenvolvido acerca desta temática. Adotando os pressupostos da *design-based research* (DBR), descrevemos os procedimentos metodológicos que temos considerado ao investigar questões acerca do raciocínio matemático, a saber: a definição do contexto; a escolha das tarefas exploratórias; a elaboração de quadros de análise; a coleta de dados; e a análise dos dados. Como resultados, são apresentados os procedimentos metodológicos de análise de dados coletados na aplicação de duas tarefas exploratórias. No caso da primeira tarefa, o foco está nos procedimentos de análise dos processos de raciocínio matemático mobilizados por alunos do 7º ano ao resolverem quando a resolvem. Na segunda, são apresentados procedimentos de análise das ações do professor que contribuem para a mobilização desses processos.

**Palavras-chave:** Ensino de Matemática. Processos do raciocínio matemático. Procedimentos metodológicos. Ações do professor. Tarefas exploratórias.

## **Methodological procedures in the investigation of students' mathematical reasoning when they solve an exploratory task**

### **Abstract**

Considering that several authors emphasize the importance of the development of mathematical reasoning, that recent national curricular documents attribute importance to the topic and that research on it is still incipient in Brazil, we set out as an objective to discuss methodological aspects in research that we have developed on this topic. Adopting design-based research (DBR) assumptions, we describe the methodological procedures that we have considered when investigating questions about mathematical reasoning, namely: the definition of context; the choice of exploratory tasks; the elaboration of analysis frameworks; the data collection; and data analysis. As a result, the methodological procedures for analyzing data collected in the application of two exploratory tasks are presented. In the case of the first task, the focus is on the analysis procedures of the mathematical reasoning processes mobilized by 7th grade students when they solve it when they solve it. In the second, procedures for analyzing the teacher's actions that contribute to the mobilization of these processes are presented.

**Keywords:** Mathematics Teaching. Mathematical reasoning processes. Methodological procedures. Teacher's actions. Exploratory tasks.

### **Introdução**

O desenvolvimento do raciocínio matemático tem sido destacado como um dos grandes objetivos do ensino da Matemática. Mata-Pereira & Ponte (2017) afirmam que, apesar de

*raciocínio* ser um termo comum na Educação Matemática, ele é por vezes utilizado com um significado impreciso, próximo ou sinônimo a pensamento. Na visão dos autores, e também na adotada neste artigo, raciocinar é obter novas informações a partir de informações já conhecidas e de maneira justificada.

No âmbito da Educação Básica, o raciocínio matemático ganhou importância no Brasil com a publicação da Base Nacional Comum Curricular (Brasil, 2018), documento normativo para as redes de ensino e referência obrigatória para a elaboração dos currículos escolares e propostas pedagógicas para a Educação Básica. Nele, estabelece-se o desenvolvimento do raciocínio matemático como um dos objetivos do ensino da Matemática na Educação Básica, o que já possibilita justificar a relevância deste estudo sobre o tema.

No Ensino Fundamental, por exemplo, o ensino da Matemática deve desenvolver o letramento matemático, que é, de acordo com o documento, a capacidade de empregar a Matemática em uma variedade de contextos e inclui raciocinar matematicamente. Na etapa do Ensino Médio, há algo próximo de uma definição de raciocínio matemático. De acordo com Brasil (2018), os processos de investigar, explicar e justificar as soluções apresentadas, com ênfase na argumentação matemática, pressupõem o raciocínio matemático. Para o Ensino Médio também está definida uma competência específica que envolve “investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas [...], identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal” (Brasil, 2018, p. 540). Isso busca caracterizar a Matemática como um processo de buscas, conjecturas, contraexemplos, comunicação, entre outros (Brasil, 2018).

Já no Ensino Superior, em especial em cursos de Engenharia, a discussão a respeito do desenvolvimento do raciocínio matemático alinha-se ao movimento atual de renovação dos modelos destes cursos, para se adaptar às novas realidades globais, com metodologias de ensino mais modernas e a formação por meio de competências que supram as necessidades de mercado. Por um lado, destaca-se das novas Diretrizes Curriculares Nacionais para os cursos de graduação em Engenharia (Brasil, 2019) que se deve proporcionar, ao longo da formação, o desenvolvimento de competências relacionadas à formulação e concepção de soluções criativas, bem como o uso de técnicas adequadas. Por outra, apontam também o desenvolvimento de competências mais amplas, envolvendo aspectos relacionados à comunicação, trabalho em equipes e atitude investigativa. O desenvolvimento tanto de competências mais técnicas quanto

outras mais gerais apresenta interface direta com orientações resultantes das pesquisas em Educação Matemática acerca do raciocínio matemático, tanto em termo de seus processos (Jeannotte & Kieran, 2017; Lannin, Ellis & Elliot, 2011) quanto em relação ao seu caráter criativo (Lithner, 2008).

Considerando a importância dada ao tema pela Base Nacional Comum Curricular e a produção científica ainda incipiente no Brasil, espera-se que o presente trabalho contribua para o desenvolvimento dos estudos sobre o raciocínio matemático no país. O objetivo é discutir alguns aspectos metodológicos sobre a pesquisa envolvendo o raciocínio matemático em uma perspectiva escolar. Apresentamos e discutimos alguns dos procedimentos metodológicos que temos adotado na busca por compreender de que modo a realização de tarefas exploratórias (Ponte, 2005), atrelada às ações do professor, podem contribuir para o desenvolvimento do raciocínio matemático dos estudantes. Para isso, focamos nossa discussão em pesquisas que têm como escopo o entendimento de quais processos do raciocínio matemático são mobilizados pelos estudantes ao resolver tarefas de natureza exploratória, e de que modo as ações do professor contribuem para essa mobilização. Nossa discussão centra-se principalmente nos procedimentos metodológicos de análise tanto dos processos do raciocínio matemático os alunos mobilizam quando resolvem tarefas exploratórias quanto das ações do professor que contribuem para essa mobilização. Assumimos como hipótese que o trabalho com episódios de resolução de tarefas dessa natureza, vinculado às ações do professor (seja na seleção dessas tarefas, ou na condução de discussões), apoiam o desenvolvimento do raciocínio matemático dos alunos.

### **Uma breve discussão acerca do raciocínio matemático**

Ponte, Quaresma & Mata-Pereira (2020) entendem que “raciocinar é fazer inferências de forma fundamentada, ou seja, partir de informação dada para obter nova informação através de um processo justificado” (Ponte, Quaresma & Mata-Pereira, 2020, p. 7). Assim, para esses e outros autores (Araman & Serrazina, 2020; Mata-Pereira & Ponte, 2017; 2018; Morais, Serrazina & Ponte, 2018; Ponte, Mata-Pereira & Henriques, 2012), raciocinar matematicamente é utilizar informação matemática já conhecida para obter novas informações matemáticas de maneira justificada.

Jeannotte & Kieran (2017), por sua vez, realizam um estudo no qual elaboram um modelo conceitual para o raciocínio matemático a partir da literatura sobre o assunto. Com isso,

as autoras definem o raciocínio matemático como “um processo de comunicação com outros ou consigo mesmo que permite inferir enunciados matemáticos a partir de outros enunciados matemáticos” (Jeannotte & Kieran, 2017, p. 7). Mas, além disso, as pesquisadoras identificam que o raciocínio matemático é comumente definido em termos de sua estrutura, o que é denominado de aspecto estrutural do raciocínio matemático pelas autoras. No entanto, também é identificado por Jeannotte & Kieran (2017) o aspecto de processos do raciocínio matemático, menos definido e explorado epistemologicamente do que o primeiro.

O aspecto estrutural do raciocínio matemático é mais estático e refere-se à forma do raciocínio, sendo a dedução, a indução e a abdução as formas mais comuns. Já o aspecto de processos possui alguns verbos de ação associados, que representam a natureza temporal do raciocínio matemático (Jeannotte & Kieran, 2017). As autoras identificaram nove processos, tais como conjectura, generalização, entre outros. Esses processos são discutidos em detalhes por Carneiro (2021) e sintetizados no Quadro 1, que servirá como suporte para discussão do tipo de análise que pode ser realizada no contexto de uma das tarefas apresentadas neste artigo.

Diversos são os autores que discutem a importância que possuem as tarefas para levar os alunos a mobilizarem processos do raciocínio matemático (Araman & Serrazina, 2020; Brodie, 2010; Carneiro, 2021; Lannin, Ellis & Elliot, 2011; Mata-Pereira & Ponte, 2017; 2018; Trevisan & Araman, 2021). Para Brodie (2010), a natureza das tarefas nas quais os estudantes trabalham em sala de aula são essenciais para raciocinarem matematicamente.

Segundo Ponte (2005), as tarefas de exploração (nosso foco de interesse) são mais abertas, não evidenciam claramente seu objetivo e possuem um nível de desafio reduzido no sentido de que o aluno pode começar a trabalhar nela sem necessitar de um planejamento inicial bem delineado. Para o autor, é possível que os alunos resolvam uma tarefa para a qual não foram previamente ensinados, sendo capazes de mobilizar conhecimentos anteriores e descobrirem uma maneira de resolvê-la.

**Quadro 1 - Processos do raciocínio matemático**

Validação	Demonstração	Processo que valida uma declaração por meio de verdades sistematizadas em uma teoria e de uma estruturação de natureza dedutiva; seus resultados são formalizados em teoria matemática
	Prova	Processo que valida uma declaração explicitando verdades já aceitas pela classe em questão possui uma estruturação de natureza

		dedutiva; seus resultados são acessíveis à classe		
	Justificação	Processo que busca por elementos para validar ou refutar uma declaração	Dedutiva	Possui uma estrutura dedutiva e independe de casos particulares
			Empírica	Baseada em casos particulares
Busca por semelhanças e diferenças	Generalização	Processo de inferência de uma declaração sobre um conjunto de objetos matemáticos a partir de elementos do conjunto	Teórica	Construída a partir da atribuição de um modelo aos dados observados
			Empírica	Construída a partir da exploração de poucos exemplos
	Conjectura	Processo de inferência de uma declaração potencialmente válida		
	Identificação de padrões	Processo que infere uma relação recursiva entre objetos ou relações matemáticas		
	Classificação	Processo que junta ou separa objetos matemáticos de acordo com seus atributos críticos		
	Comparação	Processo que busca por semelhanças ou diferenças entre objetos matemáticos com o objetivo de produzir uma declaração		

**Fonte:** Carneiro (2021, p. 32)

Ponte (2005) destaca que os momentos de discussão são um elemento marcante de tarefas mais abertas, como as tarefas exploratórias. Ponte, Quaresma & Mata-Pereira (2020) entendem que a abordagem exploratória dá destaque às discussões coletivas e permite aos alunos um protagonismo ao expressarem seus raciocínios. De acordo com os autores, nessa abordagem importa, além da escolha de tarefas que promovam a formulação de conjecturas, generalizações e justificações, o estabelecimento de um ambiente que favoreça discussões sobre os diferentes aspectos e possíveis resoluções da tarefa.

Assim, além da importância da escolha de tarefas apropriadas, que possibilitem o desenvolvimento do raciocínio matemático, o professor também desempenha um papel importante no momento da resolução da tarefa, sendo responsável por fazer com que os alunos tenham seus processos do raciocínio matemático favorecidos ou tomem consciência deles.

(Araman, Serrazina & Ponte, 2019; Brodie, 2010). Para tanto, é necessário considerar as ações de professores.

Ponte, Mata-Pereira & Quaresma (2013) propõem um modelo para análise das ações dos professores em momentos de discussões nos pequenos grupos de estudantes, ou em plenária, com toda a turma, organizado em quatro categorias. A primeira é *convidar*, que seria o primeiro contato dos alunos com o tema que será abordado. A segunda, *guiar/apoiar*, em que o professor, por meio de perguntas, guia os alunos a continuar participando de uma resolução de uma tarefa já iniciada. A terceira *informar/sugerir*, é o momento em que o professor valida as respostas dos alunos, introduzindo novas informações e proporcionando novos argumentos. A última é *desafiar*, o professor “coloca o aluno na situação de ser ele próprio a avançar em terreno novo, seja em termos de representações, da interpretação de enunciados, do estabelecimento de conexões, ou de raciocinar, argumentar ou avaliar” (Ponte, Mata-Pereira & Quaresma, 2013, p. 59). Outro modelo similar, que também organiza as ações do professor em categorias, e para cada uma delas detalha ações possíveis, é o TMSSR (*Teacher Moves for Supporting Student Reasoning*) de Ellis, Özgür & Reiten (2018).

Baseados nestes dois modelos, Araman, Serrazina & Ponte (2019) organizaram um quadro de análise que descreve as ações docentes que apoiam o raciocínio matemático, mostrado no Quadro 2, que embasa a discussão de outra tarefa trazida neste artigo.

**Quadro 2 - Quadro de análise das ações do professor**

C A T E G O R I A	Convidar	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Solicita respostas para questões pontuais.</li> <li>- Solicita relatos de como fizeram.</li> </ul>	A Ç Õ E S
	Guiar/Apoiar	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Fornece pistas aos alunos.</li> <li>- Incentiva a explicação.</li> <li>- Conduz o pensamento do aluno.</li> <li>- Focaliza o pensamento do aluno para fatos importantes.</li> <li>- Encoraja os alunos e re-dizerem suas respostas.</li> <li>- Encoraja os alunos a re-elaborarem suas respostas.</li> </ul>	
	Informar/Sugerir	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Valida respostas corretas fornecidas pelos alunos.</li> <li>- Corrige respostas incorretas fornecidas pelos alunos.</li> <li>- Re-elabora respostas fornecidas pelos alunos.</li> <li>- Fornece informações e explicações.</li> <li>- Incentiva e fornece múltiplas estratégias de resolução.</li> </ul>	

S	Desafiar	<ul style="list-style-type: none"><li>- Solicita que os alunos apresentem razões (justificativas).</li><li>- Propõe desafios.</li><li>- Encoraja a avaliação.</li><li>- Encoraja a reflexão.</li><li>- Pressiona para a precisão.</li><li>- Pressiona para a generalização.</li></ul>
---	----------	---

Fonte: Araman, Serrazina & Ponte (2019, p. 476)

### Procedimentos metodológicos em pesquisas acerca do raciocínio matemático

A pesquisa que desenvolvemos insere-se no âmbito das pesquisas qualitativas, que pressupõem o próprio investigador como principal instrumento de coleta dos dados e a descrição dos dados por parte do pesquisador (Bogdan & Biklen, 1994). Para estes autores, são cinco as características básicas que configuram um estudo qualitativo, listadas abaixo e articuladas à pesquisa em questão:

- *Na investigação qualitativa a fonte direta de dados é o ambiente natural, constituindo o pesquisador e elemento principal.* Os dados que fundamentam as análises de nossas pesquisas são coletados em salas de aulas regulares, que incluem turmas em diferentes níveis da Educação Básica e do Ensino Superior (anos iniciais e finais do Ensino Fundamental, Ensino Médio e turmas de Engenharia). Os dados registrados são analisados pelos investigadores, sendo o seu entendimento sobre eles o principal instrumento de análise.
- *A investigação qualitativa é descritiva.* Os dados coletados, que se constituem de registros escritos dos alunos, gravações em áudio das suas resoluções e gravações em vídeo de discussões conduzidas pelo professor com a turma são descritos de forma minuciosa, buscando respeitar a forma com que foram registrados tanto quanto possível.
- *Os investigadores qualitativos se interessam mais pelo processo do que simplesmente pelos resultados ou produtos.* O interesse das pesquisas envolvendo o raciocínio matemático está nos processos do raciocínio matemático que os estudantes mobilizam ao resolverem uma tarefa, bem como nas ações do professor que contribuem para esse desenvolvimento. Portanto, interessa o processo de resolução da tarefa, não somente o resultado final.



- *Os investigadores qualitativos tendem a analisar seus dados de forma indutiva.* Não há uma hipótese predefinida a ser confirmada pelos dados. As conclusões da pesquisa são construídas na medida em que os dados são analisados.
- *O significado é de vital importância na abordagem qualitativa.* Como a análise centra-se nos processos do raciocínio matemático dos alunos e nas ações do professor, é de vital importância compreender os significados que eles atribuíam à tarefa e ao seu processo de resolução.

Adotamos pressupostos da *design-based research* (DBR) (Cobb *et al.*, 2003; Ponte *et al.*, 2016), particularmente, a experiência de ensino como um tipo especial de DBR, contemplando o desenvolvimento de processos de planejamento, aplicação e a investigação sobre o trabalho com tarefas exploratórias em salas de aulas regulares tanto da Educação Básica quanto de cursos de Engenharia, na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral, e sua relação com o desenvolvimento do raciocínio matemático dos estudantes.

Visto que uma pesquisa fundamentada no DBR envolve “delineamento, desenvolvimento e avaliação de artefatos para serem utilizados na abordagem de um determinado problema” (Barbosa & Oliveira, 2015, p. 527), destacamos um processo contínuo de produção e de refinamento das tarefas a serem propostas para os estudantes (nossos artefatos), por meio de avaliação sistemática e contínua. Além disso, uma vez que a DBR possui um caráter cíclico, objetiva-se investigar e compreender todo o processo de organização dessas tarefas, nas ações de elaborá-las, aplicá-las e refiná-las.

Na continuidade do texto serão detalhados os procedimentos metodológicos que temos adotado na busca por compreender de que modo a realização de tarefas exploratórias, atrelada às ações do professor, podem contribuir para o desenvolvimento do raciocínio matemático dos estudantes. Tais procedimentos consistem em técnicas, escolhas e opções que nós, pesquisadores, temos aplicado em nossa pesquisa, a constar: a definição do contexto; a definição da tarefa exploratória; a elaboração de quadros de análise; a coleta de dados; e a análise dos dados.

### **Quanto à definição do contexto**

São alguns os contextos do qual provém os dados. Em alguns casos, o pesquisador é o próprio professor da turma, e análise envolve reflexões a respeito da própria prática (Ponte,

2002). É o caso, por exemplo, da pesquisa realizada pelo primeiro autor (Carneiro, 2021), que coletou dados em suas próprias turmas do 6º e 7º anos do Ensino Fundamental, com a resolução das tarefas por parte dos alunos, e eventuais questionamentos do professor e pesquisador a respeito das mesmas. Foram coletadas as produções escritas de todos os alunos das turmas e os diálogos gravados em áudio de quatro duplas de cada turma definidas aleatoriamente, devido à limitação de gravadores que se tinha à disposição.

Em outros casos, o pesquisador analisa dados provenientes de contextos na qual não atua diretamente como professor, mas participa diretamente da produção e coleta de dados. Um exemplo disso são licenciados (em seus trabalhos de iniciação científica e/ou trabalhos de conclusão de curso) que coletando os dados da pesquisa, na modalidade observação participante (Lüdke & André, 2018). Nesse caso, ocorre a inserção do pesquisador no interior do grupo observado, tornando-se parte dele, interagindo por longos períodos com os sujeitos, buscando partilhar o seu cotidiano.

Em geral, o pesquisador participa, com o professor da turma, da elaboração das tarefas exploratórias, acompanha as aulas e realiza a coleta e análise dos dados. Nas pesquisas que desenvolvemos, esse professor: (i) ou é participante de alguma ação formativa (por exemplo, um projeto de extensão, ou uma disciplina de pós-graduação), sob responsabilidade dos dois primeiros autores, e que selecionam tarefas exploratórias desenvolvidas durante o processo formativa para aplicá-las juntos aos seus alunos; (ii) ou são estudantes de Engenharia que cursam CDI em turmas sob a responsabilidade do terceiro autor, e também de outros pesquisadores colaboradores que ministram aulas nessa disciplina, em uma proposta de trabalho com episódios de resolução de tarefas (Trevisan & Mendes, 2018).

### **Quanto à escolha da tarefa exploratória**

Definido o contexto de coleta de dados, segue-se a escolha da tarefa exploratória, que pode ser inédita, ou adaptada tanto de materiais didáticos (livros, apostilas, sites educativos), quanto de relatórios de pesquisa (artigos, dissertações, teses). Privilegiam-se tarefas que fomentem múltiplas vozes, discordâncias e desafios, considerando o argumento de outros, pois promovem o raciocínio matemático. Além disso, quando os estudantes expõem suas ideias, precisam produzir argumentos coerentes, provenientes de um raciocínio, para comunicar seus pensamentos.

Após a preparação das tarefas a serem utilizadas para a coleta de dados, as mesmas são previamente resolvidas pelos pesquisadores, de diferentes modos, com o objetivo de tentar antecipar possíveis estratégias dos estudantes. É evidente que é impossível esgotar todas as possibilidades de resolução de uma tarefa e que a sala de aula e os estudantes apresentam imprevisibilidades para as quais o professor deve estar preparado. No entanto, as resoluções antecipadas das tarefas são realizadas por três principais motivos: compreender o conteúdo matemático por elas abordado; reduzir a quantidade de estratégias não previstas que os alunos poderiam utilizar; e, principalmente, antecipar questionamentos que poderiam ser feitos aos estudantes e melhorar a qualidade dos momentos de discussão das tarefas.

### **Quanto à elaboração de quadros de análise**

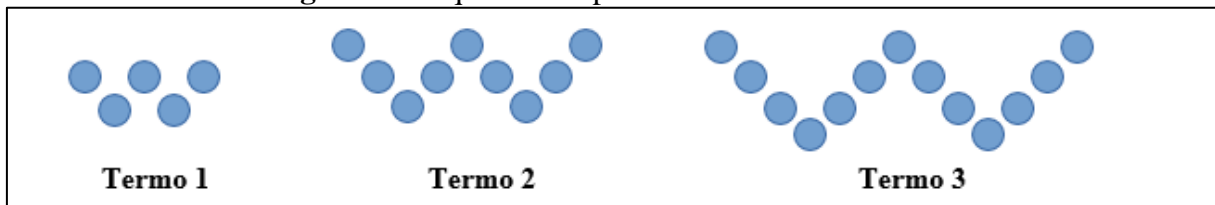
No caso de pesquisas que tem por foco a compreensão dos processos de raciocínio matemático, com base nas possíveis resoluções que podem surgir, são elaborados quadros com processos que se espera serem mobilizados pelos alunos ao resolverem as tarefas. O Quadro 3 é referente aos processos de raciocínio que poderiam ser mobilizados em uma tarefa proposta à turma do 7º ano por Carneiro (2021), na qual os alunos deveriam determinar o número de pontos em alguns termos de uma sequência numérica (Figura 1), e a partir disso encontrar uma fórmula para o número de pontos em uma posição qualquer.

**Quadro 3 - Processos de raciocínio matemático esperados na tarefa do 7º ano**

Justificação		Pode ser mobilizada pelas questões da tarefa ou pelas discussões com os colegas e com o professor, na tentativa de apresentar elementos que validem conjecturas ou generalizações.
Generalização	Teórica	Pode ser mobilizada caso os alunos construam uma fórmula para o número total de pontos de qualquer termo a partir da atribuição de um modelo às primeiras figuras apresentadas pela tarefa.
	Empírica	Pode ser mobilizada caso os alunos construam uma fórmula para o número total de pontos de qualquer termo com base em casos particulares.
Conjectura		Pode ser mobilizada caso os alunos elaborem estratégias para determinar o número de pontos de termos específicos.
Identificação de padrões		Pode ser mobilizada caso os alunos identifiquem a relação recursiva da sequência apresentada pela tarefa.
Exemplificação		Pode ser mobilizada caso os alunos determinem o termo seguinte a partir do anterior.

**Fonte:** Carneiro (2021, p. 48)

**Figura 1** - Sequência de pontos da tarefa matemática



**Fonte:** Carneiro (2021, p. 45), adaptado de Rivera & Becker (2011)

Já no caso das pesquisas que visam à compreensão das ações docentes que apoiam o raciocínio matemático, há um planejamento prévio dessas ações, a partir das categorias mostradas no Quadro 2, que subsidia a promoção de discussão matemática entre o professor e os estudantes.

### **Quanto à coleta de dados**

Parte-se, então, para coleta dos dados. Nas salas de aula, os estudantes são organizados grupos (entre 2 e 4 integrantes cada), sendo deixado um gravador para registrar as discussões ao longo da resolução da tarefa. O professor circula livremente pela sala, acompanhando o trabalho das equipes e fazendo algumas intervenções, quando julga necessário. Ao final do tempo combinado para esse trabalho, as equipes entregam o registro escrito com suas resoluções ao item da tarefa. O professor então convida algumas equipes para compartilhar suas resoluções, orquestrando uma discussão coletiva entre os estudantes (Stein *et al.*, 2008).

Os dados recolhidos são compostos por (a) protocolos contendo registros escritos das discussões dos pequenos grupos de estudantes no trabalho com tarefas de natureza exploratória, (b) áudios das discussões nesses pequenos grupos, e (c) vídeo de discussões coletivas mediadas pelo professor a partir das resoluções dos estudantes. Tais coletas estão respaldados pelo Comitê de Ética em Pesquisa da UTFPR, por meio de projetos mais amplo, que agrega diversos pesquisadores e seus orientandos. Considerando os princípios da DBR, pelo menos dois ciclos de coletas de dados são desenvolvidos com uso de uma mesma tarefa matemática, testando a hipótese de pesquisa levantada, refinando, aprimorando e fazendo novos testes, como justamente propõe uma experiência de pesquisa dessa natureza (Ponte *et al.*, 2016).

A pesquisa, respaldada em pressupostos da DBR, integra uma sequência de episódios guiados por conjecturas que podem ser reformuladas ou abandonadas após a análise desses episódios, no intuito de compreender o desenvolvimento do raciocínio matemático dos

estudantes. Tais análises ocorrem tanto no decurso da implementação da proposta (análise preliminar, contribuindo para o refinamento das tarefas) quanto após o término das intervenções (análise retrospectiva, envolvendo uma cuidadosa revisão dos dados e uma reflexão sobre a experiência de ensino realizada de forma a construir um modelo explicativo).

### **Quanto à análise dos dados**

A análise dos dados ocorre de forma indutiva (Erickson, 1986), por meio de diferentes técnicas – considerando que esses dados são produzidos por fontes múltiplas. O pesquisador usa de instrumentos, como diário de campo, gravações em áudio e vídeo, e diferentes protocolos; o envolvimento dos alunos com as tarefas é o “objeto” de análise, ou seja, o “processo” é o foco de observação; a análise dos dados coletados, embora subsidiada pelos referenciais teóricos que fundamentam a pesquisa, vem cercada de compreensão e entendimento do pesquisador.

Os estudantes cujos diálogos são gravados em áudio têm seus nomes alterados, a fim de garantir seu anonimato (Lüdke & André, 2018). É entregue um termo de consentimento livre e esclarecido para a direção das escolas envolvidas, no qual consta o objetivo, o método da coleta de dados e as possíveis implicações da pesquisa. Além disso, é esclarecido verbalmente, pouco antes do início da coleta de dados, o objetivo da pesquisa aos alunos e pedida autorização para as gravações em áudio e/ou vídeo.

Em geral, todos os grupos que resolvem a tarefa são capazes de mobilizar diferentes processos de raciocínio, estabelecendo algum tipo de conjectura e buscando elementos para validá-la ou refutá-la. Entretanto, em diversos desses grupos as falas são monopolizadas por apenas um estudante, com uma discussão bastante sucinta. Há também situações em que os gravadores captam as vozes de alunos não pertencentes ao grupo que está sendo gravado, ou ainda casos em que são áudios ininteligíveis. Em todos esses casos, o material é descartado por não ser relevante à análise.

Um primeiro momento de análise dos dados ocorre em simultâneo com a coleta, no caso em que o envolvido assume o duplo papel de investigador e professor das turmas nas quais foram realizadas as tarefas. Portanto, é impossível não realizar as primeiras análises no momento da coleta de dados, ainda que não tão aprofundada e organizada quanto as análises posteriores. Depois, há mais um momento de análise na transcrição dos áudios. Com eles, é possível perceber

algumas discussões com mais clareza e aspectos da resolução da tarefa que passaram despercebidos na sala de aula, durante a coleta dos dados.

Após, é realizada uma análise sistemática, mais organizada e rigorosa, com base nas etapas presentes no modelo de Powell, Francisco & Maher (2004), inicialmente ouvindo os áudios integralmente; em seguida, identificando momentos significativos e transcrevendo-os, para depois analisá-los. Nos relatórios de pesquisa, os resultados em geral estão organizados, sequencial e separadamente, para cada uma das tarefas propostas.

No caso das pesquisas envolvendo processo de raciocínio, buscamos identificar tais processos, com base na literatura estudada sobre o tema e em articulação com a antecipação realizada (Quadro 3). A todo momento, busca-se confrontar as transcrições com a produção escrita dos estudantes para um melhor entendimento de suas resoluções. Um desafio dos pesquisadores é encontrar indícios de processos do raciocínio matemático, já que só é possível identificá-los quando o aluno o externaliza de alguma maneira.

Em pesquisas que analisam as ações do professor para a promoção do raciocínio matemático, focamos nossa atenção no conteúdo de momentos significativos, que chamamos de eventos críticos (Powell, Francisco & Maher, 2004). Como apontam esses autores, “da mesma forma que a identificação de eventos críticos, a codificação é dirigida pela perspectiva teórica dos pesquisadores e pelas questões de pesquisa” (p.29-30). Categorizamos cada trecho de fala do professor durante a plenária, inicialmente organizando o áudio transcrito em uma tabela com duas colunas, de um lado os áudios transcritos e de outro as categorizações das ações do professor. Após, são separados trechos, destacando-se a identificação da categoria de ação associada à fala do professor na interação com os estudantes.

Em ambos os casos (análise dos processos e das ações do professor), uma categorização inicial é realizada, individualmente, pelo pesquisador responsável pela condução da investigação. Em um segundo momento outros pesquisadores (em geral, orientadores da pesquisa e/ou demais integrantes do grupo de pesquisa) realizam também essa categorização, e todos reúnem-se para fazer uma análise comparativa, até chegar a um consenso.

## **Dois cenários para ilustrar o processo de análise**

Este artigo é recorte de um projeto maior que pretende o estudo de ambientes educacionais e tarefas exploratórias para o ensino e a aprendizagem matemática, desde a

educação Básica até o Ensino Superior, pensado a partir de um conjunto de fatores, com potencial para desenvolver o raciocínio matemático dos alunos e, em consequência disso, a aprendizagem matemática. O propósito da equipe executora do projeto é caracterizar o raciocínio matemático e seus processos, pensar tarefas que o integre nas aulas de matemática dos diferentes níveis de escolaridade, promover formação de professores que implementem tais ações em salas de aula e investigar dados oriundos das aulas resultantes desses processos.

Assim, a título de ilustração, apresentamos neste artigo dois cenários para ilustrar o procedimento de análise de dados que temos realizado no âmbito das investigações envolvendo o raciocínio matemático, desde os anos iniciais do Ensino Fundamental até o Ensino Superior.

O primeiro cenário escolhido é recorte do trabalho do terceiro autor no âmbito da Educação Básica, e a coleta de dados ocorreu em sua própria turma do 7º ano (Carneiro, 2021). São trazidos dois momentos: um deles na qual uma dupla de alunos resolve a tarefa envolvendo padrões (Figura 1); em outro, o professor realiza intervenções junto à dupla.

O segundo cenário envolve a análise de uma discussão conduzida pelo terceiro autor em uma de suas turmas de CDI 1 de um curso de Engenharia. São consideradas as discussões que ocorreram em torno de uma tarefa, proposta logo nas primeiras aulas da disciplina, envolvendo a representação gráfica da propagação de um boato ao longo do tempo. Visto que esses estudantes já haviam tido contato com uma definição formal de função em seu Ensino Médio, o objetivo, por meio da realização da tarefa analisada e outras similares (Trevisan, Silva, Carginin & Gonçalves, 2020), era que os alunos (re) significassem esse conceito. Buscou-se, por meio da tarefa, fomentar a articulação entre diferentes representações (linguagem natural, tabular, gráfica e algébrica), no intuito de coordenar a variação das quantidades envolvidas, reconhecendo a existência de taxas de variação e eventuais mudanças nessas taxas.

### **Procedimentos metodológicos na análise de processos de raciocínio dos estudantes do 7º ano**

Definido o contexto e a tarefa exploratória a ser proposta em uma turma do 7º ano de uma escola pública (Figura 1), o pesquisador e professor da turma organizou um quadro de análise referente aos processos de raciocínio que poderiam ser mobilizados (Quadro 3). Realizou então a coleta de dados, por meio de (a) protocolos contendo registros escritos das discussões em pequenos grupos de estudantes no trabalho com tarefas de natureza exploratória

e (b) áudios das discussões nesses pequenos grupos. Procedeu então à análise desses dados, como detalhado a seguir.

Ao observar a Figura que acompanhava a tarefa (Figura 1), a dupla formada pelas alunas Bianca e Jéssica<sup>1</sup> inicia a tarefa e identifica rapidamente o modo como o número de pontos aumenta a cada termo, citando o número 4. O professor repete às alunas a pergunta colocada no enunciado da primeira questão: quantos pontos há no termo 6? Bianca explicita uma conjectura que o número de pontos aumenta em 4 a cada termo e, a partir dela, elabora uma resposta à questão: há 23 pontos. No entanto, essa resposta está incorreta. Assim, o professor pergunta a Jéssica se ela concorda com essa resposta. A princípio, a estudante diz que a resposta está correta, mas depois muda de ideia e elabora uma justificativa de porque a resposta não é a correta.

**Professor:** Por que vinte e três?

**Bianca:** Porque eu contei seis e somei de quatro em quatro.

**Professor:** Quatro em quatro?

**Bianca:** Sim. Assim, professor: quinze. Eu acho, professor. Ou deu aqui, sei lá. Não, professor. Espera aí. Fiz errado.

**Jéssica:** Falei. Eu falei.

**Professor:** Fez errado? Errado onde?

**Bianca:** Não, professor. Foi certo.

**Professor:** Está vendo essas continhas? Põe na folha.

**Bianca:** Pode fazer então?

**Professor:** Põe na folha. Olha, esse três é o quê?

**Bianca:** É o quatro.

**Professor:** E esse mais quatro?

**Bianca:** É que eu somei mais.

**Professor:** Mas por que é quatro?

**Bianca:** Porque, tipo assim, aqui e aqui vai somando de quatro em quatro. Tem mais bolinhas...

**Professor:** Isso.

**Bianca:** Está certo?

**Professor:** Esse raciocínio está certo. Continua agora

Ao ser questionada pelo professor sobre como obteve sua resposta, Bianca justifica que somou “[...] de quatro em quatro”. No entanto, quando Bianca tenta validar sua conjectura utilizando exemplos, percebe que a estratégia que utilizou não estava correta. Logo em seguida, a aluna muda de opinião novamente. Então, o professor questiona sobre o significado dos números utilizados por Bianca em seus cálculos. Quando questionada sobre o porquê de ter utilizado o número 4, Bianca confirma que 4 é o número de pontos que cada termo possui a mais do que o anterior. Isso é evidenciado pela estudante quando diz: “[...] vai somando de quatro em

---

<sup>1</sup> Ao longo das transcrições, são utilizados nomes fictícios.



quatro”. A estratégia de Bianca era adicionar 4 ao número de pontos de todos os termos até chegar ao sexto. Como o número de pontos dos três primeiros termos foi possível de ser contado pelas alunas, já que eram dados como exemplos na tarefa, Bianca inicia as sucessivas adições a partir do 13, o número de pontos do termo 3. Depois disso, Bianca responde, incorretamente, que 13 adicionado a 4 é igual a 15. No entanto, Bianca logo percebe seu erro e começa a corrigir todos os cálculos que havia realizado.

Após algum tempo, as estudantes decidem apresentar uma nova resposta. Porém, mais uma vez, Bianca percebe que cometeu erros nos cálculos e começa a refazer a questão.

**Bianca:** Professor. Aqui, professor.

**Professor:** Estou indo.

**Bianca:** Então, professor. Está certo?

**Jéssica:** Sim. Vinte e cinco.

**Professor:** Então o que significa o vinte e cinco? O que é o vinte e cinco?

**Jéssica:** Espera aí, professor.

**Bianca:** Não. É de mais.

**Professor:** Vamos lá: vinte e cinco. O que significa o vinte e cinco?

**Bianca:** É todos os pontos.

**Professor:** Todos os pontos de qual figura?

**Jéssica:** Da seis.

**Professor:** A pergunta era: quantos pontos há no termo seis?

**Bianca:** Vinte e um. Aí é para explicar.

**Professor:** Na figura seis tem vinte e um?

**Bianca:** Não.

**Jéssica:** Não, professor. Ela pegou treze, fez mais quatro, deu dezessete. Ela pegou dezessete, mais quatro, deu vinte e um. Ela pegou vinte e um, fez mais quatro, deu vinte e cinco.

**Professor:** Entendi. Então qual é a resposta?

**Bianca:** Vinte e cinco.

**Jéssica:** Vinte e cinco.

**Professor:** E por que fazer isso dá certo?

**Bianca:** Porque quatro é o que, somando, o que acrescentou.

**Professor:** Isso. Isso mesmo. Então essa é a resposta certa e essa é a sua explicação

Agora, as alunas apresentam uma nova conjectura; a de que na 6ª figura há 25 pontos. O professor questiona o significado do 25. Em um primeiro momento, Bianca não se mostra completamente segura da resposta apresentada pela dupla, respondendo que 25 “É todos os pontos”. Jéssica, responde, quando questiono de qual figura seriam esses pontos “da [figura] seis”.

Contudo, quando o professor repete a pergunta do enunciado, Bianca diz que o número de pontos do termo 6 é 21, ao contrário da resposta que havia dado anteriormente. Porém, Jéssica consegue justificar a conjectura elaborada pela dupla, dizendo que partiram do 13, somaram 4

e obtiveram 17. Com isso, somaram 4 a 17 e obtiveram 21. Por fim, somando 4 a 21, obtiveram 25 (Figura 2).

**Figura 2** - Resposta de Jéssica na primeira questão

$$\begin{array}{r} 13 \\ + 4 \\ \hline 17 \end{array} \quad \begin{array}{r} 17 \\ + 4 \\ \hline 21 \end{array} \quad \begin{array}{r} 21 \\ + 4 \\ \hline 25 \end{array}$$

R = Porque quatro em quatro aumenta

**Fonte:** Dados da pesquisa

Questionadas novamente sobre qual era o total de pontos da 6ª figura, as estudantes disseram a mesma coisa: “Vinte e cinco”. Quando indagadas outra vez, Bianca apresenta uma justificativa semelhante à de Jéssica, dizendo que a resposta está correta porque foram acrescentando 4 sucessivamente ao número de pontos dos termos.

**Bianca:** É de mais. É, tipo, treze mais quatro, daí o resultado que deu é dezessete. Dezessete mais quatro vai dar vinte e um. Vinte e um mais quatro vai dar vinte e cinco.

Além disso, ainda foi possível identificar uma justificativa mais refinada de Bianca ao modo de obter uma resposta para a questão. Em determinado momento, Bianca reproduz a fala apresentada no diálogo acima, que é um relato bastante próximo ao feito por Jéssica anteriormente.

**Professor:** Vamos pensar assim: número quatro. Número quatro é importante.

**Bianca:** Porque ele aparece em todas as fotos. Todos esses negócios aqui.

**Professor:** Porque está crescendo de quatro em quatro. Lembra? Por isso ele é importante. Qual é a resposta? Esqueceu de pôr a resposta aqui. Essa é a explicação. A resposta é qual? Vinte e três ou vinte e cinco?

**Bianca:** Como?

**Professor:** A resposta, aqui, é vinte e três ou vinte e cinco?

**Bianca:** Vinte e cinco.

**Professor:** Sim. Escreve aqui. Aumenta. Olha, aumenta é com u. Isso. Vamos pensar assim então: usando o quatro e o termo da figura, termo um, dois, três. Pensa aí. Usando o número quatro e o número do termo. Você quer descobrir quantas bolinhas tem aqui.

Da análise realizada, concluímos que Bianca realizou o processo do raciocínio matemático de identificação de padrões, aqui entendido por nós como um processo que infere uma relação recursiva entre objetos ou relações matemáticas. Entendemos que Bianca identificou uma relação recursiva: o aumento de 4 no número de pontos em cada termo em

relação ao termo anterior. Quando o professor questionou o porquê de o 4 ser o número escolhido, Bianca disse: “Porque [...] aqui vai somando de quatro em quatro”. Além disso, Bianca utilizou essa conclusão como parte de sua estratégia para obter uma resposta para a questão. Pouco adiante na tarefa, a estudante adicionou 4 a 13, que é o número de pontos do termo 3, com o intuito de chegar até o número de pontos do termo 6. Entendemos que Jéssica também apresentou o processo do raciocínio matemático de identificação de padrões, visto que também demonstrou compreender que há uma relação recursiva no exemplo utilizado na tarefa, que é de que cada termo possui 4 pontos a mais em relação ao anterior.

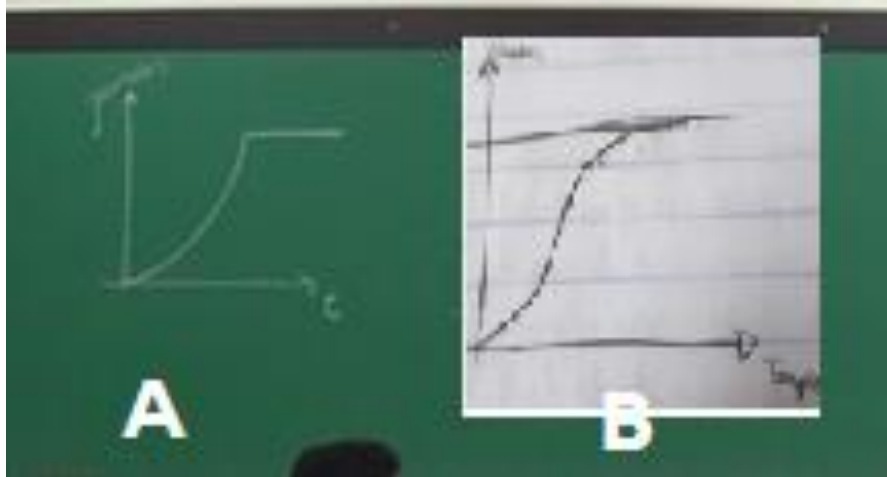
### **Procedimentos metodológicos para análise das ações do professor na condução de discussões em uma turma de CDI**

Nesse segundo exemplo, consideramos uma tarefa exploratória proposta aos estudantes de Engenharia que cursavam CDI 1, cujo enunciado foi o seguinte: “*Quando surge um boato em uma pequena cidade, inicialmente, o número de pessoas que ouviu começa crescendo lentamente e, conforme mais pessoas começam a saber e a comentar, espalha-se rápido, até quando o número de pessoas que sabe chegar ao limite de pessoas na região. Represente um gráfico que relacione a quantidade de pessoas que sabe do boato com o tempo*”.

Com base no Quadro 2, o pesquisador e professor da turma (terceiro autor) planejou suas ações e, durante a aplicação da tarefa, realizou a coleta de dados, por meio da produção de um vídeo da discussão coletiva a partir das resoluções dos estudantes. Procedeu então à análise desses dados, como detalhado a seguir.

Após dois diferentes gráficos serem reproduzidos no quadro negro por integrantes dos grupos (Figura 3, gráficos A e B), o professor conduziu a discussão no intuito de esclarecer o modo como cada equipe pensou, avaliar qual (is) deles atende (m) o enunciado da tarefa, e estabelecer comparações, determinando semelhanças e diferenças.

**Figura 3** – Gráficos produzidos pelas equipes na turma de CDI 1



**Fonte:** Dados da pesquisa

**Gabriel:** [referindo-se ao gráfico B] A região final dele, ao invés de continuar crescendo ele estabiliza porque vai chegar um momento que não tem mais pessoas para saber o boato.

**Professor:** E como é que se estabiliza? Isso aparece no desenho? (**Guiar/apoiar**)

**Gabriel:** O número de pessoas vai estabilizar, e começa que se estabiliza, isso nesse desenho aqui está assim [apontando para uma parte do gráfico].

**Diego:** [referindo-se ao gráfico A] O nosso a diferença é que ele não estabiliza de forma que ele estabiliza de uma vez. Ele forma um ângulo de 90 graus na estabilização. Cresce a mesma curva no tempo só que ele estabiliza de uma vez porque ele chega no limite de pessoas e se torna diferente desses.

**Eduardo:** Professor é que só para explicar, não sei se está certo [referindo-se ao gráfico B]. A gente pensou que o número de pessoas, conforme o tempo passa, ele cresce rapidamente. Seria aquela primeira parte [antes do ponto de inflexão] e depois ele cresce menos. Conforme vai passando o tempo o número de pessoas que têm na cidade vai acabar. Então vai estabilizar e conforme passa o tempo o mesmo número de pessoas vai saber, entendeu?

**Professor:** Essa ideia de vocês fez com que houvesse essa “viradinha” aqui [referindo-se ao ponto de inflexão do gráfico B]? (**Guiar/apoiar**)

**Eduardo:** Isso, porque não foi uma coisa abrupta.

**Diego:** [referindo-se ao gráfico A]. O crescimento máximo é atingido, daí ocorre o número máximo de pessoas. É nesse mesmo instante ele para de crescer ele estabiliza. No segundo [B], conforme pega o crescimento máximo ele começa a decair depois ele vai atingir.

**Professor:** Tecnicamente falando, decair o crescimento o que significa dizer que o crescimento? (**Desafiar**)

**Gabriel:** Decaiu o crescimento.

**Professor:** O que significa dizer que decaiu o crescimento? (**Desafiar**)

**Bruno:** Ele cresce mais lentamente

A partir da conjectura apresentada por Gabriel em relação ao gráfico B, reconhecemos que o professor executou ações da categoria guiar/apoiar. Ele incentivou os alunos a explicitarem justificativas para as construções apresentadas, conduzindo os estudantes Gabriel, Eduardo e Diego e elaborarem melhor suas justificativas. Também focalizou o pensamento do

aluno para fatos importantes, procurando diferenciar alguns aspectos sutis nos gráficos A e B, ação também da categoria guiar/apoiar. Em especial, chamou atenção para aquilo que denomina “viradinha”, referindo-se ao ponto de inflexão. Tal ação conduziu Diego a elaborar suas justificativas para o ponto de inflexão, tanto para o gráfico A quanto para o B. A ação de desafiar, por sua vez, esteve presente na continuidade da discussão, em que o professor solicitou aos alunos que explicassem o que significava a expressão “decair o crescimento”. Sua intenção foi pressionar os estudantes para uma explicação mais precisa, fornecida por Bruno ao final do diálogo.

Os argumentos apresentados pelos estudantes na explicação de sua construção, evidenciados no excerto acima, constituem aspectos importantes do desenvolvimento da capacidade de raciocinar covariacionalmente. Em especial, concluímos, da análise dos dados, que o contexto da tarefa levou os estudantes a reconhecer uma mudança na concavidade do gráfico como forma de representar o comportamento de uma variável (o número de novas pessoas que sabe o boato) que altera o “modo” como está crescendo. Esse conceito foi explorado de forma intuitiva, relacionando-o com a ideia de taxa de variação: se a taxa de variação é crescente, então o gráfico que representa a sequência é côncavo para cima; se a taxa de variação é decrescente, então o gráfico é côncavo para baixo, e a taxa de variação é constante.

### **Considerações finais**

Neste artigo, nossa intenção foi apresentar e discutir alguns aspectos metodológicos sobre a pesquisa envolvendo o raciocínio matemático em uma perspectiva escolar. Para isso, tomamos como base algumas das abordagens metodológicas que temos desenvolvido nos últimos anos visando compreender de que modo a realização de tarefas exploratórias (Ponte, 2005) aliadas às ações do professor (Araman, Serrazina & Ponte, 2019), podem contribuir para o desenvolvimento do raciocínio matemático dos estudantes.

A literatura apresenta o raciocínio matemático como uma das principais habilidades a serem desenvolvidas nas escolas (Mata-Pereira & Ponte, 2017), principalmente pelas contribuições que tem para a aprendizagem matemática nos vários níveis de escolaridade, desde os anos iniciais do Ensino Fundamental até o Ensino Superior (Trevisan & Araman, 2021).

A literatura também apresenta e discute dois aspectos pelos quais o raciocínio matemático pode ser compreendido: sua estrutura e seus processos (Jeannotte & Kieran, 2017).

O foco de nossas pesquisas centra-se nos processos do raciocínio matemático, que, de acordo com Jeannotte & Kieran (2017) são nove que foram discutidos e sintetizados no Quadro 1. Dessa forma, tomamos o Quadro 1 como suporte para discussão do tipo de análise que pode ser efetuada quando pretendemos realizar a análise e discussão dos dados em pesquisas sobre o raciocínio matemático, como ocorreu nos dois cenários apresentados neste artigo. Além disso, o Quadro 1 pode ser usado como referência para a análise de tarefas específicas, como foi o caso do Quadro 3 elaborado para discutir especificamente a tarefa exploratória da Figura 1.

Outro aspecto destacado neste artigo se refere às ações executadas pelos professores que podem apoiar o raciocínio matemático. Assim, o Quadro 2 apresenta uma categorização possível para a análise destas ações, já discutidas e validadas por Araman, Serrazina & Ponte (2019). Este quadro serve de suporte quando analisamos as ações realizadas pelos professores ao discutirem as tarefas exploratórias com os seus alunos, o que ocorreu no segundo cenário apresentado neste artigo. Categorizar e analisar as ações dos professores é um importante contributo para as pesquisas em formação de professores, principalmente aquelas direcionadas para a promoção do raciocínio matemático (Trevisan & Volpato, 2022).

Para além dos quadros teóricos que subsidiam as análises, fizemos e justificamos o enquadramento da pesquisa no âmbito das pesquisas qualitativas (Bogdan & Biklen, 1994), seguindo os pressupostos da *design-based research* (DBR) (Cobb *et al.*, 2003; Ponte *et al.*, 2016). Descrevemos e discutimos os procedimentos metodológicos que podem ser consideradas ao desenvolver pesquisas sobre o raciocínio matemático, a saber: a definição do contexto; a definição das tarefas exploratórias; a elaboração de quadros de análise; a coleta de dados; a análise dos dados.

Finalizamos o artigo apresentando dois cenários possíveis que exemplificam as pesquisas sobre o raciocínio matemático em diferentes níveis de escolaridade e que seguiram os procedimentos metodológicos por nós descritos em seu desenvolvimento. O primeiro, uma tarefa exploratória aplicada em uma turma de 7º ano do Ensino Fundamental na qual os dados foram coletados por meio da gravação em áudio das duplas de alunos resolvendo e discutindo a tarefa. Os dados foram transcritos e analisados a partir do quadro de análise elaborado especificamente para esta tarefa (Quadro 3). O foco da análise foram os processos de raciocínio mobilizados pelos alunos ao resolverem a tarefa. O segundo cenário traz a discussão de uma tarefa exploratória desenvolvida em uma turma de CDI de um curso de Engenharia. Os dados

foram coletados por vídeo e, após a transcrição, foram analisadas as ações executadas pelo professor durante as discussões com os alunos, tendo o Quadro 2 como suporte para a análise.

Dessa forma, tendo em consideração que as pesquisas sobre o raciocínio matemático em uma perspectiva escolar ainda são incipientes no Brasil, o intuito desse artigo trazer uma contribuição para a área, delineando uma opção metodológica dentre outras possíveis para a realização de pesquisas que almejam investigar o desenvolvimento do raciocínio matemático nos estudantes, tendo como pressuposto o uso de tarefas exploratórias e a relevância das ações dos professores.

## **Referências**

- Araman, E. M. O. & Serrazina, M. L. (2020). Processos de raciocínio matemático na resolução de tarefas exploratórias no 3º ano de escolaridade. *Revista Paranaense de Educação Matemática*, 9(18), 118-136.
- Araman, E. M. O., Serrazina, M. L. & Ponte J. P. (2019). “Eu perguntei se o cinco não tem metade”: ações de uma professora dos primeiros anos que apoiam o raciocínio matemático. *Educação Matemática Pesquisa*, 21(2), 466-490.
- Barbosa, J. C. & Oliveira, A. M. P. (2015). Por que a Pesquisa de Desenvolvimento na Educação Matemática? *Perspectivas em Educação Matemática*, 8(18), 527-546.
- Bogdan, R. & Biklen, S. (1994). *Investigação Qualitativa em Educação*. Porto: Porto Editora.
- Brasil. (2018). Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular: Educação é a base*. Brasília.
- Brasil. (2019) Ministério da Educação. Resolução no 2, de 24 de abril de 2019. *Diretrizes Curriculares Nacionais do Curso de Graduação em Engenharia*, Brasília, Brasil. Edição 89. Seção 1, p. 43.
- Brodie, K. *Teaching Mathematical Reasoning in Secondary School Classrooms*. Boston: Springer US, 2010.
- Carneiro, L. F. G. (2021). *Processos de raciocínio matemático mobilizados por alunos do Ensino Fundamental*. (Dissertação de mestrado). Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, PR, Brasil.
- Cobb, P., Confrey, J., Disessa, A., Lehrer, R. & Schauble, L. (2003). Design experiments in educational research. *Educational Researcher*, 32(1), 9-13.
- Ellis, A., Özgür, Z. & reiten, L. (2018). Teacher moves for supporting student reasoning. *Mathematics Education Research Journal*, 30(2), 1-26.
- Erickson, F. (1986). Qualitative Methods in Research on Teaching. In: M. Wittrock (Ed.). *Handbook of Research on Teaching*. (3. ed). Nova Iorque: MacMillan.

- Jeannotte, D. & Kieran, C. (2017) A conceptual model of mathematical reasoning for school mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 96(2), 1-16.
- Lannin, J., Ellis, A. & Elliot, R. (2011). *Developing Essential Understandings of Mathematical Reasoning for Teaching Mathematics in Prekindergarten-Grade 8*. Reston: NCTM.
- Lithner, J. A. (2008). A research framework for creative and imitative reasoning. *Educational Studies in Mathematics*, 67(3), 255-276.
- Lüdke, M. & André, M. (2018). *Pesquisa em educação: abordagens qualitativas*. (2. ed). Rio de Janeiro: E.P.U.
- Mata-Pereira, J. & Ponte, J. P. (2017). Enhancing students' mathematical reasoning in the classroom: teacher actions facilitating generalization and justification. *Educational Studies in Mathematics*, 6(92), 169-186.
- Mata-Pereira, J. & Ponte, J. P. (2018). Promover o Raciocínio Matemático dos Alunos: uma investigação baseada em design. *Bolema*, 32(62), 781-801.
- Morais, C., Serrazina, L. & Ponte, J. P. (2018). Mathematical Reasoning Fostered by (Fostering) Transformations of Rational Number Representations. *Acta Scientiae*, 20(4), 552-570.
- Ponte, J. P. (2002). Gestão Curricular em Matemática. In: GTI (Ed.). *O professor e o desenvolvimento curricular*. Lisboa: APM.
- Ponte, J. P., (2002). Investigar a nossa própria prática. In: GTI (Ed.). *Reflectir e investigar sobre a prática profissional*. Lisboa: APM.
- Ponte, J. P., Carvalho, R., Mata-Pereira, J. & Quaresma, M. (2016). Investigação baseada em design para melhor compreender e melhorar as práticas educativas. *Quadrante*, 7(2), 77-98.
- Ponte, J. P., Mata-Pereira, J. & Henriques, A. (2012). O raciocínio matemático nos alunos do Ensino Básico e do Ensino Superior. *Práxis Educativa*, 7(2), 355-377.
- Ponte, J. P., Mata-Pereira, J. & Quaresma, M. (2013). Ações do professor na condução das discussões matemáticas. *Quadrante*, 22(2).
- Ponte, J. P., Quaresma, M. & Mata-Pereira, J. (2020). Como desenvolver o raciocínio matemático na sala de aula? *Educação e Matemática*, 2(156), 7-11.
- Powell, A. B., Francisco, J. M. & Maher, C. A. (2004). Uma abordagem à análise de dados de vídeo para investigar o desenvolvimento de ideias e raciocínios matemáticos de estudantes. *Bolema*, 17(21), 81-140.
- Stein, M. K., Engle, R., Smith, M. & Hughes, E. (2008). Orchestrating productive mathematical discussions: five practices for helping teachers move beyond show and tell. *Mathematical Thinking and Learning*, 10(4), 313-340.
- Stylianides, G. J. (2009). Reasoning-and-Proving in School Mathematics Textbooks. *Mathematical Thinking and Learning*, 11(4), 258-288.



- Trevisan, A. L. & Araman, E. M.O. (2021). Processos de Raciocínio Matemático Mobilizados por Estudantes de Cálculo em Tarefas Envolvendo Representações Gráficas. *Bolema*, 35(69), 158-178.
- Trevisan, A. L. & Mendes, M. T. (2018). Ambientes de ensino e aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral organizados a partir de episódios de resolução de tarefas: uma proposta. *Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia*, 11(1), 209-227.
- Trevisan, A. L., Silva, D. D., Cargnin, C. & Gonçalves, W. J. (2020). Tarefas para o desenvolvimento do raciocínio covariacional. *Ensino da Matemática em Debate*, 7(2), 282-295.
- Trevisan, A. L. & Volpato, M. A. (2022). Discussões matemáticas em aulas de Cálculo Diferencial e Integral e as ações do professor. *Perspectivas da Educação Matemática*, no prelo.

***Autores:***

**Luís Felipe Gonçalves Carneiro**

Mestre em Ensino de Matemática pela Universidade Tecnológica Federal do Paraná e licenciado em Matemática pela Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Professor de Matemática da rede pública estadual do Paraná.  
E-mail: [luisfelipegcarneiro@gmail.com](mailto:luisfelipegcarneiro@gmail.com)  
ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-9139-0408>

**Eliane Maria de Oliveira Araman**

Licenciada em Ciências com habilitação em Matemática pelo Centro de Estudos Superiores de Londrina. Mestrado e Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual de Londrina. É docente do Departamento de Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná - Campus Cornélio Procópio e do Programa de Pós-Graduação Mestrado Profissional em Ensino de Matemática (PPGMAT). Realizou estágio pós-doutoral no Instituto de Educação da Universidade de Lisboa. Realiza suas pesquisas em História da Matemática na Educação Matemática, em Raciocínio Matemático e seus processos e em Formação de Professores.  
E-mail: [eliane.araman@gmail.com](mailto:eliane.araman@gmail.com)  
ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-1808-2599>

**André Luis Trevisan**

Licenciado em Matemática, Bacharelado e Mestrado em Matemática Aplicada pela Unicamp. Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual de Londrina. É docente do Departamento de Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná – Campus Londrina e do Programa de Pós-Graduação Mestrado Profissional em Ensino de Matemática (PPGMAT). Realizou estágio pós-doutoral na Universidade Federal do ABC. Realiza suas pesquisas em Ensino de Cálculo Diferencial e Integral, em Raciocínio Matemático e seus processos e em Formação de Professores.  
E-mail: [andreluistrevisan@gmail.com](mailto:andreluistrevisan@gmail.com)  
ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-8732-1912>

***Como citar o artigo:***

CARNEIRO, L. F. G.; ARAMAN, E. M. O.; TREVISAN, A. L. Procedimentos metodológicos na investigação do raciocínio matemático de estudantes ao resolverem tarefas exploratórias. **Revista Paradigma**, Vol. XLIII, Edição Temática: Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática, pp 132-157, mayo, 2022.