# Configuraciones de actividades de modelación matemática en la Educación Primaria: una construcción apoyada en el Análisis de Contenido

**Emerson Tortola** 

emersontortola@utfpr.edu.br https://orcid.org/0000-0002-6716-3635 Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR) Toledo, Brasil.

### Lourdes Maria Werle de Almeida

lourdes@uel.br https://orcid.org/0000-0001-8952-1176 Universidade Estadual de Londrina (UEL) Londrina, Brasil.

**Recibido:** 10/12/2021 **Aceptado:** 28/02/2022

#### Resumen

El objetivo de este artículo es investigar las configuraciones de las actividades de modelación matemática en la educación primaria. La metodología de investigación sigue un enfoque cualitativo. La investigación empírica involucró a 118 estudiantes, con edades entre 6 y 11 años, de las clases de 1° a 5° año de una escuela pública en el Estado de Paraná - Brasil, quienes desarrollaron actividades de modelación matemática con temas propuestos por los investigadores y por los propios estudiantes. Los datos producidos consisten en registros escritos y grabaciones de audio y video del desarrollo de actividades. El análisis de datos fue guiado por el análisis de contenido, especialmente en el conjunto de técnicas sistematizado por Laurence Bardin, y se detalla aquí para ilustrar el movimiento analítico de descripción e interpretación de las configuraciones inferidas. El análisis apunta a aproximaciones entre los encaminamientos de actividades en el 1º año; en el 2º y 3º años y en el 4º y 5º años, sugiriendo así tres configuraciones basadas en las acciones de los estudiantes. Estas configuraciones revelan 'formas de hacer modelación en la Educación Primaria' y difieren, en términos generales, en cuanto a los intereses de los estudiantes; el uso de las matemáticas y el lenguaje; y la objetividad y autonomía de los estudiantes en relación con el profesor en la interpretación y resolución de situaciones problema. Por lo tanto, brindan información sobre el desarrollo de las actividades modelación matemática en la Educación Primaria, contribuyendo para la indicación de encaminamientos para las prácticas de modelación en el aula en este contexto, así como para el avance de la modelación como área de investigación.

*Palabras clave:* Educación Matemática. Investigación Qualitativa. Tendencias en la Enseñanza de las Matemáticas. Educación Básica. Aula.

Configurações de atividades de modelagem matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental: uma construção subsidiada pela Análise de Conteúdo

### Resumo

O objetivo deste artigo consiste em investigar as configurações de atividades de modelagem matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental. A metodologia de pesquisa segue uma abordagem qualitativa. A pesquisa empírica envolveu 118 alunos, com idades entre 6 e 11 anos, de turmas do 1º ao 5º ano de uma escola pública do Estado do Paraná – Brasil, os quais desenvolveram atividades de modelagem matemática com temáticas propostas pelos pesquisadores e pelos próprios alunos. Os dados produzidos consistem em registros escritos e gravações em áudio e vídeo provenientes do desenvolvimento das atividades. A análise dos dados foi orientada pela análise de conteúdo, sobretudo no conjunto de técnicas sistematizado por Laurence Bardin, e é aqui detalhada para ilustrar o movimento analítico de descrição e interpretação das configurações inferidas. A análise aponta para aproximações entre os encaminhamentos das atividades no 1º ano; no 2º e 3º anos; e no 4º e 5º anos; sugerindo assim três configurações pautadas nas ações dos alunos. Essas configurações revelam 'modos de fazer modelagem nos anos iniciais' e diferenciam-se, em linhas gerais, quanto aos interesses dos alunos; ao uso da matemática e da linguagem; e à objetividade e à autonomia dos alunos com relação ao professor na interpretação e na resolução das situações-problema. Fornecem, portanto, compreensões acerca do desenvolvimento de atividades de modelagem matemática nos anos iniciais, contribuindo para a indicação de encaminhamentos de práticas de modelagem na sala de aula nesse contexto, bem como com o avanço da modelagem como área de pesquisa. Palavras-chave: Educação Matemática. Pesquisa Qualitativa. Tendências para o ensino de Matemática. Educação Básica. Sala de Aula.

# Configurations of Mathematical Modelling Activities in the Elementary School: a construction supported by Content Analysis

#### **Abstract**

The aim of this paper is to investigate the configurations of mathematical modelling activities in the Elementary School. The research methodology follows a qualitative approach. The empirical research involved 118 students, aged between 6 and 11 years, from 1st to 5th grade classes of a public school in the State of Paraná - Brazil, who developed mathematical modelling activities with themes proposed by the researchers and by students themselves. The data produced consist of written records and audio and video recordings from the development of activities. Data analysis was guided by content analysis, especially in the set of techniques systematized by Laurence Bardin, and it is detailed here to illustrate the analytical movement of description and interpretation of the inferred configurations. The analysis points to approximations between the forwarding of activities in the 1st grade; in the 2nd and 3rd grades; and in the 4<sup>th</sup> and 5<sup>th</sup> grades, thus suggesting three configurations based on the students' actions. These configurations reveal 'ways of doing modelling in the Elementary School' and differ, in general lines, in terms of students' interests; the use of mathematics and language; and the objectivity and autonomy of students in relation to the teacher in the interpretation and resolution of problem situations. Furthermore, they provide insights into the development of mathematical modelling activities in the Elementary School, contributing to the indication of referrals for modelling practices in the classroom in this context, as well as with the advancement of modelling as a research area.

*Keywords:* Mathematics Education. Qualitative Research. Trends in Mathematics Teaching. Basic Education. Classroom.

# Introdução

O ensino e a aprendizagem de matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental podem vir pautados em meios que possibilitem a apreensão de conceitos e métodos mediante situações desafiadoras e, até, como sugere English (2010), ter uma inspiração lúdica.

Uma possibilidade que vem sendo discutida para as práticas pedagógicas associadas ao ensino e à aprendizagem de matemática e que tem potencial para atender a essa demanda de formação nos anos iniciais é a modelagem matemática (Burak, 1992; English, 2010; Tortola, 2012, 2016; Tortola & Almeida, 2018; entre outros) ou, abreviadamente, modelagem.

A modelagem matemática constitui uma alternativa pedagógica que, de acordo com Almeida, Sousa & Tortola (2021), viabiliza uma leitura matemática, ou mesmo uma interpretação, ainda que parcial e idiossincrática, de situações-problema originadas na realidade.

Embora a modelagem venha se disseminando no âmbito da Educação Matemática como linha de pesquisa desde a década de 1980 (Almeida, Borssoi & Silva, 2015), no contexto dos anos iniciais ela apresenta um ritmo diferente de outros níveis de escolaridade, tanto em termos de pesquisa, quanto de práticas de sala de aula. Apesar de a primeira pesquisa sobre modelagem matemática nos anos iniciais datar da década de 1990, conduzida pelo professor pesquisador Dionísio Burak (Burak, 1992), foi apenas na última década que as publicações se intensificaram, como sinalizam as pesquisas no âmbito da pós-graduação *strictu sensu* (Machado, 2010; Kaviatkovski, 2012; Tortola, 2012, 2016; Zanella, 2016; Martin, 2019; Palma, 2019; Jocoski, 2020; Schrenk, 2020; e outras).

Essas pesquisas indicam a necessidade de investigações acerca da modelagem nos anos iniciais, a fim de compreender sua exequibilidade e identificar características e especificidades de sua prática, ou seja, com quais configurações atividades de modelagem são desenvolvidas com alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental. De acordo com o Dicionário de Português o termo 'configurar' refere-se a "dar ou tomar forma, feitio; desenhar, esculpir [...] revestir-se das características de; parecer, afigurar-se". A presente investigação, portanto, se dirige às configurações de atividades de modelagem nos anos iniciais, ou seja, às formas que tomam essas atividades quando desenvolvidas nesse contexto, em busca de características e especificidades que revelam 'modos de fazer modelagem nos anos iniciais'.

Para estruturar possíveis configurações nos valemos de uma pesquisa qualitativa. A pesquisa qualitativa em educação requer do pesquisador aventurar-se na busca por compreensões de uma realidade complexa, dinâmica, inextricável, constituída por práticas educacionais ou associadas a elas. O pesquisador, ainda que movido por seus interesses, encontra-se inserido em um contexto histórico, político e social, o que faz com que as questões de pesquisa, como indicam Lüdke & André (2014, p. 8), advenham, por um lado, "de uma curiosidade investigativa despertada por problemas revelados pela prática educacional", ou, por outro, influenciadas por uma atitude de pesquisa "que coloca o pesquisador no meio da cena investigada, participando dela e tomando partido na trama".

O papel do pesquisador, nesse contexto, é o de um agente articulador entre o conhecimento teórico construído na área e as novas evidências que serão estabelecidas a partir de uma atitude analítica e hermenêutica sobre as informações coletadas para a pesquisa. Devido à sua natureza específica, os problemas que orientam as pesquisas em educação requerem técnicas de análise adequadas (Lüdke & André, 2014). Para Miguélez (2002, p. 1-2), "a credibilidade dos resultados de uma investigação dependerá do nível de precisão terminológica, do seu rigor metodológico (adaptação do método ao objeto), da sistematização com que todo o processo é apresentado e da atitude crítica que o acompanha".

A análise de conteúdo tem sido utilizada com frequência para orientar a análise em investigações qualitativas, devido à sua versatilidade — capacidade de adaptar-se a uma variedade de pesquisas, inclusive associadas às práticas educacionais. Trata-se, segundo Bardin (2011), de um conjunto de técnicas de análise das comunicações que utiliza procedimentos sistemáticos de descrição do conteúdo das mensagens. Sua finalidade é a interpretação mediante inferências, considerando conhecimentos relativos às condições de produção/recepção dessas mensagens e recorrendo a indicadores (quantitativos ou qualitativos). Nesse sentido, "a análise de conteúdo oscila entre os polos do rigor da objetividade e da fecundidade da subjetividade. Absolve e cauciona o investigador por esta atração pelo escondido, o latente, o não aparente, o potencial de inédito (do não dito)" (Bardin, 2011, p. 15).

A opção pela análise de conteúdo como método de análise dos dados no presente artigo se respalda, entre outros aspectos, na assertiva de Klüber & Burak (2012) de que é preciso ir além do confronto imediato entre os dados coletados e as teorias, e valorizar critérios analíticos interpretativos.

Pautamos nossas discussões na análise de conteúdo como um conjunto de instrumentos metodológicos pertinentes à pesquisa qualitativa e em uma investigação com modelagem matemática na perspectiva da Educação Matemática considerando práticas de sala de aula com alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Os dados que subsidiam nossas discussões consistem em registros escritos de alunos e gravações em áudio e vídeo provenientes de quinze atividades de modelagem matemática desenvolvidas com 118 alunos, com idades entre 6 e 11 anos de turmas de 1°, 2°, 3°, 4° e 5° anos de uma escola pública do Estado do Paraná – Brasil, com temáticas propostas pelo pesquisador (um dos autores deste artigo) ou pelos próprios alunos. A produção de dados seguiu orientações de uma observação participante (Gutiérrez & Delgado, 1995), uma vez que o pesquisador, além desse papel, atuou como professor exclusivamente no desenvolvimento das atividades, e a análise dos dados, por sua vez, foi orientada por uma atitude heurística, a fim de tecer novas compreensões sobre o fenômeno sob inquérito (Bicudo, 1993; Bardin, 2011).

Iniciamos nossas discussões apresentando considerações sobre a análise de conteúdo. Na sequência, abordamos a modelagem matemática, considerando, particularmente, aspectos relativos aos anos iniciais do Ensino Fundamental. Por fim, descrevemos o movimento analítico visando estruturar configurações para a prática da modelagem matemática nos anos iniciais.

### Análise de Conteúdo: um conjunto de técnicas de análise

A análise de conteúdo, de acordo com Bardin (2011, p. 15), é "um conjunto de instrumentos metodológicos cada vez mais sutis e em constante aperfeiçoamento, que se aplicam a 'discursos' (conteúdos e continentes) extremamente diversificados". É marcada por uma "disparidade de formas e adaptável a um campo de aplicação muito vasto: as comunicações" (Bardin, 2011, p. 37).

De acordo com a autora, "o fator comum dessas técnicas múltiplas e multiplicadas – desde o cálculo de frequências que fornece dados cifrados, até a extração de estruturas traduzíveis em modelos – é uma hermenêutica controlada, baseada na dedução: a inferência" (Bardin, 2011, p. 15). A inferência é o que viabiliza a passagem, explícita e controlada, da descrição (enumeração das características do texto, resumida após tratamento) à interpretação (significação concedida a essas características). A inferência, segundo Bardin (2011), pode

servir a dois tipos de problemas: os que buscam as causas ou antecedentes da mensagem; e os que investigam seus possíveis efeitos.

Com essas características, a análise de conteúdo, como pondera Moraes (1999, p. 9), conduz a "descrições sistemáticas, qualitativas ou quantitativas, [e] ajuda a reinterpretar as mensagens e a atingir uma compreensão de seus significados num nível que vai além de uma leitura comum". Isto é, ela permite, desde o momento da coleta ou produção de dados, interpretar as informações obtidas e, sistematicamente, conduz o pesquisador a uma imersão nos dados, fornecendo-lhe interpretações que vão além do que está explícito, interpretações que, se analisadas minuciosamente e exaustivamente, podem se consolidar em compreensões.

Essas "mensagens" (Moraes, 1999) ou "discursos" (Bardin, 2011) podem ser analisados sob diferentes perspectivas e, de certo modo, essa análise reflete o olhar do pesquisador, que vem revestido de suas percepções sobre os dados, conforme seus interesses de pesquisa, mas, sobretudo, respaldado em um movimento de reflexão teórica sobre o conteúdo evidenciado. Nesse sentido, como argumenta Moraes (1999), a pesquisa precisa de uma clara explicitação de seus objetivos, assim como do seu contexto.

O contexto dentro do qual se analisam os dados deve ser explicitado em qualquer análise de conteúdo. Embora os dados estejam expressos diretamente no texto, o contexto precisa ser reconstruído pelo pesquisador. Isto estabelece certos limites. Não é possível incluir, nessa reconstrução, todas as condições que coexistem, precedem ou sucedem a mensagem, no tempo e no espaço. Não existem limites lógicos para delimitar o contexto da análise. Isto vai depender do pesquisador, da disciplina e dos objetivos propostos para a investigação, além da natureza dos materiais sob análise (Moraes, 1999, p. 5).

Além disso, a análise de conteúdo, como pontua Bardin (2011, p. 35), "que deveria ser aplicável – com maior ou menor facilidade, é certo – a todas as formas de comunicação, seja qual for a natureza do seu suporte [...], possui duas funções que na prática podem ou não dissociar-se": uma função heurística, voltando-se a aspectos exploratórios, com maior propensão à descoberta; uma função de administração da prova, na qual hipóteses diretrizes, na forma de questões ou de afirmações provisórias, são verificadas a fim de obter uma confirmação ou uma informação. Ou, ainda, como coloca a autora, análise de conteúdo "para servir de prova" e análise de conteúdo "para ver o que dá", respectivamente.

A análise de conteúdo, portanto, como caracterizam Navarro & Díaz (1995, p. 182), deve ser entendida como "um conjunto de mecanismos capazes de produzir *perguntas* e não como uma receita para obter respostas". Em outras palavras, "deve ser concebida como um

procedimento destinado a desestabilizar a inteligibilidade imediata da superfície textual, mostrando seus aspectos não diretamente intuitivos e, no entanto, presentes".

Para Bardin (2011), essas técnicas ou mecanismos de análise podem ser organizados em três polos cronológicos (ainda que eventualmente possam ocorrer em uma ordem diferente da apresentada): a pré-análise; a exploração do material; o tratamento dos resultados, a inferência e a interpretação.

A pré-análise é a fase de organização do material e tem por objetivo "tornar operacionais e sistematizar as ideias iniciais, de maneira a conduzir a um esquema preciso do desenvolvimento das operações sucessivas, num plano de análise" (Bardin, 2011, p. 126). As finalidades dessa fase consistem em: escolher o material a ser submetido à análise; definir as hipóteses e os objetivos da análise; a elaboração de indicadores para subsidiar a interpretação.

Em geral, se inicia com o que a autora denomina de "leitura flutuante", que consiste no contato do pesquisador com o material a ser analisado, deixando-se invadir por impressões e orientações. É preciso estar atento, pois várias hipóteses – e perguntas, como pontuam Navarro e Díaz (1995), – podem surgir. Para identificá-las, Bardin (2011, p. 128) sugere que nos questionemos "será verdade que, tal como é sugerido pela análise a *priori* do problema e pelo conhecimento que dele possuo, ou, como as minhas primeiras leituras me levam a pensar, que...?". A formulação de tais hipóteses pode auxiliar na seleção dos materiais e na adequação dos objetivos da pesquisa e o registro dessas hipóteses pode auxiliar, posteriormente, nas inferências e interpretações, servindo como índices ou indicadores de como proceder a análise.

De acordo com Bardin (2011, p. 130), "desde a pré-análise devem ser determinadas operações *de recorte do texto* em unidades comparáveis de *categorização* para análise temática e de modalidade de *codificação* para o registro dos dados". A autora propõe que "se as diferentes operações da pré-análise forem convenientemente concluídas, a fase de análise propriamente dita não é mais do que a aplicação sistemática das decisões tomadas" (Bardin, 2011, p. 131).

A fase de "exploração do material", portanto, incide na aplicação de forma sistemática das decisões tomadas na primeira fase. "Longa e fastidiosa, consiste essencialmente em operações de codificação, decomposição ou enumeração, em função de regras previamente formuladas" (Bardin, 2011, p. 131).

A decomposição do material, ou fragmentação, como chama Moraes (1999), refere-se à ação de enumeração de passagens, ou elementos, que podem servir como indicadores,

indicativos de sentido em relação ao fenômeno sob investigação. Trata-se de um trabalho minucioso que conduz à codificação, a qual pode ser entendida como uma transformação "dos dados brutos do texto, transformação esta que, por recorte, agregação e enumeração, permite atingir uma representação do conteúdo ou da sua expressão; suscetível de esclarecer o analista acerca das características do texto, que podem servir de índices" (Bardin, 2011, p. 133). Na codificação efetuamos três escolhas: o recorte do material, que implica na escolha das unidades para análise; a enumeração das passagens e definição das regras de contagem; e a classificação e agregação, que culminam na construção das categorias.

A escolha das unidades para análise, segundo Bardin (2011), deve responder de maneira pertinente às características do material e à questão ou objetivos da pesquisa. Dois tipos de unidades são indicados pela autora: unidades de registro e unidades de contexto. Uma unidade de registro "é a unidade de significação codificada e correspondente ao segmento de conteúdo considerado unidade de base, visando a categorização e a contagem frequencial" (Bardin, 2011, p. 134). Pode ser de natureza e dimensões muito variáveis. Uma unidade de contexto, por sua vez, "serve de unidade de compreensão para codificar a unidade de registro e corresponde ao segmento da mensagem, cujas dimensões (superiores às da unidade de registro) são ótimas para que se possa compreender a significação exata da unidade de registro" (Bardin, 2011, p. 134). Pode ser, por exemplo, a frase para a palavra e o parágrafo para o tema.

Esse processo de escolha das unidades, unitarização conforme Moraes (1999), coloca o pesquisador em contato com o material, de modo a conduzi-lo a observações de características comuns e permitindo-lhe realizar classificações e agrupamentos, ou ao que Bardin (2011, p.147) denomina por categorização.

A categorização é uma operação de classificação de elementos constitutivos de um conjunto por diferenciação e, em seguida, por reagrupamento segundo o gênero (analogia), com os critérios previamente definidos. As categorias são rubricas ou classes, as quais reúnem um grupo de elementos (unidades de registro, no caso da análise de conteúdo) sob um título genérico, agrupamento esse efetuado em razão das características comuns destes elementos.

Por fim, o "tratamento dos resultados obtidos, a inferência e a interpretação" é a fase em que "os resultados são tratados de maneira a serem significativos ('falantes') e válidos" (Bardin, 2011, p. 131). Os dados podem ser avaliados por meio de análises estatísticas e condensados em quadros, diagramas, gráficos, figuras para elucidar as informações obtidas de modo que o pesquisador possa "propor inferências, adiantar interpretações a propósito dos objetivos

previstos – ou que digam respeito a outras descobertas inesperadas" (Bardin, 2011, p. 131). Esses resultados, e procedimentos empreendidos, podem ser utilizados com fins teóricos ou pragmáticos, ou, ainda, como orientações para uma nova análise.

Seguindo esses encaminhamentos propostos pela análise de conteúdo, na presente pesquisa o processo de análise é dirigido a atividades de modelagem matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

# O fenômeno sob investigação: configurações de atividades de modelagem matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental

A modelagem matemática surge no âmbito da Educação Matemática como uma alternativa às práticas pedagógicas e viabiliza um olhar para situações do mundo real amparado na matemática e envolve, de acordo com Stillman (2015, p. 44), o uso de "conceitos, estruturas e relações matemáticas para descrever e caracterizar, ou modelar, uma situação do mundo real de modo que capture suas características essenciais". Nessa perspectiva, essa alternativa vem revestida de intenções e, segundo a autora, vislumbra para as aulas de matemática condições para desenvolver uma forma de ver o mundo, tanto pelos professores, quanto pelos alunos.

Porém, provavelmente por conta de suas origens na Matemática Aplicada, que pressupõe a produção de modelos matemáticos como forma de propor soluções a problemas reais (Bassanezi, 2004), no âmbito da Educação Matemática a modelagem foi disseminada inicialmente nos anos finais do Ensino Fundamental, no Ensino Médio e na Educação de Jovens e Adultos – em termos da Educação Básica –, como apontam Silva & Klüber (2012), colocando dúvidas sobre a exequibilidade da prática da modelagem nos anos iniciais.

Algumas pesquisas foram desenvolvidas desde então e sinalizam que o objetivo de modelar problemas reais, no âmbito da Educação Matemática, deve se dar em consonância com a idade e os conhecimentos dos alunos, e até mesmo de acordo com seus interesses. Isso requer uma releitura dos procedimentos empreendidos na atividade de modelagem, reconhecendo a linguagem dos alunos como forma de interpretação de problemas e de comunicação de ideias (Tortola, 2016).

Considerando esse entendimento, optamos por desenvolver atividades de modelagem com diferentes turmas dos anos iniciais do Ensino Fundamental, nas quais observamos os caminhos, as abordagens, os encaminhamentos matemáticos adotados pelos alunos ao desenvolver as atividades, suas ações, suas escolhas, suas argumentações, o modo como eles lidam com a matemática, com a linguagem, e como eles entendem esse tipo de atividade de modo a delinear configurações de atividades de modelagem matemática nos anos iniciais.

Esse delineamento se deu por um caminho metodológico fundamentado na análise de conteúdo que, em virtude de suas características e abrangência, tem sido utilizada para dar suporte a pesquisas de diferentes naturezas, inclusive a pesquisas qualitativas com modelagem matemática, seja para compreender como pode ser utilizada em práticas de sala de aula, seja para contribuir com seu desenvolvimento teórico.

Mutti, Matioli & Klüber (2018), por exemplo, utilizaram a análise de conteúdo para realizar uma metapequisa a respeito da questão: O que se mostra da relação entre a Modelagem Matemática e a Teoria dos Registros de Representação Semiótica, nos artigos publicados na Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática? Os resultados obtidos pelos autores indicam que "atividades de Modelagem favorecem não só a mobilização de diferentes registros de representação como transformações entre eles, notadamente, a conversão do registro gráfico para o algébrico, deveras incomum no contexto escolar" (Mutti, Matioli & Klübler, 2018, p. 21).

Costa e Pontarolo (2019), em pesquisa sobre a prática da educação ambiental na disciplina de Matemática por meio da modelagem, produziram dados em quatro turmas de 9º ano do Ensino Fundamental através de questionários semiestruturados, registros em diário de campo e entrevistas de grupo focal, os quais foram submetidos à análise de conteúdo. Categorias concernentes à educação ambiental e à modelagem matemática foram obtidas. Os autores concluíram que "os estudantes apresentaram melhor compreensão da realidade ambiental e da matemática por meio da modelagem matemática" (Costa & Pontarolo, 2019, p. 149).

Já Seki & Almeida (2019) usaram a análise de conteúdo para investigar o ensino de matemática financeira por meio da modelagem, em uma disciplina de Matemática Financeira de um curso de Licenciatura em Matemática. As análises, segundo os autores, conduziram a "três categorias relativas às possibilidades da modelagem matemática: o ensino de Matemática Financeira na modelagem descritiva; o ensino da Matemática Financeira na modelagem prescritiva; e modelagem matemática como possibilidade de integrar a Educação Financeira no ensino de Matemática Financeira" (Seki & Almeida, 2019, p. 63).

Por fim, Castro & Veronez (2020) utilizaram a análise de conteúdo para elaborar compreensões a respeito dos procedimentos manifestados por alunos de um 8º ano do Ensino Fundamental ao desenvolverem atividades de modelagem matemática. Cinco categorias foram construídas: focalizam a temática em estudo; indicam a organização do trabalho a ser realizado; depõem a escolha de estratégias; revelam o uso ou a compreensão de conceitos matemáticos; e denotam processos avaliativos. As autoras concluíram com a análise que "os procedimentos aparecem interligados, dependentes um do outro e se completam ao longo da atividade, ou seja, os procedimentos se complementam na medida em que os alunos buscam responder ao problema que originou a atividade de modelagem matemática" (Castro & Veronez, 2020, p. 314).

Essas pesquisas, que se valem da análise de conteúdo, sinalizam diferentes usos desse tipo de análise em investigações com modelagem matemática, fornecendo compreensões a respeito de seu uso em práticas de sala de aula, de como pode ser articulada a outras teorias associadas ao ensino e à aprendizagem da matemática e de seu desenvolvimento como campo de pesquisa, indicando avanços e desafios. No presente artigo, nossa análise, respaldada na análise de conteúdo, visa estruturar possíveis configurações de atividades de modelagem matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

# Um movimento analítico: construção das configurações de atividades de modelagem matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental

Para investigar as configurações de atividades de modelagem matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental, assumimos uma atitude investigativa na pesquisa, orientada pela análise de conteúdo, cujo movimento analítico de descrição e interpretação empreendido detalhamos nesta seção. Tendo em vista a natureza da pesquisa e os objetivos definidos para a investigação, determinamos que os dados seriam produzidos a partir do desenvolvimento de atividades de modelagem matemática com alunos de cinco turmas dos anos iniciais do Ensino Fundamental, uma de cada ano escolar: 1°, 2°, 3°, 4° e 5° anos, sendo três atividades com temáticas propostas pelo professor-pesquisador (crescimento das unhas, desafio do balde de gelo, coleta de lixo), comuns às cinco turmas; e doze atividades com temáticas escolhidas pelos próprios alunos: duas no 1° ano (neve, peixes), duas no 2° ano (joaninhas, tigres), uma no 3° ano (recordes), três no 4° ano (animais, ser humano, sono) e quatro no 5° ano (animais, cabelo, futebol, plantas), totalizando quinze atividades.

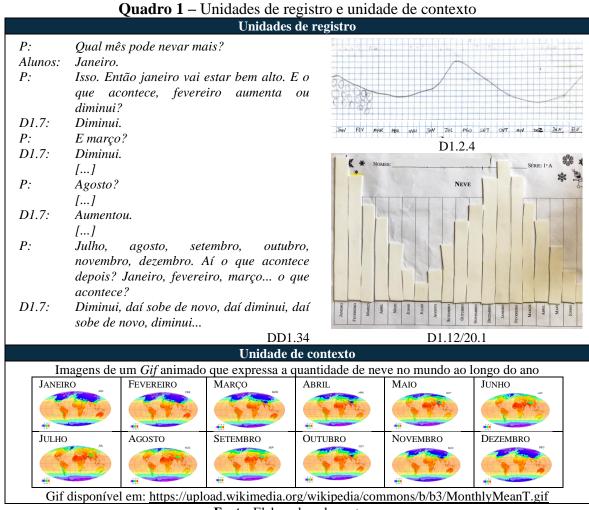
O desenvolvimento das atividades ocorreu durante as aulas regulares, com os alunos organizados em grupos e teve o acompanhamento de quatro das cinco professoras regentes das turmas por praticamente todo o tempo — ausentavam-se da sala de aula apenas por eventualidades, por opção própria, pois as deixamos à vontade para participar ou não, embora no momento do convite ressaltamos possíveis contribuições que poderiam decorrer da participação delas, tendo em vista a oportunidade de conhecer uma alternativa pedagógica para as suas aulas. Os instrumentos utilizados para a produção dos dados foram: filmadora, telefone celular, câmera fotográfica, gravadores de voz, diário de campo do professor-pesquisador e folhas em branco para que os alunos pudessem fazer seus registros.

Considerando que o processo analítico segue os encaminhamentos da análise de conteúdo, inicialmente, na fase da "pré-análise", os dados produzidos foram submetidos a uma leitura flutuante com a finalidade de entrar em contato com os documentos a analisar, obter as primeiras impressões e definir direções para a análise. Assim, a pré-análise incluiu a retomada das gravações, a observação das imagens e a leitura das anotações do diário de campo e dos registros dos alunos. Essa leitura flutuante proporcionou a seleção de diálogos que foram transcritos, a escolha de imagens que retratam as ações dos alunos e a identificação de registros representativos das resoluções. Dessa forma, auxiliou na escolha dos documentos que constituíram o *corpus* da pesquisa – universo composto pelos materiais a serem analisados – e na preparação desse material para a análise.

Com esse olhar atento para os dados observamos algumas características em relação ao desenvolvimento das atividades que se mostraram comuns ou semelhantes e se revelaram como indicativas, índices, das ações realizadas pelos alunos. A organização sistemática desses índices resultou em oito indicadores de ações dos alunos: (1) definição do tema e coleta de informações; (2) discussões; (3) formulação do problema; (4) idealização da situação; (5) formulação do modelo matemático; (6) apresentação da resposta para o problema; (7) avaliação dos resultados; e (8) socialização dos encaminhamentos. Para nos certificarmos da eficácia e da pertinência desses indicadores, consultamos os dados de todas as atividades desenvolvidas, verificando passagens ou elementos que pudessem ratificá-los. Também buscamos na literatura argumentos teóricos que pudessem sustentá-los, sobretudo em descrições de atividades de modelagem matemática, particularmente na de Almeida, Silva & Vertuan (2012), garantindo a construção de indicadores precisos e seguros, como resultado da pré-análise.

Na fase de exploração do material, nos coube escolher as unidades para análise, em conformidade com os indicadores definidos. As unidades de registro foram definidas como: trechos de diálogos, seja entre os alunos nos grupos, seja entre alunos e o professor-pesquisador, ou a professora regente; e recortes dos registros dos alunos, podendo eles serem textos, gráficos, desenhos, operações matemáticas etc., ou ainda, elementos pertencentes a eles. As unidades de contexto, por sua vez, foram os diálogos ou as informações que contextualizaram uma discussão ou registro e davam sentido ao trecho ou resolução matemática, por exemplo, definidos como unidades de registro.

O Quadro 1 apresenta três exemplos de unidades de registro, com sua respectiva unidade de contexto. Essas unidades dizem respeito à atividade "Neve", quarta atividade desenvolvida por um grupo de alunos do 1º ano – com tema escolhido por eles, cujo objetivo foi investigar o território mundial em que neva ao longo do ano.



Fonte: Elaborado pelos autores

Cada unidade de registro foi enumerada e identificada com um código de modo a indicar sua fonte, e facilitar a sua localização. Para a construção desse código foram considerados, para os registros dos alunos, os seguintes elementos: a atividade (A até D), o ano escolar (1 até 5), o(s) aluno(s) (1 até n, de acordo com a quantidade de alunos de cada turma) e a ordem de ocorrência (1 até n, podendo variar de acordo com a quantidade de ocorrências de cada atividade). Para os diálogos, apenas acrescentamos a letra D no início do código e desconsideramos o elemento aluno, uma vez que as unidades de registro provenientes deles poderiam envolver falas de mais de um aluno.

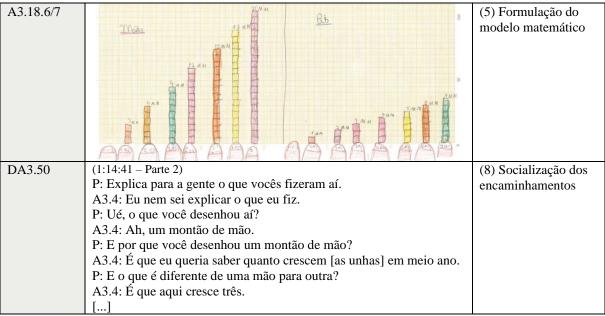
Os códigos DD1.34, D1.2.4 e D1.12/20.1, por exemplo, apresentados no Quadro 1, podem ser interpretados respectivamente como: trigésima quarta unidade de registro, observada nos diálogos do 1º ano, na quarta atividade; quarta unidade de registro, observada nos registros do aluno 2, do 1º ano, na quarta atividade; e primeira unidade de registro, observada nos registros conjuntos dos alunos 12 e 20, do 1º ano, na quarta atividade.

Para codificar os registros dos alunos, usamos as resoluções deles indicando em cada uma as unidades de registro com os códigos definidos pelas regras de enumeração, os quais foram organizados em quadros, em arquivos digitais, por aluno, ano escolar e atividade. Os diálogos, por sua vez, foram codificados diretamente em arquivos digitais, também por ano escolar e atividade. Nesses quadros indicamos o código, o trecho referente à unidade de registro e a minutagem referente à unidade de contexto. Acrescentamos, ainda, uma coluna na qual indicamos a adesão a um dos indicadores.

O Quadro 2 apresenta um recorte que ilustra esse movimento de codificação e exemplifica alguns dos indicadores definidos, com trechos de diálogos ou registros de alunos do 3º ano para a atividade "Crescimento das Unhas", primeira atividade desenvolvida por eles, cujo tema foi proposto pelo professor-pesquisador com o intuito de determinar de quanto em quanto tempo devemos cortar as unhas.

Quadro 2 – Codificação das unidades de registro

Código	Unidades de registro	Indicador
DA3.10	(23:43 – Parte 1)	(2) Discussões
	P: O comprimento total de suas unhas (leitura de uma reportagem)	(Matemática)
	A3.4: Seis metros e dois centímetros!? Meu Deus	
	P: Vocês têm ideia de quanto mede isso?	
	[]	



Fonte: Elaborado pelos autores

O Quadro 3, por sua vez, exemplifica a organização das unidades de registro obtidas a partir dos diálogos e dos registros dos alunos do 3º ano, já codificadas e agrupadas conforme os indicadores, para a atividade "Crescimento das Unhas".

**Quadro 3** – Organização das unidades de registro conforme indicadores

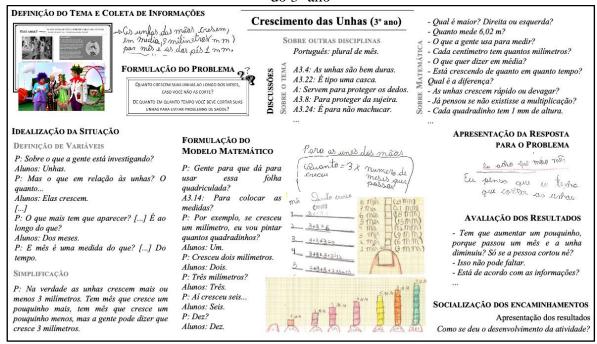
Indicador			Unidades de registro	
(1) Definição do tema e coleta de		e coleta de	DA3.3, DA3.5, DA3.7, DA3.9, DA3.11, DA3.13, DA3.16, DA3.18,	
informações	informações		DA3.20, DA3.23, DA3.28, A3.1.1, A3.2.1, A3.3.2, A3.4.1, A3.5.1,	
			A3.6.1, A3.7.1, A3.8.1, A3.9.1, A3.10.1, A3.11.1, A3.12.1, A3.13.1,	
			A3.14.5, A3.15.2, A3.16.1, A3.17.1, A3.18.1, A3.19.1, A3.20.1,	
			A3.21.1, A3.22.1, A3.23.1, A3.24.1, A3.25.1	
(2) Discussões	(2) Discussões Matemática		DA3.10, DA3.12, DA3.14, DA3.17, DA3.19, DA3.21, DA3.25,	
			DA3.39, DA3.43, DA3.46, DA3.49, DA3.51, DA3.53, DA3.55,	
			DA3.57, A3.3.1, A3.15.1	
	Ten	na	DA3.2, DA3.4, DA3.6, DA3.8, DA3.15, A3.22.3	
	Out	ras disciplinas	DA3.41	
(3) Formulação de	(3) Formulação do problema		DA3.1, DA3.22, DA3.27, DA3.32, DA3.59	
(4) Idealização da	situa	ção	DA3.33, A3.6.2, A3.16.2	
(5) Formulação	Resolução		DA3.24, DA3.26, DA3.29, DA3.31, DA3.35, DA3.37, DA3.40,	
do modelo			DA3.56, DA3.58, DA3.60	
matemático		Aritmético	A3.1.2, A3.1.3, A3.4.2, A3.4.3, A3.4.4, A3.6.5, A3.7.2, A3.7.3,	
	SC	aditivo	A3.11.5, A3.14.1, A3.14.2, A3.19.2, A3.19.5, A3.20.3, A3.21.4	
	lelc	Descritivo	A3.1.4, A3.1.5, A3.2.2, A3.2.3, A3.3.3, A3.3.4, A3.4.7, A3.5.2,	
	de modelos		A3.5.3, A3.6.3, A3.7.4, A3.8.2, A3.8.3, A3.9.3, A3.9.4, A3.10.3,	
			A3.10.4, A3.11.2, A3.11.3, A3.14.3, A3.14.4, A3.16.3, A3.18.4,	
			A3.18.5, A3.19.3, A3.20.2, A3.20.7, A3.21.2, A3.21.6, A3.22.2,	
	Tipos		A3.23.4, A3.23.5, A3.24.2, A3.25.3, A3.25.4	
	T	Gráfico	A3.1.7, A3.2.4, A3.2.5, A3.3.5, A3.4.8, A3.4.9, A3.6.4, A3.7.5,	
		pictórico	A3.8.5, A3.9.6, A3.10.6, A3.13.2, A3.13.3, A3.16.4, A3.17.2,	

			A3.19.4, A3.19.6, A3.19.7, A3.20.5, A3.20.6, A3.21.3, A3.21.5,		
			A3.24.3, A3.24.4, A3.25.6		
		Gráfico	A3.1.6, A3.5.5, A3.5.6, A3.7.6, A3.8.4, A3.9.5, A3.10.5, A3.11.6,		
		geométrico	A3.11.7, A3.12.6, A3.12.8, A3.14.6, A3.14.7, A3.15.6, A3.15.7,		
			A3.18.6, A3.18.7, A3.19.8, A3.22.4, A3.22.5, A3.23.6, A3.23.7,		
			A3.25.5		
		Tabular	A3.10.2, A3.16.5, A3.18.2, A3.18.3, A3.20.4, A3.23.2, A3.23.3,		
			A3.25.2		
		Textual	A3.4.6, A3.19.9		
(6) Apresentação da resposta para o		sposta para o	DA3.61, A3.4.5, A3.5.4, A3.9.2, A3.11.4, A3.12.2, A3.12.3, A3.12.4,		
problema			A3.12.5, A3.12.7, A3.15.3, A3.15.4, A3.15.5, A3.15.8		
(7) Avaliação	Cor	reção	DA3.34, DA3.38, DA3.47		
dos resultados	Val	idação	DA3.44		
(8) Socialização dos		•	DA3.30, DA3.36, DA3.42, DA3.45, DA3.48, DA3.50, DA3.52,		
encaminhamentos			DA3.54		

Fonte: Elaborado pelos autores

Para cada atividade foi construído também um esquema que sintetiza as ações dos alunos de cada turma, conforme os indicadores definidos. O Quadro 4, por exemplo, apresenta a síntese do desenvolvimento da atividade "Crescimento das Unhas", pelos alunos do 3° ano, cujas unidades de registro foram expostas no Quadro 3 e exemplificadas no Quadro 2.

**Quadro 4** – Síntese do desenvolvimento da atividade "Crescimento das Unhas" com alunos do 3º ano



Fonte: Elaborado pelos autores

Uma análise comparativa dos oito indicadores foi orientada por uma descrição cuidadosa e sistemática de cada um deles<sup>1</sup>, como sugere Moraes (1999), o que permitiu inferências a respeito das aproximações entre as ações dos alunos, pautadas em argumentos teóricos e nas semelhanças observadas a partir da organização das unidades de registro.

No que diz respeito à "definição do tema e à coleta de informações", observamos que de modo geral os alunos escolheram temas de seu interesse ou que lhes despertaram alguma curiosidade ou vontade de saber mais a respeito. Enquanto alunos do 1° ano escolheram temas associados a atividades lúdicas, como filmes, desenhos etc. (neve e peixes) ou que estão associados a desejos e aspirações (navios, carros etc.), alunos do 2° e 3° anos apresentaram interesse em temas já estudados ou que lhes chamavam atenção, como os animais (tigres e joaninhas, por exemplo) e os recordes. Alunos do 4° e 5° anos, por sua vez, escolheram temas associados a atividades que faziam parte de seu dia a dia, seja em casa, seja na escola, e que lhes despertaram curiosidade tais como sono, animais, futebol, plantas, cabelo, evolução do homem.

Com relação às "discussões" desencadeadas pelas atividades, observamos três tipos de discussões: associadas ao tema, associadas à matemática e associadas a outras disciplinas, sinalizando o caráter interdisciplinar da modelagem matemática já apontado na literatura, como sugerem, por exemplo, English (2010) e Silva & Klüber (2012). Essas discussões, ocorridas nas diferentes turmas, diferenciam-se pela objetividade e conteúdo. As discussões do 1º ano a respeito do tema, por exemplo, foram mais abertas, os alunos contaram histórias, algumas vezes fictícias, mas todos quiseram falar. Já nos anos posteriores, 2º ao 5º ano, as discussões tornaramse mais objetivas, questões pontuais foram apresentadas e sem muita repetição nas falas. As discussões matemáticas também apresentaram diferenças, tanto com relação aos conteúdos, quanto em relação à fluência, flexibilidade e autonomia no uso da linguagem e procedimentos matemáticos. Entretanto, observamos poucas diferenças nas discussões matemáticas realizadas entre 2° e 3° anos e entre 4° e 5° anos. Essas discussões contemplaram desde ideias e operações matemáticas elementares até conteúdos associados a geometria, medidas, proporcionalidade, estatística, probabilidade e tratamento da informação, incluindo uma introdução às expressões algébricas. Sinalizam, portanto, a variedade e a pluralidade de conteúdos que uma atividade de modelagem matemática pode abordar. As discussões associadas a outras disciplinas, por sua

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Essa descrição pode ser consultada com mais detalhes em Tortola (2016).

vez, contemplaram desde como escrever ou ler palavras até as diferentes discussões emergentes a partir do tema escolhido, por exemplo, formação da neve (1° ano), localização geográfica e extensão territorial (3° ano) e questões de higiene (abordadas em todas as turmas).

A "formulação do problema", de modo geral, foi uma novidade para os alunos. Para Stillman (2015) encontrar ou propor problemas é parte essencial da modelagem matemática. Todas as turmas conseguiram formular problemas para as atividades de modelagem matemática em que essa ação foi necessária, mas apenas os alunos do 4º e 5º anos conseguiram realizá-la com mais autonomia. Uma questão interessante de se observar é que, conforme as atividades cujos temas foram propostos pelo professor-pesquisador foram desenvolvidas, o leque de problemas foi aumentando. Enquanto na primeira atividade, a respeito do crescimento das unhas, os alunos investigaram duas questões associadas (Como crescem as unhas? E de quanto em quanto tempo devemos cortá-las?), na segunda atividade, referente ao desafio do balde de gelo, dois problemas surgiram: um associado à quantidade de dias necessários para que todos os alunos da escola participassem do desafio; e outro à quantidade de água - volume desperdiçada com essa brincadeira. Já na terceira atividade, sobre a coleta de lixo, vários problemas foram investigados, entre os quais citamos: quanto lixo é coletado por dia na cidade? Quanto lixo é produzido por habitante? Qual a quantidade de lixo que é produzida em sua casa? Esse fato pode ser justificado com a maneira pela qual optamos desenvolver as atividades de modelagem matemática, segundo os três momentos de familiarização com a modelagem, sugeridos por Almeida et al., (2012).

Ações como levantamento de hipóteses, realização de simplificações e definição de variáveis constituem o que Pollak (2012) chama de "idealização da situação". Essa idealização ocorreu em vários momentos, mas de modo geral não foi destacada pelos alunos. Houve, portanto, a necessidade de ser sinalizada ou apontada pelo professor-pesquisador. Enquanto no 1°, 2° e 3° anos a definição de variáveis, formulação de hipóteses e simplificações para a situação foram realizadas predominantemente no âmbito das discussões, observamos o registro delas nas produções escritas dos alunos do 4° e 5° anos.

A "formulação do modelo matemático", como aponta Bassanezi (2004), depende em grande medida dos conhecimentos matemáticos dos modeladores e das situações que se deseja modelar. De fato, diferenças foram identificadas nas estruturas que constituíram os modelos matemáticos. Enquanto a formulação dos modelos pelos alunos do 1° ano baseou-se

particularmente na contagem e na comparação, os modelos produzidos pelos alunos dos demais anos fundamentaram-se em operações aritméticas, dentre as quais observamos com mais frequência no 2º e 3º anos estruturas aditivas, que no 4º e 5º anos foram dando lugar a estruturas multiplicativas.

Os gráficos construídos também revelam diferenças. Na atividade das unhas, por exemplo, os alunos do 1º ano produziram gráficos pictóricos, mas sem uma preocupação com a padronização das medidas, e, posteriormente, geométricos (de barras), construídos a partir de uma estrutura prévia fornecida pelo professor-pesquisador. No 2º ano também encontramos indícios dessas características, mas com menos frequência, prevalecendo a construção de gráficos de barras, como foi o caso dos demais anos. Mas foi no 4º e 5º anos que noções a respeito de escala começaram a ser discutidas. Além disso, observamos nos registros dos alunos do 4º e 5º anos uma variedade maior no uso de estruturas matemáticas para a produção dos modelos matemáticos do que nos outros anos escolares.

Observamos também diferenças com relação à "apresentação da resposta para o problema". As respostas foram formuladas e apresentadas pelos alunos em conformidade com o uso da matemática na resolução do problema ou de acordo com os conteúdos matemáticos já estudados por eles. Os alunos do 4º e 5º anos, com mais autonomia e conhecimento da linguagem matemática. Na atividade do crescimento das unhas, por exemplo, usaram frações do mês para determinar de quanto em quanto tempo deveriam cortar suas unhas; já os alunos do 2º e 3º anos apresentaram respostas que envolveram noções iniciais de frações como metade do mês, 15 dias; e os alunos do 1º ano usaram a comparação indicando que as unhas devem ser cortadas com menos de um mês, noção que eles também usaram para responder o problema da atividade com o tema neve. Além disso, cabe destacar que as respostas foram por vezes apresentadas pelos alunos exclusivamente por meio de diálogos, em conversas associadas à socialização, e que eles não apresentaram a preocupação em registrar as respostas por meio da escrita, exigindo a intervenção do professor-pesquisador para que o registro fosse realizado.

De modo geral, a "avaliação dos resultados" foi realizada ao longo das atividades com a supervisão dos professores, o professor-pesquisador e, em alguns casos, a professora regente, mas foi no momento de socialização, de discussão dos resultados, que os alunos avaliaram e validaram seus modelos matemáticos. Essa validação ocorreu por meio de comparações entre

os modelos produzidos e de comparações com os dados e as informações disponíveis, tomando a matemática como padrão de correção.

Por fim, a "socialização dos encaminhamentos" foi realizada, de modo geral, por meio de apresentações, nas quais os alunos expuseram suas investigações e resultados aos colegas. A diferença aqui está na comunicação, a bem da verdade na fluência com que os encaminhamentos foram comunicados. Embora os alunos apresentaram certo receio de falar sobre a atividade, eles foram auxiliados pelo professor-pesquisador com questionamentos que orientaram suas explicações. Observamos que os alunos dos últimos anos comunicaram seus resultados com mais segurança e objetividade que os alunos dos primeiros anos, assim como também observamos um desenvolvimento da autonomia dos alunos na socialização dos encaminhamentos com o passar das atividades.

A análise comparativa das ações dos alunos, orientada pela descrição sistemática dos indicadores, sinalizou aproximações que nos permitiram classificá-los em categorias. Observamos nas atividades especificidades nas ações dos alunos do 1º ano, do 2º e 3º anos e do 4º e 5º anos, sendo os interesses dos alunos, o uso da matemática e da linguagem, a objetividade e a autonomia na intepretação e resolução das situações-problema diferenciais entre os encaminhamentos. Nesse contexto emergiram as três categorias que refletem as configurações de atividades de modelagem matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental:

- 1) Atividades de modelagem matemática no 1º ano;
- 2) Atividades de modelagem matemática no 2º e 3º anos;
- 3) Atividades de modelagem matemática no 4° e 5° anos.

Essas configurações se caracterizam pelos modos como os alunos lidaram com o desenvolvimento de atividades de modelagem e indicam como se caracterizam as suas ações relativamente aos oito indicadores definidos. Indicam, portanto, 'modos de fazer modelagem nos anos iniciais', ou ainda, configurações de modelagem matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental. O Quadro 5 apresenta uma síntese das configurações e suas características.

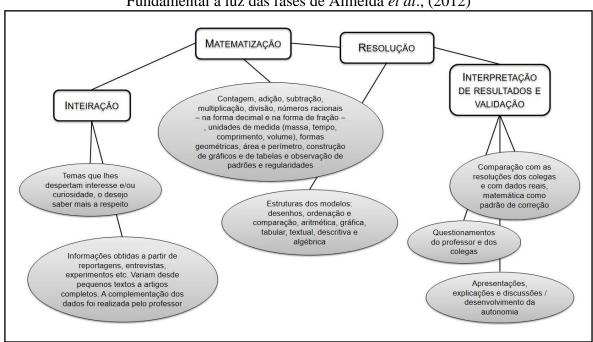
**Quadro 5** – Configurações de modelagem matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental

	Configuração 1	Configuração 2	Configuração 3
	1º ano	2º e 3º ano	4º e 5º ano
Definição do tema e coleta de informações	Temas associados a atividades lúdicas, a aspirações e a curiosidades. Informações foram	Temas associados a atividades cotidianas, particularmente, temas estudados na escola.	Temas associados a atividades cotidianas, a curiosidades e a preocupações. Informações

	disponibilizadas pelo professor (textos curtos com leitura em conjunto) e foram frequentemente retomadas durante a atividade	Informações foram pesquisadas pelos alunos (pontuais), disponibilizadas pelo professor e frequentemente retomadas durante a atividade	foram pesquisadas pelos alunos, disponibilizadas pelo professor e frequentemente discutidas durante a atividade
Formulação do Problema	Problema elaborado a partir das informações com a ajuda do professor. Denota curiosidade sobre algum aspecto do tema	Problema elaborado a partir das informações com a ajuda do professor. Denota curiosidade sobre algum aspecto do tema	Alguns problemas foram elaborados e outros identificados a partir das informações com a ajuda do professor. Denota curiosidade e preocupação sobre algum aspecto do tema
Discussões	Associadas ao tema da atividade, à resolução e a conteúdos do currículo, particularmente, os indicados para tal ano.  Experiências são compartilhadas. Há indícios de apresentação de algumas situações fictícias e de situações que fogem do assunto	Associadas ao tema da atividade, à resolução e a conteúdos do currículo, particularmente, os indicados para tais anos.  Experiências são compartilhadas. Há poucos indícios de apresentação de situações fictícias. São mais objetivas que na Configuração 1	Associadas ao tema da atividade, à resolução e a conteúdos do currículo, particularmente, os indicados para tais anos.  Experiências são compartilhadas. Não há indícios de apresentação de situações fictícias. São mais objetivas que nas Configurações 1 e 2
Idealização da situação	Reconhecimento das grandezas envolvidas e discussão das hipóteses e simplificações	Reconhecimento das grandezas envolvidas e discussão das hipóteses e simplificações	Reconhecimento das grandezas envolvidas, definição das variáveis e discussões e registro das hipóteses e simplificações
Formulação do modelo matemático	Estruturas dos modelos: desenhos, gráficos, contagem, ordenação e comparação	Estruturas dos modelos: aritmética (aditiva / multiplicativa), gráfica, comparação, ordenação, textual e descritiva	Estruturas dos modelos: aritmética (aditiva / multiplicativa), gráfica, tabular, textual, descritiva e algébrica
Apresentação da resposta para o problema	Dialógica, com registros textuais envolvendo elementos da matemática utilizada na resolução	Dialógica e textual, envolvendo elementos da matemática utilizada na resolução	Textual e/ou dialógica, envolvendo elementos da matemática utilizada na resolução
Avaliação dos resultados	Comparação com as resoluções dos colegas e com dados reais, orientada por questionamentos do professor e tomando a matemática como padrão de correção	Comparação com as resoluções dos colegas e com dados reais, orientada por questionamentos do professor e tomando a matemática como padrão de correção	Comparação com as resoluções dos colegas e com dados reais, orientada por questionamentos do professor e tomando a matemática como padrão de correção
Socialização dos encaminhamentos	Apresentações (mostram os trabalhos aos colegas) e discussões a partir de questionamentos do professor. Os alunos apresentam pouca autonomia	Apresentações (expõem de modo geral o que foi feito) e discussões a partir de questionamentos do professor. Os alunos apresentam um pouco de autonomia	Apresentações e discussões de aspectos considerados por eles relevantes ou que chamaram atenção e discussões a partir de questionamentos do professor e dos colegas. Os alunos apresentam mais autonomia

Fonte: Elaborado pelos autores

Por fim, um olhar interpretativo foi lançado sobre as categorias, de modo a compreender sua construção e discutir suas implicações em termos do objetivo da pesquisa. Em um esforço interpretativo, como coloca Bardin (2011), vislumbrando avançar em termos de desestabilizar a inteligibilidade imediata, como depõem Navarro & Díaz (1995), e conduzir a reinterpretações que vão além de uma leitura comum, conforme Moraes (1999), sistematizamos as características indicadas pelas categorias, à luz das fases de uma atividade de modelagem matemática, de acordo com Almeida *et al.*, (2012), em um esquema, Quadro 6, a fim de apresentar as configurações de modelagem matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental.



**Quadro 6** – Configurações de modelagem matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental à luz das fases de Almeida *et al.*, (2012)

Fonte: Elaborado pelos autores

Essa associação às fases de uma atividade de modelagem, de Almeida *et al.*, (2012), sinaliza que os encaminhamentos dos alunos se aproximam de descrições de ações já reconhecidas na literatura, porém, com especificidades para esse nível de escolaridade, em consonância com a idade e os conhecimentos dos alunos. Ao mesmo tempo que reafirma a exequibilidade de atividades de modelagem nos anos iniciais, essa associação aponta especificidades no desenvolvimento de atividades de modelagem nesse contexto. Não se trata, portanto, de uma mudança em termos estruturais, mas de uma releitura teórica dos procedimentos fundamentada na prática.

Essa releitura, conforme as configurações construídas, sugere atividades com uma inspiração lúdica, atenção especial à organização dos grupos, temáticas e problemas associados a interesses dos alunos, discussões voltadas à apresentação da matemática – visto que os alunos estão no início de sua jornada escolar –, o que implica no uso de estruturas matemáticas características na construção dos modelos, no uso de materiais manipuláveis para auxiliar no entendimento do problema e na sua resolução e no amparo da língua materna aos registros, à comunicação matemática e à socialização.

# Considerações finais

Neste artigo estruturamos configurações para atividades de modelagem matemática desenvolvidas com alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental, a partir de uma abordagem qualitativa de pesquisa subsidiada pela análise de conteúdo. Pautamos nossa investigação em uma experiência com alunos de turmas de 1°, 2°, 3°, 4° e 5° anos do Ensino Fundamental, que desenvolveram atividades de modelagem matemática com temas propostos pelo professor-pesquisador ou pelos próprios alunos. Optamos pela análise de conteúdo devido à carência apresentada por Klüber & Burak (2012), em relação à uma adesão mais atenta em termos da pesquisa qualitativa em modelagem, crentes de que ela pode trazer à pesquisa um rigor metodológico e analítico necessário para dar credibilidade aos resultados, como pondera Miguélez (2002).

No contexto desta pesquisa, a análise de conteúdo se mostrou como um conjunto de instrumentos metodológicos que deu suporte à abordagem qualitativa e requereu dos pesquisadores, autores deste artigo, um movimento analítico que foi além da descrição. Requereu um nível de interpretação que só foi possível a partir de uma imersão nos dados o que viabilizou "saber mais", como coloca Bardin (2011), acerca do fenômeno sob investigação, fornecendo compreensões sobre as configurações de modelagem matemática nos anos iniciais, com explicações e articulações que podem contribuir para o aprofundamento das discussões da área da modelagem na Educação Matemática e proporcionar um avanço na teoria no que diz respeito às especificidades do desenvolvimento de atividades de modelagem matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

As configurações que resultaram do movimento analítico indicam que atividades de modelagem matemática nas aulas com alunos dos anos iniciais, embora apresentem

especificidades, como sugere English (2010), desencadeiam processos de formulação, de resolução e de avaliação de resultados de problemas cuja origem está em situações da realidade e que despertam algum interesse em alunos com idades pertinentes a essa faixa de escolaridade.

### Referências

- Almeida, L. M. W. de., Borssoi, A. H., & Silva, K. A. P. (2015). Teoria Fundamentada em Dados: uma metodologia para pesquisas em Modelagem Matemática. *Perspectivas da Educação Matemática*, 8(número temático), 803-821. Disponível em: <a href="https://periodicos.ufms.br/index.php/pedmat/article/view/908">https://periodicos.ufms.br/index.php/pedmat/article/view/908</a>. Acesso em: 08 dez. 2021.
- Almeida, L. M. W. de., Sousa, B. N. P., & Tortola, E. (2021). The Formulation of Hypotheses in Mathematical Modelling Activities. *Acta Scientiae*, 23(5), 66-93. Disponível em: <a href="http://www.periodicos.ulbra.br/index.php/acta/article/view/6492">http://www.periodicos.ulbra.br/index.php/acta/article/view/6492</a>. Acesso em: 01 nov. 2021.
- Almeida, L. W. de., Silva, K. P., & Vertuan, R. E. (2012). *Modelagem Matemática na Educação Básica*. São Paulo: Contexto.
- Bardin, L. (2011). *Análise de Conteúdo* (L. A. Reto & A. Pinheiro, Trad.). São Paulo: Edições 70. (Obra original publicada em 1977).
- Bassanezi, R. C. (2004). Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática: uma nova estratégia (2a. ed.). São Paulo: Contexto.
- Bicudo, M. A. V. (1993). Pesquisa em Educação Matemática. *Pro-Posições*, 4(1), 18-23. Disponível em:

  <a href="https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/proposic/article/view/8644379">https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/proposic/article/view/8644379</a>. Acesso em: 15 nov. 2021.
- Burak, D. (1992). *Modelagem Matemática: ações e interações no processo de ensino-aprendizagem*. (Tese de doutorado). Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas. Disponível em: <a href="https://www.psiem.fe.unicamp.br/pf-psiem/burak\_dionisio\_d.pdf">https://www.psiem.fe.unicamp.br/pf-psiem/burak\_dionisio\_d.pdf</a>. Acesso em: 10 nov. 2021.
- Castro, E. M. V., & Veronez, M. R. D. (2020). Procedimentos manifestos por alunos em atividades de modelagem matemática: compreensões à luz da análise de conteúdo. *Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia*, 13(2), 287-319. Disponível em: <a href="https://periodicos.utfpr.edu.br/rbect/article/view/9538">https://periodicos.utfpr.edu.br/rbect/article/view/9538</a>. Acesso em 18 nov. 2021.
- Costa, D., & Pontarolo, E. (2019). Aspectos da educação ambiental crítica no ensino fundamental por meio de atividades de modelagem matemática. *Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos*, 100(254), 149-168. <a href="https://doi.org/10.24109/2176-6681.rbep.100i254.3918">https://doi.org/10.24109/2176-6681.rbep.100i254.3918</a>.
- English, L. D. (2010). Modeling with Complex Data in the Primary School. In R. Lesh, P. L. Galbraith, C. R. Haines, & A. Hurford (Eds.). *Modeling students' mathematical modeling competencies* (pp. 287-300). Springer: New York, London.

- Gutiérrez, J., & Delgado, J. M. (1995). Teoría de la Observación. In J. M. Delgado, & J. Gutiérrez (Eds.). *Métodos y Técnicas Cualitativas de Investigación en Ciencias Sociales* (pp. 141-173). Madrid: Editorial Síntesis.
- Jocoski, J. (2020). *Modelagem matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental:* possibilidades para o ensino de Matemática. (Dissertação de mestrado). Universidade Federal do Paraná, Curitiba. Disponível em: <a href="https://acervodigital.ufpr.br/handle/1884/67519">https://acervodigital.ufpr.br/handle/1884/67519</a>. Acesso em: 13 out. 2021.
- Kaviatkovski, M. A. C. (2012). A modelagem matemática como metodologia de ensino e aprendizagem nos anos iniciais do Ensino Fundamental. (Dissertação de mestrado). Universidade Estadual de Ponta Grossa, Ponta Grossa. Disponível em: <a href="https://tede2.uepg.br/jspui/handle/prefix/1333">https://tede2.uepg.br/jspui/handle/prefix/1333</a>. Acesso em: 13 out. 2021.
- Klüber, T. E., & Burak, D. (2012). Sobre a Pesquisa Qualitativa na Modelagem Matemática em Educação Matemática. *Bolema*, 26(43), 883-905. <a href="https://tede2.uepg.br/jspui/handle/prefix/1333">https://tede2.uepg.br/jspui/handle/prefix/1333</a>.
- Lüdke, M., & André, M. E. D. A. (2014). *Pesquisa em Educação: abordagens qualitativas* (2a. ed.). Rio de Janeiro: E.P.U.
- Machado, S. R. C. (2010). *Percepções da modelagem matemática nos anos iniciais*.

  Dissertação de mestrado). Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis.

  Disponível em: <a href="https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/93484">https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/93484</a>. Acesso em: 13 out. 2021.
- Martin, R. W. S. (2019). *Modelagem matemática e autonomia: um olhar para atividades no Ensino Fundamental*. (Dissertação de mestrado). Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Cascavel. Disponível em: <a href="https://tede.unioeste.br/handle/tede/4717">https://tede.unioeste.br/handle/tede/4717</a>. Acesso em: 13 out. 2021.
- Miguélez, M. M. (2002). Hermenéutica y Análisis del Discurso como Método de Investigación Social. *Paradigma*, 23(1), 1-13. Disponível em: <a href="http://revistaparadigma.online/ojs/index.php/paradigma/article/view/270">http://revistaparadigma.online/ojs/index.php/paradigma/article/view/270</a>. Acesso em: 19 nov. 2021.
- Moraes, R. (1999). Análise de Conteúdo. Educação, 22(37), 7-32.
- Mutti, G. S. L., Matioli, C. E. E., & Klüber, T. E. (2018). Modelagem Matemática e a Teoria dos Registros de Representação Semiótica: uma análise a partir dos artigos publicados na Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática. *Revista Dynamis*, 24(2), 21-42. <a href="http://dx.doi.org/10.7867/1982-4866.2018v24n2p21-42">http://dx.doi.org/10.7867/1982-4866.2018v24n2p21-42</a>.
- Navarro, P., & Díaz, C. (1995). Análisis de Contenido. In J. M. Delgado, & J. Gutiérrez (Eds.). *Métodos y Técnicas Cualitativas de Investigación en Ciencias Sociales* (pp. 177-224). Madrid: Editorial Síntesis.
- Oxford University Press. (2005-2020) Configurar. Dicionário de Português.
- Palma, R. M. (2019). *Manifestações da criatividade em modelagem matemática nos anos iniciais*. (Dissertação de mestrado profissional). Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina. Disponível em: <a href="https://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/handle/1/4700">https://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/handle/1/4700</a>. Acesso em: 13 out. 2021.

- Pollak, H. O. (2012). Introduction: what is mathematical modeling? In H. Gould, D. R. Murray, & A. Sanfratello (Eds.). *Mathematical Modeling Handbook* (pp. viii-xi). Bedford: Comap.
- Schrenk, M. J. (2020). *Tomada de consciência em atividades de modelagem matemática no Ensino Fundamental*. Dissertação de mestrado). Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Cascavel. Disponível em: <a href="https://tede.unioeste.br/handle/tede/5353">https://tede.unioeste.br/handle/tede/5353</a>. Acesso em: 13 out. 2021.
- Seki, J. T. P., & Almeida, L. M. W. de. (2019). O ensino de Matemática Financeira em atividades de modelagem matemática. *Revista Electrónica de Investigación en Educación en Ciencias*, 14(1), 63-85. Disponível em: <a href="http://www.scielo.org.ar/pdf/reiec/v14n1/v14n1a06.pdf">http://www.scielo.org.ar/pdf/reiec/v14n1/v14n1a06.pdf</a>. Acesso em: 18 nov. 2021.
- Silva, V. S., & Klüber, T. E. (2012). Modelagem matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental: uma investigação imperativa. *Revista Eletrônica de Educação*, 6(2), 228-249. Disponível em: <a href="http://www.reveduc.ufscar.br/index.php/reveduc/article/view/394/199">http://www.reveduc.ufscar.br/index.php/reveduc/article/view/394/199</a>. Acesso em: 16 out. 2021.
- Stillman, G. (2015). Problem Finding and Problem Posing for Mathematical Modelling. In L. N. Hoe, & N. K. E. Dawn (Eds.). *Mathematical Modelling: from theory to practice* (pp. 41-56). Singapore: World Scientific Publishing.
- Tortola, E. (2012). Os usos da linguagem em atividades de modelagem matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental. (Dissertação de mestrado). Universidade Estadual de Londrina, Londrina. Disponível em:

  <a href="http://www.bibliotecadigital.uel.br/document/?code=vtls000181740">http://www.bibliotecadigital.uel.br/document/?code=vtls000181740</a>. Acesso em: 15 out. 2021.
- Tortola, E. (2016). Configurações de modelagem matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental. (Tese de doutorado). Universidade Estadual de Londrina, Londrina. Disponível em: <a href="http://www.bibliotecadigital.uel.br/document/?code=vtls000209937">http://www.bibliotecadigital.uel.br/document/?code=vtls000209937</a>. Acesso em: 15 out. 2021.
- Tortola, E., & Almeida, L. M. W. de. (2018). A Formação Matemática de Alunos do Primeiro Ano do Ensino Fundamental em Atividades de Modelagem Matemática: uma Perspectiva Wittgensteiniana. *Perspectivas da Educação Matemática*, 11(25), 142-161. Disponível em: <a href="https://periodicos.ufms.br/index.php/pedmat/article/view/3339">https://periodicos.ufms.br/index.php/pedmat/article/view/3339</a>. Acesso em: 19 nov. 2021.
- Zanella, M. S. (2016). Tarefas de modelagem matemática nos anos iniciais do ensino fundamental: um estudo com alunos alemães e brasileiros. (Tese de doutorado). Universidade Estadual de Maringá, Maringá.

# Autores: Emerson Tortola

Licenciado em Matemática pela Faculdade Estadual de Ciências e Letras de Campo Mourão (Fecilcam), atual Universidade Estadual do Paraná (Unespar). Mestrado e Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL).

Atualmente é professor da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR) e atua no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática (PPGMAT) dessa instituição. É coordenador do Grupo de Pesquisa em Educação e Educação Matemática (GEPEEM), cadastrado no CNPq. Tem experiência na área de Educação Matemática, atuando principalmente nos seguintes temas: Modelagem Matemática, Linguagem, Educação Básica. E-mail: emersontortola@utfpr.edu.br

ORCID: https://orcid.org/0000-0002-6716-3635

### Lourdes Maria Werle de Almeida

Licenciada em Matemática pela Universidade Estadual do Oeste do Paraná (Unioeste). Mestrado em Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL). Doutorado em Engenharia de Produção pela Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC). Possui Pós-Doutorado pela Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC), em que pesquisou a filosofia da linguagem na perspectiva de Wittgenstein. É professora da Universidade Estadual de Londrina (UEL) desde 1985 e atua no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática (PECEM) dessa instituição. É coordenadora do Grupo de Pesquisa sobre Modelagem Matemática e Educação Matemática (GRUPEMMAT), cadastrado no CNPq. É bolsista de produtividade do CNPq. Tem experiência na área de Matemática, com ênfase na Educação Matemática, atuando principalmente nos seguintes temas: Modelagem Matemática, Semiótica na Educação Matemática e Linguagem na Modelagem Matemática.

E-mail: <u>lourdes@uel.br</u>

ORCID: https://orcid.org/0000-0001-8952-1176

### Como citar o artigo:

TORTOLA, E.; ALMEIDA, L. M. W. Configurações de Atividades de Modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental: uma construção subsidiada pela Análise de Conteúdo. **Revista Paradigma**, Vol. XLIII, Edición Temática: Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática, pp 329-355, mayo, 2022.