BOBYNIN Y GABAGLIA – PIONEROS DE LA HISTORIA DE LAS MATEMÁTICAS EN RUSIA Y BRASIL EN EL SIGLO XIX

Circe Mary Silva da Silva
cmdynnikov@gmail.com
https://orcid.org/0000-0002-4828-8029
Universidade Federal de Pelotas (UFPel)
Pelotas, Brasil

Recibido: 10/09/2022 **Aceptado:** 25/11/2022

Resumen

Las investigaciones que toman como fuente documentos de la antigüedad, referentes a la Historia de las Matemáticas y a la Historia de la Educación Matemática (Barbin et al, 2020) y tienen fuertes aproximaciones, aunque pueden presentar enfoques propios. Identificamos dos autores cuyas investigaciones ejemplifican esta aproximación de áreas: Eugênio de Barros Raja Gabaglia (1862-1919), nacido en Niterói (BR), y Viktor Viktorovitch Bobynin (1849-1919), nacido en Tula (RU), produjo História da Matemática y se convirtieron, en sus respectivos países, en pioneros en esta área investigativa. También fueron profesores de matemáticas y, especialmente Bobynin, divulgadores de la historia de las matemáticas. La investigación que realizaron sobre las matemáticas egipcias -investigación realizada pocos años después de la edición de la obra de Eisenlohr (1877) sobre el Papiro Rhind- tuvo sus resultados publicados en libros: el primero, de Bobynin (1882), "Matemáticas en los antiguos egipcios (según el papiro Rhind)" [Математика у древних египтян (по папирусу Ринде)] y el segundo, de Gabaglia (1899), "El documento matemático más antiguo conocido (Papiro Rhind)", que constituyen en obras originales que difundieron las matemáticas egipcias. historia en sus respectivos países. El objetivo del presente trabajo es identificar las interpretaciones que Bobynin y Gabaglia hicieron del contenido matemático del Papiro Rhind, las cuales se basaron en la obra de Eisenlohr. Han pasado más de cien años desde su muerte en 1919; sin embargo, se mantiene el interés por la historia del Papiro Rhind, lo que puede sustentarse en las investigaciones de Robins y Shute (1987); Clagett (1999); Imhausen (2006); Cooper (2011), Bertato (2018) entre otros.
Palabras clave: Matemáticas Egipcias; papiro Rhind; Brasil; Rusia

BOBYNIN AND GABAGLIA: PIONEERS OF THE HISTORY OF MATHEMATICS IN RUSSIA AND BRAZIL IN THE 19TH CENTURY

Abstract

Research that takes documents from antiquity as sources concern the History of Mathematics and History of Mathematics Education (Barbin et al, 2020) and have strong approximations, although they may present their own approaches. We identified two authors whose research exemplifies this approximation of areas. Eugênio de Barros Raja Gabaglia (1862-1919), born in Niterói (BR) and Viktor Viktorovitch Bobynin (1849-1919), born in Tula (RU) produced History of Mathematics and became, in their respective countries, pioneers in this investigative area. They were also mathematics teachers and, above all, Bobynin a disseminator of the history of mathematics. The research they carried out on Egyptian mathematics, some years after the edition of Eisenlohr's work (1877) on the Rhind Papyrus, published in books: the first by Bobynin (1882) "Mathematics in the ancient Egyptians (according to the Rhind Papyrus"

[Математика у древних египтян (по папирусу Ринде)] and the second by Gabaglia (1899) "The oldest known mathematical document (Rhind Papyrus), are original works that disseminated the history of Egyptian mathematics, in their respective countries. The objective of the present work is to identify the interpretations of Bobynin and Gabaglia of the mathematical content of the Rhind Papyrus, written with support of the work of Eisenlohr. More than a hundred years have passed since their deaths in 1919, however interest in the history of the Rhind Papyrus remains, which may be confirmed by the investigations of Robins and Shute (1987); Clagett (1999); Imhausen (2006); Cooper (2011), Bertato (2018), among others.
Keywords: Egyptian Mathematics; Rhind papyrus; Brazil; Russia

BOBYNIN E GABAGLIA – PIONEIROS DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NA RÚSSIA E BRASIL NO SÉCULO XIX

Resumo

As pesquisas que tomam como fontes documentos da antiguidade dizem respeito à História da Matemática e História da Educação Matemática (Barbin et al, 2020) e têm fortes aproximações, embora possam apresentar abordagens próprias. Identificamos dois autores cujas pesquisas exemplificam essa aproximação de áreas: Eugênio de Barros Raja Gabaglia (1862-1919), nascido em Niterói (BR), e Viktor Viktorovitch Bobynin (1849-1919), nascido em Tula (RU), produziram História da Matemática e tornaram-se, em seus respectivos países, pioneiros nessa área investigativa. Foram também professores de matemática e, principalmente Bobynin, divulgadores da história da matemática. As pesquisas por eles desenvolvidas sobre a matemática egípcia - pesquisas essas feitas alguns anos após a edição da obra de Eisenlohr (1877) a respeito do Papiro Rhind- tiveram seus resultados publicados em livros: o primeiro, de Bobynin (1882), "Matemática nos antigos egípcios (de acordo com o papiro Rhind)" [Математика у древних египтян (по папирусу Ринде)] e o segundo, de Gabaglia (1899), "O mais antigo documento matemático conhecido (Papyro Rhind)", os quais constituem-se em trabalhos originais que divulgaram a história matemática egípcia em seus respectivos países. O objetivo do presente trabalho é identificar as interpretações que Bobynin e Gabaglia fizeram do conteúdo matemático do Papiro Rhind, as quais tiveram como base a obra de Eisenlohr. Mais de cem anos transcorreram após a morte de ambos, em 1919; entretanto o interesse pela história do Papiro Rhind permanece, o que pode ser abalizado pelas investigações de Robins e Shute (1987); Clagett (1999); Imhausen (2006); Cooper (2011), Bertato (2018) entre outras.
Palavras-chave: Matemática Egípcia; Papiro Rhind; Brasil; Rússia

Introdução

No século XIX, com as descobertas dos papiros egípcios Rhind (1858) e Moscou (1893) e suas posteriores decifrações pelos egiptólogos, os historiadores dispuseram de novas fontes para a escrita da história da antiga matemática egípcia. O primeiro a ser desvendado foi o papiro Rhind, cuja datação é de cerca de 1700 a. C, sendo uma cópia de um manuscrito de cerca de 1900 a.C.; o segundo, o papiro Moscou, datado de cerca de 1850 a. C. (Chace ,1927). O papiro Rhind é um rolo de papiro, escrito nas duas superfícies (frente e verso), que foi adquirido pelo escocês Alexander Henry Rhind, no Egito. Desde 1865, o Museu Britânico o incorporou ao seu acervo, e lá permanece até os dias atuais: entretanto há fragmentos dele no Museu do Brooklin, em Nova Iorque. Ambos os papiros, até o presente, são as principais fontes sobre a matemática egípcia na antiguidade (Miatello, 2008).

No século XIX, em torno de duas dezenas de pesquisadores no mundo começaram a investigar e divulgar a matemática do papiro Rhind, entre eles um russo – Viktor Viktorovitch Bobynin, em 1882 - e um brasileiro - Eugênio de Barros Raja Gabaglia, em 1899. Chace incluiu uma ampla bibliografia de escritos sobre o Papiro Rhind até 1926, e os nomes de Eisenlohr, Bobynin e Gabaglia estão nessa relação.

Bobynin e Gabaglia, dois professores de matemática de distintos continentes, lançaram-se no estudo do Papiro Rhind numa época em que em seus países, existia pouca divulgação do teor matemático do Papiro e, também, quando a história da matemática ainda não ocupava qualquer papel de destaque no cenário cultural de ambos os países. O objetivo do presente trabalho é identificar as interpretações feitas por Bobynin e Gabaglia do conteúdo matemático do Papiro Rhind, as quais foram escritas com apoio na obra de Eisenlohr. Intentamos destacar como essas interpretações se aproximam entre si, como contrastam com a abordagem de Eisenlohr e como integram a tradição estabelecida na interpretação do conhecimento matemático egípcio.

Para esse fim, usaremos como ilustração o problema 79. Por serem os hieroglifos mais pitorescos, Eisenlohr os usou em lugar da escrita hierática, na qual ele foi originalmente escrito. (Cajori, 1930). Utilizei para esta pesquisa o método da análise documental e escolhi o seguinte corpus documental: 1) documentos centrais - os dois livros escritos pelos autores, o livro de Eisenlohr, jornais do século XIX, placa comemorativa de Bobynin; 2) fontes diretas, ou seja, aquelas que os autores citaram como referência para suas obras; 3) documentos intermediários - outros documentos, dos mesmos autores, contidos nos documentos centrais, documentos de autores do mesmo período e, também, documentos atuais que auxiliaram na análise.

Eisenlohr afirma que o próprio Papiro Rhind indica ser ele cópia de um texto mais antigo. Tanto Bobynin quanto Gabaglia, seguindo Eisenlohr, afirmam que o papiro Rhind representa apenas uma imitação de um ensaio mais antigo e; afirmam também que, à época, conhecia-se mais matemática do que aquela que está contida naquele texto (Gabaglia, 1898). Tal ensaio seria um tratado de matemática, um manual prático de ensino ou um caderno de aluno?

Bobynin afirmou na introdução de seu livro (1882) que, para a história da matemática, a descoberta do papiro Rhind era um evento de extrema importância, uma vez que somente através dele a ciência moderna teve a oportunidade de estudar o conteúdo e os métodos da matemática egípcia usando fontes diretas. Ele complementa afirmando: “Tudo o que se sabia até agora sobre os métodos das ciências matemáticas no Egito antigo era baseado em evidências extremamente incompletas, e nem sempre confiáveis de escritores da Grécia antiga” (Bobynin, 1882, p. 2).

Se este é um dos documentos mais antigos de que se dispõe, para a HM ele é uma fonte preciosa, pois mostra o que os egípcios conheciam de matemática à época. Se supusermos que ele é um manual de ensino ou caderno de aluno, estaremos no domínio da HEM e, com suporte nessa fonte, podemos deduzir quais conteúdos eram ensinados e que métodos eram usados no ensino de tais conteúdos.

Como o próprio Eisenlohr excluiu a primeira possibilidade, seus seguidores dividem-se entre aqueles que defendem a ideia de ter sido um manual prático de ensino - como é o caso de Eisenlohr e Moritz Cantor e aqueles que supõem que seja um caderno de aluno, como Revillout (Gabaglia, 1899).

Eisenlohr, ao defender a ideia de tratar-se de um manual de ensino, justifica-a pela apresentação dos conteúdos: dos mais fáceis para o mais difíceis. Baseado nessa justificação do tradutor, pode-se vislumbrar uma concepção de ensino que segue uma ordenação sequencial de conteúdos partindo daqueles mais simples e evoluindo para aqueles conteúdos menos simples. Revillout (1881), ao contrário, via nos cálculos inexatos a mão do aluno, correções na margem do texto que são próprios de um caderno escolar. Este pesquisador assume a postura de que não pode ser um manual de matemática, porque há erros no texto, ou seja, desde seu ponto de vista um livro didático não conteria erros, diferentemente de um caderno de alunos, onde a ocorrência de erros não seria algo incomum.

Essas questões assim abordadas pelos estudiosos do Papiro indicam uma idealização do livro didático, pois sabe-se que muitos livros, inclusive aqueles escritos por matemáticos, contêm equívocos.

O HISTORIADOR BOBYNIN – CRITÉRIOS PARA O TRABALHO EM HM

> Um matemático que não leva em conta o nível de desenvolvimento do conhecimento matemático no período estudado, em vez de reconstruir corretamente o problema histórico, obterá uma resolução moderna” (Bobynin apud Baranetz; Veriovikin, 2012, p. 58).

Vitktor Viktorovitch Bobynin nasceu na província de Smolensk. Concluiu o ginásio em Tula, em 1867, com medalha de ouro, o que lhe permitiu ingressar diretamente – sem exames prévios – na Faculdade de Física e Matemática da Universidade de Moscou. Começou a dar aulas num ginásio militar em *Nishny Novgorod* como professor de matemática, física e cosmografia. Segundo ele, o relativamente fraco desenvolvimento da história das ciências físicas e matemáticas, faz com que essa disciplina se constitua em vasto e praticamente inexplorado campo de pesquisa, aumentando o interesse já inerente a ela. Tendo a oportunidade de se especializar no campo da análise, teoria dos números ou teoria das probabilidades − disciplinas tradicionalmente respeitadas na Universidade de Moscou – V. V. Bobynin preferiu a História da Matemática, que era, na época, marginal. Ele estava convencido da necessidade e utilidade da história dessa disciplina. Entretanto seus colegas não consideraram essa sua escolha relevante, pois não viram nela benefícios para o desenvolvimento de disciplinas matemáticas, o que foi expresso na avaliação desdenhosa dos primeiros trabalhos de Bobynin.

Bobynin elegeu a HM como foco principal de suas atividades. Ele coletou muitos monumentos da literatura russa, manuscritos antigos e, assim, formou uma biblioteca que atingiu, ao longo de sua vida, em torno de 5.000 títulos e 100 manuscritos. Após a defesa de sua tese, tornou-se professor associado privado na Universidade de Moscou, sendo o primeiro a ensinar história da matemática num curso superior. Começou com a história da matemática na antiguidade até o renascimento. Segundo ele: o primeiro dos cursos terminou com uma caracterização da atividade de Leonardo de Pisa e uma breve visão geral, com duração de uma hora, da literatura matemática medieval; o segundo começou com uma revisão das obras de Cardano, Tartaglia e terminou com palestras sobre Monge, Carnot e Poncelet. A partir do estabelecimento desse programa, o curso se estabeleceu e foi ministrado uma vez por ano. Em 1884 ele se mobilizou para criar uma revista de história da matemática, tarefa difícil de implementar. Diante dessa dificuldade, ele criou uma revista com espectro temático mais amplo, que contemplava, além da história da matemática e da física, a matemática, a física, a astronomia, crônicas, notícias científicas, etc. Chamava-se *Ciências Físicas e Matemáticas em seu passado e presente. Jornal de matemática pura e aplicada, astronomia e física* [Физико-математические науки в их прошлом и настоящем. Журнал чистой и прикладной математики, астрономии и физики]. Foi editada de 1885 a 1894.

Bobynin formulou os seus critérios para a investigação em história da matemática:

> Eles [tais critérios] são de consistência factológica, isto é, a veracidade de seleção e interpretação de fatos históricos no contexto histórico cultural;

> utilização de fontes primárias ou interpretações de qualidade de fontes primárias; generalização teórica e filosófica que permitem compreender os padrões históricos do desenvolvimento da ciência; coerência, isto é, "incorporação" das ideias propostas na tradição existente da representação da história da matemática[1] (Baranetz; Veriovikin, 2012, p. 58).

Bobynin era um crítico feroz de qualquer tentativa de resolução original de algum problema, anteriormente já explicado por cientistas autoritários. Se o pesquisador violasse algum dos critérios indicados anteriormente, ele não economizava nas críticas. Assim, os menores desvios das opiniões canônicas sobre a história dos antigos egípcios e gregos provocaram a sua reprovação.

Na Rússia, o trabalho desenvolvido por Bobynin foi reconhecido, e uma placa em sua homenagem como o primeiro historiador da matemática russa e primeiro professor de história da matemática na Rússia na Universidade de Moscou encontra-se nos arredores de Tula, lugar onde ele viveu.

GABAGLIA – O POLITÉCNICO E PROFESSOR DE MATEMÁTICA

Para escrever um trabalho semelhante [Papiro Rhind]
quantos séculos não foram precisos à ciência? (Gabaglia, 1899, p. 25)

Eugenio de Barros Raja Gabaglia nasceu em Niterói (Rio de Janeiro) e foi um dos cinco filhos de Giacomo Raja Gabaglia, descendente de imigrantes italianos e professor da Academia de Marinha. Em 1880, entrou para a Escola Politécnica do Rio de Janeiro, à época uma das poucas instituições em que poderia obter conhecimentos de matemática superior no Brasil. Após a conclusão de seu curso, ingressou como professor no Colégio Pedro II, instituição padrão de ensino secundário no país. Foi docente em várias instituições: Liceu de Artes e ofícios, Escola Naval de Guerra da Marinha, Escola Normal e Escola Politécnica do Rio de Janeiro. Atuou como engenheiro em obras civis, hidráulicas e da marinha no Rio de Janeiro e em Minas Gerais. Além de artigos de matemática, começou a se interessar pela história da matemática, entretanto não sabemos exatamente quando começaram as suas pesquisas sobre o Papiro Rhind, porque em 1895, numa resenha sobre o livro Curso de Trigonometria de Thimoteo Pereira, já criticava a afirmação do autor de o teorema de Hiparchus ser a base da trigonometria e fazia referência

[1] Tradução da autora do russo para o português.

histórica a Eisenlohr e à tradução do Papiro Rhind dizendo que nele havia uso de relações trigonométricas (Gabaglia, 1895).

Em 1897, publicou três artigos de HM – Cálculo Verbal: origem e desenvolvimento, em que tratou inclusive dos números usados por povos indígenas brasileiros; em outro artigo, abordou o Cálculo gráfico: origem e desenvolvimento, e o Cálculo Prático: origem e desenvolvimento. É provável que tenha sido o primeiro professor de matemática brasileiro a se interessar pelos números dos povos indígenas brasileiros e a escrever sobre isso. Mas a sua contribuição principal ocorreu em 1899, quando publicou o livro sobre o Papiro Rhind. Em 1919, escreveu o artigo intitulado *A evolução do conceito do infinitésimo em matemática dos gregos a Cavalieri*. Segundo seu colega Euclides Roxo, o professor Gabaglia procurava “meticulosamente descobrir e afirmar a verdade histórica” (Martins, 2019). Por suas publicações, Gabaglia pode ser considerado como o primeiro historiador da matemática no Brasil.

A Apresentação do Papiro Rhind nos Livros de Bobynin (1882) e Gabaglia (1899)

Tanto Bobynin quanto Gabaglia afirmam terem seguido Eisenlohr (1877). No quadro 1, encontra-se um resumo dos tópicos que os três autores abordaram.

Quadro 1: Súmula dos livros de Eisenlohr, Bobynin e Gabaglia

Eisenlohr (1877)	Bobynin (1882)	Gabaglia (1899)
Descrição do Papiro (ampla descrição com detalhes sobre as dimensões do Papiro)	Descrição do Papiro cap. 1: Papiro Rhind dados históricos sobre o papiro	Descrição do Papiro 1. Histórico 2. Conteúdo do Papiro
1.Aritmética 1.1 Divisão pelo número 2 1.2 Divisão dos pães 1.3 O cálculo do “Sekem” 1.4 O cálculo do “Hau” 1.5 O “Tunnu” 2.Volumetria 3.Geometria 4.Cálculo das Pirâmides 5.Coleção de exemplos práticos	Cap.2: Divisão de 2 números Cap. 3: Divisão dada por número de pães Cap. 4: divisão por “sek” Cap. 5: cálculo do “Hau” Cap. 6: “Tunu” Cap. 7: cálculos da capacidade de celeiros Cap. 8: cálculo da área de campos Cap. 9: cálculo das pirâmides Cap. 10: multiplicação de frações Cap. 11: coleção de tarefas aritméticas Cap. 12: conclusão do Papiro Rhind	1. Aritmética do Papiro Rhind 1.1 Notação dos números inteiros 1.2 Quatro operações 1.3 Frações, notação 1.4 Algumas propriedades das frações 1.5 Tabelas para obter $\frac{2}{2n+1}$ 1.6 Como foram formadas essas tabelas? 1.7 Divisão em partes iguais 1.8 Regras do sequem 1.9 Discussão sobre o sequem 1.10 Divisão em partes desiguais 1.11 Progressões aritmética e geometria 1.12 Ligeiras considerações sobre alguns problemas 2. Álgebra do Papyro Rhind

	Cap. 13: Estado do conhecimento da matemática egípcia antiga no tempo da elaboração do Papiro Rhind 1.Ciência dos números 2.Os quatro números principais? 3.Técnicas e habilidades 4.Recepções 5.Geometria 6.Metodologia Conclusões	2.1 Considederações sobre os problemas do hau 2.2 a 1ª série dos problemas do hau 2.3 a 2ª série dos problemas do hau 2.4 Modo notável de somar frações 2.5 Opiniões de Rodet sobre os problemas do hau 2.6 Crítica dos professores E. V. Revillout ao trabalho de Rodet 2.7 Origem da álgebra 2.8 Breve comparação entre Ahmes e Diophantos 2.9 A álgebra de alguns escritores gregos 2.10 Sinais algébricos 3. Geometria do Papyro Rhind 3.1 Origem da Geometria 3.2 A stereometria do papyro 3.3 Área do círculo; modo notável de obtê-la 3.4 O esquadro egípcio 3.5 Área de figuras retilíneas 3.6 Problemas sobre pirâmides, origem da trigonometria 3.7 Etimologia do vocábulo pirâmide

Fonte: elaborado pela autora a partir dos livros de Eisenlohr (1877), Bobynin (1882) e Gabaglia (1899), (tradução da fonte primária pela autora)

Bobynin e Gabaglia apoiam-se fortemente no livro de Eisenlohr, trazendo todos os tópicos por ele tratados, todavia seguem uma abordagem própria. A descrição histórica do Papiro Rhind de Bobynin e Gabaglia assemelha-se ao apresentado por Eisenlohr: local onde o papiro foi encontrado, autoria e data, tradução e publicação do papiro, dúvidas sobre a espécie de trabalho que ele poderia ter sido. Entretanto, segundo Gabaglia, ele preferiu dividir os conteúdos do Papiro segundo a divisão tradicional da matemática elementar, isto é, aritmética, álgebra e geometria. Bobynin, por sua vez, manteve-se fiel à ordenação proposta por Eisenlohr, acrescentando dois capítulos: Conclusões e Conhecimento da matemática egípcia à época da escrita do Papiro Rhind. Martins (2015), na análise do trabalho de Gabaglia, concluiu que, mesmo que o Papiro não apresente um sistema lógico dedutivo, uma vez que se apoia em fórmulas empíricas e resultados obtidos por observação, ainda assim, a matemática egípcia possui indícios de natureza teórica, revelados em algumas tarefas apresentadas. Atualmente, Imhausen (2006) e Bertato (2018) não utilizam a expressão fórmula e sim “algoritmo”, como procedimento de resolução de uma tarefa. Além de Eisenlohr, Gabaglia cita outros autores[2], inclusive Bobynin, mas não seu livro de 1882 e sim, um artigo publicado em 1890. A fim de exemplificar como os dois autores interpretaram o Papiro Rhind, tomarei como exemplo o problema 79, o qual foi objeto de muitas especulações por parte dos pesquisadores.

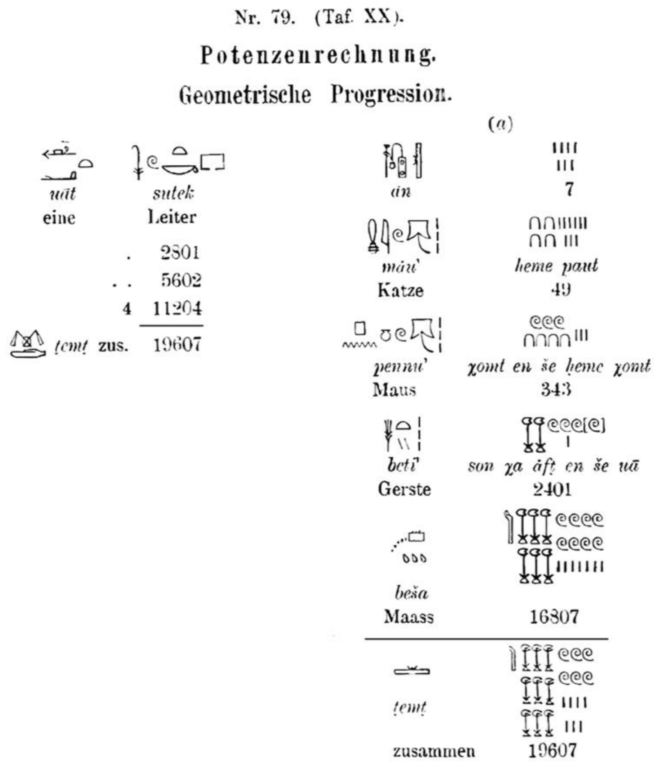
O problema 79

O problema 79 está inserido na sessão denominada por Eisenlohr de *Coleção de Problemas Práticos*. O escriba do papiro deu pouca explicação para o problema 79: as raras palavras inseridas não constituem um enunciado de problema, conforme Gillings (1972). Sua hipótese, é de que restam poucas dúvidas de que essa falta de detalhes no enunciado significa que se tratava de um problema anteriormente bem conhecido, transmitido pela experiência do passado. O enunciado não escrito poderia ser assim formulado: Encontre a soma de uma progressão geométrica cujo primeiro termo é 7 e a razão 7 (*Find the sum of 5 terms of the G.P. whose first ter mis 7 and whose common ratio is 7*, Gillings, 1972, p. 170).

Conforme o egiptólogo Eisenlohr, o problema, escrito em hieróglifos, está acompanhado de sua tradução para o alemão, na figura 1:

[2] Autores citados por Gabaglia: **Eisenlohr**, A., *Ein mathematisches Handbuch der alten Agypter (Papyrus Rhind des British Museum) übersetz und erklärt*, Leipzig, 1877, vol.1. **Rodet**, L., "Sur un manuel du calculateur découvert dans un papyrus égyptien," Bulletin de la Société Mathématique de France, vol. 6, 1878, pp. 139-149. **Favaro**, A., "Sulla interpretazione matematica del papiro Rhind pubblicato ed illustrate dal Prof. Augusto **Eisenlohr**," Memorie della Regia Accademia di Scienze, Lettere, ed Arti in Modena, Sezione di scienze, Modena, vol. 19, 1879, pp. 89-143. **Cantor**, M., Vorlesungen titer Geschichte der Mathematik, Leipzig, vol. 1, 1880, pp.18-41,46-52; **Revillout**, E. et V., "Note sur I'équerre égyptienne et son emploi d'après le papyrus mathématique," Revue Égyptologique, Paris, vol 2, 1881, pp. 304-314. **Gow**, James. Short History of Greek Mathematics, Cambridge, 1884, pp. 16-21, 126-129, 142, 285, 286. **Bobynin**, V. V., "Sur le procédé employé dans le papyrus de Rhind pour réduire les fractions en quantièmes," Bibliotheca Mathematica, series 2, vol. 4, 1890, pp. 109-112. **Baillet**, J.,"Le papyrus mathématique d'Akhmim," Mémoires publiés par les membres de la mission archeologique française au Caire, Paris, vol. 9, fasc. I, 1892, pp. 2 + 1-89 + 8 plates, quarto. **Loria**, G.,"Congetture e ricerche sull'aritmetica degli antichi Egiziani," Bibliotheca Mathematica, series 2, vol. 6, 1892, pp. 97-109.

Figura 1: Problema 79, com hieroglifos e tradução para o alemão



Fonte: Eisenlohr, 1877, p. 202.

Na figura 2, ele interpretou as palavras como sendo nomes para as potências de sete. Chace, por sua vez, interpretou a primeira coluna como um inventário de uma casa.

Figura 2: Problema 79

Eine Leiter.			
. 2801	An	7	$= 7^1$
.. 5602	Katze	49	$= 7^2$
4 11204	Maus	343	$= 7^3$
zus. 19607	Gerste	2401	$= 7^4$
	Maass	16807	$= 7^5$
	zusammen	19607	

Fonte: Eisenlohr, 1877, p. 202.

Tradução: à esquerda: um dirigente ou um administrador ... juntos; à direita: *a partir de*, *gatos*, *ratos*, *grãos*, *massa*, *juntos* (tradução de fonte primária, tradução pela autora)

Analisando a figura 2, vê-se que, na coluna à esquerda, o primeiro número a aparecer é 2801. Não há nenhuma indicação de como foi obtido, mas, nesta coluna, 2801 foi multiplicado por 7 pelo processo das duplicações e adições sucessivas, dando como resultado 19607. A operação de multiplicação egípcia era realizada por meio de duplicações e adições sucessivas.

A coluna à direita é mais esclarecedora, pois mostra os números 7, 49, 343, 2401, 16807. Esses números são as cinco potências sucessivas de 7 que ao serem adicionadas, resultam em 19607. Assim, tomando como referência a coluna à direita, descobre-se que o número 2801 foi multiplicado por 7, o qual provêm da soma de uma progressão geométrica cujo primeiro termo é 7 e a razão também 7. Isso pode significar que a fórmula usada era conhecida, e essa era, aliás, a interpretação feita por Bobynin, como se verá mais adiante neste texto. Se a simbologia moderna (um anacronismo) for utilizada para realizar o cálculo da soma de uma progressão geométrica finita, ter-se-á a seguinte expressão:

$S_n = a_1 \left(\frac{q^n - 1}{q - 1}\right)$: onde a_1 é o primeiro termo da progressão, q é a razão e n o número de termos.

O significado da coluna à direita foi interpretado por Gabaglia como sendo um processo direto de somar parcelas, mas o da coluna à esquerda, segundo ele: "[...] é um produto da reflexão, exige o conhecimento profundo da teoria das progressões, consistindo na multiplicação por 7 do número 2.801. Como o escriba obteve o número 2.801? É pergunta que não pode ser respondida pelo que há no papiro" (Gabaglia, 1899, p. 64). Gabaglia segue a interpretação dada por Rodet (1881) que, por sua vez, discorda da interpretação dada por Eisenlohr de que os nomes das palavras que aparecem na coluna à direita seriam os nomes das cinco primeiras potências de 7. Einsenlohr diz que esse pequeno exemplo tem valor especial porque mostra que os egípcios conheciam as potências e inclusive davam a elas nomes especiais; mais ainda, eles conheciam a soma de uma progressão geométrica. Ele acrescenta que isso não causa muita admiração, porque o problema 64 mostra que eles conheciam também as progressões aritméticas e a sua soma.

Segundo Bobynin e Gabaglia, as palavras da tarefa 79 não são nomes para as potências, como conjeturado por Eisenlohr. Trata-se, antes de um enunciado de problema que Rodet assim formulou: "[...] 7 escritores possuem cada um 7 gatos; cada gato agarrou 7 camundongos; cada camundongo comera 7 espigas de um cereal qualquer, cada espiga poderia ser plantada, produzir 7 "besa[3]" de grãos, pede-se o número de "besas" (Gabaglia, 1899, p. 64). Em 1927, Chace (1927, p. 30) considerava que o problema 79 mostrava duas maneiras de calcular a soma de uma progressão geométrica. Além disso, Chace (1927, p. 112) trouxe uma interpretação semelhante àquela de Rodet, "[...] em cada uma das 7 casas há 7 gatos, cada gato mata 7 ratos, cada rato

[3] Gabaglia traduziu por besa, o que seria uma medida de grãos, entretanto Chace (1927, p. 31) usou a palavra "hekat", que pode ser determinada como 292,24 polegadas cúbicas.

teria comido 7 espigas de cereal, cada espiga produzirá 7 'hekat' de grãos. Quantos grãos foram salvos?" Para Chace, Rodet (1882, p. 111) havia encontrado no livro de Leonardo de Pisa (*Liber Abaci*) um problema semelhante, o que sugere que esse problema tenha se perpetuado como uma herança dos egípcios.

Bobynin, por sua vez, analisa detalhadamente o problema. Começa por chamar a atenção para a ausência das condições do problema, dos métodos de sua resolução e, em particular para o uso de nomes esquisitos, o que faz pensar que, no caso abordado, ter-se-ia a prática de uma tarefa bastante conhecida, assim como seu método de resolver, os quais deveriam pertencer à literatura oral do povo egípcio. Nesse caso, o autor do Papiro Rhind estaria desobrigado de fornecer maiores explicações sobre como resolver o problema. Para Bobynin, exemplos similares desse problema podem ser achados na literatura do povo nacional também. Ele cita como exemplo um manuscrito de uma coletânea de problemas de Bulgakov, do século XVII, que até aquela época estaria na memória do povo simples. "Estão caminhando 7 mulheres, cada uma com 7 bastões, em que cada bastão tem 7 ramos, em cada ramo estão penduradas 7 sacolas, em cada sacola há 7 pastéis, em cada pastel 7 passarinhos e em cada passarinho 7 umbigos" (Bobynin, 1882, p.137). As palavras utilizadas no enunciado não fazem muito sentido, mas elas foram usadas para produzir rimas na língua russa. Pode-se dizer que é um típico problema escolar, pois ele foge da realidade, uma vez que carregar todos esses bastões com tantos ramos e sacolas acarretariam num peso enorme para uma mulher. Ele acreditava que essa última tarefa descrita era comparável àquela do Papiro Rhind e poderia servir para entender o que era proposto, pois tanto em uma quanto em outra aparecem potências de 7. Esses dois problemas, apesar das semelhanças que apresentam entre si, pertencem a povos diferentes, bem distantes no espaço e no tempo, portanto, tais semelhanças não podem ser explicadas simplesmente por causalidade e por isso merecem maior atenção. Seria interessante estudar as raízes de tais problemas. Ele critica, então, a interpretação dada por Eisenlohr, pois os nomes dados às potências que acompanham o problema descrito, segundo ele, não são nomes das potências de sete, mas apenas uma sequência do enunciado do problema. Contrariando Eisenlohr, ele indica a falha de nomes específicos para as potências.

Segundo o autor, o problema abordado tem uma grande importância histórica, pois revela que o conhecimento matemático egípcio não se limitava ao conhecimento de potências de 2 dos números - 8 e 9 - respectivamente 64 e 81, que apareciam em problemas envolvendo áreas – números esses considerados como quadrados - mas estendiam-se até o sexto grau.

Finalmente, ele afirma que, pela falta de enunciado, das condições e método de resolução, não se pode concluir com precisão o problema.

Se concordarmos com Bobynin, por ser um problema oriundo da tradição oral, ele era tão conhecido que não necessitava de enunciado. O fato de tal problema ser bem distinto dos demais do papiro Rhind, incluindo uma situação que relaciona gatos, ratos e grãos, pode ser interpretado como um problema de recreação, destinado ao entretenimento dos alunos.

Este problema traz uma ruptura em relação à maioria dos problemas presentes no Papiro Rhind, que são práticos, da vida cotidiana e tratam de questões como: repartição de pães, cálculo de cereais, frutas, cervejas, animais, terrenos, alimentos para animais, farinhas etc. Assim como aparecem problemas sobre ligas de metais: ouro, prata, cobre etc.

Conclusões Gerais de Bobynin e Gabaglia

A partir da exposição do papiro, Bobynin conclui que os métodos empregados podem ser separados em dois grupos: 1) os métodos intuitivos e empíricos; 2) os métodos especulativos. No primeiro estão o método de indução por enumeração simples e de tentativas; no segundo, de aproximações sucessivas e métodos para comparar verdades geométricas. Assim, o autor classifica a matemática do papiro como pertencendo a um período *indutivo especulativo*. Ele apresenta 7 características da matemática contida no papiro:1) a completa ausência de perguntas, bem como de estudos de natureza teórica; 2) a limitação à resolução de problemas de natureza predominantemente prática, como decorrência de uma herança anterior; problemas de outro tipo, teriam interesse quando a solução destes fosse necessária para resolver problemas de natureza prática; 3) o principal interesse é o mecanismo de solução de problemas, com total descaso para a dimensão teórica dessa solução e, esta expressa de forma dogmática, desacompanhada de qualquer explicação, sendo, portanto, uma receita para as tarefas e sua resolução; 4) uso preferencial de números nomeados em vez de abstratos; 5) aspiração a generalizações; 6) a imperfeição e incompletude das generalizações feitas; 7) a imperfeição da classificação, que resulta em agrupamento e deslocamento de tarefas de mesma natureza, que as vezes foram encontrados.

As conclusões a que Gabaglia chega a partir da análise do papiro encontram-se dispersas ao longo de seu texto, uma vez que o autor não dedica a elas um capítulo específico.

Conclusões sobre a aritmética: A base usada no documento é a decimal e o sistema aditivo muito alterado e irregular; significativo uso das frações, que tinham sempre a unidade para numerador, exceto 2/3. A fração era sempre uma divisão da unidade; nada consta no documento sobre o processo ou instrumento usado pelos egípcios para efetuar a adição e subtração; no papiro não há um algoritmo para indicar a multiplicação, mas o processo consiste em duplicações e adições; tanto para a multiplicação quanto para a divisão são usadas tabelas; no problema 61, que trata da divisão de um número fracionário unitário por $\frac{2}{3}$, ele apresenta uma regra para isso; no Papiro, vê-se que os egípcios conheciam o princípio de que a ordem dos fatores não altera o produto e ainda que o valor de uma fração não se altera quando se divide ambos os termos por um mesmo número; o sequem é hoje o que entendemos por redução ao mesmo denominador.

Conclusões sobre a álgebra: Os problemas do cálculo do *hau* são problemas algébricos. Os quatro problemas (n. 24 a 27) correspondem a resolver uma equação do primeiro grau do tipo $\frac{1}{mx} + x = a$. Há o uso de símbolos abstratos no papiro Rhind: para a adição, subtração e igualdade que não são hieroglifos. Eles são verdadeiros símbolos algébricos.

Conclusões sobre a geometria: quer tenha sido o trabalho de Ahmes um caderno de aluno ou um manual prático, ele trata de trabalhos práticos da vida. Os problemas que envolvem as superfícies, referem-se a trabalhos práticos e habituais da agrimensura; a parte correspondente às pirâmides pode ser considerada o primeiro cálculo trigonométrico conhecido; o *seket* é a razão entre o semi-lado da base e a altura e, portanto, a tangente do ângulo do vértice.

Considerações Finais

Não se pode separar as contribuições dadas pelos dois pesquisadores – Bobynin e Gabaglia – no que diz respeito à história da matemática ou à história da educação matemática. Quer se considere o papiro Rhind como um livro, manual de ensino ou caderno de aluno, lá se encontram informações valiosas que se referem tanto à construção de conhecimento matemático pelos egípcios, assim como dizem respeito ao método de ensinar por eles realizado. Portanto, identificar os métodos de resolver problemas matemáticos contidos no Papiro Rhind amplia nossos conhecimentos da história da matemática na antiguidade e da história da educação matemática.

Ambos os autores concordaram que a interpretação dada por Eisenlohr ao problema 79 foi equivocada. Bobynin percebeu a importância desse problema por mostrar o conhecimento dos egípcios acerca das potências maiores do que dois, já que claramente tal problema mostra os produtos 7x7, 7x7x7, até a potência 5, mesmo que não apareça uma notação como aquela que usou Stevin vários séculos depois. Num simples problema de diversão, o Papiro Rhind revela um conhecimento mais elaborado, em que produtos de números iguais são potências de diferentes graus. Gabaglia, concordando com Eisenlohr, considera que o problema 79 mostra também o conhecimento dos egípcios sobre a soma de uma progressão geométrica. O Papiro Rhind, segundo a interpretação de Bobynin, mostra que os egípcios utilizavam não apenas métodos intuitivos e empíricos, mas, também, métodos especulativos. Assim, pode-se dizer que seus conhecimentos matemáticos não se limitavam apenas a uma matemática para resolver problemas práticos.

Os métodos evidenciam que aspiravam a generalizações, embora Bobynin tenha identificado nestas imperfeição e incompletude. A maioria do texto consiste em “receitas para as tarefas e sua resolução”. Gabaglia interpreta de maneira semelhante, afirmando que “não existe no papiro definições e teoremas, só há problemas práticos”, sem deixar de apontar exceções. Para Gabaglia, o uso de símbolos específicos para representar operações de adição e subtração merecem destaque. Partir do mais simples para o mais difícil, dar regras prontas para resolver os problemas, não apresentar teoria, fazer aproximações de medidas de superfícies planas e incluir problemas de diversão pode ter sido uma prática utilizada no ensino da matemática.

Saber resolver problemas da vida cotidiana envolvendo tanto a aritmética, quanto a álgebra e geometria pode ter sido, para os egípcios, o ideal de um conhecimento matemático e de um modo de ensinar matemática. Mais de um século após a decifração do Papiro Rhind, ele continua a ser um texto em que pesquisadores se debruçam em busca de novas interpretações e descobertas.

Referências

Baranetz, N.G. ; Veriovkin, A.B. **Rossyiskie Matematiki o nauke i filosofii** [Matemáticos russos sobre ciência e filosofia] / Ulianovsk: Izdatel [editor] Katchalin Aleksandr Vasilievitch, 2012.

Barbin, Evelyne et al. (2020) Introduction. In: “**Dig where you stand**” 6 Proccedings of the sixth International Conference on the History of Mathematics education. Münster: Verlag für wissenschaftliche Texte un Medien.

Bertatto, Fabio Maia. A falsa (su-)posição? Tradução dos problemas 24, 25, 26 e 27 do Papiro Rhind. **Revista Brasileira de História da Matemática**. V. 18, n. 36, p.11-29.

Bobynin, V. V. **Matemática dos antigos egípcios** (de acordo com o papiro Rhind) [Математика у древних египтян (по папирусу Ринде)]. Fac-simile da edição de 1882. Moscou; Knigiskii Dom Lirokom, 2020.

Cajori, F. The Rhind mathematical papyrus by A. B. Chace; H. P. Manning; R.

C. Archibald; L. Bull (Review). **The American Mathematical Monthly**, vol. 37, n. 4, 930, p. 189-191.

Chace, Arnold (1927). **The Rhind Mathematical Payrus**. Vol. 1. Mathematical Association of America, Oberlin, Ohio.

Chace, Arnold; Bull, Ludlow; Manning, Henry Parker (1929). **The Rhind Mathematical Payrus**. Vol. 2. Mathematical Association of America, Oberlin, Ohio.

Claget, M. **Ancient egyptian: a source book**. American Philosophical Society,vol. 3. Editora Philadelphia, 1999.

Cooper, L. Did Egytian scribes have an algorithmic means for determining the circumference of a circle? **Historia Mathematica**, 38, 2011, p. 455-484.

Eisenlohr, A. **Ein mathematisches handbuch der alten Aegypter (Papyrus Rhind des British Museum)**. Leipzig: J. C. Hinrichs' Buchhandlung, 1877.

Gabaglia, E. de B. R. **O mais antigo documento mathematico conhecido (papyro Rhind)**. Rio de Janeiro: Imprensa Americana, 1899.

Gabaglia, E. de B. R. Calculo Verbal, Calculo Graphico e Calculo Pratico. In: **Revista da Escola Polytechnica**, Rio de Janeiro, Typografia Americo Martins &C. I vol. 1897, pp. 8-21; 87-101; 361-380. II vol. 1897, pp. 101-109; 137-149.

Gabaglia, E. de B. R. Curso de trigonometria por Timote

Gillings, Richard. **Mathematics in the time of the pharaohs**. New York: Dover, 1972.

Imhausen, A. Ancient egyptian mathematics: new perspectives on old sources. **The Mathematical Intelligencer**, Berlin, Volume 28, Number 1, pp 19-27, 2006.

Martins, J. **O livro que divulgou o Papiro Rhind no Brasil**. Dis. Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática UNESP, Rio Claro, 2015.

Miatello, Luca. The difference $5\frac{1}{2}$ in a problem of rations from the Rhind mathematical papyrus. **Historia Mathematica**, 35 (2008) p. 277-284.

Revillout, E. et V., "Note sur I'équerre égyptienne et son emploi d'après le papyrus mathématique," **Revue Égyptologique**, Paris, vol 2, 1881, pp. 304-314.

Rodet, L., [Reduction of fractions to the same common denominator, stance 1881], [Problems 28, 36-38 of the Rhind papyrus and false position, séance 1882], **Bulletin des Séances de la Société Philologique** [1880-1882], Paris, vol. i, 1882, pp. 132-139, 226-232.

Robins, G.; Shute, C. **The Rhind mathematical papyrus: an ancient Egyptian text**. London: British Museum Publications, 1987.

Autora:

Circe Mary Silva da Silva

Possui graduação em Matemática pela Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul (1974), mestrado em Matemática pela Universidade Federal Fluminense (1979) e doutorado em Pedagogia - Universität Bielefeld (1991). Atualmente é professora do mestrado em Educação Matemática da Universidade Federal de Pelotas. É membro do Grupo Brasileiro de Pesquisas em História da Educação Matemática (GHEMAT). Suas pesquisas centram-se na História da Matemática, na História da Educação Matemática e na Educação Escolar Indígena

E-mail: cmdynnikov@gmail.com

ORCID: https://orcid.org/0000-0002-4828-8029

Lattes: http://lattes.cnpq.br/7810711686517284

Como citar o artigo:

SILVA, Circe Mary Silva (da). BOBYNIN Y GABAGLIA – PIONEROS DE LA HISTORIA DE LAS MATEMÁTICAS EN RUSIA Y BRASIL EN EL SIGLO XIX. **Revista Paradigma Vol. XLIV, Nro. 1,** Enero de 2023 / 582 – 598.

DOI: 10.37618/PARADIGMA.1011-2251.2023.p582-598.id1308