

Una interpretación del papel de las creencias en algunos modelos de conocimiento del profesor

Cristian Camilo Fúneme Mateus

ccfunemem@udistrital.edu.co

<https://orcid.org/0000-0002-9158-427X>

Universidad Distrital Francisco José de Caldas
Bogotá, Colombia.

Recibido: 15/02/2023 Aceptado: 08/06/2023

Resumen

Durante el desarrollo histórico de la didáctica de la matemática han surgido diversas posiciones respecto a cuál es la naturaleza del conocimiento que debe poseer un profesor de matemática para desarrollar su labor en los distintos niveles educativos, dando origen al estudio y desarrollo de lo que se ha catalogado como los modelos de conocimiento didáctico-matemático. En este artículo¹ se presentan algunos de los modelos más destacados, describiendo brevemente sus categorías de estudio y cómo se aborda el concepto de creencia en ellas. Adicionalmente, se realiza un contraste entre el papel que tienen las creencias en cada uno de los modelos y una reflexión respecto a la importancia de considerar con mayor profundidad la relación dinámica entre los diversos componentes del conocimiento del profesor de matemática y las creencias que este posee, para así avanzar en la determinación de mecanismos que posibiliten la gestión y ampliación de su conocimiento didáctico-matemático.

Palabras clave: Conocimiento. Conocimiento del Profesor. Creencia. Modelo. Didáctica de la matemática.

An interpretation of the role of beliefs in some models of teacher knowledge

Abstract

During the historical development of the mathematics education, several positions have emerged regarding the nature of the knowledge that a mathematics teacher must have to carry out their work at different educational levels, giving rise to the study and development of what has been catalogued as the models of didactic-mathematical knowledge. This article presents some of the most outstanding models, briefly describing their categories of study and how the concept of belief is approached in them. Additionally, a contrast is made between the role of beliefs in the different models and a reflection on the importance of considering in greater depth the dynamic relationship between the various components of the mathematics teacher's knowledge and the beliefs he has, in order to advance in the determination of mechanisms that make possible the management and expansion of didactic-mathematical knowledge.

Keywords: Knowledge. Teacher Knowledge. Belief. Model. Mathematics education.

¹ La información que se presenta en este escrito hace parte del desarrollo de la tesis doctoral: *Entre creencias y misconcepciones: Análisis del conocimiento didáctico-matemático sobre los espacios vectoriales*, la cual se desarrolla en el Doctorado Interinstitucional en Educación de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas.

Introducción

Con el surgimiento formal de la didáctica de la matemática en el siglo XX surgieron diferentes cuestionamientos sobre lo que se consideraba “enseñar la matemática”, por ejemplo, se dejó de centrar la atención en estrategias o metodologías “mágicas” que solucionaran los desafíos que emergen de las prácticas matemáticas en el salón de clases y se pasó a estudiar la naturaleza de la matemática, del aprendizaje y de la relación de este último con las acciones de los docentes (D’AMORE; FANDIÑO, 2015).

En el estudio de la relación entre enseñanza y aprendizaje aparecen las creencias como eje fundamental que ayuda en la comprensión de las dificultades que se enfrentan en los salones de clase, pues las creencias que poseen los profesores y estudiantes sobre la matemática y todo lo concerniente a ella, orientan las acciones y decisiones que toman en sus prácticas y, por ende, tienen un gran impacto en el alcance de los procesos desarrollados.

En particular, el estudio de las prácticas del profesor de matemática ha suscitado diversas posiciones sobre qué son las creencias, su naturaleza y relación o diferenciación con el conocimiento. Por ejemplo, en algunas corrientes de investigación se considera que las creencias son parte del conocimiento (PONTE, 1994), totalmente opuesto a lo planteado por Pajares (1992) quien las reconoce como el constructo determinado por un componente cognitivo (conocimiento), otro afectivo (emoción) y uno conductual (acción); también hay quienes sostienen que las creencias son un tipo particular de conocimiento que se puede describir como subjetivo y poco elaborado (MORENO, 2000), otras posturas las ven como el conocimiento resultante de experiencias y percepciones personales (PEHKONEN, 1994) e incluso hay quienes las describen como un conjunto de juicios o expectativas (D’AMORE; FANDIÑO, 2004).

Más allá de la postura que se desee acoger respecto a las creencias, siempre se ha admitido y discutido su relación con el conocimiento. De esta forma, ante los múltiples modelos de conocimiento didáctico-matemático emergentes en la didáctica surge de inmediato el cuestionamiento sobre cómo se contempla esta relación en todos ellos, siendo precisamente este aspecto el presentado en este artículo.

Revisión teórica

A continuación, se describen algunos modelos de conocimiento del profesor, iniciando por la presentación de las categorías que se proponen en cada uno de ellos. Luego se muestra la

manera en que los modelos conciben al conocimiento y las creencias en su cuerpo teórico, ya sea de forma implícita o explícita, para finalizar posteriormente con el establecimiento de la relación que existe entre estos dos conceptos.

1. El conocimiento pedagógico del contenido (PCK).

El modelo de conocimiento pedagógico del contenido (PCK²) fue diseñado por Shulman (1986) quien reflexionó sobre la naturaleza del conocimiento que debe poseer un profesor y cómo este puede ser estructurado para así orientar los programas de formación docente. Como resultado Shulman encontró que, a finales de los años 80, las acciones de los docentes estaban planeadas de manera general; es decir, halló que los profesores solían preocuparse por conocer el contenido que deseaban enseñar, el tipo de ejemplos, ejercicios y situaciones concernientes a ese contenido y cómo evaluar el resultado obtenido. No obstante, al ejecutar sus planeaciones los profesores ponían en acción aspectos curriculares y pedagógicos de los cuales no eran conscientes.

Es así, como Shulman (1986) propuso su modelo PCK inicialmente con tres categorías: (1) conocimiento del contenido, alusivo al dominio disciplinar del área en que está inmerso el docente; (2) conocimiento pedagógico del contenido, en donde se aborda el cómo desarrollar el proceso de enseñanza del contenido pretendido o en palabras de Shulman “las formas de representar y formular un tema para hacerlo comprensible para el estudiante” (1986, p. 9); (3) el conocimiento curricular, correspondiente al reconocimiento de conexiones de las diferentes temáticas de una asignatura y cómo estas se relacionan con temas de otras clases.

Estas categorías rápidamente fueron reconsideradas tras la respuesta de la comunidad académica, lo que llevó a Shulman (1987) a la adición de cuatro más: (4) el conocimiento pedagógico general, comprendido por las estrategias que determinan la organización de la clase y la gestión de los momentos de la misma; (5) conocimiento de los estudiantes y sus características, destacando la importancia de reconocer las diversas formas de ser y aprender de quienes aprenden; (6) conocimiento de los contextos educativos, incorporando los factores sociales, políticos, económicos y culturales que condicionan la acción educativa; y (7) el conocimiento de los fines y propósitos que persigue la educación desde una visión global y local.

² Las siglas PCK corresponden a la expresión en inglés *Pedagogical Content Knowledge*.

Para Shulman (1986) su modelo permite clasificar y describir el conocimiento de un docente a través del análisis de las formas de representación que él manifiesta en sus prácticas. Esto implica que el conocimiento posee dos componentes: uno actual, considerando en las categorías ya descritas; y otro potencial que influye en la elección del contenido que se enseña, la forma de enseñarlo y la finalidad que se le asocia, este último son las creencias (GROSSMAN et al., 1989).

Con mayor precisión, las creencias son descritas por Shulman (1986) como un tipo de conocimiento de carácter proposicional que aborda la consideración de las implicaciones de las prácticas docentes. Estas creencias surgen de tres fuentes distintas: (1) de la investigación empírica, ideas de tipo general que el docente adopta por considerar ciertas desde una visión científica; (2) la experiencia práctica, cuando el docente considera que algunas acciones que ha aplicado en sus prácticas usuales posibilitan el aprendizaje y enseñanza de la matemática, siendo un resultado sin comprobación científica pero con fuerte sentido de orientación de las acciones del docente; y (3) el razonamiento moral o ético (normas), que no resulta por ser efectivo en lo práctico o por poseer una condición de verdad científica, sino por considerarse correcto dentro del contexto sociocultural en el cual está inmerso el docente.

De esta forma, se encuentra que en el modelo PCK las creencias y el conocimiento son diferentes, pero están relacionados de manera directa a través de la consideración de la implicación de la acción y de la acción en sí misma. Es decir, el conocimiento de un profesor es un constructo que el docente pone en marcha en sus prácticas, mientras que las creencias son el conjunto de ideas, sin base cultural o teórica, que el profesor considera previo a sus acciones en el aula.

2. El conocimiento de la materia para la enseñanza (SMKT)

El trabajo desarrollado por Shulman despertó el interés por el desarrollo de modelos del conocimiento del profesor en distintos investigadores. Por ejemplo, Grossman (1990) propuso el Modelo del conocimiento del profesor (SMKT³) reconociendo algunas de las consideraciones de Shulman, pero apartándose de él en la forma de considerar el papel de las creencias y sus relaciones con el conocimiento.

³ Las siglas SMKT corresponden a la expresión en inglés *Subject matter knowledge for teaching*.

Específicamente, Grossman (1990) articuló su modelo a través de cuatro componentes: (1) Conocimiento pedagógico general, alusivo a las creencias y habilidades del profesor para desarrollar la enseñanza desde aspectos genéricos como los tipos de aprendizaje y sujetos, manejo de tiempo, organización de los salones de clase, fines de la educación, entre otros aspectos propios de la pedagogía; (2) Conocimiento del contenido, en donde incorpora la importancia de un dominio efectivo de los conceptos, procedimientos, lenguaje y demás aspectos concernientes a la disciplina que se enseña; (3) Conocimiento pedagógico del contenido, dividido en cuatro subcomponentes: las concepciones relativas a la enseñanza de un contenido, el conocimiento sobre el proceso de aprendizaje de los estudiantes para ese contenido, el conocimiento curriculares relativo a dicho contenido y conocimiento de las estrategias instruccionales para abordarlo; y (4) Conocimiento del contexto, para el cual se reconoce que las particularidades del lugar, momento histórico, características culturales, sociales y políticas tienen una fuerte influencia en el desarrollo de los procesos educativos.

Un primer acercamiento a la propuesta de Grossman (1990) parece mostrar que simplemente existe una reorganización de las categorías determinadas por Shulman (1987) para considerar el conocimiento del profesor, sin embargo, la diferencia entre los modelos recae sobre la naturaleza del conocimiento y las creencias. Para Grossman (1987) es primordial tomar una posición explícita y diferenciada sobre el conocimiento y las creencias, aspecto que Shulman en trabajos posteriores terminaría por reconocer (GROSSMAN et al., 1989), entendiendo que las creencias de los futuros profesores acerca de la disciplina, su enseñanza y aprendizaje son muy poderosas y de gran influencia sobre lo que ocurre en el salón de clases.

Grossman (1989) inicia por destacar el aporte desarrollado por Abelson (1979) y Nesper (1987) en el estudio de diversas formas de entender y relacionar las creencias y el conocimiento. Luego resalta que, desde su forma de interpretar el trabajo de los profesores, el conocimiento puede ser concebido como un constructo objetivo que resulta de diversos procesos de validación y reconocimiento científico y social; mientras que, las creencias están cargadas de elementos subjetivos y afectivos, lo que las hace muy influyentes en las acciones del ser humano y también posibilita su discusión en el ámbito pedagógico.

Grossman (1990) plantea que es fundamental identificar y diferenciar las creencias de los profesores porque tienen implicaciones en lo que deciden enseñar y cómo lo hacen. Entre las particularidades de las creencias y la forma en la cual se relacionan con el conocimiento,

enfatisa que un profesor puede poseer conocimientos, provenientes de fuentes científicas con suficiente evidencia que los soportan, sobre aspectos relacionados con los sucesos del aula; no obstante, termina por orientar sus acciones a partir de sus creencias (Grossman, 1987).

A partir del reconocimiento de la importancia de las creencias, en el modelo SMKT se distinguen diversos tipos de ellas, iniciando por las asociadas al contenido, su naturaleza y forma de acceder a él; estas son de gran relevancia porque llegan a determinar la manera en que se enseña; luego aparecen las creencias alusivas a las formas de enseñar un contenido en los distintos niveles de formación, mediante las cuales el profesor establece los objetivos asociados a la enseñanza de dicho contenido en cada grado; también se reconoce relevancia de las creencias relativas a la comprensión de los estudiantes, pues de ellas surgen las representaciones, explicaciones, metáforas o actividades que el profesor desarrolla en sus prácticas.

Es así, como se encuentra que en el modelo SMKT desarrollado por Grossman (1990) el conocimiento y creencias son conceptos distintos, pero posibles de relacionar en el análisis de la formación y labor del profesor. Esta posible asociación se evidencia en el componente del conocimiento pedagógico del contenido, en donde se presenta a las creencias como un subcomponente a partir del cual enseñanza, aprendizaje y contenido se articulan en el conocimiento del profesor.

3. Conocimiento del profesor: desarrollo en contexto (TKDC)

Si bien los aportes de Grossman y Shulman han sido fundamentales en el desarrollo de la investigación relativa al conocimiento del profesor, rápidamente aparecieron algunos comentarios sobre posibles deficiencias en sus propuestas. Por ejemplo, Fennema y Franke (1992) encontraron dos aspectos por considerar; el primero de ellos, que en los modelos precedentes no se reconocía la especificidad de las diversas disciplinas ni tampoco de sus didácticas; y el segundo, que tanto el conocimiento como las creencias no son estáticas, por el contrario, son dinámicas, cambiantes y de constante interacción.

Las consideraciones mencionadas motivaron el desarrollar el TKDC⁴ como un modelo específico para la matemática, en donde Fennema y Franke (1992) incluyeron cuatro componentes: conocimiento del contenido, de la pedagogía, de la cognición de los estudiantes y del contexto, los cuales están en codependencia con las creencias de los profesores.

⁴ Las siglas SMKT corresponden a la expresión en inglés *Teacher knowledge: developing in context*.

En el componente del conocimiento asociado a los contenidos, el modelo TKDC propone que en las prácticas matemáticas emergen conceptos, procedimientos y procesos que el profesor debe dominar y que, además, es necesario conocer y relacionar las situaciones problema en las cuales surgieron cada uno de ellos. Incorporando, como aspecto específico de la matemática, que la resolución de problemas es inherente a la significación de los objetos matemáticos (HIEBERT et al., 1999).

En cuanto al componente pedagógico, se reconoce que, más allá de la particularidad de la matemática, hay aspectos en la labor del docente en el salón de clase que son de carácter general, como lo son el manejo del comportamiento de los estudiantes, la organización del aula, las técnicas de motivación y el abordaje de las creencias de los estudiantes. Es decir, en este componente se acepta la posición de Grossman (1990) y Shulman (1986) respecto a la importancia del conocimiento propio de la pedagogía. Esto ocurre también en la consideración del contexto, pues se encuentra necesario el conocer y gestionar todos los atributos contextuales en los cuales se enmarca la labor del profesor.

Por otra parte, en el componente de la cognición del estudiante se incorpora la necesidad de conocer “cómo los estudiantes piensan y aprenden y, en particular, cómo ocurre esto dentro de un contenido matemático específico” (FENNEMA; FRANKE, 1992, p. 162), pues sólo a través de este conocimiento es posible prever, atender y gestionar las estrategias, dificultades y aciertos de los estudiantes en favor de su aprendizaje.

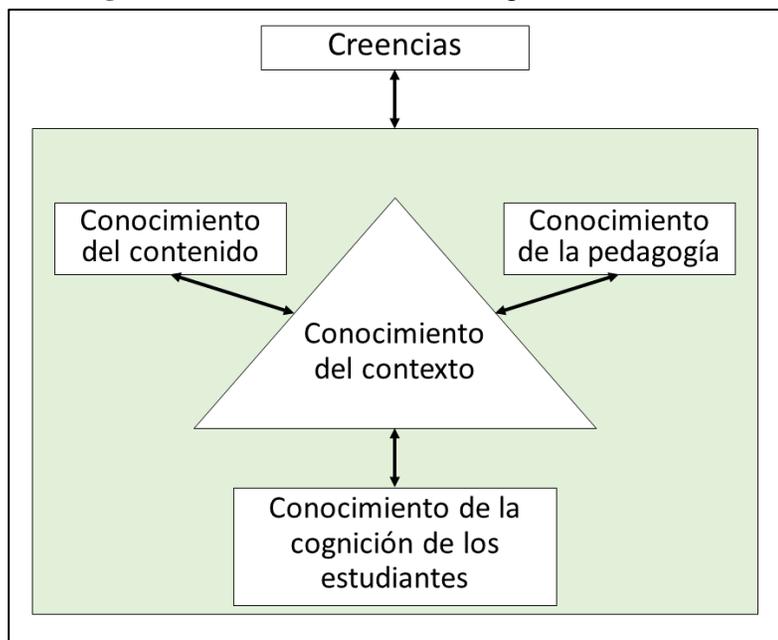
Finalmente, respecto a las creencias en el modelo TKDC se acoge el posicionamiento de Thompson (1992), quien propone que conocimiento y creencias son temas distintos y que su diferenciación radica en la forma en la cual son desarrollados. Esta consideración surge de asumir que el conocimiento es aquello que emerge de procedimientos o metodologías aceptadas como válidas dentro de una sociedad, esto provee al conocimiento de una cierta validez y de consenso que no es inobjetable si no que varía de acuerdo con la evolución de los propios métodos.

En relación con las creencias, y también recurriendo a Thompson (1992), en el TKDC se considera que son ideas que surgen sin ningún proceso considerado válido o sin una evaluación de su certeza. Algunos rasgos distintivos que se asocian a las creencias son su relación con los sentimientos, emociones, experiencias personales y suposiciones que se generan

a partir de la forma de concebir el mundo, por lo cual se suelen entender como un sistema organizado.

A partir de los componentes ya descritos, Fennema y Franke (1992) ven el conocimiento del profesor como interactivo, dinámico, personal y situado, dado que se desarrolla en contextos específicos y por esto depende de factores sociales que están en constante evolución y transformación (Figura 1); más aún, consideran que el carácter dinámico que posee el conocimiento posibilita las modificaciones en él y que por tanto es deber de la didáctica de la matemática establecer cómo lograr cambios que tengan un efecto positivo en la labor del profesor. También aclaran que la gestión de cada uno de los componentes del conocimiento es posible a través de la identificación y modificación de las creencias de los profesores, pues estas inducen y condicionan su ejecución en las prácticas matemáticas y didácticas.

Figura 1 – Interacción de las categorías del TKDC



Fuente: Fennema y Franke (1992, p. 13)

4. Conocimiento matemático para la enseñanza (MKT)

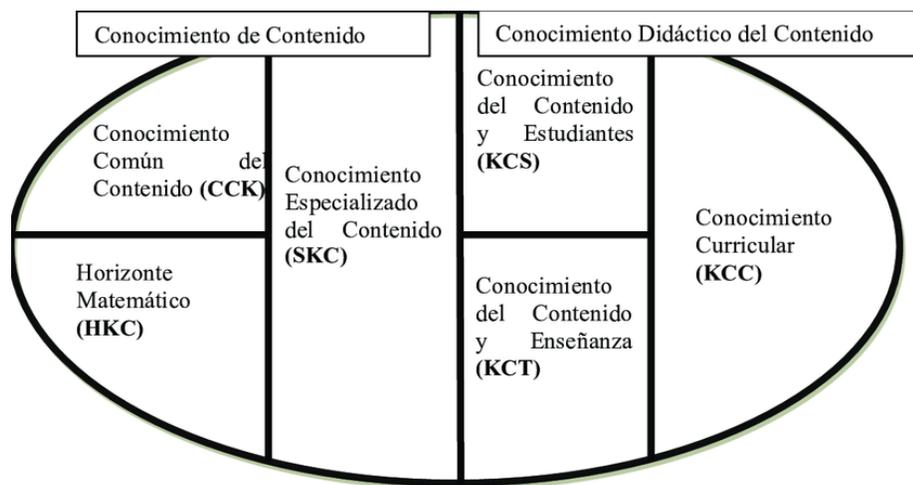
El modelo del Conocimiento matemático para la enseñanza (MKT⁵) fue desarrollado por Deborah Ball y sus colaboradores a finales de los años noventa y presentado a la comunidad académica en el inicio del siglo XXI (BALL, 1988; BALL, 2000; BALL et al., 2001; BALL et al., 2005; BALL et al., 2008). Su planteamiento central se basa en comprender a la enseñanza

⁵ Las siglas MKT corresponden a la expresión en inglés *Mathematical Knowledge for Teaching*.

de la matemática como un proceso que requiere de algo más que el dominio de los contenidos, expresando que el conocimiento del profesor también debe contemplar la producción de situaciones de aprendizaje que aborden el cómo presentar los conceptos matemáticos de forma accesible y significativa para los estudiantes, así como la capacidad de anticipar y responder a las dificultades que ellos pueden enfrentar (HILL et al., 2008).

El MKT se estructura a partir de dos grandes componentes en los cuales se incorporan varias dimensiones, estos son el conocimiento del contenido y el conocimiento pedagógico del contenido (Figura 2). El primer componente, conocimiento del contenido de la matemática, se refiere a la comprensión que tiene un profesor de los conceptos y procedimientos matemáticos que enseña, distinguiendo tres tipos: (1) el conocimiento común, asociado al manejo de los conceptos, procedimientos y habilidades matemáticas que se trabajan en un determinado grado; (2) el conocimiento especializado, que señala la comprensión en profundidad de los conceptos matemáticos y todo lo correspondiente a ellos, incluyendo que ellos van más allá del grado en que se enseña; y (3) el horizonte matemático, en donde se incorpora la toma de conciencia sobre la forma en la cual los conceptos matemáticos se relacionan entre ellos, las conexiones con otras áreas del conocimiento y las prácticas matemáticas claves asociadas a cada concepto (BALL; BASS, 2009).

Figura 2 – Interacción de las categorías del MKT



Fuente: Ball et al. (2008, p. 403)

El segundo componente, conocimiento pedagógico del contenido, hace alusión a la comprensión sobre cómo enseñar conceptos y procedimientos matemáticos, incluyendo el conocimiento de estrategias de instrucción, técnicas de evaluación y de gestión del aula que

promuevan el aprendizaje de los estudiantes (HILL et al., 2008). Este componente se divide en tres partes: (1) conocimiento del contenido y de los estudiantes, relacionado con las formas de entender cómo un concepto matemático puede llegar a ser aprendido por los estudiantes; (2) el conocimiento del contenido y la enseñanza, concerniente a la elección, diseño, aplicación y evaluación de estrategias, ejemplos, instrumentos y demás elementos incorporados a los procesos de instrucción; y (3) el conocimiento curricular, que corresponde a la comprensión de las normas y expectativas para la enseñanza de la matemática en el contexto particular en que está inmersa, incorporando el conocimiento del contenido en los diferentes niveles y grados académicos, así como las directrices pedagógicas, políticas y culturales que condicionan los procesos de instrucción (HOOVER et al., 2016).

En cuanto a la forma en la cual se relacionan los componentes y subcomponentes del modelo MKT, se asume la posición respecto al conocimiento planteada por Dewey (1931/1960). Específicamente, en el MKT se comprende al conocimiento como un dominio de integración e interacción entre los tipos de conocimiento y las creencias, que debe ser analizado en términos del contexto que lo moldea y de las prácticas que se ejecutan en él. Razón por la cual se considera que es ineludible el análisis del conocimiento del profesor desde la identificación y estudio profundo de la relación dinámica entre conocimientos y creencias, pues estos dos aspectos se moldean y condicionan mutuamente llegando a determinar las elecciones y acciones de las personas, en este caso los profesores de matemática (BALL, 1988).

En lo referente a qué son las creencias, se considera que no son netamente ideas u opiniones, sino que tienen una implicación práctica (DEWEY, 1916/1944). Además, se considera que las creencias poseen un carácter dinámico y modificable cuando son sometidas a procesos continuos de indagación y experimentación. De esta forma, se incorpora las creencias en el MKT como motivadoras, condicionantes y guías para la puesta en marcha de los distintos tipos de conocimiento, siendo las que dan forma a sus interpretaciones, decisiones y acciones a través de la consideración de las consecuencias de las prácticas respecto a ciertas metas que el profesor o las instituciones determinan (BALL, 1988).

5. El cuarteto del conocimiento (KQ)

Al observar que en los cursos de formación de docentes del Reino Unido se desarrollaban observaciones y análisis de sesiones de clases de matemática sin incorporar una consideración profunda del conocimiento matemático, Rowland et al. (2005) desarrollaron su modelo del

Cuarteto del conocimiento (KQ⁶) como una herramienta para apoyar y fundamentar la formación inicial del profesor de matemática.

La primera categoría considerada en el KQ es denominada fundamentos y en ella se abordan dos aspectos: (1) todos los conocimientos que el profesor ha adquirido en su formación académica y (2) las creencias que posee sobre su labor y la matemática. Estos fundamentos abarcan tanto lo aprendido de manera intencional como aquello que el profesor ha tomado sin conciencia alguna y se diferencian de las otras categorías en que se refiere a los conocimientos poseídos (ROWLAND et al., 2005).

En lo alusivo a la capacidad del profesor para transformar su conocimiento matemático en acciones, conocimientos, procedimientos, procesos y situaciones de aprendizaje, son consideradas en la categoría de Transformación. Además, en esta categoría se contempla el uso de recursos y materiales, las estrategias del profesor y el manejo de representaciones (TURNER; ROWLAND, 2011).

La tercera categoría del KQ es la conexión; en ella se estudia la manera en la cual se estructuran, desarrollan y evalúan los contenidos en las diferentes sesiones de clases y grados escolares. En esta categoría se incluye tanto el análisis local de la planificación y aplicación de una sesión de clase para un objeto matemático, hasta la globalidad del conocimiento y ejecución del currículo en cuanto a la presencia de un objeto en distintos niveles de escolaridad y la forma en que se conecta con otros objetos (ROWLAND; TURNER, 2007).

Finalmente aparece la categoría de la contingencia, en la cual se contempla la respuesta del profesor a situaciones espontáneas que surgen en las clases y que se escapan de la planificación que se ha estructurado, incluyendo tanto las acciones del profesor para abordar lo que ocurre como su disposición para atenderlas (ROWLAND, 2008).

En lo concerniente a la naturaleza del conocimiento y de las creencias, en el KQ se adopta la visión de Shulman (1986) respecto a su diferenciación respecto a la disposición para la acción y la acción en sí misma; es decir, se adopta la visión de las creencias como un tipo de conocimiento de carácter proposicional (ROWLAND et al., 2005).

⁶ Las siglas MKT corresponden a la expresión en inglés *Knowledge Quartet*.

6. Modelo de Conocimiento Didáctico-Matemático (CDM)

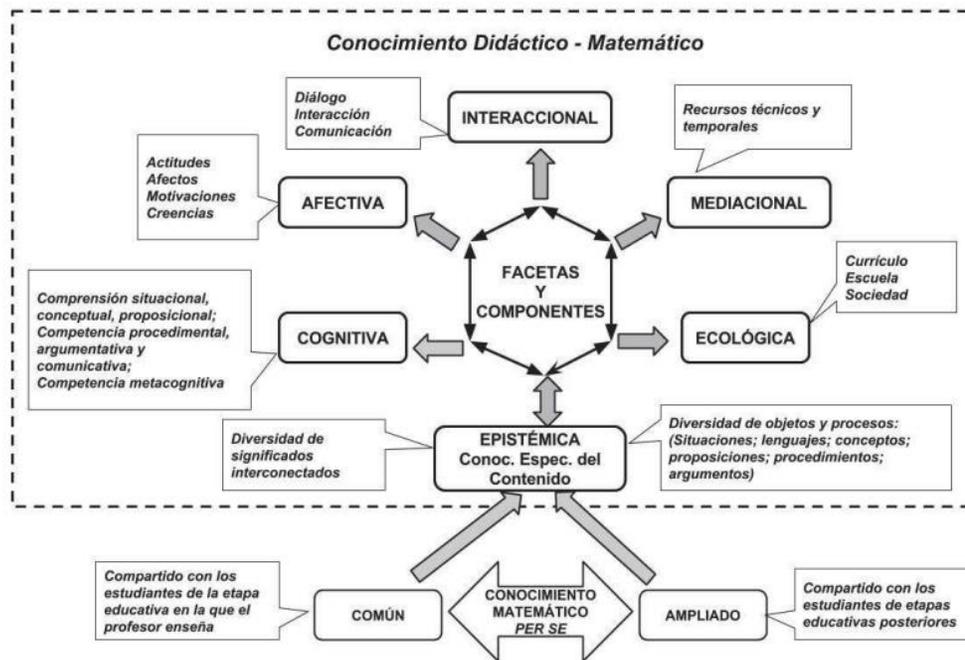
El modelo de Conocimiento Didáctico-Matemático (CDM) fue presentado por Godino (2009) en el marco de desarrollo del sistema teórico interactivo denominado Enfoque Ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática (EOS). El CDM nace bajo la intención de reconocer, integrar y articular los diferentes desarrollos teóricos en la didáctica de la matemática sobre el conocimiento del profesor, para ofrecer un modelo que responda a las necesidades prescriptivas y normativas de la educación actual (GODINO; PINO-FAN, 2013).

Específicamente, en el CDM se plantea que, con el desarrollo de diferentes modelos, han surgido diversas formas de comprender el conocimiento del profesor de matemática a través de la delimitación de sus componentes; sin embargo, esto también ha originado un fuerte obstáculo para alcanzar una definición operativa de dicho conocimiento (PINO-FAN; GODINO, 2015).

Es así, como el CDM se estructura mediante un sistema interconectado de herramientas que posibilitan el análisis de procesos de instrucción a través de tres dimensiones (matemática, didáctica y meta didáctico-matemática), seis facetas (epistémica, cognitiva, afectiva, interaccional, mediacional y ecológica), cuatro fases (estudio preliminar, diseño, implementación y evaluación), cuatro niveles de análisis (problemas, prácticas, objetos y procesos) y diferentes criterios específicos de valoración (Figura 3).

La dimensión matemática está relacionada con el conocimiento disciplinar del profesor, dividiéndose en dos tipos: (1) el conocimiento común del contenido, que hace referencia al dominio de objetos matemáticos que es considerado como suficiente para abordar los procesos de instrucción en un nivel educativo específico; y (2) el conocimiento ampliado, que corresponde a las nociones matemáticas que permiten relacionar un objeto particular con otros que están presentes antes y después en la estructura curricular en la cual está inmerso el profesor (NAVARRO; GODINO, 2021).

Figura 3 – Interacción de las categorías del CDM



Fuente: Godino et al. (2015, p. 131)

La dimensión didáctica concierne a los factores que influyen en la planificación y ejecución de los procesos de instrucción; estos son planteados en el CDM como seis facetas que son descritas por Pino-Fan y Godino (2015) de la siguiente manera:

- La faceta epistémica, que vincula el conocimiento común y especializado del profesor, pero visto a través de su movilización en la resolución de problemas, elaboración de representaciones, comprensión y uso de diversos significados de los objetos, aplicación de procedimientos, así como la producción de argumentos y justificaciones.

- La faceta cognitiva, entendida como los conocimientos alusivos a la forma de pensar y actuar de los estudiantes. Estos se evidencian en la manera de prever y atender a las dificultades, conceptos erróneos y diversas respuestas de los estudiantes ante las situaciones asociadas a un objeto matemático.

- La faceta afectiva, que también reconoce la forma de comprender al estudiante y la manera en que actúa, pero en este caso corresponde a las sensaciones, emociones y motivaciones que él pueda tener en un proceso de instrucción.

- La faceta interaccional aborda la planeación, implementación y evaluación de secuencias de interacciones entre todos los participantes del proceso de instrucción, es decir: estudiantes,

estudiantes y profesor, estudiantes y recursos, estudiantes y objetos matemáticos, profesores y recursos, entre otras.

- La faceta mediacional se incorpora en el CDM para reconocer la importancia del conocimiento de la elección e implementación de materiales y recursos que se vinculan en el proceso de instrucción de un objeto matemático.

- La faceta ecológica se relaciona con el conocimiento curricular y sus aspectos sociales, políticos, económicos y culturales, todos ellos respecto al objeto matemático de interés. En esta faceta también se abordan las conexiones intra y extra-matemáticas, correspondientes a las relaciones entre los objetos matemáticos y a sus vínculos con otras disciplinas, respectivamente.

Ahora, dado que el docente requiere de procesos de reflexión que le permitan orientar sus prácticas a partir de lo que ocurre en su labor profesional, en el CDM se agrega la dimensión meta didáctico-matemática como aquella relativa a los conocimientos sobre las normas, metanormas, restricciones contextuales, reflexiones de las prácticas y formas de valorarlas (D'AMORE et al., 2007; GODINO, 2017).

En los momentos de valoración y reflexión aparecen las cuatro fases de diseño didáctico, en las cuales se busca que los profesores continuamente desarrollen estudios preliminares de los procesos de instrucción, luego realicen diseños, los implementen y evalúen. Todos estos aspectos se orientan a través del estudio de los problemas o situaciones, prácticas, objetos y procesos que se conectan con el objeto matemático que se está abordando y también desde los aportes de cada una de las facetas de la dimensión didáctico-matemática para las cuales se han determinado criterios específicos en el CDM; todos estos elementos pueden ser consultados en el trabajo de Godino (2013).

En lo alusivo a la naturaleza del conocimiento, en el CDM se toma la postura del EOS de integrar aspectos ontológicos y semióticos de la matemática desde una visión pragmática y antropológica, proponiendo que el conocimiento es un proceso semiótico, dinámico y evolutivo que implica la creación, interpretación y comunicación constante de significados a través de representaciones (GODINO, 2021). Específicamente, se entiende el conocimiento como un “conjunto de relaciones que el sujeto (persona o institución) establece entre los objetos y las prácticas, relaciones que se modelizan mediante la noción de función semiótica” (GODINO et al., 2020, p. 8).

Esta posición relativa al conocimiento también está enmarcada respecto a la posición del saber que acoge el CDM. Para este modelo el saber tiene un carácter de validación y consenso que surge de procesos de justificación y argumentación intersubjetiva que se desarrollan en el seno de una cultura.

Las creencias en el CDM son entendidas como verdades externas y subjetivas que surgen de las prácticas personales, por lo cual tienen un impacto dual y directo en los sujetos; por un lado, estimulan e inducen sus prácticas y por el otro estabilizan la configuración cognitiva que posee una persona sobre un objeto particular y todos aquellos con los cuales se conecta. Esto lleva a considerar que las creencias están interrelacionadas con las emociones, valores y actitudes de los profesores, siendo parte de la faceta afectiva (BELTRÁN-PELLICER; GODINO, 2020).

Es así, como se encuentra que en el CDM se considera que las creencias se relacionan de manera continua y dinámica dentro de la faceta afectiva, la cual a su vez interactúa constantemente con todos los componentes que se reconocen en las demás dimensiones y facetas del modelo. Específicamente, las creencias proveen a los profesores de criterios que valoran positivamente para orientar sus prácticas; es decir, las creencias son parte del conocimiento, pero a su vez el conocimiento, entendido como el conjunto de relaciones que el docente ha construido, se convierte en el sustento implícito de las creencias (LEDEZMA et al., 2022).

Resultados

A partir de los aspectos descritos en cada uno de los modelos de conocimiento del profesor surgen dos aspectos de particular relevancia para los fines de este artículo, el primero de ellos es la naturaleza del desarrollo de los modelos y el segundo la forma en que se ha incorporado el análisis de la relación entre las creencias y el conocimiento.

7. Evolución de los modelos de conocimiento del profesor

La forma en la cual se han presentado los modelos de conocimiento del profesor corresponde a su emergencia histórica; esto permite describir la evolución de las consideraciones que se realizan en cada uno de ellos como un proceso sucesivo de doble carácter: superposición y acumulación, estos dos aspectos entendidos desde la perspectiva de D'Amore (2001).

Con mayor precisión, en los primeros modelos desarrollados se generó una superposición de componentes a considerar, agregando progresivamente elementos que componen el conocimiento del profesor y precisando la posición respecto a cada uno de ellos. Ejemplo de esto es la progresiva consideración e incorporación de posiciones alusivas a las creencias tanto de profesores como de estudiantes en los modelos de conocimiento y en general en didáctica de la matemática.

Adicionalmente, la ampliación respecto a las categorías que se discuten en cada modelo trajo consigo el distanciamiento entre algunas posturas epistemológicas, especialmente sobre la naturaleza del conocimiento y de las creencias. Esto se hace evidente en la forma de considerar el conocimiento en los modelos SMKT y TKDC, los cuales le asocian un carácter social, opuesto a lo que se considera en el CDM donde el conocimiento es personal y se diferencia del saber, entendiendo que este último emerge en un sistema de prácticas institucionales.

De esta manera se encuentra que el desarrollo de los modelos también ha tenido un carácter de acumulación, en el cual se desarrollan de forma paralela distintos posicionamientos que van agregando elementos a considerar en la consolidación de los objetos de interés, en este caso el conocimiento del profesor. Precisamente, otro aspecto que da cuenta de esta característica de acumulación en los modelos estudiados es la consideración de la necesidad de desarrollar modelos de conocimiento específicos para cada disciplina, que fue incorporado por modelos como el TKDC, el MKT y el CDM e ignorado por otros como el PCK.

8. Relaciones y diferencias entre los modelos

Respecto a las relaciones en la evolución del estudio del conocimiento del profesor, en el Cuadro 1 se muestra la manera en la cual algunos modelos coinciden en sus posiciones respecto a creencias y conocimiento. Por ejemplo, para el PCK y el KQ el conocimiento tiene una naturaleza teórica que corresponde a los principios de una disciplina en particular, lo que lleva a la distinción de diversos tipos de conocimiento, entre los cuales aparecen las creencias como aquellas que tienen un carácter proposicional. Los otros modelos que coinciden en sus posicionamientos respecto a estos conceptos son el SMKT y el TKDC modelos en los cuales el conocimiento requiere de un proceso de validación que puede originarse en la sociedad o en una comunidad científica, lo que lleva a precisar que las creencias no son conocimiento por tener un origen subjetivo.

Otra relación importante encontrada, es la coincidencia en la manera en que el SMKT, el TKDC y el MKT relacionan a las creencias y conocimiento pues, aunque el MKT define estos conceptos de forma distinta al otorgarles un carácter pragmático y contextual, encuentran que las acciones del profesor son las que posibilitan la identificación y estudio de estos dos conceptos desde un punto de vista didáctico.

En cuanto al modelo CDM, asume una visión integradora de los principales aportes de los modelos precedentes. No obstante, el resultado de su propuesta es una postura diferente que reconoce también los aportes de otras líneas de investigación en didáctica de la matemática, para diferenciar las dimensiones personales e institucionales del conocimiento.

Finalmente, la relación más importante entre todos los modelos estudiados es la intención de análisis del conocimiento del profesor a través de sus prácticas, lo que implica un posicionamiento pragmático en cada uno de ellos, por lo menos en lo que refiere al conocimiento. Esta posición resulta explícita en los modelos MKT y el CDM, quienes acuden a Dewey (1916/1944) y Peirce (1965/1987), respectivamente, para describir la manera en que las acciones de las personas se relacionan con su conocimiento; mientras que, en los demás modelos, el sustento epistemológico del conocimiento resulta implícito.

Cuadro 1 – Posiciones y relaciones asociadas al conocimiento y las creencias

Modelo	Conocimiento	Creencia	Relación
Conocimiento pedagógico del contenido (PCK)	Estructura de teorías, principios y conceptos de una disciplina.	Conocimiento de carácter proposicional en el que se abarca las implicaciones de la práctica.	La creencia es un tipo de conocimiento que se origina de forma empírica, por experiencias o razonamientos morales y éticos.
El cuarteto del conocimiento (KQ)			
El conocimiento de la materia para la enseñanza (SMKT)	Constructo objetivo que resulta de diversos procesos de validación y reconocimiento científico y social.	Constructo subjetivo y afectivo.	Diferentes, pero directamente relacionados en las acciones de las personas.
Conocimiento del profesor: desarrollo en contexto (TKDC)			
Conocimiento matemático para la enseñanza (MKT)	Dominio de integración e interacción contextual.	Motivaciones, condicionantes y guías para la acción.	
Conocimiento Didáctico-Matemático (CDM)	Conjunto de relaciones que el sujeto establece entre los objetos y las prácticas.	Verdades externas y subjetivas que surgen de las prácticas personales.	Las creencias estimulan, soportan e inducen las prácticas a través de las cuales emerge el conocimiento.

Fuente: Elaboración propia.

9. Conclusiones

El análisis del desarrollo de los modelos de conocimiento que se abordaron en este artículo permite evidenciar que las creencias son un aspecto fundamental en el estudio del conocimiento del profesor de matemática. Esto considerando que más allá de cómo se definan, en todos los modelos se ha terminado por reconocer que las creencias deben ser incorporadas al estudio de las prácticas de los profesores para tener una visión completa y más objetiva de sus acciones y de las motivaciones que hay detrás de ellas.

Adicionalmente, se encuentra que existe la necesidad, en la mayoría de los modelos de conocimiento del profesor, de clarificar qué se entiende por conocimiento pues suele describirse y definirse los componentes del conocimiento del profesor, más no se aclara cuál es la raíz epistemológica u ontológica del conocimiento. Este aspecto resulta problemático entendiendo que en todo modelo se emplean términos como aprendizaje, enseñanza, instrucción, conceptos, objetos, entre muchos otros, que solo adquieren sentido cuando están apoyados en una perspectiva epistemológica de la disciplina en que se encuentran enmarcados.

10. Agradecimientos

Al Doctorado Interinstitucional en Educación de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas, programa académico en el cual se desarrolló el estudio y discusión de los modelos de conocimiento del profesor que han sido presentados en este artículo.

11. Referencias

- ABELSON, R. Differences between belief systems and knowledge systems. **Cognitive Science**, Seattle, v. 3, n. 4, p. 355-366, 1979.
- BALL, D. **Knowledge and reasoning in mathematical pedagogy: Examining what prospective teachers bring to teacher education**. 1988. Tesis (Doctorado) - Michigan State University, Department of Teacher Education, Michigan, 1988.
- BALL, D. Bridging practices: Intertwining content and pedagogy in teaching and learning to teach. **Journal of Teacher Education**, Washington, v. 51, n. 3, p. 241-247, 2000.
- BALL, D.; BASS, H. With an eye on the mathematical horizon: Knowing mathematics for teaching to learners' mathematical futures. En: **43Rd Jahrestagung Für Didaktik Der Mathematik Held**, Oldenburg, 2009.
- BALL, D.; HILL, H.; BASS, H. Knowing mathematics for teaching: Who knows mathematics well enough to teach third grade, and how can we decide? **American Educator**, New Jersey, v. 29, n. 1, p. 14-22, 2005.

- BALL, D.; LUBIENSKI, S.; MEWBORN, D. Research on teaching mathematics: The unsolved problem of teachers' mathematical knowledge. En RICHARDSON V. (Ed.), **Handbook of research on teaching** (4th ed., pp. 433-456). Washington: American Educational Research Association, 2001.
- BALL, D.; THAMES, M.; PHELPS, G. Content knowledge for teaching. What makes it special? **Journal of Teacher Education**, Washington, v. 59, n. 5, p. 389-407, 2008.
- BELTRÁN-PELLICER, P.; GODINO, J. An onto-semiotic approach to the analysis of the affective domain in mathematics education. **Cambridge Journal of Education**, Cambridge, v. 50, n. 1, p. 1-20, 2020.
- D'AMORE, B.; FANDIÑO, M. I. Cambios de convicciones en futuros profesores de matemática de la escuela secundaria superior. **Epsilon**, Cádiz, v. 20, n. 1, p. 25-43, 2004.
- D'AMORE, B.; FANDIÑO, M. I. Propuestas metodológicas que constituyeron ilusiones en el proceso de enseñanza de la matemática. **Educación Matemática**, Guadalajara, v. 27, n. 3, p. 7-43, 2015.
- D'AMORE, B.; FONT, V.; GODINO, J. La dimensión metadidáctica en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática. **Paradigma**, Maracay, v. 28, n. 2, p. 49-77, 2007.
- DEWEY, J. **Democracy and Education**. Toronto: Collier-Macmillan, 1944. (Trabajo original publicado en 1916).
- DEWEY, J. Context and thought. En BERNSTEIN R. (Ed.), **On experience, nature, and freedom** (pp. 88-110). Indianapolis: Bobbs-Merrill, 1960. (Trabajo original publicado en 1931).
- FENNEMA, E.; FRANKE, M. Teachers' knowledge and its impact. En GROUWS D. (Ed.), **Handbook of research on mathematics teaching and learning** (pp. 147- 164). New York: Macmillan, 1992.
- GODINO, J. Categorías de análisis de los conocimientos del profesor de matemáticas. **Unión, Revista Iberoamericana de Educación Matemática**, Andújar, v. 5, n. 20, p. 13-31, 2009.
- GODINO, J. Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. **Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática**, San Pedro de Montes de Oca, v. 8, n. 11, p. 111-132, 2013.
- GODINO, J. Construyendo un sistema modular e inclusivo de herramientas teóricas para la educación matemática. En CONTRERAS, J.; ARTEAGA, P.; CAÑADAS, G.; GEA, M.; GIACOMONE, B.; LÓPEZ, M. (Eds.), **Actas del Segundo Congreso Internacional Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico. del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos**, Jaén, 2017. Disponible en <http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/civeos/godino.pdf>
- GODINO, J. Hibridación de teorías en el sistema teórico del enfoque ontosemiótico. **La matematica e la sua didattica**, Bologna, v. 29, n. 2, p. 159-184, 2021.

- GODINO, J.; BATANERO, C.; FONT, V. El enfoque ontosemiótico: Implicaciones sobre el carácter prescriptivo de la didáctica. **Revista Chilena de Educación Matemática**, Valparaíso, v. 12, n. 2, p. 3-15, 2020.
- GODINO, J.; AKÉ, L.; CONTRERAS, A.; DÍAZ, C.; ESTEPA, A.; BLANCO, T.; LACASTA, E.; LASA, A.; NETO, T.; OLIVERAS, M.; WILHELMI, M. Diseño de un cuestionario para evaluar conocimientos didáctico-matemáticos sobre razonamiento algebraico elemental. **Enseñanza de las Ciencias**, Barcelona, v. 33, n. 1, p. 127-150, 2015.
- GODINO, J.; PINO-FAN, L. The mathematical knowledge for teaching. A view from ontosemiotic approach to mathematical knowledge and instruction. En UBUZ, B.; HASER, Ç.; MARIOTTI, M. (Eds.), **Proceedings of the Eighth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education** (pp. 3325–3326). Antalya, Turkey: CERME, 2013.
- GROSSMAN, P. **A tale of two teachers: the role of subject matter orientation in teaching**. Stanford, CA.: Stanford University, 1987.
- GROSSMAN, P. Teachers of substance: subject matter knowledge for teaching. En REYNOLDS, M. (ed.), **Knowledge Base for the Beginning Teacher** (pp. 23-26). Oxford: Pergamon Press, 1989.
- GROSSMAN, P. **The making of a teacher: Teacher knowledge and teacher education**. New York and London: Teachers College Press, 1990.
- GROSSMAN, P.; WILSON, S.; SHULMAN, L. Teachers of substance: Subject matter knowledge for teaching. En REYNOLDS, M. (Ed.), **Knowledge base for the beginning teacher** (pp. 23-36). New York: Pergamon, 1989.
- HIEBERT, J., CARPENTER, T., FENNEMA, E., FUSON, K., WEARNE, D., MURRAY, H. **Making sense – teaching and learning mathematics with understanding**. Portsmouth, NH: Heinemann, 1997.
- HILL, H.; BALL, D.; SCHILLING, S. Unpacking pedagogical content knowledge of students. **Journal for Research in Mathematics Education**, v. 39, n. 4, p. 372-400, 2008.
- HOOVER, M.; MOSVOLD, R.; BALL, D.; LAI, Y. Making progress on mathematical knowledge for teaching. **The Mathematics Enthusiast**, Montana, v. 13, n. 1, p. 3-34, 2016.
- LEDEZMA, C.; SOL, T.; SALA, G.; FONT, V. Knowledge and Beliefs on Mathematical Modelling Inferred in the Argumentation of a Prospective Teacher When Reflecting on the Incorporation of This Process in His Lessons. **Mathematics**, v. 10, n. 18, 3339, 2022. Disponible en <https://doi.org/10.3390/math10183339>
- MORENO, M. **El profesor universitario de matemáticas: estudio de las concepciones y creencias acerca de la enseñanza de las ecuaciones diferenciales**. Tesis. (Doctorado) - Universidad Autónoma de Barcelona, Barcelona, 2000.
- NAVARRO, M.; GODINO, J. Conocimiento didáctico-matemático de la proporcionalidad en futuros maestros de educación primaria. **Profesorado, Revista de Currículum y Formación del Profesorado**, Granada, v. 25, n. 2, p. 281-306, 2021.

- NESPOR, J. The role of beliefs in the practice of teaching. **Journal of Curriculum Studies**, London, v. 19, n. 4, p. 317-328, 1987.
- PAJARES, M. Teachers' beliefs and educational research: Cleaning up a messy construct. **Review of Educational Research**, London, v. 62, n. 3, p. 307-332, 1992.
- PEHKONEN, E. On Teachers' Beliefs and Changing Mathematics Teaching. **Journal für Mathematik-Didaktik**, Berlin, v. 15, n. 3/4, p. 177-209, 1994.
- PEIRCE, CH. S. **Obra lógico-semiótica**. Madrid: Taurus, 1987. (Trabajo original publicado en 1965).
- PINO-FAN, L.; GODINO, J. Perspectiva ampliada del conocimiento didáctico-matemático del profesor. **Paradigma**, Maracay, v. 36, n. 1, p. 87-109, 2015.
- PONTE, J. Mathematics teacher's professional knowledge. En DA PONTE, J. P.; MATOS, J. F. (Eds.), **Proceedings PME XVIII** (pp. 195–210). Lisboa, 1994.
- ROWLAND, T. Researching teachers' mathematics disciplinary knowledge. En SULLIVAN, P.; WOOD, T. (Eds.), **International Handbook of Mathematics Teacher Education: Vol.1. Knowledge and beliefs in mathematics teaching and teaching development** (pp. 273-298). Rotterdam: Sense Publishers, 2008.
- ROWLAND, T.; HUCKSTEP, P.; THWAITES, A. Elementary teachers' mathematics subject knowledge: The knowledge quartet and the case of Naomi. **Journal of Mathematics Teacher Education**, Berlin, v. 8, n. 3, p. 255-281, 2005.
- ROWLAND, T.; TURNER, F. Developing and using the 'Knowledge Quartet': A framework for the observation of mathematics teaching. **The Mathematics Educator**, Athens, v. 10, n. 1, p. 107-124, 2007.
- SHULMAN, L. S. Those who understand: Knowledge growth in teaching. **Educational Researcher**, Washington, v. 15, n. 2, p. 4-14, 1986.
- SHULMAN, L. S. Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. **Harvard Educational Review**, Cambridge, v. 57, n. 1, p. 1-22, 1987.
- THOMPSON, A. Teachers' Beliefs and Conceptions: A Synthesis of the Research. En GROUWS, D. (Ed.), **Handbook of research on mathematics teaching and learning** (pp. 127- 146). New York: Macmillan, 1992.
- TURNER, F.; ROWLAND, T. The knowledge quartet as an organising framework for developing and deepening teachers' mathematics knowledge. En ROWLAND, T.; RUTHVEN, K. (Eds.), **Mathematical knowledge in teaching** (pp. 195-212). London and New York: Springer, 2011.

Autor

Cristian Camilo Fúneme Mateus

Licenciado en matemáticas y Magister en educación matemática de la Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia.

Magister en Ciencias-Matemáticas de la Universidad Nacional de Colombia.

Estudiante del Doctorado Interinstitucional en Educación de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas.

Actualmente profesor de la Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia.

Correo electrónico: cristian.funeme@uptc.edu.co

<https://orcid.org/0000-0002-9158-427X>

Como citar o artigo:

FÚNEME, C. C. Una interpretación del papel de las creencias en algunos modelos de conocimiento del profesor. **Revista Paradigma**, Vol. XLIV, Nro. 2, julio de 2023 / 190 – 211. DOI 10.37618/PARADIGMA.1011-2251.2023.p190-211.id1336