

Centro de Investigaciones Educacionales Paradigma (CIEP)

1011-2251 1012665-0126

Volume XLV, Julio/Diciembre de 2024

Edición Normal, Número 2



# Considerações sobre os componentes da aprendizagem em atividades de modelagem matemática

Karina Alessandra Pessoa da Silva<sup>1</sup> Suzana Lovos Trindade<sup>2</sup> Suzana Lovos Trindade<sup>2</sup>

#### Resumo

Neste artigo evidenciamos como os componentes da aprendizagem se fazem presentes no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática no âmbito de aulas regulares de Matemática. Para isso, como arcabouço teórico, nos pautamos na modelagem matemática como alternativa pedagógica em que se parte de uma situação-problema do interesse dos alunos e nos componentes da aprendizagem como meios de evidenciar e evitar equívocos na abordagem de conteúdos matemáticos. Os dados que subsidiaram nossa análise qualitativa de cunho interpretativo são registros escritos, fotos, gravações em áudios e o diário de bordo da professora no desenvolvimento de atividades de modelagem por um grupo de alunos do 8º ano do Ensino Fundamental de uma escola privada do interior do Paraná, no Brasil. A análise nos permitiu evidenciar os componentes da aprendizagem permeando todas as fases do ciclo de modelagem matemática nas ações e estratégias que os alunos usaram ao longo do seu desenvolvimento.

**Palabras-chave:** Educação Matemática, Atividade de Modelagem Matemática, Componentes da Aprendizagem, Estatística, Ensino Fundamental.

## Considerations about the learning components in mathematical modelling activities

### **Abstract**

In this paper we show how the learning components are present in the development of mathematical modelling activities in the context of regular Mathematics classes. For this, as a theoretical framework, we are guided by mathematical modelling as a pedagogical alternative in which it starts with a problem-situation of interest to the students and the components of learning as a means of highlighting and avoiding mistakes in approaching mathematical content. The data that supported our qualitative analysis of an interpretative nature are written records, photos, audio recordings and the teacher's logbook in the development of modelling activities by a group of students of the 8th year of Elementary School of a private school in the interior of the Parana, in Brazil. The analysis allowed us to highlight the learning components permeating all stages of the mathematical modelling cycle in the actions and strategies that students used throughout development.

**Keywords:** Mathematics Education, Mathematical Modelling Activity, Learning Components, Statistic, Elementary School.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Mestre em Ensino de Matemática pela Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR). Professora de Matemática dos anos finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio (Colégio Integrado Sonia Marcondes), Ibiporã, Paraná, Brasil. Endereço para correspondência: Rua Rio Grande do Norte, 1216. Apartamento 401, Centro, Londrina, Paraná, Brasil, CEP: 86026490. E-mail: stlovos@gmail.com





<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Doutora em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL). Docente do Magistério Superior da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), Londrina, Paraná, Brasil. Endereço para correspondência: Rua Joaquim Murtinho, 200, Jardim Novo Sabará, Londrina, Paraná, Brasil, CEP: 86066-030. E-mail: karinasilva@utfpr. edu br

## Consideraciones sobre los componentes de aprendizaje en las actividades de modelación matemática

### Resumen

En este trabajo mostramos cómo los componentes de aprendizaje están presentes en el desarrollo de actividades de modelación matemática en el contexto de las clases regulares de Matemáticas. Para ello, como marco teórico, nos guiamos por la modelación matemática como alternativa pedagógica en la que se parte de una situación-problema de interés para los estudiantes y los componentes del aprendizaje como medio para resaltar y evitar errores en el abordaje de contenidos matemáticos. Los datos que sustentaron nuestro análisis cualitativo de carácter interpretativo son registros escritos, fotografías, grabaciones de audio y la bitácora del docente en el desarrollo de actividades de modelación por parte de un grupo de estudiantes del 8º año de la Enseñanza Fundamental de un colegio privado del interior del país, Paraná, en Brasil. El análisis permitió resaltar los componentes de aprendizaje que permean todas las etapas del ciclo de modelación matemática en las acciones y estrategias que los estudiantes utilizaron a lo largo de su desarrollo.

**Palabras clave:** Educación Matemática, Actividad de Modelación Matemática, Componentes de Aprendizaje, Estadística, Enseñanza Fundamental.

## INTRODUÇÃO

A aprendizagem pode ser caracterizada como "qualquer processo que, em organismos vivos, leve a uma mudança permanente em capacidades e que não se deva unicamente ao amadurecimento biológico ou ao envelhecimento" (ILLERIS, 2013, p. 16). Para D'Amore, Pinilla e Iori (2015, p. 156), a aprendizagem "é o resultado de um contato entre um sujeito que aprende e um objeto de conhecimento".

No âmbito educacional, mais especificamente, a aprendizagem matemática preserva, segundo D'Amore (2007), uma estreita relação com as condições que determinam essa aprendizagem em contextos escolares. Brito e Almeida (2021) sugerem que, dada uma prática na sala de aula, pode-se investigar como ela intermedeia a aprendizagem. Além disso, segundo Borssoi, Silva e Ferruzzi (2021, p. 938), "ao tratarmos da aprendizagem, levamos em consideração um processo no qual o aluno internaliza conceitos a partir de experiências e de interações". As autoras afirmam que por mais que a aprendizagem seja uma ação do indivíduo, ela está pautada na oportunidade de contato com o próximo, com objetos, com livros, com conhecimentos individuais.

Neste contexto, a modelagem matemática como uma prática de sala de aula que abarca a investigação de situações-problema que se subsidiam na realidade agrega à aprendizagem aspectos cognitivos, sociais e culturais, extrapolando o domínio da matemática (ALMEIDA, 2018; BLUM, 2015; BORROMEO FERRI, 2018; CARREIRA, 2010; POLLAK, 2015).

Para Carreira (2010, p. 1), "considerar as conexões da Matemática com a realidade que nos envolve, numa direção que nos aproxima das aplicações da Matemática ou da atividade de construir e explorar modelos matemáticos" é essencial na experiência dos alunos com a matemática, "clari-

ficando e/ou estendendo o entendimento e capacidade de os converter em situações concretas de aprendizagem da Matemática".

A aprendizagem dos alunos é uma das temáticas mais recorrentes em pesquisas que abarcam as finalidades da implementação de atividades de modelagem matemática nas aulas. Na literatura existem diferentes lentes teóricas, bases epistemológicas e pesquisas empíricas que orientam e sustentam as argumentações que defendem a aprendizagem dos alunos em atividades de modelagem (ALMEIDA; SILVA; BORSSOI, 2021).

A problematização relativa à aprendizagem em atividades de modelagem, nesse artigo, é mediada pela preocupação com aquilo que os alunos aprendem da matemática, bem como o motivo de seus erros. Essa abordagem se sustenta no que Pinilla (2010) caracterizou por componentes da aprendizagem (conceitual, algorítmica, estratégica, comunicativa, semiótica), que podem ser evidenciados nos signos escritos e falados dos alunos. Em uma perspectiva semiótica, os signos são meios utilizados para indicar, remeter ou representar um objeto (PEIRCE, 2005) e estão associados aos conhecimentos colaterais do sujeito que os utiliza.

Neste artigo intentamos trazer reflexões para a questão de pesquisa: Como os componentes da aprendizagem se fazem presentes em uma atividade de modelagem matemática desenvolvida no âmbito de aulas regulares de Matemática? Para isso, nos apoiamos em uma pesquisa qualitativa de cunho interpretativo (BOGDAN; BIKLEN, 1994) a fim de evidenciar os componentes da aprendizagem a partir dos signos produzidos por alunos de uma turma de 8º ano do Ensino Fundamental de uma escola privada localizada no interior do estado do Paraná, no Brasil, no desenvolvimento de atividades de modelagem.

Os resultados da investigação são organizados em cinco tópicos, além desta introdução. O quadro teórico que subsidiam nossas reflexões e que dizem respeito à modelagem matemática e aos componentes da aprendizagem é apresentado nos próximos dois tópicos. Em seguida, trazemos os aspectos metodológicos em que se situa a investigação para, então, apresentarmos as descrições e as análises das atividades desenvolvidas por um dos grupos de alunos. Finalizamos com algumas considerações.

## SOBRE MODELAGEM MATEMÁTICA

Na literatura, existe uma pluralidade de caracterizações para a modelagem na Educação Matemática. Todavia nos pautamos no entendimento que a trata como uma alternativa pedagógica orientada pela busca de solução para uma situação inicial (problemática) cuja origem está, de modo geral, associada a uma situação da realidade (ELFRINGHOFF; SCHUKAJLOW, 2021; NISS; BLUM, 2020). Esse entendimento vai ao encontro da perspectiva educacional caracterizada no estudo clássico realizado por Kaiser e Sriraman (2006). Na perspectiva educacional, a modelagem é caracterizada

como uma abordagem didática e/ou conceitual em que é possível estruturar e promover o ensino e a aprendizagem e/ou introduzir e desenvolver conceitos.

A modelagem matemática entendida como uma forma de possibilitar aprendizagem da matemática tem, segundo Carreira e Baioa (2018), como desafio recriar um ambiente em que se favoreçam ações educativas em que a centralidade está no aluno. O professor passa a ser um orientador, aquele que envolve os alunos com o desenvolvimento da atividade de modelagem de forma que eles abordem situações não matemáticas por meio da matemática (CARREIRA; BAIOA, 2018).

Niss e Blum (2020, p. 28) afirmam que a matemática precisa "ajudar os alunos a entender o mundo em que vivemos e a dominar melhor as situações do mundo real decorrentes da vida cotidiana, bem como de outras disciplinas escolares ou de suas futuras profissões ou áreas de estudo". Este se refere a dos dois motivos para incluir modelagem matemática como "componente significativo de ensino e aprendizagem" (NISS; BLUM, 2020, p. 28). O segundo motivo, de acordo com Niss e Blum (2020),

é empregar a modelagem como meio para outra coisa, sobretudo para apoiar o aprendizado da matemática, oferecendo motivação para seu estudo, bem como interpretação, significado, compreensão adequada e retenção sustentável de seus conceitos, resultados, métodos e teorias e, ao mesmo tempo, aprofundando competências matemáticas significativas, como resolução de problemas e raciocínio (NISS; BLUM, 2020, p. 28).

Um aspecto que auxilia no envolvimento dos alunos em atividades de modelagem é abarcar temas/problemas de seus interesses (ELFRINGHOFF; SCHUKAJLOW, 2021). Neste contexto, Fernandes e Tortola (2021, p. 2087) asseveram que atividades de modelagem com temas que despertam a curiosidade provocam "uma mudança no ambiente do espaço escolar, em que o aluno tem mais autonomia e possibilidades de participação".

Percebendo relações da modelagem matemática com a realidade, concordamos com Borromeo Ferri (2018, p. 19) quando afirma que "a modelagem matemática é um processo que liga o mundo real e a matemática nos dois sentidos: da realidade para a matemática e no sentido contrário, da matemática para a realidade". Com isso, atividades de modelagem matemática, segundo a autora, têm por objetivo que os alunos busquem conexões da matemática com a vida real.

De acordo com Niss e Blum (2020, p. 6), "sempre que a matemática é utilizada fora da própria matemática, um chamado modelo matemático está necessariamente envolvido, seja explicitamente ou – muito frequentemente – implicitamente". Os autores afirmam que:

Um modelo é um objeto (que muitas vezes é em si mesmo uma agregação de objetos), que deve significar – representar – outra coisa. O modelo destina-se a capturar apenas certas características da realidade que representa e, portanto, é uma representação simplificada dessa realidade (NISS; BLUM, 2020, p. 6).

Com isso, quaisquer estruturas matemáticas que descrevam o fenômeno em estudo e que estejam subsidiadas em técnicas e procedimentos matemáticos, como tabelas, gráficos, expressões algébricas, escritas aritméticas podem ser consideradas um modelo matemático e emergem do desen-

volvimento da atividade de modelagem. "Simplificando, um modelo matemático é um tipo especial de modelo, ou seja, uma representação de aspectos de um domínio extra-matemático por meio de algumas representações matemáticas e relações entre elas" (NISS; BLUM, 2020, p. 6).

Porém, corroboramos com Pasquale Junior e Vertuan (2022, p. 361) de que:

a Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática extrapola a intenção de construção de modelos matemáticos, bem como, a investigação de problemas de interesse dos alunos, uma vez que se preocupa, principalmente, com as aprendizagens matemáticas e extra matemáticas, escolares e extraescolares, que os alunos podem construir.

De modo geral, as atividades de modelagem matemática podem ser caracterizadas pela presença dos seguintes elementos: situação-problema, matemática, processo investigativo e análise interpretativa. A situação-problema corresponde à situação inicial problemática da qual se pode definir um ou mais problemas para ser investigado via procedimentos matemáticos; daí a presença da Matemática enquanto elemento fundamental para o que se objetiva por meio de uma atividade de modelagem. De modo a implementar procedimentos matemáticos, um processo investigativo emerge das ações daqueles que buscam uma solução para o problema em que há levantamento de hipóteses, definições de variáveis, dedução de um modelo matemático coerente para a situação em estudo. Evidenciar um modelo matemático coerente permite suscitar uma análise interpretativa de modo a apresentar uma solução para o problema.

Assim, desenvolver uma atividade de modelagem em sala de aula requer do aluno uma ação investigativa, pois o coloca em contato com situações não rotineiras à sala de aula. Essas ações e os procedimentos necessários para o desenvolvimento de uma atividade de modelagem podem ser associados a fases, etapas ou estágios por meio dos chamados ciclos de modelagem já caracterizados na literatura (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012; BLUM, 2015; BORROMEO FERRI, 2018, CARREIRA; BAIOA, 2018; STENDER, 2018).

Almeida, Silva e Vertuan (2012) caracterizaram as fases de uma atividade de modelagem como: Inteiração, Matematização, Resolução, Interpretação de Resultados e Validação, conforme representado no ciclo apresentado na Figura 1.

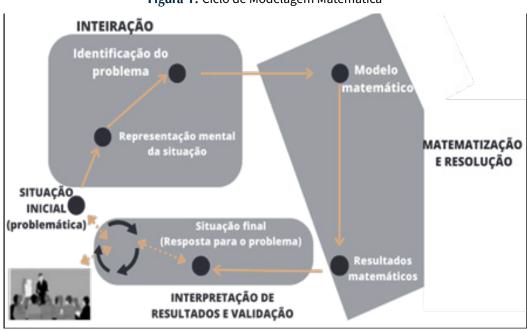


Figura 1: Ciclo de Modelagem Matemática

Fonte: Almeida, Silva e Vertuan (2012, p. 19)

De acordo com Almeida e Silva (2021, p. 5), "a finalidade do ciclo associa-se então à intenção de apresentar uma versão idealizada do desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática no sentido de caracterizar um encaminhamento padrão para essas atividades". Por mais que existam ciclos de modelagem matemática, os mesmos possibilitam o livre transitar entre as fases. Scheneider, Borromeo Ferri e Ruzika (2021, p. 221) asseveram que "para investigar processos de modelagem, o ciclo de modelagem é frequentemente usado como uma ferramenta de análise" podendo-se evidenciar componentes da aprendizagem. Discussões relativas a essa abordagem teórica são empreendidas no próximo tópico.

## SOBRE OS COMPONENTES DA APRENDIZAGEM

Etimologicamente, a palavra aprendizagem corresponde ao ato de aprender que vem do latim *apprehendere*, que significa "apoderar-se", "levar para junto de si". Isso nos permite concluir que aprender é apoderar-se de um conhecimento.

Considerando a aprendizagem dos estudantes, há diversas questões que podem surgir em relação a como o aluno aprende ("apodera-se") matemática, haja visto que há aqueles que estudam mas não conseguem resolver exercícios propostos, outros que preferem aprender por meio de exercícios, outros que preferem falar sobre definições algébricas (PINILLA, 2010).

Em muitos casos, os alunos podem produzir signos inadequados na aprendizagem de um conceito, criando uma misconcepção, ou seja, uma concepção errada do conceito. Uma misconcepção, de modo geral, é evidenciada quando há um conflito entre um signo anterior, relativo àquele conceito, que o aluno acreditava ser definitivo, e o novo signo (D'AMORE, 2007). O conflito geralmente

acontece quando o novo signo "amplia os limites de aplicação ou fornece uma versão mais ampla do conceito" (D'AMORE, 2007, p. 126).

Porém, uma misconcepção não deve "ser encarada como uma situação total ou certamente negativa", porém, "constitui um evento a ser evitado" (D'AMORE, 2007, p. 126). Com o objetivo de identificar as causas de erros para intervir ou evitar as misconcepções dos alunos, D'Amore, Pinilla e Iori (2015) se debruçaram em uma subdivisão da aprendizagem da matemática em cinco componentes: conceitual (noética), algorítmica, estratégica, comunicativa e semiótica.

A aprendizagem conceitual (noética) ocorre na construção de conceitos, em que o estudante desenvolve condições para identificá-los, transformá-los, representá-los e utilizá-los de maneira adequada. Os conceitos da matemática são diferentes dos conceitos de outras ciências, visto que "têm um aspecto ideal, podem ser considerados de acordo com as diferentes filosofias, abstratos, ideais, linguísticos, resultados de acordos interpessoais, descobertas, invenções criativas, etc." (PINILLA, 2010, p. 38).

Para a construção de um conceito, levando em consideração as especificidades da aprendizagem matemática, é necessário que seja escolhido um signo oportuno para representá-lo, seja por meio da comunicação verbal, escrita, desenhos, algoritmos, etc.

A aprendizagem algorítmica se faz presente no uso dos algoritmos, na habilidade do estudante para solucionar operações, ao uso e à resolução de cálculos, a aplicações de fórmulas, bem como o uso de desenhos para representar figuras geométricas com ou sem a utilização de instrumentos adequados (D'AMORE; PINILLA; IORI, 2015). Conforme o "Dicionário de Filosofia", o algoritmo indica um conjunto de regras ou instruções que tem por objetivo solucionar um problema. Além disso, segundo o dicionário, o algoritmo faz parte de um processo de decisão, o que podemos evidenciar na aprendizagem algorítmica, que, segundo Pinilla (2010), está diretamente relacionada a algoritmos de um processo.

Esse processo é tão importante, que se faz necessária a análise da gestão dos algoritmos pelos estudantes, a fim de encontrar causas que especifiquem os enganos ao longo das resoluções (PINILLA, 2010).

A aprendizagem mais complexa, de acordo com D'Amore, Pinilla e Iori (2015), é a aprendizagem estratégica. No âmbito do ensino e da aprendizagem, Hartman (2001) caracteriza estratégia como "uma operação consciente e planejada e que, embora possa ser aprendida e aplicada conscientemente, no decorrer do tempo pode ter um uso inconsciente". A aprendizagem estratégica é evidenciada pelo uso de signos para expressar objetos, independentemente do tipo de problema, "sua resolução é, em grande parte, um tratamento ou uma conversão de uma representação a outra, que devem ser interpretadas" (D'AMORE; PINILLA; IORI, 2015, p. 167).

A aprendizagem comunicativa, por sua vez, "busca evidenciar a capacidade de exprimir ideias matemáticas, justificando, argumentando, demonstrando (de maneira adequada aos estudantes,

oral ou escrita) e representando de maneira visual com figuras, de modo eficaz" (D'AMORE; PINILLA; IORI, 2015, p. 167). A palavra comunicação, vem do latim *communicatio*, "ato de repartir, de distribuir", literalmente "tornar comum a todos", portanto, vale refletir que a comunicação está diretamente relacionada com o ato de trocar informações, não importa o modo como é feito.

Contudo, quando o aluno busca comunicar pensamento, estratégia, resolução, está "compartilhando/dividindo" com o próximo o seu pensamento, seja por meio da fala, gestos, registro escritos, desenhos e/ou diversos outros tipos de representações. Entretanto, de acordo com Pinilla (2010), embora a comunicação seja uma maneira importante para compreender a linguagem, se apoiar somente nela, tem como consequência o não alcance real de um problema, podendo considerar que os demais componentes da aprendizagem são tão importantes quanto a aprendizagem comunicativa.

Por fim, a aprendizagem semiótica se faz presente no uso correto das representações, contudo, podemos evidenciar que os estudantes precisam fazer transformações, encontrar diversas representações para trazer significado a determinado conhecimento, sendo esta aprendizagem, transversal as supracitadas.

Levando em consideração os componentes da aprendizagem é que lançamos nosso olhar para o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática por alunos de uma turma do 8º ano de uma escola da rede particular de ensino quando se envolvem com uma temática que faz parte de seu contexto, conforme apresentamos a seguir.

## SOBRE OS ASPECTOS METODOLÓGICOS

De modo a trazer reflexões para a questão de pesquisa – *Como os componentes da aprendiza- gem se fazem presentes em uma atividade de modelagem matemática desenvolvida no âmbito de aulas regulares de Matemática?* –, desenvolvemos uma atividade de modelagem com uma turma do 8º ano do Ensino Fundamental de uma escola privada localizada no norte do Paraná, no Brasil. A investigação é resultado parcial de pesquisa de mestrado da segunda autora deste artigo (TRINDADE, 2023).

Em agosto de 2022, a professora (segunda autora deste artigo), considerando que o conteúdo abordado pelo material didático "conversasse" com um assunto de interesse dos alunos, sugeriu que eles investigassem o tempo médio de uso do telefone celular em uma semana e que redes sociais mais utilizavam. O desenvolvimento da atividade ocorreu ao longo de quatro etapas, em ambiente escolar e extraclasse, distribuídas entre os dias 16 e 30 de agosto de 2022, conforme Tabela 1.

**Etapa Data Ambiente Abordagens** 16/08/2022 Apresentação da metodologia aos alunos Sala de aula 1 De 16/08/2022 a Coleta de dados para o desenvolvimento da 2 Extraclasse 22/08/2022 atividade 23/08/2022 e Resolução da atividade sobre o tempo médio de Sala de aula 3 24/08/2022 uso do telefone celular Resolução da atividade sobre redes sociais 4 30/08/2022 Sala de aula

Tabela 1 - Etapas de desenvolvimento das atividades de modelagem

Fonte: Elaboração das autoras

A turma era formada por 17 alunos, que foram organizados em grupos compostos por 4 ou 5 integrantes. Os grupos iniciaram a investigação coletando dados de uso do telefone celular de maneira individual para que, em um segundo momento, usassem os dados de todos os integrantes do grupo para solucionar a questão.

Para este artigo escolhemos descrever e analisar a atividade desenvolvida pelo grupo 1, composto por quatro alunos (nomeados por A2, A5, A6 e A9). A escolha se justifica pelo envolvimento de todos os integrantes para determinar o tempo médio de uso do telefone celular, bem como a autonomia que desenvolveram na busca por diferentes estratégias, pela interação desenvolvida entre os integrantes do grupo e com a professora, também pelas dúvidas que apresentaram no decorrer da atividade de modelagem matemática e os encaminhamentos para compreensão do conteúdo matemático.

Os dados que subsidiaram nossa análise qualitativa de cunho interpretativo (BODGAN; BIKLEN, 1994) são registros escritos, fotos, gravações de áudio que foram transcritas na íntegra, bem como o diário de bordo da professora. Segundo Bogdan e Biklen (1994), na pesquisa qualitativa de cunho interpretativo, tem-se como objetivo a compreensão do comportamento e da experiência humana, em que os pesquisadores se colocam como o principal instrumento da pesquisa. No caso da nossa investigação, nos subsidiamos no quadro teórico sobre modelagem matemática e componentes da aprendizagem para evidenciar as aprendizagens dos alunos.

Por se tratar de alunos menores de idade, os pais ou responsáveis assinaram uma autorização para a coleta de dados, além disso, a escola autorizou o desenvolvimento da atividade em suas dependências.

# SOBRE A DESCRIÇÃO E A ANÁLISE DA ATIVIDADE DE MODELAGEM DESENVOLVIDA

A atividade foi desenvolvida ao longo de quatro etapas, entre os dias 16/08/2022 e 30/08/2022. Na etapa 1, a professora se dedicou a explicar como a atividade seria desenvolvida e solicitou aos alunos que, individualmente, coletassem os dados quantitativos sobre o tempo de uso do telefone celular durante uma semana, iniciando na terça-feira.

As primeiras dúvidas surgiram relacionadas à semana começar no domingo e não na terça--feira, o que podemos evidenciar no excerto transcrito a seguir:

A7: Professora, então a gente começa no domingo?

P: Não, você pode iniciar hoje, até mesmo amanhã, o que importa é que faça isso por uma semana, neste caso, por sete dias.

A7: Mas a semana não começa no domingo?

P: De qualquer maneira você não vai coletar os dados de todos os dias da semana?

Isso que importa, completar uma semana.

(Diálogo entre um aluno e a professora, 2022).

A partir da transcrição, percebemos a presença da aprendizagem comunicativa, a qual está relacionada ao ato de expressar o pensamento por meio da comunicação oral ou escrita e que confere esclarecimentos ao que se entendeu ou que se tem dúvida sobre uma determinada abordagem, no caso, determinar o dia do início da semana. Não é por iniciar um contato oral que a aprendizagem se faz presente, mas sim, pelo conteúdo/argumento que exprime por ela.

Na semana seguinte, na etapa 2, os alunos levaram os dados que coletaram (Figura 2), caracterizando uma fase do ciclo da atividade de modelagem matemática que é definida por inteiração, tal que os alunos se dedicaram a coletar dados, compreender mais sobre o assunto abordado na atividade, questionar os colegas sobre a divergência de tempo e buscar alguma relação com um conteúdo matemático, antes mesmo de associar abordagens matemáticas. Alguns alunos representaram os dados coletados por meio tabular, outros por linguagem natural.

Segundo Almeida, Silva e Vertuan (2012), é durante a inteiração que os alunos conhecem mais acerca da atividade. Ao coletar mais informações, conhecem mais características e especificidades da situação. Além disso, essa fase não é limitada apenas a um primeiro contato do desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática, ela pode permear todas as outras fases à medida que surge a necessidade de busca de novas informações.

Duarta 2 Horas dia 18

Sexta 3 Horas dia 19

Sabada 4 Horas dia 20

Damirgo 2 Horas dia 21

Secunda 2 Horas dia 21

Figura 2: Coleta de dados individual de A6

Fonte Relatório do grupo 1 (2022)

A partir da coleta de dados, os alunos se dedicaram a calcular a média do tempo de uso do telefone celular dos integrantes do grupo durante a semana. Para isso, optaram por calcular a média diária de uso de todos os integrantes para assim, calcular a média semanal, conforme a transcrição:

A5: É só somar tudo e dividir por quatro?

P: Somar tudo o que?

A5: Os tempos dos dias de cada um.

A6: Pega a calculadora!

A2: Mas pode, professora?

P: Pode usar a calculadora sim!

A2: Ô professora, mas não era para pegar todos esses dias aqui, somar tudo e dividir por sete?

A5: Vamos fazer a média por dia de todos do grupo junto.

A2: Tipo assim, a minha segunda mais a segunda deles, a minha terça mais a terça deles.

P: Mas para calcular a média é só somar?

A5: Não! Calma! Agora eu vou somar tudo e dividir.

(Diálogo entre alunos e professora, 2022).

Na Figura 3 podemos observar a primeira resolução dos alunos – neste caso, para o sábado, entretanto, fizeram o mesmo para todos os dias da semana – em que consideraram horas e minutos como unidades de medidas de tempo distintas, o que causou equívocos ao efetuarem os cálculos. Por meio dos registros, notou-se a presença da aprendizagem algorítmica, tal que os alunos se dedicaram a escrever na linguagem algorítmica a resposta à situação inicial, fase denominada resolução.

Adição do tempo de uso do celular de cada integrante do grupo separando as horas dos minutos

Tempo médio de uso - aproximado - por integrante no sábado

Os alunos não consideraram horas e minutos como unidades diferentes. Excluiram a vírgula e não fizeram conversões necessárias.

Figura 3: Parte da primeira resolução da atividade "Tempo médio de uso do celular"

Fonte: Relatório do grupo 1 (2022)

Além dos registros dos alunos, a partir do diálogo da professora e do A5 pode-se evidenciar, além da aprendizagem comunicativa, a aprendizagem estratégica, tal que o aluno procurou por estratégias para resolver um problema visando a formação de conceitos, abarcando a aprendizagem conceitual, conforme a transcrição:

A5: Professora, nós não sabemos como fazer o cálculo para horas e minutos, algo está dando errado.

P: Vocês estão considerando nove horas e vinte minutos como novecentos e vinte, isso faz sentido?

A5: Não, porque cada hora não é cem né? É sessenta minutos.

P: Então, vocês precisam dar um jeitinho de considerar cada hora como sessenta minutos.

A5: Então podemos transformar, né?

P: Claro!

(Diálogo entre alunos e professora, 2022).

Ao utilizar diferentes linguagens para escrever o tempo, identificamos o uso de diferentes signos utilizados pelo grupo. Neste momento, "é necessário pensar que o estudante percebe, reconhece e se apropria de alguns aspectos do objeto" (D'AMORE; PINILLA; IORI, 2015, p. 112) que está sendo estudado.

Vale ressaltar que, mesmo após perceberem que haviam equívocos em seus cálculos, os alunos optaram por mantê-los, não apagando os registros conforme a explicação da professora no primeiro momento da atividade, que havia pedido para que não apagassem as resoluções, deixando claro que todos os dados, mesmo que errados, são importantes.

Considerando que os alunos haviam feito toda a resolução sem usar a transformação de unidades de medida, mesmo após o diálogo com a professora, foi necessário voltar à discussão sobre os cálculos que fizeram, conforme o excerto transcrito a seguir.

A2: Professora, não tem jeito, tem algo muito errado.

P: Vocês tentaram fazer a mudança de unidades de medida que tinham pensado? Tentaram transformar tudo em minutos?

A2: Não, não entendi.

A9: A gente sabe que tem algo errado, porque olha aqui por exemplo deu duas horas e meia e se a gente fizer vezes quatro dá dez horas.

P: E se vocês considerassem o tempo em minutos? Por exemplo, nove horas e vinte minutos seriam 520 minutos.

A5: Vamos fazer mais uma vez.

P: Também podemos pensar em separar as unidades de medida. Por exemplo, qual a metade de um quilômetro e duzentos metros? Como vocês fariam?

A2: Ué, seiscentos metros.

(Diálogo entre dois alunos, 2022).

Da transcrição supracitada pudemos perceber que a professora fez uma tentativa de encaminhamento para o grupo, entretanto, eles continuaram inquietos, recorrendo ao auxílio do telefone celular, seja para usar a calculadora ou para fazer pesquisas.

A aprendizagem conceitual também se fez presente à medida que o aluno construiu conceitos para representar determinado objeto, o que aconteceu com as transformações de unidades de tempo – horas e minutos – e também com unidades de comprimento – metros e quilômetros. Contudo, vale dar atenção à fragilidade da aprendizagem presente nas transformações de unidades de medidas, tal que os alunos revelaram não compreender a diferença entre as unidades, o que causou erros ao efetuar cálculos quando eles desconsideraram as transformações necessárias, seja de horas em minutos ou minutos em horas.

A professora percebeu que, pelas ações e pelos comentários dos alunos, era evidente que haviam dificuldades e, então, decidiu interromper a atividade e fazer uma breve retomada de conteúdo, mostrando o motivo de dar errado o que os estudantes estavam fazendo e efetuando o cálculo de duas maneiras diferentes, conforme mostra a transcrição:

P: Descobriram uma maneira de calcular a média?

A6: A gente vai mudar tudo para horas tipo 1 hora, 2 horas, 3 horas. [risos]

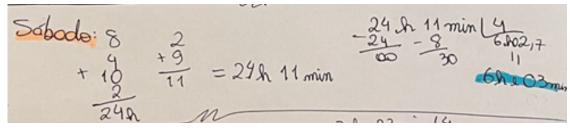
P: Vão nada! Vamos fazer juntos!

(Diálogo entre professora e aluno, 2022).

Para o exemplo, a professora usou uma hora e quinze minutos, a fim de mostrar aos estudantes que é necessário efetuar o cálculo considerando cada unidade de medida, de modo que unir as grandezas considerando um único número, como o Grupo 1 fez em sua primeira resolução (Figura 3), não está correto.

Com a explicação da professora, os grupos voltaram à resolução do problema do cálculo da média de tempo que os alunos permaneceram no telefone celular e, dessa vez, conseguiram finalizar a resolução, tal que fizeram corretamente a transformação de horas em minutos quando necessário (Figura 4). Na Figura 4 estão registrados apenas os cálculos para o sábado, contudo, os alunos fizeram a mesma resolução para os demais dias da semana.

Figura 4: Segunda resolução da atividade "Tempo médio de uso do celular" do Grupo 1



Fonte: Relatório do grupo 1 (2022)

De modo a apresentar os resultados do tempo médio diário do uso do telefone celular, os alunos do grupo 1 organizaram os dados obtidos em uma tabela (Figura 5). O registro tabular foi uma maneira escolhida pelos alunos para a organização dos dados coletados e, consequentemente, para

indicação da construção de conceitos. Além disso, com a construção da tabela, os alunos tiveram mais facilidade de visualização dos dados coletados.

Tempo médio de aluba com 4 alunos do 8º ano
Tarço-fura 2h 2 min
Unarto-fura 3h 37 min
Serto-fura 3h 20 min
Pomino 4h 21 min
Segundo-fura 3h 20 min
Segundo-fura 3h 20 min

Figura 5: Organização dos resultados em uma tabela do grupo 1 para o tempo médio no telefone celular

Fonte: Relatório do grupo 1 (2022)

Contudo, a partir do momento que os alunos reconheceram o que é representado e o que representavam, por meio da tabela, podemos evidenciar que houve aprendizagem conceitual, tal que, eles têm acesso direto aos conceitos. Os alunos observaram os resultados obtidos e perceberam que no sábado, em média, os integrantes do grupo 1 permanecem cerca de seis horas no telefone celular, tempo que poderia ser utilizado para estudo e lazer. Ao recorrer à média do uso do telefone celular durante uma semana, os alunos fizeram a adição das médias diárias e concluíram que os quatro integrantes do grupo usaram, juntos, um tempo médio de quatro horas. Esse resultado assustou os alunos do grupo 1, visto que perceberam que ao longo de uma semana, "perdem", em média, 1/6 do dia defronte do telefone celular.

Considerando o tempo no telefone celular e instigados pela proposta de investigação da professora, os alunos propuseram uma nova análise, evidenciar qual a rede social mais utilizada pelos alunos do 8º ano, o que foi muito válido para o conteúdo bimestral "Probabilidade e Estatística", no qual a análise, a construção e a interpretação de gráficos e tabelas estão inseridos.

Portanto, foram convidados a solucionar o problema "Qual a rede social mais utilizada pelos alunos do 8º ano?". Na aula seguinte à finalização da investigação "Tempo médio de uso do celular", os alunos iniciaram a resolução da atividade discutindo como fariam essa pesquisa e, em um diálogo com a professora, resolveram limitar à pesquisa escolhendo algumas redes sociais para que os demais alunos indicassem a mais utilizada entre elas, conforme o excerto a seguir:

A6: Vamos perguntar qual a rede social preferida de cada.

P: Vão permitir que respondam qualquer uma das redes sociais? Por exemplo, vale youtube?

A6: A gente pode perguntar qual a mais usada, se é WhatsApp, sabe?

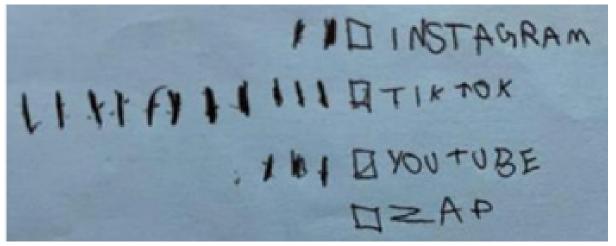
P: Então vocês vão escolher quais as redes sociais podem fazer parte da pesquisa?

A5: É... pode ser isso.

(Diálogo entre alunos e a professora, 2022).

Em sequência, iniciaram a coleta de dados questionando os colegas sobre qual a rede social mais utilizada pela turma, entre Instagram, TikTok, Youtube e WhatsApp, conforme a Figura 6, na qual houve a participação de 16 alunos.

Figura 6: Coleta de dados para resolução da atividade "Rede Social"



Fonte: Relatório do grupo 1 (2022)

Para a organização dos dados coletados, o grupo 1 utilizou novamente o registro tabular, entretanto, estava incompleto, tal que haviam registrado apenas a frequência absoluta. Então, foi necessário o encaminhamento da professora, conforme a transcrição, com o objetivo de que desenvolvessem seus conhecimentos acerca de frequência absoluta e relativa, para inferir sobre o uso das redes sociais de maneiras distintas:

P: Já? Essa tabela poderia ter mais informações, não acham?

A5: Tipo o quê?

P: Estão pedindo demais (risos). Podem ver alguns exemplos que fizemos.

A9: Aqui! Tem em porcentagem também.

P: Isso! E como chama esse tipo de frequência?

A9: Relativa.

(Diálogo entre professora e alunos, 2022).

Com a intervenção da professora, os alunos se dedicaram a fazer os cálculos, evidenciando a aprendizagem algorítmica, de modo que usaram cálculos adequados para determinar, além da frequência relativa, a frequência absoluta decimal e percentual. Percebemos também que, ao efetuar os cálculos após a coleta de dados, os alunos relacionaram habilidades que "têm a ver com a capacidade de raciocinar antes de executar os cálculos, que permitam decidir quais cálculos fazer, que eliminam cálculos desnecessários" (D'AMORE; PINILLA; IORI, 2015, p. 166). Com os cálculos efetuados, os alunos organizaram uma tabela (Figura 7) o que abarcou a aprendizagem conceitual, que mostra a construção de conceitos ao longo da resolução da atividade, percebendo que a atividade proporcionou aos alunos a transformação dos conceitos, organizando o que estava no registro algébrico, para o registro tabular.

Enginera Sultino durine Enginera Sultino durine Sultino Sultino Sultino durine Sultino Sultino

Figura 7: Representação tabular dos resultados obtidos para Atividade "Rede Social"

Fonte: Relatório do grupo 1 (2022)

Mais uma vez foi necessária a intervenção da professora, conforme a transcrição, que propôs novas maneiras de análise dos dados, o que contribuiu para a compreensão e a aprendizagem do conteúdo, considerando um novo registro para organização dos dados, por meio do gráfico de setores, conforme transcrição a seguir:

A2: Terminamos, professora.

P: Está ótimo! Muito bom! Mas deixa eu perguntar uma coisa, existe outra maneira de representar essa pesquisa? Talvez para a visualização ser melhor!

A2: Gráfico.

P: Sim! Penso que seria interessante!

A2: Pode ser o de pizza?

A6: Esse tem que usar transferidor. Vamos fazer o de barras.

A2: Mais fácil.

(Diálogo entre professora e alunos, 2022).

A partir do exposto, percebemos a aprendizagem estratégica, a partir do momento que o aluno reconheceu que o processo para a construção do gráfico de setores seria mais oneroso e optou pelo gráfico de barras, tal que já estava pensando no produto e todo o processo que precisava passar para obtê-lo. O grupo 1 começou a confecção do gráfico de barras e, assim, representou os dados obtidos, que indicava que a rede social mais utilizada pelos alunos do 8º ano é o TikTok (Figura 8).

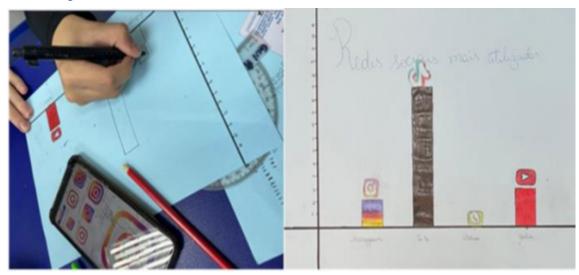


Figura 8: Representação gráfica dos resultados obtidos para Atividade "Rede Social"

Fonte: Relatório do grupo 1 (2022)

Com o desenvolvimento das atividades sobre o tempo médio do uso do telefone celular e redes sociais, evidenciamos que os componentes da aprendizagem se fazem presentes nas fases do ciclo de modelagem matemática, com diferentes intensidades em cada uma delas, conforme representado na Figura 9.

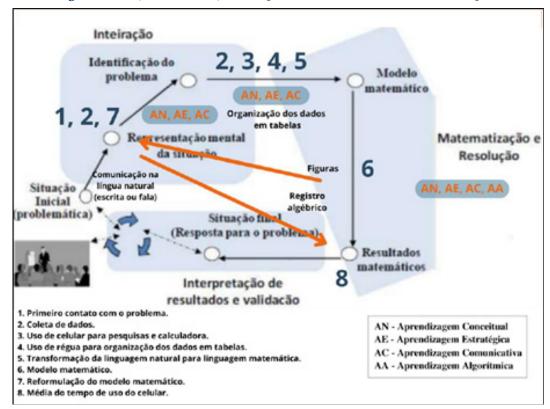


Figura 9: Componentes da aprendizagem evidenciados no ciclo de modelagem

Fonte: Elaboração das autoras

De modo geral, a aprendizagem conceitual aparece em todas as fases do ciclo, já que se faz necessária a construção de conceitos para a apresentação de soluções para as situações em estudo.

Assim também aconteceu com a aprendizagem comunicativa, à medida que os alunos buscaram diversas maneiras para comunicar suas estratégias, enquanto trabalhavam em grupos.

A aprendizagem estratégica se fez presente durante toda a resolução das atividades, tal que a atividade de modelagem matemática traz mais ênfase no processo do que no produto, evidenciando-se "um tratamento ou uma conversão de uma representação a outra, que devem ser interpretadas" (D'AMORE; PINILLA; IORI, 2015, p. 167).

Dentre os componentes da aprendizagem, percebeu-se que a aprendizagem algorítmica, ao contrário das outras, se fez presente durante a matematização e resolução, momento este destinado à transformação da linguagem natural para linguagem matemática, sendo necessárias habilidades para resolver as operações.

Consideramos, assim como D´Amore, Pinilla e Iori (2015), que a aprendizagem semiótica foi transversal às demais, visto que os signos utilizados ou produzidos pelos alunos de modo escrito, falado e gesticulado subsidiaram o desenvolvimento das atividades de modelagem matemática.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao desenvolver atividades de modelagem matemática com alunos do 8º ano do Ensino Fundamental, pudemos então trazer reflexões para a questão de pesquisa: *Como os componentes da aprendizagem se fazem presentes em uma atividade de modelagem matemática desenvolvida no âmbito de aulas regulares de Matemática?* 

Sabendo que "a Modelagem Matemática exerce alguma influência sobre a motivação dos estudantes" (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p. 37) percebemos que, no decorrer da atividade, os alunos participaram ativamente permeando todos as fases que caracterizam a atividade de modelagem matemática. Contudo, o interesse dos alunos em compreender o conteúdo nos permitiu inferir sobre a presença das aprendizagens ao longo da atividade, observando a busca por soluções usando instrumentos, como calculadora e pesquisas em sites da internet.

Tomando como hipótese as caracterizações de cada componente da aprendizagem, entendemos que as construções cognitivas de conceitos (aprendizagem conceitual) matemáticos e não-matemáticos puderam ser evidenciadas nos registros escritos, nos áudios e vídeos; já as habilidades de resolver operações, cálculos, aplicação de fórmulas ou apresentação de figuras (aprendizagem algorítmica) são reveladas nos registros escritos; os processos utilizados pelos alunos para resolver um problema (aprendizagem estratégica), de modo geral, puderam ser evidenciados nos registros escritos, nas falas capturadas por áudios e nas imagens de ações dos alunos reveladas em fotografias e vídeos; entendemos que a capacidade de exprimir ideias matemáticas de maneira visual e oral

(aprendizagem comunicativa) foi evidenciada em fotografias, áudios e vídeos do desenvolvimento das atividades de modelagem.

Na inteiração, "etapa que representa um primeiro contato com uma situação-problema" (AL-MEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p. 15), os alunos são convidados a conhecer mais sobre essa situação, de modo que interagem com o assunto a ser estudado, coletando dados, dialogando com os colegas, a fim de ter mais conhecimento sobre a situação proposta (tempo no telefone celular e uso das redes sociais). Portanto, de acordo com suas características, nas duas atividades podemos evidenciar que é mais presente a aprendizagem comunicativa. Não significa que as outras aprendizagens deixaram de estar presentes, mas sim, que a comunicação aparece com mais ênfase à medida que os estudantes se reúnem e buscam conversar sobre suas pesquisas, conhecimentos prévios do assunto, hipóteses que vão criando ao longo da fase.

Na inteiração e na transição da inteiração para a matematização, cujo foco está na busca por aspectos ainda desconhecidos se relacionando com aqueles já conhecidos para que possa ser desenvolvido um modelo matemático na próxima fase, a aprendizagem comunicativa não pode estar ausente e que o professor pode usar de seu papel enquanto mediador para desenvolver cada vez mais a comunicação entre seus estudantes.

Ainda em relação à situação-problema, na fase de interpretação de resultados e validação, que compreende ações relacionadas à "análise de uma resposta ao problema" (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p. 16), em que os alunos vão avaliar e validar se o modelo matemático por eles criado é adequada à situação, embora pareça muito relacionada à aprendizagem algorítmica, é caracterizada pela presença de todos os componentes da aprendizagem. Esta fase visa, para além da construção do modelo matemático e sua aplicação, maior relevância no desenvolvimento das capacidades do aluno, com isso, mais expressiva durante o processo, foi a aprendizagem estratégica, que voltou o olhar para cada parte do processo, sendo o produto, consequência das ações dos alunos.

Na abordagem matemática do problema, que acontece nas fases matematização e resolução, ao contrário das fases supracitadas, caracterizam maior ênfase ao uso da matemática na sua forma algébrica, em que é necessário transcrever conceitos obtidos na língua natural para a linguagem matemática a fim de obter um modelo matemático que resolva o problema. A busca por representações matemáticas a partir do uso de conceitos, símbolos, técnicas e procedimentos convenientes para a elaboração de uma representação matemática teve a presença significativa da aprendizagem algorítmica.

Vale destacar, todavia, que a escolha de estratégias para apresentar uma solução para o que estavam estudando, subsidiou o encaminhamento das atividades de modelagem. Dessa forma, a aprendizagem estratégica se revela fortemente via ações dos alunos.

Um olhar específico para a aprendizagem semiótica, àquela relativa às representações que os alunos fazem no desenvolvimento da atividade de modelagem matemática pode ser considerado

uma possível continuidade para a pesquisa, em que equívocos podem ser evidenciados e resolvidos de modo a auxiliar os alunos a avançar nos conteúdos matemáticos.

## REFERÊNCIAS

ALMEIDA, LMW. Considerations on the use of mathematics in modeling activities. **ZDM**, Berlim, v. 50, n. 1, pág. 19-30, 2018. Disponível em: https://doi.org/10.1007/s11858-017-0902-4. Acesso em 15 abr. 2023.

ALMEIDA, LW; SILVA, KAP. Ciclo de modelagem matemática interpretado à luz de estratégias heurísticas dos alunos. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, São Paulo, v. 12, n. 2, pág. 1-27, 2021. Disponível em: https://revistapos.cruzeirodosul.edu.br/index.php/rencima/article/view/2936. Acesso em 15 abr. 2023.

ALMEIDA, LW; SILVA, KAP; BORSSOI, AH. Um estudo sobre o potencial da experimentação em atividades de modelagem matemática no ensino superior. **Quadrante**, [S.l.] v. 30, n. 2, pág. 123-146, 2021. Disponível em: https://quadrante.apm.pt/article/view/23605. Acesso em 15 abr. 2023.

ALMEIDA, LW; SILVA, KP; VERTUAN, RE. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. 1ª edição. São Paulo: Contexto, 2012.

BLUM, W. Quality teaching of mathematical modelling: What do we know, what can we do? In: **12th International Congress On Mathematical Education**. Proceedings of the 12th International Congress on Mathematical Education, 2015. Disponível em: https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-319-12688-3\_9. Acesso em: 15 abr. 2023.

BOGDAN, RC; BIKLEN, SK. **Investigação Qualitativa em Educação**: uma introdução à teoria e aos métodos. 1ª edição. Porto: Porto Editora, 1994.

BORROMEO FERRI, RB. Learning how to teach mathematical modeling in school and teacher education. 1<sup>a</sup> edição. Picassoplatz, Switzerland: Springer, 2018.

BORSSOI, AH; SILVA, KAP; FERRUZZI, EC. Aprendizagem Colaborativa no contexto de uma atividade de Modelagem Matemática. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 35, n. 70, pág. 937-958, 2021. Disponível em: https://www.scielo.br/j/bolema/a/Ch9T8t3G4CdKBhLKRY3PHbF/. Acesso em 15 abr. 2023.

BRITO, DS; ALMEIDA, LMW. Práticas de modelagem matemática e dimensões da aprendizagem da geometria. **Revista Actualidades Investigativas en Educación**, v. 21, n. 1, pág. 1-29, 2021. Disponível em: https://revistas.ucr.ac.cr/index.php/aie/article/view/42595. Acesso em 15 abr. 2023.

CARREIRA, S. Conexões no Ensino da Matemática. Editorial. **Educação e Matemática**, **Revista da Associação de Professores de Matemática**, v. 110, pág. 104, 2010.

CARREIRA, S; BAIOA, AM. Mathematical modelling with hands-on experimental tasks: on the student's sense of credibility. **ZDM**, Berlim, v. 50, n. 1, p. 201-215, 2018. Disponível em: https://link.springer.com/article/10.1007/s11858-017-0905-1. Acesso em 15 abr. 2023.

D'AMORE, B. **Elementos de didática da matemática**. 1ª edição. São Paulo: Livraria da Física, 2007.

D'AMORE, B; PINILLA, MIF; IORI, M. **Primeiros elementos de Semiótica**: sua presença e sua importância no processo de ensino-aprendizagem da matemática. 1ª edição. São Paulo: Livraria da Física, 2015.

ELFRINGHOFF, MS; SCHUKAJLOW, S. O que torna um problema de modelação interessante? Fontes de interesse situacional em problemas de modelação. **Quadrante**, [S.l.] v. 30, n. 1, pág. 8–30, 2021. Disponível em: https://quadrante.apm.pt/article/view/23861. Acesso em 15 abr. 2023.

FERNANDES, A; TORTOLA. E. Ludicidade em Atividades de Modelagem Matemática na Educação Infantil e no Ensino Fundamental. In: **Simpósio Internacional De Pesquisa Em Educação Matemática**. Anais eletrônicos... Brasília: SBEM (pág. 2075-2089), 2021.

HARTMAN, HJ. Developing students' metacognitive knowledge and skills. In: HARTMAN, HJ. (Ed.). **Metacognition in learning and instruction**: Theory, Research and Practice. Dordrecht: Springer Neuropsychology and Cognition, 2001, pág. 33-68.

ILLERIS, K. Uma compreensão abrangente sobre a aprendizagem humana. In: ILLERIS, K. (Org.). **Teorias contemporâneas da aprendizagem**. 1ª edição. Porto Alegre: Penso, 2013, pág. 15-30.

KAISER, G; SRIRAMAN, B. A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. **ZDM**, Berlim, v. 38, n. 3, pág. 302-310, 2006.

NISS, M.; BLUM, W. **The learning and teaching of mathematical modelling**. London, New York: Routledge, 2020.

PASQUALE JUNIOR, MLD.; VERTUAN, RE. Interpretaciones sobre los momentos de generación de ideas en actividades de Modelación Matemática derivadas del uso de la herramienta de análisis temporal. **PARADIGMA**, v. 43, n. 2, pág. 356-379, 2022. Disponível em: http://revistaparadigma.online/ojs/index.php/paradigma/article/view/1230. Acesso em: 15 abr. 2023.

PEIRCE, CS. **Semiótica**. São Paulo: Perspectiva, 2005.

PINILLA, MIF. **Múltiples aspectos del aprendizaje de la matemática**: evaluar e intervenir en forma mirada y específica. Colombia: Magistério, 2010.

POLLAK, HO. The Place of Mathematical Modelling in the System of Mathematics Education: Perspective and Prospect. In: STILLMAN, G; BLUM, W; BIEMBENGUT, MS (Eds.). **Mathematical** 

**Modelling in Education Research and Practice**: cultural, social and cognitive influences. New York: Springer, 2015. pág. 265-276.

SCHNEIDER, L; BORROMEO FERRI, R; RUZIKA, S. On the influence of knowledge about the ideal-typical modelling processes on individuals' modelling routes. **Quadrante**, [S.l], v. 30, n. 2, pág. 220-241, 2021. Disponível em: https://quadrante.apm.pt/article/view/23719. Acesso em: 15 abr. 2023.

STENDER, P. The use of heuristic strategies in modelling activities. **ZDM**, Berlim, v. 50, n. 1-2, pág. 315–326, 2018. Disponível em: https://link.springer.com/article/10.1007/s11858-017-0901-5. Acesso em: 15 abr. 2023.

TRINDADE, SL. Análise Semiótica de componentes da aprendizagem em atividades de modelagem matemática no 8° ano do Ensino Fundamental. 2023. 135f. Dissertação (Mestrado) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, Londrina, 2023. Disponível em: http://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/handle/1/32013. Acesso em: 22 abr. 2024.

#### COMO CITAR — APA

SILVA, K. A. P da; TRINDADE, S. L. (2024). Considerações sobre os componentes da aprendizagem em atividades de modelagem matemática. *PARADIGMA*, *XLV*(2), e2024006. https://doi.org/10.37618/PARADIGMA.1011-2251.2024.e2024006.id1370.

#### COMO CITAR — ABNT

SILVA, Karina Alessandra Pessoa da; TRINDADE, Suzana Lovos. Considerações sobre os componentes da aprendizagem em atividades de modelagem matemática. **PARADIGMA**, Maracay, v. XLV, n. 2, e2024006, Jul./Dez., 2024. https://doi.org/10.37618/PARADIGMA.1011-2251.2024.e2024006.id1370.

### HISTÓRICO

Submetido: 23 de janeiro de 2024. Aprovado: 21 de maio de 2024. Publicado: 01 de julho de 2024.

#### **EDITOR**

Fredy E. Gonzálezº 0

#### ARBITROS

Dos árbitros evaluaron este manuscrito y no autorizaron la publicación de sus nombres