El conocimiento didáctico matemático del objeto inecuaciones: una visión desde las concepciones y creencias

Leonardo Marcedonio Piratoba Gil
Leonardo.piratoba@uptc.edu.co
https://orcid.org/0000-0001-9557-0994
Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia (UPTC)
Duitama, Colombia.

Omaida Sepúlveda Delgado
omaida.sepulveda@uptc.edu.co
https://orcid.org/0000-0002-2950-8137
Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia (UPTC)
Tunja, Colombia.

Zagalo Enrique Suárez
zagalo.suarez@uptc.edu.co
https://orcid.org/0000-0002-2620-586X
Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia (UPTC)
Tunja, Colombia.

Recibido: 20/03/2023 **Aceptado:** 01/05/2023

Resumen

Es de gran importancia para los docentes de matemáticas utilizar herramientas para describir, explicar y mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje. En consecuencia, el Enfoque Ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática (EOS) cuenta con herramientas para efectuar este tipo de análisis didáctico de los objetos matemáticos. En este sentido, se presenta la reconstrucción del significado global del objeto inecuaciones, donde se identifican algunos de sus significados de referencia, a partir del análisis semiótico a situaciones-problemas, encontradas en tres periodos de la humanidad y a partir de estas se realiza la reconstrucción a las configuraciones epistémicas presentes en la solución de las situaciones-problemas las cuales emergen del estudio histórico-epistemológico realizado para la reconstrucción del significado global referencial. Este trabajo es el resultado de una investigación realizada como estudio de caso a docentes en instituciones públicas y privadas del departamento de Boyacá (Colombia) para dar respuesta a la pregunta de investigación: ¿Qué conocimiento tienen los profesores de matemáticas del objeto inecuaciones, respecto a los significados pretendidos en los procesos de enseñanza, según sus concepciones y creencias? Como categorías de análisis se toman las propuestas en el modelo del Conocimiento Didáctico Matemático del profesor, algunos de los resultados del estudio son las dificultades que muestran los profesores por reconocer la importancia de identificar y comprender los diferentes tipos de significados de referencia para el objeto inecuaciones.
Palabras clave: Conocimiento-Didáctico-Matemático, Enfoque-Ontosemiótico, Inecuación, Estudio-Histórico-Epistemológico, Configuración Epistémica.

O conhecimento didático matemático do objeto inequações: um olhar a partir das concepções e crenças

Resumo

É de grande importância para os professores de matemática usar ferramentas para descrever, explicar e melhorar os processos de ensino e aprendizagem. Consequentemente, a Abordagem Ontossemiótica do Conhecimento e Instrução Matemática (AOS) possui ferramentas para realizar esse tipo de análise didática de objetos matemáticos. Nesse sentido, apresenta-se a reconstrução do significado global do objeto das inequações, onde são identificados alguns de seus significados de referência, a partir da análise semiótica de situações-problema, encontradas nos três períodos da humanidade e, a partir disso, reconstrói-se o sistema de configurações epistêmicas presentes na solução das situações-problema que emergem do estudo histórico-epistemológico realizado para a reconstrução do significado global referencial. Este trabalho é o resultado de uma pesquisa realizada sobre um estudo de caso com professores de instituições públicas e privadas do departamento de Boyacá (Colômbia) para responder à pergunta de pesquisa: Que conhecimento apresentam os professores de matemática sobre objeto inequações, com relação aos significados pretendidos nos processos de ensino, segundo suas concepções e crenças? Como categorias de análise, são tomadas as expostas no modelo de Conhecimento Didático Matemático do professor e entre os resultados do estudo conclui-se que os professores têm dificuldade em reconhecer a importância de identificar e conhecer os diferentes tipos de significados de referência para o objeto inequações.

Palavras chave: Conhecimento Didático-Matemático, Abordagem Ontossemiótica, Inequações, Estudo Histórico-Epistemológico, Configuração Epistêmica.

The mathematical didactic knowledge of the inequalities object: a vision from the conceptions and beliefs

Abstract

It is of great importance for mathematics teachers to use tools to describe, explain and improve the teaching and learning processes. Consequently, the Ontosemiotic Approach to Mathematical Knowledge and Instruction (OSA) has tools to carry out this type of didactic analysis of mathematical objects. In this sense, the reconstruction of the global meaning of the inequalities object is presented, where some of its reference meanings are identified, from the semiotic analysis of problem-situations, found in the 3 periods of humanity and from these the reconstruction of the epistemic configurations present in the solution of the problem-situations which emerge from the historical-epistemological study carried out for the reconstruction of the referential global meaning. This work is the result of an investigation carried out as a case study to teachers from public and private institutions in the department of Boyacá (Colombia) to answer the research question: What knowledge do mathematics teachers have of the inequalities object, with respect to the intended meanings in the teaching processes, according to their conceptions and beliefs? As categories of analysis, those exposed in the model of the teacher's Mathematical Didactic Knowledge are taken and among the results of the study it is concluded that teachers find it difficult to recognize the importance of identifying and knowing the different types of reference meanings for the inequalities object.

Keywords: Knowledge-Didactic-Mathematical, Approach-Ontosemiotic, Inequality, Historical-Epistemological Study, Epistemic Configuration**.**

Introducción

Al analizar algunas de las tendencias en las investigaciones en Didáctica de las Matemáticas, es importante destacar la relevancia que se presenta en el estudio de las conexiones matemáticas (RODRÍGUEZ; RODRÍGUEZ; FONT, 2020). Estos resultados, han generado un consenso sobre la necesidad de incorporar en los currículos de matemáticas el estudio de los procesos de conexión al interior de ella y con los contextos. En particular, en el Enfoque Ontosemiótico de la Cognición e Instrucción matemática - EOS (GODINO; BATANERO; FONT, 2007), se formulan modelos para estudiar la complejidad de los objetos matemáticos como resultado del análisis a sus significados globales y de referencia, y de considerar el estudio de los diferentes elementos, relaciones, representaciones y definiciones de estos objetos, convirtiéndose en un tema relevante de investigación para la Didáctica de las Matemáticas.

A su vez, en el enfoque EOS, los significados de referencia se establecen en términos de prácticas matemáticas y de configuraciones de objetos primarios que las activan. Para la realización de una práctica matemática y para la interpretación de sus resultados como satisfactorios, se necesita poner en funcionamiento determinados objetos matemáticos. Si consideramos, por ejemplo, los objetos que intervienen en la realización y evaluación de la práctica que permite resolver una situación-problema, se identifica el uso de lenguajes verbales, algebraicos, gráficos y numéricos (SEPÚLVEDA; SUÁREZ; PINO-FAN, 2021). Estos lenguajes son la parte ostensiva de una serie de conceptos, proposiciones y procedimientos, que intervienen en la elaboración de argumentos para decidir si las acciones simples que componen la práctica, y ella, en tanto acción compuesta, son satisfactorias. Por lo tanto, cuando un agente (institución o persona), realiza y evalúa una práctica matemática, activa un conjunto formado por problemas, notaciones, definiciones, proposiciones, procedimientos y argumentos. Los objetos matemáticos primarios se relacionan entre sí formando configuraciones, definidas como las redes de objetos intervinientes y emergentes de los sistemas de prácticas. Estas configuraciones pueden ser epistémicas (redes de objetos institucionales), o cognitivas (redes de objetos personales) (SEPÚLVEDA, et al., 2021).

Teniendo en cuenta lo expuesto, en este artículo se aborda la pregunta de investigación: ¿Qué conocimiento muestran los profesores de matemáticas del objeto inecuaciones, respecto a los significados pretendidos en los procesos de enseñanza, según sus concepciones y creencias?

Y se formulan como guía las preguntas: ¿Cuáles son los significados del objeto inecuaciones? ¿Cuál es el significado global del objeto inecuaciones? En este sentido, se presenta la reconstrucción del significado global del objeto inecuaciones que surge del estudio histórico-epistemológico, donde se reconocen algunos de sus significados de referencia, a partir del análisis semiótico a situaciones-problemas, emergentes en tres periodos de la humanidad y se realiza la reconstrucción de las configuraciones epistémicas presentes en la solución de las situaciones-problemas.

En concreto se profundiza en la pregunta: ¿Cómo se relacionan las configuraciones epistémicas del objeto matemático inecuaciones? Para dar respuesta a los interrogantes, se realizó una investigación de tipo exploratoria– descriptiva, con un enfoque cualitativo y entre los resultados del estudio, se evidenció la complejidad para la enseñanza y el aprendizaje del objeto inecuaciones, en relación con la resolución de problemas que involucran este objeto matemático, según las concepciones y creencias que tenían los docentes del estudio de caso al abordar el objeto matemático. En este artículo se presenta el análisis realizado para llegar a establecer el significado global del objeto matemático *inecuaciones*.

1. Referentes teóricos

En el desarrollo de la investigación, se tomó como marco teórico al Enfoque Ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática – EOS, desarrollado por Godino y colaboradores (GODINO, 2014; GODINO et al., 2013; GODINO; BATANERO; FONT, 2020; GODINO, BATANERO; FONT, 2007; GODINO; BATANERO; FONT, 2008; SEPÚLVEDA, 2016); se asume este referente, debido a que articula diversas aproximaciones y modelos teóricos usados en la investigación en Educación Matemática, a partir de presupuestos antropológicos y semióticos sobre las matemáticas y su enseñanza. Este enfoque utiliza diversas herramientas teóricas y metodológicas que buscan articular aspectos institucionales y personales del conocimiento matemático con el fin de mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. El enfoque metodológico EOS, es un modelo donde se establecen cinco fases de análisis, lo cual permite describir, explicar y valorar los procesos de instrucción matemática. Como menciona Ramírez (2022) estos niveles se entienden como herramientas metodológicas que permite analizar las prácticas docentes o de los alumnos referente a algún tipo de clase, tareas o libros de texto de la matemática.

De acuerdo con Font, Planas y Godino (2010) los niveles corresponden a: análisis de los tipos de problemas y sistemas de prácticas, elaboración de las configuraciones de objetos y procesos matemáticos, análisis de las trayectorias e interacciones didácticas, identificación del sistema de normas y meta normas y valoración de la idoneidad didáctica del proceso de instrucción. El conjunto de nociones teóricas que componen el enfoque EOS y que hacen parte importante de la investigación, se pueden clasificar en grupos, cada uno los cuales ofrece una perspectiva para el análisis de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas (GODINO et al., 2007), estos son: Sistema de prácticas, Objetos Matemáticos, Configuración epistémica e Idoneidad didáctica.

1.1 Significado de los Objetos Matemáticos

Según Pino-Fan (2013) el significado de un objeto matemático se define como el sistema de prácticas operativas y discursivas que una persona (o una institución) realiza para resolver una cierta clase de situaciones-problemas en las que dicho objeto interviene.

En este sentido, el significado del objeto matemático según Godino y Batanero (1994) es visto como: "[…] el sistema de prácticas institucionales asociados al campo de problemas de las que emerge el objeto institucional en un momento dado" (p. 340).

En relación con el significado institucional, Godino et al. (1994), introducen la noción de significado de objeto personal: "[…] el significado de un objeto personal, es el sistema de prácticas personales que una persona usa para resolver el campo de problemas del que emerge el objeto personal en un momento dado" (p. 341).

1.2 Objetos matemáticos primarios

Godino et al. (2007, p. 130) establecen los siguientes tipos de objetos matemáticos: Lenguajes (términos, expresiones, notaciones, gráficos, ...) en diferentes registros de expresión (escrito, oral, gestual) y representaciones mediante el lenguaje (ordinario específico matemático) que se relacionan con los objetos no lingüísticos; Situaciones problemas: aplicaciones extra-matemáticas o intra-matemáticas, ejercicios: son aquellas tareas que llevan a la actividad matemática; Concepto-definición: comprendidos como caracteres que se definen, como número, línea, segmento, mediana, relación, etc. Proposiciones o propiedades: enunciados sobre conceptos; Procedimientos: sucesión de actividades que realiza el sujeto ante las tareas matemáticas; ya sean algoritmos, operaciones, cálculos, entre otros; Argumentos: enunciados que buscan validar o explicar las proposiciones y procedimientos.

La emergencia de los objetos primarios (problemas, definiciones, proposiciones, procedimientos y argumentos) tiene lugar en las diferentes bases de los procesos matemáticos como la comunicación, problematización, definición, enunciación, elaboración de procedimientos (algoritmización, rutinización, ...) y argumentación (GIACOMONE; GODINO; WILHELMI; BLANCO, 2018).

2. Metodología

La investigación realizada se sustentó teórica y metodológicamente en el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos – EOS (GODINO et al., 1994; 2007) el cual proporciona las categorías necesarias para el análisis y la presentación de los resultados del estudio. Por tal razón, la investigación se enmarca dentro de una investigación cualitativa de tipo descriptiva, que permite narrar e interpretar un hecho o fenómeno con el fin de establecer su estructura o comportamiento (ARIAS, 1999). En esta dirección, el estudio de los significados de referencia para el objeto inecuaciones, se realizó a nivel exploratorio-descriptivo, de tipo documental, con el objetivo de caracterizar los significados más relevantes de este objeto matemático.

Según lo expuesto, la investigación permitió clasificar el estudio según tres periodos de la humanidad (Edad antigua, Edad Moderna y Edad Contemporánea). En la Edad Antigua (c. 3000 a. C – c. 476 d. C) se destacó el trabajo realizado por Diofanto, en relación a diversas situaciones problemas relacionadas con áreas de terrenos, proporciones, cantidades de diferentes elementos como, terrenos, alimentos, objetos entre otros; todos ellos relacionados con las inecuaciones, generando así un sistemas de prácticas matemáticas de donde emergen los primeros significados parciales del objeto inecuaciones y se relaciona el objeto inecuaciones con problemas de proporcionalidad.

En el periodo 2 de la Edad Moderna (1453 d. C – 1789 d. C; siglo XV- siglo XVIII), Bombelli realizó grandes estudios en el desarrollo del álgebra y la creación de los números complejos favoreciendo el desarrollo de las matemáticas: en esta época se encuentra el planteamiento de problemas relacionados con geometría y complejos, los cuales se traducían en la solución de ecuaciones de grado uno y dos. Sin embargo, hacia el año 1572 surge uno de los aportes europeos más importantes de la época proporcionado por Rafael Bombelli (c.1526 - 1572), el cual corresponde al texto denominado los Cartelli y los Contracartelli, en esta obra se encuentran problemas de álgebra y cálculo. En dicha obra, Bombelli soluciona una situación problema sobre la raíz cúbica de un número complejo utilizando el método de aproximación de la raíz cúbica y usando inecuaciones (significado parcial). Por otra parte, el matemático Gregoire Vicent (1589-1667) desarrolló y estudio diferentes formas de relacionar los números con el infinito aplicando la geometría, y soluciona un problema utilizando el método de exhausción al usar inecuaciones (significado parcial).

Finalmente, en el periodo 3 de la Edad Contemporánea (1789 d. C – actualidad), del análisis a las soluciones de las inecuaciones y de los diferentes métodos de solución, emerge una de las ramas más importante en las matemáticas denominada geometría, donde surgen elementos fundamentales y se utilizan las inecuaciones, como es el caso del problema del polígono propuesto por Paolo Ruffini, donde se presenta un método de solución que hace uso de inecuaciones lineales y aproximación a números enteros. Este método consiste en plantear ecuaciones y operaciones elementales para aplicar inecuaciones y así encontrar la solución; a este sistema de prácticas se le asocia el significado parcial denominado: despeje de inecuaciones lineales aproximado a enteros.

En la investigación, se realizó un análisis a priori de situaciones didácticas y se diseñó un cuestionario que constaba de dos partes: la primera se relaciona con el análisis semiótico de las cuatro situaciones-problemas encontradas en el estudio histórico-epistemológico del objeto inecuaciones, es decir, se analiza la tipología de los objetos primarios desde la dimensión epistémica (lenguajes, situaciones, conceptos, proposiciones, procedimientos y argumentos) generando configuraciones a las cuales se le otorga un significado parcial emergente al objeto inecuaciones. Este trabajo fue realizado en un estudio de caso a cinco docentes profesores de matemáticas de grado 11 de Educación media en Colombia. La segunda parte del cuestionario se relaciona con preguntas sobre las concepciones y creencias de los profesores en cuanto al uso de estos significados parciales asignados al objeto inecuaciones.

Se realiza el estudio de caso a cinco profesores Licenciados en matemáticas, de diferentes sectores educativos en secundaria (públicos y privados) del departamento de Boyacá en Colombia: el primer docente se denomina Profesor 1 (P1), y tiene una formación académica como Licenciado en Matemáticas: cuenta con una especialización en Informática para la docencia y una maestría en Didáctica de las Matemáticas. Su experiencia laboral es de 2 años en instituciones privadas y 3 años en instituciones de educación superior en cursos de cálculo diferencial, actualmente es docente de en una institución educativa del municipio de Soata – Boyacá. El segundo docente, Profesor 2 (P2) tiene una formación académica como Ingeniero Electromecánico, su experiencia docente es de 12 años en instituciones públicas y 2 años en Instituciones de educación superior, actualmente es docente de planta en Bogotá – Cundinamarca. El tercer docente Profesor 3 (P3), tiene una formación académica como Licenciado en Matemáticas y Estadística, cuenta con una maestría en Educación Matemática y su experiencia docente es de 25 años en instituciones educativas privadas, actualmente es docente de una institución pública del municipio de Sogamoso - Boyacá. El cuarto docente Profesor 4 (P4) tiene formación académica como Ingeniero de Sistemas, su experiencia docente es de 3 años en instituciones privadas y 1 año en instituciones de educación superior en cursos de cálculo diferencial, actualmente se encuentra laborando en una institución privada de la ciudad de Duitama – Boyacá, y el quinto docente Profesor 5 (P5) tiene formación académica como Licenciado en Matemáticas y Estadística, cuenta con una especialización en Gerencia Educativa y una maestría en Ciencias Matemáticas, su experiencia docente es de 5 años en instituciones privadas, actualmente se encuentra laborando en una institución privada de la ciudad de Tunja. De esta forma se realiza el estudio centrado en los conocimientos, concepciones y creencias del objeto Inecuaciones en relación con el significado Global del objeto matemático.

Para el estudio realizado, se diseñó un cuestionario con el fin de caracterizar los significados emergentes del objeto inecuaciones según las creencias y concepciones de los cinco docentes de matemáticas para el proceso de enseñanza del objeto matemático, esto con el fin de dar respuesta a los objetivos y la pregunta de investigación. En la Tabla 1, se indica las fases para la realización del estudio y los instrumentos utilizados para la recolección y el análisis de los datos.

Tabla 1— Técnicas e instrumentos para la recolección de datos

Fases en la Investigación	Técnica	Recolección de Datos	Instrumentos para el análisis de la información
Fase I. Análisis Preliminar	Análisis Documental	Revisión sistemática de libros de historia de las	Análisis de diferentes sistemas de prácticas

		matemáticas, y de diferentes investigaciones en torno a las inecuaciones.	matemáticas relacionados con las inecuaciones según categorías del EOS.
Fase 2. Concepción y análisis a priori de situaciones didácticas	Análisis Semiótico	Construcción de configuraciones epistémicas del objeto inecuaciones. .	Reconstrucción del significado global de referencia del objeto inecuaciones según situaciones problemas y significados parciales emergentes de las configuraciones epistémicas.
Fase 3. Experimentación		Cuestionario con situaciones problemas analizados en el estudio histórico y conceptual de las inecuaciones. Evaluación y análisis del conocimiento didáctico matemático de los profesores de grado once del estudio de casos.	Configuraciones realizadas en el análisis de las inecuaciones. Configuraciones epistémicas.
Fase 4. Evaluación	Análisis semiótico.		Dimensión epistémica del profesor en relación al conocimiento del contenido del objeto Inecuaciones.

Fuente: Elaboración propia.

3. Análisis y resultados

El estudio epistemológico realizado para el objeto Inecuaciones proporcionó los elementos para llegar a la caracterización de la dimensión epistémica según el modelo del Conocimiento Didáctico Matemático (CDM) del profesor propuesto por Godino (2009), a partir del análisis, en primer lugar, de la categoría del Conocimiento Común del Contenido (CCC), seguido del Conocimiento Ampliado del Contenido (CAC) matemático, para terminar con el Conocimiento en el Horizonte Matemático (CHM). Por tanto, para esta caracterización se inició con la identificación de los significados parciales que utilizará el profesor para solucionar problemas relacionados con el objeto inecuaciones con el fin de determinar el grado de idoneidad de su práctica didáctica.

El marco teórico EOS, establece que el profesor de matemáticas debería tener un buen conocimiento del objeto inecuaciones en la categoría del CCC, el cual se relaciona con la solución a tareas concretas que puede realizar el profesor en el desarrollo del tema inecuaciones para grado Once o para cursos de Cálculo Diferencial (GODINO, 2009). Bajo esta mirada, el docente de matemáticas debe poder resolver tareas o situaciones relacionadas con este objeto matemático y tener un conocimiento más amplio que le permita generar una trazabilidad entre los significados parciales de las inecuaciones, con el fin de proponer y crear estrategias didácticas para facilitar la construcción de objetos matemáticos por parte de los estudiantes (GODINO; BATANERO, 1994, p. 341).

En la categoría del conocimiento ampliado del contenido (CAC-CHM), se establecen las conexiones que puede realizar el profesor para diseñar e implementar tareas y generalizaciones con temáticas de la propia matemática y con otros campos del saber para sus estudiantes. En el modelo del CDM, dentro de la dimensión epistémica, se define la categoría del Conocimiento especializado del contenido, que se relaciona con el proceso de enseñanza por parte del profesor y comprende el conocimiento y las habilidades para la enseñanza (BALL; THAMES; PHELPS, 2008), además, incluye la representación de ideas matemáticas, las explicaciones del contenido matemático a través de procedimientos y el análisis de métodos aplicados en la solución de problemas (HILL; BALL; SCHILLING, 2008). Por tal razón, es importante conocer ¿qué es el objeto inecuaciones? (GODINO, 1994), para que, a partir del reconocimiento de este sistema de prácticas, el profesor pueda llegar a identificar los significados parciales asociados al objeto matemático. En este proceso se potencia o se desarrolla el conocimiento común del contenido matemático del docente, el conocimiento ampliado y por tanto el especializado.

Para llegar a reconstruir un significado global del objeto inecuaciones se indaga sobre situaciones problema que determinan o establecen significados parciales del objeto matemático. En este sentido y en relación con las inecuaciones, a lo largo de la historia se evidencia que la humanidad se ha venido enfrentado a diversos problemas y situaciones para mejorar las condiciones de vida del ser humano. Alguna de estas situaciones requiere de un conocimiento técnico que permita el uso de diferentes herramientas para dar solución a problemas de cada época. Según Godino y Batanero (1994), se identifica un problema como: "[…] una situación en la que se le pide a un individuo realizar una tarea para la que no tiene un algoritmo fácilmente accesible que determine completamente el método de solución". En el mismo sentido, Sepúlveda (2016) afirma que "[…] un ser humano se enfrenta con un problema cuando intenta una tarea, pero no puede llevarla a cabo. Tiene algún criterio para determinar cuando la tarea ha sido completada satisfactoriamente" (p. 333).

Por tal razón surgen preguntas como ¿Qué problemas se resolvieron en la antigüedad relacionados con las inecuaciones? ¿En qué situaciones se aplicó el problema? ¿Qué métodos utilizaron en la solución de estos problemas? Estas preguntas dieron inicio al estudio epistemológico y se concretaron en el: Estudio histórico-epistemológico del objeto inecuaciones, el cual se estructuró en los tres periodos de la humanidad: Periodo 1: Edad antigua (c. 3000 a. C – c. 476 d. C); Periodo 2: Edad Moderna (1453 d. C – 1789 d. C: siglo XV - XVIII) y Periodo 3: Edad Contemporánea (1789 d.C – actualidad: siglo XVIII - Actualidad).

Se resalta que, en la Edad media, no se conocen aplicaciones con desigualdades; sin embargo, algunos de los problemas de la época se beneficiaron del desarrollo de las ecuaciones y símbolos para su solución llevando a utilizar las desigualdades en los demás periodos (HALMAGHI, 2011). En cada época se identificaron algunos de los sistemas de prácticas relacionados con problemas de inecuaciones, analizándolos según la tipología de los objetos primarios con el propósito de reconstruir su respectiva configuración epistémica y determinar una categoría para un significado parcial del objeto matemático (GODINO, 1994).

A través de la historia las inecuaciones asumieron un importante papel en la solución de diferentes problemas o situaciones, donde se utilizaron diferentes formas de solución (métodos). En la Tabla 2 se presenta la síntesis de las diferentes configuraciones epistémicas, resultado del estudio histórico epistemológico.

Tabla 2— Configuraciones Epistémicas para el objeto Inecuaciones

Períodos de la historia	Situación – Problema (S.P.)	Configuración Epistémica (C.E.)	Significados Parciales del Objeto Inecuaciones
Edad Antigua	SP1. Período Grecorromano (Diofanto)	C.E.1. Problema de los vinos.	Inecuaciones con problemas de Proporcionalidad.
Edad Moderna	SP2. Problema de la Raíz.	C.E.2. Problema de Bombelli.	Método de aproximación de la raíz cúbica
Edad Contemporánea	SP3. Los números y sus relaciones con el Infinito.	C.E.3. Problema de las figuras Curvilíneas.	Método de Exhausción.
	SP4. Lados de un polígono.	C.E.4. Problema del Polígono.	Despeje de inecuaciones lineales aproximando a enteros

Fuente: Elaboración Propia

En la Edad Antigua, la mayoría de problemas se relacionaban con áreas, proporciones, cantidades de diferentes elementos como, terrenos, alimentos, objetos entre otros. Como mencionan Boyer (1987), Rey y Babini (1985), Ribnikov (1987) en sus investigaciones, el álgebra tuvo su origen en diversos pueblos de la antigüedad como Egipto, Grecia, Babilonia, entre otros, con la finalidad de resolver ecuaciones de primer y segundo grado a través de inecuaciones.

En la Edad Moderna, el análisis a los diferentes métodos de solución de problemas que involucran el uso de las desigualdades, se evidenció principalmente con los aportes relacionados en el álgebra (RUIZ, 2003). En la Edad Moderna, como menciona Boyer (1986):

> […] la geometría trajo consigo una nueva forma de entender las aplicaciones de la matemática, al utilizar axiomas, definiciones y algunos teoremas. De esto, algunos trabajos de Paolo Ruffini aportaron a la comprensión de la geometría y de diversas herramientas usadas en la solución de problemas relacionados con esta área (p.45).

Se puede establecer que la humanidad en las diversas épocas se ha venido enfrentado a problemas y situaciones en la búsqueda de mejores condiciones de vida, para algunas de estas situaciones se requiere de un conocimiento técnico que permita el uso de diferentes herramientas matemáticas tanto teóricas como aplicadas para su solución. Según Godino y Batanero (1994), al reconstruir cada configuración epistémica, emergente de la solución a situaciones problemas específicas de cada objeto matemático, es posible llegar a caracterizar de forma sistemática algunos de los significados parciales más relevantes de los objetos matemáticos, de manera que:

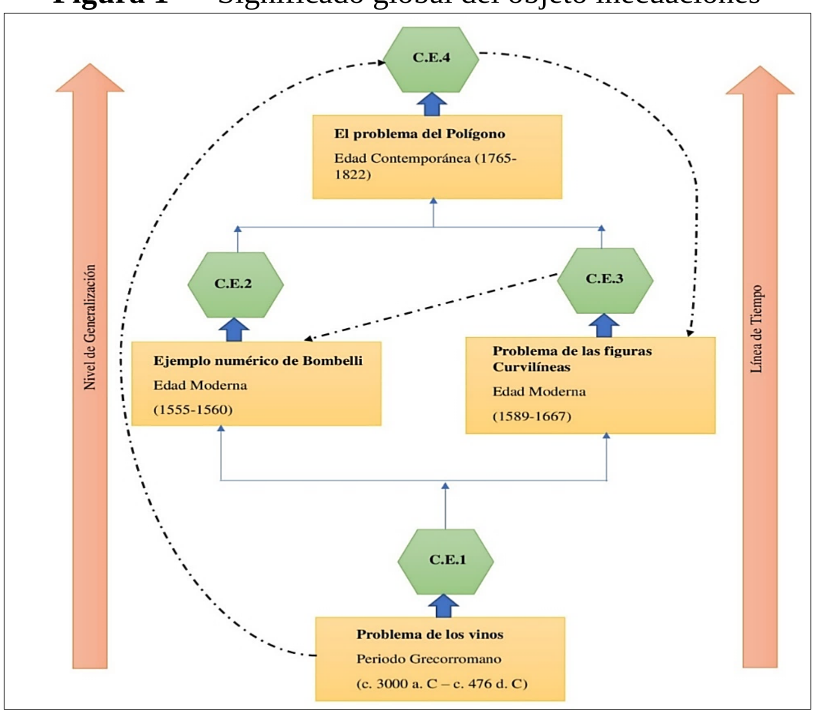
> […] en la reconstrucción del significado global del objeto interesa, por tanto, identificar los cambios que se van añadiendo en cada categoría de objetos emergentes y que permitirán caracterizar los obstáculos, rupturas y progresos en la evolución de las configuraciones epistémicas. Los cambios se caracterizan por la solución que se presenta para la problemática existente en una configuración epistémica en un determinado momento. Pueden implicar tanto la ruptura de la estructura de la configuración, como su evolución a otra configuración epistémica inclusiva y (o) complementaria" (CRISÓSTOMO; ORDÓÑEZ; CONTRERAS; GODINO 2005, p.131).

Al realizar parte del estudio histórico epistemológico para el objeto inecuaciones, se identificaron cuatro sistemas de prácticas asociadas al objeto matemático, los cuales se asocian a una configuración epistémica, y a partir de estas, se establece un significado parcial del objeto matemático. Estas configuraciones para el objeto inecuaciones se han denominado según la Tabla2: Problema de los vinos (C.E.1.); Problema de Bombelli (C.E.2.); Problema de las figuras curvilíneas (C.E.3.) y Problema del Polígono (C.E.4.)

En la Figura 1, se observan los significados parciales junto a su respectiva configuración epistémica. En esta figura se presenta la relación entre las configuraciones epistémicas de acuerdo a un nivel de generalización, así como a su ubicación en una línea de tiempo de acuerdo con su desarrollo histórico, además, se presentan algunas conexiones entre configuraciones que se representan por medio de una línea discontinua lo cual indica que con los elementos de dicha configuración es posible resolver algunas situaciones – problemas de otra configuración. Particularmente, la cuarta configuración epistémica (C.E.4.), es intensiva por sus conexiones sin tener presente el tiempo histórico donde se desarrolló, dado que, con los elementos de la C.E.4, se pueden resolver algún tipo de problemas de los sistemas de prácticas que llevan asociadas las configuraciones C.E.1, C.E.2 y C.E.3. Por otra parte, se brinda un panorama de la evolución con relación a las características y elementos de las respectivas configuraciones epistémicas y por consiguiente de los diferentes significados del objeto Inecuaciones a través del tiempo.

Las C.E.2 y C.E.3 toman algunos elementos de la C.E.1 y la C.E.4 retoma elementos establecidos en las C.E.2 y C.E.3, con el fin de generar nuevos elementos, sin importar el hecho que las configuraciones no representen problemas del mismo periodo histórico. El análisis sistemático de las cuatro configuraciones epistémicas obtenidas conforma la reconstrucción de un significado global para el objeto inecuaciones. En este estudio se analizaron tres épocas debido a que como se mencionó, en la Edad Media según el estudio realizado por Halmaghi (2011) no se usaron desigualdades, sin embargo, las desigualdades se beneficiaron del desarrollo de ecuaciones y símbolos.

Figura 1 — Significado global del objeto inecuaciones



Fuente: Elaboración propia.

Para el análisis de las situaciones seleccionadas, se presentan solo dos de las cuatro situaciones-problema expuestas en la Tabla 1, las cuales involucran problemas con inecuaciones lineales relacionados con proporcionalidad y números complejos, las cuales corresponden a las configuraciones epistémicas C.E.1 y C.E.2 respectivamente.

Situación 1 – Problema: Periodo Grecorromano (Diofanto)

Esta situación problema fue tomada de la Edad Antigua (3000 a. C – c. 476 d.C), en el período grecorromano, escrito por Diofanto y se denomina el *problema de los vinos* y es descrita en Rey y Babini (1985).

Problema-1: Problema de los vinos: *Determinar las cantidades de dos clases de vino, cuyos precios son proporcionales a 8 y 5, de manera que el costo sea un cuadrado, que sumado al número 60, reproduzca el cuadrado de la suma de las dos cantidades.*

Rey y Babini (1985) exponen la solución del problema:

Dadas las cantidades x e y, el problema se reduce a resolver el sistema;

$$8x + 5y = z^2$$

$$z^2 + 60 = (x + y)^2$$

al tomar la expresión, $u = x + y$, reemplazándola en el sistema se obtiene,

$$u^2 - 60 = 3x + 5u = 8u - 3y$$

se tienen las desigualdades:

$$8u > u^2 - 60 > 5u$$

$$u^2 - 60 = (u - v)^2$$

Por lo tanto,

$$22v < 60 + v^2 < 24v$$

Si se toma $v = 20$ entonces,

$$u = \frac{23}{2}, x = \frac{59}{12}, y = \frac{79}{12} \text{ y } z = \frac{17}{2}$$

Análisis dado por el autor:

Si se toman las variables x e y, que representan las cantidades de vino respectivamente se establece el siguiente sistema de ecuaciones (1) y (2) expresado en forma algebraica:

$$8x + 5y = z^2 \tag{1}$$

$$z^2 + 60 = (x + y)^2 \tag{2}$$

Si tomamos una nueva incógnita u que represente la suma de x con y, en la ecuación (3):

$$u = x + y, \tag{3}$$

reemplazando (3) en (2) se obtiene la ecuación (4),

$$z^2 = u^2 - 60 \tag{4}$$

Al despejar (3) en términos de x y y se obtiene respectivamente (5) y (6)

$$x = u - y \tag{5}$$

$$y = u - x \tag{6}$$

al reemplazar (5) y (6) en (1) se obtiene las ecuaciones (7) y (8)

$$z^2 = 8u - 3y \tag{7}$$

$$z^2 = 3x + 5u \tag{8}$$

por lo tanto, al igualar (4) con (7) y con (8) se obtiene la expresión (9)

$$u^2 - 60 = 3x + 5u = 8u - 3y \tag{9}$$

que lleva a deducir la desigualdad (10)

$$8u > u^2 - 60 > 5u \tag{10}$$

Equivalente a las desigualdades (10.1) y (10.2)

$$8u + 60 - u^2 > 0 \tag{10.1}$$

Y

$$u^2 - 60 - 5u > 0 \tag{10.2}$$

El procedimiento para resolver la inecuación (10.1), consiste en:

Completar cuadrado en la desigualdad (10.1) y se obtiene la inecuación (11)

$$-(u - 4)^2 + 76 > 0, \tag{11}$$

sumar -76 a ambos lados de la inecuación (11) y se obtiene la inecuación (12)

$$-(u-4)^2+76-76>0-76, \tag{12}$$

simplificando la inecuación (12) se obtiene la inecuación (13):

$$-(u-4)^2>-76, \tag{13}$$

al multiplicar por -1 a ambos lados de la inecuación (13) se obtiene la inecuación (14):

$$(u-4)^2<76, \tag{14}$$

resolviendo la inecuación (14) se obtienen las inecuaciones (15):

$$-\sqrt{76}<u-4<\sqrt{76}, \tag{15}$$

la expresión (15) es equivalente a las inecuaciones (15.1) y (15.2):

$$-\sqrt{76}<u-4 \tag{15.1}$$

y

$$u-4<\sqrt{76}, \tag{15.2}$$

resolviendo las inecuaciones (15.1) y (15.2), se obtienen las inecuaciones (16):

$$u>-12{,}11 \quad \text{y} \quad u<12{,}11, \tag{16}$$

reescribiendo las inecuaciones (16) en la inecuación (17):

$$-12{,}11<u<12{,}11, \tag{17}$$

entonces, por el contexto del problema se toma como solución los valores positivos de u, y se tiene la inecuación (18):

$$u<12{,}11 \tag{18}$$

se aproxima al valor entero más cercano, llegando a la inecuación (19):

$$u<12 \tag{19}$$

Siguiendo procedimientos similares a los aplicados para resolver la inecuación (10.1) se resuelve la inecuación (10.2), obteniendo la inecuación (20):

$$u>11 \tag{20}$$

Considerando las soluciones de las inecuaciones cuadráticas, se encuentra que u está entre los enteros 11 y 12.

Como u^2-60 debe ser un cuadrado, entonces se introduce una nueva variable v tal que satisfaga la ecuación (21),

$$u^2 - 60 = (u - v)^2 \tag{21}$$

Utilizando los valores extremos de u, se llega a al nuevo par de inecuaciones (22):

$$22v < 60 + v^2 < 24v \tag{22}$$

que se expresan por las inecuaciones (22.1) y (22.2):

$$22v < 60 + v^2 \tag{22.1}$$

y

$$60 + v^2 < 24v \tag{22.2}$$

Al resolver (22.1) y (22.2), por procedimientos similares aplicados para resolver la ecuación (10.1) se encuentran las inecuaciones (23.1) y (23.2):

$$v > 19 \tag{23.1}$$

y

$$v < 21, \tag{23.2}$$

por tanto, se llega a la inecuación (24):

$$19 < v < 21 \tag{24}$$

Se toma el número entero que satisface la desigualdad anterior que en este caso es $v = 20$, y reemplazando se obtiene que $u = \frac{23}{2}, x = \frac{59}{12}, y = \frac{79}{12}$ y $z = \frac{17}{2}$

Análisis semiótico a la configuración (C.E.1)

En la solución dada al problema de los vinos, se utilizan los *conceptos* de cantidad y proporcionalidad en relación a la cantidad de vino; estas cantidades fueron utilizadas para identificar la cuantía de un determinado elemento. La *notación* utilizada, corresponde a escribir las cantidades de los vinos utilizando la definición de nuevas variables, aplicando la noción de proporcionalidad lo cual identifica los *elementos lingüísticos* que pudieron ser usados en esa época. En la solución presentada se resalta el objeto matemático primario de los *procedimientos*, ya que para la solución se presenta un método donde se hace uso de *incógnitas auxiliares,* para esto se toman variables y se reduce a ecuaciones lineales (sistemas) y desigualdades, lo cual establece un método para solucionar situaciones con inecuaciones**.**

Situación 2 – Problema: Edad Moderna

Problema de la raíz: *Obtener la raíz cúbica de* $52 + 47i$

La solución al problema la presentada en Rey y Babini (1985, p.347) y se describe a continuación.

Se utiliza el método de aproximación de la raíz cúbica que consiste en determinar una cantidad que es equivalente a la original como $a + bi$ y dicha cantidad $u + vi$. Si esta cantidad se eleva al cubo se obtiene $(u + vi)^3$ y realizando los debidos despejes se tienen las desigualdades:

$u^2 < (a^2 + b^2)^{1/3}$ y $u^3 > a$, de las cuales se obtienen los valores respectivos, entonces aplicando el procedimiento anterior se obtiene que la raíz es $4 + i$.

Análisis dado por el autor:

Este problema se expresa de la siguiente manera:

$$x = \sqrt[3]{52 + 47i}$$

Se toman los valores, $a = 52$ y $b = 47$. Se pasa a plantear la siguiente igualdad:

$$\sqrt[3]{a + bi} = u + vi$$

Se procede a sumar los cuadrados de ambos números, es decir $52^2 + 47^2$, lo que da 4913 y se busca un número cuyo cubo sea el número que se obtuvo anteriormente (4913) el cual es 17, para escribir la expresión:

$$a^2 + b^2 = (u^2 + v^2)^3$$

Como $(u^2 + v^2)^3 = 4913$ entonces $u^2 + v^2 = 17$ por tanto, despejando $u^2 + v^2$ de la expresión anterior se obtiene que:

$$u^2 + v^2 = \sqrt[3]{a^2 + b^2}$$

Ahora se busca un número cuyo cuadrado sea menor que 17 y cuyo cubo sea mayor que 52, en este caso se determina en el valor para u ya que es la parte entera, que expresado en forma de desigualdades corresponde a:

$$u^2 < \sqrt[3]{a^2 + b^2}$$

$$u^3 > a$$

Por lo tanto, $u = 4$. Y la raíz será $4 + i$.

Análisis semiótico a la Configuración (C.E.2)

En la solución del problema, la *situación problema* se relaciona con encontrar la raíz cúbica de un número complejo, lo cual permite visualizar el procedimiento usado por Bombelli conocido como el método de aproximación a la raíz cúbica (REY Y BABINI, 1985). Se usan los *conceptos* de suma, multiplicación, potenciación, desigualdades en números complejos ($\mathbb{C}$); *sumas de los cuadrados de dos números y cubo de un número.* Rey y Babini (1985) presentan un acercamiento a la solución del problema trabajando con valores complejos que permiten interpretar los elementos, lo que hace referencia a los *elementos lingüísticos*. En cuanto al *procedimiento* usado, es de tipo operacional, es decir, se limita a realizar operaciones con las ecuaciones que se obtienen. La solución del problema carece de *proposiciones* y *argumentos*.

4. Conclusiones

Para llegar a dar respuesta a interrogantes como: ¿Cuáles son los significados del objeto inecuaciones?, ¿Cuál es el significado global del objeto inecuaciones? se utiliza una serie de actividades que se relacionan con la reconstrucción del significado global del objeto inecuaciones, a través del estudio histórico-epistemológico según el origen, evolución y naturaleza del objeto matemático. Esto se realizó a través de un riguroso análisis documental de libros de historia de las matemáticas, tesis doctorales, tesis de maestría, artículos de investigación científica e investigaciones relacionadas con el objeto Inecuaciones, por tanto, se concluye que el objeto inecuaciones a lo largo de la historia emerge de la solución de diversas situaciones problemas (sistemas de prácticas en diferentes etapas), las cuales están asociadas a 4 configuraciones epistémicas donde cada una de estas se relaciona con un significado parcial del objeto inecuaciones dando paso al significado global del objeto Inecuaciones.

Con el estudio epistemológico del objeto matemático, y realizando el análisis semiótico a cada situación, se concluye que el significado global del objeto emerge de la solución de diversas situaciones problemas (sistemas de prácticas en diferentes etapas), las cuales están asociadas a 4 configuraciones epistémicas donde cada una se relaciona con un significado parcial del objeto dando paso al significado global del objeto matemático. Para la Configuración epistémica C.E.1, *Problema de los vinos*, su significado parcial corresponde a Inecuaciones con problemas de proporcionalidad. Para la C.E.2, *Problema de Bombelli* el significado parcial se relaciona con el Método de aproximación de la raíz cúbica. La C.E.3 *Problema de las figuras* *curvilíneas* se relaciona con el significado parcial del método de Exhausción y finalmente la C.E.4, *Problema del polígono*, se relaciona con el significado parcial del despeje de inecuaciones lineales aproximado a enteros.

Es necesario presentar una muestra representativa e interconectada de significados del objeto matemático inecuaciones a los alumnos, respecto de un significado de referencia, lo que les permite resolver tipos de problemas diferentes. Por lo cual, si se quiere enseñar una muestra representativa de significados parciales, es necesario presentar una muestra variada de problemas (FONT; BREDA; SECKEL, 2017; MONJE; SECKEL; BREDA, 2018). Y a su vez, si se quiere conseguir que el alumno sea competente en la resolución de una variedad de problemas donde el objeto matemático en cuestión tiene un rol determinante, se requiere que los alumnos dispongan de una red de significados parciales bien conectados entre sí.

En cuanto a las concepciones y creencias del profesor de matemáticas respecto a los significados parciales del objeto matemático inecuaciones, se evidenció en el estudio que en algunos casos, estos significados surgen de los libros de texto de matemáticas que ellos toman como referencia para la realización de las clases o para la preparación de secuencias didácticas lo que ocasiona una limitante al momento de la enseñanza-aprendizaje del objeto inecuaciones en los estudiantes; así como el currículo impuesto por las instituciones educativas o simplemente del hecho de seguir un texto guía, sin buscar otras herramientas u opciones que lleven a cambiar sus creencias en pro de la enseñanza y aprendizaje del objeto inecuaciones a sus estudiantes y de la preocupación por llegar a una reconstrucción del significado global de cada objeto matemático.

Agradecimiento

Este articulo ha sido desarrollado dentro del marco del proyecto de investigación con código SGI número 3334 del Grupo Álgebra y Análisis de la Facultad de Ciencias de la UPTC.

Referencias

ARIAS, F. **El proyecto de Investigación**. Caracas: Episteme, 1999.

BALL, D.; THAMES, H.; PHELPS, G. Content knowledge for teaching: What makes it special? **Journal of Teacher Education**, Michigan, v. 59, n. 4, p. 389-407, 2008. DOI: https://doi.org/10.1177/0022487108324554

BOYER, B. **Historia de la Matemática**. Alianza, 1987.

CRISÓSTOMO, E.; ORDÓÑEZ, L.; CONTRERAS, A.; GODINO, J. Reconstrucción del significado global de la integral definida desde la perspectiva de la didáctica de la matemática. **Congreso Internacional sobre Aplicaciones y Desarrollos de la Teoría de Funciones Semióticas**, España, p. 125-166, 2005.

FONT, V.; PLANAS, N.; GODINO, J**.** Modelo para el análisis didáctico en educación matemática. **Infancia y Aprendizaje**, Granada, v. 33, n. 1, p. 89-105, 2010. DOI: https://doi.org/10.1174/021037010790317243

GIACOMONE, B.; GODINO, J.; WILHELMI, M.; BLANCO, T. Desarrollo de la competencia de análisis Ontosemiótico de futuros profesores de matemáticas. **Revista Complutense de Educación**, Mineco, v. 29, n. 4, p. 1109-1131, 2018. DOI: https://doi.org/10.5209/RCED.54880

GODINO, J**.** Categorías de Análisis de los conocimientos del profesor de Matemáticas. **Revista Iberoamericana de Educación Matemática,** [s.l], p. 13-31, 2009.

GODINO, J. **Síntesis del enfoque Ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática: motivación, supuestos y herramientas teóricas**. Universidad de Granada, 2014.

GODINO, J.; BATANERO, C. Significado Institucional y personal de los objetos matemáticos. **Researches en Didactique des Mathématiques**, Grenoble, v. 14, p. 325-355, 1994.

GODINO, J.; BATANERO, C.; FONT, V. The onto-semiotic approach to research in mathematics education. **ZDM. The International Journal on Mathematics Education**, Hamburg, v. 39, n. 3, p. 137-135, 2007. DOI: https://doi.org/10.1007/s11858-006-0004-1

GODINO, J.; BATANERO, C.; FONT, V. Un enfoque Ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática. **Acta Scientiae**, Canoas, v. 10, p. 7-37, 2008.

GODINO, J.; BATANERO, C.; FONT, V. The onto-semiotic approach: implications for the prescriptive character of didactics**. For the Learning of Mathematics**, New Westminster, v. 39, n. 1, p. 37- 42, 2019.

GODINO, J.; BATANERO, C.; FONT, V. El enfoque Ontosemiótico: Implicaciones sobre el carácter prescriptivo de la didáctica**. Revista Chilena de Educación Matemática**, Valparaiso, v. 12, p. 3-15, 2020.

GODINO, J.; BATANERO, C.; RIVAS, H.; ARTEAGA, P. Componentes e indicadores de idoneidad de programas de formación de profesores en didáctica de las matemáticas. **REVEMAT,** Florianopolis, v. 8, p. 46-74, 2013. DOI: https://doi.org/10.5007/1981-1322.2013v8n1p46

HALMAGHI, E. **Undergraduate Students' Conceptions of Inequalities: Sanding the Lens.** Tesis de Doctorado. Faculty of Education Simon Fraser University, Burnaby, 2011.

HILL, H.; BALL, D.; SCHILLING, S. Unpacking pedagogical content knowledge: Conceptualizing and measuring teachers' topic-specific knowledge of students. **Journal for Research in Mathematics Education**, [s.l], v. 39, p. 372-400, 2008. DOI: https://doi.org/10.5951/jresematheduc.39.4.0372

MONJE, Y.; SECKEL, M. J.; BREDA, A. Tratamiento de la inecuación en el curriculum y textos escolares chilenos. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, v. 32, n. 61, p. 480–502, ago. 2018. DOI: https://doi.org/10.1590/1980-4415v32n61a09

PINO-FAN, L**. Evaluación de la Faceta epistémica del Conocimiento Didáctico-Matemático de futuros profesores de bachillerato sobre la Derivada.** Tesis (Doctorado) - Universidad de Granada, España., 2013.

PINO-FAN, L. **Contribución del Enfoque Ontosemiótico a las investigaciones sobre didáctica del cálculo**. 2017

PINO-FAN, L.; GODINO, J.; FONT, V. Faceta epistémica del conocimiento didáctico matemático sobre la derivada. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 13, n. 1, p. 141-178, 2011.

RAMÍREZ, G. **Caracterización de los procesos cognitivo-matemáticos para la validación matemática en el contexto escolar con ambientes de geometría dinámica.** Tesis (Doctorado)-Universidad Autónoma de Querétaro, México, 2022.

REY, J.; BABINI, J. **História de las Matemáticas**. V. 1-2. Gedisa, Barcelona, 1985.

RIBNIKOV, K. **Historia de las Matemáticas**. Mir, Moscú, 1987.

RUIZ, A. **Historia y Filosofía de la Matemática.** EUNED, San José, 2003.

SEPÚLVEDA, D. **Conocimiento didáctico-matemático del profesor universitario para la enseñanza del objeto grupo.** (Tesis de Doctorado). Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia, Tunja, 2016.

SEPÚLVEDA, D.; SUÁREZ, Z.; PINO-FAN, L. Significados de referencia del objeto Grupo**. Revista de Investigación, Desarrollo e Innovación**, Tunja, v. 11, n. 2, p. 297–318, 2021. DOI: https://doi.org/10.19053/20278306.v11.n2.2021.12757

Autores

Leonardo Marcedonio Piratoba Gil
Profesor en Educación Básica y Media, Magister en Educación Matemática.
Leonardo.piratoba@uptc.edu.co
https://orcid.org/0000-0001-9557-0994

Omaida Sepúlveda Delgado
Profesor titular Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia, Licenciada en Matemáticas, Especialista en computación para la docencia, Magister en ciencias matemáticas, Doctor en Educación.
omaida.sepulveda@uptc.edu.co
https://orcid.org/0000-0002-2950-8137

Zagalo Enrique Suárez
Profesor titular Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia, Licenciados en ciencias de la educación Matemática y Física, Especialista en computación para la docencia, Magister en ciencias matemáticas, Doctor en Educación.
zagalo.suarez@uptc.edu.co
https://orcid.org/0000-0002-2620-586X

Como citar el artículo:

PIRATOBA, L. M. G.; SEPÚLVEDA, O. D.; SUÁREZ, Z. E. El conocimiento didáctico matemático del objeto inecuaciones: una visión desde las concepciones y creencias. **Revista Paradigma, Vol. XLIV, Edição Temática: EOS. Questões e Métodos;** junio de 2023 / 147 - 169. DOI: 10.37618