

Tecnología de Realidad Aumentada para la Enseñanza de la Geometría Espacial: una Experiencia con Estudiantes de los últimos años de la Educación Primaria

Eduardo Vinicius Costa

eduardocosta@rede.ulbra.br

<https://orcid.org/0000-0001-6061-8361>

Universidade Luterana do Brasil (ULBRA)

Canoas, Brasil.

Agostinho Iaqchan Ryokiti Homa

iaqchan@ulbra.br

<https://orcid.org/0000-0002-5771-1319>

Universidade Luterana do Brasil (ULBRA)

Canoas, Brasil.

Recibido: 15/01/2023 **Aceptado:** 08/04/2023

Resumen

Este trabajo presenta los resultados de una investigación sobre las contribuciones de una Secuencia Didáctica incorporada con la tecnología de Realidad Aumentada (RA) como estrategia en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la Geometría Espacial para los años finales de la Educación Primaria. Centrándose en el desarrollo de habilidades de visualización y representación en perspectiva, el estudio realizado es de naturaleza cualitativa y se fundamenta en la metodología de investigación denominada Ingeniería Didáctica. El experimento se llevó a cabo a través de la integración del software GeoGebra con la herramienta Google Classroom y la plataforma de videoconferencias Google Meet, y contó con la participación de 25 estudiantes, de edades comprendidas entre 13 y 15 años, distribuidos en los estados de Rio Grande do Sul, Paraíba y Piauí. La investigación presenta consideraciones sobre: (i) la enseñanza de la Geometría en Brasil; (ii) análisis curriculares del PCN y la BNCC; (iii) el concepto de visualización en la Educación Matemática; y (iv) el *software* GeoGebra y la tecnología de RA. Los resultados señalan que la RA aporta contribuciones al proceso de enseñanza y aprendizaje, ya que facilita la acción de investigar sólidos geométricos y, de esta manera, ayuda en el desarrollo de la visualización geométrica-espacial.

Palabras clave: Geometría Espacial. Realidad Aumentada. Tecnologías Digitales.

A Tecnologia de Realidade Aumentada para o Ensino de Geometria Espacial: um Experimento com discentes dos anos finais do Ensino Fundamental

Resumo

Este trabalho apresenta os resultados de pesquisa referentes às contribuições de uma Sequência Didática, incorporada com a tecnologia de Realidade Aumentada (RA), como estratégia no processo de ensino e aprendizagem da Geometria Espacial para os anos finais do Ensino Fundamental. Com foco no desenvolvimento das habilidades de visualização e representação em perspectiva, o estudo realizado é de natureza qualitativa e fundamentado na metodologia de pesquisa denominada Engenharia Didática. O experimento ocorreu por intermédio da integração do *software* GeoGebra com a ferramenta *Google Classroom* e a plataforma de videoconferências *Google Meet*, e contou com a participação de 25 alunos, com faixa etária entre 13 e 15 anos, distribuídos pelos estados do Rio Grande do Sul, Paraíba e Piauí. A investigação apresenta considerações sobre: (i) o ensino da Geometria no Brasil; (ii) análises curriculares dos PCN e a BNCC; (iii) o conceito de visualização na Educação Matemática; e (iv) o *software* GeoGebra e a tecnologia de RA. Os resultados apontam que a

RA traz contribuições ao processo de ensino e aprendizagem, pois facilita a ação de investigar sólidos geométricos e, desta forma, auxilia no desenvolvimento da visualização geométrico-espacial.

Palavras chave: Geometria Espacial. Realidade Aumentada. Tecnologias Digitais.

Augmented Reality Technology for Teaching Spatial Geometry: an experiment with students in the final years of Elementary School

Abstract

This paper presents the research results regarding the contributions of a Didactic Sequence, incorporating Augmented Reality (AR) technology, as a strategy in the teaching and learning process of Spatial Geometry for the final years of Elementary School. Focusing on the development of visualization and perspective representation skills, the study conducted is of a qualitative nature and based on the research methodology called Didactic Engineering. The experiment occurred through the integration of the GeoGebra *software* with the Google Classroom tool and the Google Meet video conferencing platform, and involved the participation of 25 students, aged between 13 and 15 years old, distributed across the states of Rio Grande do Sul, Paraíba, and Piauí. The investigation presents considerations on: (i) Geometry teaching in Brazil; (ii) curricular analysis of the PCN and the BNCC; (iii) the concept of visualization in Mathematics Education; and (iv) the GeoGebra *software* and AR technology. The results indicate that AR brings contributions to the teaching and learning process, as it facilitates the investigation of geometric solids and, thus, helps in the development of geometric-spatial visualization.

Keywords: Spatial Geometry. Augmented Reality. Digital Technologies.

Introdução

As formas geométricas estão presentes para onde quer que se direcione nossos olhares: na natureza, nas artes, na arquitetura ou em outras áreas do conhecimento. À vista disso, a Geometria se constitui como um dos conteúdos estruturantes da Educação Básica (ROGENSKI; PEDROSO, 2019). Nessa perspectiva, o presente artigo trata do processo de ensino e aprendizagem de Geometria Espacial no 8º e 9º anos do Ensino Fundamental (EF). Esta área da matemática é responsável pelos estudos dos sólidos no espaço, ou seja, dos objetos tridimensionais. Contudo, de acordo com Oliveira (2015) e Bongiovanni (2016), seu ensino tem sido, em certa extensão, negligenciado na Educação Básica.

Conforme os estudos de Rogenski e Pedroso (2019), verifica-se a dificuldade dos alunos quando se trata da aprendizagem de Geometria Espacial com relação à visualização, com os conhecimentos básicos da Geometria Plana e as relações existentes entre as formas. Os mesmos autores defendem que isto ocorre devido à defasagem existente no EF, em que a Geometria nem sempre é apresentada ao aluno inter-relacionada com os demais conteúdos estruturantes, como a álgebra e os números.

Por consequência, este estudo objetivou analisar as possíveis contribuições da implementação (desenvolvimento, aplicação e avaliação) de uma Sequência Didática¹ (SD), integrada às Tecnologias Digitais (TD), direcionada ao ensino da Geometria Espacial associado à Realidade Aumentada (RA). A RA é uma tecnologia que permite, por intervenção de um computador ou dispositivo móvel, representar e integrar elementos virtuais ao espaço real, promovendo a interação com o virtual de maneira mais natural e sem necessidade de treinamento ou adaptação. Em outras palavras, a RA pode ser definida como o enriquecimento do ambiente real com elementos virtuais, usando um dispositivo tecnológico, funcionando em tempo real (KIRNER; TORI, 2006). Portanto, acredita-se que esta tecnologia pode potencializar o processo de ensino e aprendizagem da Geometria Espacial, pois com ela os Sólidos Geométricos podem ser apresentados em sua forma tridimensional, contribuindo para a redução das dificuldades relacionadas à visualização.

A SD foi desenvolvida com o suporte do *software* de Geometria Dinâmica GeoGebra integrado² à ferramenta *Google Classroom*, criando situações que possibilitam a aprendizagem de Geometria Espacial de uma forma acessível e cativante. As atividades foram aplicadas durante sete encontros na modalidade de ensino remoto, tendo a participação de 25 alunos dos dois últimos anos do EF de escolas públicas de três estados brasileiros, quais sejam, Paraíba, Piauí e Rio Grande do Sul.

Esta busca para ensinar Geometria Espacial, com o apoio das TD, justifica-se pelo fato de desenhos bidimensionais impressos, como nos livros, serem insuficientes para a representação do espaço tridimensional, como já discutido, por exemplo, em Notare e Basso (2016). Nesta perspectiva, este trabalho apresenta os principais resultados do experimento com discentes da Educação Básica investigando as contribuições da implementação de uma SD contendo atividades de Geometria Espacial utilizando a tecnologia da RA.

Considerações sobre o Ensino da Geometria Espacial

Para o EF, a BNCC (2018) ressalta que, em relação ao pensamento geométrico, os alunos desenvolvem habilidades para interpretar e representar a localização e o deslocamento de uma figura no plano cartesiano, identificar transformações isométricas e produzir ampliações e reduções de figuras. Além disso, são solicitados a formular e resolver problemas em contextos diversos, aplicando os conceitos de congruência e semelhança.

¹ A Sequência Didática completa, juntamente com as análises *a priori* das atividades, encontra-se em Costa (2022, p. 81-113). Disponível em: <<http://www.ppegicim.ulbra.br/teses/index.php/ppgecim/article/view/393>>.

² Para melhor entendimento desta integração entre o *software* e o *Google Classroom*, remetemos o(a) leitor(a) ao vídeo tutorial de O Geogebra (2020) disponível em: <<https://www.youtube.com/watch?v=-4FM6hjztQ4>>.

No entanto, no EM a BNCC orienta que o foco é a construção de uma visão integrada da matemática, aplicada à realidade em diferentes contextos. Destaca-se, ainda, a importância dos recursos relacionados às TD e aplicativos tanto para a investigação matemática como para dar continuidade ao desenvolvimento do pensamento computacional, iniciado na etapa do EF.

Os estudos de Wahab et al. (2017) trazem importantes considerações sobre o ensino de Geometria:

O ensino e a aprendizagem da Geometria devem ser significativos para os alunos, não consistindo, apenas, numa reação a estímulos do professor. Por conseguinte, os alunos devem ter oportunidades de experimentação na aprendizagem da matemática, através da exploração e da investigação de formas geométricas (WAHAB et al., 2017, traduzido por nós).

Para que os alunos adquiram uma aprendizagem significativa, é fundamental que os professores utilizem meios que viabilizem a visualização e a manipulação dos objetos geométricos (RANCAN; GIRAFFA 2012), porém, Oliveira (2015), relatando sobre o ensino desta área, traz que a Geometria foi desaparecendo das salas de aulas da Educação Básica e, conseqüentemente a geração de alunos, que hoje representa os atuais professores de matemática, teve pouco ou nenhum contato com a Geometria Elementar. Os resultados disso apresentam-se na insegurança atual de se trabalhar Geometria nas aulas, associando-a a um nível de ensino mais rigoroso ou considerando-a com pouca importância no desenvolvimento das competências matemáticas.

Notare e Basso (2016) ressaltam que está ocorrendo, mais recentemente, um tímido aumento do reconhecimento da importância da Geometria. Os autores afirmam que esse reconhecimento é devido à disponibilidade de novas ferramentas de matemática, *softwares* de Geometria Dinâmica, que podem potencializar o processo de ensino e aprendizagem da Geometria.

Bongiovanni (2016) salienta que no ensino atual de Geometria Espacial, não se está dando ênfase ao domínio das representações gráficas. Os alunos têm dificuldades tanto na elaboração de uma representação gráfica (codificação), quanto na interpretação de uma representação (decodificação). Uma das razões é que nas representações planas de objetos espaciais o controle perceptivo do plano está ausente. As representações planas de objetos espaciais são enganosas, pois sendo de duas dimensões, elas podem induzir, por exemplo, à consideração de propriedades de intersecção ou de alinhamento não verificadas. O desafio de representar objetos tridimensionais em superfícies planas surgiu em várias civilizações, e o homem criou diferentes soluções para resolver este problema, das quais se destacam a perspectiva paralela, a perspectiva central e a Geometria Descritiva.

Notare e Basso (2016, p.2), relatando sobre a Geometria Dinâmica e o pensamento espacial, afirmam que “o raciocínio espacial consiste em um conjunto de processos cognitivos nos quais representações mentais, relações e transformações são construídas e manipuladas”. Os mesmos autores afirmam que a ação mental tem papel fundamental no processo de ensino e aprendizagem da Geometria Espacial e no desenvolvimento do pensamento geométrico espacial. É importante que os alunos tenham contato direto com manipulações, podendo, assim, experimentar suas ideias, analisar e refletir sobre elas, para modificá-las quando necessário. O uso apenas de desenhos para explorar a Geometria Espacial não é suficiente, pois desenhos estáticos no papel não representam adequadamente os objetos concretos e manipuláveis, ou seja, não é possível agir sobre o desenho de forma ampla e flexível, com o realismo necessário para apoiar a construção de imagens mentais adequadas.

Análises Curriculares: convergências e contrastes da Geometria Espacial e o uso de Tecnologias nos PCN e na BNCC

Ao analisar tanto os PCN (BRASIL, 1998) quanto a BNCC (BRASIL, 2018), observa-se que, em relação às orientações para o ensino de Geometria Espacial, ocorrem convergências entre os documentos para os anos finais do EF. No entanto, entre as diferenças significativas, destaca-se a habilidade de desenhar objetos espaciais em perspectiva, abordada pela BNCC por meio da habilidade EF09MA17, direcionada ao 9º ano do EF. Nos PCN, essa habilidade era definida como o reconhecimento da figura desenhada somente por diferentes vistas. O Quadro 1 apresenta um resumo dos documentos, no qual é possível comparar as diferentes abordagens para o ensino de Geometria.

Quadro 1 – Comparativo dos PCN E BNCC.

Diferentes formas de abordagens		
	PCN	BNCC
Quanto ao bloco temático	Espaço e Forma	Geometria
Quanto à organização	Ciclos: cada um correspondendo a duas séries	Anos/Faixas individuais
Quanto ao conhecimento matemático	Ancorado em contextos sociais, destacando as relações entre conhecimento matemático e o mercado de trabalho	Aplicação na sociedade e formação de cidadãos críticos
Quanto ao pensamento geométrico	Compreender, descrever e representar	Investigar, fazer conjecturas e produzir argumentos
Quanto à apresentação dos conteúdos	Objetivos, conceitos e procedimentos	Competências, objetos de conhecimento e habilidades

Fonte: Costa (2022, p. 64).

Observa-se que os documentos examinados mostram variações na abordagem adotada em relação à disciplina de Geometria. O primeiro aspecto concerne ao bloco temático, denominado pelos PCN como “Espaço e Forma”, que foi posteriormente alterado na BNCC para “Geometria”. Neste contexto, acredita-se que a denominação adotada pela

BNCC contribui para a valorização dessa área de conhecimento em conjunto com os demais blocos que integram o campo da matemática.

Enquanto os PCN foram estruturados em ciclos, com cada um correspondendo a duas séries do EF, tendo em vista os objetivos e conteúdos propostos, a BNCC organizou os objetos de conhecimento e habilidades para cada ano da etapa do EF, proporcionando uma maneira mais eficiente para os educadores identificarem os conteúdos, conceitos e processos a serem abordados em cada ano. Essa organização da BNCC pode beneficiar o processo de ensino, permitindo que os alunos desenvolvam com as competências e habilidades específicas propostas para cada objeto de conhecimento.

No que se refere ao conhecimento matemático, constata-se uma convergência entre os documentos analisados, ambos destacando a relevância de ancorar tal conhecimento nos contextos sociais em que os alunos estão inseridos. No entanto, embora os PCN e a BNCC compartilhem dessa perspectiva, eles apresentam diferenças quanto à aplicação desse conhecimento. Enquanto os primeiros enfatizam a proximidade e relação do conhecimento matemático com o mercado de trabalho, a BNCC destaca sua importância na formação de cidadãos críticos, conscientes de suas responsabilidades sociais. Essa diferenciação faz sentido considerando que, durante o período de elaboração dos PCN, uma parcela significativa dos estudantes do 8º e 9º ano já estavam inseridos em algum ramo de trabalho, conforme consta no próprio documento (BRASIL, 1998).

Tanto os PCN quanto a BNCC reconhecem a relevância do desenvolvimento do pensamento geométrico pelos estudantes. Para os PCN tal pensamento é fundamental para que os alunos possam compreender, descrever e representar o mundo em que vivem. Já a BNCC acrescenta outras habilidades a serem desenvolvidas, tais como investigar propriedades, fazer conjecturas e produzir argumentos geométricos convincentes. Nesse sentido, é possível observar que a BNCC amplia as possibilidades de desenvolvimento cognitivo e habilidades dos estudantes, ao estimular habilidades mais complexas como a investigação, a conjectura e a produção de argumentos, em contraposição à simples compreensão, descrição e representação presentes nos PCN.

No que tange às orientações para o ensino, observa-se que tanto os PCN quanto a BNCC apresentam diretrizes a serem seguidas, ainda que com diferentes formatos e terminologias. Os PCN organizavam os objetivos, conceitos e procedimentos de maneira linear, enquanto a BNCC estrutura as competências, objetos de conhecimento e habilidades em tabelas e quadros. Apesar das mudanças nas nomenclaturas, as orientações em si não se apresentam significativamente distintas entre os documentos. No entanto, a disposição

apresentada pela BNCC traz vantagens para os educadores, uma vez que permite a análise conjunta dos objetos de conhecimento e habilidades relacionadas à Geometria Espacial. Isso possibilita a identificação clara das aprendizagens fundamentais que devem ser garantidas aos alunos em diversos contextos educacionais.

Em relação às Tecnologias, os PCN e a BNCC apresentam convergências quanto ao uso delas como recursos didáticos eficientes para o processo de ensino e aprendizagem, entretanto, é possível observar que os PCN enfatizaram mais a importância da inclusão dessas ferramentas na sala de aula. Acredita-se que tal destaque se justifica pelo fato de que os PCN foram elaborados 20 anos antes da BNCC, período em que a integração da tecnologia à sociedade ainda era pequena quando comparada com o cenário tratado pela BNCC e, deste modo, exigindo maior atenção ao tema.

Observa-se que a BNCC preconiza o uso de dispositivos móveis e softwares de Geometria Dinâmica, enfatizando sua importância para a compreensão de conceitos matemáticos. Essa valorização resulta em mudanças significativas no processo de aprendizagem haja vistas que as construções nos programas de Geometria Dinâmica são realizadas de forma rápida e precisa, quando comparada às construções manuais com régua e compasso, permitindo que os estudantes direcionem sua atenção aos conceitos matemáticos em si, e não apenas às construções geométricas em estudo.

O Ensino de Matemática e a Habilidade da Visualização

É comum que, espontaneamente, busque-se a solução de problemas elementares ou complexos utilizando a técnica da visualização. São problemas que exigem imaginação espacial ou a capacidade de fazer previsões com base em memórias ou em fatos do cotidiano. Presmeg (2013) traz que a capacidade de visualização está sendo estudada pela Psicologia pelo menos desde a década de 1970, contrastando o simbolismo visual e verbal. Contudo, para além do estudo da Psicologia, pode-se dizer que foi a partir dos anos 1980 que se iniciou a busca pela visualização num método aplicado à Educação Matemática para aumentar a capacidade dos alunos de resolver problemas. Desde então, multiplicaram-se os estudos que tratam da relevância do raciocínio visual para o ensino e a aprendizagem da Matemática (PRESMEG, 2013; UCLÉS; MARTÍNEZ, 2017).

Bishop (1980), visando contribuir para a aplicação da visualização na Educação Matemática, realizou a primeira revisão crítica das publicações neste campo do conhecimento, à época praticamente restrito à Psicologia. Bishop (1980) salientou que os caminhos até então trilhados pelos psicólogos pesquisadores se mostravam um tanto distantes dos interesses dos educadores, e, portanto, deveriam ser analisados com critério e

descreveu o que para ele eram as principais contribuições daquele conhecimento para o professor de matemática.

Quinze anos mais tarde, Gutiérrez (1996), pesquisador em Educação Matemática da Universidade de Valência, mostrou que a visualização se tornou importante para os mais variados campos do conhecimento, sendo que a Psicologia avançou muito e, inclusive, desenvolveu teorias detalhadas, bem como ferramentas de observação e testagem. Por outro lado, Gutiérrez (1996) salientou a multiplicidade de terminologias neste campo de estudo, algumas usadas como sinônimos e outras tendo diferentes significados. Autores utilizavam a palavra “visualização”, enquanto outros preferiam “pensamento espacial”, mas, segundo Gutiérrez (1996), atribuindo-lhes o mesmo significado. Já o termo “imagem visual” apresentava significados diferentes dependendo do autor e seu campo de pesquisa.

Para definir o significado de “visualização” para a Educação Matemática traz-se o trabalho de Flores, Wagner e Buratto (2012), que apresentaram o termo visualização entendido por diferentes autores desde os anos 1980, destacando que:

Enquanto os estudos em psicologia estão interessados, particularmente, na capacidade do sujeito em formar e manipular imagens mentais, na Educação Matemática o interesse está centrado na habilidade demonstrada pelo aluno em lidar com aspectos visuais para alcançar o entendimento matemático (FLORES; WAGNER; BURATTO, p. 33, 2012).

Flores, Wagner e Buratto (2012), após elencarem os numerosos conceitos atribuídos à visualização no contexto da Educação Matemática, destacaram a enorme dificuldade para formular um conceito para este termo, ou seja, elas não encontraram um conceito único e definitivo, concluindo que “podemos, ao menos, concordar que o conceito em umas vezes está restrito à mente do aluno, outras está restrito a algum meio e ainda outras a visualização é definida como um processo para viajar entre estes dois domínios” (FLORES; WAGNER; BURATTO, 2012, p. 36).

Em sua análise do conceito de visualização no ensino da matemática no Brasil, Flores, Wagner e Buratto (2012) também procuraram identificar os caminhos que estão sendo trilhados no uso da técnica de visualização nas escolas do país. Para tanto, analisaram 66 trabalhos publicados no âmbito do Encontro Nacional de Ensino de Matemática (ENEM), mais especificamente das edições ocorridas entre 1998 e 2010, elencando as sete definições de visualização registradas no material por elas analisado, ressaltando que apenas 28 trabalhos (de um total de 66) apresentaram uma definição para visualização. Dentre eles, destaca-se as duas definições consideradas apropriadas à proposta do presente artigo. São elas: (i) “É o processo de formação de imagens (mentais, ou com lápis e papel, ou com o auxílio de tecnologias) e utilização dessas imagens para descobrir e compreender

matemática”; (ii) “Como uma forma de pensamento que tem como função contribuir na construção de significados e de sentidos, bem como servir de auxílio na compreensão da resolução de problemas (visualizar não é apenas ver o visível, mas tornar visível aquilo que se vê extraindo padrões das representações e construindo o objeto a partir da experiência visual)”. Apesar das diferenças dentre as publicações analisadas, em todas elas o termo visualização foi relacionado “[...] com o ensino e aprendizagem dos conceitos matemáticos e geométricos” (FLORES; WAGNER; BURATTO, 2012, p. 40).

Deste modo, a visualização é aplicável a qualquer estágio da resolução de problemas matemáticos, sendo facilitadora para alunos que, por exemplo, possuem dificuldade em solucionar problemas com enunciados escritos. Isto porque estes alunos se atrapalham quando necessitam imaginar o que as palavras querem descrever não visualizando adequadamente o problema proposto, tornam-se incapazes de solucioná-lo.

Por intermédio da visualização, realizar um exercício mental para descobrir as etapas necessárias para a solução de um problema, torna-se uma tarefa mais simples, além de estimular o aluno a concluir a atividade uma vez que ele também pode ir prevendo os resultados de cada etapa.

Considerações sobre o GeoGebra e a Tecnologia de Realidade Aumentada

O GeoGebra³ é um *software* de matemática dinâmica de livre acesso, com fácil instalação e utilização que serve para todos os níveis de ensino. Ele reúne Geometria, Álgebra, Planilha de Cálculo, Gráficos, Probabilidade, Estatística e Cálculos Simbólicos em um único pacote. O GeoGebra possui uma comunidade de milhões de usuários em praticamente todos os países e se tornou um líder na área de *softwares* de matemática dinâmica, apoiando o ensino e a aprendizagem em Ciência, Tecnologia, Engenharia e Matemática (STEM).

Pelo próprio *software* é possível baixar materiais disponíveis no portal do GeoGebra, produzidos por outros usuários, para estudos em casa ou em sala de aula. Existe uma multiplicidade de pesquisas que apontam para a importância da Geometria Dinâmica na aprendizagem da Geometria Plana (NOTARE; BASSO, 2016) e, deste modo, entende-se como necessário investigar a relevância na aprendizagem de Geometria Espacial, utilizando dos recursos de representação tridimensional assim como a RA disponível no GeoGebra.

Conforme Macedo, Silva e Buriol (2016), a tecnologia de RA permite criar cenas nas quais os objetos virtuais são inseridos em um ambiente real capturado pela câmera do computador ou do dispositivo móvel utilizado. Corroborando com Kirner e Tori (2006, p.

³ Disponível para download em www.geogebra.org.

23) definem a RA como sendo o “[...] enriquecimento do ambiente real com objetos virtuais, usando algum dispositivo tecnológico, funcionando em tempo real”. Em outras palavras, esta ferramenta tecnológica pode ser caracterizada pela complementação do mundo físico com objetos virtuais, não restritos ao ambiente computacional. Este recurso só pode ser utilizado pelas pessoas com o advento de equipamentos móveis como *tablets*, *smartphones* e *iPads* dotados de câmera (SOUZA et al., 2016). Neste sentido,

[...] a RA enquanto elemento complementar do mundo real é uma forma de adicionar elementos virtuais que contribuirão para a aprendizagem e compreensão de elementos da realidade, podendo trazer benefícios às mais diversas áreas do conhecimento, dentre elas, a Educação, por sua amplitude de possibilidades de aplicação (LOPES et al., 2019, p. 5).

Esta tecnologia possui grande importância para aqueles alunos que possuem dificuldades em visualizar figuras tridimensionais estáticas quando são representadas em planos bidimensionais como nos livros didáticos. Este impasse pode ser considerado como uma barreira que impede a compreensão completa dos conceitos e propriedades geométricas (MACEDO; SILVA; BURIOL, 2016). Contudo, utilizando a RA o aluno pode se mover livremente em torno do objeto observado, visualizando-o sob diferentes pontos de vista (KIRNER; TORI, 2006) tendo como referência um ambiente real conhecido. Portanto, considera-se que, com o apoio desta ferramenta, a aprendizagem da Geometria Espacial ocorre de maneira mais atraente e eficaz.

Os trabalhos de Duncan (2014), Santos (2015), França (2015), Oliveira (2016), Silva (2017), Andrade (2017), Valentim (2017), Macedo (2018), Silva (2019) e Resende (2019) mostram que a tecnologia de RA é uma importante ferramenta educacional por permitir a experimentação com a representação dos Sólidos Geométricos. De acordo com Costa (2022), atualmente a RA está mais acessível aos educadores e educandos, pois quando utilizada com o GeoGebra 3D, necessita apenas de material do GeoGebra (ggb) e de *smartphone/tablet* com a plataforma ARCore instalada, não sendo mais necessário (i) utilizar marcadores de RA; (ii) conhecer programação; (iii) importar bibliotecas virtuais; e/ou (iv) desenvolver aplicativo ou *software*.

Metodologia de Investigação

A partir das reflexões até aqui realizadas, reforça-se que a inserção de ferramentas tecnológicas possibilita que alguns conceitos matemáticos sejam apresentados por intermédio de animações que facilitam a identificação de padrões e ajudam a analisar comportamentos, que difere das informações das imagens estáticas dos livros didáticos. Nesse sentido, conforme Macedo, Silva e Buriol (2016), torna-se evidente a necessidade de se repensar as práticas pedagógicas para a inclusão das tecnologias nos planejamentos das

aulas de maneira alinhada aos objetivos didáticos. Assim, surgiu o questionamento desta investigação: quais as contribuições da aplicação de uma Sequência Didática com Realidade Aumentada, como estratégia para a aprendizagem de Geometria Espacial, para alunos dos anos finais do Ensino Fundamental?

Para sua realização, optou-se por efetuar um estudo de natureza qualitativa, fundamentado na metodologia de pesquisa denominada Engenharia Didática (ED). Esta caracteriza-se por ser um esquema experimental com base em realizações didáticas em sala de aula, ou seja, na concepção, implementação, observação e análise de sequências de ensino (ARTIGUE, 1989).

Conforme Artigue (2014), a ED⁴ é estruturada em quatro diferentes fases, sendo elas: (i) análises prévias; (ii) concepção e análise *a priori* das situações didáticas da engenharia; (iii) experimentação e (iv) análise *a posteriori* e validação. Esta metodologia pode ser comparada ao trabalho de um engenheiro, que, para realizar um projeto

[...] apoia-se em conhecimentos científicos de seu domínio, submete-se a um controle científico, mas ao mesmo tempo, necessita trabalhar sobre objetos bem mais complexos que os objetos simplificados da ciência e, portanto, lidar com todos os meios de que ele dispõe (ARTIGUE, 1989, p. 283).

Na ED as análises prévias definem o alicerce para a fase da concepção do processo, ou seja, consistem em pesquisar e reconhecer como o tema abordado, neste caso a Geometria Espacial, está sendo aplicado em sala de aula. Esta fase da metodologia é composta por três dimensões:

- análise epistemológica: é realizada por intermédio da observação do conteúdo em jogo. Essa análise permite ao pesquisador fixar os objetivos precisos da ED e, também, identificar os possíveis obstáculos a serem enfrentados no decorrer do processo;
- análise cognitiva: é relacionada às características do contexto em que a pesquisa ocorre, às condições e restrições presentes;
- análise didática: consiste em pesquisar uma estratégia didática que contribua para o processo de ensino e/ou aprendizagem do conteúdo em estudo.

Seguindo as orientações das análises prévias, foram estabelecidas as hipóteses da pesquisa, sendo elas: (i) atividades didáticas amparadas pela tecnologia de RA contribuem para o desenvolvimento da habilidade de visualização; (ii) discentes que visualizam diferentes faces de um sólido geométrico estão mais habilitados a realizar desenhos em perspectiva.

⁴ Para uma visão da evolução da ED de primeira e segunda geração, remetemos o(a) leitor(a) ao trabalho de Almouloud e Silva (2012).

Além disso, também foram definidas as variáveis relativas a ED, ou seja, as variáveis macrodidáticas e microdidáticas. Estas primeiras, que também podem ser chamadas de “globais”, são relativas à organização geral da engenharia, enquanto as microdidáticas ou “locais” são relacionadas à ordenação pontual de uma oficina ou fases da SD (ARTIGUE, 2014). Nesse sentido consideraram-se as seguintes variáveis macrodidáticas:

- desenvolvimento da experimentação por meio das TD, isto é, com integração do *software* GeoGebra e a plataforma *Google Classroom*;
- relações dos conceitos da Geometria Plana e Espacial com desenvolvimento da habilidade de visualização;
- validação por meio das construções e resultados dos participantes, reforçados pela comprovação das hipóteses estabelecidas.

No tocante às variáveis microdidáticas designou-se para o desenvolvimento da SD, situações problemas para que o processo da aprendizagem ocorresse de forma ativa fazendo uso dos (i) recursos do App GeoGebra Geometria e (ii) da ferramenta RA do App GeoGebra 3D.

A segunda fase, denominada análise *a priori*, é caracterizada pela ação do professor, na qual se iniciam as construções teóricas e que posteriormente são colocadas em prática, ou seja, é realizada a elaboração da SD que, em seguida, será aplicada com os sujeitos envolvidos na pesquisa. Seguindo o desenvolvimento desta metodologia, a próxima fase é a experimentação, que consiste em aplicar a SD, observar todo o processo e realizar a coleta de dados.

Artigue (2014) destaca que os dados coletados permitem ao pesquisador compreender a interação dos alunos nas aulas, considerando até que ponto essa interação justifica a mudança das estratégias iniciais para o novo método utilizado pelo pesquisador. Os dados incluem as produções dos alunos, podendo ser arquivos de computador, áudios, vídeos e dados adicionais como questionários, testes, entrevistas com alunos e professores, permitindo assim uma melhor avaliação e análise dos resultados da ED.

A última fase, análise *a posteriori* e validação, é caracterizada pela interpretação dos resultados da experimentação. Nesta etapa, o pesquisador deve observar criticamente todas as ações realizadas pelos alunos, a fim de identificar as contribuições ou falhas da sequência de atividades efetuada. No que diz respeito à validação, esta trata de observar o desfecho obtido por meio da coleta de dados, em contraste com a análise *a priori*, desta forma, analisando o que foi previsto pelo pesquisador e o que foi realizado pelos alunos, tentando entender as semelhanças e diferenças.

Aplicação da Sequência Didática e Participantes do Experimento

Os estudos desta pesquisa⁵ se iniciaram no ano de 2020 sendo idealizada para sua realização no formato presencial. Todavia, devido ao quadro de isolamento social, resultante da pandemia do coronavírus SARS-CoV-2 (Covid-19), adaptações foram feitas para que o experimento ocorresse de forma remota. Neste cenário, é relevante considerar que, mesmo com as adaptações para aplicação de forma remota, a SD foi planejada para ser executada com a assistência de um professor, ou seja, não sendo direcionada para a aprendizagem autônoma. Todavia, destaca-se que a proposta não se apoiou no Ensino à Distância (EAD-assíncrono), mas no Ensino Remoto (síncrono) com auxílio da integração do *software* GeoGebra e a plataforma de videoconferências *Google Meet* para realização das aulas.

A SD desenvolvida foi aplicada em forma de oficinas, tendo a participação de um total de 25 alunos distribuídos pelos estados do Rio Grande do Sul (19), Paraíba (5) e Piauí (1), com nove alunos no 8º ano do EF e 16 no 9º ano, com faixa etária entre 13 e 15 anos, com exceção de uma estudante de 18 anos. Para as análises, os discentes foram identificados por letras maiúsculas do alfabeto de A até Y, resguardando suas identidades.

Os meios de divulgação foram as redes sociais e os grupos de professores do *WhatsApp*, aos quais o pesquisador tem acesso direto ou indireto por meio da sua rede de contatos. Por este motivo a turma foi composta de participantes de diferentes estados e municípios brasileiros. Ressalta-se que o *WhatsApp* foi o canal principal de comunicação com o grupo e, por ser um aplicativo de mensagens instantâneas de domínio dos alunos e professor, contribuiu para orientar e tirar as dúvidas dos discentes no mesmo momento em que eles tiveram dificuldades, algo que não seria possível através dos e-mails por possuírem uma característica mais assíncrona.

Resultados da Investigação

Com o objetivo de investigar as contribuições da implementação de uma SD, integrada à RA, definiu-se como objetivo didático o desenvolvimento da habilidade de reconhecer diferentes vistas de Sólidos Geométricos para realizar desenhos em perspectiva. Em vista disso, a SD foi desenvolvida para ser acessada por *smartphones* e apoia-se na integração do *software* GeoGebra com o *Google Classroom*. A união de todas as tarefas e recursos resultou no livro GeoGebra intitulado “Sequência Didática: da Geometria Plana à Espacial”, de livre acesso, disponível em <https://www.geogebra.org/m/df525atg>.

⁵ Pesquisa aprovada pelo comitê de ética de pesquisa em Seres Humanos, CAAE: 40440620.3.0000.5349 e número do parecer: 4.457.739.

A SD é composta por sete encontros síncronos, os quais foram programados para um total de 90 a 120 minutos cada, sendo constituída por cinco módulos, sendo eles: Módulo 1 – Revisão da Geometria Plana; Módulo 2 – Revisão da Geometria Espacial; Módulo 3 – Integrando a Geometria Plana e a Espacial; Módulo 4 – Diferentes Vistas dos Sólidos Geométricos; e Módulo 5 – Desenhando em Perspectiva.

O Quadro 2 apresenta os objetivos das atividades desenvolvidas e o número de questões que foram trabalhadas em cada aula.

Quadro 2 – Objetivos das atividades selecionadas/construídas para cada encontro.

	Atividades/ Questões	Objetivos
Encontro 1	1 a 5	Revisar os objetos de conhecimento relacionados às retas.
Encontro 2	6 a 26	Recapitular os conceitos de segmentos de reta, Polígonos e principais Sólidos Geométricos.
Encontro 3	27 a 36	Revisar os conceitos de Poliedros, Corpos Redondos e Prismas.
Encontro 4	37 a 47	Recapitular os conceitos de Pirâmides e trabalhar a formação dos Sólidos Geométricos com figuras planas.
Encontro 5	48 a 63	Desenvolver as habilidades de: (i) desenhar sólidos no plano; (ii) reconhecer e desenhar diferentes vistas de um objeto tridimensional; e (iii) reconhecer e quantificar objetos empilhados.
Encontro 6	64 a 77	Exercitar a habilidade de visualização com e sem apoio da RA para desenhar diferentes vistas de um objeto.
Encontro 7	78 a 91	Trabalhar práticas de desenhar sólidos em perspectiva utilizando linha do horizonte e ponto de fuga.

Fonte: Costa (2022, p.80).

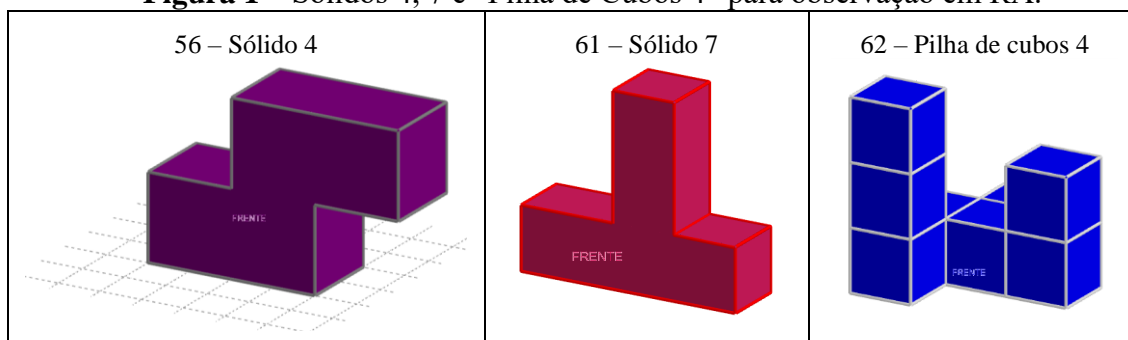
A realização das análises dos encontros 1, 2, 3 e 4 foram efetuadas com apresentação de todas as questões, visto terem sido propostas como uma revisão dos conceitos elementares da Geometria, necessários para os estudos dos sólidos geométricos. Entretanto, a quase totalidade dos discentes relataram desconhecer os conteúdos apresentados evidenciando a realidade identificada pelos PCN, em 1998, que afirmavam que a Geometria tinha pouco destaque nas aulas de matemática (BRASIL, 1998). Passados mais de 15 anos, Oliveira (2015) e Bongiovanni (2016), mostraram que tal situação permanecia nas salas de aula da Educação Básica.

A partir do Encontro 5 as atividades da SD estão divididas em atividades âncoras e atividades de acompanhamento. As primeiras se caracterizam por aquelas de especial relevância, pois servem para (i) validar as hipóteses da pesquisa e (ii) identificar as contribuições da SD para a aprendizagem da Geometria Espacial. Por sua vez, as atividades de acompanhamento surgem como suporte para os discentes realizarem as atividades

âncoras. Neste cenário, destaca-se que são aqui discutidas exclusivamente as atividades âncoras 56, 61, 62, 74 a 77 e 91, em consonância ao referencial teórico adotado.

Na realização das questões 56, 61 e 62 os discentes utilizaram a RA para a observação dos sólidos 4, 7 e a “pilha de cubos 4” exibidos na Figura 1. Na questão 56 solicitou-se aos alunos que desenhasssem todas as vistas do sólido, na questão 61 exclusivamente as vistas lateral esquerda, cima e trás e, na 62, todas com exceção da vista de baixo.

Figura 1 – Sólidos 4, 7 e “Pilha de Cubos 4” para observação em RA.

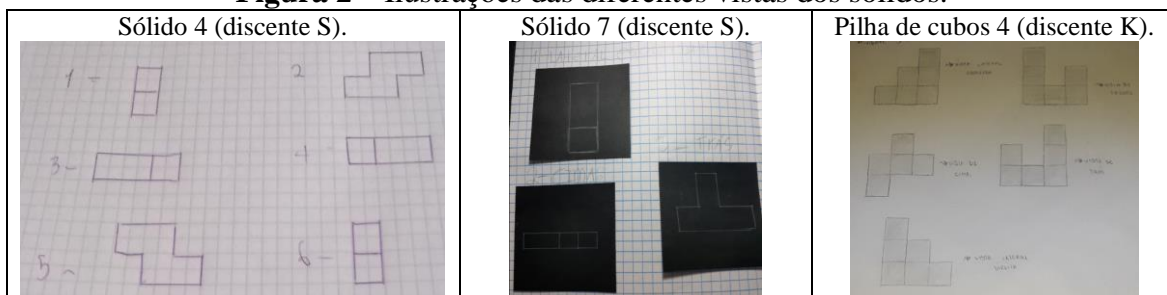


Fonte: Costa (2022, p. 142).

Os discentes H e U não realizaram as ilustrações da questão 56, no entanto, o restante dos participantes efetivaram a tarefa conforme se esperava. Quanto à questão 61, novamente, com exceção da aluna H, todos os estudantes apresentaram as vistas do sólido corretamente e na questão 62, 24 discentes efetuaram a tarefa, sendo que todos ilustraram as diferentes vistas da pilha de cubos como se acreditava.

Apesar das dificuldades da aluna H, considera-se que a utilização da ferramenta tecnológica está de acordo com os objetivos que se pretendia atingir, ou seja, permitiu a visualização dos objetos tridimensionais de modo que os alunos compreenderam como desenhar corretamente as vistas dos sólidos, pois a RA permitiu a vista ortogonal à face a ser representada. Logo, considera-se que as tecnologias potencializam o processo de ensino e aprendizagem (SILVA, 2017; VALENTIM, 2017; SILVA, 2019), e denota-se que a RA se caracteriza por um valioso benefício para o ensino da Geometria Espacial (DUNCAN, 2014; SANTOS, 2015; FRANÇA, 2015; OLIVEIRA, 2016; SILVA, 2017; MACEDO, 2018; RESENDE, 2019; LOPES et al., 2019). A título de exemplo, o quadro da Figura 2 apresenta as ilustrações das diferentes vistas dos sólidos, realizadas pelos alunos S, R e K.

Figura 2 – Ilustrações das diferentes vistas dos sólidos.



Fonte: elaboração baseada em Costa (2022, p. 143).

É importante destacar que para as questões 74 a 77 e 91, os participantes não tiveram o auxílio da RA, pois o objetivo foi verificar se eles desenvolveram a habilidade de visualização. Desta forma, os questionamentos se relacionam às análises das vistas que os alunos não conseguem ver de modo que suas respostas foram formuladas com base nas imagens mentais dos sólidos em estudo. As questões 74 a 77 estão apresentadas na Figura 3.

Figura 3 – Questões 74 a 77 da SD.

Observe este sólido para responder as questões 74, 75, 76 e 77.

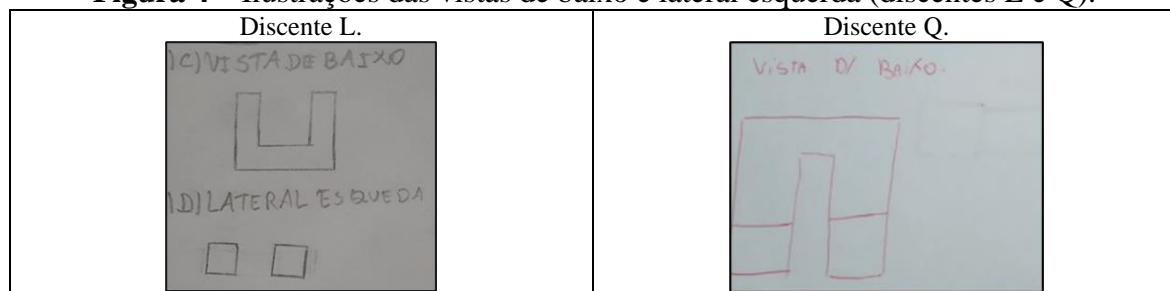
QUESTÃO 74: a vista frontal é igual a vista de trás? Sim. Não.
QUESTÃO 75: a vista de cima é igual a vista de baixo? Sim. Não.
QUESTÃO 76: a vista lateral esquerda é igual a vista lateral direita? Sim. Não.
QUESTÃO 77: desenhe em uma folha de ofício.
 c) Vista de baixo;
 d) Vista lateral esquerda.
IMPORTANTE: lembre-se de tirar fotos dos desenhos realizados.

Fonte: Costa (2022, p. 104).

As questões 74, 75 e 76 foram respondidas por 24 estudantes, sendo que nas duas primeiras, com exceção da aluna M, os restantes atingiram o que se esperava, isto é, visualizaram que (i) a vista frontal do sólido é igual a de trás e (ii) a vista de cima é igual a de baixo. No que tange à questão 76, os discentes G e H salientaram que a vista lateral esquerda é igual à direita, portanto, considerando que somente a lateral direita está à mostra, percebe-se que eles não conseguiram formar uma imagem mental da vista lateral esquerda.

Na questão 77, a qual solicitou que se desenhasse as vistas de baixo e lateral esquerda do sólido, dos 25 participantes, 22 realizaram as ilustrações. Como apresentado no quadro da Figura 4**Figura**, as alunas L e Q, contrariando o que se esperava, cometeram um deslize relacionado à habilidade de visualização. A discente L desenhou a lateral esquerda de forma incorreta representando somente a parte mais externa do sólido, e a aluna Q fez o mesmo, entretanto, com a representação da vista de baixo.

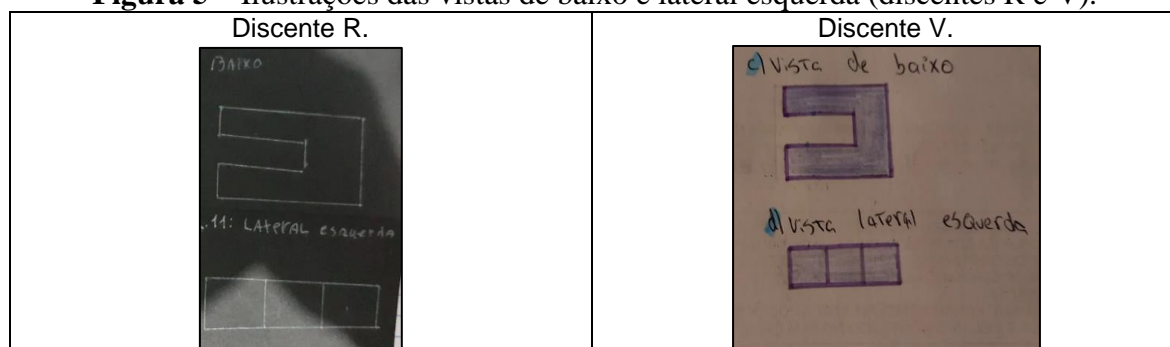
Figura 4 – Ilustrações das vistas de baixo e lateral esquerda (discentes L e Q).



Fonte: Costa (2022, p. 149).

Em contrapartida, os outros 20 participantes formaram imagens mentais destas diferentes vistas do sólido e, assim, realizaram os desenhos conforme o esperado. Dois exemplos, dos alunos R e V, estão exibidos no quadro da Figura 5.

Figura 5 – Ilustrações das vistas de baixo e lateral esquerda (discentes R e V).



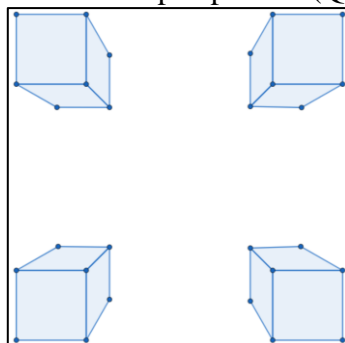
Fonte: Costa (2022, p. 149).

Neste conjunto de questões os poucos equívocos relacionados à habilidade de visualização foram cometidos pelos discentes G, H, M, P e Q. Contudo, deve-se considerar que estes participantes já apresentaram dificuldades em tarefas anteriores associadas ao ato de visualizar. Neste viés, percebe-se que há uma deficiência no desenvolvimento da visualização espacial (RESENDE, 2019) e entende-se que aumentar a quantidade de atividades didáticas com RA contribuiria para o aprimoramento da habilidade de visualização, o que nos remete ao trabalho de Rancan e Giraffa (2012).

Por outro lado, credita-se à tecnologia da RA a maioria dos alunos ter alcançado o que se esperava. Ela amenizou os impasses referentes à visualização dos sólidos (SANTOS, 2015), facilitando a formação de imagens mentais para resolução das tarefas (FLORES; WAGNER; BURATTO, 2012) e, desta forma, novamente se mostra como um valioso recurso na aprendizagem da Geometria Espacial.

Em relação aos desenhos em perspectiva, na questão 91 os participantes observaram quatro cubos (Figura 6**Figura**) e foram solicitados a desenhá-los utilizando a mesma linha do horizonte e o mesmo ponto de fuga.

Figura 6 – Cubos em perspectiva (Questão 91).



Fonte: Costa (2022, p. 154).

Nesta tarefa, 23 participantes realizaram a ilustração, contudo, os alunos F, G, H, Q e T apresentaram dificuldades. A discente Q iniciou a representação dos cubos de maneira correta, entretanto, não utilizou segmentos paralelos nem perpendiculares à linha do horizonte. Por este motivo a ilustração ficou desproporcional. Por não esboçarem os segmentos pontilhados do ponto de fuga aos vértices da face frontal dos cubos, os alunos F, G e H também não atingiram o esperado. Por sua vez, a discente T não visualizou a linha do horizonte entre os cubos, com ponto de fuga no centro. Ela considerou que a linha estava localizada abaixo dos quatro sólidos e, por conta deste raciocínio, seu resultado foi incorreto. Como exemplo, o quadro da Figura 7 **Figura** exibe as ilustrações realizadas pelas participantes Q, F e T.

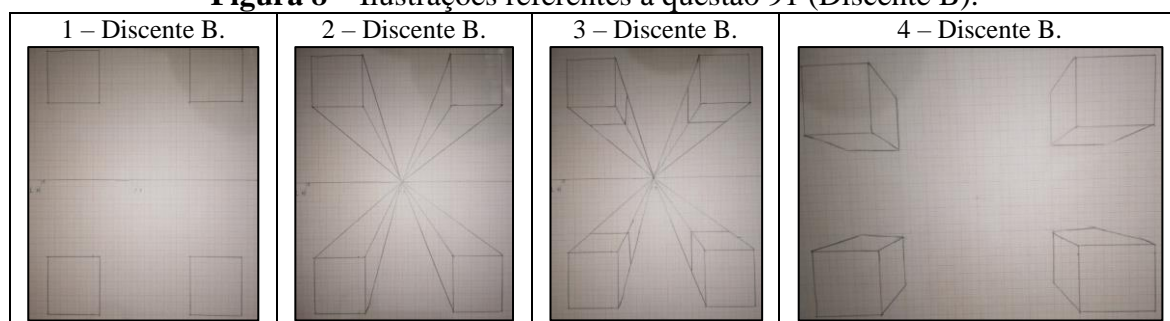
Figura 7 – Ilustrações referentes à questão 91 (discentes Q, F e T).



Fonte: Costa (2022, p. 154).

Em contrapartida, os 18 participantes restantes alcançaram o que se esperava, visualizando a linha do horizonte e o ponto de fuga no centro dos cubos, efetuando as ilustrações de maneira correta. Como forma de exemplo, a Figura 8 **Erro! Autoreferência de indicador não válida.** apresenta a sequência dos desenhos realizados pela aluna B.

Figura 8 – Ilustrações referentes à questão 91 (Discente B).



Fonte: Costa (2022, p. 155).

Estas atividades foram especialmente construídas para verificar a validação das hipóteses desta investigação, as quais estão elencadas na seção “Metodologia de Investigação” deste artigo. Dentre as atividades da SD foram trabalhados desenhos em perspectiva e tarefas que, para serem realizadas corretamente, necessitam sobretudo da habilidade de visualização. Os equívocos ainda cometidos por uns poucos estudantes foram relacionados ao que segue:

- dificuldade em desenhar segmentos de reta paralelos ou perpendiculares à linha do horizonte;
- iniciar a ilustração de um sólido desconsiderando a vista frontal;
- desenhar sem o emprego da linha do horizonte e do ponto de fuga;
- deficiência de visualização.

Conforme discutido anteriormente, os discentes F, G, H, Q e T apresentaram dificuldades para realizar a atividade solicitada na questão 91. Neste cenário, cabe destacar que, até o Encontro 6, a SD apresenta 44 questões relativas à habilidade de visualização, sendo que os participantes aqui citados foram os que demonstraram o menor desenvolvimento desta habilidade. Portanto, infelizmente, não causa surpresa que estes cinco estudantes efetuaram os desenhos com incorreções.

Por outro lado, a maioria dos participantes atingiu o que se esperava, lembrando que nos dois últimos encontros eles não tiveram o apoio da RA. Contudo, entende-se que a sequência de atividades dos encontros anteriores, onde o recurso da RA foi fartamente utilizado, responde pelos resultados positivos aqui registrados. A interação dos discentes com esta tecnologia lhes fortaleceu a autonomia no desenvolvimento do pensamento geométrico espacial (FRANÇA, 2015; OLIVEIRA, 2016; MACEDO, 2018), contribuindo sobremaneira para desenvolverem a habilidade de desenhar em perspectiva. Com certeza eles conseguiram realizar a conexão entre imagem mental e raciocínio lógico visual, o que nos remete ao trabalho de Resende (2019). Nesta conjuntura, validam-se as duas hipóteses desta investigação.

Considerações Finais

Ao seguir os pressupostos da metodologia ED, as análises prévias (1ª fase) foram realizadas por meio da investigação das pesquisas nacionais relacionadas a esta temática e das convergências e contrastes entre os PCN e a BNCC, no que tange ao ensino da Geometria Espacial e utilização das TD (COSTA, 2022, p. 54-67). Revela-se, com a Revisão de Literatura, que a tecnologia de RA pode potencializar o processo de ensino, pois permite o contato próximo/direto com os objetos projetados. Além disso, esta tecnologia mostra-se atualmente mais acessível aos ambientes educacionais, pois, quando utilizada com o GeoGebra 3D, necessita apenas de material do GeoGebra (ggb) e de *smartphone/tablet* com a plataforma ARCore instalada.

Quanto à segunda fase da metodologia (análises *a priori*), efetuou-se a elaboração da SD — desenvolvida para ser aplicada por meio de oficinas remotas — objetivando o processo de ensino e aprendizagem da Geometria Espacial. No entanto, com base nas análises prévias, a SD foi dividida em módulos, visto ser necessário, inicialmente, revisar os conceitos básicos da Geometria Plana.

No que diz respeito à experimentação da SD (terceira fase da metodologia), o experimento ter ocorrido remotamente pode, por um lado, ter apresentado algumas limitações. Por quê? Porque neste formato a interação entre professor e aluno é parcialmente prejudicada, como, por exemplo, dificultando ao educador verificar se os discentes estão efetuando as projeções em RA e observações de maneira correta. Posto isto, acredita-se que esta SD pode/deve ser aplicada também em formato presencial, permitindo comparar os resultados obtidos em cada modalidade e, assim, trazendo novas contribuições ao ensino e aprendizagem da Geometria Espacial.

Por outro lado, o modo remoto permitiu a participação de estudantes de diferentes regiões, sendo três estados, 11 cidades e 14 escolas, todas da rede de ensino pública. Portanto, o grupo é formado por discentes de distintas realidades sociais e educacionais e, neste cenário, os resultados desta investigação suportam afirmações mais abrangentes em relação ao ensino da Geometria Espacial.

Quanto às análises *a posteriori* e validação da SD (última fase da metodologia), nas oportunidades em que foram introduzidas tarefas que trabalham a habilidade de desenhar, os resultados mostraram que os alunos que possuem dificuldades em visualizar, também se embarçam nos momentos de desenhar. Entretanto, devido à quantidade de discentes que realizaram as atividades conforme se acreditava, julga-se que a ferramenta tecnológica aplicada estava em consonância aos objetivos traçados. Assim, a RA apresentou-se, mais

uma vez, como beneficiadora para o ensino e aprendizagem da Geometria Espacial. As práticas pedagógicas assessoradas pelas TD, estando estas alinhadas aos objetivos de aprendizagem definidos pelo docente, são de todo bem-vindas nas salas de aula na contemporaneidade (MACEDO; SILVA; BURIOL, 2016).

Entende-se que os poucos discentes que permaneceram com dificuldades relacionadas ao ato de visualizar possuem uma deficiência referente à visualização espacial, conforme os estudos de Resende (2019). Nestes casos, indica-se aumentar a quantidade de atividades didáticas com RA para o aprimoramento desta habilidade num compasso mais gradativo. Os estudantes que apresentaram dificuldades para efetuar os desenhos em perspectiva foram os mesmos que demonstraram menor desenvolvimento da habilidade de visualização no decorrer das atividades da SD. Em compensação, a maioria dos participantes atingiram o que se desejava e, assim, atribui-se o ocorrido à sequência de atividades apoiadas na tecnologia de RA. Nesta conjuntura, validam-se as duas hipóteses estabelecidas nesta investigação. E, tomando por base todos os resultados obtidos, considera-se que a SD em estudo gerou as seguintes contribuições ao processo de ensino e aprendizagem da Geometria Espacial:

- tornou os discentes mais ativos e integrados ao ambiente de ensino;
- proporcionou a observação e manipulação, em distintas perspectivas, das características de objetos tridimensionais;
- facilitou o processo de compreensão dos objetos de conhecimento estudados;
- desenvolveu a competência da visualização e percepção tridimensional;
- proporcionou vinculações entre as habilidades de formação de imagens mentais e raciocínio lógico-visual.

Referências

- ALMOULOU, S. A.; SILVA, M. J. F. da. Engenharia Didática: evolução e diversidade. **REVEMAT: Revista Eletrônica de Educação Matemática**, Florianópolis, v. 7, n. 2, p. 22-52, 2012. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2012v7n2p22>. Acesso em: 20 out. 2022.
- ANDRADE, V. G. **O Desenvolvimento do Aplicativo Ra. Geo: Contribuições da Realidade Aumentada para o Ensino de Geometria Espacial**. 2017. 96 f. Dissertação (Mestrado) – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás, Programa de Pós-Graduação em Educação para Ciências e Matemática, Jataí, 2017. Disponível em: <http://repositorio.ifg.edu.br:8080/handle/prefix/435>. Acesso em: 10 out. 2022.
- ARTIGUE, M. Ingénierie didactique. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, [S.l.], v. 9.3, p. 281-308, 1989. Disponível em:

<http://www.cfem.asso.fr/actualites/archives/RDM9.3M.ArtigueIngenierieDidactique.pdf>. Acesso em: 10 out. 2022.

- ARTIGUE, M. Perspectives on Design Research: The Case of Didactical Engineering. In, A. Bikner-Ahsbahs, C. Knipping & N. Presmeg (Eds). **Approaches to Qualitative Research in Mathematics Education**, p. 467-496, 2014. Disponível em: <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-02368164/document>. Acesso em: 22 out. 2022.
- BISHOP, A. J. Spatial abilities and mathematics education – a review. **Educational Studies In Mathematics**, [S.l.], v. 11, n. 3, p. 257-269, 1980. Disponível em: <https://www.semanticscholar.org/paper/Spatial-abilities-and-mathematics-education%E2%80%94Bishop/fd8a93dd72160a3fa49a9f0a3fab3c077f5bca62>. Acesso em: 15 out. 2022.
- BONGIOVANNI, V. A Inserção da Geometria Dinâmica no Ensino da Geometria: um olhar Didático. **Histemmat - Revista de História da Educação Matemática**, Santos, v. 2, n. 2, p. 264-297, 2016. Disponível em: <https://histemmat.com.br/index.php/HISTEMAT/article/view/90>. Acesso em: 20 out. 2022.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais: terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental**. 1998. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf>. Acesso em: 20 out. 2022.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular: Ensino Médio**. Brasília: Versão entregue ao CNE em 03 de abril de 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/wpcontent/uploads/2018/04/BNCC_Ensino_Medio_embaixa_site.pdf. Acesso em: 25 out. 2022.
- COSTA, E. V. **Ensino e Aprendizagem de Geometria Espacial: um Experimento com Realidade Aumentada**. 2022. 178 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Luterana do Brasil, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Canoas, 2022. Disponível em: <http://www.ppgecim.ulbra.br/teses/index.php/ppgecim/article/view/393/391>. Acesso em: 12 out. 2022.
- DUNCAN, S. A. M. **Uso de Técnicas de Realidade Aumentada no Ensino de Pirâmides**. 2014. 53 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, Centro de Ciência e Tecnologia, Goytacazes, 2014. Disponível em: <https://uenf.br/posgraduacao/matematica/wp-content/uploads/sites/14/2017/09/28112014Sandra-de-Aquino-Maia-Duncan.pdf>. Acesso em: 12 out. 2022.
- FLORES, C. R.; WAGNER, D. R.; BURATTO, I. C. F. Pesquisa em Visualização na Educação Matemática: Conceitos, Tendências e Perspectivas. **Educação Matemática Pesquisa: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática**, [S.l.], v. 14, n. 1, p. 31-45, 2012. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/8008>. Acesso em: 25 out. 2022.
- FRANÇA, J. S. **Uma Proposta Didática da Realidade Aumentada no Ensino da Geometria Espacial**. 2015. 54 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Pará, Instituto de Ciências Exatas e Naturais, Pará, 2015. Disponível em: https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=2590755. Acesso em: 12 out. 2022.

- GUTIÉRREZ, A. Visualization in 3-Dimensional Geometry: In Search of a Framework. In: **PME Conference**, 1996. p. 1-17. Disponível em: <https://www.uv.es/gutierre/archivos1/textospdf/Gut96c.pdf>. Acesso em 25 out. 2022.
- KIRNER, C.; TORI, R. (2006). Fundamentos de Realidade Aumentada. C, KIRNER; R. TORI; R, SISCOOTTO (Editores), **Fundamentos e Tecnologia de Realidade Virtual e Aumentada**, v. 1, p. 22-38, Belém, Editora SBC, 2006. Disponível em: https://pcs.usp.br/interlab/wp-content/uploads/sites/21/2018/01/Fundamentos_e_Tecnologia_de_Realidade_Virtual_e_Aumentada-v22-11-06.pdf. Acesso em: 25 out. 2022.
- LOPES, L. M. D.; VIDOTTO, K. N. S.; POZZEBON, E.; FERENHOF, H. A. Inovações Educacionais com o uso da Realidade Aumentada: uma Revisão Sistemática. **Educação em Revista**, [S.l.], v. 35, p. 1-33, 2019. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/edur/a/D8BG7VqVDPmYk3d5xmCJJyF/>. Acesso em 26 out. 2022.
- MACEDO, A. C.; SILVA, J. A.; BURIOL, T. M. Usando *Smartphone* e Realidade Aumentada para Estudar Geometria Espacial. **RENOTE-Revista Novas Tecnologias na Educação**, v. 14, n. 2, 2016. Disponível em: <https://seer.ufrgs.br/index.php/renote/article/view/70688>. Acesso em: 26 out. 2022.
- MACEDO, A. C. **Ensino e Aprendizagem de Geometria por meio da Realidade Aumentada em Dispositivos Móveis: um Estudo de Caso em Colégios Públicos do Litoral Paranaense**. 2018. 141 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Paraná, Programa de Pós-Graduação em Educação: Teoria e Prática de Ensino, Curitiba, 2018. Disponível em: <https://acervodigital.ufpr.br/handle/1884/58857>. Acesso em: 13 out. 2022.
- NOTARE, M.; BASSO, M. Geometria Dinâmica 3D - Novas Perspectivas para o Pensamento Espacial. **Revista Novas Tecnologias na Educação**, Porto Alegre, v. 14, n. 2, p. 1-10, 2016. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/320785396_Geometria_Dinamica_3D_-_novas_perspectivas_para_o_pensamento_espacial. Acesso em 26 out. 2022.
- O GEOGEBRA. Integrando Materiais Didáticos do GeoGebra com o Google Sala de Aula. **Youtube**, 2020. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=-4FM6hjtQ4>. Acesso em: 26 out. 2022.
- OLIVEIRA, S. C. Aprendizagens Docentes sobre Transformações Geométricas em Grupo de Formação Continuada. In: **XIX Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-graduação em Educação Matemática**. Anais do XIX EBRAPEM – Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática, 2015. Disponível em: https://www.ufjf.br/ebrapem2015/files/2015/10/gd7_sabrine_oliveira-A1.pdf. Acesso em 27 out. 2022.

- OLIVEIRA, P. S. **Procedimentos Pedagógicos para o Processo Ensino Aprendizagem de Matemática no Ensino Médio: Intervenção pela Realidade Aumentada**. 2016. 175 f. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Itajubá, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências, Itajubá, 2016. Disponível em: <https://repositorio.unifei.edu.br/xmlui/handle/123456789/436>. Acesso em: 13 out. 2022.
- PRESMEG, N. Contemplating visualization as an epistemological learning tool in mathematics. **Zdm Mathematics Education**, [S.l.], v. 46, n. 1, p. 151-157, 2013. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/263222265_Contemplating_visualization_as_an_epistemological_learning_tool_in_mathematics. Acesso em: 27 out. 2022.
- RANCAN, G.; GIRAFFA, L. M. M. Utilizando Manipulação, Visualização e Tecnologia como Suporte ao Ensino de Geometria. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática (Rencima)**, v. 3, n. 1, p. 15-27, 2012. Disponível em: <https://revistapos.cruzeirosul.edu.br/index.php/rencima/article/view/96>. Acesso em: 28 out. 2022.
- RESENDE, B. **A Aprendizagem da Geometria Espacial Potencializada por meio de um Aplicativo de Realidade Aumentada na Perspectiva do Mobile Learning**. 2019. 151 f. Dissertação (Mestrado) – Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, Porto Alegre, 2019. Disponível em: <https://tede2.pucrs.br/tede2/handle/tede/8482#preview-link0>. Acesso em 14 out. 2022.
- ROGENSKI, M. L. C.; PEDROSO, S. M. D. O Ensino da Geometria na Educação Básica: Realidade e Possibilidades. **Artigo**, [S.l.] v. 3, 2019. Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/44-4.pdf>. Acesso em: 28 out. 2022.
- SANTOS, F. C. **Realidade Aumentada Aplicada ao Ensino de Geometria Espacial: um Desafio para a Educação Matemática**. 2015. 74f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Pará, Instituto de Ciências Exatas e Naturais, Belém, 2015. Disponível em: https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=2312478. Acesso em: 20 out. 2022.
- SILVA, F. O. **Utilização de Dispositivos Móveis e Recursos de Realidade Aumentada nas Aulas de Matemática para Elucidação dos Sólidos de Platão**. 2017. 102 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Presidente Prudente, 2017. Disponível em: <https://repositorio.unesp.br/handle/11449/151423>. Acesso em: 20 out. 2022.
- SILVA, R. C. D. **Realidade Aumentada como Interface para a Aprendizagem de Poliedros do tipo Prismas**. 2019. 126 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Sergipe, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, São Cristóvão, 2019. Disponível em: <https://ri.ufs.br/handle/riufs/11163>. Acesso em: 22 out. 2022.

- SOUZA, W. O.; ESPINDOLA, G. M.; PEREIRA, A. R. A.; SÁ, L. A. C. M. A Realidade Aumentada na apresentação de Produtos Cartográficos. **Boletim de Ciências Geodésicas**, [S.l.], v. 22, n. 4, p. 790-806, 2016. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/bcg/a/9k6CHcBLT9fjNnKZz9cQ5HC/abstract/?lang=pt>. Acesso em: 29 out. 2022.
- UCLÉS, R. R.; MARTÍNEZ, P. F. Habilidades de visualización de estudiantes com talento matemático: comparativa entre los test psicométricos y las habilidades de visualización manifestadas en tareas geométricas. Enseñanza de Las Ciencias. **Revista de Investigación y Experiencias Didácticas**, [S.l.], v. 35, n. 2, p. 179-196, 2017. Disponível em: <https://raco.cat/index.php/Ensenanza/article/view/324229>. Acesso em: 29 out. 2022.
- VALENTIM, T. A. **O Uso da Realidade Aumentada no Ensino da Geometria Espacial**. 2017. 43 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Instituto de Matemática, Rio de Janeiro, 2017. Disponível em: https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=5452303. Acesso em: 22 out. 2022.
- WAHAB, R. A.; ABDULLAH, A. H.; MOKHTAR, M.; ATAN, N. A.; ABU, M. S. Evaluation by Experts and Designated Users on the Learning Strategy using SketchUp Make for Elevating Visual Spatial Skills and Geometry Thinking. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, [S.l.], v. 31, n. 58, p. 819-840, 2017. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/bolema/a/GpSKVYqvflHrLxfTGtKCqxb/abstract/?format=html&lang=en>. Acesso em: 30 out. 2022.

Autores

Eduardo Vinicius Costa

Licenciado em Matemática pela Universidade Luterana do Brasil (ULBRA) - 2019. Mestre em Ensino de Ciências e Matemática pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECIM) da ULBRA - 2022. Doutorando do mesmo programa. eduardocosta@rede.ulbra.br ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6061-8361>
Universidade Luterana do Brasil (ULBRA); Canoas, Brasil.

Agostinho Iaqchan Ryokiti Homa

Professor do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Luterana do Brasil. Graduado em Matemática Aplicada à Ciência da Computação pela Universidade Luterana do Brasil (2008), e doutor em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Luterana do Brasil. iaqchan@ulbra.br ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-5771-1319>
Universidade Luterana do Brasil (ULBRA); Canoas, Brasil.

Como citar o artigo

COSTA, E. V.; HOMA, A. I. R. A Tecnologia de Realidade Aumentada para o Ensino de Geometria Espacial: um Experimento com discentes dos anos finais do Ensino Fundamental. **Revista Paradigma**, Vol. XLIV, Edição Temática N0. 4: Currículos de Matemática: Políticas Públicas Teorias y Prácticas; Sept. de 2023 / 104 – 128.

DOI: [XXXXX](#)