

## Tarefas de matemáticas no rotineiras: ¿Qué pueden revelar?

**Pamela Emanuelli Alves Ferreira**

[pam@uel.br](mailto:pam@uel.br)

<https://orcid.org/0000-0002-9420-8536>

*Universidade Estadual de Londrina*

Londrina, Brasil.

**Regina Luzia Corio de Buriasco**

[reginaburiasco@gmail.com](mailto:reginaburiasco@gmail.com)

<https://orcid.org/0000-0002-5845-1619>

*Universidade Estadual de Londrina*

Londrina, Brasil.

**Recibido:** 30/06/2022 **Aceptado:** 28/02/2023

### Resumen

El propósito de este artículo es discutir algunos aspectos del contexto de enunciados de tareas matemáticas no rotineiras en pruebas escritas. Se trata de una investigación cualitativa, que, a la luz del enfoque de la Educación Matemática Realista, busca argumentar acerca de cómo los contextos de las tareas matemáticas pueden influir en las producciones escritas de estudiantes y profesores. Para lograr estos objetivos, se analizaron tres tareas no rotineiras de matemáticas incluidas en una prueba escrita resueltas por profesores que enseñan matemáticas. Con base en las producciones analizadas, se infirió que los aspectos de matematización horizontal son más frecuentes que los aspectos de matematización vertical. También se verificó que la solicitud de justificaciones, explicaciones y argumentos presentes en los enunciados de tareas ofrecen pistas “más ricas” para el análisis de la producción escrita de los participantes y sobre la forma en que pensaron y produjeron sus estrategias y procedimientos.

**Palavras chave:** Educación Matemática. Análisis de la producción escrita. Educación matemática realista. Contextos de tareas matemáticas no rotineiras.

### Tarefas Não-rotineiras de Matemática: o que podem revelar? (português)

#### Resumo

O objetivo deste artigo é discutir alguns aspectos do contexto de enunciados de tarefas não rotineiras de matemática em provas escritas. Trata-se de uma pesquisa qualitativa, que, à luz da abordagem Educação Matemática Realística, busca argumentar a respeito de como contextos de tarefas de matemática podem influenciar nas produções escritas de estudantes e professores. Para atingir esses objetivos, foram analisadas três tarefas não rotineiras de matemática constantes em uma prova escrita resolvida por professores que ensinam matemática. Com base nas produções analisadas, inferiu-se que aspectos da matematização horizontal são mais frequentes que aspectos da matematização vertical. Verificou-se, também, que o pedido de justificativas, explicações e argumentos presente nos enunciados das tarefas oferecem pistas mais “ricas” para a análise da produção escrita dos participantes e sobre o modo como eles pensaram e produziram suas estratégias e procedimentos.

**Palavras chave:** Educação Matemática. Análise da produção escrita. Educação Matemática Realística. Contextos de tarefas não rotineiras de matemática.

## Non-Routine Math Tasks: What Can They Reveal?

### Abstract

The purpose of this article is to discuss some aspects of the context of statements of non-routine mathematics tasks in written tests. This is a qualitative research, which, in the light of the Realistic Mathematics Education approach, seeks to argue about how contexts of mathematics tasks can influence the written productions of students and teachers. To achieve these objectives, three non-routine mathematics tasks included in a written test solved by teachers who teach mathematics were analyzed. Based on the analyzed productions, it was inferred that aspects of horizontal mathematization are more frequent than aspects of vertical mathematization. It was also verified that the request for justifications, explanations and arguments present in the task statements offer “richer” clues for the analysis of the participants' written production and on the way they thought and produced their strategies and procedures.

**Keywords:** Mathematics Education. Analysis of written production. Realistic Mathematics Education. Contexts of non-routine mathematics tasks.

### Introdução

Segundo Buriasco (2004), ao analisar uma produção escrita, é possível discorrer sobre as respostas dadas, indagar sobre sua configuração, procurar encontrar quais relações as constituem. A produção escrita não deixa de ser uma forma de comunicação e, como tal, deve receber atenção especial por parte dos professores, pois, muitas vezes, essa é a única forma de ‘diálogo’ existente entre professores e estudantes. Buriasco (2004) coloca que a produção escrita dos alunos se mostra como uma alternativa para interrogar-se sobre os processos de ensino e de aprendizagem matemática. Entretanto, é preciso reconhecer que a análise da produção escrita por si só não dá conta de todos os processos. A sugestão é que ela venha acompanhada de alternativas como, por exemplo, entrevistas, discussões e explorações coletivas, em sala de aula, a respeito de uma ou mais produções.

Ao adotar a análise da produção escrita como prática de investigação, assume-se um olhar sobre as *maneiras de lidar* (VIOLA DOS SANTOS, 2007). Nessa perspectiva, o que existe é a análise das maneiras de lidar, e, nela, o ‘erro’ é apenas um julgamento, apenas uma das formas de caracterizar as ‘maneiras de lidar’ dos sujeitos. Portanto, o ‘erro’ não está na produção do estudante, mas é o resultado da caracterização que o professor faz dessa produção. O que podemos dizer que existe, de fato, são as maneiras com as quais os estudantes lidam com as tarefas de matemática, maneiras que nem sempre são tão acessíveis, transparentes, de modo a serem, portanto, suscetíveis a algum julgamento. Muitas vezes, uma produção é simplesmente

caracterizada como errada quando posta apenas à luz do referente do avaliador, prática que se considera extremamente pretensiosa.

A análise da produção escrita, sob o olhar das maneiras de lidar, pode permitir interrogar sobre os processos nos quais os alunos se envolvem ao resolver um problema, independentemente das respostas apresentadas. Em vez de se limitar à identificação de que um problema, quando “não resolvido” pelo estudante, é diferente do considerado correto, sugere-se a pergunta: qual foi o problema resolvido por ele? Em sua dissertação, Dalto (2007) discutiu esse tipo de análise e fez inferências sobre os problemas propostos e os problemas resolvidos pelos alunos. Para ele, “Problema Proposto” é o do enunciado que se espera que seja resolvido pelo estudante e “Problema Resolvido” é aquele que se infere, mediante a produção escrita, que cada estudante resolveu como resultado da interpretação que fez do “Problema Proposto” (DALTO, 2007, p.41).

Este trabalho tem como objetivo principal apresentar reflexões acerca dos resultados de uma investigação realizada sobre os modos como professores que ensinam matemática na Educação Básica lidam com tarefas não rotineiras de matemática em situação de avaliação (FERREIRA, 2013) e, com isso, oferecer subsídios para uma avaliação como prática de investigação. Os objetivos específicos são inferir possíveis interpretações dos enunciados das tarefas e apresentar breve discussão de aspectos dos contextos nas tarefas analisadas, assim como de aspectos da matematização nas suas componentes vertical e horizontal.

A avaliação como prática de investigação que será realizada neste estudo consiste em um processo de buscar conhecer ou, pelo menos, obter esclarecimentos, informes a propósito do desconhecido, por meio de um conjunto de ações previamente projetadas e/ou planejadas, que procura seguir os rastros, os vestígios, esquadrihar, seguir a pista do que é observável, conhecido (FERREIRA, 2009, p.21).

A análise aqui apresentada faz parte de uma pesquisa, desenvolvida por integrantes do GEPEMA – Grupo de Estudo e Pesquisa em Educação Matemática e Avaliação, cujo mote reside na possibilidade de ampliar os estudos já realizados no interior desse grupo e relacionados à análise de tarefas de matemática para conhecer características de boas tarefas de matemática, as características de contextos envolvidos em seus enunciados, suas potencialidades e constituição. Nesse sentido, busca-se estudar e aprofundar a discussão de enunciados de tarefas,

na perspectiva da Educação Matemática Realística, que oportunizem a matematização e que possam constituir uma base para a aprendizagem também na avaliação.

## 1. Dos estudos teóricos

Vários estudos têm tido como pano de fundo interpretar de que modos os contextos<sup>1</sup> das tarefas matemáticas influenciam na maneira como estudantes as resolvem (FREUDENTHAL, 1991; DE LANGE, 1987; COOPER, 1992; LINS, 1992; BOALER, 1993; MACK, 1993; VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, 1996, 2005; BUTTS, 1997; COOPER; HARRIES, 2002, 2003; D'AMBROSIO, 2004; KASTBERG *et all*, 2005). Esses estudos indicam que o contexto, no qual uma tarefa é apresentada, exerce um importante papel nas resoluções dos estudantes, podendo, por vezes, determinar o seu sucesso ou não nas resoluções.

Dentro da abordagem Educação Matemática Realística (RME<sup>2</sup>), tomada como referência, é considerado um bom problema de contexto aquele que pode ser ‘imaginável’, ‘realizável’, ‘concebível’ na mente de quem se propõe a resolvê-lo e não apenas apresentar aspectos da ‘vida real’, os quais, por vezes, podem não ser da ‘vida real’ de quem vai resolvê-los. Por esse motivo, os contextos não precisam, necessariamente, apresentar situações da vida real ou do mundo da fantasia, mas podem fazê-lo. Contudo, não é possível dizer, *a priori*, qual seria um bom problema de contexto, dado que essa caracterização depende da relação que o ‘resolvedor’ em potencial estabelece com o enunciado do problema. Considera-se que o fato de o enunciado de um problema matemático estar situado em algum contexto do cotidiano do estudante não garante que ele possa aprender algo ao resolvê-lo. É preciso pensar em que tipos de oportunidades o contexto pode oferecer.

Freudenthal, o precursor da RME, considerava a matemática não como o corpo do conhecimento matemático, mas como uma atividade de busca e resolução de problemas e, de forma mais geral, como a atividade de organizar “matematicamente” a “realidade” – atividade que chamou de “matematização<sup>3</sup>” (VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, 2003). Para

---

<sup>1</sup> Neste estudo, chama-se contexto um discurso encadeado utilizado para expor uma tarefa que pode ser composto por palavras, frases, figuras, as quais contribuem para a sua significação.

<sup>2</sup> RME – *Realistic Mathematics Education* (Educação Matemática Realística).

<sup>3</sup> Freudenthal, em 1968, ao fazer a palestra intitulada *Por que ensinar matemática de modo a ser útil*, afirma que os seres humanos não têm de aprender a Matemática como um sistema fechado, “mas sim como uma atividade, processo de matematização da realidade e, se possível ainda, da matematização da matemática” (FREUDENTHAL, 1968, p. 7).

Freudenthal (1991), aprender matemática deveria ter origem no “fazer” matemática, sendo a matematização o núcleo da Educação Matemática. Treffers (1987) descreveu a matematização como

uma atividade organizada. Ela refere-se à essência da atividade matemática, à linha que atravessa toda educação matemática voltada para a aquisição de conhecimento factual, à aprendizagem de conceitos, à obtenção de habilidades e ao uso da linguagem e de outras organizações, às habilidades na resolução de problemas que estão, ou não, em um contexto matemático<sup>4</sup> (TREFFERS, 1987, p. 51-52, tradução nossa).

Nessa direção, Van den Heuvel-Panhuizen (2005, p.5) discute três papéis fundamentais que os contextos devem desempenhar nos problemas que visam a avaliar a compreensão dos estudantes em matemática, bem como seus processos de matematização. O primeiro papel fundamental dos contextos, segundo essa autora, diz respeito ao ‘aumento da acessibilidade’, ou seja, “para além de tornar as situações facilmente reconhecíveis e imagináveis, um agradável contexto convidativo também pode aumentar a acessibilidade por meio do seu elemento motivacional”, isso pode incluir, por exemplo, a apresentação de figuras, o tratamento de um tema polêmico, ou que está na moda, fatos do interesse da comunidade local (VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, 2005, p.5). O segundo papel está relacionado à ‘transparência’ e à ‘elasticidade’ dos problemas, ou seja, ao se permitir maior extensão e liberdade na forma como abordar o problema, os estudantes têm a possibilidade de desenvolver diversos tipos de estratégias e mais oportunidades de mostrar o que sabem. O terceiro papel diz respeito a sugestões de estratégias, ou seja, “ao imaginar-se na situação a que se refere o problema, os estudantes podem resolvê-lo de uma forma inspirada, por assim dizer, pela situação” (VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, 2005, p.6).

Quanto às possibilidades de matematização, De Lange (1987, p.76, tradução nossa) distingue três papéis do contexto: *de Primeira, Segunda e Terceira Ordem*. Define *Contexto de Terceira Ordem* como sendo o mais importante, aquele que possibilita um “processo de matematização conceitual”. Esse tipo de contexto serve para “introduzir ou desenvolver um conceito ou modelo matemático”. Segundo De Lange (1987), o papel do *Contexto de Segunda Ordem*, na matematização, é considerado menos importante. Nesse tipo de contexto, o estudante é confrontado com uma situação realística e dele é esperado que encontre ferramentas matemáticas para organizar, estruturar e resolver a tarefa. Além disso, a situação realística é

essencial, e a “matemática é a ferramenta para organizá-la” (DE LANGE, 1987, p.77, tradução nossa). Por último, refere-se ao *Contexto de Primeira Ordem* como aquele que apresenta operações matemáticas ‘textualmente embaladas’, no qual uma simples tradução do texto é suficiente. Esta última definição vai ao encontro dos chamados ‘problemas de palavras’, que são frequentemente considerados como sinônimos de ‘problemas de contexto’, embora haja uma grande diferença entre os dois (VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, 2005). A distinção entre os ‘problemas de palavra’ e os ‘problemas de contexto’ é que, embora ambos apresentem um texto com aspectos ‘realísticos’, nos ‘problemas de palavras’, o contexto, por vezes, é tão artificial que a ‘realidade’ apresentada parece não estar frequentemente em sintonia com as ‘reais’ experiências dos estudantes.

Um estudo realizado por Cooper e Harries (2002) mostra indícios das influências que os contextos podem desempenhar nas tarefas dos estudantes ao analisar as considerações ‘realísticas’ que fazem dos enunciados. O estudo mostra que os estudantes, além de apresentarem considerações relativas ao enunciado do problema dado, mostram também outros aspectos relacionados às experiências pessoais, as quais, muitas vezes, determinam as respostas dadas por eles.

Portanto, não é apenas importante que o enunciado de uma questão traga consigo um texto com aspectos da ‘vida real’, é preciso que ele provoque nos estudantes uma disposição efetiva para lidar com eles, para que possam reconhecer a utilidade da matemática que aprendem na escola em situações diversas, seja dentro ou fora da escola. De acordo com Freudenthal<sup>5</sup> (apud VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, 2005, p.2, tradução nossa),

se as crianças aprendem matemática de uma forma isolada, divorciada de suas experiências, ela será rapidamente esquecida e não serão capazes de aplicá-la. [...]. Ao invés de começar com definições ou abstrações para serem aplicadas mais tarde, deve-se começar com contextos ricos que demandem organização matemática ou, em outras palavras, contextos que possam ser matematizados.

De posse dos subsídios teóricos apresentados, no que diz respeito à avaliação e à análise da produção escrita como prática de investigação e das considerações feitas sobre aspectos da matematização e do contexto, buscou-se, com este trabalho, lançar um olhar sobre aspectos de enunciados de tarefas não rotineiras de matemática com o intuito de investigar como professores

---

<sup>5</sup> FREUDENTHAL, H. Why to Teach Mathematics so as to Be Useful. *Educational Studies in Mathematics*, v.1, p.3-8, 1968.

que lecionam matemática na Educação Básica lidam com a matemática escolar na resolução de questões consideradas não rotineiras; as possíveis interpretações que fazem dos enunciados das questões.

## **2. Dos procedimentos da pesquisa**

Tendo em conta que o presente estudo é parte de uma pesquisa maior que teve como objetivo investigar de que forma professores da Educação Básica lidam com tarefas não rotineiras de matemática por meio de seus registros escritos, optou-se por fazer uma pesquisa, predominantemente, qualitativa de cunho interpretativo, seguindo orientações da análise de conteúdo.

Como o objetivo geral da pesquisa era o de analisar a produção escrita de professores da Educação Básica, utilizou-se uma prova composta por questões discursivas de matemática como instrumento de recolha de dados. Essa prova foi constituída por 25 itens distribuídos em 14 questões de provas de matemática do PISA<sup>6</sup>, divulgadas pelo INEP – Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. A escolha dessas questões se deu por serem discursivas e consideradas não rotineiras, que são definidas por Buriasco (1999) como aquelas que são muito pouco ou quase nunca frequentes nas salas de aula e nos livros didáticos.

A prova foi aplicada para um grupo de 37 professores que ensinam Matemática, licenciados em Matemática, atuantes em diferentes níveis de escolaridade. A aplicação ocorreu em uma sala do departamento de matemática da UEL, com duração máxima de quatro horas, e foi realizada simultaneamente por todos os professores participantes da pesquisa, sem consulta a materiais ou colegas. Todas as questões da prova aplicada foram analisadas e descritas pelas estratégias e procedimentos<sup>7</sup> utilizados por eles na resolução das tarefas. Neste trabalho limitar-se-á a apresentar reflexões a partir da análise realizada (FERREIRA, 2013) nas produções escritas que estavam presentes em três questões da prova, bem como no modo como os professores participantes da pesquisa lidaram com os enunciados.

---

<sup>6</sup> Disponível em: <<https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/avaliacao-e-exames-educacionais/pisa/testes-e-questionarios>>. Acesso em 20 de fev. 2023

<sup>7</sup> Estratégia aqui entendida como o modo pelo qual se aborda um problema. Por exemplo, escolher resolver uma questão utilizando um sistema de equações do primeiro grau, e, procedimento é entendido como o modo pelo qual se desenvolve a estratégia. Considerando, por exemplo, que um problema foi resolvido por meio de um sistema de equações do primeiro grau (estratégia utilizada para abordar o problema) e que esse sistema foi resolvido pelo método da substituição, este seria então o procedimento, ou seja, o modo como se desenvolveu a estratégia.

### 3. as questões analisadas

A partir das descrições das produções escritas dos participantes da pesquisa, buscou-se investigar quais as questões em que as produções poderiam dar margem para uma análise mais rica das estratégias e dos procedimentos desenvolvidos. Observou-se, por exemplo, que as questões que exigiam apenas a manipulação de procedimentos rotineiros eram resolvidas, quase sempre, por estratégias e procedimentos, em geral, muito similares. A maior divergência de estratégias e procedimentos foi encontrada nas questões que pediam a apresentação de alguma justificativa, explicação ou argumento. Com base nessa constatação, foram selecionados seis dos vinte e cinco itens da prova aplicada<sup>8</sup>. Este trabalho apresenta e discute os enunciados de três dessas questões<sup>9</sup>:

- a questão *Apoio ao Presidente*;
- o terceiro item da questão *Crescendo*;
- a questão *Assaltos*.

#### Quadro 1 – Questão “Apoio ao Presidente”.

---

<sup>8</sup> O resultado completo desta pesquisa pode ser encontrado em Ferreira (2013).

<sup>9</sup> Utilizou-se o termo “Questão” em referência, mais especificamente, às que compunham a prova aplicada. No entanto, o termo “tarefa” foi utilizado em uma perspectiva mais abrangente, que pode se referir a quaisquer propostas que possam ser realizadas em um contexto da sala de aula.



Na Zedelândia, foram realizadas pesquisas de opinião para se avaliar a popularidade do Presidente, tendo em vista as próximas eleições. Quatro editores de jornais realizaram pesquisas independentes, em âmbito nacional. Os resultados das quatro pesquisas estão apresentados abaixo:

Jornal 1: 36,5% (pesquisa realizada em 6 de janeiro, com uma amostra de 500 cidadãos com direito a voto, selecionados ao acaso);

Jornal 2: 41,0% (pesquisa realizada em 20 de janeiro, com uma amostra de 500 cidadãos com direito a voto, selecionados ao acaso);

Jornal 3: 39,0% (pesquisa realizada em 20 de janeiro com uma amostra de 1000 cidadãos com direito a voto, selecionados ao acaso);

Jornal 4: 44,5% (pesquisa realizada em 20 de janeiro, com 1000 leitores do jornal que telefonaram para a redação a fim de votar).

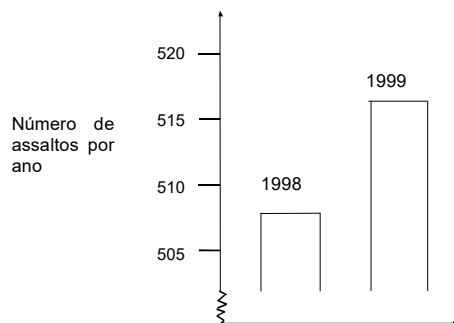
Que jornal forneceria o resultado mais provável, para se prever o nível de apoio ao presidente se a eleição fosse realizada em 25 de janeiro? Dê duas explicações que justifiquem a sua resposta.

Fonte: OECD, 2005.

### Quadro 2 – Questão “Assaltos”.

Um repórter de TV apresentou o gráfico abaixo e disse:

— O gráfico mostra que, de 1998 para 1999, houve um grande aumento no número de assaltos.



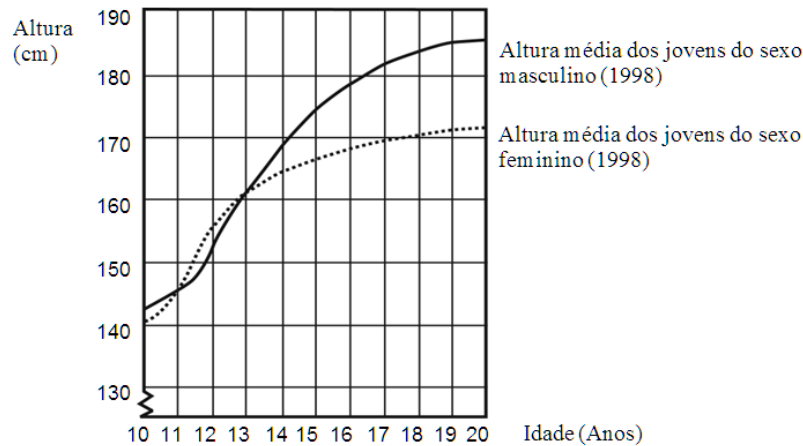
Você considera que a afirmação do repórter é uma interpretação razoável do gráfico? Dê uma explicação que justifique a sua resposta.

Fonte: OECD, 2005.

### Quadro 3 – Questão “Crescendo” – item 3.

### OS JOVENS ESTÃO FICANDO MAIS ALTOS

A altura média dos jovens dos sexos masculino e feminino na Holanda, em 1998, encontra-se representada no gráfico abaixo.



Questão 3: CRESCENDO

Explique como o gráfico permite concluir que, em média, a taxa de crescimento das meninas é mais lenta depois dos 12 anos de idade.

Fonte: OECD, 2005.

## 4. Discussão dos resultados

### 4.1 A ‘matemática’ apresentada nas resoluções

Nesta seção, apresentam-se algumas considerações sobre as ferramentas ou conceitos matemáticos que os professores utilizaram em suas resoluções.

A partir de uma análise dos grupos de estratégias e procedimentos produzidos, fez-se um levantamento das formas mais gerais com as quais os participantes abordaram as questões. Foram analisados os tipos de estratégias que desenvolveram, independentemente do enunciado da questão, para compor o seguinte quadro sobre o qual faz-se alguma discussão.

**Quadro 4** – estratégias utilizadas pelos participantes da pesquisa na resolução das questões analisadas.

Estratégia	Apoio ao Presidente	Crescendo	Assaltos	Total
Apenas justificativa <sup>10</sup> .	32	31	25	88

<sup>10</sup>. Para a montagem do quadro, considerou-se como ‘justificativa’ qualquer forma de argumentação, explicação, opinião apresentada, fosse uma ou mais.

<b>Regra de três e justificativa.</b>	1		2	3
<b>Divisão e justificativa.</b>			2	2
<b>Usa dados do enunciado e justificativa.</b>		1		1
<b>Esboço de um gráfico e justificativa.</b>		1		1
<b>Subtração e justificativa.</b>			5	5
<b>Porcentagem e justificativa.</b>	2			2
<b>Divisão, regra de três e justificativa.</b>	1			1

Fonte: Elaboração pelas autoras

O Quadro 4 mostra que uma característica “forte” do enunciado desses tipos de tarefas é que ele sugere aos resolvidores uma estratégia de execução, qual seja, a de discursar, discorrer, argumentar e/ou justificar um conceito matemático em questão. Esse tipo de solicitação não é tão frequente em questões rotineiras de matemática. Muitos estudantes ficam surpresos quando, ao lidar com tarefas de matemática, por exemplo, não identificam “qual ‘conta’ devem fazer”.

Na questão ‘Apoio ao Presidente’, os participantes mostraram saber lidar com a resolução de regras de três, cálculo de porcentagem e divisão, porém duas produções apresentaram dificuldades ao realizar operações aritméticas com números decimais. As justificativas dadas revelaram que, de modo geral, os participantes levaram em conta questões envolvendo o conceito de amostragem; o tamanho e o tipo de seleção da amostra; a data de coleta das informações; a validade da pesquisa.

Na questão ‘Crescendo’, das 33 produções analisadas, 31 apresentaram apenas uma explicação, sem uso de outros procedimentos. As explicações mais frequentes foram baseadas na análise que fizeram das curvas do gráfico. A partir dessas análises, levantaram considerações sobre quando os valores tendiam a ficar constantes, quando alteravam muito rapidamente, sobre as taxas de crescimento, ângulo de inclinação e o coeficiente angular da função que define a curva em determinados pontos.

Os participantes da pesquisa, na questão ‘Assaltos’, fizeram uso de procedimentos bastante rotineiros na resolução de problemas como regra de três, divisão e subtração. Ao apresentar suas justificativas, levantaram algumas considerações a respeito da exposição do gráfico, tais como: para dizer se houve um grande aumento, é preciso analisar a taxa de porcentagem de aumento; a falta de dados no gráfico não permite emitir uma justificativa; a ‘tendenciosidade’ do gráfico pode levar a uma falsa interpretação das informações; para fazer

uma leitura de um gráfico, é preciso analisar a escala utilizada para representar os dados; o aspecto visual de um gráfico pode influenciar na leitura das informações.

#### 4.2 Sobre as possíveis interpretações que fizeram dos enunciados

Nesta seção, apresentam-se inferências e considerações a respeito das interpretações que os participantes fizeram dos enunciados das questões.

A questão ‘Apoio ao Presidente’ apresentou interpretações que remetem à justificativa de que tanto os *Jornais 1, 2, 3* ou *4* poderiam fornecer o resultado mais provável. A maioria dos participantes interpretou que o modo como as amostras foram selecionadas poderia invalidar as pesquisas realizadas por alguns jornais. A segunda interpretação mais frequente foi baseada na possibilidade de o presidente vencer a eleição e, com isso, os participantes indicavam a pesquisa que mostrava o favoritismo do presidente. Talvez esse tipo de interpretação esteja relacionado com as experiências pessoais dos indivíduos.

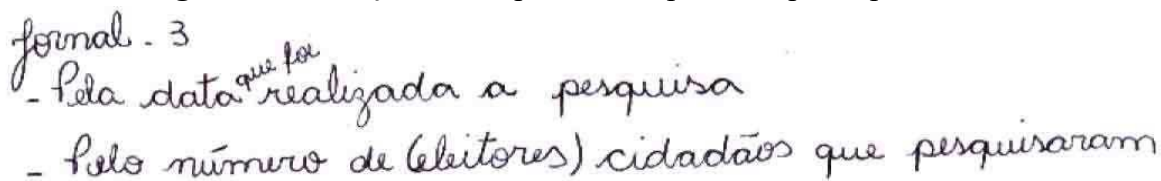
No caso dessa questão, deve-se apresentar a indicação de um dos quatro jornais como sendo aquele que forneceria o resultado mais provável, seguida por uma justificativa<sup>11</sup> composta de duas explicações. Da leitura e estudo do enunciado, foram levantadas quatro características das pesquisas que poderiam servir para produzir explicações e justificar o fato de um dos jornais fornecer o resultado mais provável: C1 – A seleção da amostra foi feita ao acaso ( aplica-se aos jornais 1, 2 e 3); C2 – Foram entrevistados somente cidadãos com direito a voto (aplica-se aos *Jornais 1, 2 e 3*); C3 – A amostra é a maior das apresentadas (aplica-se aos *Jornais 3 e 4*); C4 – A pesquisa foi realizada em data mais próxima à da eleição ( aplica-se aos *Jornais 2, 3 e 4*).

Produção presente na prova E009	Leitura da produção
<i>Jornal 3:</i>	{ Conclui ‘ <i>Jornal 3</i> ’.
→ <i>amostra foi entre 1000 cidadãos.</i>	{ Pode se referir ao fato de a amostra com 1000 cidadãos ser maior em relação aos <i>Jornais 1 e 2</i> (característica C3).
→ <i>seleção.</i>	{ Pode se referir à característica C1: a seleção da amostra foi feita ao acaso.
→ <i>a data da pesquisa.</i>	{ Pode se referir à característica C4: a data da pesquisa é mais próxima à data da eleição.

<sup>11</sup> Considera-se uma justificativa como uma ou mais explicações feitas.

Em outra produção o participante apresenta a seguinte resposta.

**Figura 1** – Produção escrita presente na prova do participante P009



Jornal - 3  
- pela data que foi realizada a pesquisa  
- pelo número de (eleitores) cidadãos que pesquisaram

Fonte: Elaboração pelas autoras

Por meio da análise da produção desse participante, infere-se que “[...] *pela data que foi realizada a pesquisa*” refere-se ao fato de a pesquisa ser realizada em data mais próxima à data da eleição (C4) e “[...] *pelo número de (eleitores) cidadãos que pesquisaram*” refere-se à quantidade de eleitores que foram entrevistados (1000) e, portanto, ao fato de a amostra ser maior do que as amostras dos *Jornais 1 e 2* (C3).

Na questão ‘Crescendo’, é possível notar a maior diversidade de interpretações. A seguir, são apresentados os tipos de interpretação que se inferiu da análise das produções escritas apresentadas: 01 – apresentar uma explicação para o fato de que o crescimento das meninas é mais lento, após os 12 anos, comparado com o crescimento antes dos 12 anos; 02 – apresentar uma explicação para o fato de que o crescimento das meninas, após os 12 anos, é mais lento que o crescimento dos meninos; 03 – apresentar uma explicação que compare o crescimento médio das meninas e dos meninos em todo o período; 04 – apresentar uma explicação que aponte a quantidade de centímetros que as meninas crescem após os 12 anos; 05 – apresentar uma explicação que aponte a quantidade de centímetros que os meninos crescem após os 13 anos; 06 – verificar a partir de qual idade as meninas começam a crescer menos rapidamente.

Para exemplificar, destacam-se algumas explicações que foram dadas pelos participantes da pesquisa que vão ao encontro de 02 – *apresentar uma explicação para o fato de que o crescimento das meninas, após os 12 anos, é mais lento que o crescimento dos meninos.*

<b>Produção presente na prova</b>	<b>Leitura da produção</b>
<p><b>E004</b> <i>Pois, a partir desta idade o gráfico apresentou uma curva mais acentuada, enquanto a dos meninos uma curva mais exponencial.</i></p>	<p>{ ‘Pois, a partir dos doze anos, o gráfico mostra que a curva que representa a altura média das meninas é mais tênue do que a curva que representa a altura média dos meninos’.</p>
<p><b>E008</b> <i>Eu concluo comparando ao crescimento dos meninos, devido a curva e a altura de diferença mais ou menos 10 cm.</i></p>	<p>{ Por meio da observação das curvas que as representam, conclui que a taxa de crescimento das meninas é mais lenta que a dos meninos.</p>
<p><b>E014</b> <i>A linha curva (Pontilhada) teve um crescimento acentuado em relação a outra linha.</i></p>	<p>{ ‘A linha curva que representa a altura média das meninas é mais tênue em relação à linha curva que representa a altura média dos meninos’.</p>
<p><b>P022</b> <i>Analisando o gráfico, fica claro, que os meninos crescem mais, pela curva significativamente maior.</i></p>	<p>{ Por meio da análise das curvas que representam a altura média das meninas e dos meninos, conclui que os meninos crescem mais rapidamente que as meninas após os doze anos.</p>

A diversidade de tipos de interpretação pode ser um indício de que o enunciado da questão não foi suficientemente claro para os participantes. Com isso, é preciso ter em conta que, algumas vezes, é o enunciado da questão que precisa ser revisto. A seguir, apresenta-se uma reformulação do enunciado que, considera-se, poderia reduzir a divergência de interpretações.

**Quadro 5** – Possível reformulação do enunciado da questão CRESCENDO.

<b>Fragmento do enunciado original</b>	<b>Reformulação do enunciado</b>
<i>Explique como o gráfico permite concluir que, em média, a taxa de crescimento das meninas é mais lenta depois dos 12 anos de idade.</i>	<i>Explique como o gráfico permite concluir que, em média, a taxa de crescimento das meninas depois dos 12 anos de idade é <b>mais lenta do que antes dos 12 anos.</b></i>

Fonte: Elaboração pelas autoras

Na questão ‘Assaltos’, a maioria dos participantes interpreta que deveria fazer uma comparação entre a quantidade de assaltos ocorridos, em 1998 e 1999, e julgar se a afirmação do repórter era coerente ou não. Infere-se que, em algumas produções, os participantes interpretam que deveriam fazer comparações das taxas de crescimento ao longo dos anos. Outras interpretações feitas foram de que a quantidade de assaltos que aumentou, de um ano para outro,

era pequena em relação à de dias, em um ano, e de que, devido ao gráfico não apresentar dados precisos, qualquer tipo de afirmação poderia ser considerada razoável.

A seguir alguns exemplos de produções presentes nesta questão.

<b>Produção presente na prova</b>	<b>Leitura da produção</b>
<p><b>E019</b> Não, pois tivemos um aumento de aproximadamente 9 assaltos, logo não houve um grande aumento de assaltos do ano de 1998 p/ 1999, sem mesmo calcular aproximadamente quanto aumentou, basta olhar a escala que está de 5 em 5 assaltos.</p>	<p>Estima que, no ano de 1999, houve um aumento de nove assaltos, o que não representa um grande aumento. Discorda da afirmação do repórter, o qual possivelmente observou só o aspecto visual do gráfico sem ter calculado o aumento.</p>
<p><b>E025</b> Não, pois foi mais ou menos 10 assaltos no ano, isso não é um grande aumento em 365 dias.</p>	<p>Estima que a diferença de assaltos de um ano para outro é 10. Afirma que essa quantidade não representa um grande aumento comparado com a quantidade de dias que tem um ano.</p>
<p><b>P017</b> Acredito que houve um aumento razoável e não grande, pois se 1998 o número de assalto por ano era inferior a 510 e em 1999 ele ultrapassa 515 por ano.</p>	<p>Considera que a diferença entre a quantidade de assaltos, do ano de 1998 e 1999, é razoável, mas não grande.</p>
<p><b>P022</b> Não é razoável, pois houve o aumento, mas não um grande aumento. De 507,5 p/ 517 não é um número tão grande assim.</p>	<p>Considera que a afirmação do repórter não é razoável, pois o aumento na quantidade de assaltos (aproximadamente 10) não representa um grande aumento.</p>

### 4.3 Aspectos dos contextos e da matematização nas questões analisadas

A ideia de trabalhar com problemas que apresentem algum contexto, **que** permita ao resolvidor ‘experenciar’ a situação apresentada, de forma a poder imaginá-la, realizá-la em sua mente, parte da hipótese de que os problemas de contexto propiciam, mais fortemente, ao resolvidor lançar mão das ferramentas matemáticas em busca de resolvê-los.

A partir de uma análise das questões consideradas não rotineiras, apresentadas nesta pesquisa, infere-se que são, justamente, os contextos apresentados que as diferenciam das questões consideradas rotineiras, não somente pelo tipo de ‘historinha’ às quais remetem, mas, principalmente, pela forma de apresentação, formulação do item, sucessão de acontecimentos que constituíram as situações.

De uma forma geral, a análise mostrou que as questões foram claras o suficiente para que os participantes fizessem uma interpretação adequada do problema proposto. Essa constatação vai ao encontro do que Van den Heuvel-Panhuizen (2005) afirma sobre os contextos

que tornam os problemas ‘acessíveis’, ou seja, a partir de situações facilmente imagináveis, é possível que os sujeitos possam, mais rapidamente, alcançar o objetivo de um determinado problema. A questão que mais apresentou divergências em relação às interpretações foi ‘Crescendo’, porém não se acredita que isso tenha ocorrido devido à situação (‘historinha’) proposta, mas à formulação da ‘pergunta’ que não se mostrou muito clara. Essa constatação não precisa ser considerada de todo negativa, se a intenção do professor, por exemplo, for analisar a criatividade e as formas de interpretação dos estudantes. Por outro lado, se a ênfase for colocada na questão de ‘erro’ e ‘acerto’, é preciso atentar muito mais a todos os aspectos da formulação de itens para que uma falha de enunciado não conduza ao erro.

No que diz respeito a ‘transparência’ e ‘elasticidade’ dos problemas (VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, 2005), considera-se que a questão ‘Assaltos’ é a que apresentou uma quantidade maior de estratégias e procedimentos divergentes em relação às demais questões. Questões como essa podem ser úteis se uma das intenções for, por exemplo, conhecer o modo particular de os estudantes lidarem com procedimentos rotineiros. Ou seja, uma questão que dê margem a uma única forma de resolução e resposta pode não permitir ao professor conhecer as maneiras gerais com que os estudantes lidam com suas tarefas.

Uma consideração a se ter em mente, na preparação de uma tarefa, é a de que apresentar uma ‘boa’ questão matemática, em um ‘bom’ contexto, nem sempre é suficiente para que o estudante possa aprender com ela. Além do tratamento da situação proposta, o contexto pode servir como ponto de partida para o tratamento matemático da situação, sempre seguido de discussão e sistematização.

Inferi-se que, na questão ‘Apoio ao Presidente’, em alguns casos, o contexto da questão deu margem a que os participantes trouxessem, para suas resoluções, aspectos de seus próprios contextos. Com isso, suas experiências pessoais anteriores, com resultados de pesquisas eleitorais, fizeram-se mais fortes do que o contexto apresentado no enunciado, o que pode ter ocasionado uma subversão da proposta da questão quando buscavam, por exemplo, identificar qual a possibilidade de o presidente ser eleito. Essa subversão pode estar ligada às experiências pessoais dos participantes, pois é frequente, em pesquisas eleitorais, serem apresentadas porcentagens relativas ao nível de apoio aos candidatos. Portanto, a leitura é focada na porcentagem e muito pouco se questiona a validade da pesquisa, como foi colhida, a quantidade de respondentes e quando foi realizada.



Dentre as três questões analisadas, constata-se que, em ‘Apoio ao Presidente’, os participantes mostram uma quantidade maior de considerações realísticas, quando, por exemplo, colocam que:

“[...] para uma análise mais adequada precisaríamos saber o número de habitantes (votantes) que residem na Zedelândia”;

- “por a pesquisa ser mais próxima à eleição é provável que a opinião do eleitor esteja mais madura”;
- “é preciso conhecer o perfil da amostra para saber se há influência na pesquisa”.

A relação estabelecida com o enunciado pode permitir a ‘realização’ da situação nele apresentada, o que possibilita o estabelecimento de considerações realísticas. Isso revela que o contexto da questão deu margem para que pudessem ‘realizar’ em suas mentes a situação proposta.

De forma geral, os participantes mostraram dominar, em grande parte, os procedimentos matemáticos desenvolvidos, ter noções sobre alguns conceitos matemáticos para a resolução das questões. Assim, considera-se que essas questões, para essa amostra de participantes, são do tipo de *Contexto de Segunda Ordem* (DE LANGE, 1987) e que, portanto, não demandariam um alto grau de matematização vertical caso tivessem inseridas em ‘atividades organizadas’. O que se mostrou mais forte para a resolução dessas questões foram a tradução da situação proposta, as formas de interpretação, a elaboração de estratégias e de procedimentos para resolvê-las, ou seja, a ida do mundo ‘real’ ao mundo ‘dos símbolos’ (FREUDENTHAL, 1991); portanto, possíveis características de uma matematização horizontal.

Se fossem propostas para estudantes que tiveram pouco ou nenhum contato com os instrumentais necessários para resolvê-las, possivelmente, essas questões poderiam ser caracterizadas como de *Contexto de Terceira Ordem* de modo que aspectos da matematização vertical se fizessem tão importantes quanto aspectos da matematização horizontal.

Na perspectiva da RME, apenas aprender conceitos, ferramentas, instrumentais matemáticos não é suficiente, é preciso que esses elementos estejam conectados a algo que os estudantes possam ‘realizar’. Por outro lado, processos que envolvem a conceitualização, a formalização, a estruturação e o aprofundamento dos conceitos e instrumentais matemáticos se fazem tão importantes quanto reconhecer a aplicabilidade dos instrumentais matemáticos. Por isso, acredita-se que ‘atividades organizadas’, as quais possibilitem uma matematização que

contemple suas componentes, vertical e horizontal, podem possibilitar que os estudantes não apenas aprendam sobre os instrumentais matemáticos, mas saibam reconhecer a utilidade deles em situações diversas.

A análise das questões permitiu ainda inferir que os participantes mostram saber lidar com procedimentos rotineiros, apresentar considerações sobre construção e interpretação de gráficos, noções sobre o cálculo de média, conceitos estatísticos referentes à amostra e população, entre outros. Apesar de se considerar que boa parte dos conceitos e instrumentais matemáticos, que mostraram saber, já eram conhecidos por eles, o contexto das questões permitiu que os utilizassem como ‘veículos’ nas resoluções, de modo que pudessem refletir sobre eles em situações realísticas e não somente aplicá-los.

As justificativas feitas pelos participantes revelam que eles levaram em conta o contexto das questões, assumiram para si mesmos as situações propostas de modo que pudessem atribuir algum significado para a utilização dos instrumentais dos quais dispõem para resolver o problema. Essas inferências foram feitas com base na análise das considerações realísticas que fizeram.

Considera-se, ainda, que um ‘bom’ contexto, além de permitir que os alunos possam se envolver nas situações apresentadas, de modo a produzir significados para as ferramentas matemáticas de que dispõem, pode também permitir ao professor analisar a produção escrita no que diz respeito às formas de pensar dos estudantes, às estratégias e aos procedimentos que desenvolvem e quaisquer formas de justificativas que apresentam. Além disso, de acordo com De Lange (1995), uma única regra nem sempre pode ser encontrada para escolher contextos, mas seria-necessário, pelo menos, tentar criar um equilíbrio entre um ‘bom’ contexto e um ‘bom’ problema matemático.

## **5. Considerações finais**

Com relação aos contextos das questões analisadas, considera-se que possibilitaram a utilização da matemática e a elaboração de considerações para além dos objetos matemáticos presentes nelas. Logo, propor tarefas matemáticas não rotineiras, nas quais sejam apresentados contextos diversificados, pode se constituir em uma base para que os alunos continuem aprendendo, dentro e fora da escola, para que participem, efetivamente, da sociedade, argumentando, questionando, buscando a reflexão sobre temas polêmicos atuais, relacionados à política, à economia, à preservação do meio ambiente, à valorização da saúde, entre outros.

Pondera-se, ainda, que a matematização é um processo de aprendizagem, que pode permitir uma redução da supervalorização de uma perspectiva estruturalista ou de uma perspectiva funcionalista da matemática. Nas questões analisadas, devido ao fato de os professores já terem algum domínio da matemática útil para resolvê-las, alguns aspectos da matematização horizontal se mostraram mais frequentes do que aspectos da matematização vertical.

O pedido de justificativas, explicações e argumentos presente nos enunciados das questões matemáticas consideradas não rotineiras ofereceu pistas mais ricas à análise da produção escrita dos participantes e sobre o modo como pensaram e produziram suas estratégias e procedimentos. Por conseguinte, criar o hábito de propor, nos enunciados das tarefas de matemática, alguma forma de resposta ou explicação pode propiciar aos estudantes uma reflexão sobre seus modos de lidar com a matemática, bem como oferecer informações para seus professores sobre o modo como pensaram e produziram suas estratégias e procedimentos.

Acredita-se que este trabalho pode servir para que os envolvidos com a Educação Matemática possam refletir sobre a importância das tarefas que propõem aos estudantes, posto que a formulação, o contexto, os conteúdos matemáticos e as relações que os estudantes estabelecem com o enunciado, no momento em que lidam com a questão, devem ser considerados para a aprendizagem. Em especial, é desejável incentivar tarefas de matemática não rotineiras a partir das quais os estudantes possam superar o mito de que matemática reside apenas em “fazer contas”, ou seja, incentivar o poder argumentativo, justificativo, dissertativo de tarefas de matemática pode levá-los à reflexão sobre o que fazem, como fazem e o porquê dos procedimentos que adotam.

### **Referências:**

BOALER, J. The role of contexts in the Mathematics Classroom: do they make mathematics more real? **For the Learning of Mathematics**, v. 13, n.2, p.12-17, 1993. Disponível em: <[http://www.sussex.ac.uk/education/documents/boaler\\_19\\_-\\_role\\_and\\_contexts\\_in\\_maths\\_classroom.pdf](http://www.sussex.ac.uk/education/documents/boaler_19_-_role_and_contexts_in_maths_classroom.pdf)>. Acesso em: 28 out. 2008.

- BURIASCO, R. L. C. de. **Avaliação em Matemática**: um estudo das respostas de alunos e professores. 1999. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Estadual Paulista, Marília.
- BURIASCO, R. L. C. Análise da Produção Escrita: a busca do conhecimento escondido. In: XII ENDIPE - Encontro Nacional de Didática e Prática de Ensino, 2004, Curitiba. **Anais...** Curitiba: Champagnat, 2004. v.3, p. 243-251.
- BUTTS, T. Formulando problemas adequadamente. In: KRULIK, S. e REYS, R. E. **A Resolução de Problemas na Matemática Escolar**. São Paulo: Atual, 1997.
- COOPER, B. Testing National Curriculum Mathematics: some critical comments on the treatment of ‘real’ context in mathematics. **The curriculum Journal**, v.3, p.231-243, 1992.
- COOPER B.; HARRIES, T. Children’s responses to constrasting ‘realistic mathematics problems: Just How realistic are children ready to be?. **Educational Studies in Mathematics**, v.49, p.1-23, 2002.
- COOPER, B.; HARRIES, T. Children’s use of realistic considerations in problem solving: some English Evidence. **Journal of Mathematical Behavior**, v. 22, p. 451-465, 2003.
- D’AMBROSIO, B. S *et al.* Beyond Reading Graphs: Student Reasoning With Data. In: KLOOSTERMAN, P; LESTER, F. K (Eds). **Results and Interpretations of the 1990 through 2000 Mathematics Assessment of the National Assessment of Educational Progress**. Reston, NCTM, 2004.
- DALTO, J. O. **A produção escrita em matemática**: análise interpretativa da questão discursiva de matemática comum à 8ª série do ensino fundamental e a 3ª série do ensino médio da AVA/2002. 2007. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina.
- DE LANGE, J. **Mathematics, Insight and Meaning**. Utrecht: OW &OC, 1987.
- FERREIRA, P. E. A. **Análise da produção escrita de professores da Educação Básica em questões não-rotineiras de matemática**. 2009. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2009.
- FREUDENTHAL, H. Why to Teach Mathematics so as to Be Useful. **Educational Studies in Mathematics**, v. 1, n. 1-2, p. 3-8, 1968.
- FREUDENTHAL, H. **Revisiting Mathematics Education**. Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 1991.
- KASTEBERG, S. *et all.* Context Matters in assessing student’s mathematical power. **For the Learning Mathematics**, v. 25, n.2, jul. 2005.
- LINS, R. C. **A framework for understanding what algebraic thinking is**. 1992. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade de Nottingham, Nottingham.
- MACK, N. Learning rational numbers with understanding: the case of informal knowledge. In: CARPENTER, T.; FENNEMA, E.; ROMBERG, T. (eds). **Rational numbers: an integration of research**. Hillsdale, NJ, Lawrence Erlbaum Associates, p.85-106, 1993.

- OECD. **Programa da OCDE para avaliação Internacional de alunos - PISA**. Itens liberados de Matemática, 2005. Disponível em <[https://download.inep.gov.br/download/internacional/pisa/Itens\\_Liberados\\_Matematica.pdf](https://download.inep.gov.br/download/internacional/pisa/Itens_Liberados_Matematica.pdf)>. Acesso em 22 de fev. 2023.:
- TREFFERS, A. **Three Dimensions: A Model of Goal and Theory Description in Mathematics Instruction – The Wiskobas Project**. Dordrecht: Reidel Publishing Company, 1987.
- VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, M. V. D. **Assessment and Realistic Mathematics Education**. Utrecht: CD-β Press/Freudenthal Institute, Utrecht University. 1996.
- VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, M. V. D. The didactical use of models in realistic mathematics education: An example from a longitudinal trajectory on percentage. **Educational Studies in Mathematics**, v. 54, n.1,p.09-35, nov. 2003.
- VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, M. V. D. The role of contexts in assessment problems in mathematics. **For the Learning Mathematics**, Alberta-Canadá, v.25, n.2, p.2-9, 2005. Disponível em: <<http://www.fi.uu.nl/~marjah/documents/01-Heuvel.pdf>>. Acesso em: 12 ago. 2008
- VIOLA DOS SANTOS, J. R. **O que alunos da escola básica mostram saber por meio de sua produção escrita em matemática**. 2007. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina.

**Autores:**

**Pamela Emanuelli Alves Ferreira**

Doutora em Ensino de Ciências e Educação Matemática (UEL - 2013).

Professora do Programa de Pós-Graduação em

Ensino de Ciências e Educação

Matemática da Universidade Estadual de Londrina

Correio electrónico: [pam@uel.br](mailto:pam@uel.br)

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-9420-8536>

**Regina Luzia Corio de Buriasco**

Doutora em Educação pela UNESP-Marília.

Professora Aposentada da Universidade Estadual de Londrina.

Professora do Programa de Pós-Graduação em

Ensino de Ciências e Educação Matemática

da Universidade Estadual de Londrina

Correio electrónico: [reginaburiasco@gmail.com](mailto:reginaburiasco@gmail.com)

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-5845-1619>

FERREIRA, P. E. A.; BURIASCO, R. L. C. Tarefas de matemáticas no rotinas: ¿Qué pueden revelar? **Revista Paradigma**, Vol. XLIV, Edição Temática Nº 3. (*Avaliação em Educação Matemática*), Ago. 2023 / 287 – 307.