

Uma investigação histórica de um texto de Leonardo Pisano, edição de 1857, considerando as esferas de análise da Historiografia Atualizada

José dos Santos Guimarães Filho¹   João Cláudio Brandemberg²  

Resumo

Nos últimos anos, temos pesquisado sobre objetos matemáticos presentes em textos históricos, o que nos levou a percorrer alguns caminhos na reconstrução histórica e epistemológica destes. Nesse percurso de investigação nos deparamos com uma ferramenta da Historiografia Atualizada alcunhada de esferas de análise, a qual é composta por três esferas: contextual, historiográfica e epistemológica, que ajustadas para análise de textos históricos, podem oferecer uma ferramenta exequível para o estudo de conteúdos matemáticos. Dessa forma, questionamos: Como a utilização das esferas de análise da Historiografia Atualizada podem contribuir para uma investigação de objetos matemáticos em textos históricos? E para responder este questionamento, objetivamos investigar as condições de contorno da aritmética contida no *Liber Abaci* a partir das esferas de análise da historiografia atualizada. Assim, construímos um suporte teórico e metodológico com os critérios da ciência histórica com percepções mais atualizadas e ajustadas a investigação de textos históricos, oportunizando a reconstrução das condições de contorno da aritmética do século XIII contidas no *Liber Abaci* de Leonardo Pisano (1180 – 1250). Utilizamos nesta investigação a edição de 1857, sendo possível restituir o texto ao seu contexto medieval a partir da ação conjunta das esferas de análise da historiografia atualizada.

Palavras-chave: Historiografia Atualizada, Esferas de análise, Aritmética do século XIII.

A historical investigation of the Leonardo Pisano's text, edition of 1857, considering the spheres of analysis of the Updated Historiography

Abstract

In recent years, we have been researching mathematical objects present in historical texts, which led us to follow some paths in their historical and epistemological reconstruction. In this course of investigation, we are faced with an Updated Historiography tool called spheres of analysis, which is composed of three spheres: contextual, historiographic and epistemological, which, adjusted for the analysis of historical texts, can offer a feasible tool for the study of mathematical content. Thus, we question: How can the use of the spheres of analysis of the Updated Historiography contribute to an investigation of mathematical objects in historical texts? And to answer this question, we aimed to investigate the boundary conditions of the arithmetic contained in *Liber Abaci* from the spheres of analysis of the updated historiography. Thus, we build a theoretical and methodological support with the criteria of historical science with more updated perceptions and adjusted to the investigation of historical texts, providing opportunities for the reconstruction of the boundary conditions of arithmetic of the thirteenth century contained in *Liber Abaci* by Leonardo Pisano (1180–1250). We used the 1857 edition in this investigation, making it possible to restore the text to its medieval context from the joint action of the spheres of analysis of the updated historiography.

Keywords: Updated Historiography, Analysis spheres, 13th century Arithmetic.

¹ Universidade Federal do Pará (UFPA), Belém, Brasil. E-mail: js_guima@hotmail.com

² Universidade Federal do Pará (UFPA), Belém, Brasil. E-mail: brand@ufpa.br

Una investigación histórica de un texto de Leonardo Pisano, edición de 1857, considerando los ámbitos de análisis de la Historiografía Actualizada

Resumen

En los últimos años, hemos estado investigando objetos matemáticos presentes en textos históricos, lo que nos llevó a seguir algunos caminos en su reconstrucción histórica y epistemológica. En este curso de investigación, nos encontramos ante una herramienta de Historiografía Actualizada denominada esferas de análisis, la cual está compuesta por tres esferas: contextual, historiográfica y epistemológica, las cuales, ajustadas para el análisis de textos históricos, pueden ofrecer una herramienta factible para el estudio de contenido matemático. Así, nos preguntamos: ¿Cómo el uso de las esferas de análisis de la Historiografía Actualizada puede contribuir a una investigación de los objetos matemáticos en los textos históricos? Y para responder a esta pregunta, nos propusimos investigar las condiciones de contorno de la aritmética contenida en el *Liber Abaci* desde las esferas de análisis de la historiografía actualizada. Así, construimos un sustento teórico y metodológico con los criterios de la ciencia histórica con percepciones más actualizadas y ajustadas a la investigación de textos históricos, brindando oportunidades para la reconstrucción de las condiciones de contorno de la aritmética del siglo XIII contenidas en el *Liber Abaci* de Leonardo Pisano. (1180–1250). Utilizamos la edición de 1857 en esta investigación, lo que permitió restituir el texto a su contexto medieval a partir de la acción conjunta de los ámbitos de análisis de la historiografía actualizada.

Palabras clave: Historiografía actualizada, Esferas de análisis, Aritmética del siglo XIII.

INTRODUÇÃO

A história sempre esteve intrinsecamente ligada ao ser humano, pois este tem a capacidade contínua de transformar profundamente o ambiente em que se encontra, seja no âmbito geográfico, social, cultural, econômico ou científico. Assim, os objetos científicos continuamente estão a serviço de atender necessidades humanas, seja ela qual for, logo, estes objetos estão ligados a um sistema de ideias e valores ao longo da história humana que darão sentido, significado e significância ao seu desenvolvimento, uso e divulgação.

Se o ato de fazer história compõe o humano, então o porquê desvincular o objeto matemático de seu contexto, corroborando para uma prática de apresentar a matemática distante de uma ação comum que integra a sociedade, pois, é o que se tem observado como uma prática habitual no contexto escolar e acadêmico.

No entanto, restituir um objeto ao seu devido sistema de ideias e valores não é uma tarefa trivial. Essa ação requer um conjunto de critérios teóricos e metodológicos da ciência histórica, os quais comporão uma tomada de decisão para evidenciar e restituir algum objeto científico ao seu contexto.

Dentro desse conjunto de critérios, temos as esferas de análise da Historiografia Atualizada, que parecem compor uma opção adequada para investigar objetos matemáticos em textos históricos, desvelando a partir do texto suas condições de contorno, o que vem ao encontro de nossas pesquisas dos últimos anos sobre textos históricos e as epistemologias de seus objetos matemáticos.

Com a possibilidade de uso dessa ferramenta, questionamos: Como a utilização das esferas de análise da Historiografia Atualizada podem contribuir para uma investigação de objetos matemáticos em textos históricos? Para responder esse questionamento, objetivamos investigar as condições de contorno da aritmética contida no *Liber Abaci* a partir das esferas de análise da historiografia atualizada.

Para tanto, construímos um discurso teórico e metodológico das esferas de análise da Historiografia Atualizada, balizado na história e na historiografia, ajustadas para a investigação em textos históricos, dando um suporte para a investigação da edição de 1857 do *Liber Abaci*, escrito por Leonardo Pisano (1180 – 1250) no início do século XIII, especificamente em 1202. Isso nos permitiu construir condições de contorno para a aritmética contida nesse texto histórico, originário do período medieval.

Dividimos o presente artigo em duas seções, onde na primeira apresentamos o suporte teórico e metodológico delineando nosso discurso a partir da história, seguida da historiografia, Historiografia Atualizada, suas esferas de análise e a classificação e conceituação (definição) de textos históricos, baseados nos trabalhos de Barros (2005, 2022), Beltran, Saito e Trindade (2014), Saito (2013, 2015), D'Ambrósio (2004) e Brandemberg (2021, 2022).

Para a segunda seção apresentamos em uma ação conjunta das esferas de análise as condições de contorno da aritmética medieval presente no *Liber Abaci* de Leonardo Pisano, para essa seção tivemos como referencial, Potro (2007, 2012), Sigler (2002), Leonardo Pisano (1857), entre outros. Assim, iniciamos a seguir com o aporte teórico e metodológico desta pesquisa.

ELEMENTOS ESTRUTURANTES DE UMA HISTORIOGRAFIA

Separamos esta seção para apresentar aportes teóricos e metodológicos que subsidiaram nossa pesquisa. Escolhemos o termo *aporte* para ilustrar que não trazemos um teórico específico, mas as contribuições científicas de pesquisadores da História, da História da Matemática, da História da Ciência e da Historiografia, os quais, são apresentados durante a explanação das noções necessárias para o desenvolvimento da pesquisa, com o rigor necessário da ciência histórica para uma escrita científica coerente.

Desta forma, objetivamos estudar materiais que garantissem o suporte necessário para o estudo de textos históricos e seus contextos, visando apresentar subsídios que possibilitem investigar aspectos historiográficos da aritmética tratada na Europa do século XIII.

História e Historiografia

Iniciamos, evidenciando a história, que para Marc Bloch (1886 – 1944) é *a ciência dos homens no tempo*, e para a qual, Barros (2022) comenta continuar bastante atual e que também postula a história como uma ciência, ou ao menos ser um saber cientificamente conduzido.

Barros (2022) comenta ainda que, a partir da definição, entende-se a história como uma ciência dos seres humanos, ou seja, uma ciência humana, isso leva a reconhecer que o humano envolve a história em três dimensões: “a história fala de seres humanos, é escrita por seres humanos, e dirige-se aos seres humanos que serão os seus leitores ou ouvintes” (BARROS, 2022, p. 8).

Não podemos nos esquecer que estes agentes da história – os seres humanos – estão intimamente ligados ao tempo, assim os historiadores escrevem sobre seres humanos que viveram em tempos diversos, sem esquecer que o próprio historiador ao escrever a respeito de um determinado tempo, está ligado ao seu tempo de pertencimento. Desta forma, Barros (2022) afirma que:

A História, enfim, é “humana” e “temporal” e isto tanto no que se concerne ao seu *objeto* de estudo, ao seu *sujeito* que produz este tipo de conhecimento (o historiador) e aos sujeitos que irão usufruir das realizações daí decorrentes como *leitores* ou *espectadores* (BARROS, 2022, p. 8, grifos do autor).

Neste mesmo sentido, encontramos em D’Ambrosio (2004, p. 166), uma proximidade de ideias quanto a história, este afirma que a história resumidamente “é o conjunto dos acontecimentos humanos ocorridos no passado”. Observamos que D’Ambrosio (2004) amarra o conjunto de acontecimentos ao humano e ao tempo, o que clarifica nossas tomadas de decisões aglutinadas na história, pois nossa pesquisa trata de ações da sociedade (humano) na Idade Média (tempo). Evidenciamos que o autor salienta que a história tem sido praticada em setores, onde, residimos na história dos conhecimentos matemáticos, ou seja, o estudo de ações humanas com o intuito de compreender conhecimentos matemáticos.

Julgamos importante considerar que a história não está em um ato meramente descritivo, mas que se origina em um problema. A integração de uma problemática, a história, torna-se essencial e determinante no âmbito da prática do historiador em qualquer gênero historiográfico, em nosso caso, de todo profissional que recorre à história como meio para investigação de um determinado objeto ou tema matemático, o qual não será necessariamente atravessado por um único problema.

Devemos, ainda, considerar que o problema, juntamente com o recorte espacial e o temporal, fazem parte das dimensões que delimitam o tema e o que tornam a pesquisa viável ou não, devendo aparecer de forma clara nas pesquisas históricas (BARROS, 2005).

Além disso, Barros (2005, p. 94-95) apresenta uma questão que considera extremamente complexa, a importância das delimitações de uma pesquisa para caracterização de seu campo de estudo, nesse caso, o campo histórico. Mesmo com essa complexidade, o autor apresenta um panorama com várias possibilidades, baseados em critérios que dividem os saberes históricos, em três categorias ou ordens.

Podemos observar, em acordo com Barros (2005, p. 15-22) que existem três ordens de critérios que dividem os saberes históricos que compõem seu campo: as dimensões, as abordagens e os domínios. Estas ordens de critérios estão intimamente ligadas com as teorias (dimensão), utilizadas para construir um arcabouço conceitual, gerando um conjunto de princípios e ideias que poderão garantir compreender, explicar e interpretar os fenômenos estudados, com os métodos (abordagens), que serão as ferramentas utilizadas para execução da pesquisa, e pelos temas (domínios) orientados pelos agentes examinados, pelos ambientes e pelos objetos de estudados, ou seja, pela delimitação do tema.

Embora a maioria do trabalho histórico seja holístico, como colocado por D'Ambrosio (2004), temos a necessidade de registrar esses conjuntos de ações humanas ocorridas no passado de forma reflexiva, esses registros são definidos como Historiografia, a qual, é entendida como “o conjunto de registros, interpretações e análises desses acontecimentos” ou, de forma mais específica, que a historiografia é “essencialmente, a história das narrativas, do registro dessas narrativas e da interpretação dos processos de decisão tomados por grupos sociais” (D'AMBROSIO, 2004, p. 166).

Podemos ampliar essa perspectiva aliando com a de Barros (2022)³ que afirma:

A Historiografia – ou História – pode ser compreendida como o vasto universo de realizações produzidas até hoje por todos os historiadores e autores da História. Neste sentido, a Historiografia é a “História escrita”; de modo que não é à toa que a expressão indica literalmente isso (*historio-grafia*) (BARROS, 2022, p. 15, grifos do autor).

No entanto, não temos, na historiografia, apenas uma escrita ou uma reescrita da história, temos mais que isso, haja vista, ser constituída por sistemas conceituais, por metodologias empregadas, por paradigmas teóricos, por hipóteses e por objetos de investigação, o que transforma a história escrita em uma modalidade científica do saber. A historiografia também inclui dentro do próprio campo do saber ou disciplinar a própria história, o que faz dela um dos poucos campos do saber que o nome da disciplina coincide com aquilo que ela estuda, isto é, a História (historiografia) estuda a própria história (BARROS, 2022).

Vemos também, a partir de Barros (2022, p. 19-23), que a historiografia não é, simplesmente, uma construção textual, mas, é constituída por tudo o que já foi feito, em particular, pelo que os historiadores fizeram e pensaram, bem como, por seu *modus operandi*.

³ Neste trabalho escrito por Barros (2022), entende-se História, com “H” maiúsculo, quando estar se referindo a historiografia, ou seja, a História como gênero científico que relata o passado.

Desta forma, o autor entende que qualquer realização textual ou midiática constitui apenas a ponta de um grande *iceberg* do que é Historiografia.

Podemos observar, no proposto por Barros (2002, p. 21), que tanto as realizações mais visíveis e materiais, como nas imateriais, e de menor visibilidade, que unidas, constituem o conjunto de realizações que leva o historiador a construir uma Historiografia, seja com a parte superior, visível, do *iceberg* ou com as partes de dimensão teórica, da metodologia, dos modos de escrita e dos critérios compreendidos como inerentes à Historiografia que estão situados na parte invisível. Assim, o autor consegue ilustrar todo um conjunto de ações que uma comunidade de historiadores movimenta para a construção ou materialização de uma determinada Historiografia.

Podemos perceber que a Historiografia nesta pesquisa não é uma mera coadjuvante, afinal, “a historiografia é tão importante quanto a própria história, pois ela define a busca e a interpretação do fato histórico” (D’AMBROSIO, 2004, p. 167). Desta forma, podemos elucidar que uma construção historiográfica do/no contexto da Idade Média se faz importante e necessária no processo de investigação da presente pesquisa, oportunizando a busca e a interpretação dos acontecimentos, dos fatos e de suas repercussões.

Historiografia Atualizada

Com essas noções em mente, buscamos os critérios mínimos para construção de uma historiografia medieval, neste sentido, Barros (2022) destaca que muito embora haja muitas modificações naturalmente ao longo da história da Historiografia, essencialmente a escrita da história deve ter o relato na forma de narrativas ou descrições, a análise conforme o que se quer apresentar, a época historiográfica de produção do texto e a escola histórica ou o estilo pessoal de cada historiador.

Para tanto, tivemos que fazer algumas escolhas para construção de uma historiografia medieval. Assim, ao propor um estudo da Aritmética na Europa do século XIII, se tornou inevitável uma reescrita do passado com a intencionalidade de evidenciar aspectos da aritmética do século XIII. Pois, em acordo com Kragh (2001, p. 34), exigir que as intencionalidades de evidenciar algum agente, ambiente ou objeto não tenham qualquer influência no exercício histórico é um engano. Dessa forma, apenas alguns acontecimentos passados ganharão o *status* de histórico, o que lhes é atribuído pelo historiador, ou melhor, pela problemática e pelos objetivos traçados pelo historiador em sua narrativa.

Percebemos, em acordo com Kragh (2001, p. 48), que o *status* de acontecimento histórico em uma investigação historiográfica será dado a partir de uma interpretação guiada por critérios de análise historiográfica ajustada aos objetivos da investigação histórica.

Beltram, Saito e Trindade (2014) trazem que a intencionalidade é evidente, pois toda narrativa da história é historiograficamente orientada, sendo assim, a Historiografia que foi construída não pode ser neutra, mas isso não faz dessa escrita da narrativa histórica, tendenciosa, pois o intuito principal é desvelar a aritmética, a temática, em uma malha histórica.

De forma mais direta, a intencionalidade mencionada aqui compõe as direções e caminhos tomados para que os acontecimentos dos fatos históricos possam dar visibilidade ao objeto de investigação em uma malha histórica. Em relação à construção de uma história, historiograficamente orientada, tal intencionalidade, encontra-se na direção da escolha de critérios da investigação e da escrita histórica para evidenciar de forma adequada o objeto a ser investigado.

Desta forma, para contextualizar a aritmética contida no *Liber Abaci*, optamos pelo critério de escrita da história com características atualizadas, este critério de escrita será nomeado a partir daqui como Historiografia Atualizada, tendo como fundamento os trabalhos de Saito e Dias (2013), Beltram, Saito e Trindade (2014) e Saito (2015).

Fazemos uso deste critério, pois a Historiografia Atualizada permite questionar sobre o processo de construção do conhecimento, construindo explicações para as ações dos matemáticos e outros personagens contemporâneos, que puderam contribuir para a consolidação da ciência no recorte histórico investigado (SAITO, 2015).

Neste sentido, contrastam-se, em termos mais gerais, historiografias atualizadas e tradicionais. Nosso intuito, aqui, não é explorar os contrastes entre essas tendências historiográficas. No entanto, apresentamos, a seguir, de forma resumida, algumas características gerais das historiografias tradicionais, considerando o proposto em Beltram, Saito e Trindade (2014, p. 34), a saber, esta:

- a) Narra uma história linear e progressista;
- b) Tem como modelo as ciências físicas (mecânica) e matemáticas;
- c) Seleciona no passado apenas o que parece ter permanecido;
- d) Dá ênfase em erros e acertos;
- e) Busca os “precursores” e os “pais” da ciência moderna;
- f) Parte da distinção entre “ciência” e “pseudociência”.

Ao observar estas características, percebemos que esta vertente historiográfica limita a investigação histórica. Fato esse, que nos encorajou a tratar com a Historiografia Atualizada, na tentativa de restituir a aritmética do passado, no passado, assim, evitando uma mera

comparação, com um olhar presentista, possibilitando novos critérios de escrita, invertendo o sentido histórico (do passado para o presente), bem como, afastar-se dos anacronismos.

Barros (2022) esclarece não haver mais o reconhecimento, por parte dos historiadores, de uma historiografia meramente narrativa e descritiva, sem uma análise ou uma interpretação dos fatos e dos dados, assim, a Historiografia é necessariamente problematizada, constituindo assim a matriz disciplinar da história.

Neste sentido, a Historiografia Atualizada permite contextualizar a aritmética do século XIII com base em três esferas de análise histórica, sendo estas: a contextual, a historiográfica e a epistemológica. Isso, nos leva a observar aspectos internos e externos, bem como, aspectos contínuos e descontínuos da consolidação do conhecimento (BELTRAM, SAITO; TRINDADE, 2014).

Silva (2020), destaca essas esferas de análise de uma forma que coaduna com nossa pesquisa, quando afirma que:

A esfera contextual é mobilizada no início de uma investigação sobre um documento original, em que o pesquisador busca onde e quando ele foi escrito e o que estava acontecendo nessa determinada região e época. A esfera historiográfica é mobilizada no estudo crítico do que já foi escrito sobre esse material, buscando as razões pelas quais ele foi produzido nesse período. Por fim, a esfera epistemológica objetiva conhecer os conceitos e conteúdos que estão inseridos na obra dentro do seu próprio contexto (SILVA, 2020, p. 45).

A autora, ainda, comenta que a mobilização dessas esferas não possui uma ordem hierarquizada, deixando claro ainda, que pode ser necessário mobilizar mais de uma dessas esferas conjuntamente. Estas esferas de análise permitem “emergir do próprio processo histórico novas questões epistemológicas que podem ser trabalhadas pelo educador matemático” (SAITO, 2013, p. 4).

A proposta de utilizar as esferas de análise como ferramenta da Historiografia Atualizada, em um âmbito geral, é a representação por um diagrama de Venn, ver figura 1, a seguir.

Figura 1: A representação em diagrama de Venn das esferas de análise.

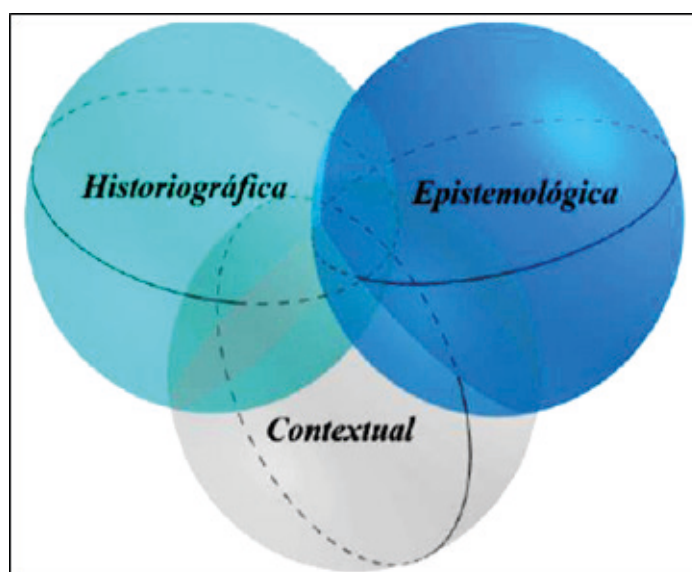


Fonte: Saito (2016, p. 260).

No entanto, em acordo com Saito (2020), essa representação se mostra limitada para uma compreensão mais ampla dessa ferramenta, pois as esferas de análise não se referem apenas aos elementos das interseções, e deveriam incluir os pontos comuns e as regiões adjacentes formadas na composição do diagrama.

Ao buscarmos na literatura propostas que pudessem ajustar tal representação, encontramos em Oliveira (2023) uma proposta, ver figura 2, onde o autor representa as esferas, em três dimensões, que em nossa compreensão estão interpostas em algumas regiões, formando agora não apenas interseções planas, mas sim, espaços compostos por mais elementos de análise.

Figura 2: Representação espacial das três esferas de análise de um documento



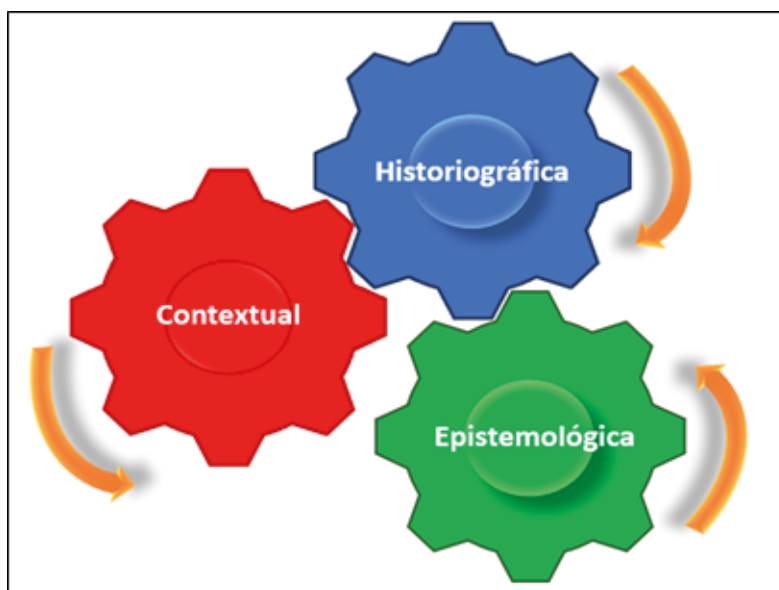
Fonte: Oliveira (2023, p. 26).

Embora a construção espacial traga mais elementos na composição das esferas de análise, em uma visão mais ampla do que o diagrama de Venn, proposto anteriormente, julgamos não estar ainda bem ajustada a noção das esferas de análise da Historiografia Atualizada. De fato, ainda há espaços onde apenas uma das esferas atua e as análises não têm base apenas nas interseções.

Nós consideramos, que a atuação de análise por parte das esferas não é disjunta em nem uma parte de seu campo de atuação, delimitado pela sua superfície como descrito na figura 2, ou seja, a atuação de cada esfera propõe ser completa em toda sua delimitação espacial.

Diante da busca por uma visão, que consideramos mais completa, das esferas de análise da Historiografia Atualizada, construímos uma proposta, que encaminha na direção de ajustar ainda mais sua representação. Balizados pela leitura disponível e participação em eventos onde discutimos sobre o tema, propomos a seguinte representação:

Figura 3: Esferas de análise da Historiografia Atualizada



Fonte: Elaborado pelos autores (2023).

A princípio nossa representação – por engrenagens – pode causar estranhezas pelo fato de não estar representada por figuras esféricas, no entanto, ressaltamos que as esferas de análise não precisam necessariamente ser representadas por esferas do campo da geometria. As esferas de análise da Historiografia Atualizada, encontram-se no campo teórico, conceitual e metodológico, o que nos permite transpor a imagem de uma representação esférica habitual.

Desvencilhados de uma imagem esférica, temos a oportunidade de nos centrar na compreensão de sua funcionalidade, no movimento de análise que as esferas proporcionam, ou seja, em uma ação conjunta, o que lhes é próprio. Dessa forma, nos é oportunizado a ampliação da compreensão e da representação das esferas de análise, o que permitirá sanar a estranheza das esferas como engrenagens. Para descrever o que estamos propondo, tomaremos como exemplo a análise de documentos como um texto histórico.

Primeiramente deixamos claro que a ação de cada esfera não deve ser separada, seccionada, pois isso poderá gerar na análise de um determinado texto histórico equívocos ou contextualizações inadequadas como anacronismos. Ao utilizar uma das esferas, esta apresentará seu sentido completo pela ação das duas outras esferas, o que lhes dá certo dinamismo, um movimento. Embora seja possível usar apenas alguns elementos de uma determinada esfera, ela terá que ser movimentada por completo, ou ajustada para emergir o que se procura ou surpreender-nos com o surgimento de coisas novas ou não previstas.

Ao analisar textos históricos, um dos objetivos circundantes é a contextualização do objeto de investigação, que pode ser um objeto (conceito, processo) matemático (científico), podendo ser o próprio texto.

Iniciando com a investigação do próprio texto, ele nos direcionará a análise, nos levando a restituir o objeto pesquisado a sua malha histórica, ou seja, ao seu sistema de ideias⁴, pois o texto histórico, por sua vez, é o produto e a evidência de um (con)texto, por atender uma demanda deste sistema de ideias e também por desvelar qual foi a demanda atendida, dando sentido ao fazer matemático (científico) a época.

Vinculado às demandas atendidas e desveladas, temos um contexto mais amplo, no qual transita o conhecimento de uma determinada época. Este contexto irá ditar o que é matemática (o que é científico) nos permitindo entender as ideias que estarão em análise e localizar o objeto investigado em uma época e lugar, dando sentido a elaboração, consolidação, sistematização, divulgação ou transmissão do objeto investigado.

No entanto, o que dará sentido a tudo isso, em acordo com Beltran, Saito e Trindade (2014), serão os diálogos e questionamentos estabelecidos a partir das fontes secundárias. Essas fontes darão ressignificado ao texto investigado, preenchendo lacunas no desenvolvimento matemático (científico) ao estabelecer diálogos entre os historiadores. O texto investigado oportunizará examinar criticamente do ponto de vista historiográfico as fontes secundárias, o que levará a olhar a epistemologia do texto histórico novamente, que será validada pelo contexto e que será ajustada pelos diálogos e interrogações historiográficas novamente.

Observamos, assim, que as esferas epistemológica, contextual e historiográfica são movimentadas conjuntamente com uma relação de interdependência como nas engrenagens propostas na figura 3. Percebemos a eficácia desta vertente para pesquisa, quando possibilita o surgimento de novos objetos de investigação na história,

[...], tais como processos que conduzem, por exemplo, a compreender o papel da representação, visualização, abstração, raciocínio, demonstração, métodos, definições, etc., na construção do conhecimento, bem como outros aspectos da matemática e de sua prática (SAITO, 2013, p. 5).

Deste modo, a Historiografia de um objeto de investigação mediada por essas esferas de análise, coaduna com nossa proposta, que confronta a ideia de subsidiar uma simulação ou reprodução do passado, fazendo que o leitor apenas refaça ou reviva os passos realizados pelos matemáticos ou das obras pesquisadas. Vale ressaltar que não criticamos esses métodos, apenas, não compõem nossos interesses para essa pesquisa.

Nosso interesse não é apenas nos fatos históricos medievais, mas no acontecimento dos fatos, com vistas a compreensão desses fatos no passado, com o contexto do passado, que podem emergir a partir de textos históricos, ou seja, ao investigar estes textos, passamos a ter informações históricas “com o texto”, assim, temos um (con)texto a ser investigado e incorporado na pesquisa.

⁴ Conjunto de saberes práticos ou teóricos, de crenças e de valores compartilhados pelos indivíduos que residem em uma mesma época e lugar, ou seja, o (con)texto.

Assim, é possível situar epistemologias que surgem da malha histórica da aritmética do século XIII, sem furtar do seu contexto, a historicidade que lhe é inerente, pois toda epistemologia é construída em meio a proposições de conflitos e controvérsias, as quais proporcionam reflexões, consolidações, divulgações e novamente conflitos e controvérsias, dando um dinamismo ao conhecimento, observando ainda, que épocas diferentes promovem epistemologias diferentes, por estarem fundamentadas em modelos de conhecimento diferentes, como perceberemos na próxima seção (SAITO, 2016).

Uma vez que elegemos a aritmética europeia do século XIII a partir do *Liber Abaci* como nosso objeto de pesquisa, precisávamos da relação dos acontecimentos, dos fatos, das datas e dos nomes que estavam em torno desses métodos aritméticos, que só poderiam surgir de uma multiplicidade de registros, como, memórias, documentos, monumentos, artefatos, cartas, entre outros, ou seja, nosso trabalho só poderia se dar a partir de fontes históricas, as quais, adotamos como primárias e secundárias (D'AMBROSIO, 2004; BELTRAN, SAITO e TRINDADE, 2014).

O texto histórico como suporte de uma fonte histórica

Em nossa busca, optamos por selecionar fontes que pudessem dar associações e interpretações à Europa do século XIII, o que pode nos levar ao conhecimento científico de outros tempos e de outras civilizações e entender um pouco do desenvolvimento do conhecimento humano. Um conhecimento, no qual a ciência se insere, e que nos leva a cumprir objetivos da historiografia da ciência (D'AMBROSIO, 2004).

Concordamos com Barros (2022, p. 8), quando afirma não ser possível construir uma historiografia sem fontes históricas, pois, essas fontes, são o único recurso que permite acessar uma comunidade humana em um tempo passado. Em nossa atualidade não existe uma ferramenta, uma tecnologia que permita esse acesso, essa visualização instantânea de períodos passados, a não ser as fontes históricas.

Nesta busca por fontes históricas encontramos nos textos históricos nossas fontes principais. Mas, nos ocorreram algumas questões: como entender, categorizar ou classificar esses textos históricos? Que definições temos para classificar os textos encontrados como históricos ou não históricos? Buscamos na literatura por autores que nos auxiliassem nesses conflitos e encontramos em Brandemberg (2021, 2022) um suporte para tal, o qual, nos brinda com um estudo sobre fontes históricas.

Brandemberg (2021) apresenta que os textos históricos são fontes essenciais de materiais para a construção de atividades didáticas, e infere ir além destas atividades, pois afirma que os textos históricos podem apresentar características tanto didáticas como de pesquisa e estudo. Ressaltamos, ainda, que este autor, deixa evidente a relevância dos textos

históricos que classifica como *Textos Clássicos*⁵ e, que estes se evidenciam na direção de sua importância, do seu “sucesso” e em sua divulgação em larga escala.

Assim, na linha do proposto por Brandemberg (2021), o que terá mais relevância será sua construção da concepção de *textos históricos*, para melhor classificar e validar o *Liber Abaci*, o qual se configura como fonte primária na pesquisa. Para tanto, recorreremos à definição (conceito) de Brandemberg (2021), que em sua concepção, balizada, define ser:

[...] *um documento* que, composto (impressão, pictografia, escrita) de formatos e materiais (argila, papiro, pergaminho, bambu, papel) variados em algum momento da história, *nos permite acessar* de maneira implícita e explícita *elementos do contexto de sua composição e da relevância de seu conteúdo* com vistas ao *entendimento* do conhecimento matemático, de sua *produção, desenvolvimento e divulgação* (BRANDEMBERG, 2021, p. 28, grifo nosso).

Desta forma, podemos validar o *Liber Abaci* como texto histórico, pois se configura como um documento escrito e impresso em papel em um dado momento da história, a saber, século XIII, que nos permite acessar implicitamente o contexto deste século e explicitamente o teor aritmético que compõem este livro, o que pode nos levar a entender o conhecimento matemático produzido, desenvolvido e divulgado no século XIII e talvez, em momentos adjacentes.

Após o balizamento, referendado em Brandemberg (2021, 2022), da nossa fonte primária como *texto histórico*, cabe localizá-la dentro da classificação de *texto histórico* construída por Brandemberg (2021), e que tal classificação, nos permite uma visualização exequível do uso e do estudo de textos históricos.

Uma classificação, importante para evidenciar caminhos, prover esclarecimentos na pesquisa, no estudo ou na utilização de um *texto histórico* em suas múltiplas possibilidades, o que permitirá maior simplicidade e objetivação na apresentação (investigação) de um dado objeto matemático (de pesquisa) (BRANDEMBERG, 2022).

De fato, partir da classificação apresentada, por Brandemberg (2021, p. 29) podemos asseverar que nossa fonte primária, o *Liber Abaci* está classificado como *texto histórico*, quanto:

- a) Ao conteúdo: pois se configura como *texto de matemática*, por se tratar de aritmética, também inclui aspectos de divulgação matemática, permitindo que não apenas estudiosos da época, mas também o grande público, incluindo comerciantes de todos os níveis e outros profissionais urbanos em ascensão, tivessem acesso ao conhecimento matemático apresentado.

⁵ Brandemberg (2021, p. 29), apresenta dois tipos de textos clássicos em seu trabalho, quanto a sua importância e quanto ao distanciamento, para o autor, textos publicados até o ano de 1820. Para esta distinção trataremos “Textos Clássicos” quanto a importância e “textos clássicos” quanto ao distanciamento.

- b) Ao distanciamento: por ser compreendido como *texto clássico*, construído e divulgado no século XIII;
- c) Ao uso: por se comportar como *livro texto*, promovendo a aritmética em ambientes sistematizados ou institucionalizados;
- d) A investigação: pois se configura como fonte principal (primária) para a pesquisa;
- e) Ao contexto: por este estar carregado de conhecimentos construídos, instituídos e divulgados em um sistema de ideias que dá significado ao século XIII.

Com essas ponderações podemos garantir, que o *Liber Abaci* é um texto histórico, pois está bem ajustado a definição (conceito), a classificação e as categorias apresentadas por Brandemberg (2021, p. 29), olvidando ainda, categorizar o *Liber Abaci* como um *Texto Clássico*, pois seu conteúdo toma proporções universais para a Matemática em muitos aspectos, um deles, o emblema da universalidade das cifras indianas e seu sistema de numeração decimal e posicional.

Validamos ainda esta obra como *texto histórico de matemática*, haja vista, Brandemberg (2022, p. 15) considerar aqueles compostos por conteúdos matemáticos, como estes se desenvolveram e os que buscam a aproximação da matemática com a sociedade.

Apontamos, ainda, o estudo de *textos históricos* (fontes primárias) como um – dos vários – aspecto da História da Matemática, quanto forma de buscar informações do desenvolvimento de conceitos (conteúdos) matemáticos com o propósito de estudar suas formas e contextos de produção, seja esse em um estudo macro – aspecto sociocultural de sua produção, desenvolvimento e ensino – ou micro – conteúdo (objeto) selecionado do texto histórico para análise e potencialidades didáticas (BRANDEMBERG, 2020).

Com o suporte apresentado, julgamos possível dar seguimento à investigação da aritmética na Europa do século XIII, com a construção de uma historiografia considerando a articulação das esferas de análise da Historiografia Atualizada. Assim, a seguir, apresentamos condições de contorno gerados na sociedade e no sistema de ideias, a partir de fontes primárias e secundárias, bem como da apresentação das técnicas aritméticas que compõem o *Liber Abaci*.

CONDIÇÕES DE CONTORNO DO LIBER ABACI

Iniciamos ponderando nossa escolha pelo *Liber Abaci*, para representar a aritmética divulgada na Europa do século XIII. Esta escolha, se baseia nos estudos de autores como Potro (2007) e Sigler (2002), que apresentam o *Liber Abaci* como um texto central para a aritmética comercial do século XIII. Logo, sua importância reside em apresentar uma aritmética geral, ou seja, com generalizações para diversas situações e por apresentar a aritmé-

tica comercial, pois era uma das principais atividades neste século e para outras atividades urbanas.

- VI. O *Liber Abaci* foi escrito por Leonardo Pisano (*Fibonacci*) em 1202, ao chegar de suas viagens pelo oriente e teve uma reedição em 1228, pelo próprio autor, a partir de algumas considerações feitas por Michael Scott⁶ (1175 – 1235), o qual é citado nas primeiras linhas dessa reedição. O *Liber Abaci* teve um papel importante na Europa, como o de ser um dos responsáveis pela divulgação das cifras indianas. Mas, para o século XIII foi aquele que proporcionou uma organização e sistematização das técnicas exigidas pelo comércio em suas diversas atividades, bem como, pelos ofícios urbanos.

Desta forma, podemos asseverar que o *Liber Abaci* é um livro, *texto histórico*, que sistematiza os cálculos aritméticos com a utilização das cifras indianas. Aqui, consideramos a edição de 1857 do *Códice Magliabechiano*, composto por cerca de 6.000 manuscritos, estruturado em 40 classes temáticas, onde, se encontra o *Il Liber Abbaci di Leonardo Pisano* na classe cinco, edição esta realizada aos auspícios de Baldassarre Boncompagni (1821 – 1894), historiador da matemática e aristocrata italiano, que fez uma edição completa referente a reedição de 1228.

Em contato com o livro, o leitor se depara com a fala inicial de Leonardo Fibonacci que apresenta sua própria postura sobre a intencionalidade e o assunto de sua obra. Podemos, então, afirmar que este livro trata de cálculos, ou melhor, da sistematização dos cálculos com a utilização das cifras e do sistema numérico decimal posicional dos indianos, em suas palavras, Leonardo Fibonacci declara em sua obra que: “[...] publiquei a doutrina completa dos números, segundo o jeito dos indianos, método esse que escolhi, na própria ciência, mais elevada” (LEONARDO PISANO, 1857, p. 1).

Podemos evidenciar sua intenção instrutiva, quando organiza os capítulos para serem melhor compreendidos, permitindo que os futuros leitores ou aprendizes pudessem entender de uma forma mais clara seu conteúdo, dando a chance para os discípulos alcançarem a perfeição (LEONARDO PISANO, 1857).

Notamos também, a intenção de ser um manual, quando o autor apresenta a corte sua intencionalidade em facilitar o ensino em sua organização, este pensamento coaduna com Potro (2004) quando afirma ser o primeiro manual europeu em língua latina.

Nessa obra, ele deixa claro que tentou reunir todos os conhecimentos tomados em suas viagens para ensinar este novo *Método Aritmético* e para facilitar a compreensão das teorias apresentadas, como ele mesmo julga. Divide o livro em quinze capítulos, os quais são apresentados logo após o prólogo em uma espécie de índice, a edição de 1857, não traz

⁶ Foi filósofo e um dos estudiosos da corte do rei Frederico II.

nem um tipo de numeração neste momento, no entanto, no decorrer do livro traz a seguinte organização ordinal dos capítulos:

- I. Sobre o conhecimento das nove figuras indianas, e como cada número é escrito com elas, e quais números, e como devem ser retidos nas mãos, e nas introduções do cálculo.
- II. Sobre a multiplicação de números inteiros.
- III. Sobre adição um com o outro.
- IV. Sobre a extração de números menores de números maiores.
- V. Sobre a divisão de números inteiros por números inteiros.
- VI. Sobre a multiplicação de números inteiros com quebras e quebras sem inteiros.
- VII. Sobre a adição e extração e divisão de números inteiros com quebras e a redução de números quebrados em uma parte.
- VIII. Na compra e venda de mercadorias e afins.
- IX. Sobre a permuta de bens imóveis e sobre a compra de bens imóveis, e algumas regras semelhantes sobre as parcerias feitas entre associados.
- X. Sobre a parceria feita entre sócios.
- XI. Sobre a consolação das moedas e suas regras, que se refere ao conforto.
- XII. Sobre as soluções de muitas questões colocadas que chamamos de erráticas (errantes).
- XIII. Sobre a regra de *Elchataym*, como quase todas as questões errantes são resolvidas por ela.
- XIV. Sobre a descoberta de raízes quadradas e cúbicas por multiplicação e divisão, ou extraindo-as de si mesmas, e sobre o tratamento de binômios e suas raízes e suas raízes.
- XV. Sobre as regras relativas às proporções geométricas: sobre questões de álgebra e *Almuchabala*.

Nos impressiona, como o autor termina seu prólogo, humildemente deixa seu trabalho à disposição de avaliações, ressaltando que o prólogo é escrito a Michael Scott em nome da corte do rei Frederico II. Assim, termina ao declarar que “Se, por acaso, omiti algo menos ou mais apropriado, ou necessário, sua indulgência por mim é solicitada, pois não há ninguém que seja isento de culpa e em todas as coisas, seja totalmente circunspecto” (LEONARDO PISANO, 1857, p. 1).

O que dará sentido ao texto de Leonardo Pisano (1857), suas intencionalidades evidenciadas e organização apresentadas até aqui são os aspectos contextuais, os quais, po-

dem nos ajudar em uma ambientação medieval, na qual Leonardo Pisano escreveu seu primeiro livro.

Apontamos, assim, um conjunto de aspectos que permeiam a Idade Média, para tanto, iniciamos lembrando da ruptura do Império Romano, que rompeu fronteiras geográficas e culturais, bem como, de outros aspectos, tendo como consequência a quebra de relações importantes, como nas ciências e nas artes e o distanciamento linguístico, o que dificultou cada vez mais o acesso a obras anteriores ao século III.

Como apontado por Brito (2007), outro aspecto importante, foi a função absorvida pela igreja, de ser a principal mediadora da produção, divulgação e manutenção das ideias e conhecimentos, assim como, de ser a detentora da habilidade da leitura e da escrita, o que centralizou o acesso e a produção de conhecimento no clero. Isso limitou os critérios de acesso e da produção de conhecimento, que não poderia ser de outra forma esta veiculação do saber, se não, de estar a serviço da igreja, do conhecimento de Deus e do aprofundamento da Teologia.

Temos então, nos séculos VI e VII a construção de manuais dos saberes já produzidos, restringindo em sua maioria a traduções dos textos, como os feitos por Boécio (480 – 524), os compêndios de teologia, os manuais que tentavam reunir as artes liberais, com vistas a exegese bíblica, textos sobre as artes liberais de Cassiodoro (480 – 575), os livros dos números e as etimologias de Isidoro de Sevilha (550–636) e manuais de gramática⁷ que eram mais usados em situações práticas (BRITO, 2007). No entanto, o que nos chama atenção, é que esse contexto não era homogêneo em todo o ocidente, o qual, passaremos a denominar de Europa.

Também observamos que não havia uma hegemonia territorial e de governo, ou seja, o território europeu não partilhava de uma só cultura, sociedade, economia e liderança, fazendo deste um território diversificado. O que permitiu a entrada, em alguns pontos da Europa, de novos conhecimentos, como as técnicas para o comércio (manufatura) e para a agricultura (irrigação) vindas do oriente (VASCONCELOS, 1925).

Temos nos reinos da Sicília um destes ambientes heterogêneos, Schramm (2001), apresenta este reino como um ponto de interesse para as potências estrangeiras, o qual, teve sua colonização com os gregos, mas conquistado pelos romanos seguidos pelos godos, bizantinos e árabes. Outrossim, temos, juntamente com este ambiente heterogêneo, a oportunidade de acesso a livros em Árabe e em Grego em suas versões originais. Estes livros foram traduzidos para o Latim, tornando essa a língua da ciência e deixando para os reinos da Sicília o legado de maiores eruditos da época.

⁷ Relativo à agrimensura e medição de terras a partir da groma, uma ferramenta de medida utilizada pelos romanos.

Essas diversidades na Europa repercutiram em muitos aspectos da vida medieval, no entanto, temos nas atividades comerciais um aspecto que permeou boa parte da Idade Média e por boa parte da Europa, influenciando áreas como as ciências e as artes. Mesmo tendo uma grande repercussão temos nuances, podemos acordar com Potro (2012) quando esta destaca que,

O precursor do século XI não é o mesmo comerciante do século XIII nem aquele que superou as dificuldades do século XIV e projeta seu domínio indiscutível sobre o século XV. O comércio mercantil passou por importantes transformações ao longo desses séculos que levaram à sua *profissionalização e aceitação social* (POTRO, 2012, p. 202, grifo nosso).

Embora seja um fato essas diferenças no comércio e no comerciante ao longo da Idade Média, vejamos alguns pontos importantes e influenciadores deste aspecto da vida medieval. Começamos salientando a citação anterior, quando Potro (2012) apresenta que essas transformações, mesmo que heterogêneas, culminaram em sua profissionalização, bem como, na profissionalização de outros trabalhadores, como os cambistas, banqueiros e na organização da sociedade em grupos de ofícios.

Essas mudanças deram novas perspectivas ao clero, temos no valor das mercadorias vendidas pelos comerciantes umas dessas mudanças, pois em um dado momento eram contra a taxa acima do valor de custo de um produto e com tantas transformações passaram a aceitar a posição de que era justo cobrar uma quantia a mais em prol do trabalho e empenho empreendido pelos comerciantes ou pelos artífices que fabricavam os produtos (GUIMARÃES FILHO e BRANDEMBERG, 2022).

O que converge com Huberman (1981), quando apresenta a concepção do clero a partir de um pensamento bíblico⁸ sobre emprestar dinheiro a juros, assim, este autor apresenta que toda intenção de lucro em alguma transação se configurava como o pecado da usura.

Vemos que os elementos historiográficos se entrelaçam à medida que absorvemos as informações contidas na história europeia, pois, o crescimento comercial só portou um avanço devido, dentre outros aspectos, aos três mencionados por Potro (2012), o crescimento demográfico, crescimento da produção agrícola e uma maior estabilidade política.

Outrossim, o aumento da produção agrícola, o aumento da produção artesanal urbana e o contato com povos orientais, possibilitou ao comerciante gerar um impulso para desenvolver rotas locais e internacionais, tanto para o norte quanto para o sul, garantindo um grande aumento e a consolidação das atividades comerciais (GUIMARÃES FILHO; BRANDEMBERG, 2018).

⁸ Que lucro terá o homem, se ganhar todo o mundo e perder sua alma? (Mateus 16: 26).

Temos ainda, consoante Potro (2012), os avanços tecnológicos dos navios e instrumentos de navegação, um aspecto importante para o crescimento comercial que possibilitou o aumento considerável de suas rotas. Estes avanços assistiam o desenvolvimento de serviços de transportes para longas viagens como um ofício complementar.

Havia também, a ascensão de alguns serviços urbanos, como os banqueiros, já mencionados, que necessitavam de operações financeiras cada vez mais elaboradas e maiores, pois havia as operações de escambo, depósitos e empréstimos, bem como, movimentos de quantias consideráveis e transferências de dinheiro sem o seu transporte físico. Então, vemos que o crescimento do comércio não só estimulou o desenvolvimento dos banqueiros, como também da circulação monetária e do crédito comercial.

Percebemos com esses desenvolvimentos a necessidade de materiais que orientassem os trabalhos exercidos por essas profissões urbanas, mais especificamente livros técnicos, que, em geral, eram de aritmética, pois a grande parte do ofício destes trabalhadores era constituído de cálculos conhecidos como aritméticos, influenciando na maior circulação desses conhecimentos.

Toda produção desses livros técnicos de aritmética europeus dos séculos XIII, XIV e XV parecem estar intimamente ligados ao crescimento comercial, como instrumentos essenciais de apoio às atividades contábilísticas e fiscais, tudo para ter mais eficiência no desenvolvimento de seus serviços. O que leva ao alfabetismo de cunho utilitário, prático e profissional que unido a aritmética constituía um conhecimento indispensável para um bom negócio mercantil em qualquer escala (POTRO, 2009).

Temos então, Leonardo Fibonacci, que traz após suas viagens em 1202, não somente, uma álgebra e uma Aritmética desconhecida pela maioria dos europeus, mas, os algarismos e o sistema numérico decimal e posicional dos indianos, os quais, apresentaram muitas vantagens em relação a outros sistemas e outros algarismos. Com isso, aritmética com os algarismos romanos é sufocada pela otimização que o novo método deu a muitas atividades práticas, como o comércio e outras atividades urbanas, bem como, a própria aritmética, seja essa, prática, comercial ou mercantil.

Mesmo com alguns antagonismos, suas ideias foram amplamente aceitas na Itália e posteriormente na Europa, chamando a atenção de eruditos da época, como João de Palermo (1208 – 1289), e da corte, como a do rei Frederico II, que passa a ser um financiador da divulgação e implementação desse sistema numérico posicional decimal e suas cifras, assim como, da aritmética e da álgebra geométrica apresentada por Leonardo Fibonacci (GUIMARÃES FILHO; BRANDEMBERG, 2017).

Com demandas maiores de cálculos, com cálculos mais complexos e com as otimizações dadas pelo novo método, profissionais, como os abacistas, deixaram de ser procu-

rados, havendo conflitos de interesses, levando em certa medida ao seu enfraquecimento e posterior desaparecimento.

Com o exposto, podemos retornar ao conteúdo do *Liber Abaci*, com uma compreensão satisfatória do sistema de ideias e valores ao qual o livro estava a serviço, justificando sua episteme, sua organização e sistematização. Assim, organizamos os elementos aritméticos que compõem o *Liber Abaci* em três temáticas: Aritmética Básica (capítulo I ao VII); Aritmética Comercial (capítulo VIII ao XI); Situações Problemas (capítulo XII ao XV).

Na temática Aritmética básica temos inicialmente a apresentação das nove cifras indianas, “O primeiro capítulo começa. São as nove figuras dos indianos 9 8 7 6 5 4 3 2 1 e assim, com essas nove figuras, e para elas, este é o sinal de 0, chamado em árabe de *zephirum*, se forma qualquer tipo de número” (LEONARDO PISANO, 1857, p. 2).

O funcionamento do sistema numérico decimal posicional adotado, é explicado de forma minuciosa a valoração posicional que cada cifra passa a ter a partir de seu posicionamento. Para tanto, utiliza uma espécie de legenda com os algarismos romanos, que eram mais conhecidos à época. Também ensina como devia ser lido os números, utilizando uma regra chamada de “vara de três”, a qual, inferimos ser conhecida na Europa antes de Leonardo Fibonacci (SIGLER, 2002).

No texto de Leonardo Pisano (1857), são tratadas as regras de guardar quantidades na mão, que trata do registro de quantidades que serão necessárias para continuar ou concluir os cálculos de uma casa decimal para outra sem os registros escritos. Traz dentro dessa temática muitas tabelas como de adição e multiplicação, bem como, métodos de verificação chamado resíduo nove, o que Sigler (2002) denomina de lançando nove.

Ensina o algoritmo da multiplicação, uma técnica de multiplicação medieval chamada de tabuleiro de xadrez, adição por colunas, subtração de números inteiros, fração comum, fração composta, multiplicação com números inteiros e quebrados, simplificação de frações, multiplicação de inteiros por frações, adição, subtração e divisão de números quebrados. Vale ressaltar que a divisão está posta no livro como uma multiplicação por frações em que o numerador é menor que o denominador, a exemplo temos, o que representa para nós em uma matemática moderna.

Na temática Aritmética Comercial, temos o método da proporção e negociação para verificar a venda e a compra de uma certa mercadoria pelo melhor preço. E na última temática, temos diversas situações problemas, nas quais aparecem o método da falsa posição única e dupla, o método direto, soma de séries numéricas, a regra de quatro proporções, a regra da variação, duplicação de quadrados, método de duplicação, completamento de quadrados, proporções de três e quatro quantidades. É dentro dessa temática que surgem

problemas históricos, como o das duas torres, o qual, de fato, são dos dois pássaros, e da famosa sequência de Fibonacci, que trata de um problema de reprodução de coelhos.

Podemos observar que a efetivação dos métodos e técnicas no século XIII, advindas do *Liber Abaci*, não dependeram de fatores isolados, mas de um conjunto de fatores, como elencados até aqui, os quais não diminuíram a genialidade de Leonardo Pisano, mas que potencializaram o uso e a divulgação do conteúdo do livro, o que ofereceu ricas ferramentas para o século XIII.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Foi possível observar que ao resgatar um pouco da História como campo de estudo e conhecimento, ela nos oportuniza acessar critérios da escrita da ciência dos homens no tempo, para que com o mínimo de criticidade de sua práxis seja possível eleger caminhos ou critérios para evidenciar objetos matemáticos (científicos) em uma determinada época e lugar, dando condições mais adequadas de seu estudo.

Em particular escolhemos os critérios mais atualizados da historiografia, os quais foram nomeados de Historiografia Atualizada, para tanto, utilizamos as três esferas de análise que é uma de suas ferramentas. No entanto, tivemos que articular esta ferramenta a investigação de objetos matemáticos que se encontram em um suporte de um texto, a saber, o *Liber Abaci*, o qual, constituímos como um texto histórico a partir da classificação que adotamos como referência.

Balizados pelos critérios da Historiografia Atualizada e suas esferas de análise, articuladas a análise de textos históricos, foi possível construir as condições de contorno da aritmética medieval contida no *Liber Abaci*, a partir de alguns aspectos historiográficos e aritméticos, os quais foram apresentados na segunda seção, o que foi permitindo da ação conjunta das esferas de análise, oportunizando uma ambientação medieval e restituir a aritmética ao seu contexto.

Com a investigação sustentada pelas construções teórico-metodológicas da Historiografia Atualizada foi possível cumprir com nosso objetivo de investigar as condições de contorno da aritmética contida no *Liber Abaci* a partir das esferas de análise da Historiografia Atualizada.

Assim, podemos construir uma resposta para o questionamento feito inicialmente: *Como a utilização das esferas de análise da Historiografia Atualizada podem contribuir para uma investigação de objetos matemáticos em textos históricos?*

Assertivamente temos na ação conjunta das esferas contextual, historiográfica e epistemológica da Historiografia Atualizada, a possibilidade de restituir objetos matemáti-

cos contidos em textos históricos ao seu sistema de ideias e valores, ou seja, ao seu conjunto de saberes práticos ou teóricos, de crenças e de valores compartilhados pelos indivíduos que pertencem a uma mesma época e lugar.

Isso possibilita uma compreensão mais adequada do objeto, pois as esferas desvelaram sua funcionalidade, pelo fato de o texto histórico ser um produto e conjuntamente uma evidência do contexto e do (con)texto que estava a serviço, permitindo que objeto seja visualizado no passado com as funcionalidades do passado. O que leva a uma compreensão mais adequada por parte do pesquisador, a uma ação didática relevante por parte do educador e ao aprendizado mais significativo pelo educando.

REFERÊNCIAS

BARROS, José D'Assunção. **O campo da história: especialidades e abordagens**. Petrópolis, RJ: Vozes, 2004.

BARROS, José D'Assunção. **O projeto de pesquisa em história: da escolha do tema ao quadro teórico**. Petrópolis, RJ: Vozes, 2005.

BARROS, José D'Assunção. História e historiografia: todas as interações possíveis. In: BARROS, José D'Assunção (org). **A historiografia como fonte histórica**. Petrópolis, RJ: Editora Vozes, 2022.

BELTRAN, M. H. R.; SAITO, F.; TRINDADE, L. S. P. **História da ciência para formação de professores**. São Paulo: Ed. Livraria da Física; CAPES/OBEDUC, 2014.

BRANDEMBERG, João Cláudio. Una propuesta para el uso de historia en la enseñanza de las matemáticas: sobre la potencialidad didáctica de los textos históricos y el desarrollo de conceptos. **Revista Paradigma**, Vol. XLI, N° Extra 1; Abril de 2020, 266 – 284.

BRANDEMBERG, João Cláudio. Sobre textos históricos e o ensino de conteúdos matemáticos (p. 23 – 34). In: PEREIRA, A. C. C.; MARTINS, E. B. (org). **Investigações científicas envolvendo a história da matemática sob o olhar da pluralidade**. Curitiba: CRV, 2021.

BRANDEMBERG, João Cláudio. Revisitando a História da Matemática e enfatizando aspectos de sua formação (composição, consolidação) no campo da Educação Matemática. **Revista Cocar**. Edição Especial N.14/2022 p.1-21

BRITO, Arlete de Jesus. Matemática na idade média: entre o místico e o científico. **Revista Brasileira de História da Matemática**, Especial no 1, p. 127-141, 2007.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. Tendências historiográficas na história da ciência. In: Alfonso-Goldfarb, A. M.; Beltran, M. H. R (org). **Escrevendo a história da ciência: tendências, propostas e discussões historiográficas**. São Paulo, SP: EDUC/Livraria Editora da Física/Fapesp, 2004.

GUIMARÃES FILHO, José dos Santos; BRANDEMBERG, João Cláudio. Um estudo do *Liber*

Quadratorum (1225) e suas potencialidades para o ensino de Matemática. **REMATEC**/Ano 12/n. 26/set.-dez. 2017, p. 71 – 85.

GUIMARÃES FILHO, J. S.; BRANDEMBERG, J. C. O livro dos quadrados. **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática** – Volume 05, Número 14, 279 – 288, 2018.

GUIMARÃES FILHO, J. S.; BRANDEMBERG, J. C. Liber Abaci: contexto, competências, habilidades e potencialidades. Número Especial – V Seminário cearense de História da Matemática. **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática** – Volume 9, Número 26, 181 – 197, 2022.

HUBERMAN, Leo. **História da riqueza do homem**. Nova York, NY: Zahar Editores, 1981.

KRAGH, Helge. **Introdução à Historiografia da Ciência**. Porto: Porto Editora, 2001.

LEONARDO PISANO. **Liber Abaci**. Secundo la lezione del codice magliabrchiano, C. I, 2616, Badia Fiorentina, nº 73, Roma: 1857.

OLIVEIRA, Francisco Wagner Soares. **O instrumento jacente no plano na transição da geometria plana para a espacial na formação de professores**. 2023. 149 f. Tese (Doutorado em Educação) – Centro de Educação, Universidade Estadual do Ceará, Fortaleza, 2023.

POTRO, B. C. Oficios Urbanos y Desarrollo de la Ciencia y de la Técnica en la Baja Edad Media: la corona de castilla. **Norba**. Revista de Historia, vol. 17, 2004, p. 41–68.

POTRO, Betsabé Caunedo. **La Aritmética Mercantil Castellana en la Edad Media**: una breve aproximación. Universidad Autónoma de Madri. LUL, vol. 30, 2007, 5–19.

POTRO, Betsabé Caunedo. Un Manual de Aritmética mercantil de Mosén Juan de Andrés. **Pecunia**, 8, 2009, pp. 71-96.

POTRO, B, C. El desarrollo del comercio medieval y su repercusión en las técnicas mercantiles: Ejemplos castellanos. **Pecunia**, n. 15 (julio-diciembre), 2012, p. 201- 220.

SAITO, Fumikazu; DIAS, Marisa da Silva. Interface entre História da Matemática e ensino: uma atividade desenvolvida com base num documento do século XVI. **Ciência e Educação**, v.19, no1, p. 89-111, 2013.

SAITO, Fumikazu. História da Matemática e Educação Matemática: Uma proposta para atualizar o diálogo entre historiadores e educadores. In: **Actas VII Congreso Iberoamericano de Educación Matemática**, 3979-3987. Montevideo: FISEM/SEMUR, 2013.

SAITO, Fumikazu. **História da matemática e suas (re)construções contextuais**. São Paulo: Ed. Livraria da Física/SBHMat, 2015.

SAITO, Fumikazu. História e ensino de matemática: construindo interfaces. In: FLORES SALAZAR, J.; UGARTE GUERRA, F. (eds.). **Investigaciones en Educación Matemática**. Lima: Fondo Editorial PUCP, 2016, p. 237-291.

SAITO, Fumikazu. O texto e o contexto: caminhos para a análise de documentos. (Lecture),

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará, Campus Canindé, em parceria com o Grupo de Pesquisa em Educação e História da Matemática da Universidade Estadual do Ceará, realizado de modo on-line, 13 de julho de 2020.

SCHRAMM, Matthias. Frederick II of Hohenstaufen and Arabic Science. **Science in Context** 14(1/2), 2001, p. 289-312.

SIGLER, L. E. **Fibonacci's Liber Abaci**: a translation into modern english of Leonardo Pisano's book of calculation. New York: Ed. Springer, 2002.

SILVA, Isabelle Coelho da. A articulação entre história e ensino de matemática a partir de textos originais: considerações iniciais para o educador matemático. In: PEREIRA, Ana Carolina Costa (Org.). **Ensino e história da matemática**: enfoques de uma prática. Fortaleza: EdUECE, 2020. p. 40-56.

VASCONCELOS, Fernando Almeida e. **História Das Matemáticas na Antiguidade**. Lisboa: Livrarias Aillaud e Bertrand, 1925.

COMO CITAR – APA

GUIMARÃES FILHO, J. S.; BRANDEMBERG, J. C. (2024). Uma investigação histórica de um texto de Leonardo Pisano, edição de 1857, considerando as esferas de análise da Historiografia Atualizada. *PARADIGMA*, XLV(1), e2024010. <https://doi.org/10.37618/PARADIGMA.1011-2251.2024.e2024010.id1523>.

COMO CITAR – ABNT

GUIMARÃES FILHO, José dos Santos; BRANDEMBERG, João Cláudio. Uma investigação histórica de um texto de Leonardo Pisano, edição de 1857, considerando as esferas de análise da Historiografia Atualizada. **PARADIGMA**, Maracay, v. XLV, n. 1, e2024010, Ene./Jun., 2024. <https://doi.org/10.37618/PARADIGMA.1011-2251.2024.e2024010.id1523>.


HISTÓRICO

Submetido: 24 de marzo de 2023.

Aprovado: 10 de Diciembre de 2023.

Publicado: 30 de Enero de 2024.

EDITORES

Fredy E. González 

Luis Andrés Castillo 

ARBITROS

Dos árbitros evaluaron este manuscrito y no autorizaron la publicación de sus nombres