

O papel da Teoria da Objetivação na estruturação de uma investigação histórica em torno da obra *Ex Ludis Rerum Mathematicarum*

Valdenize Lopes do Nascimento¹ Bernadete Barbosa Morey²
Luis Radford³

Resumo

O objetivo do artigo é discutir o papel da Teoria da Objetivação na estruturação de uma investigação histórica em torno da obra *Ex Ludis Rerum Mathematicarum*, escrita pelo italiano Leon Battista Alberti em 1450. Usando a Teoria da Objetivação como quadro teórico e conceitual, o objetivo geral da pesquisa foi analisar o modo pelo qual a dialética entre a obra *Ex Ludis Rerum Mathematicarum* e o contexto social, histórico e cultural de sua produção é colocada em funcionamento, isto é, analisar o modo pelo qual a obra matemática emerge e, ao mesmo tempo, reproduz e afirma ideologicamente o contexto social, histórico e cultural de sua produção. Para tanto, são destacados os conceitos e pressupostos dessa teoria utilizados na definição dos elementos estruturantes da investigação: problema de pesquisa, objeto de estudo, questão de pesquisa, objetivo geral e tese defendida.

Palavras-chave: Teoria da Objetivação. Investigação histórica em torno de uma obra matemática. *Ex Ludis Rerum Mathematicarum*. Dialética entre obra e contexto.

The role of the Theory of Objectification in the structuring of a historical research around the work *Ex Ludis Rerum Mathematicarum*

Abstract

The aim of the article is to discuss the role of the Theory of Objectification in the structuring of a historical research around the work *Ex Ludis Rerum Mathematicarum*, written by the Italian Leon Battista Alberti in 1450. Resorting to the Theory of Objectification as a theoretical and conceptual framework, the general objective of the research was to analyze the way in which the dialectic between the work *Ex Ludis Rerum Mathematicarum* and the social, historical, and cultural context of its production is put into operation, that is, to analyze the way in which the mathematical work emerges and, at the same time, reproduces and ideologically affirms the social, historical and cultural context of its production. To this end, the concepts and assumptions of this theory used in the definition of the structuring elements are highlighted: research problem, object of study, research question, general objective, methodology and defended thesis.

Keywords: Theory of Objectification. Historical research on a mathematical work. *Ex Ludis Rerum Mathematicarum*. Dialectics between work and context.

¹ Universidade Federal Rural do Semi-Árido (UFERSA), Mossoró, Brasil. E-mail: denizeln@ufersa.edu.br

² Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN), Natal, Brasil. E-mail: bernadetemorey@gmail.com

³ Laurentian University (UA), Sudbury, Canada. E-mail: lradford@laurentian.ca

El papel de la Teoría de la Objetivación en la estructuración de una investigación histórica en torno a la obra *Ex Ludis Rerum Mathematicarum*

Resumen

El objetivo del artículo es discutir el papel de la Teoría de la Objetivación en la estructuración de una investigación histórica en torno a la obra *Ex Ludis Rerum Mathematicarum*, escrita por el italiano Leon Battista Alberti en 1450. Utilizando la Teoría de la Objetivación como marco teórico y conceptual, el objetivo general de la investigación fue analizar la manera en que se operacionaliza la dialéctica entre la obra *Ex Ludis Rerum Mathematicarum* y el contexto social, histórico y cultural de su producción, es decir, analizar la manera en que la obra matemática emerge y, al mismo tiempo, reproduce y afirma ideológicamente el contexto social, histórico y cultural de su producción. Para ello, se destacan los conceptos y supuestos de esta teoría utilizados para definir los elementos estructurantes de la investigación: problema de investigación, objeto de estudio, pregunta de investigación, objetivo general y tesis defendida.

Palabras clave: Teoría de la Objetivación. Investigación histórica en torno a una obra matemática. *Ex Ludis Rerum Mathematicarum*. Dialéctica entre obra y contexto.

CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Quando se propõe um estudo sobre uma obra em História da Matemática, ou de qualquer outra ciência, é necessário levar em consideração que existem diferentes tipos de estudo possíveis. No caso da matemática, por exemplo, o primeiro tipo que vem à mente é um estudo do tipo histórico-matemático, aliás, frequentemente encontrado em dissertações e teses defendidas no Brasil. Por estudo histórico-matemático nos referimos ao estudo que envolve uma análise matemática do conteúdo de uma obra matemática antiga.

Um estudo desse tipo foi desenvolvido por Ana Carolina Pereira (2010) em sua investigação doutoral. A autora examinou a obra *De triangulis omnimodis libri quinque*, escrita no século XV pelo matemático e astrônomo alemão Johan Müller (mais conhecido como Regiomontanus), tendo em vista que esta obra marca o nascimento da trigonometria como ciência independente da astronomia. Pereira (2010) apresenta a descrição, a tradução e a análise de alguns aspectos dessa importante obra⁴. O estudo realizado mostra que nessa obra de Regiomontanus a trigonometria é abordada como um ramo da matemática subordinado à geometria e voltado para o estudo dos triângulos. O estudo destaca o grande número de teoremas originais formulados por Regiomontanus como, por exemplo, uma fórmula trigonométrica para a área de um triângulo. Além disso, destaca também que Regiomontanus usa álgebra para resolver problemas geométricos e mostra o primeiro teorema prático para a lei dos cossenos na trigonometria esférica.

É importante esclarecer, entretanto, que o estudo do tipo histórico-matemático está longe de ser o único tipo possível quando se trata de investigações envolvendo obras em História da Matemática. Além disso, algumas questões preliminares são essenciais quando se trata de definir os elementos estruturantes de uma investigação e escolher o referencial teórico para análise da obra. Uma das questões mais importantes neste sentido é: qual(is) a(s) finalidade(s) do estudo que será realizado?

⁴ Para o referido estudo a autora utilizou a versão *Regiomontanus on Triangles* editada por Barnabas Hughes (1967) que apresenta o trabalho original de Regiomontanus em latim e uma tradução em inglês.

O estudo de *De triangulis omnimodis libri quinque* desenvolvido por Pereira (2010), por exemplo, tinha com uma de suas finalidades apresentar, ainda que de modo breve, o desenvolvimento da trigonometria no século XV.

Para evidenciar que as finalidades do estudo constituem um fator relevante na definição dos elementos estruturantes de uma investigação sobre uma obra antiga e na escolha do referencial teórico, apresentamos, de modo breve, dois casos de teses doutorais que envolvem o estudo de uma obra antiga com finalidades diferentes da finalidade do estudo realizado por Pereira (2010).

O primeiro caso se refere à tese de Kaline Andrade (2022), que desenvolveu uma investigação sobre o *Tratado da Circunferência (al-Risāla al-Muhītīyya)*, escrito pelo estudioso islâmico al-Kāshī em 1424. O texto base para o estudo foi a tradução russa do *Tratado da Circunferência*, a partir da qual foi criada uma versão de trabalho em português⁵. Foram exploradas na tese tanto questões relacionadas aos manuscritos e traduções e aspectos historiográficos e contextuais, quanto questões relacionadas aos aspectos matemáticos e epistemológicos da obra, por meio de uma série de estudos relacionados a cada uma das partes do tratado. A principal finalidade do estudo desenvolvido pela autora era destacar elementos do *Tratado da Circunferência* que apresentassem potencialidades pedagógicas para uso em sala de aula. Neste caso, a autora optou por um estudo histórico, matemático e epistemológico. Quanto ao referencial teórico utilizado para análise da obra, a autora adota uma perspectiva sociocultural da História da Matemática de Radford (2011), “que permite enxergar a História da Matemática (HM) como um laboratório epistemológico no qual se pode explorar a construção histórica do conhecimento matemático” (Andrade, 2022, p. 22). A autora adota também como referencial para análise da obra a metodologia de análise de textos em HM conforme proposta pelo historiador da ciência Fumikazu Saito como uma das etapas da construção de uma interface entre HM e Ensino⁶.

O segundo caso se refere à tese de Rosângela Silva (2023), que envolveu um estudo sobre o *Tratado Algébrico* do matemático islâmico Omar Khayyam (1048-1131)⁷. A obra apresenta a resolução das equações cúbicas utilizando procedimentos geométricos. A forma de mesclar geometria e álgebra apresentada na obra foi utilizada por Silva (2023) na confecção de tarefas cuja finalidade era investigar os caminhos que levam o professor de matemática em formação inicial a desenvolver mais de um modo de ver um mesmo objeto matemático. Neste caso, a autora também optou por um estudo histórico, matemático e epistemológico da obra. Contudo, considerando um texto matemático como um tipo de forma simbólica, a autora baseou-se na Hermenêutica de Profundidade (HP), um referencial metodológico proposto pelo sociólogo John Brookshire Thompson (2011) para realizar análises de formas simbólicas.

É possível observar, portanto, que cada uma das três teses acima citadas incluiu uma investigação histórica em torno de uma obra matemática antiga. No primeiro caso, a finalidade do estudo era mostrar particularidades do processo no qual a trigonometria tornou-se independente da astro-

⁵ A autora utilizou em sua pesquisa a versão de al-Kāshī (1954).

⁶ Sobre a construção de interfaces entre História da Matemática e Ensino, vide Saito (2016).

⁷ A autora utilizou em sua pesquisa a versão de Khayyam (1953).

nomia e, portanto, um estudo histórico-matemático adequou-se perfeitamente. No segundo caso, o objetivo do estudo era identificar na obra os excertos com potencialidades pedagógicas para usar em sala de aula. Para atingir o objetivo, foi realizado um estudo histórico, matemático e epistemológico. No terceiro caso, o objetivo era buscar excertos da obra com potencialidades pedagógicas bem específicas pois buscava-se investigar os caminhos pelos quais os professores em formação inicial poderiam desenvolver uma nova habilidade: olhar um objeto matemático e vê-lo sob distintas perspectivas. Para tanto, a autora desenvolveu um estudo histórico, matemático e epistemológico e optou por recorrer à HP como referencial metodológico de análise da obra.

É importante destacar que as duas últimas teses citadas, devido às finalidades didáticas e pedagógicas do estudo realizado, optaram por recorrer à Teoria da Objetivação (TO) enquanto teoria educativa. Andrade (2022) recorre à metodologia da TO para propor atividades de ensino e aprendizagem a partir da obra histórica estudada. Silva (2023) também recorre à metodologia da TO, como no caso de Andrade (2022), mas vai além. Apoia-se na posição da TO de que a visão é um órgão cultural e, a partir desta posição, elabora as atividades de ensino e aprendizagem que constam na tese.

Em nossa investigação doutoral, que, como nos casos das duas teses doutorais citadas anteriormente, também envolveu o estudo de uma obra matemática antiga, também recorreremos à TO como quadro teórico e conceitual. Contudo, em nosso caso, o recurso à TO se deu de modo diferente do modo utilizado nas teses citadas, uma vez que a finalidade de nossa investigação também era diferente da finalidade de cada uma delas. Sendo considerada não apenas como uma teoria de ensino e aprendizagem, mas também como um referencial teórico e conceitual que permite *analisar a relação* entre uma obra textual antiga e o contexto social, histórico e cultural de sua produção, a TO permeou toda a estruturação e a construção do percurso metodológico de nossa investigação. Por este motivo, afirmamos que, em última instância, a investigação por nós desenvolvida com base na TO constituiu-se também em um exercício de ampliação dos limites dessa teoria. Neste sentido, nossa investigação se afastou do padrão de estudos históricos-matemáticos mais frequentes e também das pesquisas empíricas realizadas com base na TO enquanto teoria educativa. Deste modo, o estabelecimento dos elementos estruturantes e a construção do percurso metodológico da investigação exigiram ainda mais cuidado e reflexão.

O objetivo deste artigo é discutir o papel da TO na estruturação da investigação histórica por nós desenvolvida em torno da obra *Ex Ludis Rerum Mathematicarum*, escrita pelo italiano Leon Battista Alberti em 1450, evidenciando os conceitos e pressupostos dessa teoria que foram utilizados na definição dos elementos estruturantes da investigação: problemática de pesquisa, objeto de estudo, questão de pesquisa, objetivo geral e tese defendida. Para isto, relatamos o processo de estruturação da investigação na qual a TO se apresentou não apenas como uma teoria de ensino e aprendizagem, mas como uma teoria que busca refletir os fenômenos sociais e culturais de produção de saberes a partir de uma visão materialista dialética de mundo, cujos conceitos e posições teóricas possuem efeito ideológico organizador.

O artigo está estruturado em quatro partes, sendo a primeira delas, esta que chamamos de Considerações Iniciais. Na segunda parte, que denominamos de “Os elementos estruturantes da investigação histórica”, discorremos sobre como chegamos ao tema desenvolvido nesta tese tomando como ponto de partida o conceito de saber da TO e apresentamos a questão de investigação e o objetivo geral associado. A terceira parte contém uma breve exposição dos conceitos e pressupostos da TO que nos levaram a considerá-la como arcabouço teórico ideal para o desenvolvimento da investigação. Na quarta e última parte, apresentamos uma visão geral do desenvolvimento do artigo e nossas considerações finais.

OS ELEMENTOS ESTRUTURANTES DA INVESTIGAÇÃO HISTÓRICA

A Teoria da Objetivação vem ocupando um espaço cada vez maior enquanto arcabouço teórico e metodológico para as pesquisas desenvolvidas no âmbito do seu campo de origem: a Educação Matemática, bem como, em outros campos de pesquisa, como é o caso, por exemplo, do Ensino de Ciências. Boa parte dessas pesquisas envolvem investigações sobre a aprendizagem dos saberes escolares, ou abordam temáticas como ética e/ou formação de professores, como pode ser observado, por exemplo, em Gobara e Radford (2020) e na edição temática *A Teoria da Objetivação* da Revista Matemática, Ensino e Cultura (REMATEC) de 2021⁸.

O estudo sobre a TO que realizamos ao longo dos anos de formação doutoral nos fez perceber que, devido a sua ampla base teórica e conceitual, essa teoria poderia ser utilizada como quadro teórico e conceitual em outros tipos de investigação, nos levando a levantar a *hipótese* de que o alcance da TO poderia ir além das investigações empíricas em salas de aula, podendo ser utilizada também como arcabouço teórico e conceitual em pesquisas no campo da História da Matemática, mais precisamente, em pesquisas relacionadas aos processos de constituição histórica, social e cultural dos saberes matemáticos⁹. A confirmação da hipótese levantada significaria, dentre outras possibilidades, uma ampliação dos limites da TO.

Sendo uma teoria educativa que trata da aprendizagem, a TO tem o saber como um de seus conceitos fundamentais, um conceito imprescindível para definir e compreender o conceito de aprendizagem dessa teoria. Para a TO, o saber é uma entidade que se constitui histórica, social e culturalmente a partir da atividade dos indivíduos. Em outras palavras, o que isto significa é que o “saber existe na cultura e emerge e muda continuamente por meio da atividade humana” (Radford, 2021, p. 66).

Deste modo, quando se fala sobre a aprendizagem, a questão do saber e sua natureza não pode deixar de ser abordada, pois, a aprendizagem sempre se refere a aprender algo. No caso da matemática, por exemplo, a aprendizagem pode se referir a um saber aritmético, algébrico, trigonométrico, geométrico ou a outros saberes matemáticos (Radford, 2021).

⁸ Vide: **Revista de Matemática, Ensino e Cultura** - REMATEC, Belém/PA, v. 16, n. 39, p. 01-18, Set-Dez, 2021. Disponível em: <https://www.rematec.net.br/index.php/rematec/issue/view/3>.

⁹ Vide: Nascimento (2022).

Em outras palavras, o que Radford (2021) está propondo é que: para alcançar uma maior compreensão acerca da aprendizagem é necessário alcançar uma compreensão mais profunda acerca do processo de constituição do saber. Foi com este propósito que nos dedicamos, ao longo de nossa investigação doutoral, a *explorar* o processo de constituição do saber matemático, isto é, examinar este processo, buscando compreender melhor como os saberes matemáticos são produzidos e transformados no âmbito de uma sociedade e sua cultura, em determinado tempo histórico.

É importante esclarecer, entretanto, que, na perspectiva da TO, diferentemente do que costuma considerar o senso comum, a produção de saberes não está limitada a determinados indivíduos (como cientistas e matemáticos, por exemplo) ou a determinados grupos e instituições sociais (como grupos e instituições de pesquisas, por exemplo). Isto significa, conforme foi esclarecido em Nascimento (2022, p. 18), que, para essa teoria, “todos os indivíduos, no âmbito de suas práticas sociais, participam ativamente na produção dos diversos saberes culturais”

Para a TO, o saber se constitui a partir de diferentes instâncias, isto é, os saberes podem ser produzidos em diferentes ambientes e de várias formas. Uma sala de aula, por exemplo, é um ambiente de produção de saberes. Nela, novos saberes são produzidos por meio do labor conjunto de professores e estudantes a partir de saberes já existentes. Outra instância possível de produção de saberes é a produção de artefatos. Instrumentos para medição, softwares e livros são alguns exemplos de artefatos produzidos pelos indivíduos. Por meio da atividade de produção desses artefatos, novos saberes também são produzidos.

Essa linha de argumentação nos permite concluir que, da perspectiva da TO, sempre que uma nova obra textual é produzida, ocorre uma produção de saberes. Portanto, uma das formas possíveis “de explorar o processo de constituição histórica, social e cultural dos saberes matemáticos é por meio de investigações acerca da produção de obras matemáticas textuais” antigas (Nascimento, 2022, p. 19).

Nesta direção, nos propusemos a realizar uma investigação histórica cujo propósito consistiu em demonstrar que a produção de uma obra matemática, e, conseqüentemente, a produção dos saberes matemáticos, “está longe de ser neutra e desinteressada, sendo permeada por questões sociais, culturais, econômicas, políticas, éticas, estéticas, epistemológicas, ideológicas, dentre outras” (Nascimento, 2022, p. 19). Foi com este propósito que voltamos nosso olhar para a produção da obra *Ex Ludis Rerum Mathematicarum*, à qual iremos nos referir no decorrer do restante deste artigo mencionando apenas o termo *Ex Ludis*.

Uma vez que, para a TO, os saberes são produzidos histórica, social e culturalmente e a produção de uma obra textual é considerada como uma forma de produção de saber, conclui-se que a produção de uma obra textual é um fenômeno contextual, ou seja, que a obra está profundamente relacionada com o contexto de sua produção e, portanto, não pode ser separada desse contexto. Diante de tal pressuposto, empreendemos uma investigação sobre a obra *Ex Ludis* em relação ao contexto de sua produção e delimitamos como *objeto de estudo* da investigação a *relação* entre a referida obra e o contexto social, histórico e cultural de sua produção.

É importante destacar que foi a própria produção bibliográfica de Luis Radford que nos levou a delimitar esse objeto de estudo, mais precisamente, o artigo no qual o autor da TO apresenta a obra *Arithmetica Practica*¹⁰ e o artigo que apresenta uma breve análise da relação entre a referida obra e o contexto de sua produção, a saber, Radford (2007) e Radford (2019), respectivamente. No artigo de 2007, o autor se concentra na visão artefactual da obra, enquanto no de 2019, ele se concentra nas práticas matemáticas na Guatemala colonial, questionando sobre as formas como as matemáticas – particularmente, a obra de Padilla – se encaixam e respondem ideologicamente às estruturas econômicas, políticas e educacionais de seu tempo.

Conforme mencionado anteriormente, decidimos desenvolver nossa investigação em torno da obra *Ex Ludis*, partindo do pressuposto de que uma obra e o contexto de sua produção não podem ser vistos separadamente. Conforme explicado em Nascimento (2022, p. 20),

Por contexto social, histórico e cultural consideramos o conjunto de fatores, circunstâncias, ideologias, indivíduos, necessidades (materiais ou não), grupos, instituições e práticas sociais, que estão em torno de um acontecimento ou fenômeno ocorrido em determinados: tempo, sociedade e cultura. Neste caso, o contexto envolve não apenas a época e o lugar em que o acontecimento ou fenômeno ocorreu, ele compreende diversos aspectos sociais, políticos, econômicos, estéticos, éticos, epistemológicos, intelectuais, conceituais, ideológicos, dentre outros, que permeavam a sociedade e a cultura da época e local em questão.

Esta concepção de contexto está em consonância com a concepção da consubstancialidade que a TO, assim como as demais teorias socioculturais, defende. De fato, de acordo com Radford (2021, p. 40, grifo do autor):

A TEORIA DA OBJETIVAÇÃO faz parte do campo crescente das teorias socioculturais educativas contemporâneas (...), cujo denominador comum é a afirmação de que os seres humanos são **consustanciais** à cultura ou culturas nas quais eles vivem suas vidas. Consubstancialidade aqui significa que existe um profundo entrelaçamento das culturas com o que os seus indivíduos pensam, fazem, sentem, imaginam, esperam e sonham.

Também mencionamos anteriormente que o objeto de estudo da investigação foi a relação entre a obra *Ex Ludis* e o contexto social, histórico e cultural de sua produção. De um ponto de vista imediato e aparente, poderíamos nos deter ao fato de que no século XV, o autor da obra, Alberti, buscava responder aos anseios de um nobre, Meliaduse, e se dispôs a escrevê-la com a finalidade de lhe proporcionar prazer e entretenimento como consta na dedicatória da obra. No entanto, estaríamos nos detendo apenas ao nível mais superficial ou mais imediato da produção da obra.

A TO, por meio de sua base teórica e conceitual materialista dialética, permitiu considerar nosso objeto de estudo como um objeto dinâmico, dialético. Em outras palavras, nos permitiu considerar a relação entre a obra *Ex Ludis* e o contexto de sua produção como uma relação dialética. É importante frisar que a dialética, neste caso, refere-se ao modo como a obra emerge e, ao mesmo tempo, reproduz e afirma o contexto de sua produção e foi “considerada em termos ideológicos, isto é, em termos de visões de mundo que são, ao mesmo tempo, sociais, culturais, políticas, éticas e estéticas” (Nascimento, 2022, p. 24).

¹⁰ Uma obra publicada em 1732 pelo padre Juan José Padilla em Santiago de Guatemala, cidade atualmente conhecida como Antigua Guatemala (Radford, 2007).

Tendo em vista que nossa investigação teve como propósito explorar o processo de constituição histórica, social e cultural do saber matemático, a delimitação do objeto de estudo, isto é, da relação entre a obra e o contexto de sua produção nos levou a formular a seguinte indagação que tomamos como *questão de investigação*: “de que modo a obra *Ex Ludis Rerum Mathematicarum* emerge e, ao mesmo tempo, reproduz e afirma ideologicamente o contexto social, histórico e cultural de sua produção?” (Nascimento, 2022, p. 20).

Partindo do pressuposto da dialética entre obra e contexto e para responder à questão de investigação, foi delimitado como *objetivo geral* da investigação: “analisar o modo segundo o qual se põe em funcionamento a dialética entre a obra *Ex Ludis Rerum Mathematicarum* e o contexto social, histórico e cultural de sua produção” (Nascimento, 2022, p. 21).

A questão de investigação formulada e o objetivo geral delimitado, por sua vez, estavam em consonância com a *postura historiográfica* que assumimos seguindo Radford (2019), ao afirmar que:

investigar acerca das práticas matemáticas históricas é indagar acerca das matemáticas tal como foram imaginadas, pensadas e utilizadas dentro de determinado contexto histórico e cultural. Também, é indagar sobre as maneiras pelas quais as matemáticas, os matemáticos, os livros de matemática e outros artefatos encaixam e respondem ideologicamente às estruturas econômicas, políticas e educativas [ou outras estruturas] de seu tempo (Radford, 2019, p. 3, tradução nossa).

É importante ressaltar, entretanto, que qualquer abordagem historiográfica está sempre fundamentada em um conjunto de perspectivas teóricas e conceituais. Essas perspectivas, por sua vez, refletem as intenções do investigador, os objetivos da pesquisa e aquilo que ele procura observar no passado. Por isso, é fundamental identificar os dados históricos que sejam relevantes, pois, como explica Luis Radford (2011), os dados históricos não possuem interesse intrínseco, o interesse surge a partir do quadro teórico e conceitual que sustenta a investigação. Esse quadro, além de permitir a explicação sobre os dados coletados, possibilita também a interpretação do fenômeno investigado.

É importante ressaltar que a análise realizada em nossa investigação não foi, em nenhum momento, e nem teve a intenção de ser, neutra. Ela foi conduzida a partir de uma perspectiva teórica específica: a Teoria da Objetivação, que se fundamenta em uma ampla base teórica, conceitual e metodológica, articulada em torno do Materialismo Dialético.

A análise do modo de funcionamento da dialética entre a obra *Ex Ludis* e o contexto de sua produção “demonstrou, dentre outras coisas, que essa obra de Alberti é um artefato que incorpora, refrata e afirma as ideologias que operavam na Itália quatrocentista” (Nascimento, 2022, p. 21-22). A investigação realizada nos permitiu a identificação de duas ideologias que estão por trás da produção da obra, as quais denominamos na tese por *ideologia humanista* e *ideologia dos artistas*. Não é por acaso que, “dentre os indivíduos que mais sofreram influência e mais contribuíram para a propagação dessas duas ideologias durante o século XV está exatamente o humanista e arquiteto italiano Leon Battista Alberti, autor da obra” (Nascimento, 2022, p. 21-22).

Baseados na investigação realizada e nos resultados obtidos, a *tese defendida* foi que:

A Teoria da Objetivação constitui um quadro teórico e conceitual com potencial analítico para explorar o processo de constituição histórica, social e cultural dos saberes matemáticos por meio da análise da relação entre uma obra matemática textual e o contexto social, histórico e cultural de sua produção (Nascimento, 2022, p. 22).

O tipo de investigação que realizamos é um recurso importante para revelar o que está por trás da produção de uma obra matemática. Em outras palavras, é uma maneira de expor as ideologias que uma obra matemática carrega em sua essência e, ao mesmo tempo, as reproduz e afirma (Nascimento, 2022, p. 22).

| A TO COMO QUADRO TEÓRICO E CONCEITUAL

A escolha de um quadro teórico e conceitual para uma investigação deve ser feita com muito cuidado, para não incorrer em conexões equivocadas, ou mesmo, no uso de perspectivas e abordagens incompatíveis. O fato de recorrer somente à TO como referencial teórico e conceitual reduz este risco ao mínimo pois, além de se assentar sobre o Materialismo Dialético, a TO articula seus diversos referenciais em torno desta mesma base filosófica. Faz-se necessário, portanto, apresentar os principais conceitos e pressupostos da TO que nos fizeram considerá-la adequada para desempenhar o papel a ela atribuído no desenvolvimento da tese doutoral.

O recurso à TO implicou no recurso ao Materialismo Dialético como método de investigação, o que foi um fator importante e um grande benefício para nossa investigação. O Materialismo Dialético enquanto método de investigação é inquisitivo e reflexivo, implicando uma prática verdadeiramente filosófica (Radford, 2021, p. 30). Baseando-nos em Netto (2011), consideramos que tal método possibilita alcançar a essência do objeto estudado, isto é, sua estrutura e sua dinâmica, partindo de sua aparência.

Mais importante ainda, as concepções de indivíduo, sociedade e cultura que a TO apresenta, em conjunto com seus conceitos e concepções articulados sobre: saber, matemática, atividade humana, prática social, sistemas semióticos de significação cultural, ideologia, dentre outros, nos levaram a olhar para Alberti, o autor de *Ex Ludis*, e Meliaduse, o destinatário da obra, como seres que possuem diversas necessidades e como subjetividades que estão em permanente processo de constituição. Tais concepções e conceitos também nos levaram “a olhar para *Ex Ludis* como um artefato que foi produzido para satisfazer determinadas necessidades e para a produção da obra como parte dos processos de constituição de Alberti e Meliaduse” (Nascimento, 2022, p. 22).

Apresentamos a seguir os principais conceitos e pressupostos que embasaram nossa investigação.

Os humanos como seres sociais, históricos e culturais

Baseados na TO e sua abordagem materialista dialética, partimos do princípio de que nós, humanos, somos seres sociais, históricos e culturais. Dessa forma, não podemos ser concebidos como separados do mundo, da sociedade e das culturas onde nascemos e vivemos. Isso significa que tudo o que, e como, sentimos, pensamos, imaginamos, necessitamos, fazemos, sonhamos e esperamos está profundamente entrelaçado com nossa cultura e nosso contexto histórico e social, isto é, a cultura fornece a matéria-prima da qual extraímos as ideias sobre quem somos: nossos significados, nossa identidade e nosso poder de ação, (Radford, 2017; 2018).

No entanto, é importante frisar que, para a TO, a relação entre nós, humanos, e nossas culturas, não é causal, mecânica, nem unilateral. Trata-se de uma relação dialética, onde as culturas nos formam como indivíduos ao mesmo tempo em que nós, por meio de nossa atividade coletiva, produzimos cultura.

Cultura e sociedade

Para a TO, uma cultura é uma entidade composta por diversos componentes interligados por um conjunto dinâmico de relações societais. Essas relações agem simultaneamente, gerando, contextualmente, tensões e conflitos que mantêm a cultura continuamente em movimento. Assim, pode-se afirmar que uma cultura é um todo em constante movimento (Radford, 2021).

Nessa perspectiva, as culturas são vistas como locais heterogêneos de tensões, conflitos, resistências e significados, nos quais os processos sociais são moldados por questões ideológicas, econômicas, políticas, éticas, estéticas e epistemológicas, entre outras (Radford, 2021).

A base dessa concepção de cultura reside em uma perspectiva dinâmica da sociedade, onde diversos e diferentes processos estão ocorrendo. Esses processos têm naturezas diversas, como a econômica, a política, a artística, a legal, a ética, a estética, a científica, a matemática, a ideológica, por exemplo. À medida que esses processos acontecem, eles se influenciam e se modificam mutuamente (Radford, 2021).

Contudo, nas concepções de sociedade e cultura adotadas pela TO, nenhum dos processos sociais é considerado determinante dos demais, nem mesmo o econômico. Cada processo social participa, ainda que com nuances e intensidades diferentes, na constituição e transformação de todos os demais processos (Radford, 2021).

Para Radford (2021, p. 215), chega-se assim “a um conceito de cultura onde arte, música, literatura e história são o resultado combinado dos vários processos da sociedade” Para o autor, essa visão de sociedade permite ver os processos culturais como diferenciados entre os grupos sociais e dispersos na sociedade. As culturas, neste caso, em vez de serem vistas como monolíticas e homogêneas, são consideradas intrinsecamente conflituosas, políglotas, abertas e mutáveis (Radford, 2021).

Concepção antropológica

Ao adotar a TO como quadro teórico e conceitual, também assumimos sua concepção antropológica acerca dos seres humanos. Nessa perspectiva, os humanos são vistos como seres naturais e, como tais, estão profundamente interligados com as outras partes da natureza, sendo inevitavelmente afetados por elas. Essas relações, que incluem também as relações sociais e a própria existência humana, baseiam-se em condições de vida que são social, cultural e historicamente constituídas (Radford, 2021).

Assim como os outros seres naturais, os humanos têm diversas necessidades que são satisfeitas por meio de objetos externos a eles. Para atender a essas necessidades, sejam elas de sobrevivência, espirituais, artísticas, intelectuais, educacionais, políticas, econômicas ou outras necessidades criadas ou emergidas na sociedade, “os seres humanos se envolvem ativamente no mundo. *Eles produzem*” (Radford, 2021, p. 57, grifo nosso).

O fato de os seres humanos produzirem, eles próprios, os meios para satisfazer suas necessidades, ou seja, seus meios de existência, é, para Marx e Engels (2002), o que realmente os distingue dos outros animais, é o primeiro ato histórico desses indivíduos. De fato, os autores afirmam que:

Pode-se distinguir os homens dos animais pela consciência, pela religião e por tudo o que se queira. Mas eles próprios começam a se distinguir dos animais logo que começam a produzir seus meios de existência, e esse passo à frente é a própria consequência de sua organização corporal. Ao produzirem seus meios de existência, os homens produzem indiretamente sua própria vida material (Marx e Engels, 2002, p. 10).

No entanto, Marx e Engels (2002) esclarecem que essa produção deve ser compreendida não apenas do ponto de vista da existência física dos indivíduos, mas também em relação a satisfação de todas as suas necessidades. Eles afirmam que o primeiro fato histórico é a produção dos meios que permitem satisfazer as necessidades dos indivíduos, a produção da própria vida material. Eles reforçam essa ideia ao destacar que, mesmo quando “a realidade sensível se reduz a um bastão, ao mínimo possível (...), essa realidade implica a atividade que produziu esse bastão” (Marx e Engels, 2002, p. 22)

Isto significa que toda produção realizada pelos seres humanos para satisfazer suas necessidades, independentemente de quão simples seja, acontece no âmbito de uma prática social. Esse processo não apenas integra os indivíduos ao mundo social, mas também possibilita “a produção de sua própria existência” (Radford, 2021, p. 57).

O processo social pelo qual os seres humanos produzem os meios para satisfazer suas necessidades e, por conseguinte, a si próprios, é a atividade humana. Para a TO essa atividade é, ao mesmo tempo, sensível, material e concreta (Radford, 2021).

Atividade humana e prática social

Na perspectiva da TO, a atividade humana não se refere apenas a um conjunto de ações que as pessoas, em grupo ou individualmente, realizam para atingir um determinado objetivo. Para

Radford (2021), esta seria uma concepção funcional e técnica da atividade, equivalendo apenas aos atos e feitos dos indivíduos. Neste caso, a atividade significaria, simplesmente, a ocupação com algo.

Atividade, para a TO, é um modo de vida, um fenômeno espaço-temporal que envolve a energia que os indivíduos gastam para produzir algo coletivamente. Nesta concepção, a atividade “refere-se a um *sistema dinâmico* onde os indivíduos interagem coletivamente com um *forte* sentido social, o que torna os produtos da atividade também coletivos. É o processo infinito através do qual os indivíduos se inscrevem na sociedade” (Radford, 2021, p. 53-54, grifo do autor).

Esse conceito de atividade está intimamente relacionado ao conceito de prática social, mas não são conceitos coincidentes. A diferença está na generalidade: enquanto a atividade é singular, a prática social é geral, representando uma abstração da atividade. Assim como a atividade, o conceito de prática social também é importante na TO.

Radford (2011) propõe que qualquer prática social se baseia em quatro componentes dialeticamente inter-relacionados: 1. Saberes Culturais; 2. Modos de Produção (tecnologias); 3. Formas de Relações Sociais (divisão do trabalho, instituições sociais, entre outros); e 4. Sistemas Semióticos de Significação Cultural. Ele esclarece que essa estrutura tetraédrica das práticas sociais não é apenas uma manobra metodológica. O ponto crucial, segundo o autor, é que a cognição e os conceitos sobre o eu (*self*) surgem e se desenvolvem a partir da interação desses quatro componentes.

Além disso, é importante ressaltar que as práticas sociais e as necessidades dos indivíduos dentro de uma cultura estão também dialeticamente relacionadas. Para produzir os meios necessários para satisfazer suas necessidades, os indivíduos se engajam ativamente nas práticas sociais. As ações realizadas para satisfazer as necessidades e os instrumentos obtidos com essa satisfação levam, inevitavelmente, à criação de novas necessidades¹¹. Com as necessidades dos indivíduos em constante transformação, as práticas sociais também são transformadas para atender às novas necessidades que surgem (Nascimento, 2022).

O saber como entidade histórica e cultural

A TO apresenta o saber como uma fonte de empoderamento, isto é, como uma capacidade geradora para realizar ações ou pensar de determinada maneira. No entanto, é importante esclarecer que o saber não deve ser compreendido como uma entidade cognitiva ou psicológica, nem como algo que reside apenas na mente dos indivíduos. Além disso, o saber não deve ser visto como algo construído individualmente e subjetivamente, nem como algo que pode ser simplesmente transmitido (Radford, 2021).

Para a TO, o saber é uma entidade histórico-cultural em constante transformação: “um sistema de arquétipos de pensamento, ação e reflexão constituído histórica e culturalmente a partir de um labor coletivo material, corporificado e sensível” (Radford, 2021, p. 66). Em outras palavras,

¹¹ Vide: Marx e Engels (2022).

isso significa que o saber é ativado e colocado em movimento através da atividade dos indivíduos, possibilitando a concretização de determinados tipos de ação, pensamento e reflexão.

A produção de uma obra textual como uma forma de produção de saberes

Em nossa investigação, partimos do pressuposto de que todo objeto é criado para satisfazer certas necessidades, e isso se aplica também às obras textuais. Quando um indivíduo (ou um grupo) escreve uma obra, ele tem em vista necessidades específicas a serem atendidas. Essas necessidades são contextuais e influenciadas por questões sociais, econômicas, políticas, culturais, éticas, estéticas e ideológicas, entre outras.

Para elaborar a obra, o autor utiliza os saberes disponíveis em sua cultura. Com base na concepção do saber como uma entidade histórica e cultural em constante transformação, consideramos que, durante a elaboração da obra, os saberes disponíveis são modificados para atender às necessidades a serem satisfeitas. Assim, a produção de uma obra textual é vista como uma forma de produção de saberes.

Sistemas semióticos de significação cultural

Os Sistemas Semióticos de Significação Cultural (SSSC) consistem em uma superestrutura simbólica dinâmica que abrange concepções culturais sobre o mundo, a verdade e as relações interpessoais. De acordo com Radford (2021, p. 239), os SSSC compreendem ideias inter-relacionadas sobre: “(a) a natureza do mundo (por exemplo, a natureza dos objetos matemáticos e sua forma de existir); (b) verdade (como a verdade é e pode ser estabelecida); e (c) a natureza dos indivíduos”

Esses sistemas atribuem significados específicos aos signos historicamente constituídos e às atividades dos indivíduos, conforme as culturas dos grupos sociais aos quais pertencem (Radford, 2018).

Os SSSC originam-se da atividade prática e sensorial dos indivíduos e, ao mesmo tempo, exercem influência sobre essa atividade por meio de funções de natureza ontológica, epistemológica, moral, ética e estética, regulando as relações entre os indivíduos e entre estes e o mundo. As funções ontológicas e epistemológicas referem-se à forma como uma cultura percebe a natureza do mundo, tanto em termos materiais quanto ideais, e como o mundo pode (ou não) tornar-se objeto de consciência. Já as funções morais, éticas e estéticas são responsáveis por atribuir valores à realidade social e cultural.

Os SSSC estabelecem normas para os modos aceitos (ou não) de interagir com os outros e com o mundo, definindo conceitos como certo e errado, justo e injusto, bem e mal, belo e feio, correto e incorreto, entre outros. Através de sua função reguladora das ações humanas, os SSSC transmitem visões ideológicas, políticas e éticas, influenciando como os indivíduos se apresentam, como devem se comportar socialmente e como são reconhecidos pelos outros. Eles definem o espaço de atuação dos indivíduos e proporcionam um senso claro de identidade. É por meio dos SSSC que a cultura

fornece a matéria-prima da qual as pessoas extraem ideias sobre si mesmas e formam sua subjetividade (Radford, 2018).

Operando através de uma complexa rede de relações políticas, legais, econômicas e outras, os SSSC moldam o senso de identidade dos indivíduos, oferecendo um espectro de posições socialmente reconhecidas e permitindo que cada pessoa se posicione e seja posicionada pelos outros (Radford, 2021).

É importante destacar, no entanto, que a conexão entre a matéria-prima cultural fornecida pelos SSSC e os indivíduos não deve ser interpretada como uma relação lógica, causal ou mecânica, mas como uma relação dialética no sentido do Materialismo Dialético, ou seja, como uma relação de transformação entre entidades dinâmicas (Radford, 2018).

Um conceito central para a nossa investigação e que está intimamente relacionado ao conceito de SSSC é o conceito de *ideologia*.

Ideologia

O termo ideologia é frequentemente empregado nos discursos contemporâneos, especialmente em contextos polêmicos, como as questões de gênero, por exemplo. Muitas vezes, o termo é utilizado de forma negativa e até pejorativa para descrever um conjunto de crenças e valores de um grupo social específico. Nessa acepção, o termo é tipicamente empregado por um grupo para se referir a outro grupo com o qual está em desacordo. Raramente um grupo utiliza esse termo para descrever seu próprio conjunto de crenças e valores.

Como ressalta o sociólogo John B. Thompson (2011), muitos indivíduos não hesitam em se identificar como de esquerda ou direita, socialistas ou conservadores, liberais ou democratas, mas poucas pessoas têm orgulho em se autoproclamar ideólogos. Na opinião deste autor, isso ocorre porque, nesta concepção, a ideologia diz respeito ao pensamento dos outros, o pensamento dos indivíduos diferente de nós. Neste sentido, a caracterização de um ponto de vista como ideológico seria criticá-lo, ainda que implicitamente. Neste caso, o conceito de ideologia transmite um sentido crítico e negativo.

No entanto, o termo ideologia possui uma longa e complexa história. Em sua acepção original, significava literalmente *Ciência das Ideias*. Thompson (2011) explica que o conceito de ideologia surgiu na França no final do século XVIII e passou por diversas transformações ao longo dos séculos XIX e XX. Thompson (2011, p. 10-11) destaca que o “conceito foi torcido, reformulado e purificado; foi adotado por analistas sociais e políticos e incorporado nos discursos emergentes das ciências sociais; infiltrou-se na linguagem corrente da vida social e política”

Para ilustrar as transformações e a conseqüente complexidade e ambigüidade do conceito de ideologia, apresentamos uma lista com algumas das acepções do termo conforme expostas pelo filósofo britânico Terry Eagleton em seu livro *Ideology: An Introduction*, publicado pela primeira vez

em 1991. Essas acepções estavam em circulação na época da publicação do livro, e algumas delas, ou talvez todas, ainda possam estar em uso atualmente.

- a) o processo de produção de significados, signos e valores na vida social;
- b) um corpo de ideias característico de um determinado grupo ou classe social;
- c) ideias que ajudam a legitimar um poder político dominante;
- d) ideias falsas que ajudam a legitimar um poder político dominante;
- e) comunicação sistematicamente distorcida;
- f) aquilo que confere certa posição a um sujeito;
- g) formas de pensamento motivadas por interesses sociais;
- h) pensamento de identidade;
- i) ilusão socialmente necessária;
- j) a conjuntura de discurso e poder;
- k) o veículo pelo qual atores sociais conscientes entendem o seu mundo;
- l) conjunto de crenças orientadas para a ação;
- m) a confusão entre realidade linguística e realidade fenomenal;
- n) oclusão semiótica;
- o) o meio pelo qual os indivíduos vivenciam suas relações com uma estrutura social;
- p) o processo pelo qual a vida social é convertida em uma realidade natural (Eagleton, 1997, p. 15-16).

Em nossa investigação, o termo ideologia não foi empregado de forma negativa ou pejorativa, como frequentemente ocorre. Também não foi utilizado para representar algo como uma falsa consciência ou uma visão distorcida da realidade. Em vez disso, adotamos o conceito de ideologia conforme utilizado por Radford (2018; 2021), que baseia-se no pensamento dos russos Mikhail Bakhtin, Valentin Voloshinov e Lev Vygotsky. Nesta acepção, uma ideologia consiste em “um sistema de ideias que opera em uma cultura em um determinado momento histórico e que incorpora e refrata inevitavelmente as [tensões e] contradições das várias vozes e atitudes teóricas e práticas, dominantes e não dominantes, dos indivíduos” (Radford, 2018, p. 22, tradução nossa).

Neste caso, uma ideologia se refere a um sistema de ideias (políticas, jurídicas, científicas, éticas, estéticas, entre outras) que já existem e englobam e transcendem os indivíduos enquanto indivíduos (Radford, 2018). Esse sistema de ideias compreende elementos e padrões, de comportamento humano, de origem social que tomam “corpo na forma de estatutos legais, preceitos morais, gostos artísticos, e assim por diante. Esses padrões são permeados pela estrutura de classe da sociedade que os gerou e servem como a organização da produção de classe” (Vygotsky apud Radford, 2021, p. 206-207).

Como se pode perceber, tanto os Sistemas Semióticos de Significação Cultural (SSSC) quanto as ideologias são consideradas como sistemas de ideias, e ambos refletem as tensões e contradições das diversas vozes e práticas teóricas e práticas dos grupos e contextos sociais dos quais emergem. Os SSSC absorvem grande parte das ideologias ao fornecer orientações sobre os modos de ser e conhecer na cultura e sobre a natureza do mundo e da matemática, por exemplo. No entanto, o conceito de ideologia é mais amplo. Em um mesmo contexto histórico e cultural, operam diversos SSSC, assim como diferentes ideologias. Pode-se afirmar que para cada SSSC há uma ou mais ideologias em operação. Contudo, essas ideologias competem entre si, e a tendência é que uma se imponha sobre as demais, tornando-se dominante. Por exemplo, durante grande parte da Idade Média, a ideologia dominante era a da Igreja, que se manifestava através do medo do inferno e da promessa de salvação e vida eterna. Os SSSC, por outro lado, não competem entre si e têm uma função específica: regular e normatizar as ações humanas. Portanto, apesar de serem conceitos muito próximos e intimamente relacionados, eles são distintos.

Uma vez apresentado o conceito de ideologia adotado na investigação, podemos agora apresentar e explicar o pressuposto teórico fundamental para a pesquisa: a dialética entre obra e contexto.

Dialética entre obra e contexto

Conforme mencionado anteriormente, ao assumir a TO como quadro teórico e conceitual, e, conseqüentemente, o Materialismo Dialético enquanto método de pesquisa, consideramos como dialética a relação entre a obra *Ex Ludis Rerum Mathematicarum* e o contexto de sua produção. A dialética entre obra e contexto, neste caso, foi considerada do seguinte modo:

toda obra é produzida em um contexto social, histórico e cultural específico. Esse contexto, por meio das ideologias que operam na cultura nesse momento histórico, configura e dá forma à obra. Em outras palavras, o contexto fornece conteúdo ideológico para a obra. Reciprocamente, com o surgimento da obra, por meio dessas ideologias, esse contexto ganha vida e se concretiza e é refratado no conteúdo da obra. Em outras palavras, a obra reproduz e afirma o contexto, e, neste sentido, reproduz e afirma as ideologias que levaram ao surgimento da obra (Nascimento, 2022, p. 34).

O pressuposto da dialética entre obra e contexto, aliado às concepções de indivíduo, sociedade, cultura e aos demais conceitos apresentados anteriormente nesta seção, nos levaram a olhar para a obra *Ex Ludis Rerum Mathematicarum* além de sua materialidade e imediaticidade.

Além da materialidade e imediaticidade da obra

Ao partir de uma concepção materialista dialética de cultura e sociedade, Radford (2021, p. 216) propõe que “toda ação humana contém ou é subsumida em uma dimensão simbólica que a transcende” e que o mesmo é válido também para os objetos. Isto significa que, um objeto, qualquer que seja ele – como a obra *Ex Ludis Rerum Mathematicarum* de Alberti, por exemplo – não pode ser reduzido à materialidade, entendida como a materialidade física, que o compõe e à sua imediaticidade, isto é, ao seu nível mais imediato ou superficial.

Em torno de cada objeto há uma auréola simbólica que lhe dá um significado cultural específico. Essa dimensão simbólica abrange não somente os objetos concretos, mas também os processos de pensamento. Através da dimensão simbólica, não se age apenas sobre a natureza visível como se faz com as ferramentas, mas também sobre um poder invisível (...) que impulsiona, num sentido amplo e muitas vezes sutil, a reprodução da vida e a satisfação das necessidades (Radford, 2021, p. 216).

Portanto, examinar a obra *Ex Ludis Rerum Mathematicarum* para além de sua materialidade implica que ela não deve ser vista apenas como uma coletânea de problemas destinada ao entretenimento. Em vez disso, é essencial considerar a obra como um artefato matemático criado para atender às necessidades específicas implícitas.

Por outro lado, analisar a obra além de sua imediatividade implica reconhecer que ela não surge de forma isolada ou espontânea. Em vez disso, é necessário considerar que ela é mediada pelo contexto no qual ela foi produzida, ou seja, é resultado de sistemas de mediação que configuram a cultura. Assim, existem formas de mediação histórico-culturais que explicam o surgimento dessa obra.

É importante explicar, entretanto, que o conceito de mediação utilizado vem da lógica dialética de Hegel (1969). Deste modo, não se trata da concepção de mediação frequentemente usada como sinônimo de simples intermediação entre duas coisas. Para Hegel, a mediação está associada à transformação de uma entidade em outra: um processo de tornar-se outro, como explica Gama (2015).

Nesta perspectiva, são as formas de mediação que explicam, e, portanto, ajudam a compreender melhor, as condições de emergência da obra *Ex Ludis Rerum Mathematicarum*.

Formas de mediação e condições de emergência

Na perspectiva materialista dialética, a realidade está em constante transformação, com o novo surgindo a partir da transformação do que já existe. A obra *Ex Ludis Rerum Mathematicarum* é um exemplo desse processo, emergindo das mudanças ocorridas em seu contexto e nas tradições matemáticas anteriores.

As formas de mediação são as forças internas e motores desse movimento de mudança. Elas são entidades históricas e culturais que participam da transformação, conferindo direção e sentido ao surgimento do novo. No entanto, essas formas são gerais e potenciais. Para se tornarem efetivas, elas precisam se atualizar ou materializar em práticas concretas, classes sociais e instituições.

Nas práticas sociais, as formas de mediação se concretizam em seus elementos constituintes: saberes culturais, modos de produção, formas de relação e Sistemas Semióticos de Significação Cultural (SSSC), e, conseqüentemente, nas ideologias que emergem dessas práticas. Nas instituições e classes sociais, elas se manifestam nas necessidades e nas ações dos membros.

A materialização das formas de mediação é o que realmente permite o surgimento do novo. Esse processo é o que chamamos de condições de emergência do novo. Ao contrário das formas de mediação, que são gerais, abstratas e potenciais, as condições de emergência são específicas, pontuais, singulares e concretas.

As formas gerais de mediação abrem um campo de possibilidades, mas essas possibilidades só se concretizam quando as formas de mediação se fundamentam no mundo real. Essa é uma das posições ontológicas centrais da Teoria da Objetivação, que considera sempre dois níveis: um geral e um singular, como demonstrado por Radford (2021) com os conceitos de saber e conhecimento, ser e vir a ser, e prática social e atividade humana.

No entanto, é importante destacar que o geral não determina o singular de maneira simples. A relação entre o geral e o singular não é causal, mecânica ou unilateral. Em vez disso, o singular e o geral estão profundamente entrelaçados e se afetam mutuamente, ou seja, estão dialeticamente relacionados.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente artigo se propôs a discutir o papel da TO na estruturação de nossa investigação doutoral e, conseqüentemente, da tese que dela resultou: *A dialética entre a obra Ex Ludis Rerum Mathematicarum (1450) e seu contexto social, histórico e cultural: um estudo sob a perspectiva da Teoria da Objetivação*. A investigação, por sua vez, consistiu em um exercício de ampliação dos limites da TO, o que quer dizer que tal teoria foi vista por nós de um duplo ponto de vista: o esperado, e o inovador.

Do ponto de vista esperado, ou seja, enquanto teoria de ensino e aprendizagem nos limites de sala de aula, não consideramos necessário fazer alguma menção específica porque não fez parte do objeto de discussão deste artigo. Do ponto de vista inovador, ou seja, considerando a TO como referencial teórico e conceitual para análise da relação entre uma obra matemática textual antiga e seu contexto, foi necessário construir um relato no qual os conceitos e as concepções da TO foram sendo desdobrados e que justificaram a estruturação da investigação.

O ponto de partida foi o conceito de saber que na TO é reconceituado e redefinido como uma entidade histórico-cultural e a necessidade de alcançar uma maior compreensão acerca de sua natureza, isto é, de seu processo de constituição. A forma como o saber é conceituado na TO nos levou a olhar para a produção de uma obra matemática textual como uma das formas de produção de saber, o que permitiu explorar o processo de constituição do saber a partir da produção de uma obra matemática antiga, a *Ex Ludis*, investigando como se manifesta a relação, considerada dialética, entre essa obra e o contexto de sua produção.

Os conceitos e pressupostos da TO apresentados neste artigo nos direcionaram a olhar para Alberti e Meliaduse como seres de necessidades e para *Ex Ludis* como um artefato produzido pela atividade humana para satisfazer determinadas necessidades. Assim, buscamos identificar os saberes mobilizados para escrever a obra e as necessidades que poderiam ser atendidas por meio dela e, a partir daí, identificar as ideologias que estavam operando no contexto de produção e levaram à emergência da obra em 1450.

A análise da dialética entre a obra *Ex Ludis* e o contexto de sua produção demonstrou, dentre outras coisas, que essa obra é um artefato que incorpora, refrata e afirma as ideologias que estavam operando na Itália quatrocentista. Uma vez que a produção de uma obra é um caso de produção de saberes, a investigação nos demonstra também que a produção de saberes incorpora, refrata e afirma as ideologias que operam no contexto de sua produção. Portanto, a produção de saberes não é neutra.

A ampliação dos limites da TO se deu no sentido em que utilizamos essa teoria não como uma teoria de aprendizagem, mas como um referencial teórico e conceitual em uma pesquisa histórica para explorar e compreender mais profundamente a natureza histórica e cultural do saber matemático, isto é, compreender melhor o quanto a produção de saberes é ideológica e está enraizada em seu contexto de produção.

A discussão sobre a relação entre *Ex Ludis* e seu contexto, a partir da estruturação da investigação apresentada neste artigo, será objeto de novos artigos.

REFERÊNCIAS

AL-KĀSHĪ, Ghiyāth. Traktat ob Okruzhnosti (Tratado da Circunferência). In: ROZENFELD, B. Al-Kashani. **Istórico-Matematicheskíe Issledovaniya** (Pesquisa Histórica e Matemática). Moscow, v.7, p. 327-379, 1954.

ANDRADE, Kaline Andreza de França Correia. **Um estudo sobre o Tratado da Circunferência de al-Kashi (1424)**. 2022. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2022. Disponível em: <https://repositorio.ufrn.br/handle/123456789/51977>. Acesso em: 19 mar. 2024.

EAGLETON, Terry. **Ideologia: uma introdução**. Tradução de Luís Carlos Borges Silvana Vieira. São Paulo: Editora da Universidade Estadual Paulista: Editora Boitempo, 1997.

GAMA, Zacarias. A categoria mediação em Hegel, Marx e Gramsci: para suprimir ruídos conceituais. **Revista Ciência e Luta de Classes**, Rio de Janeiro, n. 3. v. 2. p. 46-55, 2015. Disponível em: <https://ceppes.org.br/revista/edicoes-antiores/edicao-julho-de-2015-n-3-v-3/a-categoriamediacao-em-hegel-marx-e-gramsci-para-suprimir-ruídos-conceituais/view>. Acesso em: 10 nov. 2022.

GOBARA, Shirley Takeco; RADFORD, Luis. **Teoria da Objetivação: Fundamentos e aplicações para o ensino e aprendizagem de ciências e matemática**. São Paulo, Brasil: Editora Livraria da Física, 2020. Disponível em: https://www.luisradford.ca/pub/2020%20-%20Gobara%20_%20Radford%20-%20Teoria%20da%20objetivacao.pdf. Acesso em: 19 mar. 2024.

HEGEL, Georg Wilhelm Friedrich. **Hegel's Science of Logic**. London: Allen & Unwin, 1969.

HUGHES, Barnabas. **Regiomontanus on triangles**. Madison, U.S.A.: University of Wisconsin, 1967.

KNAYYAM, Omar. O доказательствах задач алгебры и алмукабалы, In: ROSENFELD, B. A. Математические Трактаты Омара Хайяма. **Историко-математика Исследования**, Moscou, n. 06, p. 11-66, 1953. Título original: Risala fi-l-barahin 'ala masa'il al-jabr wa-l-muqabala.

MARX, Karl; Engels Friedrich. **A ideologia alemã**. Tradução de Luis Claudio de Castro e Costa. São Paulo: Martins Fontes, 2002.

NASCIMENTO, Valdenize Lopes do. **A Dialética entre a obra Ex Ludis Rerum Mathematicarum (1450) e seu contexto social, histórico e cultural**: um estudo sob a perspectiva da Teoria da Objetivação. 2022. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2022. Disponível em: <https://repositorio.ufrn.br/handle/123456789/58241>. Acesso em: 01 abr. 2024.

NETTO, José Paulo. **Introdução ao estudo do método de Marx**. São Paulo: Expressão Popular, 2011.

PEREIRA, Ana Carolina Costa. **A obra De triangulis omnimodis libri quinque de Johann Muller Regiomontanus (1436-1476)**: uma contribuição para o desenvolvimento da trigonometria. 2010. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2010. Disponível em: <https://repositorio.ufrn.br/jspui/handle/123456789/14254>. Acesso em: 19 mar. 2024.

RADFORD, Luis. A teoria da objetivação e seu lugar na pesquisa sociocultural em educação matemática. In: Moretti, Vanessa Dias; Cedro, Wellington Lima (Org.). **Educação matemática e a teoria histórico-cultural**: um olhar sobre as pesquisas. São Paulo: Mercado das Letras, 2017. p. 229-261.

RADFORD, Luis. **Cognição matemática**: história, antropologia e epistemologia. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2011.

RADFORD, Luis. La arithmetica practica del padre padilla y los inicios de la matemática en centro américa en el período colonial. **Revista Brasileira de História da Matemática**, v. 7, n.14, p. 193-211, 2007. Disponível em: https://www.luisradford.ca/pub/50_RBHM07.pdf. Acesso em: 19 mar. 2024.

RADFORD, Luis. La práctica matemática en la Guatemala colonial del siglo XVIII. **Revista Latinoamericana de Etnomatemática**, v. 12, n. 3, p. 3-24, 2019. Disponível em: <http://www.luisradford.ca/pub/2019%20Radford%20Practica%20matematica%20en%20Guatemala%20colonial.pdf>. Acesso em: 23 jul. 2021.

RADFORD, Luis. Semiosis and Subjectification: The Classroom Constitution of Mathematical Subjects. In: PRESMEG, Norma; RADFORD, Luis; ROTH, Wolff-Michael; KADUNZ, Gert. **Signs of Signification**: Semiotics in Mathematics Education Research. Switzerland: Springer, 2018. p. 21-35. Disponível em: <https://www.luisradford.ca/pub/2018%20-%20Radford%20Semiotics%20ICME13%20Chap2%20Semiosis%20and%20subjectification%20-%20web.pdf>. Acesso em: 19 mar. 2024.

RADFORD, Luis. **Teoria da Objetivação**: uma perspectiva Vygotskiana sobre conhecer e vir a ser no ensino e aprendizagem da matemática. Tradução de Bernadete Barbosa Morey e Shirley Takeco Gobara. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2021.

SAITO, Fumikazu. Construindo interfaces entre história e ensino da matemática. **Ensino da Matemática em Debate**, v. 3, n. 1, p. 3-19, ago. 2016. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/emd/article/view/29002/20273>. Acesso em: 01 dez. 2019.

SILVA, Rosângela Araújo da. **A teoria da objetivação promovendo mais de um modo de ver o mesmo objeto matemático usando como recurso uma obra histórica**. 2023. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2023. Disponível em: <https://repositorio.ufrn.br/handle/123456789/56865>. Acesso em: 19 mar. 2024.

THOMPSON, John Brookshire. **Ideologia e cultura moderna**: teoria social crítica na era dos meios de comunicação de massa. Petrópolis: Vozes, 2011.

COMO CITAR — APA

Nascimento, V. L. do; Morey, B. B.; Radford, L. (2024). O papel da Teoria da Objetivação na estruturação de uma investigação histórica em torno da obra *Ex Ludis Rerum Mathematicarum*. **PARADIGMA**, XLV(Edición Temática 2), e2024009. <https://doi.org/10.37618/PARADIGMA.1011-2251.2024.e2024009.id1582>.

COMO CITAR — ABNT

NASCIMENTO, Valdenize Lopes do; MOREY, Bernadete Barbosa; RADFORD, Luis. O papel da Teoria da Objetivação na estruturação de uma investigação histórica em torno da obra *Ex Ludis Rerum Mathematicarum*. **PARADIGMA**, Maracay, v. XLV, Edición Temática n. 2, e2024009, Nov., 2024. <https://doi.org/10.37618/PARADIGMA.1011-2251.2024.e2024009.id1582>.

HISTÓRICO


Submetido: 20 de abril de 2024.

Aprobado: 12 de agosto de 2024.

Publicado: 01 de noviembre de 2024.


EDITORAS CONVIDADAS

Claudianny Amorim Noronha 

Shirley Takeco Gobara 

Luanna Priscila da Silva Gomes 

EDITOR JEFE

Fredy E. González 

ARBITROS

Dos árbitros evaluaron este manuscrito y no autorizaron la publicación de sus nombres