

O ensino de derivada no secundário: o caso da professora Sofia

Circe Mary Silva da Silva¹   António Domingos²  

Resumo

A pesquisa³ que deu origem a este texto investigou as características das práticas adotadas no ensino do conceito de derivada por uma professora de matemática do secundário em Portugal. A análise centrou-se na identificação da abordagem metodológica por ela utilizada em sala de aula. Os resultados mostram que os mediadores visuais simbólicos, gráficos e gestuais aparecem em todas as aulas; a narrativa é construída por meio de definições enunciadas e teoremas que são demonstrados, e que o livro didático adotado constitui forte apoio a narrativa. A abordagem do conceito de derivada é formalizada, com algum apelo à intuição. Concluímos que, nas aulas observadas, são perceptíveis traços de *commognition* (uma combinação das palavras comunicação e cognição) proposta por Sfard.

Palavras-chave: Conceito de derivada, Cálculo Diferencial, Ensino Secundário.

The teaching of derivatives in the secondary school: the case of teacher Sofia

Abstract

The research that gave rise to this text investigated the characteristics of the practices adopted in teaching the concept of derivatives by a secondary school mathematics teacher in Portugal. The analysis focused on identifying the methodological approach she used in the classroom. The results show that symbolic, graphic and gestural visual mediators appear in all classes; the narrative is constructed through stated definitions and theorems that are demonstrated, and that the textbook adopted constitutes strong support for the narrative. The approach to the concept of derivatives is formalized, with some appeal to intuition. We conclude that, in the classes observed, traces of *commognition* (a combination of the words communication and cognition) proposed by Sfard are noticeable.

Keywords: Concept of derivative, Differential Calculus, Secondary Education.

La enseñanza de derivada en la secundaria: el caso de la profesora Sofía

Resumen

La investigación que dio origen a este texto investigó las características de las prácticas adoptadas en la enseñanza del concepto de derivada por una profesora de matemáticas de secundaria en Portugal. El análisis se centró en la identificación del enfoque metodológico utilizado en el aula. Los resultados muestran que los mediadores visuales simbólicos, gráficos y gestuales aparecen en todas las clases; la narrativa se construye a través de definiciones enunciadas y teoremas que se demuestran, y que el libro de texto adoptado constituye un fuerte apoyo a la narrativa. El enfoque del concepto de derivada se formaliza, con cierto atractivo para la intuición. Concluimos que en las clases observadas, se perciben rasgos de *commognition* (una combinación de las palabras comunicación y cognición) propuesto por Sfard.

Palabras clave: Concepto de derivada, Cálculo Diferencial. Educación Secundaria.

¹ Doutora em Pedagogia. Universidade de Bielefeld (UB). Professora do Programa de Pós-graduação em Educação Matemática, Universidade Federal de Pelotas (UFPEL), Pelotas, Rio Grande do Sul, Brasil. E-mail: cmdynnikov@gmail.com.

² Doutor em Ciências da Educação Universidade Nova de Lisboa (UNL). Professor do Departamento de Ciências Sociais e Aplicada e coordenador do Programa Doutoral em Educação. Almada, Portugal. E-mail: amdd@fct.unl.pt.

³ A pesquisa contou com auxílio do CNPq.

INTRODUÇÃO

O ensino necessariamente começa com o professor entendendo o que deve ser aprendido e como deve ser ensinado [...] Uma das tarefas mais importantes para a comunidade acadêmica é trabalhar com os educadores para desenvolver representações codificadas da sabedoria pedagógica adquirida com a prática de professores competentes (Shulman, 2014, p. 205 e 211).

A epígrafe acima remete às competências essenciais da formação profissional do professor e chama a atenção para as investigações envolvendo a prática de professores experientes e eficazes em sua prática. As dificuldades cognitivas que acompanham a aprendizagem de noções centrais como funções, limite, tangente, derivada e integral (CDI) nas diferentes fases do ensino de matemática são bem conhecidas, conforme explicita Domingos (2005) e reforça Kidron (2014, p. 70), e estão “relatadas na literatura: Sierpinska (1985); Davis e Vinner (1986); Cornu (1991); Williams (1991); Tall (1992)”. Entretanto, Nseanpa e Gonzáles Martín (2022) constataram que existem poucas pesquisas sobre como ocorrem as práticas de ensino de derivadas nas salas de aula, como também que são quase desconhecidas as estratégias utilizadas pelos professores de matemática no ensino desse conceito. A pesquisa realizada na República de Camarões pelos autores acima mencionados, dá conta de que o livro didático continua a ser o principal recurso utilizado pelos professores que foram os sujeitos da investigação. Além disso, os discursos desses professores não permitiram distinguir claramente a sua visão da derivada daquela apresentada no manual escolar.

Para Kidron (2014), as pesquisas sobre o ensino e aprendizagem do CDI seguem diferentes direções, tais como: uso de tecnologias para superar algumas dificuldades conceituais; utilização de gráficos de visualização, especialmente os dinâmicos; uso de conhecimentos sobre o desenvolvimento histórico do CDI; apoio em lentes teóricas, como a abordagem sociocultural, a abordagem institucional e a abordagem semiótica.

Park (2015), no seu artigo *A derivada é uma função? Em caso afirmativo, como o ensinamos?* obteve os seus dados numa investigação baseada em observações de aulas de Cálculo I na *Midwestern University* (USA). Ela identificou como três instrutores abordaram a derivada em um ponto como um objeto específico e a derivada como uma função em um intervalo. A autora levou em consideração os componentes da definição de derivada, a saber: função, quociente de diferenças e limite. Na investigação, ela utilizou a análise teórica de Sfard (2008a) como fundamento tanto para a análise do discurso dos instrutores (no intuito de destacar as características discursivas por ela empregadas em situação de ensino) quanto a análise de dados. Park (2015) concluiu que a utilização do quadro branco evidenciou desconexões específicas entre os conceitos matemáticos e as palavras, símbolos, gráficos e gestos utilizados para relacioná-los. As discussões realizadas sobre a derivada como uma função realçaram o uso limitado de meios visuais. Os professores usaram, principalmente, notações simbólicas para fazer a transição da derivada num ponto específico para a deri-

vada definida num intervalo, alterando letras: mudando de “a” para “x” (Por exemplo, “a” para ponto versus “x” “para “variável”) com pouca explicação de como o valor da derivada muda.

Os dados parecem implicar que os instrutores assumem que tanto a relação entre as notações simbólicas e gráficas da derivada quanto a transição entre as visões específicas do ponto e do intervalo da derivada são claras para seus alunos, pois não explicitaram esses aspectos em suas rotinas identificadas em vários exemplos nas narrativas endossadas em suas aulas (Park, 2015, p. 248).

Enquanto Park (2015) focou sua pesquisa no ensino da derivada num contexto universitário, nosso interesse é compreender como o ensino do conceito de derivada é abordado no ensino secundário em Portugal. O artigo de Park forneceu-nos a inspiração teórica para analisarmos os dados empíricos de nossa investigação em outro contexto educacional e geográfico – Portugal. Os objetivos que orientam a investigação foram os de: identificar como uma professora experiente ensina derivada no secundário de uma escola na região da grande Lisboa e verificar se, nesse ensino, ocorre a *commognition*, no sentido proposto por Sfard (2008a e 2008 b).

QUADRO TEÓRICO

A teoria de Shulman sobre o conhecimento profissional do professor engloba várias categorias, que são:

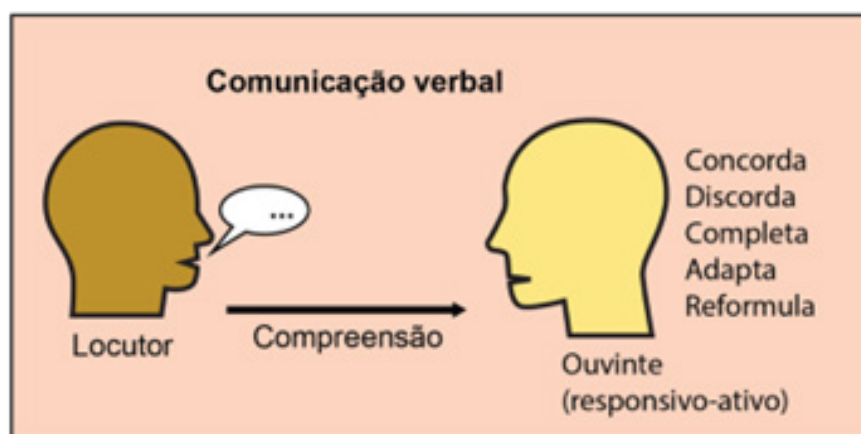
conhecimento do conteúdo; conhecimento pedagógico geral, com especial referência aos princípios e estratégias mais abrangentes de gerenciamento e organização de sala de aula, que parecem transcender a matéria; conhecimento do currículo, particularmente dos materiais e programas que servem como “ferramentas do ofício” para os professores; conhecimento pedagógico do conteúdo, essa amálgama especial de conteúdo e pedagogia que é o terreno exclusivo dos professores, seu meio especial de compreensão profissional; conhecimento dos alunos e de suas características; conhecimento de contextos educacionais, desde o funcionamento do grupo ou da sala de aula, passando pela gestão e financiamento dos sistemas educacionais, até às características das comunidades e suas culturas; e conhecimento dos fins, propósitos e valores da educação e de sua base histórica e filosófica (Shulman, 2014, p. 206).

Para o escopo da presente pesquisa, é relevante este apoio porque, ao observarmos uma professora de matemática – que rotulamos como experiente e eficaz – precisamos verificar se ela mobiliza esses tipos de conhecimento. Concordamos com Shulman (2014, p. 207) quando este afirma que “o conhecimento pedagógico do conteúdo é, muito provavelmente, a categoria que melhor distingue a compreensão de um especialista em conteúdo daquela de um pedagogo” (p. 207). Além disso, a sabedoria da prática, que pode ser observada num professor mais experiente, é aquela que professores competentes dominam. Em 2016, no artigo em parceria com Judith Shulman, os autores trazem as características para a formação do professor competente: visão, motivação, compreensão, prática, reflexão e co-

munidade (Shulman & Shulman, 2016). Não basta ao professor capaz ter visão, motivação, compreensão e prática, ele precisa aprender e refletir a partir de sua prática.

Bakhtin (2000) afirma que o ouvinte, ao receber um discurso, adota uma atitude de resposta ativa. O desenho da Figura 1 corresponde à nossa tentativa de representar a ideia do autor. “A compreensão responsiva nada mais é senão a fase inicial e preparatória para uma resposta [...] o que o locutor espera não é uma compreensão passiva” (Bakhtin, 2000, p. 291), isso apenas duplicaria o seu pensamento, ele espera uma adesão, uma objeção, uma execução.

Figura 1- comunicação verbal



Fonte: desenho da autoria dos autores

Transpondo as ideias de Bakhtin (2000) para o contexto de sala de aula, em que, na maioria dos discursos, o professor é o locutor e o aluno é o ouvinte, consideramos que há uma busca do professor para “exercer uma influência didática sobre os alunos” (Bakhtin, 2000, p. 298). Ele procura convencê-los das verdades matemáticas ou narrativas aprovadas (Sfard, 2008a) que apresenta, suscitar sua apreciação crítica, influir sobre a construção de novos conceitos. Dos alunos, por sua vez, espera-se não a passividade, mas uma atitude responsiva-ativa.

A base teórica principal da presente investigação apoia-se nas ideias de Sfard (2008a, 2008b). Esta pesquisadora construiu sua teoria inspirada nas ideias de Vygotsky e Wittgenstein e em pesquisas empíricas sobre o ensino e a aprendizagem da matemática por ela desenvolvidas durante muitos anos. *Commognition* enfatiza que “[...] a comunicação interpessoal e o pensamento individual são duas variedades do mesmo fenômeno” (Sfard, 2008a, p. 432).

O pensamento, os processos cognitivos e os processos de comunicação interpessoal são, portanto, manifestações diferentes do mesmo fenômeno. Para sublinhar este facto, proponho combinar os termos cognitivo e comunicacional no novo adjectivo *commognitive*.

As palavras *commognition* e *commognitive* propostas por Sfard, não serão traduzidas. Para a autora, “os processos cognitivos são versões individualizadas da comunicação interpessoal” (Sfard, 2008b, p.123). Portanto, ao considerar que o pensamento é uma versão individualizada da comunicação interpessoal, ela entende que tudo quanto se cria “é um produto do fazer coletivo” (Sfard, 2008a, p. 432). Para Sfard e Kieran (2001), “[...] o pensamento dos alunos só é compreendido no contexto das exigências e dos padrões da atividade comunicativa global da qual é parte inseparável” (Sfard & Kieran, 2001, p. 47). Para essas autoras, a comunicação é definida como o “uso e produção de meios destinados a fazer um interlocutor agir ou sentir de certa forma” (Sfard & Kieran, 2001, p. 48). A comunicação será eficaz “se cumprir o seu propósito comunicativo, ou seja, os diferentes enunciados dos interlocutores evocam respostas que estão em sintonia com as expectativas meta-discursivas dos falantes” (Sfard & Kieran, 2001, p. 49). A palavra *discurso* é “usada para denotar qualquer instância específica de comunicação, seja diacrónica ou sincrónica, seja com os outros ou consigo mesmo, seja predominantemente verbal ou com a ajuda de qualquer outro sistema simbólico” (Sfard & Kieran, 2001, p. 47). Nesse trabalho, as autoras procuraram detectar “sinais de violação da comunicação” (Sfard & Kieran, 2001, p. 47). Elas afirmaram que, “a comunicação não pode ser considerada eficaz a menos que, em determinado momento, todos os participantes pareçam saber de que objetos estão falando e se sintam confiantes de que todas as partes envolvidas estão se referindo às mesmas coisas ao usar as mesmas palavras” (Sfard & Kieran, 2001, p. 51). Embora construa uma teoria geral, quando se refere ao discurso, Sfard visa, principalmente, ao discurso matemático. Uma das teses que ela defende é a de que mudanças que ocorrem nas práticas humanas são decorrentes das transformações na *commognition*. “Os discursos são processos e não entidades estáticas e recriam-se incessantemente num intrincado jogo de individualizações e comunicações. O discurso matemático é altamente abstrato” (Sfard, 2008b, p.101). Ela explicita que existem regras e meta-regras no discurso: as regras ao nível do objeto são narrativas sobre regularidades no comportamento dos objetos de discursos, ao passo que as meta-regras definem padrões na atividade do discursante que tenta fundamentar narrativas. Por exemplo, uma regra no cálculo pode ser exemplificada quando se diz que a derivada da função constante é zero. As meta-regras serão exemplificadas nas narrativas, no texto que se segue. A fim de caracterizar os discursos, Sfard (2008b) apresenta categorias que estão sumarizadas no Quadro 1.

Quadro 1 – Características do discurso matemático na abordagem *commognitive* de Sfard

Categorias	Descrições
Uso de palavras	Uso de palavras significando objetos matemáticos. As palavras-chave são características distintivas do discurso matemático.
Mediadores visuais	São objetos visíveis operados na comunicação. Meios não verbais de comunicação. Em geral, envolvem artefatos simbólicos.
Narrativas	É qualquer sequência de enunciados enquadrada como uma descrição de objetos, de relações ou de processos entre objetos, que está sujeita a endosso ou rejeição com a ajuda de procedimentos de fundamentação específicos do discurso. Declarações que os oradores endossam como verdadeiras. O discurso matemático é concebido como um discurso que deve imperar sob quaisquer considerações que não sejam relações puramente dedutivas entre narrativas.
Rotinas	São padrões repetitivos característicos do discurso. Podem ser vistos em quase todos os aspectos dos discursos matemáticos, nas formas matemáticas de categorização, nos modos matemáticos de atenção ao ambiente, nas formas de ver as situações como iguais ou diferentes.

Fonte: elaborado pelos autores tendo por base Sfard (2008b)

Sfard (2008b) considera que as palavras utilizadas nas escolas e academias ditam os seus usos mais disciplinados, diferente da utilização nos discursos coloquiais, que são menos especializados. Ela usa a palavra *rotina* de maneira ampla, considerando inclusive comunicações do cotidiano em que as saudações são rotinas. Para ela, “as rotinas são conjuntos de regras metadiscursivas que descrevem padrões discursivos recorrentes” (Sfard, 2008b, p. 208). No caso da rotina matemática, foco de estudo de Sfard, ela a emprega mais no sentido criativo de encontrar regularidades ou padrões, numa busca criativa de exploração do discurso matemático. Estas regras ocorrem e são criadas ou recriadas no decorrer de interações entre os indivíduos.

Sfard e Kieran (2001) afirmam que: “se a comunicação eficaz é, geralmente, difícil de alcançar” (p. 70), em matemática, ela é uma “luta difícil”. A escassez da mediação perceptiva e a polissemia inerente aos símbolos matemáticos só podem ser superadas pela concentração extrema. A polissemia está presente nas palavras e nos símbolos, o que traz problemas de compreensão para os alunos. Finalmente, para o sucesso da comunicação, é crucial manter uma atenção bem definida. Concluem afirmando que uma “das competências possivelmente mais subestimadas que têm de ser promovidas para melhorar a comunicação é a utilização de mediadores perceptivos, ou seja, a capacidade de desenvolver focos assistidos úteis” (Sfard & Kieran, 2001, p. 71).

CAMINHOS DA PESQUISA

A nossa inspiração teórico-metodológica surgiu do trabalho de Jinyoung Park (2015). Com a presente pesquisa pretendemos conhecer como uma professora de matemática de uma escola secundária de Lisboa, Portugal, introduz o conceito de derivada no ensino.

Entende-se por professor eficaz aquele que conhece, além do conteúdo matemático específico, o conhecimento especializado e as demais categorias propostas por Shulman (2014) e descritas, anteriormente, neste texto e que resultam na aprendizagem dos alunos. A principal base teórica apoia-se em Sfard (2008a, 2008b).

Para responder à questão – como uma professora experiente apresenta o conceito de derivada a alunos do 11.º ano do ensino secundário em uma escola pública de Lisboa? – adotamos uma metodologia qualitativa, de cunho empírico, onde os dados são construídos em sala de aula de uma escola pública do ensino secundário, usando técnicas de observação. Para a análise dos dados, seguimos Sfard e a sua teoria da *commcognition*. Usamos para análise do discurso as categorias por ela selecionadas: 1) uso de palavras; 2) mediadores visuais; 3) narrativa; e, 4) rotinas. A categoria *rotinas* foi subdividida em duas subcategorias: rotinas de matemática e rotinas de aula.

Foi escolhida uma escola pública, que referimos simplesmente como Escola X, por nela atuar essa professora experiente, autora de livros didáticos de matemática, e por ela ter concordado que as suas aulas pudessem ser foco de observação da pesquisadora. A fim de manter o sigilo da identidade da professora, ela será identificada com o nome fictício de “professora Sofia”. A escola secundária X, implantada no concelho de Lisboa há 40 anos, tem cerca de 1200 alunos, distribuídos pelo 3.º ciclo do ensino básico, ensino secundário regular e cursos profissionais. A turma do 11.º ano pertence ao curso de ciências e tecnologias, com 27 alunos a frequentar a disciplina de matemática A, sendo que desses, 20 assistem igualmente a aulas de física e química A e geometria descritiva A. É uma turma bastante heterogênea no que concerne aos resultados escolares. As técnicas utilizadas na obtenção de dados foram observações em sala de aula e entrevistas semi-estruturadas com a professora da turma. As aulas foram gravadas em áudio e imagens do quadro branco foram fotografadas para posterior análise. Devemos dizer aqui que foram acauteladas as questões éticas, obtendo da escola as autorizações necessárias para a realização do estudo.

Para a construção de dados, nas cinco aulas que foram observadas, seguimos o seguinte roteiro: 1) Registrar a abordagem que a professora segue; 2) Identificar a sequência de conceitos apresentados; 3) Registrar como usa o quadro branco – o que escreve?; 4) Quais são as rotinas apresentadas?; 5) Registrar os principais gestos empregados pela professora: como apontar com o dedo para objeto no quadro (com precisão ou vago), usar o giz como um apontador, usar as mãos para fazer desenhos no ar, usar a abertura dos braços como indicativo de grande ou pequeno; 6) Registrar o vocabulário utilizado: explica cada nova pa-

lavra que usa ou subentende que os alunos já conheçam o vocabulário? usa metáforas, usa palavras com clareza, como introduz os novos símbolos (explica ou é dado como pronto), faz algum comentário sobre a história da simbologia; 7) Identificar como se dá a interação com alunos: faz perguntas ou só utiliza um monólogo; pergunta e já responde ou espera por alguma resposta, interrompe a fala para perguntar se os alunos estão entendendo e circula entre os alunos observando o que escrevem ou falam. Após as observações das cinco aulas, com a duração de cerca de 90 minutos cada, foi realizada uma entrevista semi-estruturada com a professora, com o objetivo de preencher lacunas que as observações eventualmente tenham deixado.

A análise foi realizada segundo as categorias propostas por Sfard (2008b), entretanto subdividimos as rotinas em duas subcategorias: rotinas de aula e rotinas de matemática. Entende-se por rotinas de matemática aquelas definidas por Sfard e rotinas de aula aquelas que são regidas pelas normas sociomatemáticas, conforme descreve Domingos (2010, p. 203). As normas sociomatemáticas são identificadas por “regularidades nos padrões de interação social que se desenvolve na sala de aula”. A análise das cinco aulas observadas está apresentada segundo as categorias propostas.

| RESULTADOS

Não se pode observar uma aula sem levar em conta os aspetos complexos que ocorrem para a sua realização. Uma aula é sempre diferente, assim como uma onda que se forma no mar (Calvino, 2001), embora uma aula ela seja ao mesmo tempo igual a qualquer outra aula, em forma e sequência de atos que se repetem, ela traz as suas singularidades expressas em novos diálogos e atos.

Na primeira aula observada, vimos Sofia assumir o seu papel, convidando os alunos a apresentarem, no quadro branco, as resoluções das tarefas deixadas como “trabalho de casa”. A participação espontânea dos alunos, mediada pelo olhar atento e experiente da professora, que corrige, incentiva e dá voz aos alunos merece ser destacada. A introdução do conceito de derivada é feita comentando, rapidamente, sobre as contribuições de Newton e Leibniz e, iniciando pela taxa média de variação, com a mesma ordenação seguida no livro-texto adotado na escola. Shulman (2014) considera que a maior parte do ensino começa com algum tipo de texto, neste caso, o material didático mais utilizado foi o livro didático. Após os preliminares com o conceito de taxa média de variação, Sofia introduz a ideia de usar o limite dessa taxa de variação.

Uso de Palavras

O uso de palavras mostra quais foram os principais conceitos utilizados em cada aula e reforçam a ideia de Sfard de que a repetitividade é a chave do sucesso na comunicação.

Elas foram utilizadas muitas vezes. A professora Sofia nunca usou as palavras-chave em sentido duvidoso ou que provocasse confusão para os alunos, o que mostra a sabedoria da prática e o domínio do conhecimento a ensinar conforme Shulman (2014) defende. A apresentação das palavras usadas, que aparecem no Quadro 2, tem o objetivo de mostrar a sequência de apresentação de tais palavras e as repetições nas aulas observadas.

Quadro 2: Uso das palavras pela professora Sofia

1. ^a aula	taxa média de variação, inclinação, tangente, velocidade média, limite, derivada, diferencial, aproximação, razão incremental, definição, demonstração
2. ^a aula	aproximação, inclinação, derivada, limite, reta tangente, reta normal à tangente, regra de Ruffini, diferenciabilidade, continuidade, “modus ponens”, “modus tollens”, definição, demonstração
3. ^a aula	derivada lateral, função derivada, declive, regras de derivação, inclinação, limite, definição, demonstração
4. ^a aula	função, domínio de existência, função derivável num conjunto, derivada da soma, derivada do produto, derivada do quociente, derivada da função composta, limite, teorema, declive, diferenciável, derivável, definição, demonstração.
5. ^a aula	função, derivada, variação, declive, reta tangente, máximo, positivo, negativo, mais infinito, menos infinito, função crescente, função decrescente, derivada nula, crescimento, mínimo, estritamente crescente, estritamente decrescente, definição, demonstração

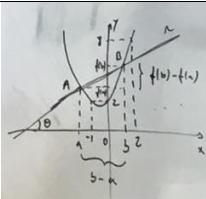
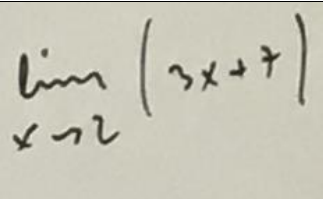
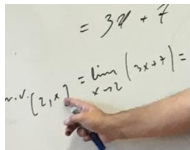
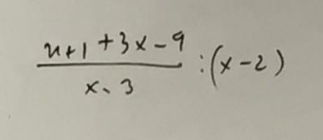
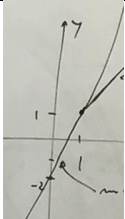
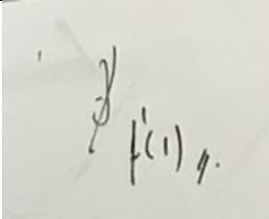
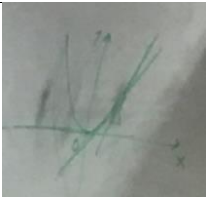
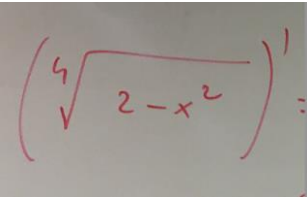
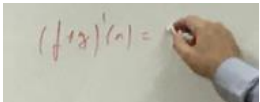
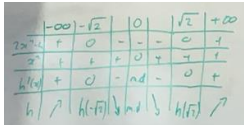
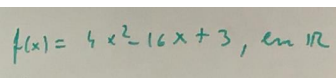
A construção do discurso científico com a introdução das novas palavras constitui-se na inculcação do novo vocabulário pela repetição. A linguagem formalizada da matemática está apoiada em definições, demonstrações, exemplos e contra-exemplos. É um discurso permanente em todas as aulas.

Mediadores visuais

Os discursos matemáticos fazem uso massivo de artefatos simbólicos, inventados especificamente para a comunicação matemática. No Quadro 3, apresentamos alguns desses mediadores que foram utilizados nas aulas.

Cabe destacar que os desenhos são bem elaborados e claros, assim como as diferentes representações. Os gestos da professora são precisos; ela aponta diretamente para o objeto matemático a que está se referindo. Às vezes, com o dedo, toca fisicamente no objeto escrito no quadro branco (1.^a aula), a fim de deixar bem claro sobre o que está falando. A professora encosta a mão no quadro para apontar exatamente o objeto matemático a que se refere, no caso, o gráfico da função módulo (2.^a aula). O gesto da caneta em pé tem o sentido de afirmação, de reforço daquilo que está dizendo. A mão serve também para dar ênfase à estabilidade da função, conforme se vê na 5.^a aula.

Quadro 3: exemplos de mediadores visuais

	Gráfico/Tabela	Simbólico	Gestual
1.ª aula			
2.ª aula			
3.ª aula			
4.ª aula			
5.ª aula			

Fonte: extratos fotografados do quadro branco

Alguns mediadores simbólicos estão sendo fixados, como aquele da notação de derivada, amplamente utilizada, e outras simbolizações, como o quantificador universal, que é usado sem comentários, num acordo tácito entre professor e alunos. Embora o professor utilize a letra **D** para domínio, várias vezes os alunos questionam sobre o seu significado. Notou-se que, mais de uma vez, o professor usou o gráfico para mostrar a tangente de uma função num ponto. Ao gesto de escrever, segue-se o de apontar para a expressão recém escrita, para confirmar o que foi escrito.

Narrativas

As narrativas matemáticas, na primeira aula, ocorrem por meio de duas definições que o professor explicita no quadro e também oralmente, seguindo o texto do livro; são elas: a definição de taxa média de variação e de derivada num ponto. Na segunda aula, a definição de “função derivada” escrita no quadro coincide com a que se vê no livro – “Dada uma função real de variável real f , designa-se por função derivada de f a função de domínio

$D_f = \{x \in D_f : f \text{ é diferenciável em } x\}$ que a cada faz corresponder $f'(x)$.” (Raposo & Gomes, 2023, p. 94). A professora Sofia acentua que esta é a ampliação de um conceito – aquele da derivada de uma função em um ponto – associa essa ampliação a outra já realizada com a função contínua em um ponto e uma função contínua num domínio. Inicia as regras de derivação com exemplos.

Na segunda aula, o importante teorema que relaciona a diferenciabilidade e a continuidade é demonstrado. Ela recorre à lógica matemática, questionando se eles recordam o que é *modus ponens*, ao mesmo tempo que apresenta essa regra de maneira esquemática (Figura 2 à esquerda) e faz o mesmo para a regra do *modus tollens* (Figura 2 à direita).

Figura 2 -Regras da lógica matemática

$\frac{a \quad a \rightarrow b}{b}$	$\frac{\sim b \quad a \rightarrow b}{\sim a}$
-------------------------------------	---

Fonte: Elaborada pelos autores

A professora Sofia utiliza essas duas regras da lógica ao demonstrar e comentar o teorema – a diferenciabilidade de uma função num ponto implica a continuidade da função naquele ponto. O teorema é amplamente discutido com os alunos, mostrando exemplos e contra-exemplos de funções que, sendo contínuas, não são deriváveis num dado ponto.

Consideramos, como Sfard (2008a), que essas regras são um tipo de narrativa, uma vez que elas se apresentam como uma sequência lógica de fatos. “Em níveis mais avançados do discurso coloquial, e em qualquer nível de discurso matemático acadêmico, uma narrativa conta como endossável se puder ser derivada de acordo com regras geralmente aceitas de outras narrativas endossadas” (Sfard, 2008a, p. 223).

A busca de generalizações, que são expressas pelos teoremas, tem peso nessa e em outras aulas observadas. A professora Sofia não perde oportunidade para estimular os alunos no domínio da linguagem matemática: na precisão das definições, das notações e da linguagem oral. Corrige a cada momento que se torne necessário.

Rotinas

A categoria rotina foi subdividida em duas categorias, que serão apresentadas separadamente.

Rotina de matemática

Na primeira aula, Sofia aproveita um exercício do livro⁴ em que é solicitado o cálculo de três taxas médias de variação para dois pontos próximos e um genérico e estabelece um

⁴ Seja a distância $d(t) = 3t^2 + t$, em metros, percorrida em t segundos por um determinado móvel. Calcula a velocidade média do

diálogo com os alunos. Episódio refere-se a uma rotina de matemática que podemos considerar como uma meta-regra.

Episódio 1: limite da taxa média de variação

Professora Sofia	Olhemos isso com um pouquinho mais de cuidado. Primeiro os autores do livro colocaram um 3, depois 2,5 e, genericamente, x . Ao aproximar o x do 2, o que vai acontecer?	[Exercício do livro: Seja $d(t) = 3t^2 + t$ a distância, em metros, percorrida em t segundos por um móvel. Calcula a velocidade média do móvel nos intervalos: a) $[2, 3]$, b) $[2; 2,5]$, c) $[2, x]$, (com $x > 2$)]
Alunos	Não respondem	
Professora Sofia	Dará $6\frac{m}{s}$ e depois $14,5\frac{m}{s}$, e depois $3x+7\frac{m}{s}$.	[Após fazer os cálculos com a participação dos alunos].
Professora Sofia	Se o x se aproximar do 2, essa expressão vai se aproximar de quanto?	
Aluno	13	
Professora Sofia	Se eu fizer o limite, a que isso corresponde?	
Alunos	Não respondem	
Professora Sofia	Na física, o que é isso?	
Alunos	A velocidade	
Professora Sofia	A velocidade instantânea!	[A professora complementa]
Professora Sofia	A velocidade instantânea é exatamente o limite da taxa média de variação, o que é chamado de derivada	

Embora a professora Sofia não faça uma tabela com os valores da função nas proximidades de $x=2$, ela mostra tal aproximação apontando no gráfico; com isso aproveita esse exercício e o fato de os alunos já conhecerem o conceito de limite para introduzir o conceito de derivada. Nesse exemplo, a professora Sofia poderia ter usado uma calculadora gráfica para que os alunos, de maneira rápida, fizessem os cálculos e chegassem à conclusão do valor de aproximação. Na entrevista, questionamos sobre isso, oportunidade em que ela afirmou que o tempo é muito reduzido para cumprir em 5 aulas um conteúdo tão extenso. Entretanto, afirmou que no 12º ano retomará o conteúdo das derivadas e explorará outros meios de apresentação, incluindo o uso das calculadoras gráficas.

móvel nos intervalos: a) $[2, 3]$, b) $[2; 2,5]$, c) $[2, x]$, (com $x > 2$) (Raposo & Gomes, 2023, p. 86).

Destacamos, também, a importante vinculação do novo conceito aprendido com a realidade que a professora traz ao apresentar a taxa média de variação como velocidade média. Ela informa que os novos radares nas estradas medirão não apenas a velocidade instantânea mas também a velocidade média para descobrir os infratores da velocidade limite. Imediatamente alguns alunos manifestam interesse querendo saber se o sistema já está funcionando e em quais estradas. Para Sfard (2008b), essa vinculação com o meio ambiente deve ser uma rotina. Assim agindo, o professor eficaz mantém os alunos atentos ao seu discurso, assegurando o sucesso da comunicação entre professor e aluno, o que para Shulman (2014) significa que a professora possui a competência do conhecimento pedagógico do conteúdo.

Nessa aula introdutória da derivada da função num ponto, constata-se a visão de um objeto matemático como taxa média de variação e inclinação da reta secante a uma curva. Esta é uma conexão importante. A ligação da expressão algébrica com o seu gráfico ou representação visual e a notação é um mediador simbólico importante. Os alunos foram estimulados a passar por diferentes representações para o conceito de derivada.

O diálogo do Episódio 2 mostra como a professora Sofia constrói uma narrativa matemática na terceira aula.

Episódio 2: Interpretação geométrica da derivada

Professora Sofia	O que é a derivada geometricamente?	
Aluno	É o declive!	
Professora Sofia	É o declive da reta tangente. Se aquilo é uma reta, o que irá acontecer em todos os pontos da reta?	[Professora complementa a resposta do aluno]
Alunos	Sem resposta	[No quadro está escrito $y=ax+b$]
Professora Sofia	O declive será quanto em todos os pontos?	
Alunos	É a	
Professora Sofia	Dá a! Vamos calcular. Nada como a demonstração! Até então é uma conjectura.	

Observa-se que, quando a pergunta é um tanto vaga, como aquela “o que irá acontecer em todos os pontos da reta”, os alunos silenciam. A professora segue uma rotina bem clara, que está esquematizada na Figura 3.

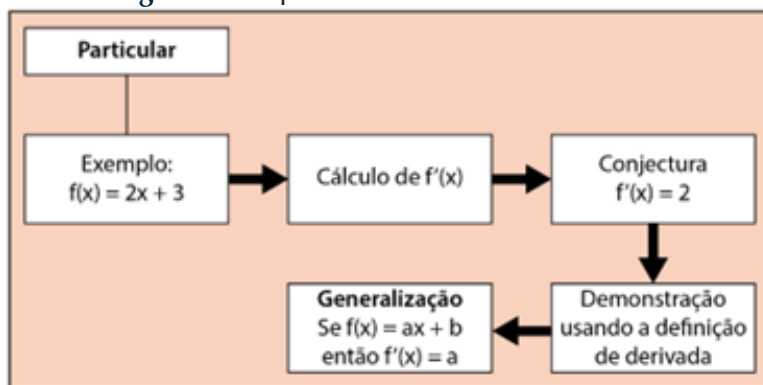
No episódio 3, Sofia mostra como, a partir de um exemplo em que a derivada de uma função afim é o coeficiente da variável independente, pode chegar à regra da derivada de uma função afim. O exemplo usado é a função $f(x) = ax + b$. O seu comentário inicial é: Agora, aqui é que começa o cálculo!

Episódio 3: prova que a derivada da função $f(x) = ax + b$ é $f'(x) = a$

Professora Sofia	Calculemos $f'(a)$. Ora, eu julgo que devemos usar a definição. O que é isso?	
Alunos	declive	
Professora Sofia	declive da reta tangente	[professor complementa a resposta de vários alunos]
Professora Sofia	Ora, se aquilo, aquilo é uma reta	[está se referindo à função $f(x)$]
Professora Sofia	Então o que irá acontecer em todos os pontos?	
Alunos	a	
Professora Sofia	A nossa intuição diz que é assim, mas isso é uma conjectura. Nada como uma demonstração	
Professora Sofia	O que é que dá?	[calcula o limite pela definição e chega ao valor a]
Alunos	a	
Professora Sofia	Então está provada a conjectura	

Nesse curso de ação, vê-se o professor dando a oportunidade aos alunos para perceberem a regularidade de que a derivada, em todos os pontos de qualquer função afim, se comportará da mesma maneira. Uma análise do Episódio 3 esclarece ser a comunicação uma atividade modelada; mostra com clareza que os padrões comunicacionais são estruturas dinâmicas e não esquemas de ação invariáveis. A narrativa é bastante conduzida pela professora, quase sem espaço para que os alunos formulem conjecturas próprias.

Figura 3 - Esquema da rotina de matemática



Fonte: elaborada pelos autores

No Episódio 4, a professora Sofia estabelece semelhanças e diferenças entre a regra de derivada de um produto e a derivada de um quociente. Ela conduz os alunos a aceitarem a regra da derivada do quociente como um caso particular da regra do produto, embora existam diferenças nos resultados.

Episódio 4: derivada do quociente

Professora Sofia	Sejam f e g duas funções diferenciáveis num conjunto D . Se $\forall a, a \in D$ e $g(a) \neq 0$, então $\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f'(a).g(a) - g'(a)f(a)}{g^2(a)}$	[professora fala e escreve no quadro branco]
Aluno	O que é D ?	
Professora Sofia	É o domínio de cada uma das funções.	
Professora Sofia	Embora a derivada do quociente seja muito parecida com a do produto, elas têm uma diferença.	
Professora Sofia	Reparem! O que é o quociente senão um produto. Se eu tiver f dividido por g , como se escreve isso?	
Aluno	f vezes $\frac{1}{g}$	[professora confirma]
Professora Sofia	Na prática isso é derivar um produto. Mas a expressão é ligeiramente diferente.	
Alunos	O sinal menos e o denominador g^2	

Este é um exemplo de rotina em que o professor, numa narrativa endossada, omite a demonstração. A justificativa do professor de que a mesma demonstração é muito parecida com a anterior poderia ter sido questionada pelos ouvintes, entretanto, eles aceitam a palavra de autoridade da professora Sofia e aquela do livro, que também omite a demonstração.

A aplicação das derivadas para o estudo da monotonia das funções ocorreu na quinta aula. Nessa, a professora Sofia apenas apresentou o enunciado do teorema de Lagrange, sem demonstração. Nenhum aluno exigiu essa prova. O Episódio 5 mostra como ela explorou a aplicação do teorema por meio de um exemplo. Após o enunciado do teorema escrito no quadro branco, a professora Sofia afirma que o teorema de Lagrange nos permite provar isso e parte para a aplicação dele a uma função particular.

Episódio 5: Aplicação da derivada

Professora Sofia	Nós vemos aqui no gráfico uma análise intuitiva da aplicação da derivada.	[professora fala e escreve no quadro branco]
Professora Sofia	Na prática como fazemos?	
Alunos	Não respondem	
Professora Sofia	É assim que estudamos a variação de uma função!	[Professora escreve no quadro branco. Exemplo: $f(x) = x^2 + 4x$]
Professora Sofia	O que fazemos primeiro?	
Alunos	Derivada	
Professora Sofia	Como é a derivada de $f(x) = x^2 + 4x$?	
Aluno	$2x+4$	
Professora Sofia	Quando a derivada é positiva, a função é?	
Alunos	crescente	[Alguns alunos respondem]
Professora Sofia	Quando a derivada é negativa, a função é?	
Alunos	Decrescente	[Mais de um aluno responde]
Professora Sofia	Vamos lá.	[Escreve no quadro $2x + 4 = 0$]
Professora Sofia	Para a análise da derivada, nada é melhor do que um quadro de sinais	[A professora desenha o quadro de sinais e o completa questionando os alunos].

Alguns exercícios propostos no livro são resolvidos pelos alunos. Um aluno voluntário resolve um desses exercícios no quadro branco, Figura 4.

Figura 4 – Exercício resolvido no quadro branco

Ex. 82 (18-115)

a) $f(x) = 4x^2 - 16x + 3$, em $\mathbb{R}$

$f'(x) = 8x - 16$

$f'(x) = 0$

$\Rightarrow 8x - 16 = 0$

$\Rightarrow x = 2$

$f(2) = -13$

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+
F	$\searrow$	-13	$\nearrow$

Fonte: fotografia do quadro branco

Rotina de aula

De maneira ampla, pode-se dizer que a rotina da aula segue os seguintes passos: exemplo motivador, definição, exercício e repetição de palavras do novo vocabulário. Entretanto as observações permitiram analisarmos aquilo que Domingos (2010) denomina de normas sociomatemáticas, que envolvem padrões de interação social. Para Yackel e Cobb

(1996) as normas sociomatemáticas “[...] reflectem situações de interacção da aula de matemática, caracterizadas pela compreensão normativa do que é considerado matematicamente diferente, matematicamente sofisticado, matematicamente eficaz ou matematicamente elegante” (Domingos, 2010, p. 203).

Observou-se uma norma que ocorreu em todas as aulas, qual seja: os alunos esperavam sempre que a professora Sofia validasse as suas respostas. A autoridade da professora que, para os alunos, detinha o conhecimento, legitimaria suas falas. Segundo Domingos, “Esta norma pode ser designada de *conformação*, tendo como papel principal o de verificar se um dado significado está conforme com aquilo que é considerado matematicamente válido” (Domingos, 2010, p. 205).

Em todas as aulas observadas, ela começou corrigindo os exercícios deixados como tarefa na aula anterior. Ao apresentar um novo conceito—por exemplo, a interpretação geométrica da derivada num ponto—usou a seguinte frase: “temos uma tangente quando os pontos estão próximos, o que é óbvio”. Nenhum aluno questionou a professora sobre isso ser óbvio; parece haver uma concordância ou, pelo menos, se algum aluno considerou não ser óbvio, não se manifestou. Após a demonstração de um teorema, cujo enunciado é copiado no quadro e demonstrado passo a passo, a professora apresenta exemplos e contra-exemplos de funções que atendem ou não ao teorema. Seguem-se exercícios, resolvidos no quadro pela professora ou por alunos voluntários. Na aula sobre as regras de derivação, os alunos pareciam animados em aprendê-las, pois com elas poderiam exercitar-se mais. A professora Sofia avisou que, nos exames, eles teriam esse formulário à disposição. Ela demonstrou a regra da derivada da soma de funções, a do produto mas não do quociente, dizendo que era semelhante àquela do produto. No livro, não aparece essa demonstração. Aqui, a demonstração, que sempre foi considerada essencial, não gerou discussão. Os alunos não questionaram a professora, aceitaram tacitamente que fosse assim. Entretanto, ao demonstrar a regra da derivada de um produto de duas funções, a professora Sofia teve o cuidado de realizá-la passo a passo e mostrar que, para essa demonstração, era necessário conhecer o teorema: “se uma função é derivável num ponto, então é contínua naquele ponto”, para justificar uma passagem de limite que, sem o fato da função f ser derivável, poderia não existir”. No livro, esta passagem não está justificada como deveria, lacuna essa que a professora preenche. Nos exercícios das regras de derivação, a norma da comparação simbólica foi amplamente usada. Essa norma surge quando é preciso manipular expressões simbólicas mais ou menos complexas.

Na 5.^a aula, os alunos, ao aprenderem uma das aplicações da derivada, parecem ter ficado muito mais motivados em relação ao assunto. Um breve comentário da professora sobre a possibilidade de uso de calculadoras gráficas para cálculo das derivadas provocou a seguinte pergunta por parte de um dos alunos: “por que não se faz uma calculadora que seja analítica?” A resposta da professora dando conta de que já existem tais ferramentas

provocou no aluno, que havia feito a pergunta, um amplo sorriso, expressão inequívoca de um misto de alegria e alívio. Um alívio por não ser necessário, sempre, resolver as derivadas pela definição, com tanto esforço algébrico. É importante comentar que a professora, na sua prática, toma muito cuidado com as palavras, com as notações no quadro, corrigindo os alunos nos pequenos deslizes de escrita.

Um traço da presença da *commognition* surgiu na quinta aula, quando um aluno manifestou curiosidade a respeito das derivadas.

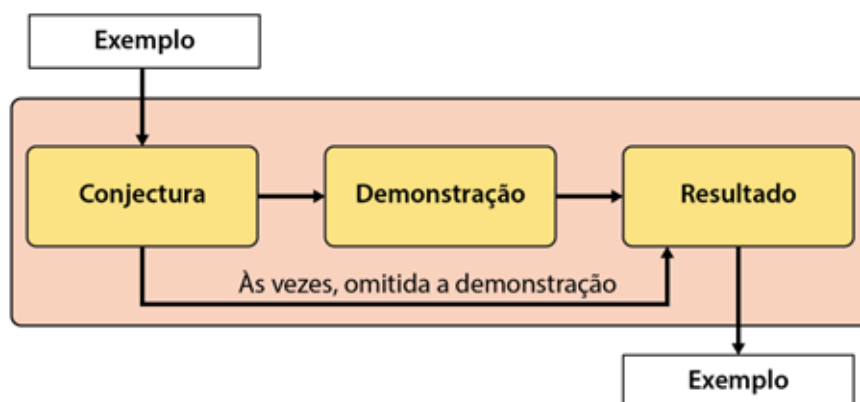
Episódio final

Aluno	Existe a derivada da derivada?	[alunos saindo da sala]
Professora Sofia	Sim. É a segunda derivada.	[aluno sorri e parece satisfeito por sua pergunta e resposta da professora]
Professora Sofia	Iremos retornar a esse assunto no próximo ano.	[complementa]

CONCLUSÕES

As palavras que a professora Sofia habilmente usa em sala de aula introduzem o novo vocabulário científico da matemática: o limite, a derivada, a taxa média de variação, a continuidade e a diferenciabilidade. Como Sfard (2008a) chama a atenção, a repetitividade é a fonte da eficácia comunicacional. Aos poucos os alunos aderem à nova nomenclatura e começam a utilizá-la com alguma destreza, entretanto não foi possível constatar se a repetição por parte dos alunos é resultado de uma reflexão. Os mediadores visuais – simbólicos, gráficos e gestuais – aparecem em todas as aulas. Aparentemente, os alunos usam sem receio as notações. A narrativa é construída por meio de definições enunciadas e teoremas que são demonstrados, assim como algumas regras que são expostas sem demonstrações. O apoio dessa narrativa está no livro didático adotado, fonte dos “fatos matemáticos”. A rotina das aulas, conforme Sfard (2008a), ocorre pela reprodução de movimentos comunicacionais familiares apropriados às novas situações, o que permite nos tornarmos discursantes hábeis, além de dar significado às nossas ações. A professora constrói rotinas, no sentido de Sfard (2008a), com os alunos, em narrativas matemáticas, onde busca regularidades e padrões. As rotinas matemáticas estão presentes em todas as aulas, algumas das quais visam a apresentar, formalmente, resultados matemáticos. Ela chama a atenção para o fato de que, enquanto esse resultado não está demonstrado, ele não passa de uma conjectura. Basicamente, ela levanta uma conjectura, começando às vezes com um exemplo particular, questionando o que pode acontecer, sugerindo que isso é ainda uma conjectura, propondo usar a definição para demonstrar se vale ou não essa conjectura (Figura 5).

Figura 5–Esquema de rotina de matemática



Fonte: elaborada pelos autores

Identificamos, além da rotina de matemática, a rotina de aula, em que a teoria é no mais das vezes, apresentada inicialmente e, ilustrada com exemplos, embora às vezes a professora inverta essa ordem; exercícios são resolvidos pela professora e alunos, todos eles corrigidos no quadro. Uma das normas sociomatemáticas mais visível é a conformação.

O conceito de derivada foi construído a partir do conceito de taxa média de variação, passando pela ideia de aproximação, limite e finalmente derivada num ponto. O meio auxiliar adotado são visualizações gráficas, que são habilmente desenhadas no quadro. A passagem do conceito de derivada num ponto para o conceito de derivada num conjunto é apresentada como uma ampliação do conceito de derivada num ponto. A abordagem do conceito de derivada é formalizada, com algum apelo à intuição. Concordamos com Sfard (2008a) quando diz que esse fazer coletivo entre a professora e os alunos gera a *commognition*. Identificamos, na comunicação eficaz entre os interlocutores, que diferentes enunciados evocaram respostas em sintonia com os falantes.

Embora a aprendizagem não tenha sido o foco da investigação, a entrevista realizada com a professora Sofia, após a avaliação sobre as derivadas, mostrou que a média dos alunos foi de 13,9 pontos (o máximo é 20). Portanto, o resultado da aprendizagem traz indícios de um ensino eficiente. Conforme proposto por Shulman (1987), estudos que registram e analisam em casos ações de professores talentosos podem estabelecer padrões de prática numa área específica, no nosso caso, no ensino da matemática.

REFERÊNCIAS

- Bakhtin, M. **Estética da criação verbal**. São Paulo: Martins Fontes, 2000.
- Calvino, I. **Palomar**. Tradução João Reis. São Paulo: Planeta De Agostini, 2001.
- Domingos, A. **Compreensão de Conceitos Matemáticos Avançados: A Matemática no Início do Superior**. Tese (Doutorado em Teoria e Desenvolvimento de Currículo)–Universidade

Nova de Lisboa Faculdade de Ciências e Tecnologia, Lisboa, 2005.

Domingos, A. M. D. (2010). As normas sociomatemáticas e a aprendizagem da matemática. In **XXI Seminário de Investigação em Educação Matemática** (p. 202-213).

Kidron, J. Calculus teaching and learning. In Stephen Lerman **Encyclopedia of Mathematics Education**. p. 69-74. Springer, 2014.

Park, J. Is the derivative a function? If so, how do we teach it? **Educ Stud Math**, v.89, p. 233-250, abr. 2015.

Nseanpa, C.; Gonzáles-Martín, A. Mathematics teacher's use of institutional resources to teach derivatives. The Case of Cameroon. Conference: **Twelfth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education** (CERME12), Italy, 2022. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/359919090_Mathematics_teachers'_use_of_institutional_resources_to_teach_derivatives_The_case_of_Cameroon. Acesso em: 13 jun. 2024.

Raposo, D.; Gomes, L. **Expoente 11**. Matemática A. Lisboa: Asa, 2023.

Shulman, L. S. Conhecimento e ensino: fundamentos para a nova reforma. *Cadernoscenpec*, v.4, n.2, p.196-229, 2014.

Shulman, L. S.; Shulman, J. (2016). Como e o que os professores aprendem: uma perspectiva em transformação. **Cadernoscenpec**. São Paulo, v.6, n.1, p.120-142, jan./jun., 2016.

Sfard ; Kieran , C. Cognition as communication: rethinking learning-by-talking through multi-faceted analysis of students' mathematical interactions. **Mind, Culture, and Activity**, 8(1), p. 42-76, 2001.

Sfard, A. Introduction to thinking as communication. **TMME**, v. 5 (2&3), p. 429-435, 2008a. Disponível em: <https://www.researchgate.net/publication/357123327>. Acesso em: 23 maio 2024.

Sfard, A. **Thinking as communicating**: human development, the growth of discourses, and mathematizing. Cambridge University Press, 2008b.

Yackel, E.; e Cobb, P. Sociomathematical norms, argumentation, and autonomy in mathematics. **Journal for Research in Mathematics Education**, v. 27(4), p. 458-477, 1996.

Apéndice – Información sobre el artículo

Historico editorial

Submetido: 08 de Junio de 2024.

Aprobado: 05 de Diciembre de 2024.

Publicado: 20 de Enero de 2025.

Como Citar — APA

Silva, C. M. S. da., & Domingos, A. (2025). O ensino de derivada no secundário: o caso da professora Sofia . *PARADIGMA*, XLVI(1), e2025007. <https://doi.org/10.37618/PARADIGMA.1011-2251.2025.e2025007.id1598>.

Como Citar — ABNT

SILVA, Circe Mary Silva da; DOMINGOS, António. O ensino de derivada no secundário: o caso da professora Sofia. **PARADIGMA**, Maracay, v. XLVI, n. 1, e2025007, Ene./Jun., 2025.
<https://doi.org/10.37618/PARADIGMA.1011-2251.2025.e2025007.id1598>.

Conflicto de intereses

Nada que declarar.

Declaración de disponibilidad de datos

Todos los datos han sido presentados/generados en este artículo.

Derechos autorales

Los derechos de autor pertenecen a los autores, que conceden a revista **Paradigma** los derechos exclusivos de primera publicación. Los autores no serán remunerados por la publicación de sus artículos en esta revista. Los autores están autorizados a celebrar contratos adicionales por separado, para la distribución no exclusiva de la versión del artículo publicado en esta revista (por ejemplo, publicación en un repositorio institucional, en un sitio web personal, publicación de una traducción o como capítulo de un libro), con reconocimiento de autoría y primera publicación en esta revista. Los editores de la revista **Paradigma** tienen derecho a realizar ajustes textuales y adecuación normativas en este artículo.

Acceso libre

Este artículo es de acceso abierto (**Open Access**) y sin gastos de envío ni de procesamiento del artículo (**Article Processing Charges - APCs**). El acceso abierto es un amplio movimiento internacional que pretende proporcionar acceso en línea libre y gratuito a la información académica, como publicaciones y datos. Una publicación se define como de acceso abierto cuando no existen barreras financieras, legales o técnicas para acceder a ella; en otras palabras, cuando cualquiera puede leerla, descargarla, copiarla, distribuirla, imprimirla, investigarla o utilizarla en la educación o de cualquier otra forma dentro de los acuerdos legales.



Licencia de uso

Este artículo es licenciado con **Creative Commons Atribución-NoComercial-SinDerivadas 4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0)**. Esta licencia le permite compartir, copiar y redistribuir el artículo en cualquier medio o formato. La licencia no permite utilizar el material con fines comerciales ni adaptarlo, remezclarlo o transformarlo.



Comprobación de similitud

Este artículo fue sometido a una comprobación de similitud utilizando el software de detección de texto **iThenticate** de Turnitin, a través del servicio de **Similarity Check** de la Crossref.



Proceso de evaluación

Revisión por pares a doble ciego (**Double blind peer review**).

Editor

Fredy E. González

Publisher

Este artículo ha sido publicado en la revista **Paradigma** vinculada al Centro de Investigaciones Educativas Paradigma (CIEP) del Departamento del Componente Docente de la **Universidad Pedagógica Experimental Libertador** (Núcleo Maracay). La revista **Paradigma** publica artículos de carácter técnico-científico, derivados de estudios e investigaciones que sirvan de apoyo al desarrollo del conocimiento educativo, propiciando el diálogo entre los diferentes campos de la educación. Las ideas expresadas en este artículo son de los autores y no representan necesariamente la opinión del consejo editorial o de la universidad. En Brasil, la revista **Paradigma** obtuvo la calificación **Qualis A1** en la **Evaluación CAPES (2017-2020)**.

