

Hibridación y articulación de teorías: El caso del Enfoque Ontosemiótico en Educación matemática¹

Juan D. Godino² 

Resumen

La complejidad de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas origina la existencia de diversos enfoques y teorías que tratan de describir, explicar y mejorar dichos procesos. Ello ha llevado a estudios orientados a la clarificación, comparación y articulación de teorías con el fin de facilitar la investigación. El Enfoque Ontosemiótico (EOS) ha emergido como una propuesta de elaboración de un sistema teórico modular e integrador para la educación matemática que aborda, no solo el problema educativo-instruccional, sino también las cuestiones epistemológicas, ontológicas y psicológicas implicadas. Transcurridos treinta años desde la publicación de los primeros trabajos sobre el EOS, el libro de Godino (2024), que sintetizamos en este artículo, revisa y sistematiza los distintos módulos que componen este sistema teórico, los supuestos básicos que los sustentan, la articulación entre los mismos, las conexiones con otras teorías y presenta ejemplos de aplicación de las diversas herramientas conceptuales y metodológicas.

Palabras clave: Educación matemática, enfoque ontosemiótico, articulación de teorías.

Hybridization and articulation of theories: The case of the Ontosemiotic Approach in Mathematics Education

Abstract

The complexity of mathematics teaching and learning processes gives rise to various approaches and theories that attempt to describe, explain, and improve these processes. This has led to studies aimed at clarifying, comparing, and articulating theories to facilitate research. The Onto-Semiotic Approach (OSA) has emerged as a proposal for developing a modular and integrative theoretical system for mathematics education that addresses not only the educational-instructional problem but also the epistemological, ontological, and psychological issues involved. Thirty years after the publication of the first works on the OSA, Godino's book (2024), which we summarize in this article, reviews and systematizes the different modules that compose this theoretical system, the basic assumptions that support them, the articulation between them, the connections with other theories, and presents examples of the application of various conceptual and methodological tools.

Keywords: Mathematics education, ontosemiotic approach, networking theories.

Hibridização e articulação de teorias: O caso da Abordagem Ontossemiótica na Educação Matemática

Resumo

A complexidade dos processos de ensino e aprendizagem de matemática dá origem a uma variedade de abordagens e teorias que tentam descrever, explicar e melhorar esses processos. Isso tem levado a estudos que visam esclarecer, comparar e articular teorias para facilitar a pesquisa. A Abordagem Ontossemiótica (EOS) surgiu como uma proposta para a elaboração de um sistema teórico modular e integrador para a educação matemática que aborda não apenas o problema educacional-instrucional, mas também as questões epistemológicas, ontológicas e psicológicas envolvidas. Trinta anos após a publicação dos primeiros trabalhos sobre o EOS, o livro de Godino (2024), que resumimos neste artigo, revisa e sistematiza os diferentes módulos que compõem

¹ Versión revisada del artículo publicado en la revista *Éducation & Didactique*, 19-1 (2025) con el título, *Hybridisation and networking of theories: The case of the ontosemiotic approach in mathematics education*

² Universidad de Granada (UGR). España. E-mail: jgodino@ugr.es

esse sistema teórico, os pressupostos básicos que os sustentam, a articulação entre eles, as conexões com outras teorias e apresenta exemplos de aplicação das diversas ferramentas conceituais e metodológicas.

Palavras-chave: Educação matemática; abordagem ontosemiótica; articulação de teorias.

INTRODUCCIÓN

En este trabajo se presenta una síntesis global del libro *Enfoque Ontosemiótico en Educación Matemática. Fundamentos, herramientas y aplicaciones* (Godino, 2024) en el cual elaboro un compendio original de este marco teórico. La necesidad y utilidad de escribir este libro surge al constatar la gran cantidad de trabajos de investigación apoyados en el Enfoque Ontosemiótico (EOS) sobre el conocimiento y la instrucción matemáticos publicados desde los primeros años de la década de los 90. Como se puede ver en el repositorio web disponible en la universidad de Granada <https://www.ugr.es/local/fqm126/>, tras la publicación en *Recherches en Didactique des Mathématiques* del artículo “Significado institucional y personal de los objetos matemáticos” (Godino y Batanero, 1994), el número de tesis doctorales y de artículos de investigación que usan las herramientas conceptuales y metodológicas del EOS ha aumentado sustancialmente. Estas herramientas teóricas han ido evolucionando y refinándose, al tiempo que se han aplicado a la investigación sobre la didáctica de los diversos contenidos matemáticos y diferentes niveles educativos.

Los sucesivos desarrollos del EOS han abarcado los diversos problemas implicados en los procesos de educación matemática, incluyendo cuestiones ontológicas, semióticas, epistemológicas específicas de las matemáticas educativas. Como resultado, se ha elaborado un sistema teórico en el que se trata de articular de manera coherente las distintas dimensiones involucradas en la investigación sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas y la formación de profesores de matemáticas. En el EOS se tiene en cuenta la necesidad de clarificar y combinar las teorías usadas en educación matemática, aplicando la estrategia de hibridación y unificación propias de la línea de investigación sobre articulación de marcos teóricos (Bikner-Ahsbahs y Prediger, 2014).

Transcurridos treinta años desde la publicación de los primeros trabajos sobre el EOS, es necesario realizar una revisión y sistematización que facilite su difusión. En consecuencia, el objetivo del libro es presentar los distintos módulos o teorías que componen el sistema teórico EOS, los supuestos básicos que las sustentan, la articulación entre las mismas, las conexiones con otras teorías y ejemplos de aplicación de las diversas herramientas conceptuales y metodológicas.

El EOS aporta un sistema de nociones, principios y herramientas metodológicas para estudiar y comprender la naturaleza de la actividad matemática, el conocimiento matemático y los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Este componente científico (descriptivo, explicativo y predictivo) sobre la educación matemática se complementa con otro tecnológico (prescriptivo), formado por un sistema de criterios o normas para op-

timizar el diseño, implementación y evaluación de los procesos educativo-instruccionales y un modelo de desarrollo profesional docente. En este libro se presenta el sistema teórico EOS compuesto por cinco teorías articuladas:

1. Teoría ontosemiótica de la actividad matemática.
2. Teoría ontosemiótica del significado y la cognición matemática.
3. Teoría del diseño educativo en matemáticas.
4. Teoría de la idoneidad didáctica.
5. Teoría del desarrollo profesional docente.

En los siguientes apartados describo brevemente cada una de estas teorías indicando los aportes específicos del libro respecto de publicaciones previas sobre el tema. El Capítulo 1 describe dilemas o contradicciones existentes en diferentes enfoques y teorías usadas en educación matemática que sirven de antecedentes y trasfondo de los módulos que componen el EOS.

DILEMAS EN LA CONCEPTUALIZACIÓN DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA. PLURALIDAD DE ENFOQUES Y TEORÍAS

La idea de dilema (controversia, contradicción), en el sentido introducido por la Teoría Histórica-Cultural de la Actividad (CHAT) (Engeström, 1987; Roth y Lee, 2007), es útil para motivar la construcción del EOS como sistema teórico que pretende abordar los relacionados con la educación matemática, en unos casos mediante una estrategia de hibridación de teorías existentes, en otros reconociendo su complementariedad y el uso coordinado de diversas teorías. También adoptamos la noción de actividad de la CHAT al reflexionar sobre las matemáticas y la educación matemática como campos de investigación y acción práctica. La interpretación de las teorías como sistemas de actividad introduce los componentes comunitarios, históricos y culturales, el entorno ecológico-normativo en el que se desarrollan, su objeto o motivo (responder a algunas preguntas) y los instrumentos (principios y métodos) construidos y aplicados en el análisis (véase Godino et al, 2024).

Dilemas en la conceptualización de la educación matemática

Existe cierta controversia entre autores que enfatizan el carácter de ciencia de la educación matemática (Gascón y Nicolás, 2017), cuyo objetivo es la comprensión de los fenómenos educativos y aquellos que consideran la educación como un sociotecnología (Bunge, 1998) y enfatizan el componente de intervención sobre la práctica para su mejora. En el EOS consideramos necesario articular una visión que reconozca la complementariedad del componente científico y tecnológico de la Didáctica. Por una parte, se deben abordar problemas teóricos de clarificación ontológica, epistemológica y semiótica sobre el conocimiento matemático, en cuanto tales problemas tienen relación con los procesos de enseñanza y

aprendizaje (componente científico, descriptivo, explicativo y predictivo). Por otra parte, se debe intervenir en dichos procesos para hacerlos lo más idóneos posible (componente tecnológico-prescriptivo). Asumimos, por tanto, una concepción ampliada de lo didáctico, como lo relativo a los procesos de enseñanza y aprendizaje, al saber y la práctica matemática (génesis, desarrollo, difusión, transposición y utilización), así como a la optimización de dichos procesos en los contextos educativos.

Dilemas en la conceptualización del conocimiento matemático y su emergencia

La fundamentación de la actividad de educación matemática exige problematizar la naturaleza del conocimiento matemático. ¿Cómo podemos abordar el estudio de los números, por ejemplo, si no entendemos claramente qué son los números y qué significa comprenderlos? Afrontar esta pregunta requiere incluir dentro de la investigación en educación matemática cuestiones ontológicas (naturaleza y tipos de objetos), epistemológicas (cómo surge y evoluciona el conocimiento) y semióticas (diversidad y papel de los signos) sobre las matemáticas.

Diversos marcos teóricos (Ernest, 2018; Font *et al.*, 2013), con frecuencia centrados en aspectos parciales y adoptando diferentes posiciones epistemológicas, ontológicas, semióticas y cognitivas, vienen abordando esta problemática considerando las interconexiones entre la actividad matemática y la actividad de educación matemática. Mejorar la coherencia y eficacia de la investigación en educación matemática requiere confrontar y articular esta diversidad de enfoques.

El estudio de la literatura sobre los fundamentos teóricos de la educación matemática nos permite identificar las siguientes tensiones:

- Las matemáticas como actividad humana versus las matemáticas como sistema de objetos.
- Platonismo (objetos matemáticos como entidades preexistentes) y nominalismo (objetos matemáticos reducidos a nombres o símbolos).
- Las relaciones entre la dimensión personal (cognitiva) y la institucional (epistémica) del conocimiento.
- Vínculos entre representaciones internas (esquemas cognitivos, concepciones) del conocimiento y externas (lenguajes y artefactos materiales).
- El significado como referencia mental de las palabras y símbolos o el significado como su uso.
- Las conexiones entre el saber matemático profesional, el saber escolar y los procesos de transposición o elementalización.

Dilemas en la conceptualización del aprendizaje

Existen discusiones importantes en las teorías del aprendizaje constructivistas radicales, constructivistas sociales, enactivistas y socioculturales. “Se trata principalmente de

diferencias epistemológicas, aunque los defensores y críticos de las diversas teorías también incorporan análisis y razonamientos ontológicos, éticos, sociales y metodológicos a sus argumentos” (Ernest, 2018, p. 28). Los diversos constructivismos comparten la metáfora de la construcción, según la cual describen la comprensión del sujeto como la construcción de estructuras mentales. Reconocen que el conocer es activo, individual y personal, y que se basa sobre el conocimiento previamente construido.

El enactivismo se ha convertido en una teoría del aprendizaje con una cierta importancia entre los investigadores en educación matemática. Según esta teoría de la cognición, “el individuo no es un simple observador del mundo, sino que está corporalmente inmerso en él y está conformado, cognitivamente y como organismo físico completo, por su interacción con el mundo” (Ernest, 2010, p. 42).

El aprendizaje, concebido como adquisición personal está siendo complementado por una nueva visión como proceso de participación en un hacer colectivo. Lo importante no es el cambio en el aprendiz individual sino en los modos de comunicarse con los demás. El nuevo marco de investigación comienza a designarse como discursivo o comunicacional (Kieran *et al.* 2001) por el énfasis que le atribuyen las investigaciones al lenguaje y a la comunicación, siendo una de las diversas implementaciones posibles del enfoque socio-cultural, ligado a la escuela de pensamiento de Vygotsky y a la filosofía de Wittgenstein. Esta aproximación propone una visión del pensamiento humano como algo esencialmente social en sus orígenes y dependiente de factores históricos, culturales y situacionales de manera compleja.

Dilemas sobre la enseñanza

La enseñanza en las distintas áreas disciplinares, y en particular en las matemáticas, plantea diversos dilemas sobre los cuales los profesores deben tomar decisiones:

- Individualización vs. estandarización: Adaptar la enseñanza a las necesidades e intereses de cada estudiante, respetando su ritmo de aprendizaje o asegurar que todos los estudiantes progresen al mismo al mismo tiempo, utilizando un currículo y evaluación uniformes.
- Teoría vs. práctica: Enfatizar la comprensión de los conceptos y principios matemáticos o priorizar la aplicación de los conocimientos a situaciones reales y la resolución de problemas.
- Rigor vs. creatividad: Primar la exactitud y el rigor académico en la enseñanza de las matemáticas o fomentar la creatividad y exploración en los estudiantes.
- Enseñanza centrada en el estudiante. La familia de teorías instruccionales basadas en la indagación del estudiante, como “Educación basada en la indagación” (Inquiry-Based Education, IBE), “Aprendizaje basado en la indagación” (Inquiry-Based Learning, IBL) y “Aprendizaje basado en problemas” (Problem-Based Learning, PBL), designan modelos teóricos de instrucción, desarrollados desde diversas disciplinas curriculares en las cuales se considera central a investigación

del propio estudiante (Artigue & Blomhøj, 2013). Se atribuye un papel clave a la resolución de problemas “auténticos”, bajo un planteamiento constructivista.

- Enseñanza centrada en el profesor. Modelos basados en la transmisión del conocimiento las diversas formas de intervención educativa en las cuales prima la instrucción directa y explícita. El uso de ejemplos resueltos constituye un rasgo característico de la instrucción fuertemente guiada, mientras que el descubrimiento de la solución a un problema en un entorno rico en información constituye similarmente el compendio del aprendizaje por descubrimiento mínimamente guiado (Sweller *et al.*, 2007).

Dilemas en la evaluación de los procesos educativos-instruccionales

Existen tensiones entre la evaluación formativa y la sumativa, en la evaluación del aprendizaje a nivel local (interno al aula) y global (externo) (Stufflebeam *et al.*, 2002). La evaluación sumativa requiere desarrollar instrumentos de medida objetivos que permitan realizar comparaciones entre grupos, escuelas y países para tomar decisiones a nivel macro. Esta evaluación conduce a una reducción de la complejidad, prescindiendo de detalles contextuales, que pueden ser esenciales desde el punto de vista educativo. Una visión compleja de las matemáticas, del aprendizaje y la enseñanza requiere nuevos enfoques de la evaluación, sobre todo de la formativa realizada por el profesor para intervenir con fundamento en la organización de la enseñanza.

Dilemas en la formación del profesorado de matemáticas

En el campo de investigación sobre la formación y el pensamiento del profesor de matemáticas (Chapman, 2020; Ponte y Chapman, 2016) encontramos diversos modelos teóricos que describen los tipos de conocimientos que los profesores deben poner en juego para favorecer el aprendizaje de los estudiantes.

Aunque hay un consenso general en que los profesores deben dominar los contenidos disciplinares correspondientes, no hay un acuerdo similar sobre la manera en que se debe lograr dicho dominio. Se suele reconocer que el conocimiento disciplinar no es suficiente para asegurar competencia profesional, siendo necesarios otros conocimientos de índole psicológica y didáctica (cómo aprenden los estudiantes, cuáles son las dificultades y errores característicos, sus emociones y actitudes, ...). Los profesores deberían ser capaces también de organizar la enseñanza, diseñar tareas de aprendizaje significativas, usar los recursos adecuados, y comprender los factores que condicionan los procesos educativos-instruccionales.

La búsqueda de lo que significa el carácter especializado del conocimiento del profesor de matemáticas continúa siendo un tema importante en este campo de investigación (Scheiner *et al.*, 2019). Desde nuestro punto de vista, los modelos de “conocimiento matemático para la enseñanza” elaborados desde las investigaciones en educación matemática,

incluyen categorías muy generales. Consideramos que sería útil disponer de modelos que permitan un análisis más detallado de cada uno de los tipos de conocimientos que se ponen en juego en una enseñanza efectiva de las matemáticas. Ello permitiría orientar el diseño de acciones formativas y la elaboración de instrumentos de evaluación de los conocimientos del profesor de matemáticas.

Para abordar estos problemas es necesario elaborar modelos teóricos que tengan en cuenta la especificidad y complejidad de facetas y componentes que intervienen en los procesos educativos-instruccionales, tanto referidos al contenido matemático como al contenido didáctico-matemático que deben conocer y dominar los profesores, y en consecuencia los formadores de profesores.

EMERGENCIA Y DESARROLLO DEL EOS

A comienzo de la década de los 90 y en el contexto de un curso de “Teoría de la Educación Matemática” de un programa de doctorado de la Universidad de Granada, tomamos conciencia de la necesidad de clarificar nociones fundamentales del área para estudiar los fenómenos cognitivos que se describían con diferentes modelos: conocimientos, saberes, concepciones, conceptos, esquemas, invariantes operatorios, significados, praxeologías, etc. El reconocimiento de la disparidad de dichos constructos, formulados en teorías tales como Teoría de las Situaciones Didácticas (Brousseau, 2002); Campos Conceptuales (Vergnaud, 1990), Registros de Representación Semiótica (Duval, 1995) y Teoría Antropológica de lo Didáctico (Chevallard, 1992), motivaron las indagaciones que dieron lugar a los primeros trabajos del EOS.

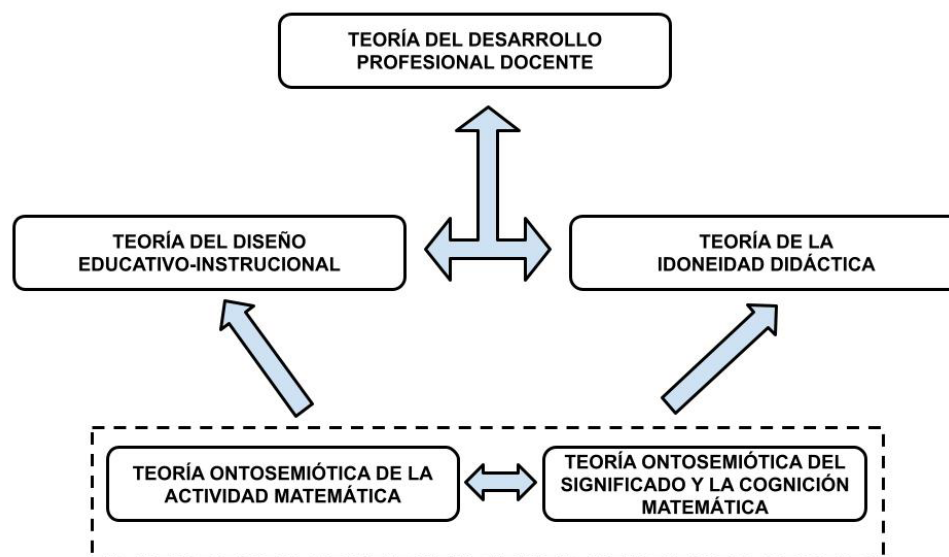
El problema que originó una primera etapa en la elaboración del EOS fue la clarificación de la noción de significado de un objeto matemático y su relación con otros constructos como concepto, concepción y comprensión (Godino y Batanero, 1994). La distinción entre los aspectos personales y los institucionales para la noción de significado fue esencial para articular las aproximaciones epistemológicas y cognitivas en educación matemática.

Considerando que el problema epistémico-cognitivo no puede desligarse del ontológico y semiótico, en la segunda etapa (a partir de 1998), se amplió el marco teórico (Godino, 2002) para describir la actividad matemática y los procesos de comunicación de sus producciones. En esta extensión progresamos en el desarrollo de una ontología y una semiótica específica para estudiar los procesos de interpretación de los sistemas de signos matemáticos puestos en juego en la interacción didáctica. El desarrollo de una teoría del conocimiento matemático sobre bases antropológicas (Wittgenstein, 1953), pragmatistas (Peirce, 1931-58) y semióticas (Hjelmslev, 1943) aportó elementos de articulación entre las teorías del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas.

En etapas posteriores aplicamos el EOS para elaborar herramientas de análisis y diseño de procesos educativo-instruccionales (Godino *et al.* 2006), incluyendo trabajos para el estudio de la dimensión normativa y metanormativa (D'Amore *et al.*, 2007; Godino *et al.*, 2009;), la elaboración de la herramienta idoneidad didáctica (Godino *et al.*, 2006; Godino *et al.*, 2023) que incluye un sistema de criterios para la evaluación integral de los procesos de enseñanza y aprendizaje, y un modelo de conocimientos y competencias del profesor de matemáticas (Godino, 2009; Godino *et al.*, 2017).

La diversidad de cuestiones implicadas en la educación matemática ha llevado al EOS a elaborar cinco teorías articuladas (Figura 1) en las cuales se proponen herramientas conceptuales y metodológicas específicas para su estudio. A continuación, se describen brevemente estas teorías, completando el resumen de cara una con una serie de preguntas y las respuestas a la misma que sirven para clarificarlas.

Figura 1 - Sistema teórico EOS



Fuente: Godino (2024, p. 44)

TEORÍA DE LA ACTIVIDAD MATEMÁTICA Y OBJETOS EMERGENTES

La teoría ontosemiótica de la actividad matemática aporta supuestos y herramientas teóricas para el análisis de la actividad matemática, tanto profesional como escolar, así como los objetos que intervienen y surgen de dicha actividad. Aporta una visión propia sobre la emergencia del conocimiento matemático adaptada al contexto educativo, con rasgos transdisciplinares al abordar dilemas en las teorías epistemológicas y ontológicas implicadas en la educación matemática. Esta visión complementa la perspectiva lógica-formal, propia de los contextos de creación y justificación del conocimiento matemático, con la visión empirista-factual ligada a los contextos de aplicación. Los postulados de esta teoría son los siguientes:

- La matemática es una actividad humana centrada en la resolución de cierta clase de situaciones – problemas.
- Las prácticas matemáticas pueden ser idiosincrásicas de una persona o compartidas en el seno de una institución.
- La resolución de problemas se realiza mediante la articulación de secuencias de prácticas.
- En las prácticas matemáticas intervienen diversas clases de objetos que cumplen diferentes roles: instrumental /representacional; regulativo (fijación de reglas sobre las prácticas), explicativo, justificativo.

A continuación, se responde a diferentes preguntas que complementan lo expuesto.

¿Qué fenómenos pretende explicar la teoría? El objetivo o motivo de la teoría es comprender la naturaleza de las matemáticas, su relación con la actividad de las personas, los diversos tipos de objetos y procesos emergentes de dicha actividad y la naturaleza relacional del conocimiento matemático, tanto profesional como escolar.

¿Por qué es necesaria la teoría y cómo mejora las teorías anteriores? La teoría emerge al considerar la diversidad de enfoques filosóficos sobre la naturaleza de las matemáticas, las contradicciones y dilemas entre distintas teorías o enfoques. Se considera posible y necesario elaborar un modelo epistemológico y ontológico coherente de las matemáticas que sirva de fundamento para la matemática educativa.

¿En qué teorías se basa? Desde el punto de vista epistemológico la teoría se basa en la perspectiva antropológica de las matemáticas de Wittgenstein, al entender las matemáticas como una actividad humana y atribuir a los conceptos y proposiciones matemáticas una naturaleza convencional y regulativa. También se basa en el enfoque pragmatista de la semiótica de Peirce y en la perspectiva histórico-cultural de la cognición de Vygotsky y seguidos.

¿A qué otras teorías se parece más esta teoría? Dentro de educación matemática, la teoría comparte algunos supuestos con la Teoría Antropológica en Didáctica de la Matemática (Chevallard), la Teoría de la objetivación (Radford), y la Teoría de la comunicación y cognición (Sfard).

¿Para qué puede utilizarse la teoría? La teoría proporciona un fundamento para los procesos educativos-instruccionales de las matemáticas. Permite hacer análisis detallados de la actividad matemática, tanto desde el punto de vista personal (cognitivo) como institucional (cultural) y comprender la complejidad de objetos y procesos implicados en la resolución de problemas. Esta teoría se usa como fundamento de la teoría del significado y la cognición matemática descrita en el capítulo 3 y de las teorías educativas incluidas en los capítulos 4, 5 y 6.

¿Qué aportes aporta el libro sobre esta teoría? Profundizo en los fundamentos filosóficos del EOS sobre las matemáticas, caracterizando la noción de matemática educativa

como un contexto de difusión y aprendizaje de las matemáticas que complementa los de creación, justificación y aplicación de las matemáticas. Describo la configuración ontosemiótica de prácticas, objetos y procesos mediante la que se articulan tres visiones complementarias de las matemáticas: como actividad, sistema de objetos y sistema de signos. La dualidad personal-institucional permite articular las perspectivas cognitiva y sociocultural de la matemática educativa, mientras que las dualidades particular-general, unitario-sistémico, ostensivo-no ostensivo se introducen como una estrategia para describir los procesos de abstracción matemática y los objetos abstractos.

Teoría del significado y la cognición matemática

La teoría ontosemiótica del significado y la cognición matemática desarrolla una visión global del significado de los objetos matemáticos como base de la cognición matemática, tanto desde el punto de vista individual (personal), como social (institucional). El significado se concibe como el contenido de cualquier función semiótica, entendida como relación entre dos objetos (funtivos), uno funcionando como expresión (significante) y otro como contenido (significado), relacionados según un criterio o regla de correspondencia (interpretante). Los funtivos pueden ser los elementos de los diversos lenguajes usados en la práctica matemática y los demás tipos de objetos de la ontología del EOS (conceptos, proposiciones, procedimientos, argumentos), incluyendo los propios sistemas de prácticas. De este modo la teoría articula supuestos realistas (referenciales) y pragmáticos (operacionales) sobre el significado. El constructo función semiótica sirve de base para definir el conocimiento y comprensión de las matemáticas en términos de las tramas de funciones semióticas que un sujeto (persona o institución) es capaz de establecer entre los objetos implicados en las prácticas requeridas para la solución de problemas.

¿Qué fenómenos pretende explicar la teoría del significado? La teoría aborda los fenómenos relacionados con los procesos de representación, interpretación, significación y comunicación en la actividad matemática, tanto desde el punto de vista institucional (epistémico, cultural) como personal (mental, psicológico). También estudia desde un punto de vista ontosemiótico (objetos y significados) la naturaleza y emergencia del conocimiento, comprensión y competencia matemática.

¿Por qué es necesaria y cómo mejora las teorías anteriores? Es necesaria para articular posiciones realistas y pragmáticas del significado para el caso de las matemáticas, que sirva de base para describir y comprender los procesos de cognición matemática, tanto desde el punto de vista individual (mental) como social (institucional). Una perspectiva ontosemiótica aporta un punto de vista necesario y eficaz para abordar el estudio de la cognición matemática, y los procesos de representación, interpretación y comunicación matemática. Las teorías existentes en educación matemática son parciales respecto al dilema entre realismo y pragmatismo, y entre cognición individual y social. Tampoco tienen en cuenta la

diversidad de objetos que intervienen en la actividad matemática, reduciendo la semiótica al estudio de los lenguajes, los objetos ostensivos, desligados de los constructos y prácticas de donde emergen.

¿En qué teorías se basa? Se adopta e interpreta la noción de función de signo de la lingüística (Hjemslev, 1943) que se complementa con la noción de interpretante de Peirce para el código o regla de correspondencia entre funtivos. También se basa en la teoría ontosemiótica de la actividad matemática y de los objetos emergentes (Capítulo 2) adoptando los tipos de objetos matemáticos y sistemas de prácticas como los funtivos de las funciones semióticas. Se basa también en teorías semióticas de la cognición y la cultura (Eco, 1976; Lotman, 1990). La teoría ontosemiótica del significado es coherente con los fines y supuestos de la semiótica social (Halliday, 1978; Hodge and Kress, 1988; Leeuwen, 2005).

De este modo se articulan posiciones semióticas realistas (las palabras, los signos se hacen significativos por el hecho de que se le asigna un objeto, un concepto o una proposición como significado) y pragmatistas (los signos se hacen significativos por el hecho de desempeñar una determinada función en un juego lingüístico, por el hecho de ser usados en este juego de una manera determinada y para un fin concreto).

¿A qué teorías se parece? La noción de función semiótica se relaciona con el signo triádico de Peirce. El significado como sistemas de prácticas operativas y discursivas es una interpretación de la máxima pragmática de Peirce. El significado pragmático de un concepto se relaciona con la tripleta conceptual de Vergnaud (1990). Los tipos de lenguajes y su uso como representaciones de los demás tipos de objetos se corresponde con la teoría de los registros de representación semiótica de Duval (2006). El conocimiento como trama de funciones semióticas se corresponde con las teorías relacionales de la comprensión (Skemp, 1976) y de la competencia matemática (saber hacer) en la resolución de problemas (Schoenfeld, 1992)

¿Para qué puede utilizarse? La teoría ontosemiótica del significado se usa como herramienta para analizar y comprender los procesos de representación e interpretación en la actividad matemática (construcción y comunicación del conocimiento). La reconstrucción de los significados de referencia de los objetos matemáticos sirve de base para el diseño educativo-instruccional, permitiendo reconocer los diferentes sentidos o significados parciales y seleccionar una muestra representativa adaptada al contexto. Permite reconocer la complejidad de objetos y procesos implicados en la actividad matemática y didáctica y, en consecuencia, elaborar un modelo educativo-instruccional que tiene en cuenta dicha complejidad (Capítulo 4).

¿Qué aportes específicos aporta el libro sobre esta teoría? Se relaciona dicha teoría, sistematizada en Godino *et al.*, (2021), con la semiótica cognitiva (Piaget, 1962; Vygotsky, 1978; Zlatev, 2012; Palucci, 2021) y la semiótica cultural (Lotman, 1990; Eco, 1976). Esta te-

oría semiótica basada en EOS sirve de base para presentar un enfoque ontosemiótico de la cognición matemática (conocimiento, comprensión, competencia y creencias).

Teoría del diseño educativo en matemáticas

La teoría ontosemiótica del diseño educativo en matemáticas aporta supuestos y herramientas teóricas para el diseño de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas basados en la teoría ontosemiótica de la actividad matemática y objetos emergentes y la teoría ontosemiótica del significado y de la cognición matemática que propone el EOS (Capítulos 2 y 3). Incluye un modelo de estructura y dinámica de los procesos educativos que tiene en cuenta las diversas facetas y componentes que caracterizan dichos procesos. Propone un modelo de categorías de las normas y metanormas, incluyendo criterios de idoneidad didáctica, que permite explicar fenómenos didácticos y da pautas para la optimización de los procesos educativos. Los constructos configuración y trayectoria didáctica permiten hacer análisis detallados (descriptivos y explicativos) del diseño e implementación de los procesos educativos. Complementados con el postulado de complejidad ontosemiótica del contenido y el constructo idoneidad didáctica, permiten elaborar un modelo didáctico mixto que resuelve el dilema entre los modelos constructivista (indagativos) y objetivistas (transmisivos) para optimizar el aprendizaje matemático.

¿Qué fenómenos pretende explicar la teoría del diseño educativo? El objetivo o motivo de la teoría del diseño educativo es comprender los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, los facetas, componentes e interacciones que intervienen en el diseño, implementación y evaluación y construir un sistema de criterios fundamentados en el EOS y resultados de las investigaciones didácticas para optimizar el desarrollo de dichos procesos. Incluye, por tanto, supuestos y herramientas para el componente científico (descriptivo, explicativo y predictivo), así como para el tecnológico (prescriptivo) de la educación matemática.

¿Por qué es necesaria y cómo mejora las teorías anteriores? Esta teoría emerge al considerar que las teorías de diseño educativo existentes, incluso las específicas para las matemáticas, no están basadas en modelos explícitos sobre la naturaleza específica del conocimiento matemático. La teoría ontosemiótica de la actividad matemática permite tomar conciencia de la complejidad ontosemiótica de los contenidos de enseñanza y aporta herramientas para el análisis preliminar de los significados de los objetos matemático. El análisis a priori de las tareas, la identificación de hechos didácticos significativos y criterios de optimización de las trayectorias epistémica y cognitiva de los procesos educativos en matemáticas.

¿En qué teorías se basa? La teoría del diseño educativo se basa en la teoría ontosemiótica de la actividad matemática y objetos emergentes al adoptar los tipos de objetos

y procesos matemáticos que propone esta teoría como componentes y elementos de las facetas epistémica y cognitiva de los procesos educativos en matemáticas. El postulado de relatividad institucional y personal del significado de los objetos matemáticos respecto de los marcos institucionales y contexto de uso lleva a relacionar la teoría del diseño educativo con las teorías histórico-culturales en educación matemática, así como con las teorías de la cognición situada.

¿A qué teorías se parece? La teoría de diseño educativo basada en EOS tiene conexiones con la ingeniería didáctica (Artigue), basada en la Teoría de situaciones didácticas en matemáticas (Brousseau, 2002), así como la Teoría de momentos didácticos y su desarrollo en la Teoría de los recorridos de estudio e investigación (Chevallard, 2019). También hay concordancias con la Educación matemática realista (Freudenthal, 1991). Los supuestos ontosemióticos sobre el conocimiento matemático y los constructos específicos que están en la base de la teoría amplían el tipo de análisis que se puede realizar, las explicaciones de fenómenos didácticos, y especialmente el modelo didáctico indagativo-transmisivo basado en EOS. El sistema de criterios de idoneidad didáctica explícita y amplía los derivados de las teorías mencionadas.

¿Para qué puede utilizarse la teoría? La teoría de diseño educativo basada en EOS se puede usar para planificar, implementar y evaluar procesos educativos en matemáticas a nivel micro (lecciones), meso (temas) y macro (programas). También puede servir de instrumento para describir, explicar y valorar procesos educativos diseñados con otras perspectivas teóricas, ayudando a identificar aspectos que pueden ser mejorables. Es, por tanto, un recurso para la investigación de diseño y la reflexión de los profesores sobre su propia práctica.

¿Qué aportes específicos aporta el libro sobre la misma? Elaboro un modelo de estructura de los procesos educativos-instruccionales distinguiendo cuatro niveles de análisis: facetas, componentes, subcomponentes y elementos. Articulo dentro de la teoría de diseño educativo los trabajos sobre las dimensiones normativa, metanormativa y la idoneidad didáctica. El modelo didáctico (enseñanza y aprendizaje) basado en EOS lo presento como una propuesta para abordar los dilemas existentes entre teorías constructivistas y socioculturales del aprendizaje matemático.

Teoría de la idoneidad didáctica

Desarrolla un sistema de criterios para la optimización local del diseño, implementación y evaluación de los procesos educativos-instruccionales en matemáticas, basados en los supuestos y constructos del EOS. Los criterios de idoneidad son juicios de valor sobre las acciones didácticas preferentes que se deberían realizar en las distintas facetas y componentes que estructuran los procesos educativos (epistémica, ecológica, mediacional,

interaccional, cognitiva y afectiva) para optimizar el aprendizaje matemático, teniendo en cuenta las circunstancias personales y el contexto educativo.

¿Qué fenómenos pretende explicar la teoría de la idoneidad didáctica? El objetivo es optimizar los procesos educativos-instruccionales en matemáticas ayudando a diseñar e implementar unas buenas matemáticas, seleccionar recursos y estrategias didácticas para optimizar el aprendizaje. Desarrolla un sistema de criterios (normas o principios) sobre actuaciones preferentes para optimizar los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Los criterios están basados en los supuestos sobre las matemáticas del EOS. También se identifican concordancias con criterios similares basados en otras teorías de educación matemática.

¿Por qué es necesaria y cómo mejora las teorías anteriores? Cuando se asume que la educación matemática, además de un componente científico (descriptivo, explicativo, predictivo), tiene un componente tecnológico (prescriptivo) se necesita elaborar pautas para indicar los tipos de actuaciones que se deberían implementar para mejorar los procesos educativos. Dichos criterios deben estar fundamentados en los resultados de las investigaciones y ser consecuencias racionales de los supuestos teóricos asumidos. Esta teoría aporta una visión ampliada de los modelos teóricos sobre calidad de la instrucción matemática, que tiene en cuenta las circunstancias contextuales en la formulación de los criterios de idoneidad y los considera además como principios ponderables y no como reglas generales de actuación.

¿En qué teorías se basa? Se basa en la asunción del carácter científico y tecnológico de la educación matemática, lo que lleva a la necesidad de buscar criterios para optimizar la actividad didáctica. Aunque cualquier teoría educativa, incluso cada profesor tiene sus propios criterios de idoneidad, esta teoría se basa en los postulados y constructos de la teoría de la actividad matemática y objetos emergentes (Capítulo 2), la teoría del significado y la cognición matemática (Capítulo 3) y la teoría del diseño educativo basado en el EOS (Capítulo 4).

¿A qué teorías se parece? Esta teoría guarda relación con los diferentes modelos teóricos sobre la calidad de la instrucción matemática (Hill *et al.*, 2011).

¿Para qué puede utilizarse? Esta teoría aporta una guía para diseñar procesos instruccionales en matemáticas localmente idóneos (óptimos) para lograr los fines educativos planificados. Ayuda a tomar conciencia de la complejidad de conseguir un equilibrio ponderado entre las diferentes facetas implicadas (epistémica, ecológica, mediacional, interaccional, cognitiva y afectiva). También se usa el sistema de criterios de idoneidad elaborado para la evaluación del diseño e implementación de los procesos instruccionales ayudando a identificar aspectos que pueden ser mejorables. Es, por tanto, un recurso para la reflexión de los profesores de matemáticas sobre su propia práctica.

¿Qué aportes específicos aporta el libro? Presento una visión ampliada de la idoneidad didáctica relacionándola con las investigaciones sobre calidad de la instrucción matemática. Además, propongo aplicar la idoneidad a cualquier actividad humana y relativizar los criterios a los marcos teóricos asumidos por las personas o las comunidades de prácticas. Interpreto y relaciono los principios didácticos de otras teorías (Teoría de situaciones didácticas, Teoría antropológica de lo didáctico y Educación matemática realista) con los criterios de idoneidad didáctica basados en EOS.

Teoría del desarrollo profesional docente

Elabora un modelo de conocimientos y competencias didáctico-matemáticas del profesor para optimizar los procesos educativo-instruccionales de matemáticas. También desarrolla un sistema de principios o criterios de idoneidad de los programas y acciones formativas de profesores de matemáticas sobre didáctica de las matemáticas, teniendo en cuenta la estructura de los procesos y las actividades de fundamentación, diseño, planificación y evaluación. El sistema de criterios de idoneidad se formula en términos de juicios de valor, esto es, como acciones que se deberían realizar para optimizar el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas (profesor) y el proceso formativo sobre didáctica de las matemáticas (formador). Los sistemas de criterios de idoneidad fundamentan los respectivos modelos de conocimientos y competencias del profesor y del formador.

¿Qué fenómenos pretende explicar la teoría del desarrollo profesional docente? El objetivo es optimizar la formación de profesores de matemáticas desarrollando una guía de análisis de la idoneidad de los programas formativos para los formadores de profesores. El sistema de criterios de idoneidad y de categorías de conocimientos y competencias elaborado, tanto para el profesor como para el formador, ayuda a diseñar, implementar y evaluar procesos educativo-instruccionales de matemáticas y de didáctica de las matemáticas.

¿Por qué es necesaria y cómo mejora las teorías anteriores? En la formación de profesores de matemáticas hay diversos modelos teóricos que proponen sistemas de categorías de conocimientos que deberían tener los profesores para favorecer el aprendizaje de los estudiantes. También hay otros modelos con principios que deberían cumplir los programas formativos eficientes. Pero estos modelos suelen ser parciales, no están fundamentados de manera explícita, o no tienen el nivel de detalle requerido. La teoría trata de solucionar estas carencias.

¿En qué teorías se basa? Se basa en las teorías ontosemióticas de la actividad matemática, del significado y la cognición matemática, así como en la teoría del diseño educativo en matemática basada en EOS. Los componentes y subcomponentes de las facetas epistémica y cognitiva se corresponden con las categorías de objetos, procesos y significados pro-

puesto en las teorías citadas. Los criterios de idoneidad de los programas formativos están basados en la teoría de la idoneidad didáctica.

¿A qué teorías se parece? La teoría se relaciona con las teorías de la calidad de la instrucción matemática y aquellas que proponen categorías de conocimientos del profesor de matemáticas y principios de eficiencia de los programas formativos (Ball *et al.*, 2008; AMTE, 2017).

¿Para qué puede utilizarse la teoría? La teoría se usa para el diseño, implementación y evaluación de programas y acciones de formación de profesores de matemáticas. El sistema de categorías de conocimientos y competencias didáctico-matemáticas desarrollado y los criterios de idoneidad de los programas formativos se pueden usar para describir y comprender la actividad de formadores y profesores de matemáticas e identificar posibles mejoras

¿Qué aportes específicos aporta el libro? Propongo un modelo de fases y facetas de los procesos educativos-instruccionales (fundamentación, planificación, implementación, evaluación) y una estructura de actividades implicadas en dos procesos básicos de formación de profesores: instrucción matemática (sujetos: profesor y estudiantes de matemáticas) e instrucción didáctico-matemática (sujetos: formador y profesor-estudiante de didáctica). Cada proceso conlleva criterios de idoneidad didáctica específicos, los cuales a su vez implican conocimientos y competencias (matemáticas y didáctico-matemáticas) específicas del profesor y del formador. Con esta teoría del desarrollo profesional docente, articulo de manera coherente los trabajos previos sobre conocimientos y competencias didáctico-matemáticas (modelo CCDM) del profesor de matemáticas y se amplía con un modelo CCDM del formador de profesores.

| SÍNTESIS Y CUESTIONES ABIERTAS

Las teorías descritas incluyen un sistema de herramientas articuladas que permiten la descripción, el análisis y la intervención fundamentada en los procesos educativos-instruccionales (Figura 2) al permitir desvelar y comprender la complejidad de dichos procesos. Tiene en cuenta las diferentes dimensiones y niveles de análisis requeridos por la investigación en los diversos contextos, aportando herramientas para realizar un análisis didáctico integral que fundamente los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, según sus diversas dimensiones y fases. Este sistema es fruto de la reflexión sobre distintos marcos teóricos en educación matemática y de la realización de múltiples investigaciones empíricas en proyectos de investigación y programas de doctorado (Godino, 2022).

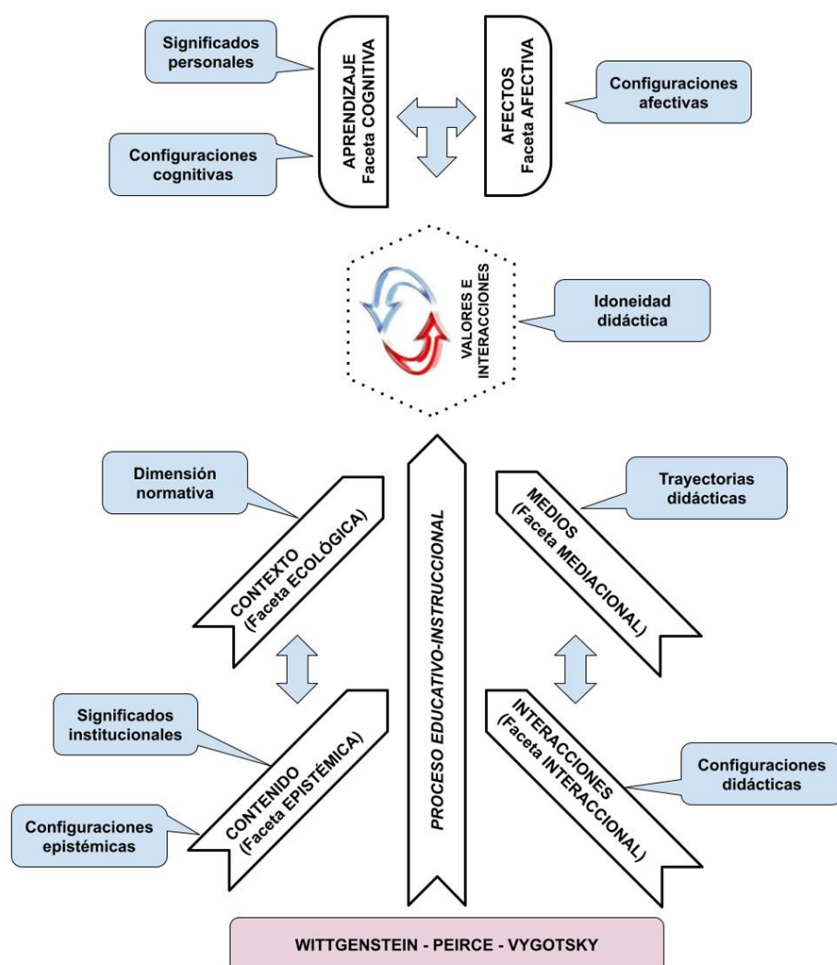
En este libro presento el EOS como un sistema teórico que articula las cinco teorías previamente descritas, mostrando las relaciones entre las diferentes herramientas teóricas.

Muestro cómo el EOS aborda algunos de los dilemas o contradicciones existentes entre diferentes teorías o enfoques de la investigación en educación matemática, sintetizando los postulados filosóficos del EOS. Estudio las concordancias y complementariedades del EOS con seis marcos teóricos usados en educación matemática: teoría de situaciones didácticas, teoría antropológica de lo didáctico, educación matemática realista, teoría APOE, teoría de la objetivación y el programa etnomatemático.

En los diferentes capítulos del libro justifico la necesidad de elaborar las herramientas conceptuales y metodológicas que caracterizan cada teoría parcial. Así mismo, hemos abordado el estudio de las concordancias y complementariedades del EOS con diversas teorías. Estos estudios de articulación de teorías deben ser profundizados y ampliados a otras teorías usadas en educación matemática, como las mencionadas en Asenova et al (2024). También se debe analizar en qué medida el EOS es suficiente como sistema teórico para la educación matemática. ¿Es posible reducir a cinco las teorías necesarias y suficientes para estudiar los problemas de investigación científica y tecnológica que plantea la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, incluyendo la formación de profesores? ¿Qué cambios y desarrollos serían necesarios introducir en el EOS para que, efectivamente, este sistema teórico permita resolver los dilemas y contradicciones entre las diferentes teorías, evitando redundancias y aportando un lenguaje compartido?

Como hemos indicado el sistema teórico EOS está compuesto por las cinco teorías que hemos sintetizado en este artículo y desarrollado en Godino (2024) postulando, por tanto, que son necesarias para fundamentar el estudio de los problemas propios de la educación matemática. En la base del sistema están la teoría de la actividad matemática y los objetos emergentes, y la teoría del significado y la cognición matemática, al asumir que son imprescindibles para fundamentar la investigación de los procesos educativos-instruccionales. Los postulados y herramientas conceptuales que componen dichas teorías han sido comparadas con los correspondientes a otras teorías que incluyen también un posicionamiento más o menos explícito sobre la naturaleza de las matemáticas y los procesos de significación y cognición. Tal es el caso de la teoría de situaciones didácticas, la teoría antropológica de lo didáctico, la matemática realista, entre otras, las cuales son sido analizadas en el capítulo 7. Un estudio comparativo más sistemático y profundo se ha realizado en diversos artículos disponibles en el repositorio web del EOS (<https://www.ugr.es/local/fqm126/>).

Figura 2 - Herramientas del EOS y conexiones



Fuente: Godino (2024, p. 398)

La necesidad de las teorías de diseño educativo, incluyendo la evaluación, y sobre el desarrollo profesional docente es clara ya que abordan los problemas sustantivos propios de la educación matemática, esto es, los procesos de enseñanza y aprendizaje y la formación de profesores.

La cuestión de si las cinco teorías del EOS son suficientes es más delicada ya que el estudio comparativo con otras teorías ha revelado que algunas pueden aportar elementos que amplían y complementan los análisis que se pueden hacer con el EOS. Tal es el caso de la teoría de los registros de representación semiótica (Duval); en Godino *et al.* (2016) se analiza la sinergia que se puede establecer entre ambas teorías. En otros trabajos se han analizado la articulación productiva del EOS con otras teorías como, la teoría de las conexiones matemáticas extendidas (Rodríguez-Nieto *et al.*, 2023), la teoría de la instrumentación (Rabardel) (Drijver *et al.*, 2013) y la teoría de los haces semióticos (Arzarello) (Manolino *et al.*, 2023).

REFERENCIAS

- Artigue, M., y Blomhøj, M. (2013). Conceptualizing inquiry-based education in mathematics. *ZDM Mathematics Education*, 45, 797-810.
- Asenova, M., D'Amore, B. Fandiño, M. I., Fúneme, C. C., Iori, M. y Santi, G. (2024). *Teorías relevantes en Educación Matemática*. Magisterio Editorial.
- Association of Mathematics Teacher Educators (AMTE). (2017). *Standards for preparing teachers of mathematics*. Association of Mathematics Teacher Educators.
- Ball, D. L., Thames, M. H., y Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407.
- Bikner-Ahsbahr, A. y Prediger, S. (Eds.) (2014). *Networking of theories as a research practice in mathematics education*. Springer.
- Brousseau, B. (2002). *Theory of didactical situations in mathematics*. Kluwer.
- Bunge, M. (1998). *Las ciencias sociales en discusión: una perspectiva filosófica*. Editorial Sudamericana.
- Chapman, O. (Ed.). (2020). *International handbook of mathematics teacher education* (2nd ed.). Brill.
- Chevallard, Y. (1992). Concepts fondamentaux de la didactique: perspectives apportées par une approche anthropologique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 12 (1), 73-112.
- Chevallard, Y. (2019). Introducing the anthropological theory of the Didactic: an attempt at a principled approach. *Hiroshima Journal of Mathematics Education*, 12, 71-114.
- D'Amore, B., Font, V. y Godino, J. D. (2007). La dimensión metadidáctica en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Paradigma*, 28(2), 49-77.
- Drijvers, P. Godino, J. D., Font, V. y Trouche, L. (2013). One episode, two lenses. A reflective analysis of student learning with computer algebra from instrumental and onto-semiotic perspectives. *Educational Studies in Mathematics*, 82, 23-49.
- Duval, R. (1996). Quel cognitif retenir en didactique des mathématiques? *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 16 (3), 349-382.
- Eco, U. (2000/1976). *Tratado de semiótica general*. Lumen.
- Engeström, Y. (1987). *Learning by expanding: An activity-theoretical approach to developmental research*. Cambridge University Press.
- Ernest, P. (2010). Reflections on theories of learning. En, B. Sriraman y L. English (Eds), *Theories of mathematics education. Seeking new frontiers* (pp. 39-47). Springer.
- Ernest, P. (2018). The philosophy of mathematics education: An overview. En P. Ernest (Ed.).

- The philosophy of mathematics education today* (pp. 13-35). Springer.
- Font, V., Godino, J. D. y Gallardo, J. (2013). The emergence of objects from mathematical practices. *Educational Studies in Mathematics*, 82, 97–124.
- Freudenthal, H. (1991). *Revisiting mathematics education*. Kluwer.
- Gascón, J. y Nicolás, P. (2017). Can didactics say how to teach? The beginning of a dialogue between the anthropological theory of the didactic and other approaches. *For the Learning of Mathematics*, 37(3), 26–30.
- Godino, J. D. (2002). Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactiques des Mathématiques*, 22 (2/3), 237-284.
- Godino, J. D. (2009). Categorías de análisis de los conocimientos del profesor de matemáticas. *UNIÓN*, 20, 13-31.
- Godino, J. D. (2022). Emergencia, estado actual y perspectivas del enfoque ontosemiótico en educación matemática. *Revista Venezolana de Investigación en Educación Matemática*, 2(2), 1-24–e202201.
- Godino, J. D. (2024). *Ontosemiotic approach in mathematics education. Foundations, tools, and application*. DIGIBUG Author edition. <https://hdl.handle.net/10481/93738>
- Godino, J. D. y Batanero, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 14 (3), 325-355.
- Godino, J. D., Batanero, C. y Burgos, M. (2023). Theory of didactical suitability: An enlarged view of the quality of mathematics instruction. *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 19(6), em2270. <https://doi.org/10.29333/ejmste/13187>
- Godino, J. D., Burgos, M. & Gea, M. (2021). Analysing theories of meaning in mathematics education from the onto-semiotic approach. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*. 53(10), 2609–2636. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2021.1896042>
- Godino, J. D., Batanero, C., Burgos, M. & Wilhelmi, M. R. (2024). Understanding the onto-semiotic approach in mathematics education through the lens of the cultural historical activity theory. *ZDM – Mathematics Education* 56,1331–1344. <https://doi.org/10.1007/s11858-024-01590-y>
- Godino, J. D., Contreras, A. y Font, V. (2006). Análisis de procesos de instrucción basado en el enfoque ontológico-semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactiques des Mathématiques*, 26 (1), 39-88.
- Godino, J. D., Font, V., Wilhelmi, M. R., y Castro, C. de (2009). Aproximación a la dimensión normativa en Didáctica de la Matemática desde un enfoque ontosemiótico. *Enseñanza de las Ciencias*, 27(1), 59–76.

- Godino, J. D., Giacomone, B., Batanero, C., y Font, V. (2017). Enfoque ontosemiótico de los conocimientos y competencias del profesor de matemáticas. *Bolema*, 31 (57), 90-113.
- Godino, J. D., Wihelmi, M. R., Blanco, T. F., Contreras, A. y Giacomone, B. (2016). Análisis de la actividad matemática mediante dos herramientas teóricas: Registros de representación semiótica y configuración ontosemiótica. *AIEM. Avances de Investigación en Educación Matemática*, 10, 91-110.
- Halliday, M.A.K. (1978). *Language as social semiotic*. Arnold.
- Hill, H. C., Ball, D., Bass, H., et al. (2011). Measuring the mathematical quality of instruction: Learning mathematics for teaching project. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 14(1), 25-47.
- Hjelmslev, L. (1943). *Prolegomena to a theory of language*. The University of Wisconsin Press, 1969.
- Hodge, R. & Kress, G. (1988). *Social semiotics*. Cornell University Press.
- Kieran, C., Forman, E. y Sfard, A. (2001). Learning discourse: Sociocultural approaches to research in mathematics education. *Educational Studies in Mathematics* 46, 1-12.
- Leeuwen, T. van (2005). *Introducing social semiotics*. Routledge.
- Lotman, Y. M. (1990). *Universe of the mind. A semiotic theory of culture*. Indiana University Press.
- Manolino, C., Giacomone, B. y Beltrán-Pellicer, P. (2023). Semiotic bundle approach and OntoSemiotic Approach: a dialogue between two theories on an arithmetic-algebraic problem. *Educação e Pesquisa*, v. 49, e256699.
- Paolucci, C. (2021). *Cognitive semiotics. Integrating signs, minds, meaning and cognition*. Springer.
- Peirce, Ch. S. (1958). *Collected papers of Charles Sanders Peirce. 1931-1935*. Harvard UP.
- Piaget, J. (1962 [1945]). *Play, dreams and imagination in childhood*. Routledge
- Ponte, J. P., y Chapman, O. (2016). Prospective mathematics teachers' learning and knowledge for teaching. En L. D. English y D. Kirshner (Eds.), *Handbook of international research in mathematics education* (3rd ed., pp. 275-296). Routledge.
- Rodríguez-Nieto, C. A., Rodríguez-Vásquez y Font, V. (2023). Combined use of the extended theory of connections and the onto-semiotic approach to analyze mathematical connections by relating the graphs of f and f' . *Educational Studies in Mathematic*, 114, 63-88.
- Roth, W-M. y Lee, Y-J. (2007). Vygotsky's neglected legacy: cultural-historical activity theory. *Review of Educational Research*, 77(2), 186-232. <https://doi.org/10.3102/0034654306298273>

- Scheiner, T., Montes, M. A., Godino, J. D., Carrillo, J., y Pino-Fan, L. R. (2019). What makes mathematics teacher knowledge specialized? Offering alternative views. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 17, 153-172.
- Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense-making in mathematics. En D. Grouws (Ed.), *Handbook for research on mathematics teaching and learning* (pp. 334–370). MacMillan.
- Skemp, R. R. (1976). Relational understanding and instrumental understanding. *Mathematics Teaching*, 77(1), 20-26.
- Stufflebeam, D. L., Madaus, G. F. y Kellaghan, Th. (2002). *Evaluation models. Viewpoints on educational and human services evaluation*. Kluwer.
- Sweller, J., Kirschner, P. A., y Clark, R. E. (2007). Why minimally guided teaching techniques do not work: A reply to commentaries. *Educational Psychologist*, 42(2), 115-121.
- Vergnaud, G. (1990). La théorie des champs conceptuels. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 10(2-3), 133-170.
- Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in society: The development of higher psychological processes*. Harvard University Press.
- Wittgenstein, L. (1953). *Philosophical investigations*. The MacMillan Company.
- Zlatev, J. (2012). Cognitive semiotics: An emerging field for the transdisciplinary study of meaning. *The Public Journal of Semiotics*, 4(1). 2–24.

Apéndice – Información sobre el artículo

Historico editorial

Submetido: 12 de Diciembre de 2024.

Aprobado: 08 de 15 Junio de 2025.

Publicado: 05 de Julio de 2025.

Como Citar — APA

GODINO, J. D.(2025). Hibridación y articulación de teorías: El caso del Enfoque Ontosemiótico en Educación matemática. *PARADIGMA*, XLVI(2), e2025021. <https://doi.org/10.37618/PARADIGMA.1011-2251.2025.e2025021.id1655>.

Como Citar — ABNT

Godino; Juan D. Hibridación y articulación de teorías: El caso del Enfoque Ontosemiótico en Educación matemática. *PARADIGMA*, Maracay, v. XLVI, n. 2, e2025021, Jul./Dic., 2025. <https://doi.org/10.37618/PARADIGMA.1011-2251.2025.e2025021.id1655>.

Conflicto de intereses

Nada que declarar.

Declaración de disponibilidad de datos

Todos los datos han sido presentados/generados en este artículo.

Derechos autorales

Los derechos de autor pertenecen a los autores, que conceden a revista **Paradigma** los derechos exclusivos de primera publicación. Los autores no serán remunerados por la publicación de sus artículos en esta revista. Los autores están autorizados a celebrar contratos adicionales por separado, para la distribución no exclusiva de la versión del artículo publicado en esta revista (por ejemplo, publicación en un repositorio institucional, en un sitio web personal, publicación de una traducción o como capítulo de un libro), con reconocimiento de autoría y primera publicación en esta revista. Los editores de la revista **Paradigma** tienen derecho a realizar ajustes textuales y adecuación normativas en este artículo.

Acceso libre

Este artículo es de acceso abierto (**Open Access**) y sin gastos de envío ni de procesamiento del artículo (**Article Processing Charges - APCs**). El acceso abierto es un amplio movimiento internacional que pretende proporcionar acceso en línea libre y gratuito a la información académica, como publicaciones y datos. Una publicación se define como de acceso abierto cuando no existen barreras financieras, legales o técnicas para acceder a ella; en otras palabras, cuando cualquiera puede leerla, descargarla, copiarla, distribuirla, imprimirla, investigarla o utilizarla en la educación o de cualquier otra forma dentro de los acuerdos legales.



Licencia de uso

Este artículo es licenciado con **Creative Commons Atribución-NoComercial-SinDerivadas 4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0)**. Esta licencia le permite compartir, copiar y redistribuir el artículo en cualquier medio o formato. La licencia no permite utilizar el material con fines comerciales ni adaptarlo, remezclarlo o transformarlo.



Comprobación de similitud

Este artículo fue sometido a una comprobación de similitud utilizando el software de detección de texto **iThenticate** de Turnitin, a través del servicio de **Similarity Check** de la Crossref.



Proceso de evaluación

Revisión por pares a doble ciego (*Double blind peer review*).

Editor

Fredy E. González 

Publisher

Este artículo ha sido publicado en la revista **Paradigma** vinculada al Centro de Investigaciones Educativas Paradigma (CIEP) del Departamento del Componente Docente de la **Universidad Pedagógica Experimental Libertador** (Núcleo Maracay). La revista **Paradigma** publica artículos de carácter técnico-científico, derivados de estudios e investigaciones que sirvan de apoyo al desarrollo del conocimiento educativo, propiciando el diálogo entre los diferentes campos de la educación. Las ideas expresadas en este artículo son de los autores y no representan necesariamente la opinión del consejo editorial o de la universidad. En Brasil, la revista Paradigma obtuvo la calificación **Qualis A1** en la **Evaluación CAPES (2017-2020)**.

