

O raciocínio combinatório em livros didáticos do ensino fundamental

Guilherme Motta de Moraes¹ José Messildo Viana Nunes²
Saddo Ag Almouloud³

Resumo

A presente pesquisa tem por objetivo analisar livros didáticos do ensino fundamental com base na Teoria Antropológica do Didático, para revelar como se apresenta o Raciocínio Combinatório em tarefas de duas coleções de livros didáticos do 1º e 5º ano. Trata-se de uma pesquisa qualitativa de cunho bibliográfico. Assumimos que o Raciocínio Combinatório está relacionado às ideias de contagem, sequência, ordenação, agrupamentos, combinações, possibilidades, enumeração, seriação e classificação. Os critérios de análise são: identificação das tarefas, razões de ser, pertinência e os blocos praxeológicos: tarefa-técnicas, tecnologia-teoria. Os livros analisados apresentam tarefas claras e pertinentes, mas as razões de ser estão implícitas nos títulos e subtítulos dos capítulos que abordam o raciocínio combinatório. Além disso, as tarefas são pontuais não apresentando articulações que possibilitem identificar uma sequência lógica para construção das ideias tratadas nas tarefas como um todo.

Palavras-chave: Raciocínio Combinatório, Organização Matemática, Organização Didática.

Combinatorial reasoning in primary school textbooks

Abstract

The aim of this research is to analyze elementary school textbooks based on the Anthropological Theory of the Didactic, in order to reveal how Combinatorial Reasoning is presented in tasks from two collections of 1st and 5th grade textbooks. This is a qualitative bibliographical study. We assume that Combinatorial Reasoning is related to the ideas of counting, sequencing, ordering, grouping, combining, possibilities, enumeration, seriation and classification. The analysis criteria are: identification of tasks, reasons for being, relevance and praxeological blocks: task-techniques, technology-theory. The textbooks analyzed present clear and pertinent tasks, but the rationales are implicit in the titles and subtitles of the chapters that deal with combinatorial reasoning. In addition, the tasks are punctual and do not present articulations that make it possible to identify a logical sequence for constructing the ideas dealt with in the tasks as a whole.

Keywords: Combinatorial Reasoning, Mathematical Organization, Didactic Organization.

O raciocínio combinatório em livros didáticos do ensino fundamenta

Resumen

Esta investigación tiene como objetivo analizar los libros de texto de la enseñanza primaria a partir de la Teoría Antropológica de la Didáctica, con el fin de revelar cómo se presenta el Razonamiento Combinatorio en las tareas de dos colecciones de libros de texto para los cursos 1º y 5º. Se trata de un estudio bibliográfico cualitativo. Asumimos que el Razonamiento Combinatorio se relaciona con las ideas de conteo, secuencia, ordenamiento, agrupamientos, combinaciones, posibilidades, enumeración, seriación y clasificación. Los criterios de análisis son: identificación de las tareas, razones de ser, relevancia y los bloques praxeológicos: tarea-técnica, tecnología-teoría. Los manuales analizados presentan tareas claras y pertinentes, pero las razones de ser es-

¹ Secretaria de Educação do Estado do Pará (SEDUC-PA), Belém, Pará, Brasil. E-mail: tendemoraes@mail.com.

² Universidade Federal do Pará (UFPA), Belém, Pará, Brasil. E-mail: messildo@ufpa.br

³ Universidade Federal do Pará (UFPA), Belém, Pará, Brasil. E-mail: saddo@ufpa.br

tán implícitas en los títulos y subtítulos de los capítulos que tratan del razonamiento combinatorio. Además, las tareas son ad hoc, sin articulaciones que permitan identificar una secuencia lógica de construcción de las ideas tratadas en el conjunto de las tareas.

Palabras clave: Razonamiento Combinatorio, Organización Matemática, Organización Didáctica.

| INTRODUÇÃO

Há décadas, o Ministério da Educação (MEC) se preocupa com a utilização do livro didático na escola. Em 1929 houve a criação do Instituto Nacional do Livro (INL). Em 1938, foi instituída a Comissão Nacional do Livro Didático (CNLD), que tratava da produção, do controle e da circulação das obras; em 1945, o Estado consolida a legislação sobre as condições de produção, importação e utilização do livro didático, restringindo ao professor a escolha do livro a ser utilizado pelos alunos; em 1966, o MEC e a Agência Norte-Americana para o Desenvolvimento Internacional (USAID) realizam um acordo que permitia a criação da Comissão do Livro Técnico e Livro Didático (COLTED) para coordenar as ações referentes à produção, edição e distribuição do livro didático, o qual terminou em 1971. Nesse ano, foi extinta a COLTED e o INL passou a desenvolver o Programa do Livro Didático para o Ensino Fundamental (PLIDEF), assumindo as atribuições administrativas e de gerenciamento dos recursos financeiros.

Em 1976 a Fundação Nacional do Material Escolar (FENAME) torna-se responsável pela execução do PLIDEF, ano em que o governo iniciou a compra dos livros com recursos do FNDE e com as contribuições dos estados; em 1983, foi extinta a FENAME e criada a Fundação de Assistência ao Estudante (FAE), que incorpora vários programas de assistência do governo, incluindo o PLIDEF. Já, nessa época, propôs-se a participação dos professores na escolha dos livros e a ampliação do programa, com a inclusão das demais séries do Ensino Fundamental, que antes atendia até a quarta série. Em 1985, o PLIDEF foi extinto e, por meio do decreto 91542/85, foi criado o PNLD (Brasil, 2008).

Somente em 1996 os livros inscritos no PNLD passaram a ser avaliados pelo MEC. O processo de avaliação passou por vários aperfeiçoamentos até chegar ao que temos hoje. As obras passam pela avaliação de vários especialistas de universidades brasileiras, seguindo um edital criterioso. Os livros aprovados são apresentados aos diretores das escolas públicas de todo o país, os quais têm o papel de promover os debates entre os professores, no sentido de que eles possam fazer uma boa escolha. Posteriormente à escolha, as editoras ficam com a responsabilidade de enviar para cada escola os livros didáticos que serão utilizados durante três anos.

Atualmente, os livros didáticos chegam à escola após uma escolha feita por seus professores. A escolha do livro para cada disciplina é feita por seus professores tendo como ajuda o Guia do Livro Didático que traz uma síntese da avaliação feita pelos especialistas. Os professores têm a oportunidade de escolher os livros de sua preferência para serem por

eles trabalhados por um período de três anos. O livro escolhido só poderá ser substituído por outro título na próxima avaliação do livro didático pelo PNLD.

Todo esse processo traz uma responsabilidade a mais para a escola e para o professor, pois ambos devem responder favoravelmente a esse investimento, em especial, o professor que necessita fazer com que o livro se torne um constante aliado seu e dos seus alunos. Isso parece, de certa forma, ter alterado a relação do professor com o livro didático, aumentou a sua responsabilidade com a escolha: ele necessita escolher um livro que o auxilie fortemente em seu trabalho de sala de aula e por isso deve fazer uma escolha qualificada de um livro adequado.

Surge, assim, a importância do livro didático como instrumento de reflexão dessa situação particular, atendendo a uma dupla exigência: de um lado, os procedimentos, as informações e os conceitos propostos nos manuais; de outro lado, os procedimentos, as informações e conceitos, que devem ser apropriados à situação didático-pedagógica a que se destina a Noção de Raciocínio Combinatório (NRC).

Na LDB 9394/1996, há menções ao “*material didático-escolar*”, por diversas vezes, inclusive no Art. 4, quando a Lei trata das garantias para a efetivação do dever do Estado com a educação escolar pública, mencionando aspectos quanto ao atendimento ao educando. Nesse projeto, essa ideia toma a forma de uma estratégia para atingir as médias nacionais do IDEB – Índice de Desenvolvimento da Educação Básica. Ainda na LDB 9394/1996, no Art. 70, a despesa com “*material didático-escolar*” é reconhecida e inserida nos objetivos básicos das instituições educacionais de todos os níveis, porém, em nenhum momento, na Lei 9394/1996 é mencionada a expressão *livro didático*, mas há várias referências ao *material didático-escolar* que demonstram o reconhecimento do livro didático como parte desse conceito.

Nas recomendações presentes nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) de Matemática, é possível identificar a busca por uma atitude diferenciada quando do uso do livro didático. Os livros, assim como os jogos, vídeos e calculadoras são caracterizados pelos PCN de Matemática como *recursos didáticos* que, apesar de exercerem um papel importante no processo de ensino e aprendizagem, “*precisam estar integrados a situações que levem ao exercício da análise e da reflexão, em última instância, a base da atividade Matemática*” (Brasil, 1997, p. 19). Mais à frente, ainda é dito que os livros “*infelizmente, são muitas vezes de qualidade insatisfatória*” (Brasil, 1997, p. 22).

Destacamos que os PCN apresentam o bloco de conteúdo denominado Tratamento da Informação, valorizando os conhecimentos de Estatística, Probabilidade e Combinatória. Nesse sentido, os PCN de Matemática (Brasil, 1997 e 1998) orientam para os ciclos de alfabetização que o currículo oficial favoreça momento para se criar um espaço próprio para o ensino do pensar o tema Noções do Raciocínio Combinatório (NRC), pois:

Relativamente aos problemas Noção de Estatística, Noção de Probabilidade e Noção de combinatória, o objetivo é levar o aluno a lidar com situações que envolvam diferentes tipos de agrupamentos que possibilitem o desenvolvimento do raciocínio combinatório e a compreensão do princípio multiplicativo para sua aplicação no cálculo de probabilidades e estatísticas. (Brasil, 1998, p. 52).

Assim como os PCN, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é um documento de grande importância para a educação no Brasil, nela se define as aprendizagens essenciais que devem ser alcançadas pelos estudantes em todas as etapas da educação básica. Portanto, esse documento passou a ser um Parâmetro que tem influência direta na elaboração de tarefas do livro didático que repercute na avaliação escolha dos livros pelas instituições escolares e órgãos avaliadores dessas obras.

As habilidades e competências são os instrumentos que as diretrizes da BNCC fornecem como indutores para os planos de educação das regiões, assim como baliza as organizações dos livros didáticos. Entre as habilidades e competências que a BNCC busca desenvolver, destaca-se a Noção de Raciocínio Combinatório.

O raciocínio combinatório é uma habilidade matemática que envolve a capacidade de contar e organizar elementos em diferentes configurações. Ele é fundamental para a resolução de problemas que envolvem arranjos, permutações e combinações. Além disso, o raciocínio combinatório é essencial para a compreensão de conceitos como probabilidade e estatística.

A BNCC reconhece a importância do raciocínio combinatório e busca desenvolvê-lo em todas as etapas da educação básica. Na educação infantil, por exemplo, as crianças são estimuladas a contar objetos e a perceber padrões em sequências. Já no ensino fundamental, os estudantes aprendem a calcular o número de possibilidades em situações simples, como a escolha de roupas ou a organização de eventos.

No Ensino Médio, o raciocínio combinatório é aprofundado e aplicado em situações mais complexas, como a resolução de problemas envolvendo permutações e combinações. Além disso, os estudantes aprendem a calcular probabilidades e a interpretar dados estatísticos.

É importante destacar que o desenvolvimento da Noção de Raciocínio Combinatório não se limita à disciplina de Matemática. Ele também está presente em outras áreas do conhecimento, como a Biologia, a Física e a Química. Por exemplo, na Biologia, o raciocínio combinatório é utilizado para calcular a probabilidade de ocorrência de mutações genéticas. Já na Física, ele é aplicado na resolução de problemas envolvendo a combinação de grandezas físicas.

Dessa maneira, a Base Nacional Comum Curricular reconhece a importância da Noção de Raciocínio Combinatório para a formação dos estudantes e busca desenvolvê-la em

todas as etapas da educação básica. Isso é fundamental para que os estudantes possam compreender e resolver problemas em diferentes áreas do conhecimento, além de desenvolver habilidades que serão importantes ao longo de suas vidas.

Os discursos presentes nesses documentos se configuram em certa medida na elaboração dos livros didáticos que buscam atender – a partir da compreensão da equipe que elabora o livro – os direcionamentos indicados, principalmente na BNCC.

Segundo Delgado (2006), o livro didático ainda ocupa um papel central no universo escolar atual. Mesmo coexistindo com diversos outros materiais, como quadros, mapas, enciclopédias, recursos tecnológicos, ele é um dos principais e essenciais materiais do ensino e da aprendizagem no contexto escolar. O livro didático faz parte da cultura e da memória visual de muitas gerações e pode ser definido como um produto cultural híbrido, que se encontra no “cruzamento da cultura, da pedagogia, da produção editorial e da sociedade”.

Delgado (2006) destaca que o livro didático tem a função de contribuir para o ensino aprendizagem; é considerado como sendo “um interlocutor, isto é, um componente que dialoga tanto com o professor quanto com os alunos” (p. 62). Ele é, de fato, uma fonte indispensável de mediação do conhecimento.

Diversos estudos, como os de Menssouri (1994), Delgado (2006) e Pinheiro (2008), nas últimas décadas, buscam justificar a estrutura e funcionalidade do livro didático, tornando-o objeto de estudo e de debate nas comunidades científicas, em busca de sua legitimação diante da educação escolar.

As pesquisas revelam que o livro didático, na maioria das vezes, é o único material utilizado pelo professor e pelos alunos. Trata-se assim de um componente fundamental no ensino e na aprendizagem, que pode contribuir para a democratização do acesso ao conhecimento, para a construção do conhecimento e para a formação crítica dos alunos. Por isso, é importante que os educadores e as instituições de ensino valorizem e utilizem o livro didático de forma adequada, buscando explorar todo o potencial que esse recurso pode oferecer. Nesse sentido, antes de utilizar o livro didático como um material de apoio nas aulas, o professor precisa conhecê-lo previamente: conhecer sua estrutura, sua proposta e possibilidades de trabalho com ou por intermédio dele. É necessário analisá-lo cuidadosamente.

Nesse viés, nosso objetivo neste artigo é analisar com base na Teoria Antropológica do Didático como se apresenta o Raciocínio Combinatório em tarefas de duas coleções de livros didáticos do 1º e 5º ano do ensino fundamental. Para efetivar essa análise realizamos uma pesquisa qualitativa de cunho bibliográfico, com utilização de ferramentas analíticas da Teoria Antropológica do Didático (TAD).

A TEORIA ANTROPOLÓGICA DO DIDÁTICO COMO FERRAMENTA

PARA ANÁLISES DE OBRAS

A Teoria Antropológica do Didático (TAD) considera que toda atividade humana consiste em resolver uma tarefa t de algum tipo T , por meio de uma técnica τ , justificada por uma tecnologia θ que permite simultaneamente pensá-la, produzi-la e que, por sua vez, é justificada por uma teoria Θ . Ela parte, assim, do postulado de que toda atividade humana implementa uma organização praxeológica, a qual Chevallard (1999) chama de praxeologia ou organização praxeológica, simbolizada por $[T, \tau, \theta, \Theta]$.

Falamos sobre Praxeologia Matemática ou Organização Matemática (OM) – quando os tipos de tarefas T vêm da Matemática – e de Praxeologia Didática ou Organização Didática – quando os tipos de tarefas T são tipos de tarefas de estudo.

A palavra praxeologia enfatiza a estrutura da organização $[T, \tau, \theta, \Theta]$: em grego *práxis* significa “prática”, referente ao bloco prático-técnico (ou *práxis*) $[T, \tau]$, e *logos* significa “razão”, “discurso fundamentado”, referente ao bloco tecnológico-teórico $[\theta, \Theta]$. Chevallard (1999) designa uma praxeologia $[T, \tau, \theta, \Theta]$ como uma organização do saber. Diz-se que $[T, \tau, \theta, \Theta]$ é uma praxeologia pontual para indicar que essa é uma praxeologia relativa a um único tipo de tarefas.

Geralmente, em uma determinada instituição I , uma teoria Θ responde a várias tecnologias θ_j , cada uma delas, por sua vez, justifica e torna inteligíveis várias técnicas τ_{ij} , correspondendo a muitos tipos de tarefas T_{ij} . As organizações pontuais vão assim se agregar, primeiro em organizações locais, $[T_i, \tau_i, \theta, \Theta]$, centradas em uma tecnologia θ específica, em seguida, em organizações regionais, $[T_{ij}, \tau_{ij}, \theta_j, \Theta]$, formadas em torno de uma teoria Θ . Além disso, Chevallard (1998) chama de organização global o complexo praxeológico $[T_{ijk}, \tau_{ijk}, \theta_{jk}, \Theta_k]$ obtido, em uma determinada instituição, pela reunião de várias organizações regionais correspondentes a várias teorias Θ_k .

As ferramentas fornecidas pela TAD possibilitam instituir modelos de análises para, por exemplo, analisar livros didáticos. Nesse sentido, Almouloud (20015, p. 16-17) fundamentado em Chevallard (1999) elenca critérios que podem ser considerados para se analisar materiais didáticos, a partir de uma abordagem praxeológica da TAD:

a) Critério de identificação: verificar se os tipos de tarefas estão postos de forma clara e bem identificados;

b) Critério das razões de ser: verificar se as razões de ser dos tipos de tarefas estão explicitadas ou ao contrário, esses tipos de tarefas aparecem sem motivos válidos;

c) Critério de pertinência: verificar se os tipos de tarefas considerados são representativos das situações matemáticas, mais frequentemente encontradas e se são pertinentes tendo em vista as necessidades matemáticas dos alunos.

2. Para a avaliação das técnicas (τ):

A avaliação de técnicas apoia-se nos mesmos critérios discutidos na avaliação de tipos de tarefa. Além disso, é preciso responder as seguintes questões:

- a) As técnicas propostas são efetivamente elaboradas, ou somente esboçadas?
- b) São fáceis de utilizar?
- c) Sua importância é satisfatória?
- d) Sua confiabilidade é aceitável sendo dadas suas condições de emprego?
- e) São suficientemente inteligíveis?

3. Com relação ao bloco tecnológico-teórico (θ): Podemos fazer observações análogas a propósito do bloco tecnológico-teórico. Assim, sendo dado um enunciado, o problema de sua justificação é somente posto ou ele é considerado tacitamente como pertinente, evidente, natural ou ainda bem conhecido?

- a) As formas de justificação utilizadas são próximas das justificativas matematicamente válidas?
- b) Elas são adaptadas ao problema colocado?
- c) Os argumentos usados são cientificamente válidos? O resultado tecnológico de uma dada atividade pode ser explorado para produzir novas técnicas para resolver novas tarefas.

Na sequência do estudo faremos a análise de duas coleções de livros didáticos do 1º ao 5º Ano do Ensino Fundamental, a partir dos critérios praxeológicos da TAD.

ANÁLISES DE DUAS COLEÇÕES DE LIVROS DIDÁTICOS DO 1º AO 5º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Nosso intuito foi enfocar tarefas ligadas às habilidades do raciocínio combinatório referentes às ideias de contagem, sequência, ordenação, grupamentos, combinações, possibilidades, enumeração, seriação e classificação. Pautamo-nos em especial nos programas, tais como o PNLD, nas Matrizes de Referência do Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB), da Prova Brasil, Avaliação Nacional da Alfabetização (ANA) e nos livros didáticos da Coleção “A Conquista da Matemática”, “Porta Aberta: Alfabetização Matemática”. O ponto de partida foi uma busca dos livros didáticos aprovados para a Educação Básica do 1º ao 5º ano do Ensino Fundamental, nas escolas municipais de Belém do Pará.

Análises da Coleção “A Conquista da Matemática: Alfabetização Matemática” – Livro Didático 1 – LD1

A coleção de livros didáticos “A Conquista da Matemática”, de forma geral, é organizada em unidades que sempre iniciam com histórias em quadrinhos, retratando situações do cotidiano referentes ao conteúdo a ser estudado. Em sequência, há uma seção denominada *explorando*, destinada ao levantamento do conhecimento prévio dos alunos.

Ao longo dos capítulos, encontram-se as seções “*vamos resolver*”, “*assim também se aprende*” e “*os quadros curiosidades, desafios e interdisciplinaridade*”. Esta coleção traz, também, “a seção *falando de...*”, com projetos anuais sobre os temas: “*falando de você*”. No final do volume, há sugestões de leitura para o aluno, bibliografia da obra e peças para

recortar, além de um glossário. Nas sessões, não se revela explicitamente o porquê de se estudar tarefas relacionadas ao raciocínio combinatório.

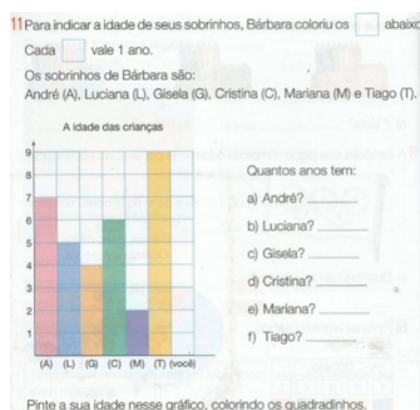
No *Livro do 1º ano*, os conteúdos são apresentados por meio de atividades em que a participação dos alunos é incentivada. Nos capítulos seguintes, são feitas breves explanações dos conteúdos acompanhadas de exemplos e seguidas por atividades que devem ser resolvidas pelos alunos, por meio da aplicação do que foi ensinado. Na obra, procura-se retomar os conhecimentos prévios dos alunos e os conceitos/procedimentos são abordados e retrabalhados sucessivamente.

O estudo do volume 1 permitiu identificar 15 tarefas das OM e OD e presentes no manual do professor sobre “Como ensinar o tema NRC, através das ideias de contagem, sequência, ordenação, grupamentos, enumeração, seriação e classificação”, que trataremos como pontual.

Assim, a obra apresenta o subtítulo: *Números Naturais*, seguido do enunciado do exercício, que exige leitura de dados explícitos, que julgamos pertinente, pois exige um nível cognitivo de compreensão, além de habilidade de comparar quantidades e inclui a interpretação e integração dos dados ao gráfico, requerendo um grau de inferência lógica e coerente (as tarefas são claras, pertinentes e com técnicas potencialmente exequíveis pelos alunos desse nível).

Observando os critérios de identificação, pertinência e avaliação da técnica é possível inferir que a tarefa permite que os alunos atinjam um nível de compreensão gráfica de leitura e inferência, por meio de uma aprendizagem gradual, pois entendemos que o ensino desse tipo de representação, quanto à sua construção e leitura, exerce um papel importante na instrução formal do aluno, tanto da inferência na comunicação (sinalizando importante avanço no bloco tecnológico-teórico). Essas características compõem a marca inicial da NRC, pois carregam a ideias de contagem, agrupamentos, sequências, enumeração, posição etc (razão de ser implícitas).

Figura 1: Tarefa do livro do 1º Ano, Capítulo 2, p. 30.



Fonte: A conquista da Matemática (Brasil, 2018, p. 30).

O Manual do Professor sugere que o aluno já teve o seu primeiro encontro via experimentação, ou seja, realizando uma apreensão operatória em atividades anteriores, sugerindo algumas atividades com intuito de explorar a NRC envolvendo objetos concretos (Figura 1).

A partir de uma visão global da obra entendemos se tratar de uma organização praxeológica pontual (Chevallard, 1998), pois esse tipo de tarefa se encontra em torno de um *trio* formado por *uma técnica, uma tecnologia e uma teoria*. Dessa forma, a tarefa (Figura 1) leva o discente a pensar uma maneira de contabilizar os quadradinhos do gráfico de cores, podendo ser descrita dentro do bloco prático – teórico [T, τ]. Esse bloco gerencia o que chamamos de saber comum e, dessa forma, para que essa tarefa possa ser executada, é necessária uma técnica, ou seja, o “como fazer” a tarefa, sendo possível de ser realizada mediante a técnica de enumerar os quadradinhos, a partir da ordenação e/ou da sequência numérica, caracterizada como a tecnologia.

Constatamos ainda a ausência de sistematização multiplicativa, nesse nível; os sujeitos não contextualizam suas respostas, porém esta atividade apresenta indícios da Noção de Raciocínio Combinatório.

No Capítulo 7, é apresentado um padrão de sequências, que nos permitiu identificar uma tarefa em termos de OD e OM descritas nessa coleção sobre o conteúdo de “Como Ensinar Noções de Possibilidades de Sequência”. A utilização das várias representações de um determinado objeto matemático deve fazer parte dos recursos didáticos e deve compor o *equipamento praxeológico*⁴ do aluno. Nesse aspecto, a aprendizagem matemática deve levar em conta os conteúdos matemáticos e o funcionamento cognitivo do aluno, visando a uma maior compreensão dos objetos (Figura 2).

Figura 2: Tarefa do livro do 1º Ano, Capítulo 7, p. 57.



Fonte: A conquista da Matemática (Brasil, 2018, p. 57)

⁴ A noção de equipamento praxeológico designa segundo Ladage (2015, p. 57) e Ladage e Chevallard (2011, p. 3) o “complexo de praxeologias” que uma pessoa ou uma instituição possui, domina e põe em movimento no quadro de sua prática profissional.

Em consonância com a tarefa anteriormente apresentada constatamos que os critérios de identificação, pertinência e avaliação da técnica da tarefa são pontos positivos na obra. A análise do Manual do Professor sugere que o aluno já teve o seu primeiro encontro via manipulação de uma figura concreta, ou seja, realizando uma apreensão operatória em atividades anteriores e sugerindo algumas atividades com intuito de explorar a NRC envolvida em diversas sequências.

Identificamos que diferentes saberes são manipulados para a realização da forma como as tarefas da seção *explorando* são apresentadas e resolvidas, como, por exemplo: apresentando a contagem, a ordenação, o agrupamento, a sequência, a enumeração etc. (razão de ser implícita).

Os elementos que compõem a tarefa destacada pela Figura 2 foram definidos por Chevallard (1998) como uma Organização Praxeológica pontual, pois a atividade representa um tipo de tarefa que leva o discente a pensar uma maneira de identificar um padrão, descrita dentro do bloco prático – teórico $[T, \tau]$. Para que essa tarefa possa ser executada, é necessária uma técnica, que, por sua vez, seria sequenciar as formas. Partindo dessa sequência, é possível caracterizar a tecnologia que seria a ordenação.

Essa atividade representa um padrão de sequências, que nos permitiu identificar OM e OD desarticuladas – uma vez que as tarefas não apresentam uma sequência de construção de complexidade crescente – por outro lado, as organizações descritas nessa coleção sobre o conteúdo de “Como Ensinar Noções de Possibilidades de Sequência”, utilizam várias representações dos objetos em jogo favorecendo a apreensão de algumas noções do raciocínio combinatório.

O livro do 2º ano é organizado em 10 unidades, que começam com histórias em quadrinhos retratando situações do cotidiano referentes ao conteúdo a ser estudado, seguidas da seção *explorando*, destinada ao levantamento do conhecimento prévio dos alunos. Ao longo dos capítulos, encontram-se as seções *vamos resolver*, *assim também se aprende* e os quadros *curiosidades*, *desafios* e *interdisciplinaridade*. Os livros do 2º ano trazem, também, a seção *falando de...*, com projetos anuais sobre os temas: *falando de você*. No final do volume, há sugestões de leitura para o aluno, bibliografia da obra e peças para recortar, além de um glossário, presente no livro do 2º ano.

A Figura 3 mostra o momento do encontro com a tarefa **T**, da OM e OD e ocorre quando o autor apresenta no livro didático o subtítulo: “Multiplicação com Números Naturais: Ideias de multiplicação e Ideias da divisão”, seguido do enunciado do exercício revelando assim a razão de ser dessas tarefas.

Figura 3: Tarefa do livro do 2º Ano, Unidade 7, p. 196.

10 Uma equipe de vôlei tem:

- duas camisas coloridas diferentes — verde e amarela;



- três calções de cores diferentes — branco, azul e amarelo.



a) Se a equipe usar a camisa verde, quantos uniformes diferentes poderá formar? _____ uniformes

b) Se a equipe usar a camisa amarela, quantos uniformes diferentes poderá formar? _____ uniformes

c) Usando a multiplicação, calcule quantos uniformes diferentes a equipe pode formar. _____

Fonte: A conquista da Matemática (Brasil, 2018, p. 196).

O Manual do Professor sugere que o aluno já teve o seu primeiro encontro via manipulação de uma figura a partir de uma apreensão operatória na página 190, *na seção explorando*, destinada ao levantamento do conhecimento prévio dos alunos, procedimento no qual o aluno realizou por uma sentença Matemática e por experiências empíricas. O momento do reencontro se dá pela visualização da tarefa apresentada e resolvida e enriquecido pela demonstração Matemática formal dada em detalhe.

Identificamos que diferentes saberes são manipulados para a realização da forma como as tarefas da seção explorada são apresentadas e resolvidas, como por exemplo: tarefa que envolvem a contagem, a ordenação, os agrupamentos, a sequência, a enumeração e o Princípio Multiplicativo da Contagem de elementos que compõem a NRC, assim as tarefas são claramente apresentadas, envolvendo a pertinente contextualização dos saberes, com técnicas factíveis para discentes deste nível (Figura 3).

De forma semelhante as tarefas do primeiro ano apresentadas anteriormente, podem ser caracterizadas como uma organização praxeológica pontual, pois as referidas tarefas não se articulam em trono de um discurso que faça avançar ao bloco tecnológico-teórico. Nesse sentido, o discente é levado a pensar em uma maneira de agrupar os elementos “camisas e calções”, sendo restrito ao bloco prático – teórico [T, τ].

Neste momento, é importante destacar que o Nível II, início da sistematização multiplicativa é alcançado, com a proposta de sistematização, a partir da resolução da tarefa, com diferentes possibilidades.

O livro do 3º ano está organizado em 9 unidades, as unidades começam com histórias em quadrinhos, que retratam situações do cotidiano referentes ao conteúdo a ser estudado, seguidas da seção *explorando*, destinada ao levantamento do conhecimento prévio dos alunos. Ao longo das unidades, encontram-se as seções *vamos resolver*, *assim também se aprende*, e os quadros *curiosidades*, *desafios* e *interdisciplinaridade*. Ele traz, também, a seção *falando de...*, com projetos anuais sobre o tema: *falando de higiene e saúde*. No final do volume, há sugestões de leitura para o aluno, bibliografia da obra e peças para recortar, além de um glossário, presente no livro do 3º ano.

Entre as unidades que compõem esse livro, destacamos: Unidade 1 – Sistema de Numeração Decimal; Unidade 4 – As Operações Fundamentais; Unidade 6 – Multiplicação com Números Naturais e Unidade 7 – Divisão com Números Naturais, dedicados a tópicos dos campos da Matemática escolar, ou seja, de Álgebra Elementar e é composto por sequências de atividades.

A Figura 4 mostra o momento do encontro com o tipo de tarefa **T**, das OMD, em que a razão de ser das tarefas está implicitamente relacionada ao subtítulo: “As Operações Fundamentais”, seguido do enunciado do exercício.

O Manual do Professor sugere que o aluno já teve o seu primeiro encontro via adição de números, ou seja, realizando uma apreensão operatória na página 133, na seção *atividade*, destinada a procedimento de identificação das propriedades e operações aritméticas fundamentais.

Figura 4: Tarefa do livro do 3º Ano, Unidade 5, p. 133.



• Depois, use uma calculadora para conferir seus cálculos.

Fonte: A conquista da Matemática (Brasil, 2018, p. 133).

De forma similar ao que constatamos nas tarefas do 1º e 2º anos, os elementos que compõem a tarefa destacada (Figura 4) podem ser identificados como uma organização praxeológica pontual, pois a referida tarefa não se articula com as demais em um discurso que faça avançar o bloco tecnológico-teórico. Mas, representa um tipo de tarefa que leva o discente a pensar uma maneira de identificar as regularidades, sendo descrita dentro do bloco prático – teórico $[T, \tau]$, para que esta tarefa possa ser executada, é necessária uma técnica que, por sua vez, seria adicionar os cubinhos.

Nosso estudo mostra que diferentes saberes são manipulados para a realização da forma como as atividades são apresentadas e resolvidas, como por exemplo: os alunos devem perceber que os números a ser preenchido em cada ilustração de bloco são o resultado da adição dos números que aparecem nas ilustrações dos dois blocos ilustrados logo abaixo daquele a ser preenchido. Esses são saberes que se mostram associados à NRC.

No livro do 4º ano, contextualizam-se os conteúdos a serem estudados e articulam-se – contemplando os novos conhecimentos àqueles já adquiridos pelos alunos; a interação em sala de aula é bastante incentivada. No livro do 4º ano, é enfatizado o estudo das operações com números naturais, apresentadas sob seus diversos aspectos e com diferentes estratégias/possibilidades de cálculo.

O livro do 4º ano está estruturado em unidades e essas em capítulos, alguns dos quais se subdividem em tópicos. Na abertura das unidades, há uma história em quadrinhos relacionada ao conteúdo a ser estudado, intitulada explorando, destinada ao levantamento do conhecimento prévio do aluno. Os capítulos contêm explanações e exercícios resolvidos além das seções de atividades; assim também se aprende; e vamos resolver, também incluem alguns dos boxes, com conteúdo diversificado: desafios, curiosidades e interdisciplinaridade. Ao final de cada unidade, encontram-se as seções falando de jogos e brincadeiras, que trazem projetos a serem abordados durante o respectivo ano letivo; no final do volume, está disponível um glossário, sugestões de leitura para o aluno e a bibliografia da obra.

A Figura 5 mostra que o momento do encontro com o tipo de tarefa **T**, da OM e OD, ocorre quando o autor apresenta no livro didático o subtítulo: “As Operações com Números Naturais: Multiplicação e Divisão”, seguido do enunciado do exercício.

O Manual do Professor sugere que o aluno já teve o seu primeiro encontro via manipulação de uma figura por meio de uma apreensão operatória na página 98, na seção *explorando*, destinada a procedimento de identificação das propriedades e operações aritméticas fundamentais de fazer combinações.

Percebe-se que diferentes saberes são mobilizados para realização da forma como as tarefas são apresentadas e resolvidas, como, por exemplo: “possibilidades diferentes; multiplicação de quantidades; sanduíches diferentes”. Evidenciamos o atendimento aos

critérios de identificação, razões de ser (de forma implícita), pertinência e do bloco prático (tarefa e técnica) articulando saberes associados ao objeto de estudo NRC.

É importante notar que, ao resolver os problemas relacionados à situação de “combinação de possibilidades”, percebemos que as tarefas propostas possuem uma gama considerável de situações diferentes, que podem ter semelhança em vários campos do livro didático e em outras tarefas.

Figura 5: Tarefa do livro do 4º Ano, Unidade 6, p. 180.

3ª situação: Numa sorveteria, podemos escolher entre:

- 2 tipos de sorvete: palito e casquinha.
- 3 sabores: morango, chocolate, abacaxi.

Quantas escolhas diferentes de sorvete podemos fazer?
Acompanhe:

Sorvete de palito	 morango	 chocolate	 abacaxi
Sorvete de casquinha	 morango	 chocolate	 abacaxi

$2 \times 3 = 6$

Resposta: Podemos fazer 6 escolhas diferentes de sorvete.

Quando combinamos possibilidades, usamos a operação de multiplicação.

Fonte: A conquista da Matemática (Brasil, 2018, p. 180).

A tarefa proposta não se articula com outras no mesmo discurso tecnológico que favoreça o avanço a uma organização local. A tarefa que leva o discente a pensar uma maneira de agrupar os sorvetes de casquinha e palito, junto com os sabores, está restrita ao bloco prático – teórico [T, τ]. Para que ela possa ser executada, é necessária uma técnica que por sua vez seria enumerar os conjuntos de possibilidade de combinações. Partindo da enumeração, a articulação em torno da tecnologia levaria a contabilização dos elementos que constituem às combinações possíveis, descrevendo por sua vez o que conhecemos como Princípio Fundamental da Contagem.

O livro do 5º ano é organizado em unidades, compostas por capítulos que contêm as seguintes seções: Explorando, com atividades de preparação para o conteúdo a ser estudado; Chegou a sua vez! Que oferecem atividades de aplicação; Exercícios; Desafios; Tratando a informação; Brasil real, em que são feitas conexões entre a Matemática e outras áreas do

conhecimento; e Retomando o que aprendeu, com exercícios de síntese dos conteúdos da unidade, que podem servir para a avaliação. No final do volume, encontram-se: Projetos Pedagógicos interdisciplinares; Indicações de leitura; Glossário; Respostas e Bibliografia.

A ênfase no Bloco de tratamento da Informação (BTI) está nos conceitos relacionados à combinatória, probabilidade e estatística. São resolvidas e sugeridas atividades de organização e de leitura de dados em tabelas ou gráficos de barras, setores e segmentos, explorados em situações interessantes. Há também propostas de coleta de dados, cálculo de medidas de tendência central, desvio padrão, cálculo de possibilidades e a noção de probabilidade na obra.

A Figura 6 mostra que o momento do encontro com o tipo de tarefa **T**, da OM e OD, ocorre quando o autor apresenta no livro didático o subtítulo: “Naturais: operações, propriedades, algoritmos – gráfico de: barras, linhas; tabelas de dupla entrada”, seguido do enunciado do exercício.

Figura 6: Tarefa do livro do 5º Ano, Unidade 4, p. 100.

Para fazer sanduíches, uma casa de lanches tem 2 tipos de pão e 4 tipos de recheio. Quantos sanduíches diferentes essa casa de lanches vende, combinando 1 tipo de pão e 1 tipo de recheio? **8 sanduíches diferentes.**

Escolha seu lanche

Pão		Pão de forma.		Pão francês.
Recheio		Queijo.		Salame.
		Presunto.		Mortadela.

Combinações de pães e recheios

Com o pão de forma, podemos fazer 4 combinações diferentes de lanche. O mesmo ocorre com o pão francês. Logo, temos 8 combinações ($4 + 4$).
 Para responder à pergunta, podemos também multiplicar a quantidade de tipos de pão pela quantidade de tipos de recheio, ou seja, efetuar a **multiplicação 2×4** .
 Também podemos multiplicar a quantidade de tipos de recheio pela quantidade de tipos de pão, ou seja, 4×2 .

- Calcule, no caderno, quantas possibilidades diferentes teríamos para combinar um tipo de pão e um tipo de recheio, se tivéssemos 3 tipos de pão e 2 tipos de recheio disponíveis, 6 possibilidades diferentes (3×2 ou 2×3).

Fonte: A conquista da Matemática (Brasil, 2018, p. 100).

Os elementos que compõem a tarefa podem ser definidos como uma organização praxeológica pontual, pois a atividade representa um tipo de tarefa que leva o discente a pensar uma maneira de agrupar os pães e os recheios, sendo descrita unicamente no bloco prático – teórico [T, τ] e não avança num discurso tecnológico que congregue os tipos de

tarefas apresentadas. Sendo assim, para que essa tarefa possa ser executada, é necessária uma técnica que por sua vez seria enumerar os conjuntos de possibilidade de combinações; a tecnologia que seria capaz de unificar o discurso dos tipos de tarefas apresentadas seria a contabilização dos elementos que constituem as combinações possíveis, descrevendo por sua vez o que conhecemos como Princípio Fundamental da Contagem.

Apresentamos o estudo relativo de cada um dos livros dos anos iniciais do EF dos objetos de estudo que envolvem a NRC, anunciados e descritos na coleção “A Conquista da Matemática”.

Outra observação importante é que toda tarefa deve ser resolvida por meio de uma ou de várias técnicas, o que a torna executável; cada técnica é ligada a uma tecnologia que a justifica, e, por fim, esta tecnologia é justificada por uma teoria.

Em nossa pesquisa, estudamos as completudes das organizações matemáticas e organizações didáticas em torno da NRC ou, ao contrário, a rigidez em torno de um tipo de tarefa **T**. Bosch e Chevallard (2001) propõem as seguintes condições para que uma organização matemática local seja relativamente completa: integração dos tipos de tarefas **T**; diferentes técnicas **t**, ou variações de uma mesma técnica para realizar alguns tipos de tarefas; independência dos ostensivos que integram as técnicas; existência de tarefas e de técnicas “inversas” como, por exemplo, para a tarefa direta: representar das possíveis soluções da NRC a partir de uma tabela de dupla entrada, a tarefa “inversa” é achar a expressão algébrica a partir da tabela; um discurso tecnológico para a interpretação do funcionamento das técnicas e de seu resultado, que pode ser verificada nas Figuras 19, 20 e 21, nas páginas 96, 98 e 101 dessa pesquisa.

Mais adiante, daremos ênfase às considerações que podem ser feitas a respeito da coleção “A Conquista da Matemática: Alfabetização Matemática”, a partir do Modelo Analítico para NRC.

Análises Da Coleção “Porta Aberta: Alfabetização Matemática” – Livro Didático 2 – LD2

A coleção de livros didáticos “Porta Aberta: Alfabetização Matemática”, de uma forma geral é organizada em capítulos que sempre começam com uma apresentação do que será trabalhado, seguido de tópicos com atividades e das seções *Desafio*; *Bate-papo*, que incentiva a discussão entre alunos e professor; *Você sabia que ...*; *Vamos Ler?*; *Você vai gostar!* com sugestões de leituras; e *Brincando também se aprende*, que oferece atividades lúdicas. Ao final de cada capítulo, encontram-se as seções: *Vamos ver de novo?*, composta por atividades de revisão; e *O que estudamos*, em que há uma sistematização dos principais conteúdos abordados e orientações para a família. Encerram os volumes com as seguintes seções: Mensagem de fim de ano; *Você terminou o livro!*, seguidas de um *Glossário e a Bibliografia*.

Há, ainda, alguns capítulos especiais denominados *Matemática, brinquedos e brincadeiras*, no 1º volume, Matemática e animais, no 2º, e Matemática e esportes, no 3º volume. Cada livro tem um encarte com materiais para serem recortados.

Ao longo dos capítulos, encontram-se as seções “*Vamos resolver*”, “*Assim também se aprende*”, e “*Os quadros curiosidades, desafios e interdisciplinaridade*”. Esta coleção traz, também, a seção “*Falando de...*”, com projetos anuais sobre os temas: “*Falando de você*”. No final do volume, há sugestões de leitura para o aluno, bibliografia da obra e peças para recortar, além de um glossário.

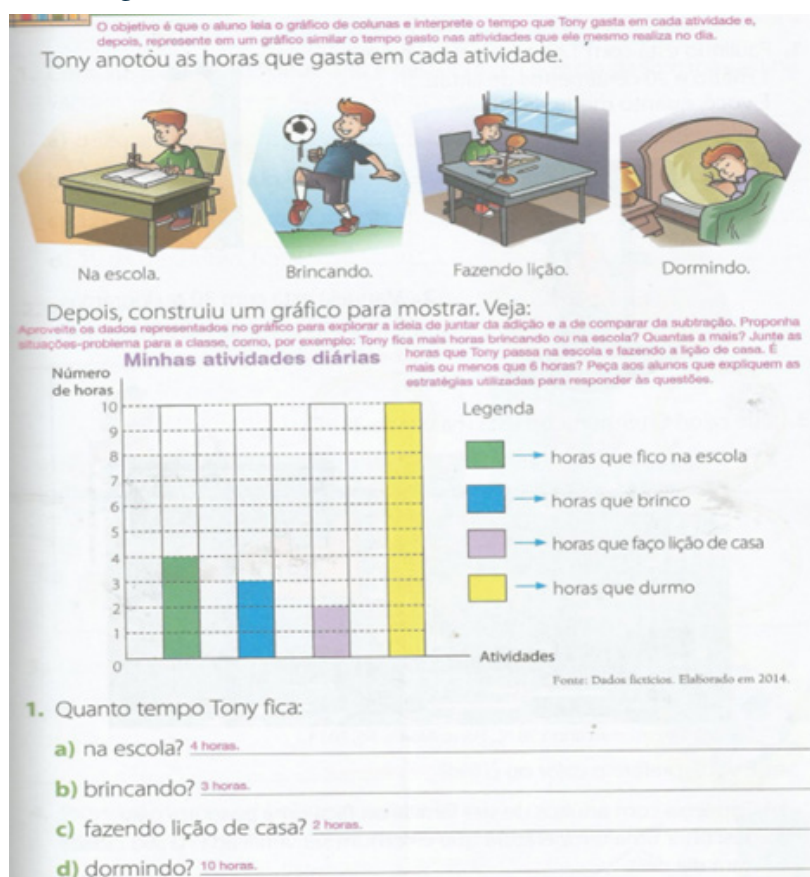
O estudo do volume 1 permitiu identificar 15 tarefas das OMD presentes no manual do professor sobre “Como ensinar o tema NRC, por meio das ideias de contagem, sequência, ordenação, grupamentos, enumeração, seriação e classificação”, que trataremos como tarefa pontual, ou seja, a razão de ser poderia ser explicitada pelos professores a partir de tarefas que ensejem as ideias trabalhadas de forma contextualizada às realidades dos alunos.

Como, por exemplo, a Figura 7 do livro do 1º ano, mostra o momento do primeiro encontro com a tarefa *t*, com as OMD que ocorre quando o autor apresenta no livro didático o subtítulo: *Os Números em Muitos Usos*, seguido do enunciado contando, medindo, ordenando e codificando, juntamente com exercício, que exige leitura de dados explícitos, exigindo um nível cognitivo de compreensão e exige também, habilidade de comparar quantidades e inclui a interpretação e integração dos dados ao gráfico, requer um grau de inferência lógica e coerente.

Nesta mesma unidade, são trabalhados os números como códigos, os números que indicam ordem, os números nas medidas de tempo e os números em outras medidas, permitindo assim que os alunos atinjam um nível de compreensão gráfica de leitura e inferência, por meio de uma aprendizagem gradual, pois concluímos que o ensino desse tipo de representação, quanto à sua construção e leitura, exerce um papel importante na instrução formal do aluno. Esse panorama nos dá indícios de atendimento aos critérios de identificação, razões de ser (de forma implícita), pertinência das tarefas e avanço no bloco prático (tarefa e técnica) que favorecem a apreensão dos objetos estudados.

O Manual do Professor sugere que sejam trabalhadas perguntas que estimulem a resgatar conhecimentos adquiridos e despertem a curiosidade sobre os temas que serão trabalhados. Nessa unidade, o aluno deve identificar o emprego dos números em diversas situações do cotidiano, como código, como medida e como contagem, buscando consolidar os conhecimentos prévios dos alunos, sugerindo algumas atividades com intuito de explorar a NRC envolvendo objetos concretos. O momento do reencontro se dá pela visualização da tarefa apresentada resolvida, como descrita acima, e enriquecida pela demonstração Matemática formal dada em detalhe.

Figura 7: Tarefa do livro do 1º Ano, Unidade 1, p. 21.



Fonte: Porta Aberta: Alfabetização Matemática (Brasil, 2022, p. 21).

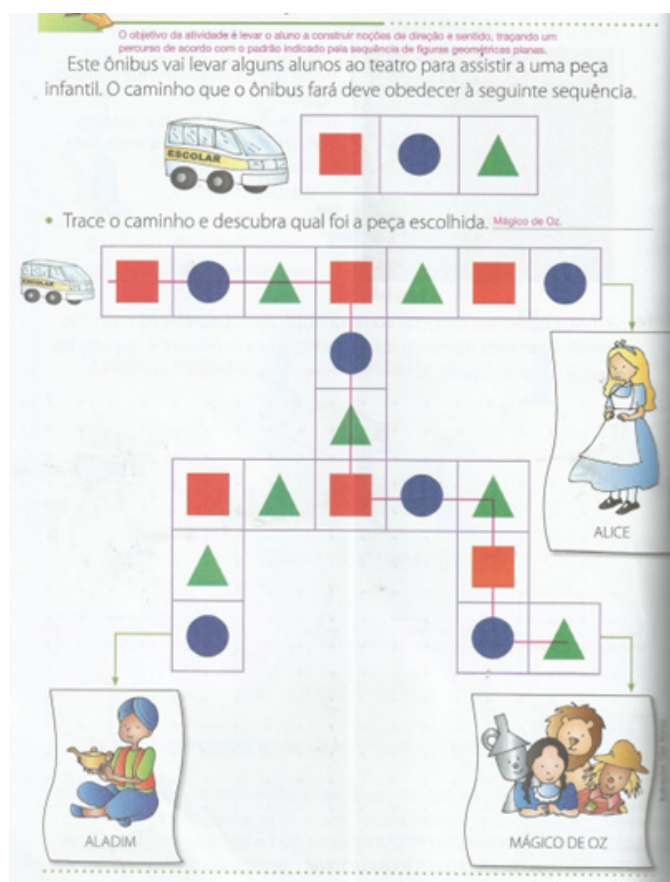
Os tipos de tarefas elencados caracterizam uma organização praxeológica pontual. Pois, representa um tipo de tarefa que leva o discente a pensar uma maneira de contabilizar os quadradinhos do gráfico de cores, podendo ser descrita dentro do bloco prático – teórico [T, τ], sem avançar numa articulação de tarefas em torno de um discurso tecnológico que ascenda a organização ao patamar de praxeologia local. Ao relacionar a técnica de enumerar os quadradinhos, a ordenação e/ou a sequência numérica, o professor pode avançar ao discurso tecnológico.

Essa atividade representa um padrão de sequências de cores, que nos permitiu identificar uma tarefa da OMD descrita nessa coleção sobre o conteúdo de “Como Ensinar Noções de Enumeração e Contagem”.

O livro do 2º ano é dividido em 08 unidades, dentre os quais podemos destacar a unidade 2: Espaço e Forma. Nesta unidade, buscaremos estudar a Organização Praxeológica e identificar essa organização do saber NRC, nos Livros Didáticos do 1º ao 5º ano do Ensino Fundamental.

O estudo do volume 2 nos permitiu identificar 10 tarefas da OM e OD presentes no manual do professor sobre “Como ensinar o tema NRC, através das ideias de sequência, ordenação e enumeração – Brincando com o Percurso” que trataremos como tarefa pontual.

Figura 8: Tarefa do livro do 1º Ano, Unidade 2, p. 34.



Fonte: Porta Aberta: Alfabetização Matemática (Brasil, 2022, p. 34).

Como por exemplo, a Figura 8 do livro do 2º ano, mostra o momento do reencontro com a tarefa t, da OM e OD, que ocorreu quando o autor apresenta no livro didático o subtítulo: *Brincando com o percurso*, seguido do enunciado noções de contagem, noções de direção e sentido identificados pelas sequências de figuras geométricas. Sendo assim, essa atividade explora a ordenação a codificação de figuras geométricas, juntamente com exercício, que exige leitura de dados explícitos, exigindo um nível cognitivo de compreensão e exige também, habilidade de comparar quantidades e inclui a interpretação e integração dos dados a sequência, requer um grau de inferência lógica e coerente.

O Manual do Professor sugere que sejam trabalhadas perguntas que estimulem a resgatar conhecimentos adquiridos e despertem a curiosidade sobre os temas que serão trabalhados, nesta unidade como: a observação, a construção de sequências, a construção da ordenação, explorarem o contorno das figuras geométricas de forma a auxiliar o aluno a perceber semelhanças e diferenças entre as elas e levem o aluno a compreender o processo de coleta e organização de informações, posteriormente, em um gráfico de barras, consolidando assim esse conhecimento. A obra em análise atende aos critérios de identificação, razões de ser (de forma implícita), pertinência das tarefas e avanço no bloco prático (tarefa e técnica) que favorece a apreensão dos objetos estudados.

As tarefas propostas por esta obra têm potencial para levar o discente a pensar uma maneira de sequenciar os elementos geométricos, a construir a noção de direção e sentido, traçando um percurso de acordo com o padrão indicado na sequência, mas não aparece explicitamente um discurso capaz de articular as tarefas e elevá-las ao patamar de praxeologia local. Ao relacionar a técnica de enumerar os quadradinhos, a ordenação e/ou a sequência numérica, o professor pode avançar o discurso tecnológico.

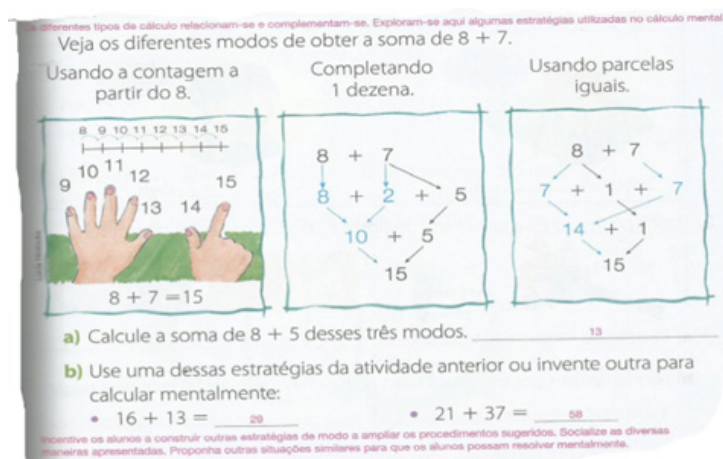
O cumprimento das diferentes tarefas da seção “*Explorando*” exige a mobilização de diferentes saberes, como, por exemplo: a contagem, a ordenação, o agrupamento, a sequência, a enumeração etc. Essas tarefas representam um padrão de sequências, que nos permitiu identificar uma tarefa da OMD descritos nessa coleção sobre o conteúdo de “Como Ensinar Noções de Possibilidades de Sequência”.

O livro do 3º ano, está organizado em unidades, subdivididas em 9 partes. As unidades começam com histórias em quadradinhos, que retratam situações do cotidiano referentes ao conteúdo a ser estudado, seguidas da seção “*Explorando*”, destinada ao levantamento do conhecimento prévio dos alunos.

A Figura 9 do livro do 3º ano mostra que o momento do encontro com tipo de tarefa T, da OMD, ocorre quando o autor apresenta no livro didático o subtítulo: “Revendo as ideias de adição: juntar e acrescentar”, seguido do enunciado do exercício: “Trabalhando com o Cálculo Mental”.

No Manual do Professor sugere-se que o aluno já teve o seu primeiro encontro via adição e subtração de números naturais, na seção *atividade*, destinada ao procedimento de identificação das propriedades e operações aritméticas fundamentais de composição e decomposição de números naturais. A obra em foco atende aos critérios de identificação, razões de ser (de forma implícita), pertinência das tarefas e avanço no bloco prático (tarefa e técnica) que favorece a apreensão dos objetos estudados.

Figura 9: Tarefa do livro do 3º Ano, Unidade 3, p. 81.



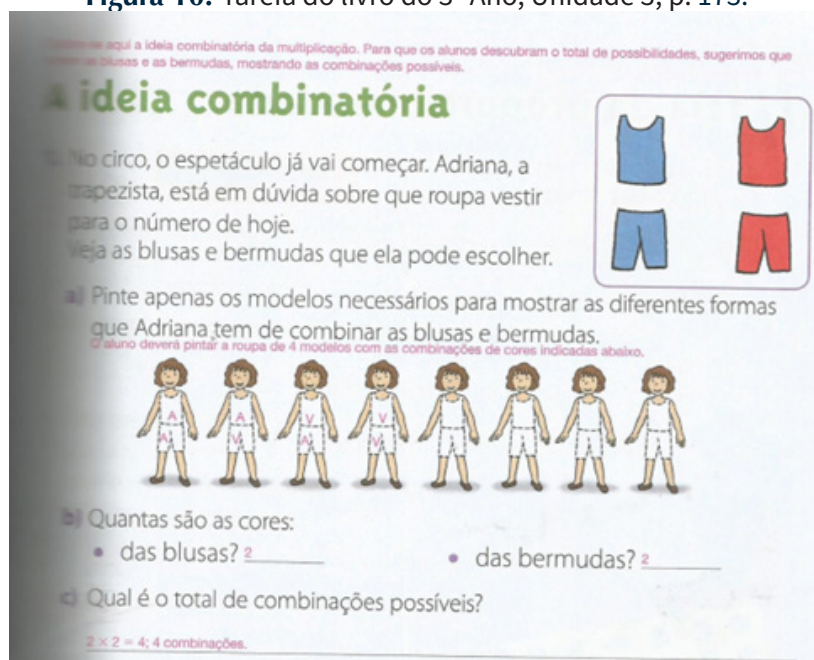
Fonte: Porta Aberta: Alfabetização Matemática (BRASIL, 2022, p. 81).

Percebemos que diferentes saberes são manipulados para realização da forma como as atividades de cálculo mental são apresentadas e resolvidas, como por exemplo: “os alunos devem usar a decomposição das parcelas e logo em seguida agrupados em dezenas e unidades, para se chegar ao resultado”. Esses são saberes que se mostram associados à NRC, pois o aluno é estimulado a fazer arredondamentos para se estimar uma soma. Sendo assim, esta atividade proposta pelo livro contribui para que o aluno, por meio da observação, da construção e socialização de diferentes resultados de estratégias de cálculo mental, aumente o seu próprio equipamento praxeológico, o que contribui para a sua autonomia na resolução de outras situações problemas que tratem direta ou indiretamente dessa situação descrita.

Estes são saberes que se mostram associados à NRC, retratando o Nível II, início de sistematização multiplicativa. Nesse nível, os sujeitos das pesquisas contextualizam suas respostas, com indícios de raciocínio combinatório e multiplicativo, também sendo verificado o princípio aditivo da Matemática.

A Figura 10 no livro do 3º ano, mostra o momento do encontro com a tarefa **T**, da OM OD, que trata de “ideias de multiplicação”. Ocorre quando o autor apresenta no livro didático o subtítulo: “As ideias da Multiplicação e da Divisão”, seguido do enunciado do exercício: “A Ideias de Combinatória”.

Figura 10: Tarefa do livro do 3º Ano, Unidade 3, p. 173.



Fonte: Porta Aberta: Alfabetização Matemática (Brasil, 2022, p. 173).

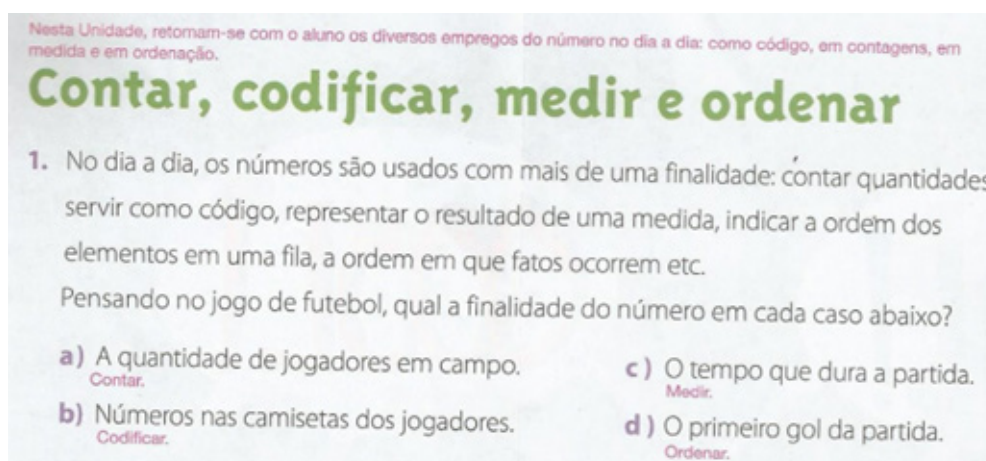
Na realização da tarefa, diferentes saberes são mobilizados para responder às diferentes situações em jogo, como, por exemplo: “possibilidades diferentes de combinações; multiplicação de quantidades; diferentes combinações de roupas”. Estes são saberes que se mostram associados ao objeto de estudo NRC.

O livro do 4º ano é dividido em 9 unidades, dentre os quais destacamos 3: Unidade 3 – Números que usamos no dia a dia; Unidade 4 – Adição e Subtração com Números Naturais; Unidade 6 – Multiplicação e Divisão com Números Naturais; e Unidade 7: Números Fracionários, dedicados a tópicos dos campos da Matemática escolar composto por sequências de atividades.

A Figura 11 mostra um tipo de tarefa **T**, que envolve as seguintes ações: Contar, codificar, medir e ordenar”, seguido do enunciado do exercício.

O Manual do Professor sugere que o aluno retome os diversos empregos do número no dia a dia, explorando procedimento de identificação dos diversos empregos dos números.

Figura 11: Tarefa do livro do 4º Ano, Unidade 3, p. 66.



Fonte: Porta Aberta: Alfabetização Matemática (Brasil, 2022, pag.66).

O cumprimento desta tarefa faz apelo, por exemplo, às: ideias de contagem, ideias de codificação, ideias de grandezas e medida; e ideias de ordenação. Esses são saberes que se mostram associados ao objeto de estudo NRC.

Na seção “*Explorando*”, diferentes saberes devem ser mobilizados para a realização das atividades, como, por exemplo: a contagem, a ordenação, o agrupamento, a sequência, a enumeração etc. A utilização das várias representações de um determinado objeto matemático deve fazer parte dos recursos didáticos, para que a aprendizagem seja significativa.

O livro do 5º ano é organizado em unidades, dentre os quais podemos destacar quatro: Unidade 2 – Sistema de numeração decimal; Unidade 3 – Operações: Cálculos do dia a dia e Unidade 6 – Múltiplos e Divisores de um número natural; dedicados a tópicos dos campos da Matemática escolar composto por sequências de atividades.

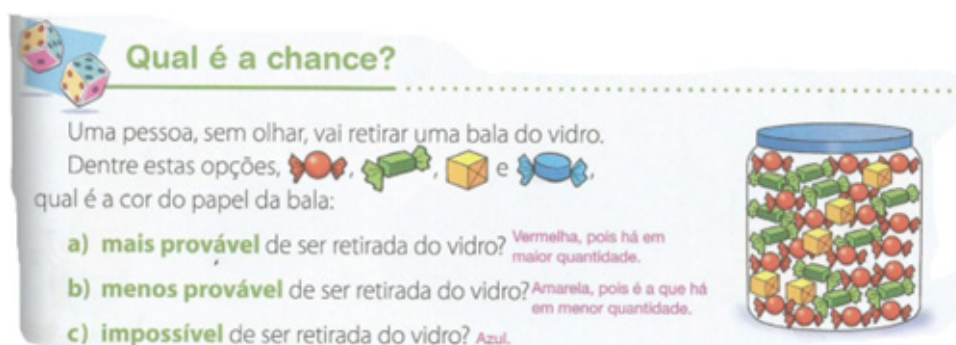
A ênfase no BTI está nos conceitos relacionados à combinatória, probabilidade e estatística. São resolvidas e sugeridas atividades de organização e de leitura de dados em tabelas ou gráficos de barras, setores e segmentos, explorados em situações interessantes.

Há também propostas de coleta de dados, cálculo de medidas de tendência central, desvio padrão, cálculo de possibilidades e a noção de probabilidade na obra.

A Figura 12 mostra que o momento do encontro com o tipo de tarefa **T**, da OMD, ocorre quando o autor apresenta no livro didático o subtítulo: “Operações: Cálculos do dia a dia”, seguido do enunciado do exercício.

Identificamos que diferentes saberes são manipulados para realização da forma como as atividades são apresentadas e resolvidas, como, por exemplo: “contagem, enumeração, ordenação, classificação, conjunto dos semelhantes”. Estes são saberes que se mostram associados ao objeto de estudo NRC.

Figura 12: Tarefa do livro do 5º Ano, Unidade 3, p. 69.



Fonte: Porta Aberta: Alfabetização Matemática (Brasil, 2022, pag.69).

A Figura 13 mostra que o momento do encontro com a tarefa **T**, da OMD, ocorre quando o autor apresenta no livro didático o subtítulo: “Operações: Cálculos do dia a dia”, seguido do enunciado do exercício.

Figura 13: Atividade do livro do 5º Ano, Unidade 3, p. 81.



Fonte: Porta Aberta: Alfabetização Matemática (BRASIL, 2022, p. 81).

O Manual do Professor sugere que os alunos têm condições de realizar apreensões operatórias de figuras geométricas (p. 79), para identificar propriedades e realizar operações aritméticas fundamentais de fazer combinações.

É importante notar que, ao resolver problemas relacionados a esse objeto, por possuir uma gama considerável de situações diferentes entre si, eles podem ter semelhança em vários campos que foram apresentados em outros volumes. Nesta situação, destaca-se o Nível II, Início da sistematização multiplicativa, com a proposta de sistematização a partir da resolução da tarefa, com diferentes possibilidades.

| CONCLUSÃO

O trabalho teve como base teórico-metodológica a Teoria Antropológica do Didático (TAD) com fins de analisar as praxeologias didático-matemáticas existentes em livros utilizados na rede de ensino da Educação Básica. Vislumbra-se entender se esses livros possuem uma sequência lógica com um grau de complexidade crescente capaz de potencializar o entendimento sobre os objetos matemáticos supracitados. Nesse sentido, pretende-se saber também se o material didático utilizado pelos docentes apresenta descontinuidade, causando descompasso no ensino e na aprendizagem.

Chevallard (2009) assevera que o livro didático corresponde, na maioria dos casos, a opção didática da qual o professor extrai os conteúdos a serem abordados em sala de aula. Destaca também que a prática docente é a maior fonte de aquisição de saber por parte dos alunos e, mesmo havendo fontes alternativas ligadas às tecnologias digitais, boa parte dos professores adota o livro didático como o principal material de apoio.

Dessa forma, na análise das coleções de livros didáticos do Ensino Fundamental, do 1º ao 5º Ano, identificamos que o tópico dos capítulos inicia com uma breve apresentação do objeto, seguida da proposição de atividades dirigidas aos alunos. Essa forma de apresentação do livro didático levou-nos a supor que, para o autor do livro, a produção do conhecimento deve ser realizada pela ação do aluno, por meio da resolução de exercícios. Supomos que o autor considera, como Vergnaud (1991), que, para o aluno, um conceito está fortemente associado à atividade de resolução de problemas e que é através da resolução dos exercícios que se percebe se os significados dos conceitos são entendidos. Esse princípio embasa a organização praxeológica concebida nessa coleção. No “Manual Pedagógico do Professor”, confirmamos essa visão do autor.

Os volumes trazem um número bem reduzido de explicações, pois priorizam a atividade do aluno, estimulando a reflexão, a experimentação e a resolução de problemas, com o objetivo de auxiliar a produção de significados, a NRC.

Desta forma, a tônica desta coleção **é ajudar o aluno a construir, desenvolver, pensar, raciocinar e aplicar ideias e conceitos matemáticos**, sempre compreendendo e atribuindo significado ao que está fazendo, dentro dos níveis descritos no Modelo Analítico.

O estudo do “Manual Pedagógico do Professor” permitiu identificar outros elementos da noção de praxeologia matemática:

Uma intenção de proporcionar ao aluno uma aprendizagem significativa, através das experimentações ou manipulação;

Uma intenção de realizar uma abordagem dos conteúdos na qual o aluno aprende fazendo, manipulando, comparando, descobrindo semelhanças e diferenças, regularidades e propriedades, isto é, praxeologias matemáticas particulares. Neste momento, iniciamos o aluno no raciocínio dedutivo, estimulando-o a fazer pequenas e simples deduções ou demonstrações lógicas. O raciocínio dedutivo será retomado e aperfeiçoado no ano seguinte. Percebemos que a intenção é de desenvolver um ensino em espiral, aprofundando o estudo de um capítulo a outro e de um volume para outro. Por essa razão, os conceitos são retomados várias vezes e pouco a pouco ampliados, aprofundados e sistematizados.

O estudo permitiu visualizar a Noção Praxeológica, relativa ao objeto NRC, do 1º ao 5º ano, do Ensino Fundamental. Levou-nos a evidenciar as propriedades do Pensamento Combinatório, que tem lugar, nesse nível de ensino, a partir dos seguintes tipos de tarefas:

Tarefa 01: Efetuar a contabilização dos quadrinhos do gráfico.

Tarefa 02: Identificar o padrão e completar a sequência.

Tarefa 3: Quantas combinações podem ser formadas

Tarefa 4: Quantas combinações são possíveis usando a Operação de Multiplicação.

Tarefa 5: Identificar a união dos elementos de dois ou mais conjuntos.

Tarefa 6: Identificar a ocorrência de um evento.

Devido à exigência de cumprimento integral da coleção pelas escolas, as instituições optam por não tratar o ensino da NRC, na perspectiva experimental, seguindo sequencialmente os capítulos do livro, reduzindo o ensino destas NRC à abordagem teórica.

A análise dos livros didáticos traz os valores e os princípios de ação que norteiam o trabalho dos professores e novas luzes sobre nossa compreensão, acerca dos fundamentos do trabalho docente em sala de aula.

Portanto, reitera-se um estudo mais aprofundado da dimensão econômico-institucional, futuramente, a fim de perceber de forma mais eficaz as relações institucionais existentes no entorno do ensino dos problemas associados à contagem, já que essa dimensão é capaz de revelar o Modelo Analítico nas instituições de ensino, além de mostrar como essas praxeologias vivem e se comportam nas instituições.

REFERÊNCIAS

- ALMOULOU, S. A., Teoria Antropológica do Didático: metodologia de análise de materiais didáticos. **Revista Uinón**, nº 42, 2015, p. 9-34.
- BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática (1º e 2º ciclos do Ensino Fundamental)**. Brasília: SEF/MEC, 1997.
- BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática (3º e 4º ciclos do Ensino Fundamental)**. Brasília: SEF/MEC, 1998.
- BRASIL, Secretaria da Educação Básica. **Guia do livro didático 1997: Matemática – séries/Anos Iniciais do Ensino Fundamental**. Brasília: Secretaria de Educação Básica, 1997.
- BRASIL, Secretaria da Educação Básica. **Guia do livro didático 2013: Matemática – séries/Anos Iniciais do Ensino Fundamental**. Brasília: Secretaria de Educação Básica, 2013.
- CHEVALLARD, Y. El análisis de las prácticas docentes en la teoría antropológica de lo didáctico. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, v. 19, n. 2, p. 221-266, 1999.
- CHEVALLARD, Y. Organiser l'étude. 1. Structures & fonctions, **Cours à la XI École d'été de Didactique des Mathématiques**, pendiente de publicación, 2001.
- DELGADO, T. Á. S. **Lo Matemático en el Diseño y Analisis de Organizaciones Didácticas: los sistemas de numeración y la medida de magnitudes**. Memoria para optar al Grado de Doctor. Universidad Complutense de Madrid, Facultad de Educación, Departamento de Didáctica y Organización Escolar. Madrid, 2006.
- MENSSOURI, D. **Essai de délimitation em termes de problématiques des effets de contrat et de transposition : les cas de relations entre droites et équations dans les classes de second et Première**. Thèse. Grenoble: Université Joseph Fourier. 1994.

Apéndice – Información sobre el artículo

Historico editorial

Submetido: 28 de Febrero de 2025.

Aprobado: 15 de Junio de 2025.

Publicado: 05 de Julio de 2025.

Como Citar — APA

Moraes, G. M. de., Nunes, J. M. V., & Almouloud, S. A. (2025). O raciocínio combinatório em livros didáticos do ensino fundamental. *PARADIGMA*, XLVI(2), e2025028. <https://doi.org/10.37618/PARADIGMA.1011-2251.2025.e2025028.id1700>.

Como Citar — ABNT

MORAES, Guilherme Motta de; NUNES, José Messildo Viana; ALMOULOU, Sado Ag. O raciocínio combinatório em livros didáticos do ensino fundamental. *PARADIGMA*, Maracay, v. XLVI, n. 2, e2025028, Jul./Dic., 2025. <https://doi.org/10.37618/PARADIGMA.1011-2251.2025.e2025028.id1700>.

Conflicto de intereses

Nada que declarar.

Declaración de disponibilidad de datos

Todos los datos han sido presentados/generados en este artículo.

Derechos autorales

Los derechos de autor pertenecen a los autores, que conceden a revista **Paradigma** los derechos exclusivos de primera publicación. Los autores no serán remunerados por la publicación de sus artículos en esta revista. Los autores están autorizados a celebrar contratos adicionales por separado, para la distribución no exclusiva de la versión del artículo publicado en esta revista (por ejemplo, publicación en un repositorio institucional, en un sitio web personal, publicación de una traducción o como capítulo de un libro), con reconocimiento de autoría y primera publicación en esta revista. Los editores de la revista **Paradigma** tienen derecho a realizar ajustes textuales y adecuación normativas en este artículo.

Acceso libre

Este artículo es de acceso abierto (**Open Access**) y sin gastos de envío ni de procesamiento del artículo (**Article Processing Charges - APCs**). El acceso abierto es un amplio movimiento internacional que pretende proporcionar acceso en línea libre y gratuito a la información académica, como publicaciones y datos. Una publicación se define como de acceso abierto cuando no existen barreras financieras, legales o técnicas para acceder a ella; en otras palabras, cuando cualquiera puede leerla, descargarla, copiarla, distribuirla, imprimirla, investigarla o utilizarla en la educación o de cualquier otra forma dentro de los acuerdos legales.



Licencia de uso

Este artículo es licenciado con **Creative Commons Atribución-NoComercial-SinDerivadas 4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0)**. Esta licencia le permite compartir, copiar y redistribuir el artículo en cualquier medio o formato. La licencia no permite utilizar el material con fines comerciales ni adaptarlo, remezclarlo o transformarlo.



Comprobación de similitud

Este artículo fue sometido a una comprobación de similitud utilizando el software de detección de texto **iThenticate** de Turnitin, a través del servicio de **Similarity Check** de la Crossref.



Proceso de evaluación

Revisión por pares a doble ciego (**Double blind peer review**).

Editor

Fredy E. González

Publisher

Este artículo ha sido publicado en la revista **Paradigma** vinculada al Centro de Investigaciones Educativas Paradigma (CIEP) del Departamento del Componente Docente de la **Universidad Pedagógica Experimental Libertador** (Núcleo Maracay). La revista **Paradigma** publica artículos de carácter técnico-científico, derivados de estudios e investigaciones que sirvan de apoyo al desarrollo del conocimiento educativo, propiciando el diálogo entre los diferentes campos de la educación. Las ideas expresadas en este artículo son de los autores y no representan necesariamente la opinión del consejo editorial o de la universidad. En Brasil, la revista Paradigma obtuvo la calificación **Qualis A1** en la **Evaluación CAPES (2017-2020)**.

