

Diseño de una tarea de formación inicial de docentes de primaria para la construcción de conocimiento especializado sobre la enseñanza inclusiva de la generalización

Ángeles Chico Gómez¹ Inmaculada Gómez Hurtado²
Nuria Climent Rodríguez³ Luis Carlos Contreras González⁴

Resumen

El presente trabajo describe el diseño de una tarea de formación inicial dirigida a futuros docentes de educación primaria en dos ciclos de un experimento de enseñanza. La tarea se centra en un problema de generalización, proporcionando a los futuros profesores un escenario para la discusión de estrategias para abordar las relaciones funcionales implicadas en el problema, y un espacio para reflexionar sobre las resoluciones del mismo problema llevadas a cabo por dos estudiantes de educación primaria con trastorno del espectro autista. Desde la perspectiva de estudio del conocimiento especializado del docente de matemáticas, la tarea inicial se diseña considerando el conocimiento que se pretende movilizar en los futuros docentes. Analizamos su implementación en formación inicial, recurriendo a la videograbación de las sesiones. El estudio de la tarea inicial y su implementación permiten establecer una comparación entre el conocimiento pretendido y evidenciado, que sientan las bases para iniciar un rediseño de la tarea.

Palabras clave: Matemáticas inclusivas, Estudiantes para profesor, Resolución de problemas, Conocimiento del Profesor.

Design of a training task for pre-service primary teachers for the construction of teachers' specialised knowledge of the inclusive teaching of generalisation

Abstract

This paper describes the design of an initial training task aimed at prospective primary school teachers in two cycles of a teaching experiment. The task focuses on a generalisation problem, providing prospective teachers with a scenario for the discussion of strategies to address the functional relationships involved in the problem, and a space to reflect on the resolutions of the same problem carried out by two primary education students with autism spectrum disorder. From the perspective of studying the specialised knowledge of mathematics teachers, the initial task is designed considering the knowledge that is intended to be mobilised in future teachers. We analyse its implementation in initial training, using the video recording of the sessions. The study of the initial task and its implementation allow us to establish a comparison between the intended and the actual knowledge, which provides the basis for a redesign of the task.

Keywords: Inclusive Mathematics, Pre-service Teachers, Problem-Solving, Teachers' Specialised Knowledge.

¹ Doctora por la Universidad de Huelva (UHU). Universidad de Huelva (UHU), España Facultad de Educación, Psicología y Ciencias del Deporte, Avenida de las Fuerzas Armadas S/N, 21007, Huelva. Correo electrónico: angeles.chico@ddi.uhu.es

² Titular del Área de Pedagogía de la Universidad de Huelva (UHU), Huelva, España. Facultad de Educación, Psicología y Ciencias del Deporte, Avenida de las Fuerzas Armadas S/N, 21007, Huelva. Correo electrónico: inmaculada.gomez@dedu.uhu.es

³ Doctora en Psicopedagogía por la Universidad de Huelva (UHU). Catedrática de Didáctica de la Matemática en la Universidad de Huelva (UHU), Huelva, España. Facultad de Educación, Psicología y Ciencias del Deporte, Avenida de las Fuerzas Armadas S/N, 21007, Huelva. Correo electrónico: climent@uhu.es

⁴ Doctor en Psicopedagogía por la Universidad de Huelva (UHU). Catedrático de Didáctica de la Matemática en la Universidad de Huelva (UHU), Huelva, España. Facultad de Educación, Psicología y Ciencias del Deporte, Avenida de las Fuerzas Armadas S/N, 21007, Huelva. Correo electrónico: lcarlos@uhu.es

Conceção de uma tarefa de formação inicial de professores do ensino básico para a construção do conhecimento especializado no ensino inclusivo da generalização

Resumo

Este artigo descreve a conceção de uma tarefa de formação inicial destinada a futuros professores do 1º ciclo do ensino básico em dois ciclos de uma experiência de ensino. A tarefa incide sobre um problema de generalização, proporcionando aos futuros professores um cenário para a discussão de estratégias de abordagem das relações funcionais envolvidas no problema e um espaço de reflexão sobre as resoluções do mesmo problema realizadas por dois alunos do ensino básico com perturbação do espectro do autismo. Na perspetiva do estudo do conhecimento especializado dos professores de matemática, a tarefa inicial é concebida tendo em conta o conhecimento que se pretende mobilizar nos futuros professores. Analisamos a sua implementação na formação inicial, recorrendo ao registo vídeo das sessões. O estudo da tarefa inicial e da sua implementação permite-nos estabelecer uma comparação entre os conhecimentos pretendidos e os conhecimentos evidenciados, o que lança as bases para iniciar uma reformulação da tarefa.

Palavras-chave: Matemática Inclusiva, Formação Inicial de Professores, Resolução de Problemas, Conhecimento do Professor.

INTRODUCCIÓN

El aprendizaje de la matemática involucra analizar, razonar, modelizar, argumentar y comunicar eficazmente al resolver o formular problemas en diferentes contextos. En el desarrollo de estas competencias, el docente ha de considerar la diversidad de características asociadas al aula de educación primaria (Arnáiz et al., 2019).

Consideramos esencial que los docentes en formación experimenten situaciones que les ayuden a diseñar estrategias didácticas inclusivas, vivencien y analicen diferentes enfoques metodológicos en la resolución de problemas matemáticos, explorando materiales, recursos y adaptaciones que favorezcan el aprendizaje de todo el alumnado. A través de estas experiencias, podrán reflexionar sobre las dificultades que pueden surgir en la enseñanza de las matemáticas y sobre cómo ajustar su práctica para garantizar que cada estudiante tenga acceso a una educación equitativa y de calidad.

El objetivo de este trabajo es reflexionar sobre la evolución del diseño de una tarea de formación inicial centrada en un problema de generalización dirigida a futuros docentes de educación primaria en la Universidad de Huelva. Nos apoyamos en el modelo de conocimiento especializado del profesor de matemáticas (MTSK) (Carrillo et al., 2018), como herramienta para analizar la tarea formativa (Climent et al., 2016; Montes et al., 2019; Pascual-Martín et al., 2023). Presentamos dos ciclos diferenciados en el diseño, siendo el segundo una propuesta de diseño que deriva del análisis del conocimiento movilizado de los futuros docentes durante la implementación de la tarea inicial.

MARCO TEÓRICO

La formación docente debe promover el desarrollo de competencias profesionales que permitan al profesorado generar experiencias de aprendizaje significativas en las aulas. Las tareas formativas se conciben como medio para fortalecer la adquisición de conceptos y estrategias didácticas en los estudiantes para profesor (en adelante EPP), y consideramos la construcción del conocimiento especializado como fundamental en su diseño.

En esta investigación adoptamos la perspectiva del modelo MTSK. El modelo de Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (Mathematics Teacher's Specialized Knowledge–MTSK) mantiene la diferenciación propuesta por Shulman (1986) y Ball et al. (2008), distinguiendo entre conocimiento matemático, o *Mathematical Knowledge* (MK), y el conocimiento didáctico del contenido o *Pedagogical Content Knowledge* (PCK), añadiendo además un dominio centrado en las creencias sobre la matemática y su enseñanza, que permea los dos anteriores. En este estudio nos centramos en el MK y PCK.

El conocimiento matemático se subdivide en tres subdominios: El conocimiento de los temas (KoT), el conocimiento de la Estructura Matemática (KSM) y el conocimiento de la Práctica Matemática (KPM). El conocimiento didáctico del contenido matemático engloba el conocimiento de la Enseñanza de las Matemáticas (KMT), el conocimiento de las Características de Aprendizaje de las Matemáticas (KFLM) y el conocimiento de los Estándares de Aprendizaje de las Matemáticas (KMLS).

Los diferentes subdominios que componen el modelo y las categorías que los conforman (Figura 1) pueden emplearse para analizar en detalle cómo las tareas formativas contribuyen al desarrollo del conocimiento especializado del profesorado (Montes et al., 2021).

Figura 1. Dominios y subdominios del modelo MTSK



Fuente: Carrillo et al., 2018

En la formación inicial en la enseñanza de la resolución de problemas y la generalización, son varias las investigaciones se fundamentan en el MTSK. La necesidad de movilizar el conocimiento de los futuros docentes sobre las posibilidades del álgebra temprana en las aulas de primaria (Hunter et al., 2018) impulsan la consideración de la resolución de problemas de generalización como foco de la tarea propuesta en nuestro estudio.

En primer lugar, planteamos la necesidad de movilizar en los docentes un conocimiento sobre el proceso matemático de generalizar (Conocimiento matemático, MK). Generalizar consiste en “universalizar una propiedad observada en un número limitado de casos” (Zapatera, 2022, p.137). Cómo se construye la generalización de casos pasa por diversos pasos, desde la observación de términos específicos cercanos y lejanos y la búsqueda de una relación entre ellos, al establecimiento de una regla que define la regularidad que estructura la secuencia (Kaput, 1999; Radford, 2008). La búsqueda de esta regularidad se nutre del conocimiento de diversas estrategias y del uso de distintos tipos de representación, integrando representaciones aritméticas y geométricas de los términos de la secuencia (Blanton et al., 2015).

La generalización es un procedimiento asociado al pensamiento funcional que permite introducir el álgebra en edades escolares mediante prácticas como la identificación de patrones (Molina, 2021; Molina et al., 2011; Pinto y Cañadas, 2021). Desde esta perspectiva, nuestro diseño de tareas formativas se fundamenta en la idea de Clements y Sarama (2014), quienes consideran la exploración de patrones como base para desarrollar la capacidad de generalizar y, con ello, movilizar el pensamiento algebraico. Este enfoque está recogido en el currículo escolar (Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, 2022) y, por lo tanto, se convierte en contenido que los docentes han de conocer y ser capaces de trasladar al aula.

Desde la perspectiva del conocimiento especializado, el docente requiere saber cómo desarrollar el proceso de generalización y cómo promoverlo en el aula (Strachota, 2016) (Conocimiento didáctico del contenido, PCK).

La secuencia puede contextualizarse mediante un problema, en el que se distingan los primeros términos y se deba extender la búsqueda de la regularidad a casos lejanos (Zapatera, 2022). En este proceso de resolución emergen distintas estrategias para identificar el patrón, como el conteo, la recursividad o el establecimiento de relaciones entre variables (Hunter y Miller, 2022; Lannin et al., 2006), que se presentan en el aula mediante registros muy diversos. Los estudiantes de primaria pueden manifestar su proceso de generalización mediante gestos, dibujos, verbalizando las relaciones encontradas o recurriendo a registros más complejos como los algebraicos (Pinto y Cañadas, 2021; Robotti, 2017).

La resolución de problemas de generalización puede verse influida por la comprensión verbal o el funcionamiento ejecutivo (capacidad para organizar, planificar, predecir, autorregularse o apoyarse en su memoria de trabajo) del estudiante, habilidades que pueden verse mermadas en el trastorno del espectro autista (Polo-Blanco et al., 2024; Root et al., 2021). De acuerdo con la categorización del DSM-V (APA, 2013), el trastorno del espectro autista es un trastorno del desarrollo que se caracteriza principalmente por las dificultades de comunicación social y patrones de comportamiento. La literatura también subraya habi-

lidades relacionadas con la memoria visual y mecánica y la capacidad para centrarse en los detalles (Bae et al., 2015).

La investigación señala la representación como una estrategia didáctica favorecedora del proceso de resolución de estos estudiantes (Gevarter et al., 2016; Root et al., 2021), dado que se apoya en el pensamiento visual y cubre algunas necesidades asociadas a las funciones ejecutivas. El uso de distintos tipos de representación moviliza una comprensión de las estructuras matemáticas y se convierten en una herramienta para acercar los estudiantes al álgebra (Selling, 2016). Al trabajar problemas, emplear distintas formas de representación puede ayudar a simplificar y dinamizar tanto la comprensión del enunciado como el resto de las fases del proceso de resolución, impulsando por tanto sus habilidades para generalizar. La presentación de los términos cercanos mediante imágenes o figuras puede impulsar la comprensión de las relaciones entre las variables implicadas. El material TEACH (siglas en inglés de Tratamiento y Educación de Niños con Autismo y Problemas Asociados de Comunicación) bajo los principios del Diseño Universal de Aprendizaje (en adelante DUA) (Schoppler et al., 2013), es un ejemplo de material manipulativo que puede integrarse en la resolución de problemas y beneficia la estructuración visual y secuenciada del patrón, así como la organización del espacio de trabajo.

Igualmente, el uso de tablas se asocia con estrategias de generalización de mayor demanda cognitiva en estudiantes TEA-1 (Chico-Gómez, 2024; Chico-Gómez, Polo-Blanco et al., 2024) y resulta beneficiosa en el proceso de generalización de estudiantes con desarrollo típico (Blanton et al., 2015; Hunter y Miller, 2022; Stephens et al., 2017; Vergel, 2015).

METODOLOGÍA

Desde el paradigma interpretativo, analizamos un ciclo de un experimento de enseñanza (Molina et al, 2011) en el que se distingue un primer diseño de una tarea formativa, su implementación y el análisis y reflexión de los resultados de la misma. Como resultado, describimos el inicio de un segundo ciclo del experimento, con el rediseño de la tarea formativa.

La tarea inicial se fundamenta en un problema extraído de un taller de resolución de problemas llevado a cabo en colaboración con una asociación de autismo, dirigido a estudiantes de tercer ciclo de primaria (11-12 años) con trastorno del espectro autista. El problema de la arqueóloga (Figura 2), es un problema de generalización que involucra dos variables (número de cajones y altura de la arqueóloga vinculadas por una relación funcional $F(x)=(x(x+1))/2$). Fue diseñado y adaptado a los estudiantes del taller, empleando un enunciado estructurado y visual y distintos materiales manipulativos (Figura 3).

Figura 2. El problema de La Arqueóloga

Una arqueóloga necesita limpiar las figuras de los dinosaurios que se exponen en el museo. No tiene una escalera, pero ha encontrado cajones de madera del mismo tamaño que puede apilar para subir. Cada cajón mide 1 metro de altura y los coloca así:



¿Cuántos cajones necesita para alcanzar la altura del Velociraptor? (2 m) ¿Y al Estegosaurio? (4 m)? ¿Y al Gigantoraptor? (8 m) ¿Y al T-rex (10 m)?

Figura 3. Material TEACCH: piezas de goma Eva, organizador gráfico y pictogramas de escalera de diferentes alturas



Tras solicitarles que resuelvan el problema de la arqueóloga, se presenta a los futuros docentes fragmentos del proceso de resolución de dos participantes del taller cuando se enfrentan al mismo desafío. El propósito de esta actividad formativa es examinar las estrategias utilizadas por los niños y debatir sobre las ventajas y limitaciones de los materiales empleados en la resolución del problema.

El diseño contempla tres fases: 1) Resolución del problema de la arqueóloga empleando estrategias propias de educación primaria y extender dichas estrategias al caso de un dinosaurio de 20 o 30 metros de altura, 2) Discusión y valoración de las estrategias y su posible traslación al aula de educación primaria considerando las posibles dificultades asociadas a la resolución del problema, y 3) Contextualización de la resolución presentando el material (Figura 3) y las situaciones de Raúl y Noa, en las que se incluyen imágenes del proceso de resolución de los dos estudiantes (Figura 4).

Figura 4. Fase 3 de la Tarea Inicial.



Figura 1: Escalones flotantes de Raúl

Situación 1.1: Raúl comienza resolviendo de manera autónoma, aplicando el conteo sobre el dibujo del enunciado mediante cálculo mental. Cuando se le pregunta por su estrategia, habla sobre “apilar las cajas”. Para resolver el caso del Gigantoraptor (8m), decide modelar el ejemplo, pero solamente dibujando las cajas superiores de cada columna (Figura 1). Cuando aplica esta nueva estrategia, se da cuenta de algunos errores que había cometido en el conteo, de manera que los corrige.

Situación 1.2: Retamos a Raúl a averiguar cuántas cajas necesitaría la arqueóloga para alcanzar un dinosaurio de 20 metros (tras preguntarle por algunos ejemplos de especies, ya que le encantan). Para ello, se le proporciona el organizador. Después de unos instantes de silencio, se le repite la pregunta, esta vez incidiendo en los ejemplos anteriores sobre los 4, 5 y 6 metros. Raúl de nuevo vuelve a contar para completar el organizador. De modo que la profesora le sugiere encontrar una estrategia más rápida. “Saltar”, contesta Raúl. Comienza a “saltar” utilizando el organizador, y registrando la información para cada nuevo escalón. Después de “saltar” hasta los 8 metros, Raúl comienza a dibujar flechas en el organizador (Figura 2) para conectar verticalmente los números de cajas. Hasta este momento, él había ido calculando todo de memoria, lo que le hacía olvidar los datos y cometer errores de cálculo.



Figura 2: Estrategia de flechas



Figura 3: El caso de 20 metros

Situación 1.3: Respondidas todas las preguntas del enunciado, volvemos a proponerle el reto del dinosaurio de 20 metros. Raúl escribe “20” en la columna altura y la correspondiente flecha con un “20” para calcular el término de la secuencia (Figura 3).

Situación 2: Después de ser retado igual que Raúl, Noa propone encontrar cuántas cajas necesitaría la arqueóloga para alcanzar un dinosaurio de 30 metros (“¡Vamos a hacerlo de cabeza!”). Para ello, tras consultar su organizador realiza una suma de los números consecutivos con los que ya había trabajado, partiendo del 55 ($N=10$): $55+11+12+13+14+15+16+17+18+19+20$. Obtiene 210 y lo multiplica por 30.

Fuente: Recuperado de Chico-Gómez, Sánchez-Cerrejón et al. (2023)

En la última fase, se aborda la discusión sobre estrategias, heurísticos y fases de resolución planteando un guion de preguntas (Tabla 1).

Tabla 1: Cuestiones del diseño inicial

1. ¿Qué heurísticos se observan en las situaciones 1 y 2?
2. Describe la estrategia de Isaac para resolver los casos del Gigantoraptor y el dinosaurio de 20 metros (situaciones 1.1 y 1.2). Compara estas dos estrategias para identificar similitudes y diferencias. ¿Qué papel tienen estas estrategias para la generalización?
3. Describe las diferentes formas de representación de Isaac y sus potencialidades y limitaciones para el proceso de resolución del problema.
4. Evalúa cómo el organizador tabular puede influenciar el proceso de resolución de Isaac (situaciones 1.2 y 1.3), en términos de sus potencialidades y limitaciones.
5. Describe las estrategias de Iván e Isaac para afrontar el caso del dinosaurio de 20 m. (situaciones 1.3 y 2). Compara las dos estrategias identificando las similitudes y diferencias. ¿Qué papel tienen estas estrategias para la generalización?
6. Observa la resolución de Isaac (situaciones 1.1, 1.2 y 1.3). Identifica las posibles fases de con respecto a la teoría de Polya.

Fuente: Recuperado de Chico-Gómez, Sánchez-Cerrejón et al. (2023) y Chico-Gómez, Climent et al. (2024).

Recurrir al modelo MTSK (Carrillo et al., 2018) para diseñar las tareas, considerando el conocimiento especializado que podrían movilizar los EPP durante la experiencia

formativa. La tarea es implementada durante una asignatura de resolución de problemas y heurísticos, perteneciente al primer curso del Grado en Educación Primaria de la Universidad de Huelva. Se videograba la sesión y se recogen las producciones de los 141 participantes. Las unidades de información extraídas (Krippendorff, 2022) se analizan de acuerdo con el conocimiento especializado movilizado por los estudiantes para maestro, estableciendo una relación con el conocimiento esperado contemplado en su diseño inicial (Chico-Gómez, Sánchez-Cerrejón et al., 2023).

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Primer ciclo del experimento

La tarea formativa permite acercar a los estudiantes para maestro a la observación de una situación en la que los niños explicaban sus propias ideas y estrategias durante la resolución del problema, además de suscitar ideas en los futuros docentes en relación con las necesidades de conocimiento para abordar la enseñanza de la matemática en contextos inclusivos (Bateiha y Reeder, 2015; Santagata y Guarino, 2011).

En el apartado siguiente describimos los resultados respecto al conocimiento del futuro profesorado en términos del modelo MTSK, comparando el conocimiento especializado pretendido y movilizado durante la implementación de la tarea formativa.

Conocimiento pretendido y movilizado del futuro profesorado: MK

Aunque el subdominio de conocimiento de los temas (KoT) no se contemplaba en el diseño de la tarea, el futuro profesorado movilizó conocimiento sobre *registros de representación* durante su implementación. Durante la discusión de diversas formas de resolver el problema, en la fase 1 de la tarea, observamos estrategias de resolución de los EPP relacionadas con la recursividad o la búsqueda de relaciones funcionales mediante representaciones gráficas, tabulares, numéricas y algebraicas (Figuras 5 y 6).

Figura 5. Resolución recursiva de un EPP utilizando una tabla y varios dibujos

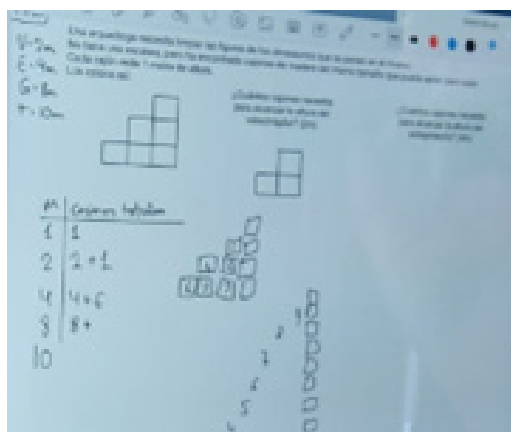
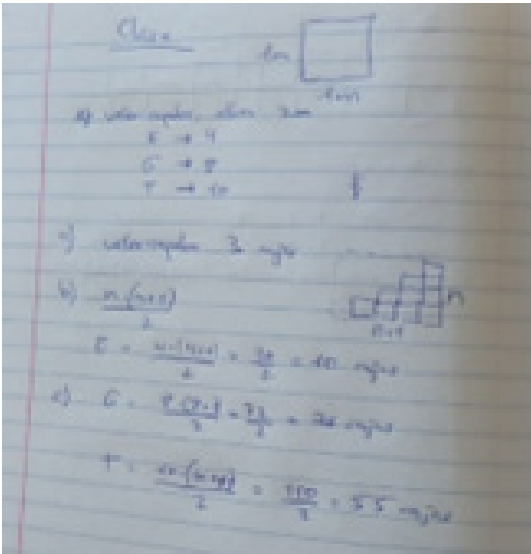


Figura 6. Representación numérica y algebraica en la búsqueda de las relaciones funcionales basadas en el patrón geométrico de la figura



Se pretendía igualmente la movilización de conocimiento de la práctica matemática de resolver problemas (KPM-Resolución de problemas), que se manifiesta en dos descriptores relacionados con las fases de resolución y heurísticos, ambos presentes en el diseño y evidenciados en la implementación de la tarea. Aunque la discusión de los EPM gira en torno a las formas de resolución de los estudiantes TEA-1, se observan evidencias de conocimiento sobre el ensayo y error y la distinción de las etapas de resolución (Tabla 2). Así al trabajar sobre la resolución de Raúl, en U1 un estudiante para docente reconoce cómo Raúl en su resolución rectifica tras probar con un número y, en U2, otro futuro docente hace alusión a las fases de comprensión, planificación, ejecución y revisión en la resolución del problema por parte del estudiante.

Tabla 2: Relación de conocimiento matemático esperado y movilizado

<i>KoT- Registros de representación</i>	
Conocimiento Pretendido	Evidencias de conocimiento
	Registros gráficos, numéricos y algebraicos en el proceso de generalización (Figura 5 y 6)
<i>KPM –Resolución de problemas de generalización</i>	
Heurísticos- Ensayo y error	“Comienza a añadir cajas y se da cuenta de que se equivoca y vuelve a comenzar, dando a lugar al método”. U1
Fases en la RP	“En la situación 1.1. comprende y planifica el problema de una manera gráfica. Al realizarlo, lo ejecuta y luego lo revisa dándose cuenta de los errores”. U2

Fuente: Editado a partir de Chico, Sánchez-Cerrejón et al. (2023) y Chico-Gómez, Climent et al. (2024)

Conocimiento pretendido y movilizado del futuro profesorado: PCK

Si dirigimos el foco hacia el conocimiento didáctico del contenido, señalamos la presencia de los subdominios KMT (Conocimiento de la Enseñanza de la Matemática) y KFLM (Conocimiento de las características del Aprendizaje) (Tablas 3 y 4).

A pesar de contemplar el conocimiento sobre *estrategias, técnicas, tareas y ejemplos* como elementos a movilizar durante el desarrollo de la tarea, no se encontraron evidencias de esta categoría en su implementación. Las distintas formas de resolución del problema durante la fase 1 (ver figuras 5 y 6) no han sido consideradas por los EPP desde la perspectiva de su potencial didáctico. Consideramos que este resultado puede verse influido por el diseño de la tarea, en el que el rol de los EPP se acerca más a resolutores de problemas y no tanto a ser conscientes del potencial didáctico del mismo y sus posibles soluciones (Chico-Gómez, 2024; Joglar-Prieto et al., 2022).

No obstante, destacamos que la discusión de los EPP sí se ha visto orientada hacia los usos de los materiales como recursos, consecuencia de que tanto la resolución del problema como la discusión sobre las estrategias llevadas a cabo por los dos estudiantes TEA-1 involucraban pictogramas y organizadores gráficos en formato tabular. De esta forma el conocimiento sobre *recursos didácticos* se evidencia en la implementación de la tarea (U3 y U4, en la Tabla 3).

La última categoría de este subdominio se refería a *teorías de enseñanza*, de la que no se han evidenciado descriptores de conocimiento durante su implementación.

Tabla 3: Relación de conocimiento de la enseñanza (KMT) pretendido y movilizado

Conocimiento Pretendido	Evidencias de conocimiento movilizado
<i>Recursos didácticos (físicos o digitales)</i>	
Uso del dibujo y organizador tabular: potencialidades y limitaciones para resolver el problema.	“Raúl empleado la representación, es decir, los cubos (<i>haciendo referencia al dibujo de los cuadraditos que realiza Raúl</i>) para poder hacerlo de forma visual. Esta forma puede ser fácil, e incluso difícil a la vez, ya que, a la hora de contar puedes tener errores”. U3
Organizadores gráficos y tablas	“El organizador puede ayudarlo a ver las conexiones entre variables de manera más clara. Aunque también puede confundirle, le falta espacio”. U4
<i>Estrategias, Técnicas, Tareas y Ejemplos</i>	
Estrategias de resolución de problemas de generalización como el conteo o recursivas.	
Aprendizaje secuenciado, uso de representaciones y material manipulativo.	

Teorías de enseñanza

Diseño Universal de Aprendizaje, teoría de las representaciones semióticas, teoría de las situaciones de aprendizaje.

Fuente: Editado a partir de Chico-Gómez, Sánchez-Cerrejón et al., (2023) y Chico-Gómez, Climent et al., (2024)

Considerando el reciente papel del álgebra temprana en el currículo escolar (Blanton et al., 2018; Ministerio de Educación, 2022), el diseño de la tarea pretende movilizar conocimiento sobre las características de los estudiantes (KFLM) cuando abordan problemas de generalización.

Durante la implementación de la tarea inicial, se observaron situaciones en la que los EPP evidenciaban conocimiento sobre estas dificultades, como el cálculo mental, la visualización o la abstracción en el proceso de generalización (Tabla 4), en consonancia con estudios que analizan el proceso de resolución de problemas del alumnado TEA (Root y Browder, 2017).

Otras evidencias manifiestan un vínculo con el uso, por su parte como resolutores, de los recursos manipulativos, fundamentados en el potencial de la representación en la resolución del problema de generalización y estableciendo una relación entre el conocimiento matemático (KoT) y didáctico matemático (KMT y KFLM) (Climent al., 2021; Vasco-Mora et al., 2021). En consonancia con investigaciones previas (Mellone et al., 2020; Pinto et al., 2023), estos resultados señalan que el conocimiento sobre generalización matemática que los docentes construyen a través de actividades formativas puede acercarles a desarrollar la capacidad para comprender e interpretar las formas de representación y estrategias tan diversas asociadas al pensamiento algebraico de los estudiantes de primaria.

Tabla 4: Relación de conocimiento de las características de aprendizaje (KFLM) pretendido y movilizado

Conocimiento pretendido	Evidencias de conocimiento movilizado
<i>Formas de interacción</i>	
Cómo resuelven problemas de generalización estudiantes de primaria: estrategias de conteo, recursivas...; uso de representaciones.	“Raúl realiza el problema a través de una representación gráfica, en la que dibuja las cajas aplicando la técnica del conteo”. U5
Cómo el alumnado de primaria afronta el proceso de resolución que le aproxima a la generalización.	“Para concluir podemos decir que Raúl ha implementado una estrategia que consiste en saltar de cajas en cajas obteniendo el número final de cada línea y así sumarlas para saber el número de esa fila, obteniendo así una suma más rápida”. U6

Cómo el alumnado de primaria emplea sus propias estrategias de representación para abordar el problema.	“Las principales diferencias son que en la primera dibuja cajas y por lo tanto se va a equivocar menos y en la segunda al utilizar números tiene más posibilidades de fallar debido al hacer cálculos mentales”. U7
Cómo pueden abordar la generalización en términos lejanos y no consecutivos de la secuencia.	“Noa ha decidido escribir todos los cálculos uno a uno para no equivocarse y Raúl ha decidido acortar y calcular de memoria”. U8
Fortalezas y dificultades	
Habilidades y obstáculos del alumnado en el proceso de generalización, como el registrar, organizar y relacionar los datos, buscar regularidades gráfica y aritméticamente o aquellas relacionadas con el cálculo.	“El organizador es una herramienta de apoyo que él utiliza para dejar de retener los cálculos de memoria, expresarlos e identificar sus errores”. U9
Dificultades relacionadas con las operaciones multiplicativas y con la comprensión del problema y la propia estrategia de resolución. Habilidades de visualización y cálculo.	“Para hallar el de 30, Noa usa una multiplicación. Decidió multiplicar 210 por 30. Ambos piensan igual para ahorrar tiempo, pero uno suma y otro multiplica. Los dos están equivocados en sus métodos, por lo que vemos que intentan buscar un método rápido de hacerlo”. U10

Fuente: Editado a partir de Chico, Sánchez-Cerrejón et al., (2023) y Chico-Gómez, Climent et al., (2024)

Segundo ciclo del experimento: Rediseño de la tarea

En términos generales, los cambios en la tarea en el segundo ciclo del experimento se orientan a segmentar la tarea en diferentes apartados, que se detallan con una mayor profundidad, con objetivo de propiciar una situación formativa que movilice distintos subdominios del conocimiento especializado de los estudiantes para profesorado.

La tarea del segundo ciclo del experimento surge en el seno de un proyecto nacional orientado al diseño de tareas formativas (PID-2021-122180OB-I00). Es organizada en tres fases principales, al igual que el diseño inicial, pero consta además de una tarea previa que consiste en plantear a los EPP que resuelvan el problema de los contrafuerzas (Figura 7), que involucra una relación funcional análoga al problema de la arqueóloga ($F(x) = x + 4((x(x+1))/2)$), y este se presenta como tarea para la siguiente sesión. De este modo, se pretende movilizar en los EPP distintas estrategias de generalización que puedan relacionar con el problema de la tarea.

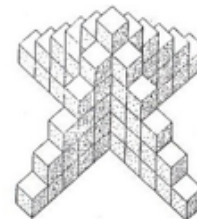
De esta forma, la fase 1 inicia con la discusión y puesta en común de las formas de resolución de los EPP del problema de la arqueóloga. El objetivo es abordar diferentes representaciones y estrategias para facilitar la identificación de obstáculos en el proceso de resolución, que pueden estar asociados a las dificultades presentes en el aula de educación

primaria. La reflexión pretende derivar en la discusión de la idoneidad del problema en la etapa primaria y la presentación de los materiales como propuesta de apoyo a la resolución.

Figura 7. El problema de la torre con cuatro contrafuertes

La torre con cuatro contrafuertes

- a) ¿Cuántos cubos son necesarios para construir otra torre como esta pero 12 cubos más alta? Explica tu forma de conteo
- b) ¿Cómo calcularías el número de cubos necesarios para una torre de altura n ?



La fase dos se centra en la resolución de Raúl y Noa en dos subfases (Tabla 5).

Tabla 5. Cuestiones de la tarea del segundo ciclo del experimento

Raúl

- a) ¿Qué heurísticos se observan?
- b) Describe la estrategia de Raúl para resolver los casos del Gigantoraptor y el dinosaurio de 20 metros (situaciones 1.1 y 1.2). Compara estas dos estrategias para identificar similitudes y diferencias. ¿Qué papel tienen estas estrategias para la generalización?
- c) Identifica las diferentes formas de representación de Raúl. Describe las potencialidades y limitaciones de cada una para el proceso de resolución del problema.
- d) Evalúa cómo el organizador tabular puede influenciar el proceso de resolución de Raúl (situaciones 1.2 y 1.3), en términos de sus potencialidades y limitaciones.
- e) Observa la resolución de Raúl (situaciones 1.1, 1.2 y 1.3). Identifica las posibles fases de resolución con respecto a la teoría de Polya.

Noa

- a) ¿Qué heurísticos se observan en la resolución de Noa?
- b) Describe la estrategia de Noa para afrontar el caso del dinosaurio de 20 m.
- c) ¿Cómo justificas la operación “210x30” que plantea el estudiante? ¿Por qué crees que la plantea?
- d) Compara las estrategias de Raúl y Noa al resolver el dinosaurio de 20 m (situaciones 1.3 y 2) identificando las similitudes y diferencias. ¿Qué papel tienen estas estrategias para la generalización?

Discusión conjunta:

- a) Identifica evidencias de algunas características del TEA en las situaciones 1 y 2.
- b) Identifica en las situaciones 1 y 2 evidencias de cómo determinadas estrategias o recursos puedan estar potenciando el aprendizaje atendiendo a estas características.
- c) Reflexiona si estas estrategias pueden ser útiles para dar respuesta a las características de distintos alumnos y alumnas.

La evolución en el diseño se ha orientado a diferenciar dos apartados que tienen como objetivo la comprensión y discusión de la resolución de cada estudiante TEA-1. La jus-

tificación de este cambio se debe a la ausencia de conocimiento especializado de los futuros docentes sobre estrategias de resolución de los niños (KMT-Estrategias, Técnicas, Tareas y Ejemplos) en la implementación de la primera tarea (Tabla 3) (Chico-Gómez, Sánchez-Cerrejón et al., 2023), lo que orientó el rediseño hacia la explicitación de cada estrategia de los niños, tal y como se muestra en la Tabla 5. La división en dos situaciones principales, una para cada estudiante, busca simplificar la comprensión de cada una de ellas.

Se propone que los EPP trabajen en grupo para identificar y comprender las estrategias de cada situación, las dificultades asociadas y el potencial de los materiales y representación. Cada situación viene acompañada de una descripción, una imagen representativa y un diálogo que pretende explicitar lo acontecido (Figura 8).

Figura 8. Producción de Raúl, Tabla Aclaratoria y Diálogo Asociado a la Resolución



ALTURA	NÚMERO DE CAJAS TOTALES
4	10
5	14
6	20
7	28
8	42

P: De aquí a aquí (de 4 a 5 de altura), ¿cuánto aumenta?
 Raúl comienza a hacer flechas que relacionan los datos verticalmente, buscando y anotando la relación entre cada uno.

R: La de 8 (escalera sobre la que le habían preguntado previamente) son 42.

P: ¿Seguro?

R: Creo que sí. 40 o algo así.

P: De aquí a aquí, ¿cuánto?

R: Va sumando de 2 en dos. Creo que es 40.

P: ¿Por qué?

R: porque entre el de 20 y el 30 sería 40, y 6+4...

P: Pero estamos en el de 8, cuidado.

R: Sí... ah... A ver. 8 serían 36 cajas.

P: Vale. ¿Y el de 9? Que lo podemos poner aquí abajo, aunque no haya celda.

Raúl añade la flechita y escribe el resultado.

R: 40

P: ¿Por qué?

R: Porque habría que sumarle 4 a este (al de 8).

P: ¿Cuánto has sumado del de 7 al de 8?

R: 8 (borra y se queda mirando su registro).

P: Aquí hay algo raro porque va 4, 6, 8, 8.

R: Es que son 36 pero...

La fase 3 de la tarea pretende introducir cuestiones relativas a las características asociadas al Trastorno del Espectro Autista (Tabla 6). Tras reflexionar sobre las situaciones de Noa y Raúl, se proporciona a los futuros docentes información sobre el diagnóstico TEA de los dos niños. Se pretende motivar una discusión sobre las necesidades educativas que pueden influir en la resolución del problema de la arqueóloga, y sobre el potencial del uso de materiales y formas diferentes de presentación y resolución para favorecer las habilidades de resolución de problemas de todo el alumnado del aula de primaria.

Tabla 6. Tabla adjunta en la que se describen características asociadas al TEA-1.

Habilidades	Necesidades
Focalización en detalles	Dificultades para ver la globalidad de una figura.
Pensamiento original	Dificultad para la comprensión verbal
Trabajo independiente	Poca flexibilidad de pensamiento
Reconocimiento de patrones	Dificultades de atención sostenida
Visualización	Dificultades de organización y orden
Memoria visual y mecánica	Dificultades de memoria de trabajo
Perseverancia	Dificultades para predecir
Intereses marcados	Dificultades para autorregularse

Fuentes: Klaren et al., 2017; Ozonoff y Schetter, 2007; Root et al., 2021.

Conocimiento pretendido en la tarea del segundo ciclo del experimento

La nueva propuesta de diseño pretende movilizar el conocimiento del contenido matemático vinculado a la generalización (Conocimiento del contenido, KoT) (Tabla 7). La categoría *Procedimientos* ha sido contemplada como conocimiento a movilizar, considerando el peso que se le otorga a la propia resolución del problema y su análogo. Además, los resultados de Callejo y Zapatera (2017), respecto a los elementos matemáticos de la generalización de patrones que identifican futuros docentes, se reflejan en los dos descriptores de conocimiento de la categoría. Diferenciamos el descriptor *estrategias de resolución de problemas de generalización*, que implica estrategias para observar regularidades y continuar los elementos faltantes de la secuencia (Pincheira et al., 2023); y el descriptor *descubrimiento de patrones geométricos*, en el sentido de conocimiento sobre la potencialidad de su visualización como clave en la comprensión de la secuencia de términos (Steen, 1988).

Considerados los resultados descritos en el apartado anterior, en este ciclo del experimento se incluye en la tarea formativa el descriptor *Registros de representación* como conocimiento pretendido en el desarrollo de la tarea. Respecto al conocimiento de la práctica matemática de resolver problemas (KPM-Resolución de problemas), la nueva propuesta mantiene los descriptores de conocimiento sobre heurísticos y las fases de resolución considerados en el diseño inicial.

Tabla 7: Relación de conocimiento matemático pretendido de la tarea en el segundo ciclo del experimento

Subdominio y categorías	Conocimiento pretendido
KoT Procedimientos	Estrategias de resolución de problemas de generalización (como la observación de la regularidad en la diferencia entre términos o estrategias visuales como completar la figura geométrica correspondiente).
	Descubrimiento de patrones geométricos
Registros de representación	Uso de tablas de doble entrada para la observación de regularidades como representar fracciones a través de un modelo de áreas
KPM	
Resolución de problemas	Fases y heurísticos en la resolución de problemas

Además, la tarea en el segundo ciclo del experimento pretende movilizar conocimiento de la enseñanza y aprendizaje de la generalización (Tabla 7 y 8)

Respecto al conocimiento de la enseñanza (KMT, Tabla 8), se han redefinido los descriptores de conocimiento esperado orientándolos a las *potencialidades y limitaciones* del dibujo y organizador tabular, en consonancia con las evidencias encontradas durante la implementación del diseño inicial. Se ha añadido, además, un segundo descriptor de conocimiento en relación con la *secuenciación del enunciado*, considerado este como un recurso que potencia la comprensión de los estudiantes con necesidades asociadas al TEA (Chico-Gómez, Gómez-Hurtado et al., 2024a), y que se presenta durante la resolución del problema en la primera fase del segundo diseño de la tarea.

Atendiendo a la categoría de conocimiento sobre *teorías de enseñanza*, en el segundo ciclo de diseño se reducen los descriptores de la misma, considerando únicamente el Diseño Universal de Aprendizaje (CAST, 2018). Esta modificación se origina en la ausencia de evidencias de los EPP en esta categoría, además del auge de investigaciones que contemplan el DUA como marco que propicia la enseñanza inclusiva de la matemática (Buchheister et al., 2017; Cox y Rao, 2018; Lambert, 2021; Root et al., 2020) y su incorporación en el currículo de enseñanza español (Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, 2022).

Tabla 8. Relación de conocimiento de la enseñanza de la matemática pretendido en la tarea en el del segundo ciclo del experimento

Subdominio y categorías	Conocimiento pretendido
KMT	
Recursos didácticos (físicos o digitales)	Uso del dibujo y organizador tabular para resolver problemas de generalización, sus potencialidades y limitaciones
	Secuenciación del enunciado de un problema para facilitar su comprensión y resolución

Teorías de enseñanza	Diseño Universal de Aprendizaje (DUA)
-----------------------------	---------------------------------------

Por último, señalamos el conocimiento sobre Características de Aprendizaje (KFLM) pretendido en la nueva tarea (Tabla 9). Los cuatro descriptores de conocimiento de la categoría *formas de interacción*, pretendido y movilizado, de la tarea inicial, se reducen a dos en este segundo ciclo del experimento: *Estrategias de resolución de estudiantes de primaria y estrategias de resolución de estudiantes de esta etapa con TEA-1*.

El rediseño se fundamenta en la idea de la necesidad de propiciar competencias docentes para identificar y comprender cómo los estudiantes de primaria procesan y expresan sus ideas (LaRochelle et al., 2019). Las denominadas representaciones matemáticas (Brown et al., 2022) o formas de expresar ideas que emplean los estudiantes al resolver problemas, pueden adquirir diversas naturalezas mediante el uso de dibujos o formas de conteo como expresiones de la propia generalización (Radford, 2006).

Además, la modificación de la tarea ha considerado las evidencias de conocimiento de los futuros docentes durante la implementación de la tarea inicial, mostradas en la Tabla 4, que se relacionan con la interpretación de las estrategias de generalización que llevan a cabo los estudiantes. Los EPP muestran argumentos descriptivos al discutir estas estrategias, vinculando algunas de ellas con sus propias estrategias de resolución. El rediseño de la tarea contempla las características del aprendizaje del alumnado TEA-1 (Tabla 6) como una herramienta que impulsa la comprensión de las estrategias de los estudiantes y de sus formas de representación, considerando la influencia de las dificultades de las funciones ejecutivas como la memoria de trabajo o la autorregulación en su proceso de generalización y resolución de problemas (Chico-Gómez, 2024).

El rediseño de la tarea contempla así el conocimiento vinculado a *fortalezas y dificultades de los estudiantes* en su aprendizaje sin editar los descriptores de conocimiento esperando con respecto a la tarea inicial, considerando que la investigación ha señalado la relevancia de conocer e interpretar las dificultades que los estudiantes pueden manifestar durante su proceso de resolución (Callejo y Zapatera, 2017; Giberti, 2022).

Tabla 9. Relación de conocimiento del aprendizaje de la matemática pretendido de la tarea en el segundo ciclo del experimento

Subdominio y categorías	Conocimiento pretendido
KFLM	
Formas de interacción	Estrategias de resolución de problemas de generalización de estudiantes de Primaria (de conteo, recursivas...) y uso de representaciones.
	Estrategias de resolución de problemas de generalización de estudiantes de Primaria con TEA-Síndrome de Asperger

Fortalezas y dificultades	Habilidades y obstáculos del alumnado en el proceso de generalización, como registrar, organizar y relacionar los datos, cálculos o buscar regularidades gráfica y aritméticamente.
	Dificultades relacionadas con las operaciones multiplicativas y con la comprensión del problema y la propia estrategia de resolución. Habilidades de visualización y cálculo.

CONCLUSIONES

Esta investigación ha descrito el diseño de una tarea formativa dirigida a futuros docentes de educación primaria centrada en el contexto de generalización matemática. Investigaciones previas han situado el pensamiento algebraico como motor de tareas de formación en docentes (LaRoche et al., 2019; Pinto et al., 2023; Vasco et al., 2021). La contribución principal de este estudio es la perspectiva inclusiva de la tarea, que considera las características asociadas al TEA-1 como habilidades y dificultades de resolución que pueden estar presentes en cualquier aula, acercando a los futuros docentes a estrategias diversas de resolución y distintos materiales y recursos para atender a la diversidad.

El diseño de la tarea incorpora episodios reales de resolución de problemas de generalización por parte de alumnado de primaria, lo que puede impulsar el desarrollo de las habilidades de los futuros docentes para comprender e interpretar las formas de resolución de los estudiantes (Callejo y Zapatera, 2017; Pinto et al., 2023). Resulta necesario provocar el cambio de rol como resolutor de problemas de los EPP para la activación de sus competencias profesionales para diseñar y abordar un problema en el aula, propiciando en el diseño el pensamiento algebraico en la etapa primaria (Larison et al., 2022; Mellone et al., 2020). La selección del problema de la arqueóloga favorece la discusión acerca de diversas formas de generalización, implicando distintos niveles y estrategias (Blanton et al., 2015; Lannin et al., 2006). La incorporación de manipulativos a la discusión implica, de manera natural y dinámica, el empleo de múltiples formas de representación beneficiosas en la generalización (Pinto et al., 2023; Radford, 2006).

La discusión que hemos planteado en este estudio sobre el diseño de la tarea se apoya en el modelo MTSK. Las modificaciones contempladas entre el primer ciclo de experimento y la nueva propuesta se han llevado a cabo considerando la implementación de la tarea inicial en las aulas de formación. La resolución de problemas y el análisis de episodios de resolución de estudiantes TEA-1 empleando manipulativos siguen siendo los ejes transversales de la tarea, lo que mantiene el conocimiento sobre la práctica de Resolver problemas (KPM) y Recursos dentro del conocimiento de la enseñanza (KMT) como categorías de conocimiento que pueden movilizarse. Los cambios más significativos en la nueva tarea se relacionan con el conocimiento matemático especializado sobre las estrategias de generalización y de resolución de problemas (Conocimiento de los temas, KoT) como conocimiento

esperable en su implementación. La formación docente necesita contemplar los diferentes perfiles de EPP (Avilés-Canché y Marbán, 2023), y consideramos que abordar la resolución del problema de la arqueóloga con los futuros docentes, integrando diversas estrategias y formas de representación, puede impulsar su conocimiento matemático y mejorar las concepciones sobre las posibilidades de la enseñanza del álgebra temprana en las aulas.

Aunque ambas tareas se centran en el desarrollo del conocimiento especializado de los futuros docentes, identificamos diferencias significativas. Por un lado, la tarea final parte de la resolución previa de un problema análogo al problema de la arqueóloga, lo que posibilita que los EPP puedan trasladar estrategias de resolución ya conocidas al problema de la tarea, pudiendo verse potenciado el descubrimiento del patrón.

Respecto al conocimiento didáctico del contenido matemático, la tarea final se apoya en las características asociadas al TEA-1 como instrumento de discusión en el aula de formación. Introducir las funciones ejecutivas a los futuros docentes y su implicación en el proceso de resolución de problemas matemáticos se plantea como un elemento de conocimiento sobre las características de aprendizaje (KFLM). Defendemos su incorporación a la tarea como una herramienta que propicia la inclusión en las aulas, al considerarse distintos estilos de aprendizaje y su influencia en las estrategias de resolución.

Como limitaciones del estudio señalamos la dificultad para implementar el segundo diseño de la tarea. El calendario tan cerrado de las asignaturas del Grado y la corta duración de la asignatura de resolución de problemas para la que se consideró la tarea formativa han impedido que se pudiera grabar una segunda implementación de la tarea. Identificar el conocimiento movilizado por los futuros docentes en la implementación de la segunda tarea podría arrojar información sobre su diseño.

Como líneas de investigación futura pretendemos incrementar la perspectiva inclusiva de la tarea formativa. En un estudio previo en el que analizamos la implementación del problema de la arqueóloga en aulas de primaria (Chico-Gómez, 2024; Chico Gómez, Gómez-Hurtado et al., 2024b; Chico-Gómez, Robotti et al., en prensa), encontramos una relación entre la práctica inclusiva de los docentes con el conocimiento especializado. Nuestro objetivo a medio plazo es trasladar estos resultados a la formación docente, integrándolos en el diseño e implementación de la tarea de la arqueóloga en las aulas con futuros docentes.

AGRADECIMIENTOS

Este estudio ha sido realizado en el marco de un contrato FPU20-05070 del Gobierno de España, asociado al Centro de Investigación COIDESO de la Universidad de Huelva, impulsado por el grupo de investigación DESYM (HUM-168), la Red MTSK, el proyecto de Innovación Docente de la Universidad de Huelva “Resolución de problemas desde la perspectiva

inclusiva” (curso 2022-23), el proyecto INCLUREC de la Universidad de Huelva y el proyecto PID2021-122180OB-I00.

REFERENCIAS

- AMERICAN PSYCHIATRIC ASSOCIATION (APA). **Diagnostic and Statistical Manual of Mental Disorders**. 5. ed. Washington, DC: American Psychiatric Publishing, 2013. DOI: <https://doi.org/10.1176/appi.books.9780890425596>.
- ARNÁIZ, P.; DE HARO-RODRÍGUEZ, R.; MALDONADO, R. Barriers to student learning and participation in an inclusive school as perceived by future education professionals. **Journal of New Approaches in Educational Research (NAER Journal)**, Alicante, v. 8, n. 1, p. 18–24, 2019. DOI: <https://doi.org/10.7821/naer.2019.1.321>.
- AVILÉS-CANCHÉ, K. I.; MARBÁN, J. M. Perfiles de autoeficacia docente y conocimiento especializado para la enseñanza de las matemáticas. **Revista Electrónica Interuniversitaria de Formación del Profesorado**, Zaragoza, v. 26, n. 2, p. 57–85, 2023.
- BAE, Y. S.; CHIANG, H. M.; HICKSON, L. Mathematical word problem solving ability of children with Autism Spectrum Disorder and their typically developing peers. **Journal of Autism and Developmental Disorders**, New York, v. 45, n. 7, p. 2200–2208, 2015. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10803-015-2387-8>.
- BALL, D.; THAMES, M. H.; PHELPS, G. Content knowledge for teaching: What makes it special? **Journal of Teacher Education**, Texas, v. 59, n. 5, p. 389–407, 2008. DOI: <https://doi.org/10.1177/0022487108324554>.
- BATEIHA, S.; REEDER, S. Transformar el conocimiento matemático de los futuros profesores de Primaria para y a través de la comprensión social. **Revista Internacional de Educación para la Justicia Social**, Madrid, v. 3, n. 1, 2015. DOI: <https://doi.org/10.15366/riejs2014.3.1.004>.
- BLANTON, M.; BRIZUELA, B. M.; GARDINER, A. M.; SAWREY, K.; NEWMAN-OWENS, A. A learning trajectory in 6-year-olds’ thinking about generalizing functional relationships. **Journal for Research in Mathematics Education**, Reston, Virginia, v. 46, n. 5, p. 511–558, 2015. DOI: <https://doi.org/10.5951/jresmetheduc.46.5.0511>.
- BLANTON, M.; BRIZUELA, B.; STEPHENS, A.; KNUTH, E.; ISLER, I.; GARDINER, A.; STROUD, R.; FONGER, N.; STYLIANOU, D. Implementing a framework for early algebra. In: KIERAN, C. (ed.). **Teaching and learning algebraic thinking with 5- to 12-year-olds: The global evolution of an emerging field of research and practice**. Cham, Switzerland: Springer, 2018. p. 27–49.
- BROWN, N.; BOSTIC, J. D.; FOLGER, T.; FOLGER, L.; HICKS, T.; NAFZIGER, S. Revising word problems to address UDL and standards. **Mathematics Teacher: Learning and**

- Teaching PK-12**, Reston, Virginia, v. 115, n. 4, p. 252–264, 2022. DOI: <https://doi.org/10.5951/mtlt.2020.0365>.
- BUCHHEISTER, K.; JACKSON, C.; TAYLOR, C. E. Maths games: A universal design approach to mathematical reasoning. **Australian Primary Mathematics Classroom**, Adelaide, Australia, v. 22, n. 4, p. 7–12, 2017.
- CALLEJO, M. L.; ZAPATERA, A. Prospective primary teachers' noticing of students' understanding of pattern generalization. **Journal of Mathematics Teacher Education**, Dordrecht, v. 20, n. 4, p. 309–333, 2017. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10857-016-9343-1>.
- CARRILLO, J.; CLIMENT, N.; MONTES, M.; CONTRERAS, L.; FLORES, E.; ESCUDERO, D.; VASCO, D.; ROJAS, N.; AGUILAR, A.; RIBERIRO, M.; MUÑOZ-CATALÁN, M. C. The mathematics teacher's specialised knowledge (MTSK) model. **Research in Mathematics Education**, Londres, v. 20, n. 3, p. 236–253, 2018. DOI: <https://doi.org/10.1080/14794802.2018.1479981>
- CAST. **Universal Design for Learning Guidelines version 2.2**. Wakefield, MA: CAST, 2018.
- CHICO-GÓMEZ, A. **Formación del Profesorado para la Enseñanza de la Resolución de Problemas a Alumnado TEA-1 desde la Perspectiva Inclusiva**. Tesis doctoral, Universidad de Huelva, Huelva, España.
- CHICO-GÓMEZ, A; SÁNCHEZ-CERREJÓN, A.; CLIMENT, N.; CONTRERAS, L.C.; GÓMEZ-HURTADO, I. Conocimiento especializado movilizado durante una tarea formativa sobre un problema de generalización. In: R. DELGADO-REBOLLEDO. R.; ZAKARYAN, D. (Eds.), **VI Congreso Iberoamericano sobre Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas**. Pontificia Universidad Católica de Valparaíso (PUCV): CIMTSK, 2023. p. 71–78.
- CHICO-GÓMEZ, A; CLIMENT, N.; GÓMEZ-HURTADO. I. Designing tasks for prospective teachers: specialised knowledge on the inclusive teaching of problem-solving. In: DRIJVERS, P.; CSAPODI, C.; PALMÉR, H; GOSZTONYI, K.; KÓNYA, E. (Eds.), **Proceedings of the Thirteenth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education**. Alfréd Rényi Institute of Mathematics: CERME13, 2024, p. 3719–3727).
- CHICO-GÓMEZ, A; GÓMEZ-HURTADO. I; CLIMENT, N. Recursos didácticos inclusivos en la resolución de problemas matemáticos con alumnado con síndrome de asperger. **Revista de Educación Inclusiva**, Sevilla, v. 17, n. 1, p. 157–181, 2024a.
- CHICO-GÓMEZ, A; GÓMEZ-HURTADO. I; CLIMENT, N. Conocimiento especializado de docentes en la resolución de un problema de generalización matemática en el aula neurodiversa de educación primaria. In: ANTOLÍ MARTÍNEZ, J.; MENGUAL-ANDRÉS, S.; LÓPEZ-PADRÓN, A.; LORENZO ÁLVAREZ, C.; ONRUBIA MARTÍNEZ, V. (Eds.) **Actas del 3rd International Congress: Education and Knowledge**. Alicante: ICON-edu. 2024b, p. 118.

- CHICO-GÓMEZ, A; POLO-BLANCO, I.; CLIMENT, N.; GÓMEZ-HURTADO. I. Resolución de un problema de generalización por alumnado con trastorno del espectro autista. **Enseñanza de las Ciencias**, Valencia, v. 42, n. 3, p. 75–96, 2024. DOI: <https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.5990>
- CHICO-GÓMEZ, A; ROBOTTI, E.; CLIMENT, N.; GÓMEZ-HURTADO. I. Teacher knowledge and the incorporation of inclusivity in a primary level generalisation problem. In: ED1, ED2, ED.3 (Eds.), **Proceedings of the Fourteenth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education**. Bolzano, Italia: CERME14. In press.
- CLEMENTS, D. H.; SARAMA, J. **Learning and teaching early math: The learning trajectories approach**. New York: Routledge, 2014.
- CLIMENT, N.; MONTES, M.A.; CONTRERAS, L.C.; CARRILLO, J.; LIÑAN-GARCÍA, M.M.; MUÑOZ-CATALÁN, M.; BARRERA, V.J.; LEÓN, F. Construcción de conocimiento sobre características de aprendizaje de las matemáticas a través del análisis de videos. **Avances de Investigación en Educación Matemática**, Badajoz, v. 9, p. 85 –103, 2016.
- CLIMENT, N.; ESPINOZA-VÁSQUEZ, G.; CARRILLO, J.; HENRÍQUEZ-RIVAS, C.; PONCE, R. Una lección sobre el teorema de Thales, vista desde el conocimiento especializado del profesor. **Educación Matemática**, México D.C., v. 33, n. 1, p. 98–114, 2021. DOI: <https://doi.org/10.24844/em3301.04>
- COX, S. C.; RAO, K. Systematically applying UDL to effective practices for students with learning disabilities. **Learning Disability Quarterly**, Chicago, v. 41, n. 3, p. 179–191, 2018. DOI: <https://doi.org/10.1177/0731948717749936>.
- ESPAÑA. Ministerio de Educación, Cultura y Deporte. **Real Decreto 157/2022**, de 1 de marzo, por el que se establecen la ordenación y las enseñanzas mínimas de la Educación Primaria. Boletín Oficial del Estado, n. 52, 2 mar. 2022. Madrid: 2022. Disponible en: <https://www.boe.es/buscar/pdf/2022/BOE-A-2022-3296-consolidado.pdf>.
- GEVARTER, C.; BRYANT, D. P.; BRYANT, B.; WATKINS, L.; ZAMORA, C.; SAMMARCO, N. Mathematics interventions for individuals with autism spectrum disorder: A systematic review. **Review Journal of Autism and Developmental Disorders**, New York, v. 3, n. 3, p. 224–238, 2016. DOI: <https://doi.org/10.1007/s40489-016-0078-9>.
- GIBERTI, C. A teacher training project to promote mathematics laboratory during the COVID-19 health crisis in Italy. **European Journal of Science and Mathematics Education**, Nicosia, v. 10, n. 3, p. 256–268, 2022. DOI: <https://doi.org/10.30935/scimath/11837>.
- HUNTER, J.; ANTHONY, G.; BURGHESE, D. Scaffolding teacher practice to develop early algebraic reasoning. In: KIERAN, C. (ed.). **Teaching and learning algebraic thinking with 5-to 12-year-olds: The global evolution of an emerging field of research and practice**. v. 1, p. 379–401. Cham, Switzerland: Springer, 2018.
- HUNTER, J.; MILLER, J. The use of cultural contexts for patterning tasks: Supporting young

- diverse students to identify structures and generalise. **ZDM–Mathematics Education**, Heidelberg, v. 54, n. 6, p. 1349–1362, 2022. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11858-022-01386-y>.
- JOGLAR-PRIETO, N.; LIÑÁN-GARCÍA, M.; CONTRERAS, L. C. MTSK en la formación inicial del profesorado de primaria. In: MONTES, M.; CLIMENT, N.; CARRILLO, J. (EDS.), **Investigación sobre conocimiento especializado del profesor de matemáticas (MTSK) 10 años de camino**, p. 207–222, 2022. Madrid: Dykinson. <https://doi.org/10.2307/j.ctv2zp4vp1.20>
- KAPUT, J. Teaching and learning a new algebra with understanding. In: FENNEMA, E.; ROMBERG, T. (Eds.). **Mathematics classrooms that promote understanding**. Mahwah, New Jersey: Lawrence Erlbaum, 1999.
- KLAREN, M.; PEPIN, B.; THURLINGS, M. Autism and mathematics education. In: BIKNER-AHSBAHS, A.; HASPEKIAN, M.; BAKKER, A.; MARACCI, M. (Eds.). **Proceedings of the Tenth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education**. Dublin, Ireland: CERME 10, 2017. p. 629–636.
- KRIPPENDORFF, K. **Content analysis: An introduction to its methodology**. Thousand Oaks: SAGE Publishing, 2022. DOI: <https://doi.org/10.4135/9781071878781>.
- LAMBERT, R. The magic is in the margins: UDL math. **Mathematics Teacher: Learning and Teaching PK–12**, Reston, Virginia, v. 114, n. 9, p. 660–669, 2021. DOI: <https://doi.org/10.5951/mtlt.2020.0282>.
- LANNIN, J.; BARKER, D.; TOWNSEND, B. Algebraic generalisation strategies: Factors influencing student strategy selection. **Mathematics Education Research Journal**, Dordrecht, v. 18, n. 3, p. 3–28, 2006. DOI: <https://doi.org/10.1007/BF03217440>.
- LARISON, S.; RICHARDS, J.; SHERIN, M. G. Tools for supporting teacher noticing about classroom video in online professional development. **Journal of Mathematics Teacher Education**, Dordrecht, v. 3, p. 139–161, 2022. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10857-022-09554-3>.
- LAROCHELLE, R.; NICKERSON, S. D.; LAMB, L. C.; HAWTHORNE, C.; PHILIPP, R. A.; ROSS, D. L. Secondary practising teachers’ professional noticing of students’ thinking about pattern generalisation. **Mathematics Teacher Education and Development**, Melbourne, v. 21, n. 1, p. 4–27, 2019.
- MELLONE, M.; RIBEIRO, M.; JAKOBSEN, A.; CAROTENUTO, G.; ROMANO, P.; PACELLI, T. Mathematics teachers’ interpretative knowledge of students’ errors and non-standard reasoning. **Research in Mathematics Education**, Abingdon, UK, v. 22, n. 2, p. 154–167, 2020. DOI: <https://doi.org/10.1080/14794802.2019.1710557>.
- MOLINA, M. Investigación de diseño educativa: un marco metodológico en evolución. In: DIAGO, P. D.; YÁÑEZ D. F.; GONZÁLEZ-ASTUDILLO, M. T.; CARRILLO, D. (Eds.). **Actas del**

- XXIV Simposio en Investigación en Educación Matemática.** Valencia: SEIEM, 2021. p. 83–97.
- MOLINA, M.; CASTRO, E.; MOLINA, J.L.; CASTRO E. Un acercamiento a la investigación de diseño a través de los experimentos de enseñanza. **Enseñanza de las Ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas**, Barcelona, v. 29, n. 1, p. 75–88, 2011. DOI: <https://doi.org/10.5565/rev/ec/v29n1.435>.
- MONTES, M.; CLIMENT, N.; CONTRERAS, L.C. Construyendo conocimiento especializado en geometría: un experimento de enseñanza en formación inicial de maestros. **Aula Abierta**, Oviedo, v. 1, p. 27–36, 2022. DOI: <https://doi.org/10.17811/rifie.51.1.2022.27-36>
- OZONOFF, S.; SCHETTER, P. L. Executive dysfunction in autism spectrum disorders: From research to practice. In: MELTZER, L. (ed.). **Executive Function in Education: From Theory to Practice**. New York: Guilford, 2007, p. 287–308.
- PASCUAL-MARTÍN, M. I., CLIMENT, N., CODES, M., MARTÍN-DÍAZ, J. P., Y CONTRERAS, L. C. Tareas en la formación inicial de maestros para la construcción de conocimiento especializado para la enseñanza de las matemáticas. **Revista Interuniversitaria de Formación Del Profesorado. Continuación de La Antigua Revista de Escuelas Normales**, Zaragoza, v. 98, n. 37.2, 2023. DOI: <https://doi.org/10.47553/rifop.v98i37.2.99221>.
- PINCHEIRA, N.; ALSINA, A.; ACOSTA, Y. Avances en la didáctica del álgebra en educación infantil: vinculando conocimientos y tipos de pensamiento algebraico. **Números**, La Laguna, v. 115, p. 7–29, 2023.
- PINTO, E.; CAÑADAS, M. C. Generalizations of third and fifth graders within a functional approach to early algebra. **Mathematics Education Research Journal**, Dordrecht, v. 33, n. 1, p. 113–134, 2021. DOI: <https://doi.org/10.1007/s13394-019-00300-2>.
- PINTO, E.; CORTÉS, C.; MARTÍNEZ-VIDELA, M.V.; PIÑEIRO, J.L. Desarrollo del pensamiento algebraico a través de la justificación en educación primaria. **Enseñanza de las ciencias**, Barcelona, v. 41, n. 1, p. 149–173, 2023. DOI: <https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.5835>
- POLO- BLANCO, I.; SUÁREZ-PINILLA, P.; GOÑI-CERVERA, J.; SUÁREZ-PINILLA, M.; PAYÁ, B. Comparison of mathematics problem-solving abilities in autistic and non-autistic children: The influence of cognitive profile. **Journal of Autism and Developmental Disorders**, New York, v. 54, n. 1, p. 353–365, 2024. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10803-022-05802-w>
- RADFORD, L. Algebraic thinking and the generalization of patterns: A semiotic perspective. In: ALATORRE, S; CORTINA, J.L.; SÁIZ, M.; MÉNDEZ, A. (Eds.). **Proceedings of the 28th annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education**, vol. 1, p. 1–21, 2006. Mérida, México: Universidad Pedagógica Nacional.

- RADFORD, L. Iconicity and contraction: A semiotic investigation of forms of algebraic generalizations of patterns in different contexts. **ZDM-International Journal on Mathematics Education**, Heidelberg, v. 40, n. 1, p. 83–96, 2008. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11858-007-0061-0>.
- ROBOTTI, E. Designing innovative learning activities to face difficulties in algebra of dyscalculic students: Exploiting the functionalities of AlNuSet. In: LEUNG, A.; BACCAGLINI, A. (Eds.). **Digital Technologies in Designing Mathematics Education Tasks**. Cham, Switzerland: Springer, 2017. p. 193–214. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-319-43423-0_10.
- ROOT, J. R.; BROWDER, D. M. Algebraic problem solving for middle school students with autism and intellectual disability. **Exceptionality**, Philadelphia, v. 27, n. 2, p. 118–132, 2017. DOI: <https://doi.org/10.1080/09362835.2017.1394304>.
- ROOT, J. R.; COX, S. K.; SAUNDERS, A.; GILLEY, D. Applying the universal design for learning framework to mathematics instruction for learners with extensive support needs. **Remedial and Special Education**, Thousand Oaks, California, v. 41, n. 4, p. 194–206, 2020. DOI: <https://doi.org/10.1177/0741932519887235>.
- ROOT, J. R.; INGELIN, B.; COX, S. K. Teaching mathematical word problem solving to students with autism spectrum disorder: a best-evidence synthesis. **Education and Training in Autism and Developmental Disabilities**, Fayetteville, Arkansas v. 56, n. 4, p. 420–436, 2021.
- SANTAGATA, R.; GUARINO, J. Using video to teach future teachers to learn from teaching. **ZDM-The International Journal of Mathematics Education**, Heidelberg, v. 43, p. 133–145, 2011. DOI: <http://dx.doi.org/10.1007/s11858-010-0292-3>.
- SCHOPPLER, E.; MESIBOV, G.; HEARSEY, K. Structured teaching in the TEACCH system. In: SCHOPPLER, E.; MESIBOV, G. (Eds.). **Learning and Cognition in Autism: Current Issues in Autism**. Carolina: University of North Carolina, 2013. p. 243–268. DOI: https://doi.org/10.1007/978-1-4899-1286-2_13.
- SELLING, S. K. Learning to represent, representing to learn. **Journal of Mathematical Behavior**, New York, v. 41, p. 191–209, 2016. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2015.10.003>.
- SHULMAN, L. Paradigms and research programs in the study of teaching: A contemporary perspective. In: WITROCK, M. C. (ed.). **Handbook of Research in Teaching**, 3 ed. New York: Macmillan, 1986. p. 3–36.
- STEEN, L. A. The science of patterns. **Science**, Washington D.C, v. 240, p. 611–616, 1988. DOI: <http://dx.doi.org/10.1126/science.240.4852.611>.
- STEPHENS, A. C.; FONGER, N.; STRACHOTA, S.; ISLER, I.; BLANTON, M.; KNUTH, E.; MURPHY GARDINER, A. A learning progression for elementary students' functional thinking.

Mathematical Thinking and Learning, Philadelphia, v. 19, n. 3, p. 143–166, 2017. DOI: <https://doi.org/10.1080/10986065.2017.1328636>.

STRACHOTA, S. Conceptualizing generalization. **INVI: Open Mathematical Education Notes**, New York, n. 6, p. 41–55, 2016.

VASCO-MORA, D., CLIMENT, N., Y ESCUDERO-ÁVILA, D. (2021). Interconnections between content knowledge and pedagogical content knowledge of a university lecturer in linear algebra. **Mathematics**, Basilea, v. 9, n. 20, p. 2542–2556, 2021. DOI: <https://doi.org/10.3390/math9202542>

VERGEL, R. Generalización de patrones y formas de pensamiento algebraico temprano. **PNA. Revista de Investigación En Didáctica de La Matemática**, Granada, España, v. 9, n. 3, p. 193–215, 2015. DOI: <https://doi.org/10.30827/pna.v9i3.6220>.

ZAPATERA, A. La generalización de patrones como herramienta para introducir el pensamiento algebraico en educación primaria. **Educación Matemática**, México D.C, v. 34, n. 2, p. 134–152, 2022. DOI: <https://doi.org/10.24844/em3402.05>.

Apéndice - Información sobre el artículo

Historico editorial

Submetido: 27 de Enero de 2025.

Aprobado: 25 de Julio de 2025.

Publicado: 5 de Septiembre de 2025.

Como Citar — APA

Chico-Gómez, Á., Gómez, I., Climent, N., Contreras-González, L. C. (2025). Diseño de una tarea de formación inicial de docentes de primaria para la construcción de conocimiento especializado sobre la enseñanza inclusiva de la generalización. *PARADIGMA*, XLVI (Edición Temática 1), e2025005. <https://doi.org/10.37618/PARADIGMA.1011-2251.2025.e2025005.id1711>.

Como Citar — ABNT

CHICO-GÓMEZ, Ángeles; GÓMEZ, Inmaculada; CLIMENT, Nuria; CONTRERAS-GONZÁLEZ, Luis Carlos. Diseño de una tarea de formación inicial de docentes de primaria para la construcción de conocimiento especializado sobre la enseñanza inclusiva de la generalización. *PARADIGMA*, Maracay, v. XLVI, Edición Temática 1, e2025005, Sep., 2025. <https://doi.org/10.37618/PARADIGMA.1011-2251.2025.e2025005.id1711>.

Conflicto de intereses

Nada que declarar.

Declaración de disponibilidad de datos

Todos los datos han sido presentados/generados en este artículo.

Derechos autorales

Los derechos de autor pertenecen a los autores, que conceden a revista **Paradigma** los derechos exclusivos de primera publicación. Los autores no serán remunerados por la publicación de sus artículos en esta revista. Los autores están autorizados a celebrar contratos adicionales por separado, para la distribución no exclusiva de la versión del artículo publicado en esta revista (por ejemplo, publicación en un repositorio institucional, en un sitio web personal, publicación de una traducción o como capítulo de un libro), con reconocimiento de autoría y primera publicación en esta revista. Los editores de la revista **Paradigma** tienen derecho a realizar ajustes textuales y adecuación normativas en este artículo.

Acceso libre

Este artículo es de acceso abierto (**Open Access**) y sin gastos de envío ni de procesamiento del artículo (**Article Processing Charges - APCs**). El acceso abierto es un amplio movimiento internacional que pretende proporcionar acceso en línea libre y gratuito a la información académica, como publicaciones y datos. Una publicación se define como de acceso abierto cuando no existen barreras financieras, legales o técnicas para acceder a ella; en otras palabras, cuando cualquiera puede leerla, descargarla, copiarla, distribuirla, imprimirla, investigarla o utilizarla en la educación o de cualquier otra forma dentro de los acuerdos legales.



Licencia de uso

Este artículo es licenciado con **Creative Commons Atribución-NoComercial-SinDerivadas 4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0)**. Esta licencia le permite compartir, copiar y redistribuir el artículo en cualquier medio o formato. La licencia no permite utilizar el material con fines comerciales ni adaptarlo, remezclarlo o transformarlo.



Comprobación de similitud

Este artículo fue sometido a una comprobación de similitud utilizando el software de detección de texto **iThenticate** de Turnitin, a través del servicio de **Similarity Check** de la Crossref.



Proceso de evaluación

Revisión por pares a doble ciego (**Double blind peer review**).

Editor

Fredy E. González 

Editoras convidadas

Ettiène Cordeiro Guérios 

Edvonete Souza de Alencar 

Martha Cecilia Mosquera Urrutia 

Publisher

Este artículo ha sido publicado en la revista **Paradigma** vinculada al Centro de Investigaciones Educativas Paradigma (CIEP) del Departamento del Componente Docente de la **Universidad Pedagógica Experimental Libertador** (Núcleo Maracay). La revista **Paradigma** publica artículos de carácter técnico-científico, derivados de estudios e investigaciones que sirvan de apoyo al desarrollo del conocimiento educativo, propiciando el diálogo entre los diferentes campos de la educación. Las ideas expresadas en este artículo son de los autores y no representan necesariamente la opinión del consejo editorial o de la universidad. En Brasil, la revista Paradigma obtuvo la calificación **Qualis A1** en la **Evaluación CAPES (2017-2020)**.

