

Tarefas de Aprendizagem Profissional para o Raciocínio Matemático: Princípios de Design

Eliane Maria de Oliveira Araman¹ Lucas do Nascimento Corrêa²
Maria de Lurdes Serrazina³ João Pedro da Ponte⁴

Resumo

Compreender os aspectos do Raciocínio Matemático (RM) e a sua promoção em sala de aula tem sido objeto de estudo de diversos pesquisadores em Ensino de Matemática e incluído em documentos curriculares oficiais de vários países. Porém, nem sempre o entendimento sobre RM e seus processos são claros para os professores, pois, muitas vezes, não tiveram contato com o RM em seus processos na formação inicial. À vista disso, cursos de formação continuada se tornam necessários e contribuem para o conhecimento especializado dos docentes no sentido de criar oportunidades de aprendizagem sobre o RM para que possam apoiar o seu desenvolvimento nas aulas de Matemática. Dessa forma, o presente artigo apresenta os resultados de uma pesquisa cujo objetivo é elaborar alguns princípios de design que orientem a elaboração e implementação de Tarefas de Aprendizagem Profissional (TAP) que contribuam para a compreensão dos professores sobre o RM, seus processos e as formas de promovê-lo em sala de aula. Assim, apoiados em estudos teóricos e em evidências empíricas obtidas em outros estudos já realizados, apresentamos e discutimos oito princípios de design que contemplam duas categorias: quatro deles relacionados à elaboração e outros quatro relacionados à implementação das TAP.

Palavras-chave: Formação de Professores, Raciocínio Matemático, Tarefas de Aprendizagem Profissional, Conhecimento de Professores, Princípios de Design.

Professional Learning Tasks for Mathematical Reasoning: Some Design Principles

Abstract

Understanding the aspects of Mathematical Reasoning (MR) and its promotion in the classroom has been an object of study by various Mathematics Education researchers. The theme is also addressed by official curricular documents from several countries. However, teachers do not always have a clear understanding of MR and its processes, as they often lacked exposure to MR and its processes during their initial teacher education. Considering this, continuing education courses become necessary and contribute to teachers' specialized knowledge, aiming to create learning opportunities about MR so they can support its development in Mathematics classes. Therefore, this article presents the results of an investigation aimed at developing some design principles to guide the elaboration and implementation of Professional Learning Tasks (PLT) that enhance teachers' understanding of MR, its processes, and ways to promote it in the classroom. Therefore, based on theoretical studies and empirical evidence obtained in other studies already carried out, we present and discuss eight design principles that cover two categories: four of them related to the elaboration and another four related to the implementation of PLT.

Keywords: Teacher Education, Mathematical Reasoning, Professional Learning Tasks, Teacher Knowledge, Design Principles.

¹ Doutora em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL). Docente da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), Cornélio Procopio, Paraná, Brasil. E-mail: elianearaman@utfpr.edu.br.

² Mestre em Ensino de Matemática pela Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR). Docente do Colégio Estadual Professora Alvina Prestes, Figueira, Paraná, Brasil. E-mail: lcorrea@alunos.utfpr.edu.br.

³ Doutora em Educação Matemática pela Universidade de Londres. Professora Coordenadora (aposentada) da Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Lisboa, Lisboa, Portugal. E-mail: lurdess@esexl.ipl.pt.

⁴ Doutor em Educação Matemática pela Universidade de Georgia (UGA), EUA. Professor Emérito do Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, Lisboa, Portugal. E-mail: jpponte@ie.ulisboa.pt.

Tareas de Aprendizaje Profesional para el Razonamiento Matemático: Algunos Principios de Diseño

Resumen

Comprender los aspectos del Razonamiento Matemático (RM) y su promoción en el aula ha sido un objeto de estudio de diversos investigadores en la Enseñanza de las Matemáticas. El tema es abordado por documentos curriculares oficiales de varios países. Sin embargo, no siempre la comprensión del RM y sus procesos es clara para los profesores, ya que muchas veces no tuvieron contacto con el RM y sus procesos durante su formación inicial. En vista de ello, los cursos de formación continua se vuelven necesarios y contribuyen al conocimiento especializado de los docentes al crear oportunidades de aprendizaje sobre el RM, para que puedan apoyar su desarrollo en las clases de Matemáticas. Así, el presente artículo presenta los resultados de una investigación cuyo objetivo es elaborar algunos principios de diseño que orienten la elaboración e implementación de Tareas de Aprendizaje Profesional (TAP) que contribuyan a la comprensión de los profesores sobre el RM, sus procesos y las formas de promoverlo en el aula. Así, basándonos en estudios teóricos y en evidencias empíricas obtenidas en otros estudios ya realizados, presentamos y discutimos ocho principios de diseño que cubren dos categorías: cuatro de ellos relacionados con la elaboración y otros cuatro relacionados con la implementación de los TAP.

Palabras clave: Formación de Profesores, Razonamiento Matemático, Tareas de Aprendizaje Profesional, Conocimiento de los Profesores, Principios de Diseño.

INTRODUÇÃO

O Raciocínio Matemático (RM) tem sido investigado por pesquisadores com o objetivo de produzir estudos que contribuam para a sua compreensão, o entendimento sobre seus processos e como desenvolvê-lo em aulas de matemática. Lannin *et al.* (2011, p. 7) consideram que “sem raciocínio matemático não há matemática” e, ainda, que “o raciocínio matemático é fundamental para uma compreensão mais profunda da matemática”. Os autores pontuam que compreender o RM exige não apenas o domínio de conceitos matemáticos relevantes, mas, também, a capacidade de reconhecer as relações entre eles. Sugerem, ainda, que o entendimento das ideias matemáticas e de suas inter-relações se aprofundam continuamente por meio da experiência e de oportunidades para integrar novos conceitos (Lannin *et al.*, 2011).

Para compreender o desenvolvimento do RM nas aulas de matemática, é crucial refletir sobre como os professores constroem seu conhecimento sobre RM e o estimulam em sala de aula, a fim de melhorar a qualidade do ensino e da aprendizagem da matemática. Desta forma, a presente pesquisa incide sobre a formação do conhecimento dos professores em relação ao RM e tem como objetivo elaborar princípios de design que orientem a elaboração e implementação de Tarefas de Aprendizagem Profissional (TAP) que contribuam para a compreensão dos professores sobre o RM, seus processos e as maneiras de promovê-lo em sala de aula.

Essa necessidade se evidenciou a partir da realização de diversos processos formativos em que Tarefas de Aprendizagem Profissional foram propostas a professores que atuam em diversos níveis de escolaridade no contexto brasileiro (Araman *et al.*, 2023; Gross *et al.*,

2023, Corrêa *et al.*, 2024; Gross *et al.*, 2024, entre outras). Esses processos formativos geraram dados que, após analisados, conduziram-nos à percepção da necessidade da elaboração de Tarefas de Aprendizagem Profissional que contemplem elementos fundamentais para que os professores participantes de tais processos formativos avançassem em seu entendimento sobre o RM, seus processos e os modos de promovê-lo em sala de aula.

Essa percepção nos conduziu a revisitar os dados obtidos e, por meio da articulação dessas evidências empíricas com o arcabouço teórico sobre o RM, elaboramos oito princípios de design que apresentamos neste artigo como contributo teórico e metodológico que podem ser usados na elaboração de Tarefas de Aprendizagem Profissional que visam a formação de professores de Matemática para o RM.

RACIOCÍNIO MATEMÁTICO, SEUS PROCESSOS E FORMAS DE PROMOVÊ-LO EM SALA DE AULA

O uso do termo “Raciocínio Matemático” tem ganhado espaço no contexto educacional e, principalmente, no âmbito de pesquisas em Educação Matemática no que se refere ao desenvolvimento e a sua promoção a fim de contribuir para a aprendizagem matemática com a mobilização de seus processos (Araman & Serrazina, 2020). Assumimos a ideia de Ponte *et al.* (2020) de que o RM é um processo em que se realizam “inferências de forma fundamentada, ou seja, a partir de informação dada, obter nova informação através de um processo justificado” (p. 7). Assim, a essência do RM é que permite gerar novos conhecimentos a partir dos já estabelecidos (Araman & Serrazina, 2020).

Na perspectiva de Jeannotte e Kieran (2017), o RM pode ser compreendido e estudado considerando seus dois aspectos, o estrutural e o processual. Em seu aspecto estrutural, está compreendida a estrutura do RM, que pode ser dedutiva, indutiva ou abdutiva. Por sua vez, na presente pesquisa a nossa atenção está no aspecto processual do RM, que analisamos mais especificamente. Sobre este aspecto, Jeannotte e Kieran (2017) realizaram um estudo, no qual sistematizaram nove processos de RM, sendo cinco deles relacionados com a busca por semelhanças e diferenças (generalizar, conjecturar, identificar padrão, comparar e classificar), outros três relacionados à validação (justificar, provar e provar formalmente) e, o processo de exemplificar, que dá suporte aos demais processos.

Outro fator a considerar diz respeito às ações desempenhadas pelo professor que apoiam o RM. A interação do professor com os alunos tem um impacto direto em sua aprendizagem, consequência da mobilização de diferentes processos de RM. Assim, para desenvolver o RM em sala de aula, é necessário que o professor tenha um conhecimento geral do RM e também do RM dos alunos (Mata-Pereira & Ponte, 2018). Além disso, é imprescindível que o professor compreenda a maneira como ocorre o desenvolvimento dos processos de RM dos alunos e saiba quais as ações de ensino que melhor apoiam o seu desenvolvimento

(Mata-Pereira & Ponte, 2018). Ponte *et al.* (2013) realizaram investigações sobre as ações que melhor apoiam o RM e as organizaram em quatro categorias (convidar; guiar/apoiar; informar/sugerir; desafiar), que posteriormente foram especificadas por Araman *et al.* (2019).

Desenvolver os processos de RM nos alunos requer uma abordagem integrada que inclui a criação de um ambiente de aprendizagem estimulante, a utilização de estratégias de ensino diversificadas e a promoção de atividades que desafiem os alunos a resolver problemas complexos e a pensar de forma crítica e lógica. Segundo Ponte (2005), o ensino exploratório é uma estratégia para que os alunos consigam dialogar com o seu pensamento e estreitar as relações professor-aluno e aluno-aluno, o que os tornam protagonistas da sua aprendizagem na construção de conceitos matemáticos. Quanto ao ensino exploratório, temos que “a sua característica principal é que o professor não procura explicar tudo, mas deixa uma parte importante do trabalho de descoberta e de construção do conhecimento para os alunos realizarem” (Ponte, 2005, p. 13).

Ponte *et al.* (2020, p. 1) defendem que “para promover o raciocínio matemático dos alunos, a seleção, adaptação ou elaboração de tarefas tem um papel fundamental”. Serrazina (2017) afirma que o professor deve compreender que a exploração de uma tarefa envolve analisar: (i) o desempenho dos alunos e as dificuldades ou problemas levantados; (ii) os objetivos realmente alcançados (estabelecidos ou não previamente); e (iii) a adequação da tarefa e/ou os ajustamentos necessários.

Todos estes aspectos exigem do professor um conhecimento didático e pedagógico e dos seus próprios alunos, que são construídos no momento da sua formação, seja ela inicial ou continuada. Portanto, a formação de professores para o RM é relevante, porém pouco discutida no âmbito das investigações sobre Formação de Professores e sobre Educação Matemática, como é o caso da presente pesquisa.

| FORMAÇÃO DE PROFESSORES EM RACIOCÍNIO MATEMÁTICO

Ponte *et al.* (2012) declaram que “o grande desafio do ensino de matemática é o de desenvolver a capacidade de raciocínio dos alunos” (p. 355). No Brasil, a Base Nacional Comum Curricular–BNCC (Brasil, 2018) “é um documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica” (Brasil, 2018, p. 7). Este documento indica que, ao considerar o desenvolvimento de competências que envolvem o raciocinar, é “necessário que os estudantes possam, em interação com seus colegas e professores, investigar, explicar e justificar as soluções apresentadas para os problemas, com ênfase nos processos de argumentação matemática” (Brasil, 2018, p. 529).

Contudo, observa-se que a inclusão do termo RM nos diversos documentos curriculares “tende a ser vago, assistemático e até contraditório de um documento para o outro” (Jeannotte & Kieran, 2017, p. 1-2). Encontram-se falhas em definir ou, pelo menos, orientar os professores sobre como conduzir uma aula que promova o RM. Assim, a promoção do RM em sala de aula acaba por se tornar um desafio – também – porque requer estratégias de ensino específicas, formação adequada dos professores e a criação de ambientes que estimulem o pensamento crítico e a resolução de problemas. Além disso, essa falta de orientação clara nos documentos curriculares sobre como concretizar essas práticas pode dificultar o processo.

Para Lannin *et al.* (2011), é “necessário um trabalho específico para promover nos professores o conhecimento e a capacidade de desenvolver o raciocínio matemático dos seus alunos” (p. 10). Isto é importante para que eles “conheçam os processos de raciocínio dos seus alunos e reflitam sobre eles” (Ponte *et al.*, 2012, p. 375). Mas, para que isso ocorra, é necessário que os professores reconheçam:

(i) a importância e o significado do RM, particularmente as características dos diversos tipos e processos de raciocínio; (ii) as características das tarefas e os processos de raciocínio que solicitam na sua resolução e que são particularmente adequados para o promover, sendo capazes de selecionar ou adaptá-las, e desenvolver estratégias de ensino apropriadas à sua realização em sala de aula; (iii) o papel de diferentes ações do professor com potencial para promover e melhorar os processos de raciocínio matemático dos alunos na resolução das tarefas, incluindo o apoio às suas dificuldades. (Henriques, 2022, p. 2).

As ações didáticas como selecionar e adaptar tarefas e elaborar estratégias de ensino que melhor apoiem o desenvolvimento do RM estão diretamente relacionadas à prática docente e, conseqüentemente, ao conhecimento do professor, que tem sido elaborado e fomentado na formação inicial, bem como em cursos de formação continuada. Quanto à formação do professor para o RM, Vieira *et al.* (2020) enfatizam que, para que os professores promovam o desenvolvimento do RM nos alunos, é necessário que “durante a sua formação, sejam confrontados com situações concretas que envolvam explicitamente o raciocínio matemático, experimentem diferentes estratégias e analisem diferentes situações, preferencialmente trabalhos realizados por alunos” (Vieira *et al.*, 2020, p. 14).

Assim, faz-se necessária a formação do conhecimento docente no que se refere ao RM. Brodie (2010), por exemplo, afirma que há uma carência significativa na exploração de estratégias para desenvolver habilidades de RM em contexto formativo. Como consequência, muitos professores carecem de conhecimento sobre como contribuir de forma eficaz para esse desenvolvimento nos alunos. Logo, torna-se relevante discutir os cursos de formação de professores, tanto no que diz respeito à formação inicial quanto à formação continuada, especialmente aqueles cursos direcionados à elaboração de significados relativos ao RM e seus processos.

Os cursos devem proporcionar momentos de elaboração de significados e contribuir para o conhecimento especializado dos docentes, bem como sustentar e apoiar outros domínios de conhecimento, tais como o conhecimento sobre o RM e as maneiras de promovê-lo em sala de aula. Santana *et al.* (2019) apontam que, para que um curso possibilite momentos de desenvolvimento profissional, “é preciso que a formação proporcione um diálogo com a prática do professor na sala de aula, numa relação direta entre o conhecimento didático, a prática e o conhecimento curricular da matemática” (p. 12-13).

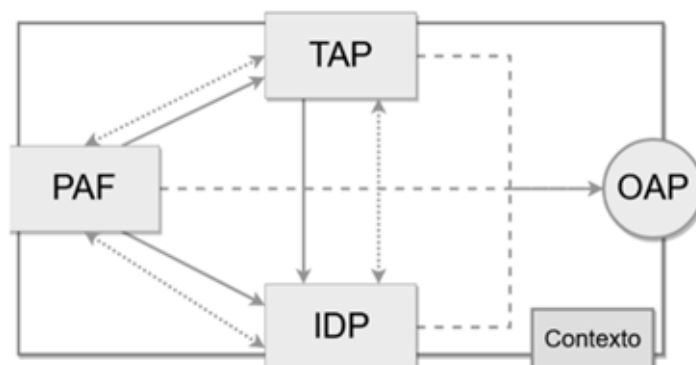
Na perspectiva de Ribeiro e Ponte (2020), tarefas destinadas à formação de professores podem contribuir para o desenvolvimento de seu conhecimento didático. Neste sentido, para garantir uma compreensão efetiva dos conceitos apresentados com um impacto significativo na formação e no desenvolvimento profissional dos professores, é necessário, também, desenvolver formas estruturadas de cursos e abordagens que promovam uma aprendizagem profissional pautada na prática docente. Essas abordagens devem estar centradas em experiências diretamente relacionadas com o ambiente de trabalho e a prática pedagógica dos educadores e se o objetivo é que os professores promovam o RM em sala de aula, devem ser proporcionadas oportunidades para analisar evidências desses processos durante a formação.

O *Professional Learning Opportunities for Teachers* ou Modelo PLOT (Ribeiro & Ponte, 2020) permite gerar oportunidades profissionais para professores em formação. O Modelo PLOT é caracterizado como

...um modelo teórico-metodológico para (i) organizar o design de processos formativos que objetivem promover aprendizagem aos professores e (ii) gerar oportunidades para os professores aprenderem durante processos formativos a partir de três domínios: (a) Papel e Ações do Formador (PAF), (b) Tarefas de Aprendizagem Profissional (TAP), e (c) Interações Discursivas entre os Participantes (IDP) (Ribeiro & Ponte, 2020, p. 2).

Assim, de acordo com o Modelo PLOT, o formador deve levar em consideração os três domínios, como ilustra o esquema da Figura 1 abaixo:

Figura 1: Modelo PLOT (*Professional Learning Opportunities for Teachers*)



Fonte: Ribeiro e Ponte (2020, p. 4)

Segundo Ribeiro e Ponte (2020), os domínios PAF, TAP e IDP do Modelo PLOT são interconectados para que ocorra um processo formativo interativo, que gerem Oportunidades de Aprendizagem Profissional (OAP): as Tarefas de Aprendizagem Profissional (TAP) são postas em ação através do Papel e Ações do Formador (PAF) a fim de registrar Interações Discursivas entre os Participantes (IDP) no processo formativo. A articulação desses domínios contribui para proporcionar OAP. Segundo Ferreira *et al.* (2022), “este modelo parte do princípio de que a aprendizagem do professor se situa em sua prática diária, na troca entre os pares e a partir de tarefas preparadas especificamente para sua formação” (p. 7).

Vale destacar que os dados empíricos que subsidiaram a elaboração dos oito princípios de design para a estruturação de Tarefas de Aprendizagem Profissional apresentados neste artigo são oriundos de cursos de formação de professores elaborados e desenvolvidos de acordo com o modelo PLOT (Ribeiro & Ponte, 2020). Embora esses autores definam e expliquem os três domínios, dado o número limitado de páginas e o objetivo deste artigo, abordamos somente o domínio das TAP. De acordo com Barboza *et al.* (2021, p. 7-8), “compreende-se que as TAP são instrumentos ou materiais planejados pelo formador, de maneira a possibilitar discussões e reflexões sobre os conhecimentos matemáticos e didáticos do professor”.

Diversas pesquisas têm destacado a importância do desenvolvimento das TAP em processos formativos para a construção do conhecimento docente e apontam-nas como um elemento crucial no processo de aprimoramento contínuo da prática pedagógica, promovendo uma reflexão profunda sobre as estratégias de ensino e a adaptação dessas estratégias às necessidades dos alunos. As TAP são desenvolvidas a partir de elementos provenientes da prática docente, conhecidos como registros de prática⁵ e o trabalho com as TAP deve ser conduzido de forma semelhante ao desenvolvimento de “uma aula de matemática na perspectiva do ensino baseado na investigação (em que os alunos trabalham com tarefas e se desenvolvem em três momentos: lançamento da tarefa, trabalho autônomo dos alunos e discussões com toda a turma)” (Trevisan *et al.*, 2020, p. 3).

Conhecimento docente para promover o raciocínio matemático

Com relação ao RM, é necessário proporcionar momentos de formação que englobem seus fundamentos básicos ao professor, o que inclui a sua estrutura e os seus processos. Além disso, a formação deve contemplar o desenvolvimento de habilidades que estejam relacionadas com o ensino, com o desenvolvimento do RM em relação às ações dos professores e com a capacidade de identificar tarefas potenciais para a promoção de determinados processos de RM nos alunos.

⁵ Os registros de prática podem ser compostos por resoluções escritas dos alunos, gravações de áudios e vídeos (os registros de prática usados nessa pesquisa são oriundos de um projeto de pesquisa mais amplo aprovado pelo Comitê de Ética sob o parecer nº 5.161.835).

Para isso, é necessário que o educador reflita sobre a forma como estabelece conexões com os significados subjacentes a cada processo. A reflexão, então, se torna algo a levar em consideração na prática docente, pois ela auxilia na manutenção da prática pedagógica, bem como na elaboração de ideias que estimulem e favoreçam o RM, tais como um cuidadoso planejamento das aulas e a seleção de tarefas que sejam propícias para a exploração de conceitos e que estejam intimamente relacionadas com o conhecimento prévio dos alunos. Essa reflexão se justifica pelo fato de que, segundo *Morais et al.* (2018), no RM, o aluno se engaja em um conjunto complexo de processos mentais, que resulta na descoberta de novas proposições (conhecimento novo) a partir de proposições já estabelecidas (conhecimento prévio).

Para que os entendimentos sejam consolidados de forma a obtermos uma melhor compreensão dos processos por parte dos professores e possam oferecer oportunidades para o docente exercer a tarefa de ensinar Matemática desenvolvendo o RM, é necessário que ele tenha muito mais – no âmbito do conhecimento – do que o domínio do conteúdo a ensinar. O conhecimento docente para promover o RM pode ser associado a quatro dimensões principais definidas por *Martins et al.* (2023): aspectos teóricos e metodológicos, aspectos curriculares, aspectos materiais e aspectos do contexto.

De acordo com *Santos et al.* (2022, p. 2), para que o professor consiga promover o RM em sua sala de aula, é necessário que ele tenha um conhecimento que envolva tanto a compreensão do RM quanto a capacidade de pôr em prática estratégias de ensino. No entanto, quando os professores considerarem maneiras de incentivar o desenvolvimento do RM em seus alunos, é essencial que identifiquem “(i) o potencial da tarefa, (ii) ações do professor facilitadoras e (iii) que conhecimento os seus estudantes já possuem sobre o assunto” (*Serazina, 2023, p. 284*).

Desta forma, quanto aos entendimentos dos processos de RM, *Rodrigues et al.* (2021) elaboraram estudos que analisaram o entendimento de professores com relação aos processos de RM e elencaram níveis de entendimento e compreensão. Tal estudo busca “descrever o conhecimento sobre os processos de raciocínio matemático de professores e futuros professores, no contexto de uma experiência de formação de futuros professores” (*Rodrigues et al., 2021, p. 3*), conforme consta na Tabela 1:

Tabela 1: Subcategorias para cada um dos processos de raciocínio

Categoria	Subcategorias
Conhecimento do processo de raciocínio.	5. O conhecimento do processo enquadra-se na definição apresentada, e inclui a sua relação com os outros processos de raciocínio. 4. O conhecimento do processo se encaixa na definição apresentada e é explicitamente delineado ao enunciar as propriedades do processo. 3. O conhecimento do processo se encaixa na definição apresentada e é explicitamente delineado por meio de exemplo(s) ilustrativo(s). 2. Reconhecer um processo de raciocínio, embora considerando apenas os processos “corretos”. 1. O conhecimento do processo assume o significado do termo na linguagem cotidiana. 0. O processo é confundido com outros processos.

Fonte: Rodrigues *et al.* (2021, p. 3)

Rodrigues *et al.* (2021) destacam elementos que descrevem as subcategorias da Tabela 1, a qual apresenta as categorias em ordem crescente de entendimento, sendo o nível 0 o mais baixo e o 5, o nível mais alto. As subcategorias dos níveis 0 a 2 não estão conectadas às demais, enquanto as subcategorias dos níveis 3 a 5 estão todas alinhadas com a definição dada, o que implica relações de inclusão. Dessa forma, o conhecimento da subcategoria de nível 4 abrange não apenas as propriedades específicas dos processos, mas, também, exemplos que ilustram esses processos abordados no nível anterior. Por outro lado, o conhecimento da subcategoria de nível 5, que é o mais elevado, envolve a compreensão das relações entre diversos processos de raciocínio, além de incluir as propriedades específicas dos processos de nível 4 e os exemplos ilustrativos do nível 3.

Destacamos que os dados empíricos oriundos dos cursos de formação para o RM que subsidiaram este estudo foram analisados a partir da tabela proposta por Rodrigues *et al.* (2021). Tal análise nos permitiu observar que, em alguns casos, os professores envolvidos nos cursos de formação não conseguiram avançar em seus entendimentos, atingindo, tão somente, as subcategorias mais elevadas da tabela 1, por causa de aspectos relacionado à elaboração ou a implementação das TAP, o que nos conduziu à elaboração dos oito princípios de design.

Percorso que deu origem aos princípios de design

Os princípios de design apresentados e discutidos no presente artigo são oriundos de um programa de pesquisa que vem ocorrendo ao longo dos últimos anos por meio da pesquisa, elaboração e desenvolvimento de processos formativos que visam contribuir para ampliar os entendimentos de professores que ensinam matemática sobre o raciocínio matemático, seus processos e as formas de promovê-lo em sala de aula.

Tais pesquisas são concebidas, estruturadas e desenvolvidas de acordo com a *Design-Based Research (DBR)* ou Investigação Baseada em Design (IBD) (Cobb *et al.*, 2016; Ponte *et al.*, 2016). A IBD apresenta uma natureza cíclica, que compreende fases de preparação, intervenção e análise retrospectiva (Cobb *et al.*, 2016), sendo que o conjunto destas três fases compreende um ciclo de design. A IBD assenta em dois objetivos: (1) desenvolver teorias locais e (2) projetar intervenções educativas (Gravemeijer, 2016).

De acordo com Gravemeijer (2016), as teorias desenvolvidas apresentam um âmbito limitado, uma vez que estão relacionadas a um domínio específico. São estudados de maneira iterativa e cumulativa, que permite desenvolver aprendizagens acerca do domínio específico que está sendo estudado, no caso da presente pesquisa, é a proposição de princípios de design para elaboração de Tarefas de Aprendizagem Profissional que contribuam para que os professores desenvolvam aprendizagens que lhes possibilitem proporcionar práticas de ensino em suas salas de aula que apoiem o RM de seus alunos.

Os dados que foram recolhidos no decorrer dessas pesquisas foram gerados durante os processos formativos e compreendem: (1) protocolos escritos, ou seja, as resoluções escritas das TAP realizadas pelos professores participantes dos processos formativos; e (2) gravações em áudio e vídeo das discussões ocorridas entre os professores e os formadores durante a realização das TAP. A partir desses dados recolhidos, efetuamos a análise dos dados em busca das aprendizagens profissionais que os processos formativos possibilitaram aos professores participantes e, ainda, categorizamos os entendimentos demonstrados por eles em relação aos processos de RM de acordo com a categorização proposta por Rodrigues *et al.* (2021, p. 3), que consta na Tabela 1.

Destacamos que, até o momento, foram realizados quatro processos formativos, conforme consta no Quadro 1, sendo que os dados que subsidiaram a elaboração dos princípios de design são oriundos do primeiro processo formativo. Entretanto, dada a natureza iterativa e cíclica da IBD, a análise desses dados possibilitou a introdução de melhorias nas TAP elaboradas nos demais processos formativos, o que também contribuiu para a elaboração dos princípios de design que apresentamos.

Quadro 1: Processos formativos realizados

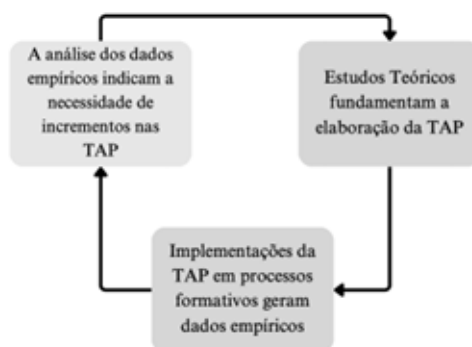
Processo Formativo 1-2022	Processo Formativo 2 - 2023	Processo Formativo 3-2024	Processo Formativo 4-2024
8 professores que ensinam matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental (formação continuada)	10 professores que ensinam matemática em diferentes níveis de escolaridade (formação continuada)	14 estudantes de um curso de Licenciatura em Matemática (formação inicial)	28 estudantes de um curso de Licenciatura em Pedagogia (formação inicial)

Foram realizadas e analisadas 3 TAP.	Foram realizadas 4 TAP (sendo 3 delas as mesmas do processo formativo 1).	Foram realizadas 5 TAP.	Foram realizadas 2 TAP.
--------------------------------------	---	-------------------------	-------------------------

Fonte: Os autores

Para além das evidências levantadas pelos dados empíricos, a elaboração dos princípios de design apresentados possui relevante articulação teórica. Portanto, os estudos teóricos que realizamos no decorrer desses anos foram fundamentais em dois aspectos: (1) permitiram-nos observar as fragilidades nas TAP que estruturamos e propusemos nos processos formativos (principalmente, em relação ao primeiro); e (2) permitiram-nos encontrar soluções teóricas que serviram como incremento na estruturação de outras TAP em um processo iterativo. Essas soluções teóricas auxiliaram a elaboração de teorias locais que possibilitam intervenções educativas fundamentadas, de acordo com a IBD (Gravemeijer, 2016) e como pode ser visto na figura 2:

Figura 2: Processo iterativo para a elaboração das TAP

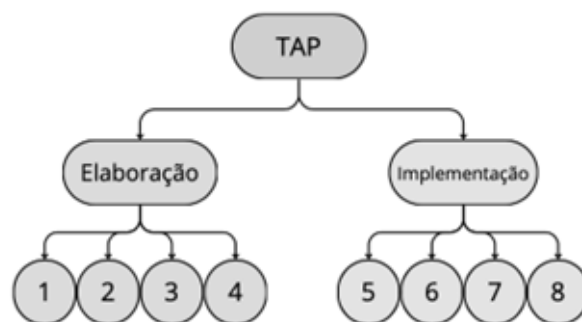


Fonte: Os autores

Assim, salientamos que a elaboração dos princípios de design que apresentamos na sequência do texto é decorrente dos resultados teóricos e empíricos obtidos por nós ao longo dos anos e têm potencial para fundamentar a estruturação de novas Tarefas de Aprendizagem Profissional que contribuam para a promoção do RM.

Princípios de design para elaboração de Tarefas de Aprendizagem Profissional tendo em vista a promoção do raciocínio matemático

Os princípios de design aqui sugeridos contemplam duas categorias: a elaboração e implementação das TAP, no que diz respeito às ações dos professores participantes do curso, bem como, às ações do professor formador e, ainda, sobre a própria TAP. Por isso, os princípios de design estão organizados em duas categorias, sendo uma a dos relacionados com a elaboração (princípios de 1 a 4), e outra a dos relacionados com a implementação (princípios de 5 a 8) das TAP, conforme mostra a Figura 3:

Figura 3: Categorias de princípios de design das TAP

Fonte: Os autores

A estruturação desses princípios levou em consideração, como já mencionado, além dos dados empíricos, a articulação de bases teóricas que fundamentam os estudos que realizamos ao longo dos anos. Por isso, ao final da descrição dos oito princípios, apresentamos um quadro que sintetiza os conhecimentos docentes que buscamos desenvolver nos professores em cada um dos princípios. Destacamos, ainda, que, para a elaboração da TAP, não é necessário que sejam satisfeitos todos estes princípios de design. Ou seja, para que uma TAP seja promissora na formação do conhecimento docente quanto ao RM, ela precisa incluir um ou mais princípios enunciados a seguir:

Com relação à elaboração das TAP:

Princípio 1 – A tarefa matemática utilizada nas TAP e a própria TAP devem ser pensadas, elaboradas e desenvolvidas seguindo a abordagem de ensino exploratório: Segundo Ponte (2005), a abordagem de ensino exploratória enfatiza o papel ativo dos alunos na construção do conhecimento matemático, proporcionando a investigação, a formulação de hipóteses e a argumentação:

A abordagem exploratória tem dois suportes principais. Um deles é a escolha de tarefas apropriadas, suscetíveis de promover a construção de conceitos, a formulação de conjecturas, generalizações e justificações. O outro é o estabelecimento de um ambiente de comunicação na sala de aula capaz de favorecer a participação e reflexão por parte dos alunos, com relevo para os momentos de discussão coletiva (Ponte et al., 2020, p. 10).

Aplicada ao contexto de Tarefas de Aprendizagem Profissional (TAP), essa abordagem exige que as tarefas matemáticas sejam planejadas de forma a estimular a reflexão, discussão e exploração por parte dos professores em formação. As TAP têm como objetivo proporcionar Oportunidades de Aprendizagem Profissional (OAP) em contextos coletivos de discussão entre professores e/ou futuros professores. Nessas ocasiões, são abordadas situações matemáticas e didáticas, aprimorando seus conhecimentos profissionais por meio da abordagem do ensino exploratório (Ribeiro & Ponte, 2019; Jardim et al., 2023).

Dessa forma, além dos alunos resolverem a tarefa elaborada de acordo com a abordagem de ensino exploratório (a partir dessa resolução podem compor registros de prática), é necessário que os professores também passem por esta vivência, pois muitos não conhecem essa abordagem de ensino. Nessa perspectiva, as sessões de formação devem também seguir uma abordagem exploratória e privilegiar “a exploração autônoma pelos professores e futuros professores de tarefas de formação” (Reason, 2022, p. 112), ou seja, das TAP. Assim, os professores experienciam o ensino exploratório ao mobilizarem seus conhecimentos profissionais durante a discussão de uma tarefa matemática no contexto de uma TAP (Ribeiro *et al.*, 2020; Aguiar *et al.*, 2021).

É responsabilidade do formador selecionar tarefas matemáticas que componham uma TAP estratégica e que garanta a discussão e a reflexão dos professores em formação, alinhada aos objetivos propostos pelo curso de formação. Nesse contexto, Martins *et al.* (2023) destacam que a tarefa matemática presente na TAP integra aspectos que se referem ao domínio sobre os diversos recursos disponíveis, com ênfase nas tarefas que potencializam o desenvolvimento do RM.

Princípio 2 – A tarefa matemática utilizada na TAP deve estar alinhada ao currículo do ensino e aprendizagem do aluno (Educação Básica) e apropriada ao nível de escolaridade correspondente ao nível de ensino do professor em formação: Para ampliar o conhecimento dos professores sobre os *Aspectos curriculares* (Martins *et al.*, 2023), é essencial que os tópicos abordados nas tarefas matemáticas estejam fundamentados no currículo, aspecto que é especialmente relevante para a percepção do professor em formação, pois, em muitos casos, oferece a primeira oportunidade de interação com tarefas exploratórias ligadas aos processos de RM, em contato com tópicos de diversas unidades temáticas. Segundo Serrazina *et al.* (2022, p. 52), “considerando que o desenvolvimento do raciocínio matemático (RM) é um objetivo curricular a trabalhar desde os primeiros anos de escolaridade, este tem de ser objeto de estudo na formação inicial de professores de todos os níveis de ensino.”

De maneira geral, os professores têm preocupação com a gestão do currículo e esta preocupação também deve estar presente ao selecionar uma tarefa matemática. Assim, considera-se que sua elaboração, adaptação ou escolha apresentam um papel relevante no processo formativo, já que oferecem aos professores em formação oportunidades para que pensem e discutam sobre a forma como a utilização dessas tarefas pode melhorar ou restringir as oportunidades dos alunos para aprender matemática (Silver *et al.*, 2007).

É importante considerar o conteúdo matemático presente na tarefa, o nível de escolarização dos alunos a que a tarefa se dirige e as oportunidades de aprendizagem matemática que se proporcionam. A tarefa deve traduzir as orientações curriculares, visando a compreensão do tópico matemático visado (Canavarro & Santos, 2012) e o desenvolvimento de processos de RM.

Por isso, a tarefa a ser utilizada na TAP precisa de permitir múltiplas estratégias de resolução e diferentes representações, para que ocorra a discussão e socialização entre os professores em formação a partir do debate sobre as diferentes possibilidades de resolução da tarefa matemática (Ferreira *et al.*, 2023) e os processos de RM promovidos na resolução. Além disso, é necessário evidenciar que “essas tarefas matemáticas, operacionalizadas, discutidas e refletidas em um processo formativo, podem servir de modelo para que os professores possam desenvolvê-las com seus alunos” (Ferreira *et al.*, 2023, p. 182).

Princípio 3 – As TAP devem conter registros de prática de alunos ao resolverem uma tarefa matemática (episódios de sala de aula): Ball *et al.* (2014), referem que os registros de prática são compostos por materiais oriundos da prática profissional do professor, tais como vídeos ou narrativas de episódios de aulas, produções dos alunos, análise de materiais didáticos etc., e constituem materiais fundamentais na elaboração de uma TAP. Os autores destacam que o trabalho com esses materiais pode proporcionar aos professores oportunidades de reflexão e de construção de conhecimento pedagógico, com base em experiências reais vivenciadas em sala de aula.

Ribeiro e Ponte (2020) destacam que, dentre outros componentes do modelo PLOT⁶, as tarefas matemáticas fazem parte da dimensão operacional da TAP, além de salientarem a importância de considerar as especificidades do conhecimento profissional do professor, para favorecer a aplicação efetiva desse conhecimento na elaboração e exploração de tarefas matemáticas propostas aos alunos.

Os registros de prática oriundos do desenvolvimento da tarefa com os alunos constituem um meio de destacar expectativas com relação ao ensino e aprendizagem matemática. Portanto, os registros de prática descrevem o envolvimento dos alunos com uma tarefa matemática, bem como as interações entre o professor, os alunos e a tarefa matemática (Silver *et al.*, 2007). Especialmente no que se refere aos aspectos contextuais (Martins *et al.*, 2023), os registros de prática contribuem para o conhecimento docente, pois eles estão relacionados com a identificação das especificidades do ambiente da sala de aula, como o conhecimento prévio dos alunos, que deve ser considerado durante o planejamento da tarefa.

Princípio 4 – Os registros de prática usados nas TAP precisam contemplar os processos de raciocínio matemático que se almeja serem compreendidos pelos professores em formação: Ponte *et al.* (2012, p. 375) apontam que é “necessário que os professores conheçam os processos de raciocínio dos seus alunos e reflitam sobre eles”. Assim, é fundamental que o professor em formação tenha a oportunidade de, ao analisar e refletir sobre as TAP, identificar os processos de RM mobilizados pelos alunos nos registros de prática, com base nos entendimentos essenciais (Lannin *et al.*, 2011) de cada processo de RM.

⁶ De acordo com Ribeiro e Ponte (2020), o Modelo PLOT pode ser organizado em duas dimensões, a dimensão operacional (a forma pela qual o modelo é utilizado) e a dimensão conceitual (estrutura e as bases teóricas).

Jeannotte e Kieran (2017), apontam que, frequentemente, os professores utilizam o termo “raciocínio matemático” sem, de fato, demonstrar uma compreensão clara do seu significado real. Portanto, para que os professores possam refletir sobre os aspectos do RM é necessário que “durante a sua formação, sejam confrontados com situações concretas que envolvam explicitamente o raciocínio matemático, experimentem diferentes estratégias e analisem diferentes situações, preferencialmente trabalhos realizados por alunos” (Vieira *et al.*, 2020, p. 14).

No contexto de tarefas matemáticas e registros escritos dos alunos, considerados como formas de registro de prática, o projeto Reason⁷ (2022) enfatiza, entre seus princípios gerais e específicos, que uma tarefa matemática deve incorporar pelo menos um dos princípios elaborados para mobilizar de forma eficaz os processos de RM pelos alunos. São eles:

1. Incluir questões que permitem uma variedade de estratégias de resolução;
2. Incluir questões que envolvem uma variedade de representações;
3. Incluir questões que incentivem e favoreçam a reflexão sobre os processos de raciocínio utilizados;
4. Incluir questões que incentivem a formulação de generalizações baseadas na observação de semelhanças e diferenças entre objetos para promover a generalização;
5. Incluir questões que incentivem a formulação de generalizações a partir do conhecimento prévio;
6. Incluir questões que incentivem a formulação de generalizações por transformação das condições da situação (Reason, 2022, p. 105).

Assim, ao participar de um ambiente de exploração, os alunos podem mobilizar processos de RM que os professores em formação conseguem identificar, o que cria oportunidades para que os professores reflitam tanto sobre as diversas estratégias de resolução que podem ser adotadas quanto sobre os diferentes modos de raciocínio demonstrados pelos alunos.

Com relação à implementação da TAP:

Princípio 5 – Os professores em formação devem começar por resolver a tarefa matemática incluída na TAP: Ponte (2005) afirma que a aprendizagem resulta tanto da execução da tarefa selecionada quanto da maneira como ela é conduzida. Nesse sentido, temos que salientar a importância da realização da tarefa matemática por parte dos professores participantes do curso de formação continuada, visando a discussão do seu potencial para a promoção do RM. Assim, os professores e futuros professores devem resolver as tarefas que pretendem propor aos alunos, considerando o nível de entendimento e as expectativas de desempenho deles para o ano ou ciclo de ensino correspondente e que “a tarefa a propor aos alunos deve ser realizada pelos professores na perspectiva dos alunos” (Reason, 2022, p. 113).

⁷ Raciocínio matemático e formação de professores (2019-2022), coordenado pelo Instituto de Educação da Universidade de Lisboa e envolvendo as Escolas Superiores de Educação de Lisboa e de Setúbal.

Neste contexto, o professor em formação é capaz de visualizar a resolução correta e antecipar os métodos de resolução que podem ser utilizados pelos alunos em sala de aula. A resolução e antecipação das resoluções da tarefa matemática contribuem para que os professores compreendam o conteúdo matemático abordado, aumentam a quantidade de estratégias previstas que os alunos podem usar e ajudam na antecipação dos questionamentos que podem ser feitos com a finalidade de melhorar a discussão das tarefas.

Nessa perspectiva, conseguimos entender que, ao antecipar as possíveis resoluções de uma tarefa matemática, os professores estão desenvolvendo o conhecimento docente relacionado aos aspectos teóricos e metodológicos (Martins et al., 2023), visto que, a partir dessa atividade, eles conseguem desempenhar ações que contribuam para a mobilização (Araman et al., 2019) e, conseqüentemente, o desenvolvimento dos processos de RM nos alunos.

Princípio 6 – A análise e a discussão dos registros de prática (episódios de aula) contidos nas TAP devem ser realizadas em duplas, trios ou pequenos grupos, em que as discussões sejam o ponto central: Contemplando as Interações Discursivas dos Participantes (IDP), destacamos a importância da realização das TAP em grupo, pois, no contexto das dimensões conceituais apresentadas por Ribeiro e Ponte (2020), as IDP contemplam os componentes das discussões matemáticas e didáticas, a argumentação e a justificação, enquanto a dimensão operacional contempla a linguagem mobilizada e a comunicação dialógica.

De acordo com Trevisan et al. (2023), na formação de professores, o papel do formador é atuar como mediador das discussões. Para cumprir essa função, é essencial que o professor saiba formular perguntas e ouvir atentamente. Perguntas apropriadas são um componente fundamental das discussões matemáticas e dependem tanto do conhecimento do professor ou formador quanto do engajamento dos alunos (Trevisan et al., 2023).

Canavarro e Santos (2012) destacam a importância das intervenções do formador a fim de garantir que ocorram discussões produtivas no âmbito da formação sem direcionar demais o trabalho dos pequenos grupos, de modo a não fornecer caminhos ou respostas que possam interferir no trabalho dos professores.

Princípio 7 – A intervenção do formador, no momento da discussão em pequeno grupo, deve ser pontual e conduzida em termos de privilegiar alguns pontos nos quais os grupos encontrem dificuldades: O formador intervém com o objetivo de ampliar o desenvolvimento do conhecimento matemático e didático dos participantes do curso, auxiliando na compreensão da resolução da tarefa matemática abordada na TAP.

Ponte (2014, p. 347) destaca que é responsabilidade do formador de professores enfrentar o desafio de “encontrar formas apropriadas para favorecer os processos naturais de desenvolvimento profissional do professor”. É fundamental que o formador promova a

discussão sobre a tarefa proposta e garanta que ela contribua para um desenvolvimento profissional efetivo, abordando e esclarecendo as dúvidas dos professores em formação. Um elemento a se destacar com relação ao papel do formador é o uso de estratégias de questionamento, em especial, o questionamento que conduz os professores em formação a justificar suas escolhas e explicar o porquê de suas respostas (Elliott et al., 2009). Elliot et al. (2009) propõem, ainda, um conjunto de práticas que podem ajudar o formador a orquestrar discussões matemáticas produtivas que incluem: “antecipar as respostas a uma tarefa matemática; monitorar as respostas durante a fase de exploração; selecioná-las e sequenciá-las para fomentar discussões com o grupo; e ajudar o grupo a fazer conexões entre elas para desenvolver ideias matemáticas” (Trevisan et al., 2023, p. 693).

Outro ponto a se destacar é a importância do feedback do formador, no sentido de “informar e orientar o pensamento dos participantes, encorajando-os a fazerem contribuições ‘alargadas’, ao invés de restritas e fragmentadas” (Trevisan et al., 2023, p. 694). Assim, o formador deve buscar compreender as possíveis questões dos professores em formação, utilizando-as como ponto de partida para uma discussão produtiva que promova efetivamente o desenvolvimento profissional desses docentes.

Princípio 8 – Para além do trabalho em pequeno grupo, deve haver um momento de discussão no grande grupo, onde se discutam as diferentes conclusões e, por fim, a sistematização: Assim como numa sala de aula, onde o professor “solicita informações dos alunos, seja por meio de questões diretas, ou por meio de explicações para o que fez tendo como objeto observar como os alunos estão pensando e qual a sua compreensão a respeito daquele tema” (Araman et al., 2019, p. 476), no contexto formativo, essa postura do professor se torna relevante para a discussão, reflexão e o desenvolvimento profissional dos professores em formação.

Elliott et al. (2009) apresentam algumas normas sociais que devem ser consideradas para uma discussão matemática, como o respeito mútuo, o compartilhamento de soluções e estratégias: “(i) o compartilhamento tem o propósito de estender e aprofundar o pensamento matemático; (ii) o compartilhamento consiste em explicações que enfatizam o significado das ideias matemáticas; (iii) as conexões matemáticas entre soluções, abordagens ou representações são exploradas” (Elliott et al., 2009, p. 369).

Assim, torna-se indispensável criar um momento de discussão entre todos os participantes da formação, essencial para a troca de ideias e a articulação de estratégias eficazes que possam abordar as especificidades e desafios únicos da TAP. Este diálogo permite não apenas identificar as particularidades envolvidas, mas, também, construir soluções que sejam cuidadosamente adaptadas às necessidades identificadas.

Dessa forma, o formador deve garantir que a discussão final contribua, efetivamente, para dirimir dúvidas em relação aos processos analisados, no sentido de esclarecer con-

ceitualmente os processos, evidenciar como eles se relacionam, a relevância da tarefa matemática e o papel do professor na realização da tarefa. É importante ressaltar, também, que é responsabilidade do formador realizar a sistematização dos conceitos desenvolvidos durante o processo formativo, no sentido de contribuir para que o professor em formação reflita sobre sua prática e que amplie “suas aprendizagens relacionadas com o raciocínio matemático e os modos de o promover na sala de aula” (Reason, 2022, p. 111).

Embora os princípios 7 e 8 tenham, como foco, o formador, consideramos que os professores em formação, ao vivenciarem essas práticas, poderão perceber como elas são relevantes para o avanço da aprendizagem matemática de seus alunos também.

Por fim, no quadro 3, sintetizamos as ideias e os percursos teóricos que consideramos ao elaborarmos os oito princípios de design que orientam a construção de Tarefas de Aprendizagem Profissional (TAP), e que contribuem para a compreensão dos professores sobre o RM, seus processos e as maneiras de promovê-lo em sala de aula.

Quadro 3: Princípios de design para a construção e realização das TAP

TAP	Princípios	Conhecimentos docente a serem desenvolvidos por meio das TAP
E L A B O R A Ç Ã O	Princípio 1 – A tarefa matemática utilizada nas TAP e a própria TAP devem ser pensadas, elaboradas e desenvolvidas seguindo a abordagem de ensino exploratória.	- Conhecimentos relacionados à abordagem de ensino exploratório por meio da vivência de suas etapas. - Conhecimento da relevância da escolha e da aplicação da tarefa para o desenvolvimento do RM.
	Princípio 2 – A tarefa matemática utilizada na TAP deve estar alinhada ao currículo norteador do ensino e aprendizagem do aluno (Educação Básica) e apropriada ao nível de escolaridade correspondente ao nível de ensino do professor em formação.	- Conhecimento de que o desenvolvimento do RM é um objetivo curricular. - Conhecimento acerca da gestão curricular e da adequação das tarefas matemáticas às orientações curriculares vigentes.
	Princípio 3 – As TAP devem conter registros de prática de alunos ao resolverem uma tarefa matemática (episódios de sala de aula).	- Conhecimentos didáticos baseados em vivências reais de sala de aula. - Conhecimento de que o ambiente da sala de aula, os conhecimentos prévios dos alunos e outros fatores devem ser levados em consideração.
	Princípio 4 – Os registros de prática usados nas TAP precisam contemplar os processos de Raciocínio Matemático que se almeja serem compreendidos pelos professores em formação.	- Compreensão de RM e de seus processos. - Conhecimento acerca dos processos de RM e de como identificá-los nas resoluções das tarefas feitas pelos alunos. - Reflexão sobre as estratégias de resolução e dos processos de RM mobilizados pelos alunos e de como podem contribuir para a aprendizagem matemática.

I M P L M E N T A Ç Ã O	Princípio 5 – Os professores em formação devem começar por resolver a tarefa matemática incluída na TAP.	- Conhecimento do conteúdo matemático presente na tarefa. - Conhecimento das possíveis estratégias de resolução da tarefa que os alunos podem desenvolver. - Conhecimento sobre as ações que podem ser realizadas pelos professores para apoiar o RM dos alunos.
	Princípio 6 – A análise e a discussão dos registros de prática (episódios de aula) contidos nas TAP devem ser realizadas em duplas, trios ou pequenos grupos, em que as discussões sejam o ponto central.	- Conhecimento da importância que as discussões matemáticas entre alunos e com o professor têm para o desenvolvimento da capacidade de argumentação matemática e, consequentemente, para o desenvolvimento do RM.
	Princípio 7–A intervenção do formador, no momento da discussão em pequeno grupo, deve ser pontual e conduzida em termos de privilegiar alguns pontos nos quais os grupos encontrem dificuldades.	- Conhecimento de como orquestrar discussões matemáticas produtivas e de como elas contribuem para a aprendizagem matemática. - Conhecimento da importância de antecipar as possíveis resoluções de uma tarefa, de selecionar e sequenciar essas resoluções para promover discussões matemáticas com a turma.
	Princípio 8 – Para além do trabalho em pequenos grupos, deve haver um momento de discussão no grande grupo, onde se discutam as diferentes conclusões e, por fim, a sistematização.	- Conhecimento acerca da relevância da sistematização das conclusões oriundas das resoluções dos alunos e de que esta etapa é responsabilidade do professor. - Conhecimento de que a discussão final e a sistematização devem dirimir questões, contribuindo para esclarecer conceitualmente os alunos.

Fonte: Os autores

CONCLUSÃO

Como objetivo deste artigo, propomo-nos a elaborar um conjunto de princípios de design para elaboração e implementação de TAP que, em nossa perspectiva, podem contribuir para futuros contextos formativos que visam desenvolver o conhecimento de professores sobre o RM, seus processos e como promovê-lo em sala de aula. Com base nos dados e na literatura estudada, elaboramos 8 princípios de design referentes à elaboração e à implementação das TAP.

Com relação aos princípios que fundamentam a elaboração da TAP, o objetivo é que eles contribuam para a proposta de tarefas que fomentem as discussões entre os professores em formação, de modo a incentivar uma participação ativa no processo formativo. Esse envolvimento inclui levantar hipóteses, testar ideias e debater diferentes perspectivas. Espera-se que a TAP seja aplicada em contextos colaborativos, nos quais os professores compartilhem ideias e aprendam uns com os outros, com base na tarefa matemática e nos

conceitos que a sustentam Destaca-se que esses processos devem estar alinhados ao desenvolvimento de conceitos relacionados aos processos de RM.

Os princípios relacionados à realização da TAP dizem respeito às interações entre os envolvidos e entre eles e a tarefa matemática. Consideramos que a etapa da resolução da tarefa matemática é essencial para que os professores a vivenciem do ponto de vista do aluno, experimentando as dificuldades, estratégias e caminhos que poderão surgir em sala de aula. A etapa os ajuda, também, a compreender melhor o papel da tarefa no ensino e na aprendizagem. As discussões em pequenos ou grandes grupos favorecem uma troca rica de ideias, permitindo que os professores confrontem diferentes interpretações e experiências. Esse momento coletivo possibilita o compartilhamento de diferentes conclusões, o que possibilita uma aprendizagem mais ampla. Por fim, a sistematização destaca os conceitos centrais e os resultados das discussões, o que estabelece uma ponte entre a formação em RM e a sua promoção em sala de aula.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao CNPq pelo apoio na realização dessa pesquisa.

REFERÊNCIAS

- Aguiar, M., Dona, E. G., Jardim, V. B. F. & Ribeiro, A. J. (2021). Learning opportunities experienced by mathematics teachers: unveiling actions and role of the teacher educator during a formative process. *Revista Acta Scientiae*, 23, 112-140.
- Araman, E. M. O. & Serrazina, M. L. (2020). Processos de raciocínio matemático na resolução de tarefas exploratórias no 3º ano de escolaridade. *Revista Paranaense de Educação Matemática*, Campo Mourão, 9(18), 118 – 136.
- Araman, E. M. O., Serrazina, M. L. & Ponte, J. P. (2019). “Eu perguntei se o cinco não tem metade”: ações de uma professora dos primeiros anos que apoiam o raciocínio matemático. *Educação Matemática Pesquisa*, 21(2), 466-490.
- Araman, E. M. O, Correa, L. N., Barros, K. L. G. & Serrazina, M. L. (2023). Quando nós tiramos 1, temos que pôr 1: ações que apoiam o raciocínio matemático desempenhadas por uma professora ao discutir uma tarefa de adição. *Educação Matemática Pesquisa*, 25, 99-121.
- Ball, D. L., Thames, M. H. & Phelps, G. (2008). Content Knowledge for Teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, Thousand Oaks, 59, 389-407.
- Ball, D. L., Ben-Peretz, M. & Cohen, R. B. (2014). Records of practice and the development of collective professional knowledge. *British Journal of Educational Studies*, 62(3), 317-335.

- Barboza, L. C. S., Pazuch, V. & Ribeiro, A. J. (2021). Tarefas para a aprendizagem de professores que ensinam matemática nos anos iniciais. *Zetetiké*, Campinas, 29, 1-25. DOI: 10.20396/zet.v29i00.8656716.
- Brasil. (2018). Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília.
- Brodie, K. (2010). *Teaching mathematical reasoning in secondary school classrooms*. New York, NY: Springer.
- Canavarro, A. P., & Santos, L. (2012). Explorar tarefas matemáticas. In A. P. Canavarro, L. Santos, A. Boavida, H. Oliveira, L. Menezes & S. Carreira (Eds.), *Investigação em Educação Matemática–Práticas de ensino da Matemática*, 99-104.
- Cobb, P., Jackson, K. & Dunlap, C. (2016). Design research: An analysis and critique. In: English, L. & Kirshner, D. (Org.). *Handbook of international research in mathematics education*. New York: Routledge, 481-503.
- Correa, L. N., Araman, E. M. O. & Serrazina, M. L. (2024). Níveis de compreensão sobre processos de raciocínio matemático manifestados por professoras dos anos iniciais do ensino fundamental ao discutirem uma tarefa de aprendizagem profissional. *Revista de Produtos Educacionais e Pesquisa em Ensino*, 8, 1263-1286.
- Elliott, R., Kazeml, E., Lesseig, K., Mumme, J., Carroll, C. & Kelley-Petersen, M. (2009). Conceptualizing the work of leading mathematical tasks in professional development. *Journal of Teacher Education*, East Lansing, 60(4), 364-379.
- Ferreira, M. C. N., Silva, V. A., Gonçalves, M. M. & Ribeiro, A. J. (2023). Tarefas de aprendizagem profissional na formação de professores de matemática. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, [S. l.], 26(2), 176–200. DOI: 10.12802/relime.23.2622.
- Gravemeijer, K. (2016). Design research como modo de inovação curricular. *Quadrante*, 25(2), 7–23. Disponível em: <https://doi.org/10.48489/quadrante.22935>.
- Gross, G. F. S., Trevisan, A. L. & Araman, E. M. O. (2024). Raciocínio matemático e as oportunidades de aprendizagem profissional do professor que ensina matemática: as ações do formador. *EduSer*, 16, p. 1-18.
- Gross, G. F. S., Trevisan, A. L., Araman, E. M. O & Trevisolli, R. F. L. (2023). Uma proposta para elaboração e análise de tarefas de aprendizagem profissional. *Perspectivas da Educação Matemática*, 16, 1-21.
- Henriques, A. Tarefas de formação (Introdução). (2022). In: Mendes, F., Delgado, C., Henriques, A. & Mata-Pereira, J. *Brochuras REASON – Raciocínio Matemático nos 1º e 2º ciclos: Guia do Formador*. Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, 1-3.
- Jardim, V. B. F., Aguiar, M. & Ribeiro, A. J. (2023). O uso de Tarefas de Aprendizagem Profissional para o ensino da estrutura algébrica de Grupos na Licenciatura em Matemática.

- Perspectivas da Educação Matemática*, Campo Grande, 16(42), 1–21. Disponível em: <https://doi.org/10.46312/pem.v16i42.17932>.
- Jeannotte, D. & Kieran, C. (2017). A conceptual model of mathematical reasoning for school mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 96(1), 1-16.
- Lannin, J., Ellis, A. B. & Elliot, R. (2011). Developing essential understanding of mathematics reasoning for teaching mathematics in prekindergarten-grade 8. Reston, VA: *National Council of Teachers of Mathematics*.
- Martins, M. A., Henriques, A. C. C. B. & Caetano, J. J. (2023). Conhecimento de Professores para Promover o Raciocínio Matemático: uma experiência de formação continuada. *BOLEMA: Boletim de Educação Matemática*, 37(77), 1126–1146.
- Mata-Pereira, J. & Ponte, J. P. (2018). Promover o Raciocínio Matemático dos Alunos: uma investigação baseada em design. *BOLEMA: Boletim de Educação Matemática*, Rio Claro, 32(62), 781–801.
- Morais, C., Serrazina, L. & Ponte, J. P. (2018). Mathematical Reasoning Fostered by (Fostered) Transformations of Rational Number Representations. *Acta Scientiae*, Canoas (RS), 20(4), 552-570.
- Ponte, J. P. (2005). Gestão curricular em Matemática. (2005). In GTI (Ed.), *O professor e o desenvolvimento curricular*. Lisboa: APM, 11-34.
- Ponte, J. P. (org). (2022). *Projeto REASON: Raciocínio Matemático e Formação de Professores*. Instituto de Educação da Universidade de Lisboa.
- Ponte, J. P., Mata-Pereira, J. & Quaresma, M. (2013). Ações do professor na condução de discussões matemáticas. *Quadrante*, 22(2), 55-81.
- Ponte, J. P., Mata-Pereira, J. & Henriques, A. (2012). O raciocínio matemático nos alunos do ensino básico e do ensino superior. *Praxis Educativa*, 7(02), 355-377.
- Ponte, J. P., Carvalho, R., Mata-Pereira, J. & Quaresma, M. (2016). Investigação baseada em design para compreender e melhorar as práticas educativas. *Quadrante*, 25(2), 77-98.
- Ponte, J. P. (2012). Estudiando el conocimiento y el desarrollo profesional del profesorado de matemáticas. In N. Planas (Ed.), *Teoría, crítica y práctica de la educación matemática*, Graó, 83-98. Barcelona.
- Ponte, J. P., Mata-Pereira, J. & Henriques, A. (2012). O raciocínio matemático nos alunos do ensino básico e do ensino superior. *Práxis Educativa*, Ponta Grossa, 7(2), 355-377.
- Ponte, J. P. (2014). Formação do professor de Matemática: Perspectivas atuais. In: Ponte, J. P. (ed.). *Práticas profissionais dos professores de Matemática*. Lisboa: Universidade de Lisboa, 343-358.
- Ponte, J. P., Mata-Pereira, J. & Quaresma, M. (2013). Ações do professor na condução de

- discussões matemáticas. *Quadrante*, Lisboa, 22(2), 55-81.
- Ponte, J. P., Quaresma, M. & MataPereira, J. (2020). Como desenvolver o raciocínio matemático na sala de aula? *Educação e Matemática*, 2(156), 1-11.
- Ribeiro, A. J., Aguiar, M. & Trevisan, A. L. (2020). Oportunidades de aprendizagem vivenciadas por professores ao discutir coletivamente uma aula sobre padrões e regularidades. *Quadrante*, Lisboa, 29(2), 104-128. Disponível em: <https://doi.org/10.48489/quadrante.23010>.
- Ribeiro, A. J. & Ponte, J. P. (2019). Professional learning opportunities in a practice-based teacher education programme about the concept of function. *Acta Scientiae*, 21(2), 49-74.
- Ribeiro, A. J. & Ponte, J. P. (2020). Um modelo teórico para organizar e compreender as oportunidades de aprendizagem de professores para ensinar matemática. *Zetetiké*, Campinas, 28, 01-20.
- Rodrigues, M., Brunheira, L. & Serrazina, L. (2021). A framework for prospective primary teachers' knowledge of mathematical reasoning processes. *International Journal of Educational Research*, 107, 101750- 101761. <https://doi.org/10.1016/j.ijer.2021.101750>
- Santana, E., Serrazina, L. & Nunes, C. (2019). Contribuições de um processo formativo para o desenvolvimento profissional dos professores envolvidos. *RELIME*, Ciudad de México, 22(1), 11-38.
- Santos, L., Mata-Pereira, J., Ponte, J. P. & Oliveira, H. (2022). Teachers' understanding of generalizing and justifying in a professional development course. *Eurasia Journal of Mathematics Science and Technology Education*, 18(1), em2067.
- Serrazina, L. (2017). Planificação do ensino e aprendizagem da Matemática. In: GTI (Ed.). *A Prática dos professores: Planificação e discussão coletiva na sala de aula*. Lisboa: Associação de Professores de Matemática, 1-31.
- Serrazina, M. L., Rodrigues, M. & Mendes, F. (2022). Desenvolvimento do raciocínio matemático na formação inicial de professores do 1.º ciclo do ensino básico. In: *Raciocínio matemático e formação de professores*, 51-81.
- Silver, E. A., Clark, L. M., Ghouseini, H. N., Charalambous, C. Y. & Sealy, J. T. (2007). Where is the mathematics? Examining teachers' mathematical learning opportunities in practice-based professional learning tasks. *Journal of Mathematics Teacher Education*, Dordrecht, 10(4-6), 261-277. Disponível em: <https://doi.org/10.1007/s10857-007-9039-7>.
- Trevisan, A. L., Silva, D. I. B., Silva, J. M. P. & Ribeiro, A. J. (2023). Oportunizando Aprendizagens Profissionais a Professores: interações discursivas em um processo formativo. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, Rio Claro, 37, (76), 688-708. Disponível em: <https://doi.org/10.1590/1980-4415v37n76a15>.

Vieira, W., Rodrigues, M. & Serrazina, L. (2020). O conhecimento de futuros professores sobre os processos de raciocínio matemático antes e depois de uma experiência de formação. *Quadrante*, 29(1), 8-35. Disponível em <https://quadrante.apm.pt/index.php/quadrante/article/view/564>

Apéndice - Información sobre el artículo

Historico editorial

Submetido: 24 de Enero de 2025.

Aprobado: 23 de Julio de 2025.

Publicado: 5 de Septiembre de 2025.

Como Citar — APA

Araman, E. M. de O., Corrêa, L. do N., Serrazina, M. de L., & Ponte, J. P. da. (2025). Tarefas de Aprendizagem Profissional para o Raciocínio Matemático: Princípios de Design. *PARADIGMA*, XLVI(Edición Temática 1), e2025009. <https://doi.org/10.37618/PARADIGMA.1011-2251.2025.e2025009.id1715>.

Como Citar — ABNT

ARAMAN, Eliane Maria de Oliveira; CORRÊA, Lucas do Nascimento; SERRAZINA, Maria de Lurdes; PONTE, João Pedro da. Tarefas de Aprendizagem Profissional para o Raciocínio Matemático: Princípios de Design. *PARADIGMA*, Maracay, v. XLVI, Edición Temática 1, e2025009, Sep., 2025. <https://doi.org/10.37618/PARADIGMA.1011-2251.2025.e2025009.id1715>.

Conflicto de intereses

Nada que declarar.

Declaración de disponibilidad de datos

Todos los datos han sido presentados/generados en este artículo.

Derechos autorales

Los derechos de autor pertenecen a los autores, que conceden a revista **Paradigma** los derechos exclusivos de primera publicación. Los autores no serán remunerados por la publicación de sus artículos en esta revista. Los autores están autorizados a celebrar contratos adicionales por separado, para la distribución no exclusiva de la versión del artículo publicado en esta revista (por ejemplo, publicación en un repositorio institucional, en un sitio web personal, publicación de una traducción o como capítulo de un libro), con reconocimiento de autoría y primera publicación en esta revista. Los editores de la revista **Paradigma** tienen derecho a realizar ajustes textuales y adecuación normativas en este artículo.

Acceso libre

Este artículo es de acceso abierto (**Open Access**) y sin gastos de envío ni de procesamiento del artículo (**Article Processing Charges - APCs**). El acceso abierto es un amplio movimiento internacional que pretende proporcionar acceso en línea libre y gratuito a la información académica, como publicaciones y datos. Una publicación se define como de acceso abierto cuando no existen barreras financieras, legales o técnicas para acceder a ella; en otras palabras, cuando cualquiera puede leerla, descargarla, copiarla, distribuirla, imprimirla, investigarla o utilizarla en la educación o de cualquier otra forma dentro de los acuerdos legales.



Licencia de uso

Este artículo es licenciado con **Creative Commons Atribución-NoComercial-SinDerivadas 4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0)**. Esta licencia le permite compartir, copiar y redistribuir el artículo en cualquier medio o formato. La licencia no permite utilizar el material con fines comerciales ni adaptarlo, remezclarlo o transformarlo.



Comprobación de similitud

Este artículo fue sometido a una comprobación de similitud utilizando el software de detección de texto **iThenticate** de Turnitin, a través del servicio de **Similarity Check** de la Crossref.



Proceso de evaluación

Revisión por pares a doble ciego (**Double blind peer review**).

Editor

Fredy E. González

Editoras convidadas

Ettiène Cordeiro Guérios

Edvoneite Souza de Alencar

Martha Cecilia Mosquera Urrutia

Publisher

Este artículo ha sido publicado en la revista **Paradigma** vinculada al Centro de Investigaciones Educativas Paradigma (CIEP) del Departamento del Componente Docente de la **Universidad Pedagógica Experimental Libertador** (Núcleo Maracay). La revista **Paradigma** publica artículos de carácter técnico-científico, derivados de estudios e investigaciones que sirvan de apoyo al desarrollo del conocimiento educativo, propiciando el diálogo entre los diferentes campos de la educación. Las ideas expresadas en este artículo son de los autores y no representan necesariamente la opinión del consejo editorial o de la universidad. En Brasil, la revista **Paradigma** obtuvo la calificación **Qualis A1** en la **Evaluación CAPES (2017-2020)**.

