

Novas Perspectivas para a Formação de Professores que Ensinam Matemática: Contribuições da Filosofia Wittgensteiniana

Paulo Vilhena da Silva¹   Daniana de Costa²  
Marlon Augusto das Chagas Barros³  

Resumo

Neste artigo apresentamos novas perspectivas para a formação do professor que ensina Matemática, discutindo as contribuições do segundo pensamento filosófico de Wittgenstein à Educação Matemática e relacionando algumas de suas ideias a Teoria do Conhecimento Pedagógico do Conteúdo de Shulman, com o objetivo de projetar perspectivas para a formação docente do ponto de vista de natureza linguística de inspiração wittgensteiniana. Para tanto, realizamos um ensaio teórico-filosófico, vislumbrando os benefícios das relações entre os dois campos de estudo mencionados. Ao nosso ver, tal estudo se mostra relevante, na medida em que as ideias wittgensteinianas podem oferecer novas maneiras de ver as habilidades sobre o conhecimento do conteúdo, o conhecimento pedagógico do conteúdo, além do conhecimento curricular do conteúdo, importantes para a formação docente. Concluímos que os conceitos wittgensteinianos de jogo de linguagem, treinamento, ver-come, seguir regras, além da sua concepção sobre a natureza do conhecimento matemático, podem enriquecer a formação do professor que ensina Matemática, por permitir ao docente mobilizar conhecimentos relacionados tanto ao conteúdo matemático quanto ao seu ensino, servindo como reflexão para sua prática em sala de aula.

Palavras-chave: Formação de Professores, Matemática, Filosofia da linguagem, Conhecimento pedagógico do conteúdo, Wittgenstein.

New Perspectives For The Training of Teachers Who Teach Mathematics: contributions from wittgensteinian philosophy

Abstract

In this article, we seek to present new perspectives for the training of teachers who teach Mathematics, discussing the contributions of Wittgenstein's second philosophical thought to Mathematics Education, and relating some of his ideas to Shulman's Theory of Pedagogical Content Knowledge, with the aim of projecting perspectives for teacher training from a linguistic point of view inspired by Wittgenstein. To this end, we conducted a theoretical-philosophical essay, envisioning the benefits of the relationships between the two fields of study mentioned. In our view, such a study is relevant, to the extent that wittgensteinian ideas can offer new ways of seeing skills regarding content knowledge, pedagogical content knowledge, and curricular content knowledge, which are important for teacher training. We conclude that Wittgenstein's concepts of language game, training, seeing-as, following rules, in addition to his conception of the nature of mathematical knowledge, can enrich the training of teachers who teach Mathematics, by allowing the teacher to mobilize knowledge related to both mathematical content and its teaching, serving as a reflection for their practice in the classroom.

Keywords: Teacher Training, Mathematics, Philosophy of language, Pedagogical content knowledge, Wittgenstein.

¹ Universidade Federal do Pará (UFPA), Brasil. E-mail: pvilhena@ufpa.br

² Universidade Federal do Pará (UFPA), Brasil. E-mail: danianacosta@ufpa.br

³ Universidade Federal do Pará (UFPA), Brasil. E-mail: marlonbarros009@gmail.com

Nuevas Perspectivas Para la Formación de Profesores que Enseñan Matemáticas: contribuciones de la filosofía wittgensteiniana

Resumen

En este artículo, buscamos presentar nuevas perspectivas para la formación del profesorado que enseña Matemáticas, discutiendo las contribuciones de la segunda filosofía de Wittgenstein a la Educación Matemática, y relacionando algunas de sus ideas con la Teoría del Conocimiento Pedagógico del Contenido de Shulman, con el objetivo de proyectar perspectivas para la formación docente desde el punto de vista de la naturaleza lingüística de inspiración wittgensteiniana. Para ello, realizamos un ensayo teórico-filosófico, visualizando los beneficios de las relaciones entre los dos campos de estudio mencionados. En nuestra opinión, dicho estudio resulta relevante, en la medida en que las ideas wittgensteinianas pueden ofrecer nuevas formas de ver las habilidades relacionadas con el conocimiento del contenido, el conocimiento pedagógico del contenido, así como el conocimiento curricular del contenido, aspectos importantes para la formación docente. Concluimos que los conceptos wittgensteinianos de juego de lenguaje, entrenamiento, ver-cómo, seguir reglas, además de su concepción sobre la naturaleza del conocimiento matemático, pueden enriquecer la formación del profesorado que enseña matemáticas al permitir al docente movilizar conocimientos relacionados tanto con el contenido matemático como con su enseñanza, sirviendo como reflexión para su práctica en el aula.

Palabras clave: Formación de Profesores, Matemáticas, Filosofía del Lenguaje, Conocimiento Pedagógico del Contenido, Wittgenstein.

INTRODUÇÃO

Em que a filosofia poderia contribuir para a formação de professores que ensinam Matemática? Partindo do pressuposto que a ação docente está fundamentada em acepções teórico-filosóficas, então considera-se pertinente voltar o pensamento para a filosofia, pois ela, em sentido amplo e análogo ao que Bicudo (2009, p. 31) menciona em relação à Filosofia da Educação Matemática, nos permite “um movimento de ‘voltar sobre’ o que se está fazendo (a ser feito ou mesmo já feito)”. E, nesse contexto, trata-se, pois, de voltar-se sobre – refletir – sobre a ação docente, o que incorre em pensar a formação de professores, particularmente a formação de professores que ensinam Matemática.

É com base em pressupostos filosóficos do segundo pensamento do austríaco Ludwig Wittgenstein⁴ (1889–1951) que pretendemos lançar luz em aspectos concernentes à formação de professores que ensinam Matemática, com o objetivo de projetar perspectivas para a formação docente do ponto de vista de natureza lingüística de inspiração wittgensteiniana. Entendemos que o segundo pensamento filosófico de Wittgenstein pode contribuir para a formação de professores que ensinam Matemática, pois nesse viés filosófico não se considera a linguagem apenas como um instrumento secundário para a concepção do conhecimento – como se fosse apenas utilizada para comunicá-lo e para descrever as coisas –, ao contrário, o conhecimento se dá na linguagem e pela linguagem (Mulinari, 2016).

⁴ Há um debate entre os estudiosos da filosofia de Wittgenstein a respeito da ruptura ou continuidade de suas ideias em relação ao *Tractatus* e às *Investigações*. De todo modo, convencionou-se dizer que o filósofo tem duas filosofias ou, ainda, que temos dois “Wittgensteins”: o primeiro, cujas ideias estão presentes no *Tractatus* e o segundo indicando as ideias nas *Investigações*.

Tal estudo é fruto das investigações do Grupo de Estudos em Linguagem Matemática⁵, da Universidade Federal do Pará (GELIM/UFGPA), o qual desenvolve pesquisas sobre o ensino e o aprendizado em Matemática, em diversos níveis, tendo as ideias wittgensteinianas como principal fundamento para estudos. A filosofia wittgensteiniana, manifestada nas *Investigações Filosóficas*, é tão importante que configurou uma segunda virada linguística com desdobramentos, inclusive no campo educacional (Gottschalk, 2020). Isso porque, segundo Dummett (1993), uma primeira virada linguística⁶(século XX) pode ser considerada como decorrente das discussões acerca da lógica e das sentenças de conteúdo proposicional, com base em escritos de Gottlob Frege e Bertrand Russell, por exemplo. Entretanto, como há uma certa ambiguidade quanto ao momento no qual ela ocorreu, o autor aponta o *Tractatus Logico-Philosophicus*, que reflete o primeiro pensamento de Wittgenstein, como desencadeador de uma primeira virada linguística.

No âmbito da formação de professores, no presente escrito, considerando a relevância dos estudos sobre os saberes docentes para reflexões sobre a formação docente (Tardif, 2017), focamos a nossa atenção no conhecimento pedagógico do conteúdo do americano Lee Shulman (1938–2024). Os estudos de Shulman são de fundamental importância, pois ele, como precursor de um cenário que configura a emergência de discussões sobre os conhecimentos necessários para a formação docente, ainda na década de 1980, tece discussões que apontam para a necessidade de conhecimentos (do conteúdo, curricular do conteúdo e pedagógico do conteúdo) que vão além do conhecimento da Matemática (Shulman, 1986).

O presente escrito trata-se de uma um ensaio teórico-filosófico. Segundo Meneghetti (2011), os ensaios se tornaram uma ferramenta importante na criação de conhecimento, promovendo a reflexão e a interdisciplinaridade, principalmente nas Ciências Humanas e Sociais. Nosso estudo se fundamenta, principalmente, pelo segundo pensamento filosófico de Wittgenstein e de seus comentadores, tais como, Arley Moreno e Johann Glock; dos estudiosos de sua filosofia, como Cristiane Gottschalk e Marisa Silveira. No que tange à formação de professores, nos pautamos primordialmente nos escritos de Lee Shulman (1986; 1987; 2004).

Para dar início a reflexão proposta neste artigo, na seção inicial abordamos o que envolve o segundo pensamento wittgensteiniano, o qual, por sua vez, inspira investigações no campo da Educação Matemática. Além disso, explicitamos sobre conceitos-chave da filosofia de Wittgenstein, incluindo o *ver-cómo*, o *seguir regras* e o *treino*, que nos ajudam a fundamentar nossas reflexões sobre a formação de professores que ensinam Matemática. Subsequentemente, é explicitado sobre o conhecimento pedagógico do conteúdo conso-

⁵ Repositório de informações e produções do GELIM: <https://gelimufpa.blogspot.com/>.

⁶ Também conhecido como giro linguístico, é um movimento filosófico que enfatiza a importância da linguagem na compreensão do mundo, cujo foco se dá nas relações entre os sujeitos, a linguagem e o mundo.

ante a Shulman e, na seção final, são apresentadas as reflexões que projetam perspectivas wittgensteinianas que poderão contribuir para a formação de professores que ensinam Matemática, tendo como base a abordagem teórica de Shulman e os conceitos de Wittgenstein mencionados.

| CONTRIBUIÇÕES DE WITTGENSTEIN À EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

O que é o significado de uma palavra? Ao tomar como base a corrente filosófica essencialista platônica, o significado de uma palavra seria a essência do objeto a que a palavra se refere e que está localizado no mundo inteligível. Já para a filosofia aristotélica, por exemplo, o significado de uma palavra seria uma imagem de algo que existe no mundo empírico. Assim, tendo em vista essas correntes filosóficas da antiguidade grega, os significados das palavras estariam relacionados à existência de algo presente em uma realidade inteligível ou metafísica (Silva, 2018).

A ideia de que o significado das palavras é algo existente em alguma realidade acabou se perpetuando no decorrer do tempo. A título de exemplo, o filósofo da Patrística, Agostinho (354 d.C-430 d.C), sustentava que cada palavra na linguagem possui um significado, o qual corresponderia a um objeto no mundo. Tal forma de pensar a relação linguagem e mundo é denominada concepção referencial da linguagem (Mulinari, 2016).

Essa concepção, com suas variações, se alastrou por toda a filosofia ocidental e influenciou fortemente os primeiros pensamentos do filósofo austríaco Ludwig Wittgenstein, que estabeleceu, em sua primeira filosofia, um isomorfismo entre linguagem e mundo com a finalidade de solucionar os problemas filosóficos. Dessa forma, Wittgenstein concebe a linguagem significativa restrita à descrição de fatos do mundo, como está retratado em seu livro da juventude, o *Tractatus Lógico-Philosophicus*, lançado originalmente em 1921.

Posteriormente, em sua publicação póstuma, as *Investigações Filosóficas* (publicada em 1953), esse filósofo apresenta outra forma de ver a relação entre linguagem e realidade, contrariando radicalmente seu pensamento da juventude que estava aprisionado pela concepção referencial da linguagem. Nesse contexto, a sua atividade filosófica é tomada como terapêutica, no sentido de libertar o pensamento dessa percepção exclusivista de significação.

Por meio de exemplos, Wittgenstein procura persuadir seus interlocutores imaginários das *Investigações Filosóficas* a ver como a linguagem é utilizada em diferentes contextos linguísticos e, em decorrência disso, que os significados são os usos das palavras e expressões linguísticas (Spaniol, 1989). Ele compara a linguagem a um jogo, de modo que ela passa a ser concebida como uma atividade regrada e os seus significados são determinados a partir dos seus contextos de usos, os *jogos de linguagem*.

Chamarei também de “jogos de linguagem” o conjunto da linguagem e das atividades com as quais está entrelaçada [...]. O termo “*jogo* de linguagem” deve aqui salientar que o falar da linguagem é uma parte de uma atividade ou de uma forma de vida. (Wittgenstein, 1999, p. 30-35)

Ao conceber a linguagem sob a ótica dos jogos de linguagem, fica evidente que a descrição de fatos deixa de ser a definição de linguagem significativa e passa a ser tão somente um jogo de linguagem. Desse modo, a linguagem não é utilizada apenas para referenciar objetos, fatos ou essências em alguma realidade empírica ou transcendental, mas passa a ter também a função de norma.

Wittgenstein vê além de uma concepção referencial da linguagem, pois percebe que a linguagem também organiza, dá condições de sentido para a compreensão do mundo empírico através de expressões linguísticas com uma função normativa (Moreno, 1995; Gottschalk, 2004). Essas expressões são certezas, como por exemplo, “verde é uma cor” é uma certeza do jogo de linguagem das cores, “a soma de dois com três é igual a cinco” compõe o jogo de linguagem da Aritmética. Essas certezas possibilitam descrever situações do mundo empírico, como “a árvore é verde” e “há cinco maçãs na sacola”. Assim, existem jogos de linguagem que empregam expressões linguísticas com o objetivo de descrever.

Com as mudanças ocorridas no pensamento de Wittgenstein, a linguagem, nessa nova perspectiva, deixa de apenas representar e comunicar o conhecimento humano. O filósofo rompe com uma tradição filosófica que prevalecia desde a Grécia antiga, pois a linguagem assumiu outro *status*. Além disso, as suas ideias têm servido de inspiração para fundamentar diversas pesquisas no contexto da Educação Matemática, contribuindo para discutir, questionar e/ou repensar processos educativos. No entanto, importa esclarecer que seus escritos não tinham um objetivo pedagógico, mas inspiram pesquisadores a pensar a Educação e subsidiar pesquisas, inclusive da Educação Matemática (Silva et al., 2022). A seguir, apresentaremos alguns exemplos de pesquisas que utilizam a filosofia de Wittgenstein no campo da Educação Matemática e a maneira como alguns de seus conceitos costumam ser articulados com as questões educacionais.

A título de exemplo, no campo da Educação Matemática, Vilela (2010) investiga na literatura acadêmica da Educação Matemática como a palavra “matemática” vem sendo usada. Ao descrever alguns usos dessa palavra, a autora conclui que eles apontam para diversas práticas matemáticas: da escola, da academia, do cotidiano, de grupos de profissionais específicos etc. Logo, esses usos não convergem para uma essência – para uma representação de Matemática referencial –, mas constituem sistemas de significados que possuem relação com essas práticas.

Outro exemplo está na pesquisa de Silva e Silveira (2013), que objetivou compreender como os futuros professores de Matemática percebiam as regras matemáticas que ensinariam aos seus futuros alunos, isto é, se tais regras lhes eram claras ou não. A partir da

pesquisa realizada, subsidiados pela filosofia de Wittgenstein, os autores constataram que os licenciandos não tinham clareza das operações matemáticas que teriam que ensinar e que alguns de seus erros eram os mesmos cometidos por alunos da educação básica.

No que tange ao ensino de Álgebra, Teixeira Júnior (2016) realiza sua pesquisa de doutorado à luz da filosofia de Wittgenstein e entende que o estudante se torna autônomo a partir do momento em que conhece e usa as regras da Álgebra escolar nas diversas situações, inclusive naquelas que lhe são desconhecidas. Na pesquisa de Cardoso (2021), são verificados os usos da expressão “alfabetização matemática” nos Cadernos do Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa (PNAIC) e a concepção de linguagem ali pressuposta. A autora constata que a concepção referencial da linguagem, impregnada nesses documentos e em algumas atividades sugeridas por eles, não considera a natureza normativa dos enunciados matemáticos, incorrendo numa concepção dogmática de ensino e aprendizagem da Matemática, implicando práticas que obscurecem a natureza do conhecimento matemático, podendo levar, inclusive, a dificuldades na aprendizagem. Por fim, ela propõe outro olhar para a alfabetização matemática que considere o papel da linguagem para a compreensão de enunciados matemáticos e que possibilite novas formas de pensar o seu aprendizado.

Seki e Almeida (2021), inspirados em Wittgenstein, investigaram a compreensão de futuros professores de Matemática em atividades de Modelagem Matemática. Os autores descobriram que os jogos de linguagem da compreensão da situação-problema e da compreensão de conceitos matemáticos estão presentes em atividades de Modelagem, servindo como critérios para indicar a compreensão dos discentes.

Além do campo da Educação Matemática, Dias (2023), pautada no pensamento wittgensteiniano, trata da linguagem matemática no ensino da Física. Sua pesquisa de doutorado tem como objetivo compreender como o professor formador concebe e faz uso da linguagem matemática na Licenciatura em Física. Dos professores observados, verificou que alguns conduziam suas ações conforme a concepção referencial da linguagem ao conceberem a linguagem matemática como ferramenta. Ainda sob a percepção da concepção referencial da linguagem, outro professor refletia durante suas ações, conduzindo suas aulas conectando a linguagem matemática à Física, significando-a no contexto do ensino da Física.

No trabalho de Dias (2023) há um enfoque no *ver-cómo*, tal como dito por Wittgenstein nas *Investigações*, segundo o qual, é entendido que os estudantes poderiam ver uma lousa como um retângulo se soubessem de antemão alguns usos da palavra retângulo, que se trata de uma figura geométrica plana, que possui quatro lados, que seus lados opostos são paralelos e possuem mesma medida etc. O *ver-cómo* wittgensteiniano é entendido por Dias (2023) como uma habilidade do professor em conectar a linguagem matemática no

ensino de Física, desvinculando a concepção do professor do modo referencial de ver a Matemática.

Além do *ver-cómo*, Wittgenstein dialoga com seus interlocutores das *Investigações* sobre outros termos cujos sentidos podem lançar luz para reflexão de situações do contexto educacional, dentre estes a *compreensão* e o *treino*. O que seria compreender sob a perspectiva wittgensteiniana? E como este modo de entender a compreensão pode contribuir para o contexto educacional e/ou para o campo da Educação Matemática?

Consoante a teoria mentalista, o sentido de uma palavra é uma ideia, uma imagem na mente de um falante. Uma linguagem privada, própria de cada ouvinte, é utilizada para ouvintes retraduzirem a tradução em sons do vocabulário mental interno de falantes. Em decorrência, não se pode saber se a comunicação foi ou não exitosa, porque os ouvintes associam significados distintos às palavras. Supõe-se, então, que a comunicação produz uma ideia semelhante no ouvinte. Logo, o falante pode não ter atingido o objetivo comunicativo, visto que cada sujeito tem contato apenas com suas próprias ideias (Glock, 1998).

A abordagem do segundo pensamento de Wittgenstein para a compreensão é diferente, haja vista que é não psicológica. Ele rejeita o mentalismo que considera a apreensão dos significados das palavras na mente do ouvinte. Compreender abarca três critérios indissociáveis, a saber: uma capacidade manifesta na forma como os sujeitos usam as palavras, como reagem a elas quando outros as utilizam e como explicam quando são solicitados a fazer algo (Glock, 1998). Nas *Investigações* é expresso como Wittgenstein aponta uma saída anti-mentalista para a compreensão, relacionada aos usos das palavras:

Nossa ‘crença de que a imagem nos obrigue a um emprego determinado’ consistiu no fato de que nos veio ao espírito apenas este caso e nenhum outro. “Há também uma outra solução” significa: há outra coisa que estou pronto a chamar de “solução”; à qual estou pronto a aplicar tal e tal imagem, tal e tal analogia etc. (Wittgenstein, 1999, p. 71-72)

A imagem é quanto a concepção mentalista de significado, uma representação mental, que é privada, isto é, própria de cada sujeito. O emprego de uma imagem pode ser apenas um significado. Entretanto, outros significados podem estar atrelados às analogias das palavras. Por exemplo: qual o significado da palavra cubo? Sob uma concepção mentalista, vem em mente uma imagem tal como o desenho de um cubo. Porém, esse uso pode não estar ajustado ao significado de cubo como um prisma retangular (Wittgenstein, 1999). Essa concepção de significado de cubo como uma imagem mental tida como um desenho de um cubo é psicológica, mas do ponto de vista de Wittgenstein, o significado de cubo como um prisma retangular, por exemplo, é conceitual.

Nesse viés, a compreensão – o ato de compreender – é conceitual. Assim sendo, entende-se que na aprendizagem matemática não haveria um processo mental ou experiência

empírica que produziria uma resposta correta de um exercício ou situação problema. É necessário que o professor ensine o estudante a seguir regras matemáticas, que se refere a ser capaz de agir de acordo com essas regras. Seguir regras “é uma prática” (Glock, 1998, p. 35).

Para tanto, o estudante precisa estar inserido e capacitado a seguir as regras dos jogos de linguagem dos conteúdos matemáticos que ele necessita para resolver determinado exercício ou situação problema. A título de exemplo, para o ensino do conceito de triângulo, o professor pode recorrer a diversas formas retangulares – que servem como regras de utilização da palavra retângulo – como meios de apresentação para formar esse conceito. Então, entende-se que “compreender uma palavra como ‘triângulo’ é saber seguir a regra de utilização dessa palavra, e não a apreensão do que é triângulo” (Gottschalk, 2014, p. 77-78).

A compreensão, por sua vez, está relacionada ao treino, ela “depende de um ensino de regras, conceitos e procedimentos e, fundamentalmente, de um treino, para que o aluno comece, a partir de um determinado momento não previsível *a priori*, a ‘fazer lances’ no jogo de linguagem no qual está sendo introduzido” (Gottschalk, 2008, p. 92-93). O treino é necessário para o estudante dominar as regras – seguir as regras –, “seguir uma regra é análogo a: seguir uma ordem. Somos treinados para isto e reagimos de um determinado modo” (Wittgenstein, 1999, p. 93).

Nesse viés, tendo em vista o entendimento do que seria a compreensão e o treino, entendemos que os objetos matemáticos não são construídos espontaneamente pelos estudantes nas interações sociais ou com o mundo físico (Gottschalk, 2004). Tais esclarecimentos podem trazer contribuições valiosas para a formação do professor que ensina matemática, como veremos na seção três. Porém, vejamos antes as ideias de Shulman sobre o conhecimento pedagógico do conteúdo.

SHULMAN E A TEORIA DO CONHECIMENTO PEDAGÓGICO DO CONTEÚDO

Um dos aspectos apontados para uma educação de qualidade é uma boa formação dos professores, tema discutido historicamente por estudiosos de várias nacionalidades. A partir da década de 1980, as investigações acerca da formação de professores ganharam maior notoriedade, culminando na construção de um programa de pesquisa que vem apresentando resultados significativos no campo da Educação (Matemática). Embora esse programa não seja recente, tendo sido iniciado na década de 1960 (Fernandez, 2015), suas discussões ganharam maior amplitude somente na década de 1980, com as contribuições do professor Lee Shulman a respeito dos conhecimentos dos professores, que também costumam ser chamados de saberes docentes ou saberes da docência.

É nessa perspectiva que as produções a respeito da temática saberes docentes têm

ocupado papel de destaque na formação de professores, o que é atribuído, em grande parte, ao seu potencial no desenvolvimento de ações formativas que vão além de uma abordagem acadêmica, envolvendo as dimensões pessoal, profissional e organizacional da profissão docente. (Almeida; Biajone, 2007, p. 283)

As discussões de Shulman (1986) foram motivadas pela crença na existência de uma base de conhecimentos para o ensino, que, de maneira geral, compreende o conjunto de conhecimentos, habilidades, disposições e outros elementos necessários para que o docente tenha uma atuação efetiva em situações de ensino. Esse foi o ponto de partida para que outros autores propusessem modelos teóricos que buscassem sistematizar o conjunto de conhecimentos que são mobilizados durante a prática docente, como em Tardif (2017), Pimenta (1995), Gauthier et al., (2013), entre outros.

A partir do exposto, direcionaremos nosso olhar especificamente para o modelo teórico proposto por Shulman (1986), uma vez que, por ser o precursor, esse modelo serviu de base para a construção de modelos posteriores, que buscam explicitar os saberes docentes que são mobilizados por professores em geral ou de áreas específicas. Dessa forma, acreditamos que considerar o ponto de partida dessas discussões é importante para que tenhamos uma visão ampla a respeito dos domínios que constituem o trabalho docente, possibilitando a sua articulação com diferentes perspectivas teóricas e filosóficas, em particular as pesquisas que se inspiram nas ideias wittgensteinianas.

Shulman (1986) observou que havia uma tendência de supervalorização do conhecimento do conteúdo em detrimento do conhecimento relacionado às práticas de ensino ou vice-versa, tanto na teoria quanto na prática dos professores. Seguindo essa premissa, o autor destaca a necessidade de integração entre essas duas formas de conhecimento, uma vez que apenas o conhecimento do conteúdo ou o conhecimento sobre o ensino do conteúdo não seriam suficientes para que os professores pudessem ensinar efetivamente.

Nosso trabalho não tem a intenção de diminuir a importância da compreensão ou da habilidade pedagógica no desenvolvimento de um professor ou no aprimoramento da eficácia da instrução. O simples conhecimento do conteúdo provavelmente será tão pouco útil pedagogicamente quanto a habilidade sem domínio do conteúdo. No entanto, combinar adequadamente esses dois aspectos das competências de um professor exige que dediquemos tanta atenção aos elementos de conteúdo do ensino quanto temos dedicado, recentemente, aos aspectos do processo de ensino. (Shulman, 1986, p. 8, tradução nossa)

Além disso, o autor apresenta alguns questionamentos, como por exemplo: “como os conhecimentos crescem na mente dos professores?”, “como o conhecimento pedagógico e do conteúdo estão relacionados?”, “como os professores transformam um pedaço de seus conhecimentos em instruções para os alunos?”, entre outros. Esses questionamentos, junto das observações de professores em sala de aula, culminaram na construção de seu modelo teórico intitulado Conhecimento Pedagógico do Conteúdo, cuja sigla em inglês é PCK (Shulman, 1986). De maneira geral, esse modelo divide o conhecimento do conteúdo em três

categorias, a saber: i) conhecimento do conteúdo (da matéria); ii) conhecimento curricular do conteúdo; iii) conhecimento pedagógico do conteúdo.

O conhecimento do conteúdo pode ser entendido como sendo a “quantidade e a organização dos conhecimentos presentes na mente do professor, já que dispomos de uma série de formas de representar o conhecimento acerca do conteúdo” (Shulman, 1986, p. 9, tradução nossa). Dessa forma, esse conhecimento compreende a estrutura teórica da matéria que será ensinada, o que inclui teorias, procedimentos, evidências, justificativas, demonstrações, exemplificações, entre outros. Se quisermos ensinar equações lineares, por exemplo, é necessário que saibamos conceitos, procedimentos, exemplos envolvendo esse objeto, bem como justificativas, como o porquê de um valor ir para o outro lado da equação com a operação inversa.

O conhecimento curricular do conteúdo é o conhecimento relacionado à organização dos conteúdos conforme o nível de ensino. Se quisermos, por exemplo, ensinar figuras geométricas para alunos do sexto ano, é importante que saibamos como o conteúdo está (ou pode ser) estruturado para ser ensinado nesse nível de ensino, o que inclui os conteúdos que já foram ensinados aos alunos e os que serão ensinados posteriormente, assim como os recursos curriculares disponíveis para aquele contexto (livros didáticos, planos de aula, diretrizes curriculares) e as possíveis conexões entre diferentes elementos do currículo.

O currículo e seus materiais associados constituem a matéria-prima da pedagogia, a farmacopeia da qual o professor extrai ferramentas de ensino que apresentam ou exemplificam conteúdos específicos e avaliam ou corrigem a adequação das realizações dos alunos. Esperamos que o médico experiente compreenda toda a gama de tratamentos disponíveis para melhorar determinado distúrbio, bem como as alternativas adequadas às circunstâncias específicas, considerando sensibilidade, custo, interação com outras intervenções, conveniência, segurança ou conforto. Da mesma forma, devemos esperar que o professor experiente possua tal compreensão das alternativas curriculares disponíveis para a instrução. (Shulman, 1986, p. 10, tradução nossa)

O conhecimento pedagógico do conteúdo está relacionado com as diferentes maneiras/instrumentos que o professor dispõe para ensinar determinado conteúdo em determinado contexto, como explicações, exemplificações, ilustrações, demonstrações, materiais, entre outros. Dessa forma, Shulman (1986) destaca que esse conhecimento é específico do professor e o diferencia de um especialista, haja vista que o especialista pode conhecer o conteúdo, mas é apenas o professor que terá a formação e prática envolvendo as diferentes maneiras de torná-lo compreensível a um determinado público de alunos. Por fim, o autor aponta a importância de os professores terem arsenal de possibilidades, ou seja, de não ficarem restritos à uma única possibilidade de ensinar suas matérias.

Quantos indivíduos que preparamos para o ensino da biologia, por exemplo, compreendem bem os materiais para esse ensino, os textos alternativos, software, programas, materiais visuais, filmes de conceito único, demonstrações laboratoriais ou

“convites à investigação”? Confiaríamos num médico que não compreendesse realmente as formas alternativas de lidar com categorias de doenças infecciosas, mas que conhecesse apenas uma maneira? (Shulman, 1986, p. 9, tradução nossa)

Portanto, pode-se observar que o modelo teórico proposto por Shulman (1986) busca sistematizar e dividir os conhecimentos presentes na mente dos professores, que são mobilizados durante sua prática profissional. Essa noção nos aponta tanto para a importância de olhar para o conteúdo a ser ensinado quanto para as maneiras de ensiná-lo, considerando o currículo, o nível de ensino, a variedade de maneiras de representar determinado conteúdo etc. Dessa forma, podemos entender o conhecimento pedagógico do conteúdo como sendo um conhecimento que articula o conhecimento pedagógico e o conhecimento do conteúdo. Isso possibilita caminhos para o ensino de determinados saberes em determinados contextos, culminando em um conhecimento do contexto, que abarca questões relacionadas aos alunos, escola, comunidade, entre outros.

Assim, esse modelo nos fornece subsídio para a compreensão dos saberes da docência em diferentes contextos, fator que pode contribuir para reflexões teóricas e/ou empíricas acerca da formação docente e de suas relações com diferentes perspectivas teóricas e filosóficas, incluindo as perspectivas wittgensteinianas, como veremos a seguir.

PERSPECTIVAS WITTGENSTEINIANAS PARA A FORMAÇÃO DE PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA

Como vimos, Wittgenstein trouxe ideias inovadoras para a Filosofia, tratando de temas como a Filosofia da Linguagem, Filosofia da Psicologia, Filosofia da Matemática, entre outros. No campo da Filosofia da Matemática, buscou apontar a natureza humana dos saberes matemáticos (Wittgenstein, 1998). Para o filósofo, o matemático é um inventor e os saberes matemáticos são convencionais, *criados*, na medida em que poderiam ser diferentes em outros modos de vida (Wittgenstein, 1998). Portanto, seu caráter apriorístico não se deve a uma realidade matemática (seja empírica, abstrata ou mental), mas a sua natureza normativa. Assim, ele rejeita as principais correntes filosóficas de sua época ao afirmar que as proposições matemáticas não descrevem nada, concepção fundamentalmente diferente do formalismo, logicismo ou intuicionismo que vislumbram a matemática referindo-se a alguma realidade, seja a de signos físicos, entidades abstratas ou processos mentais, respectivamente (Glock, 1998).

Esta reflexão [a respeito da concordância entre os homens] deve valer também para a matemática. Se não houvesse essa total concordância, os homens não aprenderiam a matemática que aprendemos. Seria mais ou menos diferente da nossa, até o ponto de ser irreconhecível. (Wittgenstein, 1999, p. 203)

Dizer que o saber matemático é convencional não significa negar as raízes ou razões empíricas do desenvolvimento da Matemática, inclusive o filósofo reconhece que a ativida-

de matemática faz parte da história natural da humanidade, porém após formalizados na linguagem matemática, por meio da demonstração, os conceitos matemáticos independem de qualquer confirmação, estão, por assim dizer, petrificados (Wittgenstein, 1976).

A demonstração me conduz a dizer: isto *deve* ser assim. [...] Recorro à regra e digo: “sim, é assim que *deve* ser; devo estabelecer o uso de minha linguagem dessa forma”. Quero dizer que o *deve* é como um caminho que estabeleço na linguagem. Pois a proposição matemática tem que mostrar-nos o que faz SENTIDO dizer. (Wittgenstein, 1998, p. 164-165, tradução nossa)

Concordamos que alguém compreendeu que “ $1 + 1 = 2$ ” porque ele expõe esse resultado em concordância com o restante de nós e não por se referir a alguma realidade, seja no mundo sensível ou em outro que possamos imaginar (Silva, 2011).

As proposições matemáticas são do tipo que usamos com inteira certeza, pois não conseguimos imaginá-las de outra forma (Wittgenstein, 1998), não nos ocorre questionar sua verdade, isso porque elas *estabelecem* o que faz sentido chamar de verdadeiro (ou falso), sendo anteriores à verdade (ou à falsidade) (Silva et al, 2022). Por exemplo, $2 + 2 = 4$ não se trata de uma descoberta, é uma norma que determina que quatro é o resultado ao adicionar dois mais dois. Assim, elas “nada descrevem, nada dizem a respeito do mundo, apenas nos fornecem regras para o uso de palavras ou conceitos, estabelecem relações internas entre conceitos” (Silva, 2011, p. 39).

Nesse sentido, o domínio das regras matemáticas é condição para a compreensão nessa disciplina, uma vez que suas verdades estão na sua linguagem, no domínio da linguagem matemática, isto é, não há uma essência e nosso modo de aplicar as regras depende do ensino comum que recebemos, por isso “todo signo *sozinho* parece morto”. O *que* lhe dá vida? – No uso ele *vive*” (Wittgenstein, 1999, p. 129). Ao nosso ver, esta compreensão a respeito da natureza do saber matemático é de grande importância para a formação do professor, a qual podemos relacionar com o *conhecimento do conteúdo* de Shulman (1986), na medida em que influenciará seu conhecimento sobre a estrutura teórica da disciplina, os exemplos, argumentos e justificativas em seu ensino.

Pensar corretamente sobre o conhecimento do conteúdo requer ir além do conhecimento dos fatos ou conceitos de um domínio. Requer entender as estruturas do assunto [...]. Os professores não devem ser capazes apenas de definir para os alunos as verdades aceitas em um domínio. Eles também devem ser capazes de explicar porque uma proposição específica é considerada justificada, porque vale a pena conhecê-la e como ela se relaciona com outras proposições, tanto dentro da disciplina quanto fora dela, tanto na teoria quanto na prática. (Shulman, 1986, p. 9, tradução nossa)

Van Jaarsveld (2016) em sua pesquisa sobre o domínio da linguagem matemática e sobre o vocabulário por parte de professores da disciplina, mostrou que dominar a linguagem matemática e suas regras, bem como saber usá-las de modo preciso é fundamental para uma boa formação, uma vez que implica aprendizado conceitual. Segundo o autor,

a linguagem dos professores, por vezes, é problemática em termos de exatidão com o uso incorreto de palavras para definir os objetos matemáticos.

O uso imprudente da linguagem matemática em salas de aula torna a explicação do conteúdo e a elaboração de seu significado para os alunos incompreensíveis e inacessíveis [...]. ‘Equações’ são frequentemente chamadas de ‘expressões’ e vice-versa, ‘positivo’ é usado como sinônimo para descrever uma função que está ‘crescendo’ mesmo quando tal função é positiva e negativa e o verbo instrucional ‘resolver’ é aplicado genericamente a objetos matemáticos mesmo quando os objetos podem precisar ser ‘simplificados’ ou ‘esboçados’. (van Jaarsveld, 2016, p. 153, tradução nossa)

Também a pesquisa de Silva (2021), que objetivou analisar os jogos de linguagem no ensino de Matemática na etapa de alfabetização, observou que a professora alfabetizadora ensinava o conceito de “número” e “algarismo” como sinônimos, o que, em primeiro momento, não traria prejuízos para o aprendizado dos discentes. Entretanto, posteriormente, ao ensinar o sistema de numeração, não faria sentido para os alunos o entendimento de que os números são formados por algarismos, constituindo um prejuízo em seu processo de aprendizagem. Essa situação acontecia em decorrência de a própria professora não conhecer adequadamente a diferença entre esses termos (Silva, 2021).

Nesse sentido, o domínio da linguagem matemática e de suas regras é de grande importância para a formação do professor, uma vez que onde há erro do docente, o discente provavelmente também errará (Silveira & Silva, 2013), o que aponta a relevância das ideias wittgensteinianas como inspiração para práticas de formação de professores. Acreditamos que a filosofia de Wittgenstein pode contribuir para que os professores possam refletir sobre a importância de desenvolver adequadamente os jogos de linguagem da Matemática com seus alunos. Para isso, primeiramente, é necessário que o próprio docente tenha um domínio adequado da linguagem matemática, uma vez que a falta desse domínio pode originar dificuldades na aprendizagem dos alunos (van Jaarsveld, 2016; Silva, 2021).

Assim, destacamos as perspectivas wittgensteinianas como possível ponto de partida para um processo (auto)formativo que valorize a aquisição adequada das regras matemáticas, isto é, um processo em que os professores possam olhar criticamente para o conhecimento que ensinam, buscando uma aquisição adequada dos termos, propriedades, justificativas e outras regras que deverão ser ensinadas. Isso pode contribuir, por exemplo, para amenizar situações em que conceitos como “soma” e “adição” são tratados como sinônimos, além de outras relações conceituais que acabam sendo desvalorizadas em detrimento de procedimentos mecânicos de cálculo.

Os argumentos apresentados se relacionam, também, com o *conhecimento pedagógico do conteúdo* (Shulman, 1986), na medida em que nossas crenças sobre a Matemática e a natureza de seu saber influenciam diretamente em nossos modos de ensinar (Meneghetti & Trevisani, 2013). Segundo Shulman (1986, p. 9, tradução nossa), o conhecimento pedagógico do conteúdo diz respeito “às formas mais úteis de representação dessas ideias, as

analogias, ilustrações, exemplos, explicações e demonstrações mais poderosas – em uma palavra, as maneiras de representar e formular o assunto que o tornam compreensível para os outros”. Retomemos o conceito de treinamento (ou treino) em Wittgenstein.

Como posso compreender uma regra matemática? Se ela não é descoberta a partir de um mundo transcendental, não está em nossa intuição, tampouco está na empiria, como posso aprendê-la? Como, senão por meio das instruções e exemplificações do professor? Como a regra não contém em si mesma suas aplicações, estas não são de forma alguma óbvias ao aprendiz, ou seja, precisam ser ensinadas. Assim, para Wittgenstein são necessários o treino e o uso de exemplos para o ensino, sendo o treino o fundamento da explicação (Wittgenstein, 1989), do seguir regras (Wittgenstein, 1999) e do cálculo matemático (Wittgenstein, 1976).

Cabe esclarecer, entretanto, o que o filósofo denomina treino, pois não se trata de mera memorização ou repetição sem compreensão. Segundo Silva e Barros (2024, p. 43-44) “o treino é a introdução do aprendiz a um novo jogo de linguagem, trata-se do ensino/aprendizado das regras que governam a atividade em questão”, isso porque as regras não são dadas de antemão, nem são passíveis de serem descobertas pelo aluno. Gottschalk (2018) fornece um exemplo esclarecedor: por que deveria ser óbvio para o aprendiz que por dois pontos passa uma única reta? Como ele poderia descobrir esse fato matemático? O discente poderia traçar várias retas (superpostas), com cores diferentes, considerando-as distintas, mas não é assim que as regras matemáticas funcionam nesse contexto.

Na perspectiva wittgensteiniana o treino não busca negar a autonomia do aluno ou reduzi-lo a um mero receptor de informações, mas aponta para a necessidade de os estudantes se apropriarem da linguagem matemática. Em outras palavras, esse conceito abarca as estratégias/práticas que o professor utilizará para que seus alunos possam aprender adequadamente os conceitos que estão sendo ensinados.

Assim sendo, o treino, observado desse ponto de vista, se mostra essencial para o aprendizado da matemática escolar e aponta para a responsabilidade do professor na sala de aula. O educador é, nesse contexto, a referência da comunidade matemática, aquele que leva o discente a jogar o jogo matemático. (Silva & Barros, 2024, p. 45)

Acreditamos, portanto, que o conceito de treinamento desse ponto de vista pode ser importante para a formação do professor, uma vez que este vislumbrará que a compreensão da Matemática se dá pela apreensão de suas regras, o que implicará em sua maneira de agir em sala de aula, em suas atividades com seus alunos e, por conseguinte, em seu conhecimento pedagógico da Matemática. Isso pode ser um diferencial não apenas para o professor dar atenção para a maneira como ensina, mas também para uma análise crítica de dificuldades que podem estar sendo enfrentadas em sala de aula pelos discentes.

Pimm (2002) relata uma situação de sala de aula, na qual o professor de Matemática pergunta aos alunos a diferença entre dois valores, tendo o objetivo de fazer com que esses respondessem o resultado da subtração desses valores. Entretanto, os alunos apresentaram diferentes respostas, fator ocasionado por uma confusão no entendimento da palavra “diferença”, que apresenta significados distintos na Matemática e na língua materna. Assim, algumas reflexões podem emergir dessa situação, como “de que maneira o conceito matemático de ‘diferença’ foi (ou poderia ser) ensinado aos alunos?”, que podem ser enriquecidas por meio de conceitos apresentados por Wittgenstein

Como o treino, numa perspectiva wittgensteiniana, diz respeito à introdução do aprendiz a novos jogos de linguagem (da Matemática), o episódio mencionado nos faz refletir sobre a maneira como está ocorrendo o ensino (treinamento) dos alunos em relação à aquisição do vocabulário matemático. Silveira (2020) sugere o desenvolvimento de tarefas em grupo, a escrita por extenso do conceito estudado, ou ainda pedir para que os alunos repitam o conceito em questão, como estratégias que buscam amenizar dificuldades nesse processo. Isso demanda, por parte do professor, um olhar crítico e reflexivo para as possibilidades de ensino daquele conteúdo, como também para as possíveis confusões que podem ocorrer durante o seu ensino, ou seja, este deve refletir sobre o seu conhecimento pedagógico do conteúdo.

As pesquisas de Silva (2011), Meira (2012) e Barbosa (2020) investigam, respectivamente, o ensino de algoritmo da divisão, regra de três e frações, tendo como subsídio a filosofia wittgensteiniana. Como resultados de suas investigações empíricas, os autores identificaram diferentes dificuldades no ensino dessas regras matemáticas, como: a criação de regras incorretas para resolução de problemas matemáticos; dificuldades na compreensão de problemas que trazem informações implícitas; e confusões em relação aos contextos de resolução dos problemas. A partir desses resultados, o conceito de treinamento foi um diferencial para a compreensão de práticas educativas que contribuíam para a permanência dessas dificuldades ou que poderiam amenizá-las.

Dessa forma, destacamos que os conceitos de *seguir regras* e *treinamento* podem contribuir para que o professor que ensina Matemática tenha um outro olhar para as maneiras como os discentes estão sendo introduzidos ao “universo conceitual” da Matemática. Em muitas situações, os discentes acabam confundindo regras, como as operações de adição e multiplicação de frações, criando regras incorretas, como é o caso de , fazendo com que o docente necessite de ações para esclarecer os mal-entendidos dos alunos. Esse processo pode ser facilitado a partir dos conceitos mencionados, que podem impactar não apenas na interpretação dessas dificuldades, mas no olhar para a origem delas, isto é, para como as práticas educativas adotadas podem estar conduzindo os aprendizes a esse entendimento.

Por outro lado, o *conhecimento curricular do conteúdo* em Shulman (1986), conforme vimos, diz respeito ao domínio dos programas e a variedade de materiais disponíveis em cada nível de ensino, as indicações e contraindicações específicas em currículos específicos etc. Para esse tópico, gostaríamos de abordar um aspecto particular apontado pelo autor, o conhecimento curricular vertical, o qual encerra “a familiaridade com os tópicos e questões que foram e serão ensinados na mesma disciplina e durante os anos anteriores e posteriores na escola, e os materiais que os incorporam” (Shulman, 1986, p. 10, tradução nossa).

Retomamos a discussão sobre as regras na perspectiva wittgensteiniana: uma vez que uma regra não indica por si só seus usos ou aplicações, estas não são óbvias ao aprendiz. Ampliar o conteúdo aprendido em anos anteriores requer a instrução cuidadosa do professor, pois novos usos de uma regra não nos ocorrem naturalmente, pois “só nos tornamos conscientes da possibilidade de usar uma regra de modo diferente, quando alguém nos indica um uso diferente como uma aplicação desta. Normalmente, a possibilidade dessas outras aplicações nem mesmo nos ocorrem” (McGinn, 2002, p. 104, tradução nossa).

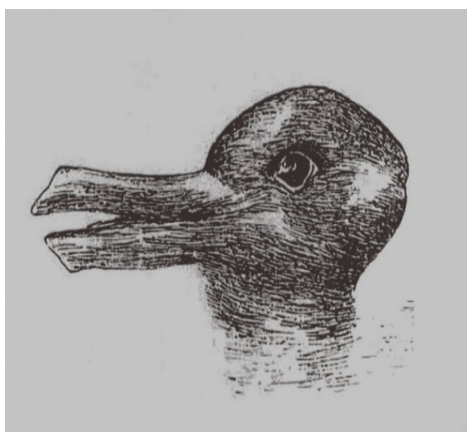
Por exemplo, não ocorre naturalmente ao aprendiz que pode usar o Teorema de Pitágoras (aprendido no Ensino Fundamental) para calcular a distância entre dois pontos (conteúdo aprendido no Ensino Médio). Ou, ainda, a relação entre aritmética e álgebra, que comumente aprendemos em momentos diferentes, quando, por vezes, esperamos frustrados que os alunos percebam que , por saberem que . Isso porque “numa concepção wittgensteiniana, poderíamos ver a relação da aritmética com a álgebra, mas isso não seria algo dado (devido a uma possível intuição), mas algo que depende da definição realizada na linguagem (apresentação da regra)” (Silva et al, 2022, p. 168).

Destacamos aqui o conceito wittgensteiniano de *ver-cómo*, que diz respeito à habilidade de *ver* algo *como* outra coisa, como por exemplo, ver o pato como lebre e vice-versa, na famosa figura ambígua lebre-pato de Jastrow (1901) (figura 1).

Observo um rosto e noto de repente sua semelhança com um outro. Eu vejo que não mudou; e, no entanto, o vejo diferente. Chamo esta experiência de “notar um aspecto”. [...] A expressão da mudança de aspecto é a expressão de uma nova percepção, ao mesmo tempo com a expressão da percepção inalterada. (Wittgenstein, 1999, p. 177-180)

Tal conceito aponta para o domínio das regras e suas conexões: só posso ver o pato (ou a lebre) se conheço o conceito de pato (lebre) e sou capaz de passar de um ao outro (ver o pato como lebre e vice-versa) se vejo as conexões, as semelhanças entre os animais. Para a Matemática, podemos pensar em algo semelhante.

Figura 1 - *Figura lebre-pato*



Fonte: Jastrow (1901)

Quando estamos estudando as equações exponenciais, precisamos enxergar as conexões entre a multiplicação e a potenciação, a fim de ver, por exemplo, como 16. Ou, ainda, quando precisamos resolver a equação, ou quando precisamos ver a diagonal de um retângulo como hipotenusa de um triângulo retângulo, se quisermos utilizar o Teorema de Pitágoras para calcular o valor desconhecido de um dos lados, vislumbrando as conexões entre diferentes figuras geométricas. Em muitos casos, essas relações não são imediatas para os alunos, ou seja, precisam ser ensinadas/desenvolvidas pelo docente para que o discente possa compreender daquela forma, sendo esse o ponto de partida para a aproximação entre o *ver-como* wittgensteiniano e o ensino de Matemática.

Dias (2023) em sua pesquisa sobre o uso da linguagem matemática pelo professor formador de Física, aponta que o *ver-como*, se aplicado pelo professor em suas aulas, pode possibilitar aos alunos a percepção de aspectos, numa dinâmica de ver ora como isto, ora como aquilo. A autora aponta que:

A aplicação do conceito *ver como* representando um domínio de técnicas que o professor pode desenvolver em sua prática e que proporciona uma reflexão sobre as confusões causadas durante o uso exclusivamente referencial em sua prática, ao reduzi-la à aplicação de fórmulas, bem como ao considerar que seu ensino em séries anteriores ou em disciplinas anteriores, seriam condições suficientes para compreensão de seu significado. (Dias, 2023, p. 88-89)

Assim, em suas aulas, o professor pode buscar desenvolver habilidades de *ver-como*, ou seja, de fazer com que os alunos dominem regras que lhes possibilitem relacionar diferentes conhecimentos matemáticos e realizar simplificações e aplicações de propriedades. Isso exige que o professor mobilize conhecimentos envolvendo estratégias de ensino que valorizem a aprendizagem adequada das regras matemáticas, assim como meios para que os alunos possam treinar sua visão em relação aos diferentes objetos matemáticos.

Silva e Silveira (2014) relatam uma situação de sala de aula em que os discentes têm dificuldades em ver o triângulo retângulo delimitado ao traçar a diagonal em uma figura

geométrica, como em um retângulo, sugerindo a relevância do domínio das regras e do *ver-como* na maneira como as pessoas verão determinado objeto. Isso impacta diretamente nas interpretações que os discentes terão diante das conexões entre diferentes objetos do conhecimento matemático, o que pode ser a origem de dificuldades em algumas situações. Acerca disso, Silva (2011), em sua pesquisa empírica, observou que, embora soubessem que e, os alunos não conseguiam ver, ou seja, precisavam ser ensinados a “ver” dessa forma, o que não se trata de uma mera questão visual, mas sim conceitual, envolvendo a compreensão de regras matemáticas e seus contextos de uso.

Sendo assim, consideramos que a habilidade de *ver-como* que o professor pode buscar desenvolver em seu aluno é uma importante habilidade para a formação do professor, a qual podemos relacionar tanto o conhecimento curricular do conteúdo quanto o conhecimento pedagógico do conteúdo, tendo em vista a necessidade de vislumbrar as relações e conexões entre diferentes conteúdos ensinados em momentos diferentes, bem como os meios para isso. Esse conceito wittgensteiniano pode ser um diferencial na tomada de decisões que o docente pode ter em situações de ensino e aprendizagem, como, por exemplo, o de não considerar que determinadas relações são óbvias para o aluno, isto é, que o fato de o aluno ter estudado um determinado conteúdo faz com que ele, automaticamente, compreenda outro e/ou aplique os conceitos e procedimentos aprendidos em situações diferentes das que foram ensinadas pelo professor.

Portanto, em termos práticos, a filosofia de Wittgenstein pode contribuir na formação do professor que ensina Matemática em, pelo menos, três aspectos, a saber: i) na análise de dificuldades linguísticas presentes na compreensão de conceitos e procedimentos matemáticos, isto é, na aprendizagem das regras matemáticas; ii) na promoção de práticas de ensino que valorizem a aquisição adequada de conceitos matemáticos; iii) na construção das concepções docentes acerca do conhecimento matemático e seu ensino. Essas contribuições são possibilitadas pelas relações entre os diferentes conceitos wittgensteinianos, como *seguir regras*, *treino* e *ver-como*; e o ensino de conceitos matemáticos, o que nos aponta para o potencial da perspectiva filosófica wittgensteiniana para a formação de professores que ensinam Matemática mesmo não tendo sido criada para essa finalidade.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao longo do século XX, o filósofo Ludwig Wittgenstein apresentou contribuições essenciais para o campo da filosofia, tornando-se um dos protagonistas da virada linguística. A partir disso, as obras do autor inspiraram discussões em diferentes áreas, incluindo a Educação (Matemática), proporcionando outros meios de conceber a filosofia, a linguagem, a psicologia, o ensino, a aprendizagem etc. No que tange ao campo da Educação Matemática, embora Wittgenstein não tenha tratado especificamente sobre o ensino de Matemática, o

filósofo apresenta conceitos e perspectivas que possibilitam reflexões e vislumbres sobre diferentes elementos que permeiam a sala de aula.

A partir das contribuições da filosofia wittgensteiniana para a Educação Matemática, direcionamos as análises especificamente para a formação docente, buscando refletir sobre como essa filosofia poderia contribuir para/na formação de professores que ensinam Matemática. Essa reflexão foi motivada pela necessidade de contribuição para prática docente, na perspectiva de superação de dificuldades enfrentadas no ensino e aprendizagem de conceitos matemáticos e para a promoção de diferentes olhares para o conhecimento matemático e seu ensino.

Para tanto, buscamos a construção de uma relação entre as perspectivas wittgensteinianas e os conhecimentos que são mobilizados na prática docente, direcionando nossa atenção às possíveis contribuições da filosofia de Wittgenstein para a formação de professores que ensinam Matemática. Em uma perspectiva wittgensteiniana, o ensino de Matemática é permeado por diferentes jogos de linguagem, o que inclui, por exemplo, os usos da língua materna e da própria linguagem matemática. Sendo assim, pensar nessa perspectiva para a formação docente significa considerar desafios e possibilidades relacionados às diferentes manifestações linguísticas que permeiam a sala de aula, o que pode impactar diretamente o conhecimento pedagógico e de conteúdo dos professores de diferentes níveis.

Em um cenário em que muitos professores apresentam fragilidades na mobilização de conhecimentos do conteúdo matemático, vislumbramos a importância de perspectivas que possam contribuir para um olhar crítico e reflexivo sobre o conhecimento matemático, proporcionando reflexões e caminhos para amenizar dificuldades oriundas de confusões na compreensão de regras matemáticas que costumam ser ensinadas em diferentes níveis de ensino, como a perspectiva wittgensteiniana.

Acreditamos que a perspectiva wittgensteiniana pode fornecer subsídios para a formação docente no que diz respeito ao desenvolvimento e enriquecimento do conhecimento pedagógico do conteúdo, que engloba tanto os meios para ensinar quanto dificuldades e outras características de aprendizagem dos alunos (Shulman, 1986). Esse pode ser um diferencial para a formação de professores, para que eles possam observar com mais cautela as dificuldades presentes em sala de aula, podendo, por exemplo, utilizar estratégias que insira os alunos nos jogos de linguagem da Matemática, fazendo-os compreender a diferença entre os termos que constituem o vocabulário matemático, além de desenvolver habilidades visuais dos discentes.

Observamos também possíveis relações entre o conhecimento curricular do conteúdo e o conceito wittgensteiniano de *ver-como*, que se relaciona com as conexões feitas entre diferentes conteúdos ensinados em diferentes momentos. Dessa forma, concluímos que as concepções de Wittgenstein, quando relacionadas ao ensino de Matemática, podem mobi-

lizar os três domínios do conhecimento pedagógico de conteúdo, fator que têm potencial para o favorecimento da formação de professores que ensinam Matemática, tanto no que diz respeito ao conteúdo matemático quanto às maneiras de ensiná-lo e compreender as dificuldades que podem surgir em sala de aula.

Também percebemos que os conceitos wittgensteinianos de *jogos de linguagem*, *treino*, *seguir regras* e *ver-cómo*, além da sua concepção sobre a natureza do conhecimento matemático podem enriquecer a formação do professor que ensina Matemática, uma vez que fornece subsídios para análise de dificuldades enfrentadas pelos alunos, como também a reflexão sobre práticas para ensinar conceitos matemáticos. Assim, esses conceitos podem contribuir para o processo contínuo de formação docente na perspectiva de busca por caminhos para o desenvolvimento de experiências de aprendizagem que valorizem a aquisição e uso adequado da linguagem matemática.

É importante destacarmos que, por se tratar de um ensaio teórico-filosófico, esse trabalho apresenta limitações empíricas em relação às contribuições da filosofia wittgensteiniana para a formação de professores que ensinam Matemática. Dessa forma, sugerimos, como continuação desse trabalho, o desenvolvimento de pesquisas empíricas que busquem promover discussões em cenários de formação docente, como cursos de formação inicial e continuada, possibilitando análises concisas sobre as contribuições da filosofia de Wittgenstein para a formação docente.

Ademais, sugerimos, também, a realização de pesquisas que utilizem a ótica filosófica wittgensteiniana para análises das práticas de ensino e aprendizagem adotadas em disciplinas dos cursos de licenciatura, constituindo uma extensão da investigação de Silva e Silveira (2014), que focou especificamente nos conhecimentos dos licenciandos. Esse pode ser um ponto de partida frutífero para as reflexões sobre desafios e possibilidades envolvendo o ensino e a aprendizagem de conhecimentos matemáticos na formação inicial docente, fator que pode contribuir para o aprimoramento do ensino nessa formação.

REFERÊNCIAS

- Almeida, P. C. A. de, & Biajone, J. (2017). Saberes docentes e formação inicial de professores: implicações e desafios para as propostas de formação. *Educação e Pesquisa*, 33(1), 281-295.
- Barbosa, M. A. (2020). *O sentido das regras no ensino de frações* [Dissertação de Mestrado em Educação em Ciências e Matemáticas, Universidade Federal do Pará]. <https://repositorio.ufpa.br/jspui/handle/2011/13933>.
- Bicudo, M. A. V. (2009). Filosofia da educação matemática: por quê? *Bolema*, 22(32), 229-240.
- Cardoso, C. M. (2021). *Um olhar wittgensteiniano sobre a alfabetização matemática*

- [Tese de Doutorado em Educação, Universidade de São Paulo]. <https://doi.org/10.11606/T.48.2021.tde-23062021-105622>.
- Dias, A. M. R. de A. (2023). *O ver-comeo wittgensteiniano no ensino de física: Um enfoque sobre o uso da linguagem matemática pelo professor formador* [Tese de Doutorado em Educação em Educação em Ciências e Matemáticas, Universidade Federal do Pará].
- Fernandez, C. (2015). Revisitando a base de conhecimentos e o conhecimento pedagógico do conteúdo (PCK) de professores de ciências. *Ensaio Pesquisa em Educação em Ciências*, 17(2), 500-528. <https://doi.org/10.1590/1983-21172015170211>.
- Gauthier, C. et al. (2013). *Por uma teoria da pedagogia: Pesquisas contemporâneas sobre o saber docente*. Editora INIJUI.
- Glock, H. J. (1998). *Dicionário Wittgenstein*. Jorge Zahar Editor.
- Gottschalk, C. M. C. (2004). A natureza do conhecimento matemático sob a perspectiva de Wittgenstein: algumas implicações educacionais. *Cadernos de História e Filosofia da Ciência*, 14(2), 305-334. <https://www.cle.unicamp.br/eprints/index.php/cadernos/article/download/739/624>.
- Gottschalk, C. M. C. (2008). A construção e transmissão do conhecimento matemático sob uma perspectiva wittgensteiniana. *Caderno Cedes*, 28(74), 75-96. <https://doi.org/10.1590/S0101-32622008000100006>.
- Gottschalk, C. M. C. (2014). Fundamentos filosóficos da matemática e seus reflexos no contexto escolar. *International Studies on Law and Education*, 18(1), 73-82. <http://www.hottopos.com/isle18/73-82Cristiane.pdf>.
- Gottschlak, C. M. C. (2020). Uma reflexão sobre o sentido linguístico rumo a uma pedagogia de inspiração wittgensteiniana. *Educação & Realidade*, 45(3), 1-22. <https://doi.org/10.1590/2175-6236106761>.
- Jastrow, J. (1901). *Fact and fable in psychology*. Macmillan.
- McGinn, M. (2002). *Wittgenstein and the philosophical investigations*. Routledge.
- Meneghetti, F. K. (2011). O que é um ensaio teórico? *Revista de Administração Contemporânea*. 15(2), 320-332. <https://doi.org/10.1590/S1415-65552011000200010>
- Meira, M. A. (2012). *Labirintos da compreensão de regras em matemática: Um estudo a partir da regra de três* [Dissertação de Mestrado em Educação em Ciências e Matemáticas, Universidade Federal do Pará]. <https://repositorio.ufpa.br/jspui/handle/2011/4561>.
- Meneghetti, R. C. G., & Trevisani, F. D. M. (2013). Futuros matemáticos e suas concepções sobre o conhecimento matemático e seu ensino e aprendizagem. *Educação Matemática Pesquisa*, 15(1), 147-178. <https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/7058>.
- Moreno, A. R. (1995). *Wittgenstein – através das imagens*. Editora da Unicamp.

- Mulinari, F. (2016). A crítica de Wittgenstein ao ideal de linguagem agostiniana. *Revista Reflexões*, 5(9), 80–87. <https://revistareflexoes.com.br/wp-content/uploads/2017/07/7.2-Felicio-Mulinari-UFES-aa.pdf>.
- Pimenta, S. G. (1995). *Saberes pedagógicos e atividade docente*. Editora Cortez.
- Pimm, David. (2002). *El lenguaje matemático en el aula*. Editora Morata.
- Seki, J. T. P., & Almeida, L. M. W. (2021). A compreensão dos alunos em atividades de modelagem matemática: uma perspectiva wittgensteiniana. *Revista Paradigma*. 62(1), 107-129. <https://revistaparadigma.com.br/index.php/paradigma/article/view/997/974>
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14. <https://www.jstor.org/stable/1175860>.
- Shulman, L. S. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard Educational Review*, 57(1), 1-23. <https://doi.org/10.17763/haer.57.1.j463w79r56455411>.
- Silva, M. O. (2018). *Wittgenstein: para além da linguagem agostiniana*. Intermeios.
- Silva, C. E. S. (2021). *Jogos de linguagem na alfabetização matemática*. Tese de Doutorado em Educação em Educação em Ciências e Matemáticas, Universidade Federal do Pará]. <https://repositorio.ufpa.br/jspui/handle/2011/14863>.
- Silva, P. V. (2011). *O aprendizado de regras matemáticas: Uma pesquisa de inspiração wittgensteiniana com crianças da 4ª série no estudo da divisão* [Dissertação de Mestrado em Educação em Ciências e Matemáticas, Universidade Federal do Pará]. <https://repositorio.ufpa.br/jspui/handle/2011/2887>.
- Silva, P. V., Teixeira Júnior, V. P., Costa, D., & Dias, A. M. R. A. (2022). Uma filosofia da educação matemática numa perspectiva wittgensteiniana. *Educação Matemática Pesquisa*, 24(2), 147–179. <https://doi.org/10.23925/1983-3156.2022v24i2p147-179>
- Silva, P. V., & Barros, M. A. C. (2024). O treino é inimigo da compreensão nas aulas de matemática? In Teixeira Júnior, V. P., Ripardo, R. B. & Lacerda A. G. (Orgs.). *Linguagem Matemática na Educação: trilhando caminhos na produção de conhecimentos sobre o ensinar e aprender Matemática no Brasil* (p. 37-52). Livraria da Física.
- Silveira, M. R. A. (2020). Linguagem como ferramenta para a compreensão de conceitos matemáticos. *Perspectivas da Educação Matemática*, 13(22), 1-14. <https://periodicos.ufms.br/index.php/pedmat/article/view/5238>.
- Spaniol, W. (1989). *Filosofia e método no segundo Wittgenstein: Uma luta contra o enfeitiçamento do nosso entendimento*. Loyola.
- Tardif, M. (2017). *Saberes docentes e formação profissional*. Editora Vozes.
- Teixeira Júnior, V. P. (2016). *A terapia de Wittgenstein e o ensino de álgebra*. [Tese de

Doutorado em Educação em Ciências e Matemáticas, Universidade Federal do Pará].
<https://repositorio.ufpa.br/jspui/handle/2011/9067>.

Vilela, D. S. (2010). A terapia filosófica de Wittgenstein e a educação matemática. *Educação e Filosofia*, 24(48), 435–456.

Van Jaarsveld, P. (2016). Making a case for exact language as an aspect of rigour in initial teacher education mathematics programmes. *Perspectives in Education*, 34(1). <https://doi.org/10.18820/2519593x/pie.v34i1.11>.

Wittgenstein, L. (1989). *Fichas (Zettel)*. Edições 70.

Wittgenstein, L. (1999). *Investigações filosóficas*. Editora Nova Cultural.

Wittgenstein, L. (1956). *Remarks on the foundations of mathematics*. B. Blackwell.

Wittgenstein, L. (1976). *Wittgenstein's lectures on the foundations of mathematics* (From the notes of R. G. Bosanquet, N. Malcolm, R. Rhees e Y. Smythies) (C. Diamond, Ed.). Harvester Press.

Wittgenstein, L. (1976). *Wittgenstein's lectures on the foundations of mathematics* (From the notes of R. G. Bosanquet, N. Malcolm, R. Rhees e Y. Smythies) (C. Diamond, Ed.). Harvester Press.

Apéndice - Información sobre el artículo

Historico editorial

Submetido: 24 de Enero de 2025.

Aprobado: 22 de Julio de 2025.

Publicado: 5 de Septiembre de 2025.

Como Citar — APA

Silva, P. V. da., Costa, D. de., & Barros, M. A. das C. (2025). Novas Perspectivas para a Formação de Professores que Ensinam Matemática: Contribuições da Filosofia Wittgensteiniana. *PARADIGMA*, XLVI(Edición Temática 1), e2025011. <https://doi.org/10.37618/PARADIGMA.1011-2251.2025.e2025011.id1717>.

Como Citar — ABNT

SILVA, Paulo Vilhena da; COSTA, Daniana de; BARROS, Marlon Augusto das Chagas. Novas Perspectivas para a Formação de Professores que Ensinam Matemática: Contribuições da Filosofia Wittgensteiniana. *PARADIGMA*, Maracay, v. XLVI, Edição Temática 1, e2025011, Sep., 2025. <https://doi.org/10.37618/PARADIGMA.1011-2251.2025.e2025011.id1717>.

Conflicto de intereses

Nada que declarar.

Declaración de disponibilidad de datos

Todos los datos han sido presentados/generados en este artículo.

Derechos autorales

Los derechos de autor pertenecen a los autores, que conceden a revista **Paradigma** los derechos exclusivos de primera publicación. Los autores no serán remunerados por la publicación de sus artículos en esta revista. Los autores están autorizados a celebrar contratos adicionales por separado, para la distribución no exclusiva de la versión del artículo publicado en esta revista (por ejemplo, publicación en un repositorio institucional, en un sitio web personal, publicación de una traducción o como capítulo de un libro), con reconocimiento de autoría y primera publicación en esta revista. Los editores de la revista **Paradigma** tienen derecho a realizar ajustes textuales y adecuación normativas en este artículo.

Acceso libre

Este artículo es de acceso abierto (**Open Access**) y sin gastos de envío ni de procesamiento del artículo (**Article Processing Charges - APCs**). El acceso abierto es un amplio movimiento internacional que pretende proporcionar acceso en línea libre y gratuito a la información académica, como publicaciones y datos. Una publicación se define como de acceso abierto cuando no existen barreras financieras, legales o técnicas para acceder a ella; en otras palabras, cuando cualquiera puede leerla, descargarla, copiarla, distribuirla, imprimirla, investigarla o utilizarla en la educación o de cualquier otra forma dentro de los acuerdos legales.



Licencia de uso

Este artículo es licenciado con **Creative Commons Atribución-NoComercial-SinDerivadas 4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0)**. Esta licencia le permite compartir, copiar y redistribuir el artículo en cualquier medio o formato. La licencia no permite utilizar el material con fines comerciales ni adaptarlo, remezclarlo o transformarlo.



Comprobación de similitud

Este artículo fue sometido a una comprobación de similitud utilizando el software de detección de texto **iThenticate** de Turnitin, a través del servicio de **Similarity Check** de la Crossref. 

Proceso de evaluación

Revisión por pares a doble ciego (*Double blind peer review*).

Editor

Fredy E. González 

Editoras convidadas

Ettiène Cordeiro Guérios 

Edvonete Souza de Alencar 

Martha Cecilia Mosquera Urrutia 

Publisher

Este artículo ha sido publicado en la revista **Paradigma** vinculada al Centro de Investigaciones Educativas Paradigma (CIEP) del Departamento del Componente Docente de la **Universidad Pedagógica Experimental Libertador** (Núcleo Maracay). La revista **Paradigma** publica artículos de carácter técnico-científico, derivados de estudios e investigaciones que sirvan de apoyo al desarrollo del conocimiento educativo, propiciando el diálogo entre los diferentes campos de la educación. Las ideas expresadas en este artículo son de los autores y no representan necesariamente la opinión del consejo editorial o de la universidad. En Brasil, la revista Paradigma obtuvo la calificación **Qualis A1** en la **Evaluación CAPES (2017-2020)**.

