

Um olhar para o processo de gênese documental de uma atividade de modelagem matemática na formação continuada de professores

Karina Alessandra Pessoa da Silva¹   Adriana Helena Borssoi²  
Emerson Tortola³  

Resumo

Neste artigo evidenciamos as ações empreendidas por uma professora em formação em modelagem matemática no processo de gênese documental de uma atividade de modelagem com a temática ponte de guarda-chuvas. A atividade foi planejada e discutida de forma coletiva entre os professores em formação e a implementação por uma professora, a Déia, em sua turma do 7º ano do Ensino Fundamental foi compartilhada no âmbito da disciplina de Modelagem Matemática de um mestrado em Ensino de Matemática de uma universidade federal brasileira. Por meio de análise qualitativa da transcrição de áudios e vídeos dos professores em formação durante o planejamento, do plano de aula elaborado por Déia, bem como dos registros fotográficos da implementação, subsidiada na Abordagem Documental do Didático, evidenciamos que o plano estruturado no decurso da gênese documental foi inspirado em uma atividade desenvolvida no contexto da disciplina de mestrado, todavia uma imprevisibilidade com os recursos antecipados reconduziu as ações da professora na prática. Com o compartilhamento da implementação, o documento passou por reelaboração com sugestões de outros professores em formação que indicaram recursos para a sua adequação, de modo que novas interações fossem empreendidas para a constituição do documento, incutindo o desenvolvimento profissional de Déia e dos demais integrantes da disciplina.

Palavras-chave: Modelagem Matemática, Formação Continuada de Professores, Abordagem Documental do Didático, Planejamento Coletivo.

A look at the documentary genesis process of a mathematical modelling activity in the teachers in continuing education

Abstract

In this paper, we highlight the actions undertaken by a pre-service teacher in mathematical modelling during the documentary genesis process of a modelling activity on the theme of an umbrella bridge. The activity was planned and discussed collectively among the pre-service teachers, and the implementation by a teacher, Déia, in her 7th grade elementary school class was shared within the scope of the Mathematical Modelling discipline of a master's degree in Mathematics Teaching at a Brazilian federal university. Through qualitative analysis of the transcription of audios and videos of pre-service teachers during the planning, of the lesson plan prepared by Déia, as well as of the photographic records of the implementation, supported by the Documentary Approach to Didactics, we showed that the plan structured during the documentary genesis was inspired by an activity developed in the context of the master's course, however, an unpredictability with the anticipated resources led the teacher's actions back into practice. With the sharing of the implementation, the document was reworked with suggestions from other pre-service teachers who indicated resources for its adaptation, so that new interactions could be undertaken to constitute the document, instilling the professional development of Déia and the other members of the course.

Keywords: Mathematical Modelling, Teacher in Continuing Education. Documentary Approach to Didactics. Collective Planning.

¹ Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), Brasil. E-mail: karinasilva@utfpr.edu.br

² Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), Brasil. E-mail: adrianaborsoi@utfpr.edu.br

³ Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), Brasil. E-mail: emersonortola@utfpr.edu.br

Una mirada al proceso de génesis documental de una actividad de modelación matemática en la formación continua de docentes

Resumen

En este artículo destacamos las acciones realizadas por un docente en formación en modelación matemática en el proceso de génesis documental de una actividad de modelación con la temática puente paraguas. La actividad fue planificada y discutida colectivamente entre los docentes en formación y la implementación por parte de una docente, Déia, en su clase de 7º año de primaria fue compartida en el ámbito de la disciplina Modelación Matemática de una maestría en Enseñanza de las Matemáticas de una universidad federal brasileña. A través del análisis cualitativo de las transcripciones de audio y video de los docentes en formación durante la planificación, del plan de lección elaborado por Déia, así como de los registros fotográficos de la implementación, apoyados en el Enfoque Documental de lo Didáctico, demostramos que el plan estructurado durante la génesis documental se inspiró en una actividad desarrollada en el contexto de la maestría, sin embargo, una imprevisibilidad con los recursos previstos redirigió las acciones del docente hacia la práctica. Con la puesta en común de la implementación, el documento pasó por una reelaboración con sugerencias de otros docentes en formación que indicaron recursos para su adaptación, de modo que se pudieran emprender nuevas interacciones para crear el documento, inculcando el desarrollo profesional de Déia y los demás integrantes de la disciplina.

Palabras clave: Modelación Matemática, Formación Continua de Docentes, Enfoque Documental de lo Didáctico, Planificación Colectiva.

INTRODUÇÃO

Nas pesquisas em Educação Matemática, é eminente a atenção direcionada para a formação de professores. No Brasil, o Grupo de Trabalho (GT 07) sobre Formação de Professores que Ensinam Matemática, da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM), de modo geral, é o maior em quantidade de participantes e artigos publicados no Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática (SIPEM). Em 2024, na nona edição do referido evento, dos 317 artigos publicados nos anais pelos pesquisadores distribuídos em 16 GTs, 39 se alocaram no GT 07 e em outros 27 trabalhos, distribuídos em demais onze GTs, a palavra *formação* esteve presente no título. O total de 66 artigos representou cerca de 20% da produção científica submetida e aprovada para discussão no IX SIPEM.

A presente edição temática da revista Paradigma endossa ainda mais a atenção para as pesquisas que se voltam para a formação de professores que ensinam matemática. Especificamente, como nessa edição o foco está em “novas perspectivas na formação de professores”, nos debruçamos em trazer para o debate a formação em modelagem apoiados na Abordagem Documental do Didático (ADD), uma teoria associada à Didática da Matemática Francesa.

As discussões que trazemos à comunidade foram investigadas no âmbito de um projeto de pesquisa sobre formação de professores pautado em oportunizar aos participantes aprender sobre, aprender por meio e ensinar usando modelagem matemática. Para isso, foram constituídos ambientes integrados de formação que proporcionaram aos participantes experiências em que práticas com modelagem foram planejadas, implementadas em sala de aula da Educação Básica e discutidas sob um viés crítico-reflexivo, em diferentes *designs*

de cursos, seja no âmbito de disciplinas da graduação, da pós-graduação e na extensão. Essa abordagem se delineou, pois entendemos que ao considerar a modelagem matemática em sala de aula para ensinar matemática se faz necessário colocar o aluno na centralidade, assumindo o professor o papel de orientador.

Nesse contexto, o professor envolve o aluno na delimitação de um problema cuja temática seja oriunda da realidade e que seja passível de abordagem matemática, constituindo um espaço para a investigação. O espaço para a investigação é delineado por meio de ações como coleta de dados, definição de variáveis e hipóteses, construção de uma ou mais representações matemáticas expressas por meio de linguagem matemática, como símbolos, gráficos, expressões algébricas ou geométricas, bem como a apresentação de uma solução condizente com a temática em estudo. Nesse tocante, escolhemos discutir um contexto que, para os professores que ensinam matemática nas escolas brasileiras, se tem mostrado cada vez mais desafiador: o de levar para a sala de aula práticas como as de modelagem, ao mesmo tempo em que há a exigência de cumprir um currículo rígido (MALHEIROS; SOUZA; FORNER, 2021; DALTO; BORSSOI; SILVA, 2024).

O enfrentamento curricular para a implementação de atividades de modelagem em sala de aula tem sido respaldado por meio de planejamentos de práticas realizados de modo coletivo, nos quais professores em formação fazem uso de diferentes recursos como softwares educacionais, instrumentos de manipulação, calculadoras etc., para subsidiar o objetivo didático que constitui o trabalho documental. Segundo Trouche, Gueudet e Pepin (2018, p. 4), “o trabalho documental do professor é o motor de uma gênese documental que articula conjuntamente um novo recurso e um esquema de utilização desse recurso”, o que gera um documento, o qual pode se materializar por meio de um plano ou notas de aula, sequências didáticas etc.

Segundo Iglioni (2021), a ADD tem se firmado como uma teoria para a análise do desenvolvimento profissional do professor. No prefácio do livro “Compreender o trabalho dos professores brasileiros do ensino básico: uma abordagem pelos recursos”, Luc Trouche, um dos precursores da teoria ADD, alega que na atual “profusão de recursos educativos sobre a web, a abordagem do trabalho dos professores a partir de suas interações com seus recursos é uma necessidade para compreender as metamorfoses desse trabalho” (IGLIORI, 2021, p. 5).

Neste artigo, consideramos a ADD como uma teoria que subsidia o planejamento de uma atividade de modelagem matemática (SILVA; TORTOLA; KOGA; KOGA, 2021), e focamos a atenção na gênese documental para “[...] compreender o processo de formação de documentos por meio da interação do professor com recursos ao longo de um determinado tempo” (XAVIER NETO; FERREIRA da SILVA; TROUCHE, 2021, p. 342). Nossa atenção, especificamente, está em compreender o processo de gênese documental no planejamento, na

implementação e nas discussões crítico-reflexivas de uma atividade de modelagem em um *design* de formação de professores constituído em uma disciplina de mestrado no primeiro semestre de 2024.

Para trazer reflexões para a questão de pesquisa *‘quais ações são empreendidas por uma professora em formação em modelagem matemática no processo de gênese documental de uma atividade de modelagem?’*, organizamos esse texto em cinco tópicos subsequentes. O quadro teórico referente à formação de professores em modelagem matemática e à Abordagem Documental do Didático, em especial sobre a gênese documental, é abarcado nos próximos dois tópicos. Em seguida, trazemos um tópico que versa sobre os aspectos metodológicos, que vem caracterizar o *design* de formação investigado e especificar o perfil da participante Déia e dos dados analisados sob uma abordagem qualitativa (MIGUÉLEZ, 2002; LÜDKE; ANDRÉ, 2014). Posteriormente, é realizada a descrição e a análise com os resultados da investigação e são apresentadas as considerações finais.

| FORMAÇÃO DE PROFESSORES EM MODELAGEM MATEMÁTICA

Em nossas pesquisas, assumimos a modelagem matemática na perspectiva da Educação Matemática, debatida e investigada por diversos autores, com nuances em suas concepções que a singularizam no contexto de cada perspectiva. Alinhamos nosso entendimento ao de Almeida (2018, p. 20), segundo a qual, a modelagem é uma alternativa pedagógica que constitui um modo próprio de busca por “uma solução para um problema identificado em uma situação da realidade e inclui a construção e validação de um modelo matemático”. O modelo matemático, em termos gerais, pode ser entendido como “uma representação de aspectos de um domínio extramatemático por meio de algumas entidades matemáticas e relações entre elas” (NISS; BLUM, 2020, p. 6).

A construção de um modelo matemático requer procedimentos e técnicas matemáticas, de modo que conteúdos matemáticos podem ser abordados a partir de uma situação-problema que pode não ser própria da matemática, por exemplo, aproveitar uma caixa-d’água para plantio de hortaliças (CARUZO; SILVA, 2024), em que a matemática se faz presente por meio da elaboração de um projeto de distribuição das hortaliças e sua irrigação a partir da análise da umidade do solo. Na visão de Galbraith (2024, p. 139), um objetivo primordial no contexto educacional é “capacitar mais alunos a aplicar mais matemática de forma mais eficaz a mais problemas que importam para eles agora e em suas vidas futuras”.

Na literatura, os procedimentos e as técnicas para o desenvolvimento de uma atividade de modelagem são organizados em conjuntos de ações que configuram fases ou etapas, estruturadas por meio de esquemas chamados ciclos de modelagem (BORROMEO FERRI, 2018; NISS; BLUM, 2020; SILVA; TRINDADE, 2024). Os ciclos podem nortear o trabalho do professor em sala de aula, orientando como pode ser o desenvolvimento de uma

atividade de modelagem. No entanto, Borromeo Ferri (2018) assevera que os modeladores (estudantes) podem não seguir o ciclo de forma linear, indo e voltando nas ações quantas vezes julgarem necessário.

Reconhecendo na modelagem potencialidades para aprender matemática é que esforços são concentrados em implementar práticas nas aulas de matemática. Para esse propósito, os professores precisam estar preparados para desempenhar um papel ativo na organização, na implementação e na avaliação dessas práticas (ALMEIDA; SILVA, 2015). Dentre os fatores que causam insegurança aos professores está a imprevisibilidade do que pode surgir quando os alunos são convidados a delinear a abordagem de uma situação-problema (PINTO; ARAÚJO, 2021a). Afinal, cada problema é diferente e os conteúdos são abordados de acordo com as características de cada situação, além de estarem de acordo com o conhecimento dos alunos no papel de modeladores.

Entendemos, então, que implementar atividades de modelagem exige aprendizado do professor sobre o conteúdo matemático, sobre as maneiras como os alunos desenvolvem e representam suas ideias e, além disso, sobre novas maneiras de interagir com os alunos, colocando o foco na escuta, na observação e na elaboração de perguntas, fazendo com que os alunos esclareçam suas ideias. No Brasil, a formação de professores em modelagem matemática tem sido temática recorrente dos membros do GT 10 – Modelagem Matemática – da SBEM. Essa constatação também se faz presente na International Community of Teachers of Mathematical Modelling and Applications (ICTMA). Segundo Galbraith (2024, p. 138), estão na agenda da comunidade interesses como:

identificação e papel dos facilitadores no ensino e na aprendizagem da modelagem; necessidades em termos de preparação e suporte de professores; um foco no papel que a ‘autenticidade’ desempenha ou deveria desempenhar no design e implementação de tarefas; como a pesquisa pode e/ou deve ser direcionada para avançar na área; e tecnologia como uma provisão facilitadora ao longo de todo o processo de modelagem.

Com relação à preparação e ao suporte de professores, há diferentes configurações para a formação em modelagem presentes na literatura: constituição de comunidades de prática (BRAZ, 2017); organização de seminários e workshops (BORROMEO FERRI, 2018); participação em grupos de estudos (MUTTI, 2020; MALHEIROS; FORNER, 2024), organização de espaço colaborativo nas escolas (FORNER, 2018); estruturação de três eixos de formação – aprender sobre, aprender por meio e ensinar usando modelagem (ALMEIDA; SILVA, 2015). Dessas diferentes configurações, temos nos apoiado nos três eixos de formação.

No eixo *aprender sobre modelagem* objetiva-se abordar com os professores em formação sobre o que é modelagem matemática e a existência de diferentes entendimentos para caracterizá-la na literatura. Além disso, intenta-se destacar os procedimentos presentes na transição da situação inicial para a final, mediando-os via ciclo de modelagem. O eixo

aprender por meio da modelagem é subsidiado por aspectos relativos ao como fazer modelagem, em que os professores em formação desenvolvem atividades como modeladores, vivenciando os encaminhamentos enquanto alunos, perpassando pelas diferentes etapas do ciclo de modelagem, reconhecendo o papel de orientador e o aporte do trabalho em grupo. Já o *eixo ensinar usando modelagem* se constitui na implementação de uma ou mais práticas com modelagem, cujo planejamento é realizado de forma coletiva, em que o objetivo repousa no saber como orientar o desenvolvimento de uma atividade. Por meio da prática, “os professores da Educação Básica podem vivenciar, discutir e refletir sobre a Modelagem, a partir de seus contextos e realidades” (MALHEIROS; SOUZA; FORNER, 2021, p. 15).

Dalto, Borssoi e Silva (2024), subsidiados nos princípios listados por Borromeo Ferri (2018) para planejar e implementar aulas com modelagem, evidenciaram que uma dupla de professoras, no planejamento de uma prática, considerou os interesses dos alunos, a antecipação dos conteúdos, a promoção de trabalhos em grupo e a utilização de recursos tecnológicos. Essas ações, em certa medida, estavam em consonância com o *design* de formação em modelagem instaurado no âmbito educacional constituído de forma síncrona e remota. Seguindo os mesmos princípios, embora em ambiente presencial, o *design* de formação abordado neste artigo, compreende momentos de discussão conjunta sobre o planejamento e a implementação de práticas com modelagem matemática.

Levamos em conta o que defendem Pinto e Araújo (2021b, p. 2014), para as quais, “o planejamento coletivo de atividades de modelagem pode representar uma potencial forma de trabalho para a eficácia da atividade que se planeja”, em especial para professores com pouca ou nenhuma experiência com práticas com modelagem. Para o planejamento dos professores, diferentes recursos podem ser mobilizados em um processo de gênese documental, em que um esquema de utilização se articula de forma explícita para a prática.

ABORDAGEM DOCUMENTAL DO DIDÁTICO

No desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática, alguns recursos disponíveis podem subsidiar o planejamento dos professores. Ponderamos, contudo, que esses recursos constituem “um conjunto de peças, e vai caber a eles [professores] realizarem uma montagem com a perspectiva de elaborar uma trajetória coerente de aprendizagem do aluno” (TROUCHE; GUEUDET; PEPIN, 2018, p. 4). Na elaboração da trajetória, é preciso que o professor desenvolva novos entendimentos e reconheça o contexto da sala de aula que leciona, interagindo com os recursos para esquematizar sua utilização.

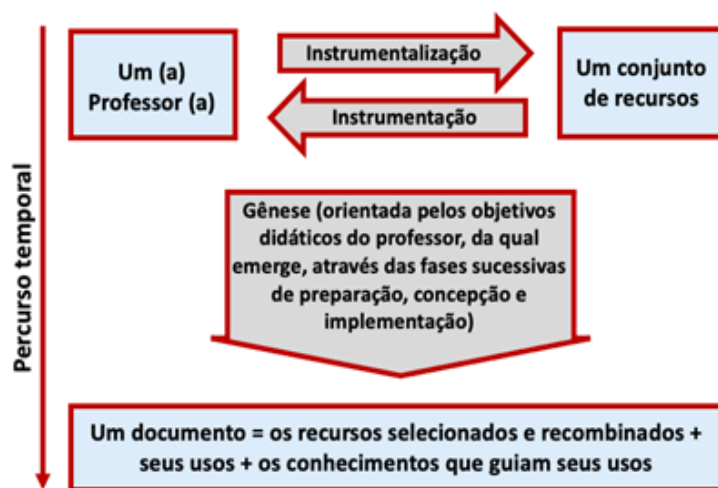
Dentre os recursos que podem subsidiar o planejamento de uma atividade de modelagem, possibilitando interações dos professores e dos alunos com a situação-problema e a matemática que dela emerge, podemos considerar os digitais, os materiais, os sociais e os cognitivos. Neste contexto, existe um amplo espectro de recursos, tais como livros didáticos,

recursos online, trocas de e-mail e conversas com colegas, ou ainda produções de alunos (TROUCHE; GUEUDET; PEPIN, 2018).

Xavier Neto e Silva (2017, p. 6) asseveram que se faz importante investigar de que “maneira o professor combina/integra diferentes recursos para construir suas aulas e como ocorre sua evolução profissional, porque várias dimensões estão entrelaçadas no contexto da sala de aula e devem ser consideradas”. Isso se deve ao fato de que um recurso não é utilizado de forma isolada, este pertence a um conjunto de recursos que, articulado com o esquema de utilização vislumbrado pelo professor, gera o documento de ensino, foco da ADD.

De posse de diferentes recursos articulados com os esquemas produzidos pelo professor para atingir um determinado objetivo didático, Gueudet e Trouche (2008) delinearam o conceito de documento, via Gênese Documental. A documentação, ação para a obtenção do documento, é subsidiada pela “busca por recursos; a seleção e criação de tarefas matemáticas; o planejamento de sequências de atividades; o gerenciamento do tempo disponível e a administração dos artefatos disponíveis” (ABAR; ALMEIDA; DIAS, 2021, p. 126). Há, com isso, a inter-relação de dois processos: a instrumentação, em que o artefato, constituído por um conjunto de recursos modela a ação e a instrumentalização, em que o artefato é moldado pela ação dos sujeitos (o professor) a partir de seus conhecimentos e modos de trabalho. Essa abordagem da gênese documental pode ser representada por um esquema (Figura 1).

Figura 1 - Esquema da Gênese Documental



Fonte: Trouche, Gueudet e Pepin (2018, p. 4)

Os processos supracitados se articulam por meio das “práticas de concepção, re-concepção ou ‘concepção em uso’, (em que os professores modificam um documento ‘no calor da ação’)” (TROUCHE; GUEUDET; PEPIN, 2018, p. 4). Nesse sentido, há “planejamento, replanejamento e planejamento em uso em que os professores alteram um determinado documento no momento conforme suas necessidades de ensino” (XAVIER NETO; SILVA, 2019, p. 440). Desse modo, podemos entender que a construção de um documento, na gê-

nese documental, é contínua, passando por vários estágios, que envolvem a escolha de um recurso, sua adaptação, se necessário, sua utilização na prática e, após a realização de uma análise, sua reformulação/refinamento.

Para Abar, Almeida e Dias (2021, p. 125), o desenvolvimento profissional se delineia nas diferentes gêneses documentais dos professores, “por meio do estudo de suas interações com os recursos, uma variedade de artefatos, e seus usos para o desenvolvimento de sua prática”.

No âmbito da formação de professores, seja ela inicial ou continuada, existem pesquisas que têm se dedicado a investigar o planejamento e a implementação de aulas em que a ADD subsidia a construção de um documento (XAVIER NETO; SILVA; TROUCHE, 2019; ABAR; ALMEIDA; DIAS, 2021; SILVA et al., 2021). Em nossa investigação, todavia, trazemos para o debate a formação em modelagem matemática cujo trabalho docente, que culmina no plano de aulas para uma prática, pode ser subsidiado via gênese documental.

| ENCAMINHAMENTOS METODOLÓGICOS

Os eixos de formação aprender sobre aprender por meio e ensinar usando modelagem (ALMEIDA; SILVA, 2015) têm sido utilizados para estruturar uma disciplina de Modelagem Matemática de um programa de pós-graduação *Stricto Sensu* em Ensino de Matemática de uma universidade federal brasileira desde 2016. No entanto, a partir de 2021, com a aprovação do projeto de pesquisa no Edital Universal do CNPq, nos debruçamos com mais afinco no estabelecimento de articulações teóricas relativas a esses eixos de formação.

No primeiro semestre de 2024, a disciplina manteve a estrutura de formação, em que professores estudaram textos teóricos sobre modelagem (aprender sobre), desenvolveram atividades como modeladores (aprender por meio), planejaram e implementaram práticas com alunos da Educação Básica (ensinar usando). Com carga horária de 45 horas, a disciplina foi ministrada em quinze encontros de três horas cada, às sextas-feiras pela manhã, no período de 08 de março a 05 de julho. A disciplina foi iniciada com dez professores, que foram informados sobre a pesquisa em desenvolvimento e, no primeiro encontro, assinaram um termo de consentimento livre e esclarecido para que as aulas fossem gravadas. Os professores são referenciados no corpo do texto por nomes fictícios e a professora da disciplina por Prof.

Durante o semestre, dois professores desistiram da disciplina; dos oito que continuaram, um não implementou a prática (Pedro), uma professora implementou nos anos iniciais de uma escola particular (Keila), uma em escola cívico militar (Joana), três no contexto de Itinerários Formativos (Ana, Elisa e Vander), um em um colégio vinculado a uma universidade (Guto) e uma professora implementou nas aulas da disciplina de Matemática (Déia).

Na Tabela 1 apresentamos as turmas e as temáticas em que as atividades de modelagem planejadas na disciplina foram implementadas.

Tabela 1 - Turmas e temáticas escolhidas por cada professor(a)

Professor(a)	Turma em que implemen- tou	Temática abordada
Ana	3º ano do Ensino Médio	Reaproveitando uma caixa-d'água
Déia	7º ano do Ensino Fundamen- tal	Ponte de guarda-chuvas do Lago Igapó II
Elisa	1º ano do Ensino Médio	Relação entre ondas de calor no Brasil e quei- madas
Guto	7º ano do Ensino Fundamen- tal	Desperdício de água para encher as garrafi- nhas
Joana	8º ano do Ensino Fundamen- tal	Tempo de uso do celular e dos diferentes aplicativos
Keila	1º ano do Ensino Fundamen- tal	Organização do material da mochila
Vander	1º ano do Ensino Médio	Reforma do telhado da rodoviária de Londrina

Fonte: Elaboração dos autores

Considerando nossos interesses de investigação, relativo ao ensinar usando modelagem nas aulas de Matemática, elegemos a professora Déia para trazermos reflexões para a questão de pesquisa: *quais ações são empreendidas por uma professora em formação em modelagem matemática no processo de gênese documental de uma atividade de modelagem?* Para isso, analisamos o processo de gênese documental de uma atividade de modelagem, em que lançamos um olhar para o planejamento, a implementação e a reflexão de uma prática. Desse modo, entendemos que os eixos de formação se entrelaçaram no sentido de que, para planejar uma prática, considerações sobre o que é, como fazer e para que fazer subsidiaram as interlocuções estabelecidas nas ações da professora em formação.

Déia foi a professora que planejou implementar a prática em suas aulas regulares de matemática em uma turma do 7º ano do Ensino Fundamental de um colégio público da cidade de Londrina, no norte do estado do Paraná, cuja matriz curricular estava pautada no Currículo da Rede Estadual Paranaense (CREP) e estruturada por meio de aulas prontas produzidas pelo governo estadual e disponibilizadas no Registro de Classe Online (RCO). A professora é licenciada em Matemática, leciona na Educação Básica desde o ano de 2021, cursou uma disciplina de modelagem na graduação, porém não teve oportunidade de implementar uma prática em sala de aula. Com isso, entendemos que Déia era inexperiente em práticas com modelagem matemática.

Os dados que subsidiaram nossas análises foram as transcrições de áudios e as descrições de vídeos produzidos nos encontros da disciplina em que Déia relatou o planeja-

mento (8º encontro, no dia 03/05) e a implementação (10º encontro, no dia 17/05), juntamente com imagens do desenvolvimento da atividade de modelagem em 5 horas-aula nos dias 08, 09 e 16 de maio, com 31 alunos do 7º ano. A escola em que Déia lecionava permitiu o desenvolvimento e a coleta de dados dos alunos durante a atividade, além disso, um termo de consentimento livre e esclarecido foi assinado pelos pais ou responsáveis.

A análise dos dados é respaldada em uma abordagem qualitativa, a qual dedica-se a elaborar compreensões acerca de uma realidade complexa, dinâmica, inextrincável, a partir de questões que advêm, por um lado, de uma curiosidade investigativa despertada por problemas revelados pela prática educacional e, por outro, por uma atitude de pesquisa que coloca o pesquisador no meio da cena investigada, participando dela e tomando partido na trama (LÜDKE; ANDRÉ, 2014). Nesse sentido, requer técnicas de análise adequadas, estando a credibilidade dos resultados atrelada ao nível de precisão terminológica, do seu rigor metodológico (adaptação do método ao objeto), da sistematização com que todo o processo é apresentado e da atitude crítica que o acompanha (MIGUÉLEZ, 2002).

Nesse contexto, nos amparamos na Gênese Documental do professor que possibilita “pesquisar como ele cria os esquemas para o uso de recursos, [...] e como eles podem transformar sua prática pedagógica para contribuir com a aprendizagem do aluno” (ABAR, 2019, p. 219). Com essa abordagem, temos o objetivo de entender as ações empreendidas pela professora – Déia – no processo de gênese documental de uma atividade de modelagem.

DESCRIÇÃO E ANÁLISE DA ATIVIDADE PLANEJADA DE MODO COLETIVO E IMPLEMENTADA POR DÉIA

No encontro da disciplina para o planejamento das práticas que cada um dos professores iria implementar, foram retomadas as diferentes atividades de modelagem matemática desenvolvidas como modeladores, bem como aquelas que estavam presentes nos artigos científicos estudados até o momento. Os registros escritos das atividades, bem como a abordagem que elas se configuraram constituem recursos que podem ser “selecionados, modificados e recriados de modo a subsidiar o objetivo didático” (SILVA et al., 2021, p. 37), ou seja, poderiam inspirar os planejamentos dos professores. Além de retomar as atividades, foram compartilhadas as expectativas e as angústias para a implementação das práticas, em que os professores relataram a necessidade de cumprir um currículo rígido orquestrado pelo governo do estado do Paraná, via plataforma da educação, em que teriam de seguir o módulo de planejamento disponível no Registro de Classe Online (RCO).

Para o contexto da sala de aula da Educação Básica, com o objetivo didático de implementar uma atividade de modelagem, Déia primeiramente elencou recursos que poderiam ser utilizados para trabalhar com uma situação-problema sobre reforma de um local considerado turístico na cidade em que reside:

Déia: [...] eu estou pesquisando, partindo um pouco da ideia da rodoviária [atividade desenvolvida no âmbito da disciplina de mestrado], procurar alguma coisa em Londrina e eu estou vendo aqui o lago Igapó II. Eu vi uma reportagem recente [de 2023] reclamando muito da situação das duas pontes que têm nesse lago. Eu pensei em trabalhar a questão da reforma dessas duas pontes: o material, a questão das tábuas, as medidas. Ontem no laboratório, depois que eles [alunos] terminaram a minha atividade, ficaram no Street View olhando as ruas deles, teve um que foi até para Nova Iorque! Então pensei em usar essa ferramenta já que alguns têm essa facilidade. Eu não fixei muito essa ideia, como levar esse problema para eles, trabalhar essa questão porque daí pelo Street View eu consigo ver certinho, não sei se eu consigo estabelecer o tamanho dela, mas eu consigo ver as tábuas.

Prof: Eu acho que dá para ver o tamanho sim ou usar o Google Earth para olhar ali e ver a largura da ponte [...].

Déia: É, eu acho que é mais questão das tábuas porque a ponte de guarda-chuva ela teve uma nova decoração, mas não teve uma reforma. [...] Então tem vários questionamentos: Precisaria dessa ponte com o guarda-chuva?

Prof: Até assim, pode ser uma situação: quando eles vão trocar os guarda-chuvas, dependendo do tamanho do guarda-chuva, é uma quantidade que eles precisam. [...]

Déia: Se fosse colocar guarda-chuva na outra ponte?

Prof: Aí tem a largura da ponte, a largura do guarda-chuva, o diâmetro né, pode pensar nisso, [...] Acho que ia ficar legal Déia sobre os guarda-chuvas.

Déia: [...] vou pegar uma cartolina e pedir para eles fazerem um esboço, fazer um desenho da ponte. Seria legal se eu conseguisse um guarda-chuva bem colorido para levar para eles medirem e ver, qual é o espaço que tem que ter entre eles.

(Diálogo entre Déia e a Prof, 2024).

De antemão, Déia retomou um encaminhamento para a atividade que estava planejando implementar com seus alunos muito próximo do que havia feito na disciplina de mestrado, em que, por meio do Google Earth, os professores em formação produziram dados quantitativos para estudar sobre uma possível reforma do telhado de uma rodoviária da cidade. Há, neste contexto, o processo de instrumentação, em que a atividade da rodoviária foi subsidiada por um conjunto de recursos que modelou a ação de Déia e para ela foi relevante. Ao considerar os recursos presentes nesta atividade desenvolvida como modeladora, Déia buscou iniciar a produção de um documento que “pode ser resolvido através de todas as etapas do ciclo de modelagem” (BORRAMEO FERRI, 2018, p. 80). Além disso, ponderamos assim como Xavier Neto, Silva e Trouche (2019, p. 310), que “frente a novos recursos, os professores recorrem aos repertórios que possuem de invariantes e estes são modificados gerando novos invariantes”.

Ao reconhecer a familiaridade dos alunos para com um recurso digital – Street View –, para “coletar e manipular dados do mundo real” (CEVIKBAS, 2024, p. 225), bem como sugerir o uso da cartolina para realizarem os registros, foi sinalizado um aprimoramento no processo de instrumentação (TROUCHE; GUEUDET; PEPIN, 2018) que orientou o objetivo didático de Déia – implementar uma atividade de modelagem, cuja situação estava presen-

te na cidade em que os alunos residiam. Todavia, o delineamento de estudo – inserção de guarda-chuvas em uma ponte da cidade – se estruturou em conversa com a Prof.

No contexto da formação de professores, no âmbito do planejamento da prática, a possibilidade de Déia ouvir e ser ouvida constituiu “o motor de uma gênese documental” (TROUCHE; GUEUDET; PEPIN, 2018, p. 4), em que se estruturou a situação-problema a ser investigada. A escolha da situação-problema para o desenvolvimento de uma atividade de modelagem por Déia “imprime um controle mais explícito por parte do professor” (SILVA; OLIVEIRA, 2015, p. 54), que depende dos seus objetivos didáticos, porém consiste em uma possibilidade para se sentir segura na implementação de sua primeira prática. Com isso, houve a possibilidade de planejar suas orientações, bem como antecipar os encaminhamentos a seguir de forma coletiva no âmbito da formação de professores.

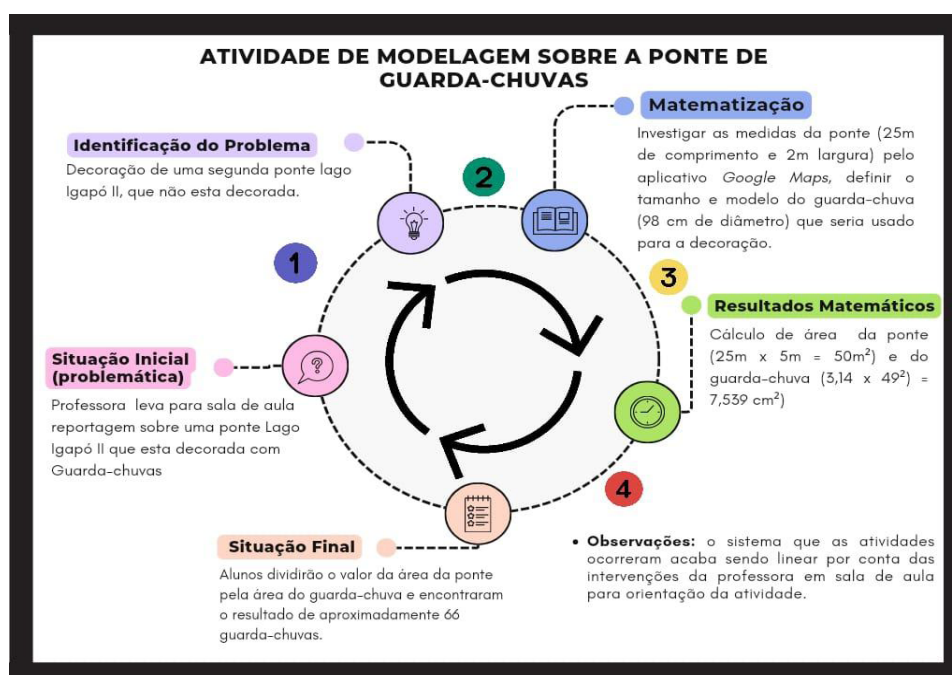
Considerando as turmas com as quais trabalhava em 2024 – 7º ano do Ensino Fundamental e 1ª série do Novo Ensino Médio –, Déia optou pela primeira, visto que se tratava de uma turma cujo conteúdo do RCO estava adiantado: “Vou fazer na quinta-feira, acho que em duas aulas sai. Estou trabalhando com o 7º ano. Eu até queria trabalhar com Ensino Médio, mas estou muito atrasada” (relato de Déia durante planejamento). A escolha da professora se respaldou em quão atrasada/adiantada estava no currículo pré-determinado ao qual estava submetida, de modo, que se sentiu “livre” para implementar uma atividade de modelagem que, embora escolhesse a temática, não teria preocupação em cumprir um determinado conteúdo matemático.

Em seu plano, Déia primeiramente considerou disponibilizar para os alunos uma reportagem sobre uma das pontes que tem guarda-chuvas em sua decoração e deixá-los trocar ideias e buscar novas informações, caso tivessem curiosidade ou mesmo não conhecessem o local do qual estavam investigando. Vislumbrando a necessidade de visita virtual ao local, utilizando seja o Street View ou o Google Earth, solicitou a autorização da direção da escola para o uso do telefone celular nas aulas planejadas para o desenvolvimento da atividade para que os alunos coletassem os dados necessários para calcular: Quantos guarda-chuvas são necessários para enfeitar a ponte do lago Igapó II? A matematização foi caracterizada pelos dados quantitativos relativos às dimensões da ponte e dos guarda-chuvas a serem utilizados na sua decoração. Os resultados matemáticos consistiram em calcular as áreas da ponte (A_p) e de cada guarda-chuva (A_g), que dependia do diâmetro (d) do modelo escolhido, configurando um modelo matemático para a obtenção da solução para o problema, relativo à quantidade Q de guarda-chuvas.

O convite ao planejamento de uma prática com modelagem provocou, em Déia e nos demais professores em formação, um processo de esquematização, em que surtiu uma necessidade de organizar os recursos para o encaminhamento da atividade e o plano de aula tomou forma. É a associação entre a diversidade de recursos e o coletivo de práticas

do professor, em conjunto com os esquemas de utilização, que orienta a obtenção de um documento (DIAS; ALMEIDA; ABAR, 2021). Na Figura 2 está representado o ciclo de modelagem que Déia documentou para o planejamento de sua prática com os alunos do 7º ano, que configurou uma “trajetória coerente de aprendizagem do aluno” (TROUCHE; GUEUDET; PEPIN, 2018, p. 4).

Figura 2 - Ciclo de modelagem para a atividade ponte de guarda-chuvas do lago Igapó II



Fonte: Relatório de Déia (2024)

Na implementação de atividades de modelagem, o plano de aula “pode passar a ser um orientador da ação docente e contribuir para a segurança do professor” (PINTO; ARAÚJO, 2021a, p. 22). No entanto, como orientador, pode ser reestruturado e adaptado mediante as ações que se fizeram presentes no momento de seu desenvolvimento, conforme relatado por Déia no compartilhamento da experiência com os colegas professores:

Déia: Então, na primeira aula assim, eu levei um texto, que está no site do Blog Londrina, [...]. No início, eles gostaram bastante, eles leram o texto em grupo, dividi em grupos de quatro a cinco pessoas [...] Eles questionaram... começaram: eu nunca fui, eu não conheço. Aí os colegas falaram: eu fui professora, posso pegar o celular e mostrar uma foto de quando eu fui? Eu autorizei, daí a usar o celular na minha aula e os tablets também. Então eles leram. A primeira aula foi só para leitura do texto. Perguntei para eles se alguma coisa os incomodava no lago, referente ao turismo né, se alguma coisa atrapalhava. A maioria, na verdade, não encaminhou do jeito que eu queria, que eu imaginava. A maioria deles falou que a questão da poluição do ar era o que atrapalhava o turismo, a conversa foi sobre isso, então daí, depois das discussões, encerrou a aula. [...] eu achei legal que eles pegaram o link, que eu só apresentei no final da reportagem, e foram lá na página, no Blog Londrina mesmo, para acessar a reportagem através do tablet e outros já foram mais em busca de imagens.

(Relato de Déia no compartilhamento da prática implementada, 2024).

A reportagem, em forma de texto e imagem (Figura 3), foi um recurso disponibilizado por Déia para a inteiração dos alunos com a situação-problema, em que vislumbrou a possibilidade de eles conhecerem as “características e especificidades da situação” (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p. 15). Trata-se de um recurso que constituiu um sistema para o trabalho documental providenciado por Déia para a estruturação de seu planejamento da prática com modelagem matemática. O acesso ao link do Blog Londrina, que não estava no planejamento, bem como a busca por outras fotos da ponte de guarda-chuvas auxiliou na inteiração com os dados qualitativos para a situação.

Figura 3 - Reportagem disponibilizada aos alunos



Fonte: Relatório produzido por Déia (2024)

Os alunos, com os questionamentos de Déia, se prenderam na discussão sobre a poluição e seguiram um encaminhamento diferente do planejado e antecipado por Déia. Porém, como a intenção da professora era abordar a decoração da ponte do lago Igapó II, permanecendo no planejamento, orientou os alunos, em aula posterior, a investigarem sobre esse local, conforme seu relato:

Déia: Já na segunda aula, eu já trouxe a situação-problema, porque eu percebi que ela não ia encaminhar como eu queria, não sei se foi um erro ou não né, [...] questionei: tem alguma foto do lago Igapó ou só do guarda-chuva? Aí eu perguntei sobre a outra ponte do lago; se ela também está decorada; se eles conheciam, a maioria não conhecia, aí foram pesquisar. E a primeira imagem é de uma menina pesquisando [se referindo à Figura 4], no Street View e ali no Google Earth. Eles baixaram o aplicativo, mostrei esse aplicativo para eles. Eles não conheciam ainda. Baixamos no tablet e eles visualizaram pelo Google Earth, acharam um máximo! Começaram até pesquisar outros países também, ficaram olhando, visualizando ali e daí eu questionei né, trouxe a situação-problema em si: se a gente fosse decorar,

seguindo a mesma estratégia da outra ponte, que é a decoração dos guarda-chuvas, quantos guarda-chuvas seriam necessários para poder fazer a decoração dessa ponte? Essa segunda aula eu perdi; eu perdi não, no caso, como eles não sabiam utilizar a ferramenta do Google Earth, nem eu, também tive que aprender antes de ir para a aula com eles, eu tive que ensinar grupo por grupo como fazer essa medição, [...] tive que mostrar. Então essa aula foi praticamente para isso: eu trouxe a situação-problema e ensinei como utilizar a ferramenta *Medir* para eles também.

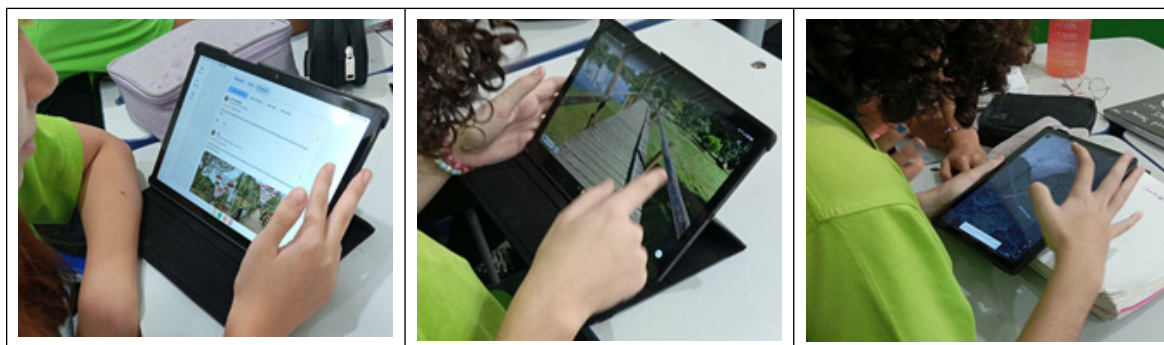
(Relato de Déia no compartilhamento da prática implementada, 2024).

Enquanto uma primeira prática implementada, Déia sentia a necessidade de se manter presa ao planejamento para que a abordagem não saísse de seu controle – “[...] ela não ia encaminhar como eu queria [...]” –, porém estava consciente de que imprevistos poderiam acontecer com o envolvimento dos alunos para com a temática, da qual se interessaram e se preocupou se estava seguindo o seu papel de orientadora – “[...] não sei se foi um erro ou não né [...]”. Para o propósito da formação da professora, em que o *ensinar usando modelagem* estava se configurando, Déia não estava errada em se manter no planejamento, além disso, delineou um encaminhamento que, em certa medida, prosseguiu na temática que estava em discussão. Déia manteve um ambiente de investigação quando questionou sobre a presença de guarda-chuvas na ponte do outro lago, isso fez com que os alunos buscassem imagens para responder o questionamento e seguir no desenvolvimento da atividade, inclusive considerando o uso de um aplicativo diferente do que conheciam.

Segundo sugere Cevikbas (2024), o desenvolvimento e a adoção de tecnologias digitais tiveram impacto sobre as abordagens de ensino e aprendizado da modelagem matemática. Como podemos observar, Déia se antecipou ao se inteirar do uso de recursos como o Google Earth para orientar os alunos no seu uso na abordagem da situação-problema pelos alunos: “[...] também tive que aprender antes de ir para a aula com eles”. Quando a professora se apropria do “conhecimento de um instrumento, começa a desenvolver novos esquemas e vai organizando e integrando novas funções a esse instrumento que vai se modificando” (ABAR, 2019, p. 221). Para a atividade de modelagem, Déia se aventurou em aprender e ensinar um recurso – Google Earth – diferente do que já tinham manipulado anteriormente – Street View.

O uso do recurso, já previsto no plano por Déia, precisou ser ensinado aos alunos que, neste momento, também se inteiraram de um recurso tecnológico que permitiu a visita virtual, bem como coleta de dados quantitativos para o desenvolvimento de uma atividade matemática (Figura 4). Neste caso, as tecnologias digitais permitiram “[...] coletar e manipular dados do mundo real para lidar com um problema da vida real” (CEVIKBAS, 2024, p. 225): saber se a ponte tinha guarda-chuvas.

Figura 4 - Alunos utilizando os aplicativos para localizar as duas pontes



Fonte: Relatório produzido por Déia (2024)

Para Cevikbas (2024, p. 225), dentre as funcionalidades das tecnologias digitais em aulas, estão: introduzir ideias matemáticas e “ajudar a fechar a lacuna cognitiva que dificulta a capacidade dos alunos de concluir determinadas tarefas de modelagem”, que no caso era realizar uma visita presencial. Além do que, as tecnologias digitais serviram como facilitadoras ao longo de todo o processo de modelagem (GALBRAITH, 2024), possibilitando a coleta de dados quantitativos. Porém, saber usar a ferramenta não garante que os alunos saibam proceder o uso para resolver um problema: determinar as medidas da ponte. Com isso, para além de saber manusear o recurso tecnológico, Déia empreendeu questionamentos para que os alunos se voltassem para a aula de matemática, em que a tradução da linguagem natural – decoração da ponte – passou a ser tratada em linguagem matemática – figura geométrica e suas dimensões –, conforme transcrição:

Déia: Também teve a questão, que eu associei né, a qual figura geométrica que mais a ponte se parece, pra gente poder calcular essa medida. Também não surgiu deles! Outro ponto também, não surgiu deles, a questão de que seria necessário medir para poder decorar. Então, não partiu deles, eu tive que perguntar: gente, qual é o primeiro passo quando a gente quer decorar um lugar? O que que a gente tem que saber primeiro? O tamanho dele, daí eles respondiam. O que que a gente tem que fazer para saber o tamanho? Medir. Tá, a gente vai medir uma ponte, que jeito que tem que ser pra medir essa ponte? Um aluno falou: a gente vai lá pessoalmente, pega uma trena e mede. Então, no momento a gente vai ter que usar outra ferramenta, que figura geométrica a ponte parece? Tive que retomar o tempo todo, a questão de área também, quando foi calcular a área, eles falaram de associar com um retângulo, mas ninguém me respondeu como que era o cálculo de área, então tive que trabalhar com o cálculo da área do retângulo, trabalhei do retângulo e do quadrado, aí todos os grupos calcularam. Acho que isso eu fui concluir na terceira aula na verdade, não conclui na segunda.

(Relato de Déia no compartilhamento da prática implementada, 2024).

Ao traçar a trajetória que antecipou para o desenvolvimento da prática para a sala de aula, Déia parece não ter mediado o que os alunos já sabiam sobre o conteúdo matemático área de figuras planas, visto que julgou que estava adiantada com o material do RCO. Com isso, uma reestruturação nos encaminhamentos em aula se fez necessária de modo a retomar o conteúdo matemático e possibilitar o avanço dos alunos no desenvolvimento da

atividade de modelagem (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012). Essa mudança no script configurou uma ação a ser considerada na reestruturação do trabalho documental da atividade.

Déia: Era um sétimo ano, se eles viram ou não viram área, não me atentei a essa parte, eu não tinha trabalhado [o conteúdo] área com eles esse ano ainda.

Guto: Quinto e sexto tem, mas é o último assunto, às vezes não chega.

Déia: É, então eu tive que trabalhar, por isso que eu acho que ficou um pouco maçante a atividade também, quando entrou nessa parte de calcular, começou a ficar pesado para eles, porque daí eu só colocava o cálculo da área, mas não ensinava como, eu achava também que o sexto ano via essa área, então, ah, a gente só vai lembrar qual que é a fórmula! [...].

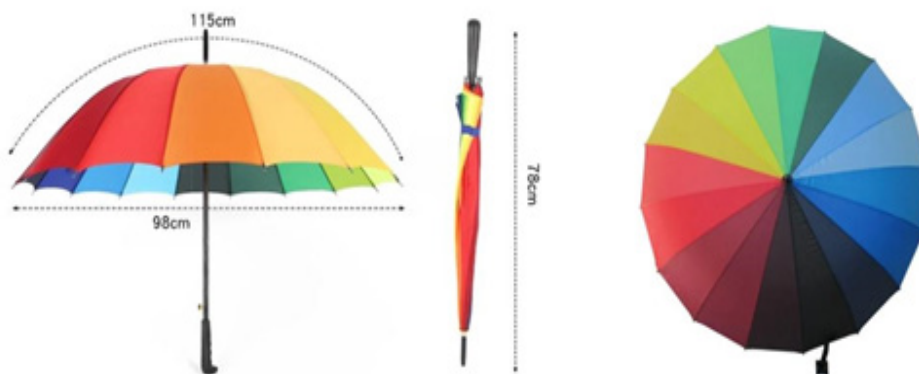
Prof: Mas o objetivo da atividade era determinar a quantidade de guarda-chuva? Então somente a área do retângulo não seria o suficiente.

Déia: Não seria o suficiente, então daí teria que calcular uma segunda área né?

(Diálogo entre os professores no compartilhamento da prática implementada, 2024).

Em seu planejamento para a quarta aula, Déia mencionou: “[...] se eu conseguisse um guarda-chuva bem colorido para levar para eles medirem [...]” (relato de Déia durante planejamento), porém na impossibilidade, disponibilizou para os alunos um modelo, como o apresentado na Figura 5, com 98 cm de diâmetro. Neste caso, Déia moldou o artefato guarda-chuva por meio das imagens e das medidas indicadas, via instrumentalização. Diante do cenário de trabalho em que se encontrava, a professora precisou adaptar “os recursos às suas necessidades” (PEPIN; GUEUDET; TROUCHE, 2017, p. 801).

Figura 5 - Guarda-chuva escolhido como modelo



Fonte: Relatório produzido por Déia (2024)

Considerando, por hipótese, que o guarda-chuva se assemelhava a um círculo, foram trabalhados os conceitos de circunferência, círculo e procedimentos para calcular sua área. Porém, um impasse foi gerado, conforme relato transcrito a seguir:

Prof: E eles não sabiam nem a área do retângulo?

Déia: Não, mas você imagina o meu sofrimento? Aí que começou a desandar, porque daí como começou a ficar maçante, eles começaram a ficar desinteressados.

Prof: Você fala maçante em que sentido?

Déia: No sentido porque daí ficou muito vago para eles o conceito de área, o que

que é área, determinar uma área, porque daí eu só coloquei a fórmula [da área do círculo]. [...] como que a gente vai calcular essa área do guarda-chuva? Eles simplesmente queriam multiplicar, somar as medidas, comprimento do guarda-chuva, diâmetro do guarda-chuva. [...] Então eles não queriam mais pensar, eles ficaram me esperando o tempo todo.

(Diálogo entre os professores no compartilhamento da prática implementada, 2024).

Déia havia planejado trabalhar um conceito matemático (área do círculo), considerando que os alunos tinham noção do que representava área de figuras planas. De certo modo, a professora não se ateu ao fato de que, ao implementar uma atividade de modelagem em aulas de matemática, se faz necessário considerar, entre outras coisas, que “a matemática utilizada pode não ter sido previamente escolhida ou definida; em vez disso, a matemática necessária emerge do problema e de suas especificidades” (ALMEIDA, 2018, p. 19). Todavia, dificuldades como as enfrentadas pela professora, de modo geral, são iminentes em primeiras experiências com práticas com modelagem, gerando algumas imprevisibilidades (PINTO; ARAÚJO, 2021a) – “[...] você imagina o meu sofrimento? [...] (comentário de Déia, durante o relato da experiência). De fato, Déia poderia ter explicado o conceito de área a partir do retângulo para que os alunos não se dispersassem da prática que estavam envolvidos. Ao apresentar as expressões algébricas, sem associá-las ao que representavam, parece que implicou na aula de Matemática sua abordagem sem associação com a realidade. O fato de os alunos não conhecerem o conteúdo, poderia tê-los mantido no interesse para resolver o problema, inclusive, Déia poderia aproveitar o uso da tecnologia, sugerindo que buscassem informações do que é área de figuras planas em sites da internet.

Porém, com o relato fez emergir, dos professores em formação, sugestões de encaminhamentos que poderiam ter auxiliado a professora a não se aprofundar no estudo de área do círculo, por meio de esquemas e materiais manipulativos, conforme transcrição:

Guto: O círculo realmente. O círculo vê no fim do sétimo ano, que é o pi, né?

Déia: Essa é a questão, eu trouxe no início. Eu trouxe o conteúdo para o início, mas não foi.

Guto: Eu acho que seria muito legal trabalhar com o 9º ano. Para retomar os conceitos de circunferência. Às vezes, pegar o GeoGebra para tentar fazer a ponte e ver se vai encaixando a circunferência no tamanho calculado, porque se eles conseguirem encaixar e validar os cálculos, daí se dividirem um pelo outro, vai sobrar pedaço de guarda-chuva ali que não vai dar certo.

Prof: E aí eles podem fazer uns esquemas, dá para fazer no GeoGebra, mas também dá para fazer manualmente. Dá para usar compasso, aí é manual e você pode trabalhar escala também. [...] tem que fazer algumas simplificações na abordagem, porque o guarda-chuva faz uma curva e aí quando olha e associa a uma circunferência, você está olhando ele reto né, então ele vai fazer uma curva, é, vai pegar todo o espaço do mesmo modo. [...] Faz um esqueminha, pede para eles um esquema, porque dá para fazer com circunferência, mas também dá pra fazer com a régua, como se fosse assim, quadrados, para ocupar o espaço. [...]

Guto: Eu tive uma ideia, talvez legal. Você poderia pegar uma tampinha de

garrafa e trabalhar escala com eles, o quanto a tampa da garrafa é menor que o guarda-chuva e aí pedir para eles desenhar um retângulo que seja proporcional, tem a mesma razão tampinha com o guarda-chuva no caderno e aí preencher de tampinha de garrafa os guarda-chuvas, quantos caberiam.

Prof: Para representar? É uma saída.

Guto: Nem calcula nada, só põe as tampinhas.

Prof: Calcula a proporção.

Guto: A escala. [...] Seria legal, que daí validava o exercício.

Keila: Isso pode ser algo também discutido com os alunos dos anos iniciais que trabalham com material manipulativo, né? Para fazer a distribuição. Uma espécie de maquete... ou até não ser tudo de tampinha, mas fazer representações com a tampinha, não precisando usar o compasso.

(Diálogo entre os professores no compartilhamento da prática implementada, 2024).

Com o relato da implementação, ocorreu “uma participação dinâmica do docente, o que promove uma atitude reflexiva, pois ele é incentivado a detalhar sua própria ação, a compartilhar com os demais” (DIAS; ALMEIDA; ABAR, 2021, p. 7) e, com isso, gerou os apontamentos realizados de forma coletiva entre os professores em formação. Tais apontamentos podem ser considerados recursos para a instrumentação de Déia que “pode enriquecer seus esquemas, integrando novas regras de ações e construir novos esquemas” (ABAR; ALMEIDA; DIAS, 2021, p. 126), auxiliando em seu desenvolvimento profissional. Esses procedimentos corroboram Forner e Malheiros (2020, p. 514) de que o “compartilhamento de experiências e de vivências suscita diferentes pontos de vista sobre a mesma atividade [...] e, por consequência, ressignificações da própria prática de cada professor”.

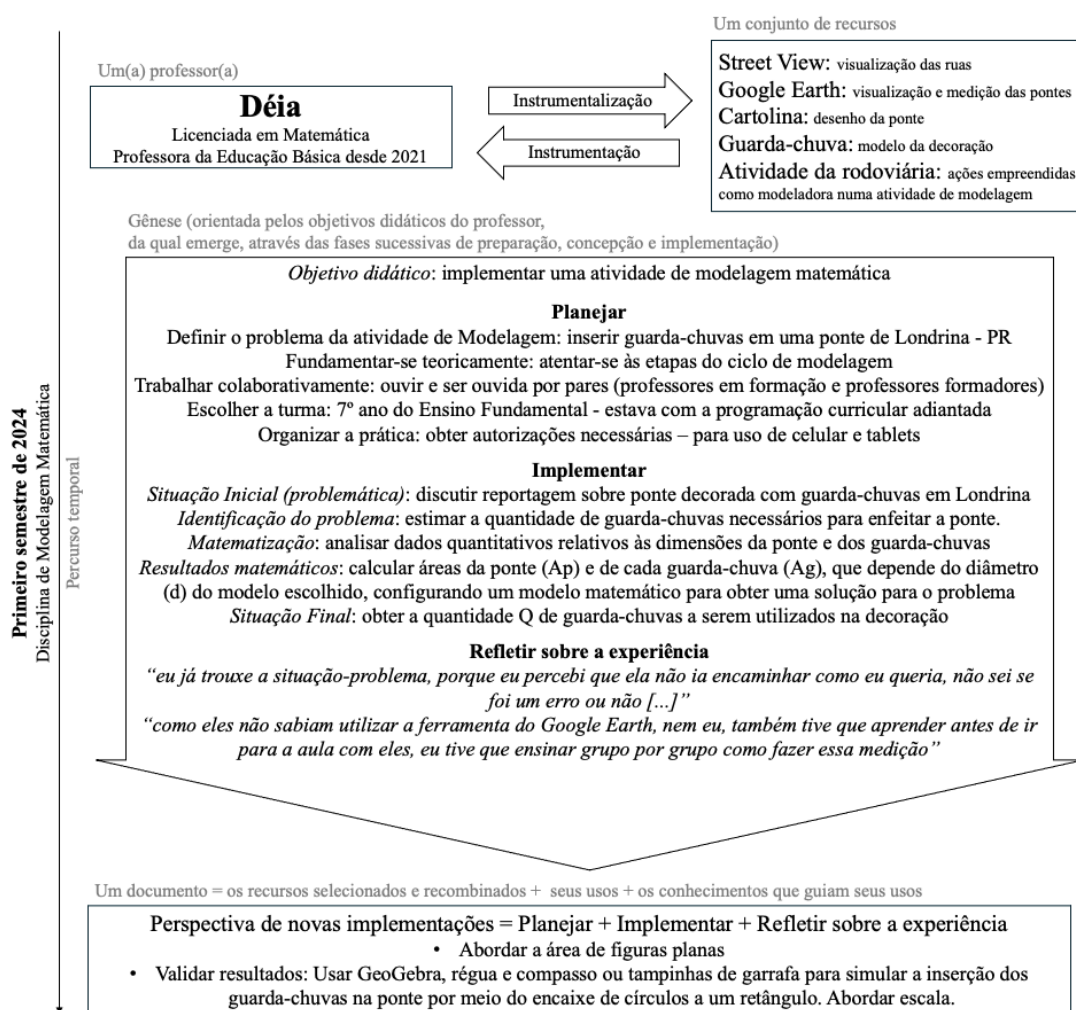
A gênese documental para a atividade de modelagem sobre ponte de guarda-chuvas do lago Igapó II ocorreu de forma contínua, perpassando diferentes fases: planejamento, implementação e reflexão sobre a experiência. Entendemos que, por meio dessas fases, foi possível mobilizar “a ação e o aprimoramento profissional dos docentes, identificando os fatores de estabilidade e desenvolvimento do trabalho documental no intervalo considerado” (DIAS; ALMEIDA; ABAR, 2021, p. 6-7), período do *design* de formação instaurado na disciplina de Modelagem Matemática do mestrado.

A escolha inicial dos recursos, no planejamento, passou por adaptações, visto que os alunos não conheciam as ferramentas disponibilizadas no Google Earth para a INTEIRAÇÃO com os dados quantitativos relativos ao comprimento e à largura da ponte. A matematização e a resolução presentes no documento, materializado no plano de aulas para a atividade de modelagem, foram se renovando para Déia com as sugestões de Guto, de Keila e da Prof, com vistas a instaurar uma possibilidade de implementação em outro momento da sequência da matriz curricular do 7º ano (no terceiro trimestre letivo) ou como possibilidade de ser trabalhado no 9º ano e na 1ª série do Novo Ensino Médio, tomando inclusive uma “roupagem” para ser abordada nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Nesse sentido, Pinto e Araújo (2021b, p. 2026) asseveram que o planejamento coletivo é um caminho que

“se configura como uma potencial forma de transformação no que tange à implementação de atividades dessa natureza e ao crescimento dos sujeitos envolvidos, que encontram, uns nos outros, suporte, incentivo e compartilhamento de aprendizagens”. No tocante a essas sugestões, os recursos precisam ser adaptados para subsidiar o desenvolvimento da atividade pelos alunos.

A Figura 6 sintetiza as ações que constituem o processo de construção do “documento” que combina os recursos selecionados por Déia e recombina a partir de sua prática, da implementação da atividade de modelagem matemática a respeito da inserção de guarda-chuvas para decoração de uma ponte do Lago Igapó II do município de Londrina-PR, e das discussões com seus pares, professores em formação e professores formadores. Esse documento, portanto, leva em consideração todo o percurso temporal correspondente ao primeiro semestre de 2024, período em que se realizou o *design* de formação de professores constituído na disciplina de Modelagem Matemática de um mestrado em Ensino de Matemática.

Figura 6 - Esquema da Gênese Documental do planejamento e da prática de Déia



Déia, licenciada em Matemática e professora da Educação Básica desde 2021, planejou ações (proposição da leitura de uma reportagem, exploração da região do lago com aplicativos, medição das dimensões de um guarda-chuva) e selecionou recursos (Street View e Google Earth, acessados nos telefones celulares e tablets com a autorização da coordenação pedagógica da escola, cartolina para registros, guarda-chuva e outros materiais) para a implementação da atividade de modelagem. Tal organização se deu inspirada na atividade que Déia desenvolveu na disciplina, na qualidade de modeladora. Aprender sobre e aprender por meio mostrou-se fundamental para o ensinar usando modelagem. Para além disso, a reflexão sobre a experiência, seja por si só, ou pelo diálogo com os pares, permitiu um novo olhar para a prática e delinear uma perspectiva de novas implementações da atividade, a qual sinalizou sobretudo uma atenção à abordagem dos conteúdos, referentes à área de figuras planas ou de escala, e à validação dos resultados, seja por meio de experimentos e simulações por meio do uso de recursos como o GeoGebra, régua e compasso ou tampinhas de garrafas e/ou outros materiais manipulativos.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Sob um olhar para a questão de pesquisa – *quais ações são empreendidas por uma professora em formação em modelagem matemática no processo de gênese documental de uma atividade de modelagem?* – nos orientamos na compreensão do “processo de formação de documentos por meio da interação do professor com recursos ao longo de um determinado tempo” (XAVIER NETO; FERREIRA da SILVA; TROUCHE, 2021, p. 342) – o período de uma disciplina de mestrado em Ensino de Matemática de uma universidade federal brasileira. Para isso, um acompanhamento do trabalho documental foi realizado de modo que tanto a professora da disciplina como os outros professores em formação contribuiu na gênese documental de uma atividade de modelagem sobre a situação-problema ponte de guarda-chuvas do lago Igapó II, um local turístico da cidade de Londrina, no estado do Paraná, no Brasil.

A gênese documental subsidiou a instrumentalização que Déia foi moldando tanto no planejar, ao considerar os procedimentos de uma atividade desenvolvida como modeladora, quanto nos conhecimentos dos recursos tecnológicos dos alunos. As conversas estabelecidas, principalmente com a Prof, fizeram incutir outros recursos, inclusive o delineamento de uma situação a ser investigada, reestruturando a proposta de reforma para a inserção de guarda-chuvas em uma ponte. No tocante aos recursos mediados no planejamento, Déia investiu em elaborar um plano para as aulas, via ciclo de modelagem, de modo a trabalhar conscientemente e assegurar que a atividade seria de modelagem. O plano, a princípio, foi o documento gerado no planejamento da atividade de modelagem. Ao colocá-lo em prática, os recursos antecipados passaram a ser instrumentalizados por Déia. Porém, diante das dificuldades dos alunos, houve necessidade de alteração no que foi antecipado de modo que

a conceitualização para área de figuras planas precisou ser retomada, via questionamentos e esquemas produzidos por Déia sobre áreas de retângulos.

A imprevisibilidade do conteúdo matemático criou um impasse para a professora que estava, inicialmente, confiante no seu plano. Nesse sentido, corroboramos Silva et al. (2021, p. 42-43) de que, em atividades de modelagem, “os conteúdos matemáticos são abordados de acordo com as características de cada situação investigada, bem como estão em consonância com os conhecimentos dos alunos que atuam como modeladores”. Porém, ao compartilhar a experiência para com os outros professores em formação, no âmbito da disciplina do mestrado, reflexões foram suscitadas para a reestruturação do documento, em que outros recursos foram indicados seja para não adentrar ao estudo de área de círculo, seja para delinear a implementação da situação com alunos de outros níveis de escolaridade, proporcionando emergir novo(s) documento(s) no formato de planejamento. Igliori (2021, p. 222) assinala que é “por meio de estudos teóricos e empíricos que é possível conceber atividades novas, necessárias e apropriadas ao ensino dos diferentes níveis de educação”.

À guisa de conclusão, nossa investigação pode ser entendida como uma reflexão ao convite de Pinto e Araújo (2021b, p. 2026) para investigar “[...] formas de enfrentamento dos desafios destacados por professores ao implementarem atividades de modelagem, bem como a compreender o planejamento coletivo de atividades de modelagem para além de sua elaboração, incorporando também discussões sobre sua realização em sala de aula”. Por outro lado, entendemos que se faz relevante que novas investigações sejam realizadas na formação de professores em modelagem matemática para que a sua implementação se torne natural. Uma possibilidade de continuidade é implementar o documento gerado após reflexão entre os professores em outros níveis de ensino ou mesmo acompanhar Déia em outros planejamentos de práticas com modelagem matemática.

REFERÊNCIAS

- ABAR, CAAP. Articulações teóricas sobre a abordagem documental do didático. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 21, n. 5, pág. 217-229, 2019. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/45494>. Acesso em 05 mar. 2025.
- ABAR, CAAP; ALMEIDA, CB; DIAS, AO. Trajetórias de pesquisas com professores da escola básica analisadas pelo olhar da gênese documental. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 23, n. 3, pág. 120-150, 2021. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/56171>. Acesso em 05 mar. 2025.
- ALMEIDA, LMW. Considerations on the use of mathematics in modeling activities. **ZDM**, Berlim, v. 50, n. 1, pág. 19-30, 2018. Disponível em: <https://doi.org/10.1007/s11858-017-0902-4>. Acesso em 15 abr. 2023.
- ALMEIDA, LMW; SILVA, KAP. Práticas de professores com Modelagem Matemática: algumas

configurações. **Educação Matemática em Revista**, Brasília, v. 20, n. 46, pág. 6-15, 2015. Disponível em: <https://www.sbembrasil.org.br/periodicos/index.php/emr/article/view/498>. Acesso em 05 mar. 2025.

ALMEIDA, LW; SILVA, KP; VERTUAN, RE. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. 1ª edição. São Paulo: Contexto, 2012.

BORROMEO FERRI, RB. **Learning how to teach mathematical modeling in school and teacher education**. 1ª edição. Picassoplatz, Switzerland: Springer, 2018.

BRAZ, BC. **Aprendizagens sobre modelagem matemática em uma comunidade de prática de futuros professores de matemática**. 2017. 253f. Tese (Doutorado) – Universidade Estadual de Maringá, Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática, Maringá, 2017. Disponível em: <http://repositorio.uem.br:8080/jspui/handle/1/5728>. Acesso em: 05 mar. 2025.

CARUZO, AA; SILVA, KAP. Raciocínio diagramático no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática no contexto de itinerários formativos. In: **Simpósio Internacional De Pesquisa Em Educação Matemática**. Anais eletrônicos... Brasília: SBEM (pág. 1-15), 2024. Disponível em: <https://www.sbembrasil.org.br/eventos/index.php/sipem/article/view/504>. Acesso em: 5 mar. 2025.

CEVIKBAS, M. Utilizing explanatory videos in the Flipped Mathematical Modelling Classrooms. In: SILLER, H-S; GEIGER, V; KAISER, G. (Eds.). **International Perspectives on the Teaching and Learning of Mathematical Modelling**. Switzerland: Springer, 2024, pág. 223-233.

DALTO, JO; BORSSOI, AH; SILVA, KAP. Teachers in Continuing Education: Planning of a Mathematical Modelling Activity. In: SILLER, H-S; GEIGER, V; KAISER, G. (Eds.). **International Perspectives on the Teaching and Learning of Mathematical Modelling**. Switzerland: Springer, 2024, pág. 235-245.

DIAS, A; ALMEIDA, C; ABAR, C. Estado de conhecimento sobre a abordagem documental do didático em pesquisas na Língua Portuguesa. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, São Paulo, v. 12, n. 1, pág. 1-25, 2021. Disponível em: <https://revistapos.cruzeirodosul.edu.br/rencima/article/view/2761>. Acesso em 05 mar. 2025.

FORNER, R. **Modelagem Matemática e o legado de Paulo Freire: relações que se estabelecem com o currículo**. 2018. 200f. Tese (Doutorado) – Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Rio Claro, 2018. Disponível em: <http://hdl.handle.net/11449/156018>. Acesso em: 05 mar. 2025.

FORNER, R; MALHEIROS, APS. Constituição da Práxis Docente no contexto da Modelagem Matemática. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 33, n. 67, pág. 501-521, 2020. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/bolema/a/J8bCFRSYtvthm8HjfWWyDYt/>. Acesso em 05 mar. 2025.

GALBRAITH, P. Modelling, Teaching, and Reflecting: What More I Have Learned?. In: SILLER, H-S; GEIGER, V; KAISER, G. (Eds.). **International Perspectives on the Teaching and Learning**

of Mathematical Modelling. Switzerland: Springer, 2024, pág. 137-147.

GUEUDET, G; TROUCHE, L. Du travail documentaire des enseignants: genèses, collectifs, communautés: Le cas des mathématiques. **Education et Didactique**, v. 2, n. 3, pág. 7-33, 2008. Disponível em: <https://journals.openedition.org/educationdidactique/342>. Acesso em 05 mar. 2025.

IGLIORI, SBC. **Compreender o trabalho dos professores brasileiros do ensino básico:** uma abordagem pelos recursos. 1ª edição. São Paulo: Blucher, 2021. Disponível em: https://www.blucher.com.br/compreender-o-trabalho-dos-professores-brasileiros-do-ensino-basico_9786555500813. Acesso em 05 mar. 2025.

LÜDKE, M; ANDRÉ, MED. A. **Pesquisa em Educação: abordagens qualitativas** (2a. ed.). Rio de Janeiro: E.P.U., 2014.

MALHEIROS, APS; FORNER, R. Modelagem Matemática nos Itinerários Formativos: denúncias e anúncios a partir do olhar de professores. In: **Simpósio Internacional De Pesquisa Em Educação Matemática**. Anais eletrônicos... Brasília: SBEM (pág. 1-15), 2024. Disponível em: <https://www.sbembrasil.org.br/eventos/index.php/sipem/article/view/227>. Acesso em: 5 mar. 2025.

MALHEIROS, APS; SOUZA, LB; FORNER, R. Olhares de docentes sobre as possibilidades da Modelagem nas aulas de Matemática. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, São Paulo, v. 12, n. 2, pág. 1-22, 2021. Disponível em: <https://revistapos.cruzeirodosul.edu.br/rencima/article/view/2925>. Acesso em: 5 mar. 2025.

MIGUÉLEZ, MM. Hermenéutica y Análisis del Discurso como Método de Investigación Social. **Paradigma**, Maracay, v. 23, n. 1, pág. 1-13, 2002. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/45494>. Acesso em 20 abr. 2025.

MUTTI, GSL. **Adoção da Modelagem Matemática para professores em um contexto de formação continuada**. 2020. 193f. Tese (Doutorado) – Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Educação Matemática, Cascavel, 2020. Disponível em: <https://tede.unioeste.br/handle/tede/5003>. Acesso em: 05 mar. 2025.

NISS, M; BLUM, W. **The learning and teaching of mathematical modelling**. London, New York: Routledge, 2020.

PEPIN, B; GUEUDET, G; TROUCHE, L. Refining teacher design capacity: Mathematics teachers' interactions with digital curriculum resources, **ZDM**, Berlim, v. 49, n. 5, pág. 799-812, 2017. Disponível em: <https://doi.org/10.1007/s11858-017-0870-8>. Acesso em: 05 mar. 2025.

PINTO, TF; ARAÚJO, JL. Um estudo sobre planos de atividades de modelagem matemática. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, São Paulo, v. 12, n. 2, pág. 1-25, 2021a. Disponível em: <https://revistapos.cruzeirodosul.edu.br/rencima/article/view/2933>. Acesso em: 5 mar. 2025.

PINTO, TF; ARAÚJO, JL. De mãos dadas: professores elaborando juntos o planejamento de uma atividade de modelagem matemática. In: **Simpósio Internacional De Pesquisa Em Educação Matemática**. Anais eletrônicos... Brasília: SBEM (pág. 2013-2028), 2021b. Disponível em: <https://www.sbembrasil.org.br/eventos/index.php/sipem/issue/view/13>. Acesso em: 5 mar. 2025.

SILVA, LA; OLIVEIRA, AMP. Quando a escolha do tema em atividades de modelagem matemática provém do professor: o que está em jogo?. **Acta Scientiae**, Canoas (RS), v. 17, n. 1, pág. 40-56, 2015. Disponível em: <http://www.periodicos.ulbra.br/index.php/acta/article/view/1028/1100>. Acesso em: 5 mar. 2025.

SILVA, KAP; TORTOLA, E; KOGA, MA; KOGA, MF. Abordagem Documental do Didático no planejamento e na implementação de uma atividade de modelagem matemática. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 23, n. 3, pág. 33-69, 2021.

SILVA, KAP; TRINDADE, SL. Consideraciones sobre los componentes de aprendizaje en las actividades de modelación matemática. **Paradigma**, Maracay, v. 45, n. 2, p. e2024006, 2024.

TROUCHE, L, GUEUDET, G; PEPIN, B. Documentational approach to didactics. In: LERMAN, S. (Ed.). **Encyclopedia of Mathematics Education**. N.Y.: Springer, 2018.

XAVIER NETO, AL; SILVA, MJF. Abordagem Documental: Esquemas de uso no trabalho coletivo de professores para o ensino de Sequências Numéricas. **Ensino da Matemática em Debate**, São Paulo, v. 5, n. 3, pág. 438-452, 2019. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emd/article/view/40924>. Acesso em: 05 mar. 2025.

XAVIER NETO, AL; SILVA, MJF. Panorama atual das pesquisas realizadas sobre abordagem documental. **Revista de Produção Discente em Educação Matemática**, São Paulo, v. 6, n. 2, pág. 5-17, 2017. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/pdemat/article/view/35416>. Acesso em: 05 mar. 2025.

XAVIER NETO, AL; SILVA, MJF; TROUCHE, L. A construção de atividades para o ensino de sequências numéricas: uma análise pela lente da Abordagem Documental do Didático. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 21, n. 5, pág. 300-314, 2019. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/45554>. Acesso em: 5 mar. 2025.

XAVIER NETO, AL; FERREIRA da SILVA, MJ; TROUCHE, L. Uma análise da produção acadêmica a respeito da gênese documental entre 2012 e 2020. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 23, n. 3, pág. 339-361, 2021. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/56589>. Acesso em: 5 mar. 2025.

Apêndice - Información sobre el artículo

Historico editorial

Submetido: 26 de Enero de 2025.

Aprobado: 24 de Julio de 2025.

Publicado: 5 de Septiembre de 2025.

Como Citar — APA

Silva, K. A. P. da., Borssoi, A. H., & Tortola, E. (2025). Um olhar para o processo de gênese documental de uma atividade de modelagem matemática na formação continuada de professores. *PARADIGMA, XLVI*(Edición Temática 1), e2025017. <https://doi.org/10.37618/PARADIGMA.1011-2251.2025.e2025017.id1723>.

Como Citar — ABNT

SILVA, Karina Alessandra Pessoa da; BORSSOI, Adriana Helena; TORTOLA, Emerson. Um olhar para o processo de gênese documental de uma atividade de modelagem matemática na formação continuada de professores. *PARADIGMA*, Maracay, v. XLVI, Edição Temática 1, e2025017, Sep., 2025. <https://doi.org/10.37618/PARADIGMA.1011-2251.2025.e2025017.id1723>.

Conflicto de intereses

Nada que declarar.

Declaración de disponibilidad de datos

Todos los datos han sido presentados/generados en este artículo.

Derechos autorales

Los derechos de autor pertenecen a los autores, que conceden a revista **Paradigma** los derechos exclusivos de primera publicación. Los autores no serán remunerados por la publicación de sus artículos en esta revista. Los autores están autorizados a celebrar contratos adicionales por separado, para la distribución no exclusiva de la versión del artículo publicado en esta revista (por ejemplo, publicación en un repositorio institucional, en un sitio web personal, publicación de una traducción o como capítulo de un libro), con reconocimiento de autoría y primera publicación en esta revista. Los editores de la revista **Paradigma** tienen derecho a realizar ajustes textuales y adecuación normativas en este artículo.

Acceso libre

Este artículo es de acceso abierto (**Open Access**) y sin gastos de envío ni de procesamiento del artículo (**Article Processing Charges – APCs**). El acceso abierto es un amplio movimiento internacional que pretende proporcionar acceso en línea libre y gratuito a la información académica, como publicaciones y datos. Una publicación se define como de acceso abierto cuando no existen barreras financieras, legales o técnicas para acceder a ella; en otras palabras, cuando cualquiera puede leerla, descargarla, copiarla, distribuirla, imprimirla, investigarla o utilizarla en la educación o de cualquier otra forma dentro de los acuerdos legales.



Licencia de uso

Este artículo es licenciado con **Creative Commons Atribución-NoComercial-SinDerivadas 4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0)**. Esta licencia le permite compartir, copiar y redistribuir el artículo en cualquier medio o formato. La licencia no permite utilizar el material con fines comerciales ni adaptarlo, remezclarlo o transformarlo.



Comprobación de similitud

Este artículo fue sometido a una comprobación de similitud utilizando el software de detección de texto **iThenticate** de Turnitin, a través del servicio de **Similarity Check** de la Crossref.



Proceso de evaluación

Revisión por pares a doble ciego (**Double blind peer review**).

Editor

Fredy E. González

Editoras convidadas

Ettiène Cordeiro Guérios

Edvoneite Souza de Alencar

Martha Cecilia Mosquera Urrutia

Publisher

Este artículo ha sido publicado en la revista **Paradigma** vinculada al Centro de Investigaciones Educativas Paradigma (CIEP) del Departamento del Componente Docente de la **Universidad Pedagógica Experimental Libertador** (Núcleo Maracay). La revista **Paradigma** publica artículos de carácter técnico-científico, derivados de estudios e investigaciones que sirvan de apoyo al desarrollo del conocimiento educativo, propiciando el diálogo entre los diferentes campos de la educación. Las ideas expresadas en este artículo son de los autores y no representan necesariamente la opinión del consejo editorial o de la universidad. En Brasil, la revista **Paradigma** obtuvo la calificación **Qualis A1** en la **Evaluación CAPES (2017-2020)**.

