

Compreensões advindas da prática de professores do Ensino Superior sobre as dificuldades de estudantes iniciantes nas aprendizagens de cálculo diferencial e integral

Raquel Carneiro Dörr¹  

Resumo

Para fundamentar a discussão sobre as dificuldades de aprendizagem em um curso inicial de Cálculo Diferencial e Integral, este artigo analisa partes de entrevistas realizadas com cinco docentes que atuam nessa disciplina no Ensino Superior. As experiências no ensino de Cálculo e os apontamentos advindos das suas práticas foram o ponto de partida para lançar reflexões e questões para futuras investigações sobre essa problemática, que representa um desafio para pesquisadores e educadores matemáticos. O artigo estrutura-se da seguinte forma: inicia-se com a motivação para o estudo e, após detalhar a metodologia e o embasamento teórico, expõe os dados qualitativos obtidos das entrevistas. A seção final apresenta uma síntese conclusiva e reflexiva acerca das percepções docentes em relação aos principais obstáculos enfrentados pelos estudantes ao ingressarem na universidade.

Palavras-chave: Cálculo Diferencial e Integral, Dificuldades de Aprendizagem, Ensino Superior.

Understandings gained from the practice of higher education teachers on the difficulties of beginning students in learning differential and integral calculus

Abstract

In order to justify the discussion on the problem of learning difficulties in an introductory course on Differential and Integral Calculus I, this article used parts of interviews conducted with five docents who teach this subject in higher education. Their experiences teaching calculus and their observations from their practices were the starting point for reflections and questions for future research on this issue, which has been a challenge for researchers and mathematics educators. The article is structured as follows: after detailing the methodology and theoretical basis, the qualitative data obtained in the interviews are presented. The final section presents a conclusive and reflective summary of the teachers' perceptions regarding the main obstacles faced by students when entering university.

Keywords: Differential and Integral Calculus, Learning Difficulties, Higher Education.

Comprensión de los profesores de educación superior sobre las dificultades de los estudiantes principiantes en el aprendizaje del cálculo diferencial e integral

Resumen

Con el fin de fundamentar el debate sobre la problemática de las dificultades de aprendizaje en un curso inicial de Cálculo Diferencial e Integral, este artículo utilizó partes de entrevistas realizadas a cinco profesores que imparten esta asignatura en la educación superior. Las experiencias con la enseñanza del cálculo y sus observaciones derivadas de sus prácticas fueron el punto de partida para lanzar reflexiones y cuestiones para futuras investigaciones sobre esta problemática, que ha supuesto un reto para investigadores y educadores

¹ Doutora em Educação, Universidade de Brasília (UnB). Professora do Magistério Superior da Universidade de Brasília (UnB), Brasília, DF, Brasil. E-mail: raqueldorr@unb.br

matemáticos. Así, el artículo se estructura de la siguiente manera. Comienza con la motivación para el estudio y, tras detallar la metodología y la base teórica, se exponen los datos cualitativos obtenidos en las entrevistas. La sección final presenta una síntesis concluyente y reflexiva sobre las percepciones de los docentes en relación con los principales obstáculos a los que se enfrentan los estudiantes al ingresar en la universidad.

Palabras clave: Cálculo Diferencial e Integral, Dificultades de Aprendizaje, Educación Superior.

INTRODUÇÃO

O Cálculo Diferencial e Integral (CDI) é um componente curricular de Matemática do Ensino Superior constituinte da formação de um número significativo de profissionais, entre os quais figuram não apenas os futuros professores das áreas das ciências exatas, mas também estudantes das Engenharias, Matemática, Física e cientistas de outras disciplinas. O Cálculo surge como ferramenta matemática essencial em estudos de movimentos ou variações de objetos (SWOKOWSKI, 1994).

Por ser um componente curricular obrigatório em cursos ligados a essas e outras áreas, o seu ensino mobiliza um número significativo de professores para atender às demandas dos currículos, destacando-se assim como elemento crucial para o trabalho das respectivas coordenações acadêmicas.

Para se tornar docente de Matemática no Ensino Superior nas universidades brasileiras, exige-se dos candidatos que possuam pleno conhecimento dos conteúdos matemáticos relacionados a um dos seus grandes campos: Álgebra, Análise e Geometria, ou das subáreas: Estatística e Probabilidade, Física Matemática, Otimização e Computação e suas ramificações.

A prova escrita de conhecimentos, os títulos acadêmicos e a experiência com o ensino de Matemática compõem os requisitos de avaliação. Esse último é avaliado em uma aula, segundo um tópico sorteado. Dependendo da instituição universitária, a análise acadêmica considera a trajetória do candidato, as pesquisas que têm realizado e o que se propõe a fazer em projetos futuros. Esses projetos devem incluir o ensino, a pesquisa e a extensão, os pilares nos quais as universidades brasileiras estão fundamentadas.

Esse procedimento acerca do que se espera desse profissional não é exclusivo do campo da Matemática. Conforme atestam alguns autores, para se tornar um professor universitário, em primeiro plano está a exigência de domínio completo da área de conhecimento a ser ensinada (GIL, 2009, 2015). Entretanto, para que tenham sucesso no ensino de um conteúdo no Ensino Superior, é oportuno que os professores universitários, além do conhecimento especializado de seu campo de atuação, também adquiram outros conhecimentos, como, por exemplo, os didáticos e pedagógicos, a fim de lograrem êxito na função de ensinar. Ou seja, o professor de Matemática no Ensino Superior precisa compreender como os seus alunos aprendem, como funcionam os processos de ensino, a estrutura curricular,

a organização das aulas, a aplicabilidade dos conteúdos e o planejamento didático, entre outros (GIL, 2015).

No campo da Matemática, Ball, Thames e Phelps (2008), apoiando-se em conhecimentos anteriormente estudados para que os professores possam efetivamente desempenhar sua função de ensino, propuseram categorias essenciais de saberes para a didática: o CCK (*Common Content Knowledge* – conhecimento comum do conteúdo); o SCK (*Specialized Content Knowledge* – conhecimento especializado do conteúdo); o KCS (*Knowledge of Content and Students* – conhecimento do conteúdo e dos estudantes); e o KCT (*Knowledge of Content and Teaching* – conhecimento do conteúdo e do ensino).

Embora esses pesquisadores estabeleçam tais conhecimentos tendo como foco os professores que ensinam Matemática no ensino básico, consideramos que podem ser aplicados ao trabalho de docentes do Ensino Superior, uma vez que ambos têm o mesmo princípio: ensinar Matemática com vista às aprendizagens dos estudantes.

Diante da diversidade de conhecimentos necessários à docência no Ensino Superior, consideramos ser essa uma atividade complexa e dinâmica que traz consigo situações muitas vezes não previstas em cursos de formação ou não discutidas na comunidade de docentes universitários. Especialmente em disciplinas iniciais de Matemática, como o curso de Cálculo Diferencial e Integral (CDI), é comum e persistente que os professores tenham que lidar com as dificuldades dos estudantes em relação aos conteúdos basilares, bem como com a falta de preparo destes para o ambiente universitário, que exige, por exemplo, práticas de estudo com as quais não estão ainda habituados (ALVARENGA; DÖRR; VIEIRA, 2016; DÖRR, 2017; THOMPSON; HAREL, 2021).

Apesar da existência de grupos de estudos específicos para discussão e pesquisa do CDI no Ensino Superior, pouco tem sido abordado acerca da visão e entendimento de professores universitários sobre a formação matemática dos estudantes, a maneira como aprendem e as possibilidades para auxiliá-los em suas dificuldades e obstáculos de aprendizagem. A partir dessa constatação, advinda da prática do ensino de Cálculo ao longo de pelo menos três décadas em sala de aula em uma instituição universitária brasileira, e com a intenção de que os resultados dessa investigação possam contribuir para o entendimento da necessidade de que sejam oferecidas aos estudantes iniciantes oportunidades de estudarem os pré-requisitos matemáticos básicos para que possam acompanhar com sucesso em suas aprendizagens o desenvolvimento de um curso inicial de CDI, é colocada uma questão investigativa e norteadora das discussões para este artigo: O que pensam alguns professores de CDI sobre a preparação matemática anterior dos seus estudantes para a realização desse curso?

Para obter respostas a essa pergunta, foram entrevistados cinco docentes de CDI em uma universidade pública brasileira que têm ministrado esse curso há pelo menos dois

anos. O propósito foi de apresentarem, a partir de suas experiências, suas visões acerca dos conhecimentos prévios dos estudantes para os quais têm lecionado.

Essa pesquisa insere-se no contexto de investigações que vêm sendo realizadas no âmbito do Grupo de Investigação em Ensino de Matemática (GIEM). Ela faz parte de um contexto mais extenso em que foram realizadas análises de produções escritas de estudantes de um curso inicial de Cálculo (DÖRR, 2017). O estudo mostrou, entre outros, que estudantes iniciantes de CDI não têm pré-requisitos básicos matemáticos do Ensino Fundamental para operarem algebricamente.

Desta forma, após a descrição da metodologia da pesquisa e do referencial teórico, são apresentadas as respostas obtidas por entrevistas realizadas com os professores de Cálculo, acerca da temática em foco. Por fim, conclui-se com uma síntese contendo um resumo de suas percepções advindas das suas práticas sobre as dificuldades principais enfrentadas pelos estudantes ao ingressarem no Ensino Superior.

Observamos que, neste artigo, ao usarmos o termo “Cálculo”, estamos nos referindo a um curso inicial de CDI.

METODOLOGIA

A investigação aqui apresentada insere-se em um conjunto de pesquisas que vêm sendo desenvolvidas sobre o ensino de Matemática no Ensino Superior no âmbito do Grupo de Investigação em Ensino de Matemática – GIEM² junto a alguns de seus integrantes.

Quanto à recolha dos dados para sua realização, ela aconteceu em um ambiente acadêmico real para que fossem identificadas, compartilhadas e registradas as possíveis dificuldades de aprendizagem de estudantes iniciantes em Cálculo. Os resultados têm sido validados por meio de descrições e análises que se baseiam em fundamentos teóricos e na análise interpretativa, à luz da prática e realidade local. Essas características confirmam a natureza qualitativa da pesquisa, conforme aponta D’Ambrósio (2012).

A pesquisa qualitativa não se concentra na quantidade de participantes, mas na compreensão do indivíduo, levando em conta suas complexidades e limitações, bem como sua inserção e interação com o ambiente em contexto (D’AMBRÓSIO, 2012; TRIVIÑOS, 1987).

Para uma melhor compreensão das vivências dos professores com o Cálculo, lançou-se mão de entrevistas. Assim, foram selecionados alguns professores que têm experiência no ensino dessa disciplina para compartilhar suas impressões, juízos e entendimentos sobre os fatores mais evidentes que têm influenciado o processo de aprendizagem em Cálculo.

² <https://giem.mat.unb.br>

Para o estudo aqui descrito, foram consideradas entrevistas realizadas em 2017 com três professores, além de entrevistas adicionais com mais dois deles, realizadas em 2025, totalizando cinco professores, para os quais foram usados pseudônimos relacionados a personagens que contribuíram historicamente para o desenvolvimento do Cálculo (BOYER, 2002). Dessa forma, foram escolhidos os nomes: Newton, Leibniz, Kepler, Pascal e Sofia para a única professora entrevistada.

A experiência na docência em Matemática no Ensino Superior dos entrevistados variou entre dois e 30 anos, sendo a de dois anos a da professora Sofia. Três deles, com mais tempo de trabalho, participaram da criação e implementação dos dois modelos magistral e semipresencial, usados hoje na universidade em que foi realizada a pesquisa. Na ocasião da entrevista, todos os participantes estavam envolvidos na docência de um curso de CDI e, no caso dos com mais tempo de trabalho, eles estavam acompanhando seu desenvolvimento a cada semestre. Esse foi um dos principais critérios de escolha dos participantes da pesquisa.

O CDI na instituição onde vêm sendo conduzidas essas investigações constitui-se como um componente curricular que atende a pelo menos vinte diferentes cursos de graduação, compreendendo um número de matriculados por volta de 1500 estudantes por semestre, mobilizando dezenas de professores como regentes dessas turmas.

O formato do curso nessa universidade é diferenciado, tendo os estudantes uma aula teórica por semana, chamada de aula magistral, e duas de exercícios, normalmente realizadas em pequenos grupos.

No estudo original de 2017, foi elaborado um roteiro estruturado de cinco perguntas acerca do funcionamento do curso em termos de sua estrutura. Neste estudo são destacadas as respostas para duas dessas perguntas relativas à aprendizagem dos estudantes, a saber: *Quais as principais dificuldades que você observa nos estudantes que estão matriculados no Cálculo I? E a que você atribui os elevados índices de reprovação no Cálculo I aqui nesta universidade?*

As entrevistas de três deles – Newton, Leibniz, Kepler – foram feitas presencialmente, com gravação do áudio e com autorização deles para publicação. O texto completo dessas entrevistas pode ser consultado em Dörr (2017).

As entrevistas de Pascal e Sofia foram feitas via trocas de e-mails, também devidamente autorizadas para divulgação. Todos foram escolhidos por atuarem no local da pesquisa como professores de um curso inicial de CDI.

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

O interesse em investigar as dificuldades de aprendizagem dos estudantes em um curso inicial de CDI surge do fato de que, embora existam várias investigações que vêm sendo desenvolvidas sobre a temática, essas dificuldades persistem. Para muitos, a despeito de pesquisas ou intervenções, elas parecem aumentar com o tempo. Essa seção inicia-se relembrando a importância do Cálculo como componente curricular e como objeto matemático que tem atraído o interesse dos pesquisadores ao longo do tempo. Em seguida, apresentamos alguns trabalhos realizados na região onde esta pesquisa está sendo desenvolvida, os quais investigam assuntos ligados à aprendizagem de estudantes universitários quando matriculados em um curso de CDI.

A relevância do Cálculo

O primeiro passo para compreender a estrutura e as dificuldades de aprendizagem apresentadas por participantes de um curso de Cálculo é reconhecer a importância da disciplina no currículo e os temas centrais que fundamentam suas ideias. O Cálculo é tradicionalmente dividido em duas áreas principais: o Cálculo Diferencial e o Cálculo Integral, cujos respectivos conceitos, teoremas e aplicações estão intrinsecamente ligados a dois problemas geométricos fundamentais. Esses problemas envolvem o gráfico de uma função real de uma variável real, funções nas quais é desenvolvido um curso inicial de Cálculo.

O primeiro desafio é o chamado Problema das Tangentes, cujo objetivo é determinar o coeficiente angular de uma reta tangente ao gráfico de uma função, dado um único ponto do seu gráfico. Já o segundo é o Problema do Cálculo de Áreas, que consiste em encontrar a área sob o gráfico de uma função em intervalo definido da reta real (STEWART, 2011).

Esses dois problemas geométricos são cruciais para o estudo de grandezas que sofrem mudanças ou que envolvem movimentos. Em essência, o Cálculo é um conjunto de conhecimentos e ferramentas matemáticas desenvolvidas para analisar corpos em movimento.

O corpo de conhecimento do Cálculo possui terminologias, notações e métodos computacionais próprios. Essa distinção que o Cálculo tem em relação a outros campos remonta à sua origem. O historiador da Matemática Boyer (2002) explica que a busca por tangentes exigia o uso do *calculus differentialis*, enquanto a busca por quadraturas (áreas) exigia o *calculus summatorius* ou *calculus integralis*, dando origem às expressões modernas, Cálculo Diferencial e Cálculo Integral.

Em relação à nomenclatura, Bardi (2008, p. 22) afirma: “Diferenciais são pequenos acréscimos ou decréscimos instantâneos em grandezas que variam, e integrais são somas de intervalos infinitesimais de curvas ou formas geométricas”.

Embora os conteúdos de Cálculo, como são apresentados hoje nos cursos iniciais, sejam atribuídos ao que Newton e Leibniz desenvolveram independentemente na mesma época, no século XVII, esse objeto matemático resulta de um longo período de desenvolvimento que se iniciou em tempos antigos e persiste no campo da Análise Matemática (BARDI, 2008; COURANT; ROBBINS, 1996).

Cientistas de diversas áreas conhecem essa temática, incluindo Vygotsky (2003), conhecido por suas contribuições à Psicologia e Educação, que utilizou o Cálculo para ilustrar os conceitos de talento e genialidade ao falar das emoções humanas:

Não sei por que em nossa sociedade formou-se um critério unilateral sobre a personalidade humana, nem por que todos relacionam dons e talento apenas ao intelecto. Além de ser possível pensar com talento, também se pode sentir talentosamente. O aspecto emocional da personalidade não tem menos importância que outros e constitui objeto e a preocupação da educação, na mesma medida que o intelecto e a vontade. O amor pode conter tanto talento e inclusive genialidade quanto a descoberta do cálculo diferencial. Em ambos os casos o comportamento humano adota formas excepcionais e grandiosas (VYGOTSKY, 2003, p. 122).

Entre as muitas de suas aplicações em diferentes campos do conhecimento, destacam-se os problemas de otimização, que tratam de encontrar os valores máximos ou mínimos de uma dada função. Exemplos clássicos dizem respeito a se encontrar custos mínimos, lucros máximos, áreas, perímetros ou volumes máximos, distâncias mínimas etc. (STEWART, 2011).

Para resolver esses problemas fundamentais do CDI, os pré-requisitos esperados dos estudantes iniciantes são os conteúdos matemáticos dos conjuntos dos Números Reais, Trigonometria e os conhecimentos acerca de Funções (MONAGHAN et al., 2023). Esses pré-requisitos do CDI envolvem, de certa forma, a maioria dos conteúdos estudados no ensino básico, em especial, nos anos finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio.

Conclui-se que são exigidos dos estudantes um profundo conhecimento matemático nesses assuntos, além dos processos algébricos ligados a eles, o que tem explicado os persistentes e elevados índices de reprovação em muitas instituições nas quais considera-se que os iniciantes já estão munidos de todos esses pré-requisitos.

As Dificuldades de Aprendizagem de Estudantes Iniciantes de CDI

Tipicamente, cursos iniciais de CDI apresentam altos índices de reprovação, tanto no Brasil quanto no exterior (BRESSOUD et al., 2016). Na universidade em que a pesquisa foi realizada, esses índices têm oscilado em torno de 50% ao longo dos anos, mesmo com a adoção de um modelo diferenciado de ensino pautado na resolução de problemas em grupos (BEZERRA; GONTIJO, 2023).

Essa realidade global tem gerado preocupação de pesquisadores e educadores matemáticos, que se manifestam em pesquisas sobre a problemática sob diferentes perspectivas. Bressoud et al. (2016) destacam que as principais investigações abordam os aspectos epistemológicos referentes a conceitos específicos de Cálculo, como Limites e Derivadas; os ligados ao pensamento matemático avançado e às dificuldades de aprendizagens; o Cálculo dependendo do contexto institucional e das práticas em sala de aula; e ainda a questão da transição entre os ensinos básico e superior.

A partir do estudo e da análise de erros de estudantes em um curso CDI em algumas avaliações, Cavasotto (2010) aponta que as dificuldades dos estudantes nas resoluções de problemas do curso estão ligadas a tópicos matemáticos do ensino básico, como em simplificações algébricas. Isso os leva a concluir que o estudo de determinados conceitos matemáticos básicos deveria ser continuamente aprofundado até o Ensino Médio.

Na mesma linha, ao analisar os registros de estudantes de um curso de extensão que oferecia suporte a estudantes de CDI, Dörr (2017) concluiu que as análises das produções matemáticas escritas indicavam que parte considerável das dificuldades de aprendizagem, relacionadas à deficiência de conteúdos básicos, está ligada às aprendizagens matemáticas de objetos de conhecimentos integrantes dos componentes curriculares do Ensino Fundamental, constituindo obstáculos ao aprendizado do Cálculo. A pesquisa aponta ainda que os estudantes têm consciência dessas dificuldades e desejam superá-las. O trabalho demonstra que, mesmo dominando regras de derivação e/ou integração, os estudantes acabam falhando em operações básicas, como simplificações ou em cálculos com números racionais.

Em relato que corrobora os assuntos das pesquisas anteriores, descreve-se um curso de apoio matemático para estudantes iniciantes de CDI em um projeto especial de tutoria na instituição. O relato identifica as dificuldades desses estudantes em temas matemáticos da educação básica, incluindo Fundamentos da Aritmética, Frações e Decimais, Noções de Geometria, Álgebra Elementar, Interpretação de Problemas, Raciocínio Lógico e Resolução de Problemas (MOREIRA et al., 2025).

O estudo de Limites é o objeto matemático que marca a passagem da matemática elementar para a avançada e, portanto, exigirá dos estudantes o desenvolvimento de um raciocínio mais elaborado. Essa mudança ocorre não somente pelos conceitos inéditos, como os de limites infinitos, mas também pelas novas expressões, como “tende a”, ocasionando dificuldades inerentes à linguagem matemática. Os estudantes enfrentam ainda dificuldades no cálculo de limites em que, em geral, não podem ser efetuados por simples procedimentos algébricos (TALL, 1992).

Por fim, são poucos os trabalhos que abordam as crenças ou concepções dos professores de Cálculo quanto à aprendizagem dos estudantes e ao ensino da disciplina (EICHLER; ERENS, 2014).

Algumas investigações sobre a temática realizadas na região da pesquisa

O interesse formal na investigação, tendo como foco um curso inicial de CDI, tem sido abordado na instituição na qual vêm sendo realizados os estudos aqui destacados. A pesquisa resultante da tese de Dörr (2017) traz as repercussões nas aprendizagens dos estudantes relativas às dificuldades em procedimentos algébricos dos discentes. Nesse trabalho, no estudo sobre as percepções e concepções de professores universitários relacionadas à aprendizagem do Cálculo, foi revelado que os docentes identificam e nomeiam a existência de lacunas conceituais do ensino básico e dificuldades nos métodos de estudo dos ingressantes, fatores que têm cooperado para seu insucesso. Outra constatação trazida diz respeito à falta de preparação para o acompanhamento das aulas no Ensino Superior, objeto deste artigo.

Junta-se a essa temática a pesquisa de Rodrigues e Pina Neves (2019), que discorre sobre as dificuldades na compreensão de equações e funções, especialmente aquelas abordadas no Ensino Médio. Na investigação de Rodrigues, Dörr e Marçal (2022), os autores destacam a importância da oferta de disciplinas de Pré-Cálculo nas universidades como apoio matemático básico para estudantes iniciantes, uma vez que essas disciplinas podem ajudar na adaptação dos estudantes à vida universitária e na redução dos índices de evasão e reprovação.

Um estudo exploratório realizado na dissertação de Feijó (2018), tendo como foco os elementos básicos de trigonometria, identificou as principais dificuldades e erros conceituais de alunos do segundo ano do Ensino Médio matriculados em escolas de uma rede pública de ensino. A pesquisa revelou que as dificuldades nesse conteúdo, tão relevante para o desenvolvimento das ideias de CDI, abrangem todos os campos da trigonometria. Destacam-se, por exemplo, as dificuldades relacionadas ao conceito de radiano, às propriedades, características e comportamentos das funções trigonométricas. O trabalho incluiu na investigação um grupo de estudantes de CDI. A pesquisa verificou que esses estudantes de Cálculo também apresentavam dificuldades semelhantes às dos estudantes do Ensino Médio, o que ratifica que parte dos estudantes iniciantes chega à universidade sem os pré-requisitos necessários para se cursar um curso inicial de CDI bem-sucedido.

A investigação de Cavalheiro e Grebot (2022) enfatiza o modelo vigente do curso na instituição. O curso se caracteriza pela unificação das turmas de CDI. Essa unificação diz respeito ao fato que implicou que todas as turmas seguissem o mesmo calendário, programa curricular e sistema de avaliação.

A análise dos dados do estudo incluiu a observância das taxas de aprovação, comparando os nove semestres anteriores e os doze semestres posteriores à unificação. Usou também os resultados de testes objetivos feitos pelos estudantes com uso de um ambiente virtual de aprendizagem.

Os resultados das análises revelaram que, embora o desempenho médio dos alunos tenha aumentado, não houve alteração nas taxas de aprovação entre os dois períodos. Tais achados apontam, segundo os pesquisadores, para falhas na implementação do processo de unificação. O estudo também se dedica a explicar as taxas de aprovação cronicamente baixas em certas turmas e argumenta que o modelo atual de CDI na instituição pode ser inadequado para alguns cursos para os quais é exigido como componente curricular obrigatório.

As Dificuldades de Aprendizagem de Estudantes Iniciais de CDI sob o olhar dos professores

Nessa seção, são apresentadas as respostas de cinco professores universitários das às duas perguntas:

1. *Quais as principais dificuldades que você observa nos estudantes que estão matriculados no Cálculo I?*
2. *A que você atribui os elevados índices de reprovação no Cálculo I aqui nesta universidade?*

A primeira pergunta foi feita em dois momentos distintos a todos os professores entrevistados. O primeiro ocorreu em 2017 e ouviu os professores Kepler, Leibniz e Newton. Já a segunda foi proposta em 2025, e somente os professores Pascal e Sofia responderam à pesquisa, considerando a recorrência do cenário de dificuldades.

As respostas desses docentes à primeira pergunta são resumidas na Quadro 1.

Quadro 1 - Respostas dos professores à pergunta “Quais as principais dificuldades que você observa nos estudantes que estão matriculados no Cálculo I?”

Docente	Respostas
Kepler	<i>Bom, tem um problema. A turma que leciona tem um público, em princípio, mais problemático porque já são 99% deles de reprovados. Então, eles já chegam com uma autoestima muito baixa, por assim dizer. Agora, a dificuldade deles é patente: é principalmente do 2º grau. Eles conseguem entender as ideias do Cálculo, mas não conseguem implementar as ideias. Eles sabem intuitivamente o que significa o Limite, mas se tem que simplificar um quociente, se tem que fazer uma operação para você chegar a um resultado, é cruel para eles porque eles erram muito e não sabem que erraram. Eles não têm um senso crítico de o quanto está certo ou errado nas contas. Então, o principal problema hoje não é o Cálculo. É essa formação anterior que não vou dizer que é só em frações, mas é de uma maturidade na matemática de 2º grau. Eles têm uma dificuldade muito grande e esse é o principal problema.</i>
Leibniz	<i>O que eu vejo é que os alunos de hoje vêm de instituições, colégios ou cursinhos... Então, o que eu vejo muito quando nós estamos dando aulas de Cálculo I é que o aluno fica ansioso para saber qual é a fórmula que ele vai usar. O aluno não sabe porque dá aquilo. ... Então, o que sinto, assim, é que muito imposição, é muito jogado no ensino básico. A gente vê que nossos alunos, às vezes, não têm vários conteúdos que são inerentes ao Ensino Básico e não são contemplados. Aí há uma defasagem no conhecimento que era necessário ao aluno. Aí, chega na universidade. E a universidade é o momento de se fazer uma revisão daquilo que já foi visto. Mas é muito breve e o aluno tem muita deficiência. O pré-cálculo que a gente faz na primeira semana é pra você ver o Ensino Médio todo.... Os gráficos são sempre retas. Tudo vira reta.</i>

Newton	Prof. Newton: Eu acho que tem alguns fatores principais. O primeiro deles eu acho que é a falta de base matemática com que os alunos entram aqui na universidade. Quer dizer, vai dar um Limite, mas eles não sabem fatorar. No meio da conta eles falam que a raiz da soma é a soma das raízes. Ele está até fazendo certinho, mas no meio da conta ele faz um erro primário e acaba com a conta. ... A segunda é a falta de motivação por parte de alguns cursos específicos onde o aluno não quer mais aprender Matemática. Então, ele passou para Biologia. A última coisa que ele quer ver é Matemática e aí tem Cálculo I no currículo. Uma terceira causa que eu poderia citar, especialmente nos cursos da noite, são os caras que trabalham e o Cálculo I exige uma dedicação extraclasse. Ele nem sabe direito como que ele próprio aprende.
Pascal	<i>...Trata-se de um curso que representa o primeiro contato dos alunos com o formalismo e o rigor da matemática universitária, e aí reside o principal problema no processo de ensino e aprendizagem dessa disciplina. Eu percebo cada vez mais, principalmente agora depois da pandemia da Covid-19, que os alunos saem do Ensino Médio com muitas lacunas em sua formação matemática, mesmo após os 12 anos de escolarização básica em Matemática (contemplando os 9 anos do Ensino Fundamental e os 3 anos do Ensino Médio). Além disso, os alunos, acostumados no Ensino Médio a memorizar fórmulas e procedimentos algorítmicos para resolver exercícios repetitivos que serão cobrados nas avaliações, ao se depararem pela primeira vez com os conceitos de limite, continuidade, derivada e integral, os quais remontam aos trabalhos inovadores de Leibniz e Newton no século XVII, têm imensa dificuldade em entender tais conceitos e, quando os entendem, não sabem como utilizar as fórmulas referentes a derivadas e integrais para resolver os exercícios.</i>
Sofia	As principais dificuldades dos alunos estão na matemática básica. Por exemplo, nas primeiras semanas é ensinado limites em que aparecem indeterminações do tipo zero sobre zero em funções racionais. Para resolver tais limites uma estratégia é fatorar os polinômios em termos de suas raízes e os alunos não conseguem fazer as fatorações para efetuar os cancelamentos necessários. Outro exemplo é com funções, é muito comum aparecer “sen”, “cos” para indicar “sen(x)”, “cos(x)”, além do cálculo do domínio de uma função e no entendimento de uma função composta. Outra dificuldade é na interpretação de questões. Por exemplo, dada uma função $Q(t)$ que mede a população com relação ao tempo e que seja tal que o limite no infinito é zero, se na questão for pedido para calcular o limite de quando t vai para infinito, os alunos entendem o que tem que fazer, mas se for pedido para mostrar que a população será extinta após muito tempo, eles não entendem o que a questão está pedindo.

Fonte: Elaboração da autora

As respostas dos docentes Pascal e Sofia à segunda são resumidas no Quadro 2.

Quadro 2 - Respostas dos professores à pergunta “A que você atribui os elevados índices de reprovação no Cálculo I aqui nesta universidade?”

Docente	Respostas
Pascal	Há várias razões que podem subsidiar tal fato. Dentre elas, podemos citar: a. Formação matemática deficiente de tópicos de matemática elementar da educação básica (por exemplo, fatoração, produtos notáveis, números racionais, resolução de equações do 1º e 2º graus, funções, trigonometria, geometria analítica, polinômios, entre outros), dificultando a transição do Ensino Médio para o Ensino Superior; a. Falta de um método de estudo adequado e adoção de uma postura passiva em relação à disciplina, dificultando o engajamento e o comprometimento necessários para os alunos conseguirem a almejada aprovação; a. Falta de uma maturidade matemática que permita aos alunos absorverem o formalismo e a abstração das ideias do Cálculo; a. Dificuldade de conciliar uma rotina de estudo e trabalho (para os alunos de baixa renda); a. Estudar para passar na disciplina em detrimento de estudar para aprender a disciplina; a. Escolha equivocada do curso na época do vestibular; a. Não buscar ajuda junto aos monitores e professores da disciplina aos primeiros sinais de dificuldade com a matéria; a. Falta de interesse e motivação pelo aprendizado do Cálculo, achando que é impossível obter sucesso em tal disciplina, o que gera um sentimento de ansiedade, inferioridade, incompetência e baixa autoestima diante de notas baixas nas provas.
Sofia	Acredito que por conta das dificuldades que os alunos carregam desde o ensino básico com a Matemática.

Fonte: Elaboração da autora.

ANÁLISE E RESULTADOS: CONSIDERAÇÕES SOBRE AS ENTREVISTAS DOS PROFESSORES

Um ponto principal que emerge das entrevistas dos professores é a ilustração em suas falas do cotidiano de docentes do Ensino Superior que lecionam disciplinas cujos conteúdos matemáticos do ensino básico sejam pré-requisitos (ALMEIDA et al., 2007). Embora se espere que os estudantes já “dominassem” tais conteúdos, não é o que ocorre. Entre os objetos matemáticos mencionados dos Ensinos Fundamental e Médio como sendo obstáculos para o avanço na aprendizagem do Cálculo estão: dificuldades com frações, fatorações e funções trigonométricas.

O segundo ponto destaca as dificuldades dos estudantes com os métodos de estudo, conforme mencionado. A maioria deles não está preparada para as demandas acadêmicas do Ensino Superior, evidenciando a falta de transição adequada entre Ensino Médio e Ensino Superior. Outrossim, reconhece-se que as dificuldades inerentes a certos objetos matemáticos no nível universitário concentram-se nos processos de formalização, unificação, generalização e simplificação (MONAGHAN et al., 2023).

Ademais, os docentes enfatizam em suas falas a falta de maturidade e pensamento crítico dos alunos. Estes não conseguem associar o Cálculo teórico recebido e anotado nas aulas teóricas com a aplicação em situações-problema (LACHINI, 2001).

Trata-se de uma problemática recorrente e crônica no ensino de Matemática, cuja persistência ao longo dos anos foi intensificada pelo contexto da pandemia, conforme evidenciam artigos recentes como os de Fávaro et al. (2021) e Santos Alves et al. (2025) e reforçada pela afirmação do professor Pascal.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com o intuito de apresentar entendimentos obtidos a partir das falas de professores universitários sobre a formação matemática dos estudantes, este artigo analisou trechos de entrevistas de cinco professores do Ensino Superior que lecionam CDI. Com base nos apontamentos advindos de suas práticas ao longo dos anos, propomos questões para futuros estudos e reflexões sobre as dificuldades de aprendizagem de estudantes iniciantes em Cálculo Diferencial e Integral.

Todos os docentes participantes deste estudo reconhecem a falta de preparo dos discentes ingressantes com relação aos conteúdos matemáticos elementares o que acaba interferindo no processo de aprendizagem, acarretando insucessos. Isso foi citado pelos entrevistados e exemplificado com a nomeação de conteúdos matemáticos específicos e procedimentos algébricos de resolução de Limites ou de Integrais, fato que já tem sido corroborado por outros trabalhos (RODRIGUES; DÖRR; MARÇAL, 2022). Quanto às funções tri-

gonométricas, confirmamos o estudo de Feijó (2018), que aponta a falta de embasamento em conteúdos de Trigonometria de discentes do Ensino Médio e universitários iniciantes.

O desempenho dos estudantes universitários na aprendizagem de novos conceitos de Cálculo relaciona-se às suas experiências prévias em conteúdos matemáticos dos campos da Álgebra e da Geometria (LACHINI, 2001; MONAGHAN et al., 2023). Nesse sentido, um curso de CDI é complexo, pois, além de exigir uma bagagem matemática considerável de seus participantes e o desenvolvimento de um pensamento matemático avançado, requer dedicação especial do trabalho docente ao ter que conviver com tantas peculiaridades. Aprender e ensinar matemática não é uma tarefa simples (SCHOENFELD, 2022)!

A abordagem desses assuntos nos leva a estabelecer algumas ponderações.

Primeiramente, se o ensino básico pauta suas práticas na repetição de algoritmos (NASSER, 2009), por que os estudantes apresentam dificuldades com esses procedimentos ao ingressarem na universidade?

Os relatos dos professores que atuam no ensino de CDI aqui apresentados trazem a confirmação de um cenário de reprovações e desistências dos estudantes que têm persistido ao longo dos anos. O professor Pascal percebeu uma deterioração após o período da pandemia. Diante dessas evidências, por que não implementar alternativas de apoio aos estudantes iniciantes, como um curso de pré-cálculo (RODRIGUES; DÖRR; MARÇAL, 2022)? Mas será que nas universidades já têm sido implementadas ações exitosas nesse sentido? E sobre as metodologias para o ensino de Cálculo? Quais seriam as experiências exitosas para a realidade brasileira? Nessa direção, é fundamental considerar a preparação de professores que ensinam CDI ou o ensinarão (MONAGHAN et al., 2023).

Em síntese, o cenário do ensino de Cálculo no Ensino Superior apresenta uma dicotomia central. De um lado, encontram-se estudantes ingressantes que demonstram preparo insuficiente para a complexidade do curso e, conseqüentemente, demandam apoio para suprir lacunas em conhecimentos matemáticos fundamentais.

Do outro lado, está um corpo docente equipado com ferramentas poderosas de transformação. Esses recursos incluem o genuíno interesse pela aprendizagem dos discentes, uma sólida capacitação teórica e a habilidade para conceber e implementar modelos metodológicos inovadores, alinhados às exigências tecnológicas contemporâneas.

A preparação de estudantes para o Cálculo é um tema relevante, especialmente em contextos como o brasileiro, em que a qualidade da formação básica para futuros universitários pode ser altamente variável e diretamente ligada às condições socioeconômicas desses discentes. Nesse sentido, há desigualdades que exigem a atenção da comunidade científica para que se desenvolvam estudos que identifiquem, com as devidas explicações,

quais intervenções produzem resultados positivos em termos das aprendizagens e em quais situações.

Apesar do empenho e da disponibilidade dos recursos pedagógicos, os índices de reprovação permanecem elevados. Essa persistência sugere a existência de um espaço vazio entre as necessidades dos estudantes e as estratégias docentes implementadas. É imperativo, portanto, construir uma ponte metodológica que conecte ambas as partes e juntos, trilhem um caminho que culmine na aprendizagem significativa do Cálculo.

A questão central que emerge é: de que forma essa ponte poderá ser efetivamente construída?

Por fim, destacamos a relevância dessa abordagem, pois são poucos os trabalhos que abordam as crenças ou concepções de professores de Cálculo sobre a aprendizagem dos estudantes e o ensino (EICHLER; ERENS, 2014). Nesse sentido, propomos ampliar a escuta dos professores para que, a partir de suas vivências, possam ser compartilhadas práticas exitosas e sejam desenvolvidas estratégias adequadas às suas realidades.

REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, L. S.; SOARES, A. P.; GUISANDE, M. A.; PAISANA, J. Rendimiento académico no ensino superior: Estudo com alunos do 1º ano. **Revista Galego-Portuguesa de Psicoloxía y Educación**, Coruña, v. 14, n.1, Ano 11, p.207-220, 2007.
- ALVARENGA, K.; DÖRR, R. C.; VEIRA, V. D. O ensino e a aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral: características e interseções no centro-oeste brasileiro. **Revista Brasileira do Ensino Superior (REBES)**, v. 2, n.4, p. 46-57, 2016.
- BALL, D. L.; THAMES, M. H.; PHELPS, G. Content knowledge for teaching: What makes it special? **Journal of Teacher Education**, v. 59, n. 5, p. 389–407, 2008. Disponível em: <https://eric.ed.gov/?id=EJ814426>. Acesso em: 9 maio 2025.
- BARDI, J. S. **A guerra do cálculo**. Rio de Janeiro: Record, 2008.
- BEZERRA, W. W. V.; GONTIJO, C. H. Evaluación del aprendizaje en Cálculo I y abandono en la educación superior: posibles conexiones. **Paradigma**, Maracay, v. 44, n. 5, p. 197–214, 2023. DOI: 10.37618/PARADIGMA.1011-2251. 2023. p197-214.id1473. Disponível em: <https://revistaparadigma.com.br/index.php/paradigma/article/view/1473>. Acesso em: 9 jun. 2025.
- BOYER, Carl B. **História da Matemática**. São Paulo: Editora Edgar Blucher, 2002.
- BRESSOUD, D. M. et al. **Teaching and learning of calculus**. Cham: Springer, 2016.
- CAVALHEIRO, Adail de Castro; GREBOT, Guy. Learning and teaching of calculus: performance analysis in a unified system. **International journal of mathematical education in science and technology**, v. 53, n. 10, p. 2728-2753, 2022.
- CAVASOTTO, M. **Dificuldades na aprendizagem de cálculo**: o que os erros cometidos pelos

alunos podem informar. 2010. 146 f. Dissertação (Mestrado em Ciências e Matemática)– Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2010. Disponível em: <https://tede2.pucrs.br/tede2/handle/tede/3395>

COURANT, R.; ROBBINS, H. **What is Mathematics?:** an elementary approach to ideas and methods. Oxford: Oxford University Press, 1996.

D'AMBROSIO, U. **Educação matemática:** da teoria à prática. Campinas, SP: Papirus, 2012.

DÖRR, R. C. **Análises de aprendizagens em cálculo diferencial e integral:** um estudo de caso de desenvolvimento de conceitos e procedimentos algébricos em uma universidade pública brasileira. 2017. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade de Brasília, Brasília, 2017.

EICHLER, A.; ERENS, R. Teachers' beliefs towards teaching calculus. **ZDM**, v. 46, p. 647-659, 2014.

FÁVARO, Leandro Costa et al. O impacto provocado pela pandemia do COVID-19 nas práticas pedagógicas de professores de matemática da educação básica. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, v. 10, n. 22, p. 446-469, 2021.

FEIJÓ, R. S. A. A. **Dificuldades e obstáculos no aprendizado de trigonometria:** um estudo com alunos do Ensino Médio do Distrito Federal. 2018. 108 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade de Brasília, Brasília, 2018.

GIL, A. C. **Didática do Ensino Superior**. São Paulo: Atlas, 2015.

GIL, A. C. **Metodologia do Ensino Superior**. São Paulo: Atlas, 2009.

LACHINI, J. **Subsídios para explicar o fracasso de alunos em cálculo:** A prática educativa sob o olhar de professores de cálculo. Belo Horizonte: FUMARC, 2001. p. 146-190.

MONAGHAN, J.; ELY, R.; PINTO, M. M. F.; THOMAS, M. **The learning and teaching of Calculus:** ideas, insights and activities. London: Taylor & Francis, 2023.

MOREIRA, L.; GAMBOA, J. S.; COSTA, P. H. P.; CALDAS, L. L. S. Programa Elos da Universidade de Brasília: uma estratégia de apoio ao ensino de Cálculo I. **Ensino & Pesquisa**, União da Vitória, v. 23, n. 1, p. 147-166, jan./abr. 2025.

NASSER, Lilian. Uma Pesquisa sobre o Desempenho de Alunos de Cálculo no Traçado de Gráficos. In: REZENDE FROTA, Maria C.; NASSER, Lilian. **Educação Matemática no Ensino Superior:** Pesquisas e Debates. Recife: SBEM, 2009, v5, p. 43-58.

RODRIGUES, L. A.; PINA NEVES, R. S. O Cálculo Diferencial e Integral na Universidade de Brasília: estratégia metodológica em estudo. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, v. 10, n. 2, p. 97-111, 2019.

RODRIGUES, L. M. D. Á.; DÖRR, R. C.; MARÇAL, T. R. D. Una encuesta sobre la asignatura de precálculo ofrecida en los cursos de grado de matemáticas en instituciones públicas del

Centro-Oeste brasileiro. **Paradigma**, v. 43, n. 1, p. 245-272, 2022.

SANTOS ALVES, Abraão et al. Impactos do ensino remoto emergencial na aprendizagem de conteúdos matemáticos. **Research, Society and Development**, v. 14, n. 8, p. e2114849309-e2114849309, 2025.

SCHOENFELD, Alan H. Why are learning and teaching mathematics so difficult? In: DANESI, M. **Handbook of cognitive mathematics**. Cham: Springer International Publishing, 2022. p. 763-797.

STEWART, J. **Cálculo**. São Paulo: Cengage Learning, 2011. v. 1.

SWOKOWSKI, E. W. **Cálculo com Geometria Analítica**. Tradução de Alfredo Alves de Faria. 2. ed. São Paulo: Makron Books, 1994.

TALL, D. Students' difficulties in calculus. In: INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 7., 1992, Québec. **Proceedings** [...]. Québec: ICME, 1992. p. 13-28.

THOMPSON, P. W.; HAREL, G. Ideas foundational to calculus learning and their links to students' difficulties. **ZDM–Mathematics education**, v. 53, n. 3, p. 507-519, 2021.

TRIVIÑOS, A. N. S. **Introdução à pesquisa em ciências sociais**: a pesquisa qualitativa em educação. São Paulo: Atlas, 1987.

VYGOTSKY, L. S. **Psicologia pedagógica**. Porto Alegre: Artmed, 2003.

Apêndice – Informação sobre el artículo

Historico editorial

Submetido: 01 de Junio de 2025.

Aprobado: 01 de Diciembre de 2025.

Publicado: 05 de Enero de 2026.

Como Citar — APA

DÓRR, Raquel Carneiro. (2026). Compreensões advindas da prática de professores do Ensino Superior sobre as dificuldades de estudantes iniciantes nas aprendizagens de cálculo diferencial e integral. *PARADIGMA*, XLVII(1), e2026001. <https://doi.org/10.37618/PARADIGMA.1011-2251.2025.e2026001.id1764>.

Como Citar — ABNT

DÓRR, Raquel Carneiro. Compreensões advindas da prática de professores do Ensino Superior sobre as dificuldades de estudantes iniciantes nas aprendizagens de cálculo diferencial e integral. *PARADIGMA*, Maracay, v. XLVII, n. 1, e2026001, Ene./Jun., 2026. <https://doi.org/10.37618/PARADIGMA.1011-2251.2026.e2026001.id1764>.

Conflicto de intereses

Nada que declarar.

Declaración de disponibilidad de datos

Todos los datos han sido presentados/generados en este artículo.

Derechos autorales

Los derechos de autor pertenecen a los autores, que conceden a revista **Paradigma** los derechos exclusivos de primera publicación. Los autores no serán remunerados por la publicación de sus artículos en esta revista. Los autores están autorizados a celebrar contratos adicionales por separado, para la distribución no exclusiva de la versión del artículo publicado en esta revista (por ejemplo, publicación en un repositorio institucional, en un sitio web personal, publicación de una traducción o como capítulo de un libro), con reconocimiento de autoría y primera publicación en esta revista. Los editores de la revista **Paradigma** tienen derecho a realizar ajustes textuales y adecuación normativas en este artículo.

Acceso libre

Este artículo es de acceso abierto (**Open Access**) y sin gastos de envío ni de procesamiento del artículo (**Article Processing Charges – APCs**). El acceso abierto es un amplio movimiento internacional que pretende proporcionar acceso en línea libre y gratuito a la información académica, como publicaciones y datos. Una publicación se define como de acceso abierto cuando no existen barreras financieras, legales o técnicas para acceder a ella; en otras palabras, cuando cualquiera puede leerla, descargarla, copiarla, distribuirla, imprimirla, investigarla o utilizarla en la educación o de cualquier otra forma dentro de los acuerdos legales.



Licencia de uso

Este artículo es licenciado con **Creative Commons Atribución-NoComercial-SinDerivadas 4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0)**. Esta licencia le permite compartir, copiar y redistribuir el artículo en cualquier medio o formato. La licencia no permite utilizar el material con fines comerciales ni adaptarlo, remezclarlo o transformarlo.



Comprobación de similitud

Este artículo fue sometido a una comprobación de similitud utilizando el software de detección de texto **iThenticate** de Turnitin, a través del servicio de **Similarity Check** de la Crossref.



Proceso de evaluación

Revisión por pares a doble ciego (*Double blind peer review*).

Editor en Jefe

Fredy E. González

Editores Asociados

Luis Andrés Castillo
Ivonne C. Sánchez S.

Publisher

Este artículo ha sido publicado en la revista **Paradigma** vinculada al Centro de Investigaciones Educativas Paradigma (CIEP) del Departamento del Componente Docente de la **Universidad Pedagógica Experimental Libertador** (Núcleo Maracay). La revista **Paradigma** publica artículos de carácter técnico-científico, derivados de estudios e investigaciones que sirvan de apoyo al desarrollo del conocimiento educativo, propiciando el diálogo entre los diferentes campos de la educación. Las ideas expresadas en este artículo son de los autores y no representan necesariamente la opinión del consejo editorial o de la universidad. En Brasil, la revista Paradigma obtuvo la calificación **Qualis A1** en la **Evaluación CAPES (2017-2020)**.

