

Algunos cambios de concepciones de profesores de matemática universitaria sobre las causas de los errores de los estudiantes

Henry Alexander Ramírez Bernal¹ 

Resumo

En este artículo se presentan algunos resultados de la investigación doctoral en la que se buscó determinar posibles cambios de concepciones de un grupo de profesores de matemática universitaria (en ejercicio) sobre las causas de los errores en matemática de los estudiantes. Mediante reuniones en grupos focales los profesores participantes reflexionaron y discutieron críticamente sobre las posibles causas de los errores tomando en consideración (e incorporando a sus análisis) algunos referentes de la Educación matemática que intentan explicar las posibles causas de los errores (obstáculo epistemológico, obstáculo didáctico, transformaciones semióticas de tratamiento y conversión y misconcepción). La investigación permitió evidenciar que los participantes reconocen el potencial del referencial teórico presentado para analizar las causas de los errores y mostró algunos cambios en sus concepciones sobre las causas de los errores.

Palavras-chave: obstáculo epistemológico, obstáculo didáctico, tratamiento, conversión, misconcepción, causas de los errores, cambio de concepciones de profesores.

Some changes in university mathematics teachers' conceptions about the causes of student errors

Abstract

This article presents some results of the doctoral research in which we sought to determine possible changes in the conceptions of a group of university mathematics teachers (in service) about the causes of students' errors in mathematics. Through focus group meetings, the participating teachers reflected and critically discussed the possible causes of the errors, taking into consideration (and incorporating into their analysis) some references of Mathematics education that try to explain the possible causes of the errors (epistemological obstacle, didactic obstacle, semiotic transformations of treatment and conversion and misconception). The research showed that the participants recognize the potential of the theoretical framework presented to analyze the causes of errors and showed some changes in their conceptions about the causes of errors.

Keywords: epistemological obstacle, didactic obstacle, treatment, conversion, misconception, causes of errors, change in teachers' conceptions.

Algumas mudanças nas concepções dos professores de matemática universitária sobre as causas dos erros dos alunos

Resumen

Este artigo apresenta alguns resultados da pesquisa de doutorado na qual se buscou determinar possíveis mudanças nas concepções de um grupo de professores universitários de matemática (em exercício) sobre as causas dos erros dos alunos em matemática. Por meio de reuniões de grupos focais, os professores participantes refletiram e discutiram criticamente as possíveis causas dos erros tendo em consideração (e incorporando em suas análises) alguns referentes da Educação Matemática que tentam explicar as possíveis causas dos erros (obstáculo epistemológico, obstáculo didático, transformações semióticas de tratamento e conversão

¹ Doctorado Interinstitucional en Educación DIE. Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Bogotá, Colombia. Miembro del Núcleo de Investigación en Didáctica de la Matemática NRD. Universidad de Bologna, Italia. haramirez@udistrital.edu.co

e “misconcepção”. A pesquisa mostrou que os participantes reconhecem o potencial do referencial teórico apresentado para analisar as causas dos erros e mostraram algumas mudanças em suas concepções sobre as causas dos erros.

Palabras clave: obstáculo epistemológico, obstáculo didático, tratamiento, conversão, concepção errônea, causas dos erros, mudança nas concepções dos professores.

INTRODUCCIÓN

Algunas investigaciones sobre el conocimiento profesional del profesor² resaltan la importancia del conocimiento que debe tener el docente para analizar los errores de sus estudiantes. Ball, Thames y Phelps (2008) señalan que los profesores de matemática expertos deben ser capaces de: identificar los errores de sus estudiantes, determinar su origen y profundizar en la comprensión del aprendizaje de los estudiantes mediante el error. D’Amore, Fandiño Pinilla, Marazzani y Sbaragli (2010). llaman la atención sobre la deficiente preparación o falta de ella por parte de los docentes para identificar las dificultades de los estudiantes en matemática. Algunos estudios (Charnay, 1989; Economou, 1995; Milhaud, 1980, citados en Gagatsis & Kyriakides, 2000) mostraron que los profesores atribuyen las causas los errores de los estudiantes en matemática a hechos poco o nada relacionados con los referentes teóricos y de investigación que desde la Educación matemática intentan explicarlas críticamente. Entre estos referentes teóricos pueden citarse los obstáculos epistemológicos, los obstáculos didácticos, las transformaciones semióticas de tratamiento y conversión y las misconcepciones. Parte de esta situación podría originarse en la influencia negativa de las creencias y concepciones de los profesores en su comprensión del error y sus causas. Las creencias y concepciones de los profesores están fuertemente vinculadas con sus decisiones y su ejercicio profesional. Mellado (1996, citado en Barrantes & Blanco, 2004) señala que las concepciones disponen y dirigen las experiencias docentes durante las prácticas de enseñanza. Autores como Peng y Luo (2009), Brodie (2014) y Alvidrez (2019) señalan que, aunque son los pocos estudios que abordan las concepciones y la comprensión de los profesores sobre las causas de los errores, las investigaciones sobre el tema están tomando relevancia y comienzan a desarrollarse.

Considerando la problemática descrita, en la investigación doctoral se buscó profundizar en la descripción, caracterización y comprensión de los posibles cambios en las concepciones de un grupo de profesores de matemática (en ejercicio) de primeros semestres de Universidad sobre las causas de los errores en matemática de los estudiantes. En el presente artículo se reportan algunos resultados que responden a la pregunta de investigación ¿Qué cambios en las concepciones de un grupo de profesores (en ejercicio) sobre las causas de los errores en matemática de estudiantes universitarios se producen a partir de la reflexión, discusión y socialización en reuniones específicas de grupos focales sobre la base de aná-

² Peng y Luo (2009) se refieren específicamente a estudios relacionados al Conocimiento de la Materia (SMK, por sus siglas en inglés: Subject Matter Knowledge) y al Conocimiento Pedagógico del Contenido (PCK, por sus siglas en inglés: Pedagogical Content Knowledge).

lisis (sustentados en la teoría de obstáculos y teoría de las representaciones semióticas de Duval) de las posibles causas de algunos de estos errores?³

MARCO TEÓRICO

Los errores de los estudiantes en matemática y algunas de sus posibles causas

Para Brousseau (1976, 1983) el error (de los estudiantes en matemática) es el resultado de un conocimiento previo el cual fue exitoso, pero que resulta erróneo o simplemente no es aplicable en otras circunstancias. Matz (1980) y Ruano, Socas y Palarea (2008) presentan posturas similares. El error “puede tener distintas procedencias, pero siempre se considera como un esquema cognitivo inadecuado y no sólo como consecuencia de falta de conocimiento o de un despiste” (Ruano, Socas, & Palarea, 2008, p. 2), caracterización similar a la propuesta por D’Amore et al. (2010) quienes consideran al error como la manifestación de un malestar cognitivo.

Los obstáculos al aprendizaje (epistemológicos y didácticos), las transformaciones semióticas de tratamiento y conversión y las misconcepciones constituyen referentes teóricos de la Educación matemática ampliamente conocidos y que contribuyen a explicar oportunamente las posibles causas de los errores en matemática de los estudiantes.

De acuerdo con D’Amore et al. (2010), un obstáculo al aprendizaje matemático consiste en cualquier cosa que se interponga al aprendizaje esperado en la dirección docente – estudiante independientemente de su naturaleza. Los obstáculos epistemológicos están vinculados a la naturaleza y evolución histórica de las ideas matemáticas: las fracturas, cambios radicales de concepciones, no continuidades que se han presentado en la evolución de un concepto originan obstáculos epistemológicos en el aprendizaje de ese concepto manifestándose reiteradamente a través de los errores de los estudiantes (D’Amore & Fandiño Pinilla, 2012); los obstáculos didácticos están vinculados a las elecciones del docente en la clase de matemática, por ejemplo sobre el currículo o el método de enseñanza; estas elecciones del docente pueden resultar eficaces para algunos estudiantes pero en otros casos puede obstaculizar el aprendizaje de los estudiantes (D’Amore & Fandiño Pinilla, 2012).

El análisis semiótico de los errores en el aprendizaje matemático implica comprender las representaciones semióticas de los objetos matemáticos y sus transformaciones. Tal análisis se vale de las nociones de registro de representación semiótica y de las transformaciones de tratamiento (al interior de un mismo registro semiótico) y de conversión (entre diferentes registros semióticos). Para Duval (2006) “el primer requisito metodológico para analizar los problemas de la comprensión matemática de los estudiantes es diferenciar por completo estas dos clases de transformación” (p. 7).

³ En próximos trabajos se profundizará en otros resultados obtenidos en este estudio doctoral.

Una *misconcepción* es un concepto equivocado que debe evitarse pero que no necesariamente tiene una connotación negativa (D'Amore, 1999; D'Amore & Fandiño Pinilla, 2024). Para D'Amore (2005) las *misconcepciones* son concepciones momentáneas no correctas, constituyen un posible momento delicado de pasaje de una primera concepción elemental (ingenua, espontánea y primitiva) a una de mayor elaboración y más correcta y no pueden ser totalmente eliminadas ni son normal o necesariamente un daño.

Creencias y concepciones de profesores

Diversos autores coinciden en señalar el fuerte carácter subjetivo de las creencias. De acuerdo con Pajares (1992), las creencias son verdades personales indiscutibles sustentadas por cada uno, derivadas de la experiencia o de la fantasía, que tienen un fuerte componente evaluativo y afectivo. Adicionalmente, para Moreno y Azcárate (2003), las creencias no se sustentan sobre la racionalidad sino en experiencias y sentimientos, carecen de conocimientos específicos sobre el tema con el que se relacionan, por lo que son muy consistentes y duraderas para cada individuo. García, Azcárate y Moreno (2006) consideran que las creencias del profesor influyen de forma directa en su desempeño filtrando además todo lo relacionado con el proceso de enseñanza aprendizaje.

Las concepciones de una persona se sustentan en la racionalidad; Ponte (1994) señala que las concepciones tienen una naturaleza esencialmente cognitiva y condicionan las maneras en que se abordan las tareas. Pehkonen y Pietilä (2003) señalan que las concepciones son creencias conscientes, en las que se subraya el componente cognitivo en contraste con las creencias subconscientes en las que se enfatiza el componente afectivo.

Para García, Azcárate y Moreno (2006) las concepciones de los profesores de matemática consisten en la estructura que dan a sus conocimientos para enseñarlos o transmitirlos posteriormente a los estudiantes. En la investigación doctoral se consideraron las concepciones de los profesores en el sentido expresado por Llinares:

Las dificultades en separar conocimiento y creencias en las investigaciones cognitivas sobre el conocimiento del profesor han conllevado el uso de términos como concepciones o el uso del término conocimiento, pero englobando todo un rango de cogniciones del profesor que incluye creencias, conocimiento desde la experiencia, etc. (Llinares, 1996, p. 9).

Se asume en este trabajo el sentido de racionalidad y elaboración cognitiva de las concepciones a diferencia de las creencias que no se sustentan en la racionalidad.

Cambio de concepciones de los profesores

En la investigación se consideró que las concepciones cambian cuando se desarrollan o modifican en el transcurso del tiempo (Wilson & Cooney, 2002). Los cambios en las concepciones de los profesores pueden contribuir a mejorar la enseñanza de los profesores

(Lerman, 1999; Bobis, Way, Anderson, & Martin, 2016); en un sentido similar se expresan Holm y Kajander (2012) quienes señalan que, para lograr cambios reales y duraderos en la enseñanza de los profesores, ellos deben enfrentarse a experiencias que estén diseñadas para confrontar y desafiar sus creencias sobre la enseñanza. El cambio en las concepciones de los profesores también puede beneficiar el rendimiento de los estudiantes (Sparks, 1999; Wilkins & Brand, 2004).

Algunas investigaciones han demostrado que las concepciones de los profesores pueden cambiar (Grigutsch, Raatz, & Törner, 1998; Kaasila, Hannula, Laine, & Pehkonen, 2006, 2008; Maass, 2004, Seaman, Szydlik, & Beam, 2005) en situaciones oportunas y también dan cuenta de las condiciones en que estos cambios pueden producirse en casos específicos (Pehkonen, 2006). De acuerdo con Pehkonen (2006), un profesor debe ser consciente de sus acciones y debe reflexionar sobre ellas, pues cuando el individuo reflexiona sobre sus acciones se produce aprendizaje. Adicionalmente, se debe ayudar a los profesores a reflexionar y tomar conciencia de sí mismos mediante datos que validen o refuten sus creencias (Olson & Singer, 1994; Pehkonen, 2001). Adicionalmente, Pehkonen (1994) considera que el cambio de los profesores se debe entender como un cambio realizado de forma voluntaria. Para este autor, al hablar de cambio de creencias en la formación de profesores, se trata de ofrecerles oportunidades para el cambio (Pehkonen, 2001).

ASPECTOS METODOLÓGICOS

Al inicio de la investigación se entregó (por correo electrónico o en físico) una carta de invitación a participar a 25 profesores de matemática universitaria de primeros semestres, que se encontraban en ejercicio y que estuvieran vinculados con alguna Institución de Educación Superior en Bogotá, Chía o Soacha; en esta carta se describieron: los propósitos de la investigación, las actividades a desarrollar durante su participación en el estudio, el rol de los profesores y del investigador y la disponibilidad requerida (tanto de tiempo como de desplazamiento); junto a la carta de invitación a participar se envió un cuestionario de indagación inicial en el que se pidió a los participantes: indicar cuáles cursos de matemática universitaria han orientado y en cuáles carreras, identificar errores en matemática de sus estudiantes y explicar las posibles causas de esos errores.

A partir de los resultados de la indagación inicial, se seleccionó un grupo de 12 profesores que continuaron participando en el estudio en reuniones de grupos focales; este grupo de profesores evidenció su interés, disponibilidad, disposición y compromiso para formar parte del estudio. De acuerdo con Wilkinson (2004), en un grupo focal participa un pequeño número de personas que discuten de manera informal pero centrada sobre un conjunto de temas específicos. Para la conformación de los grupos focales se tuvieron en cuenta algunas de las recomendaciones señaladas en la literatura especializada: los grupos

focales constituyen una elección adecuada cuando los participantes “poseen conocimientos y/o experiencias especializadas que pueden discutir en el grupo” (Krueger & Casey, 1994, citado en Onwuegbuzie, Dickinson, Leech, & Zoran, 2011, p. 132), se sugieren 3 participantes por grupo focal (Morgan, 1997, citado en Onwuegbuzie et al., 2011) y cada reunión debe tener una duración de entre 1 y 2 horas (Morgan, 1997; Vaughn, Schumm, & Sinagub, 1996, citados en Onwuegbuzie et al., 2011). Los grupos focales quedaron conformados como sigue: Ernesto,⁴ César y Carlos en el grupo 1, Diego, Miguel y Nicolás en el grupo 2, Manuel, José y Hernán en el grupo 3, Fabio, Andrés y Enrique en el grupo 4.

Los profesores invitados a los grupos focales participaron de un minicurso (de 4 sesiones) centrado en el análisis de las causas de algunos errores de estudiantes en matemática universitaria, tomando como base los referentes de la Educación matemática sobre el tema descritos en el marco teórico (uno por sesión): obstáculo epistemológico, obstáculo didáctico, transformaciones semióticas y misconcepción. En cada sesión se siguió la siguiente estructura:

1. Realización de una tarea individual. Los participantes identifican y explican las posibles causas de los errores presentes en las soluciones de algunos estudiantes a 2 actividades matemáticas. 2. Discusión y socialización. Los participantes discutieron sobre las causas de los errores que encontraron en la tarea individual. 3. Intervención del investigador. El investigador presentó, a los participantes de cada grupo focal, características y ejemplos de cada referente teórico. 4. Nueva discusión y socialización. Después de la intervención del investigador, los participantes discutieron nuevamente sobre las causas de los errores y analizaron la pertinencia de los referentes teóricos presentados para explicar sus posibles causas.

ANÁLISIS

Con cada uno de los grupos focales 1, 2 y 3 se realizaron 4 sesiones y con el grupo focal 4 se realizaron 2 reuniones (correspondientes a transformaciones semióticas y obstáculo didáctico). En total se realizaron 14 reuniones, cada una de las cuales tuvo una duración de entre 60 y 90 minutos. Las reuniones en los grupos focales se realizaron en forma virtual mediante video llamadas, se registraron en video y se transcribieron las intervenciones de los participantes para su organización y análisis.

Los textos obtenidos de las transcripciones se organizaron en unidades de contenido de acuerdo con el criterio *conversacional* consistente en la división del texto en función de las declaraciones o turno de palabra de los participantes (Rodríguez, Gil & García, 1996, citados en Rodríguez, Lorenzo & Herrera, 2005, p. 141).

⁴ Los profesores participantes en la investigación y los estudiantes mencionados se identifican mediante pseudónimos.

Después de cada reunión se hizo un proceso de categorización inductivo – deductivo de las concepciones de los profesores sobre las causas de los errores. Según Navarrete (2011) en la categorización inductiva – deductiva se definen inicialmente unas macrocategorías a partir de un marco teórico; por otra parte, el examen del discurso permite la emergencia de categorías más específicas. Considerando lo expresado por Navarrete (2011), en el proceso de categorización se definieron categorías a priori, a continuación, se hizo un proceso de codificación para establecer categorías emergentes; además, la revisión constante del proceso y el examen repetido de los datos permitió hacer ajustes pertinentes (ampliaciones y modificaciones). A continuación, se describe de forma detallada este proceso.

Se establecieron cinco categorías de análisis a priori tomando en consideración los objetivos de la tesis doctoral y la literatura de investigación sobre el análisis de errores por parte de los profesores. Para cada participante se hizo el proceso de categorización de concepciones posterior a cada reunión y se organizó la información de forma tabular. En los argumentos de los participantes, se pueden identificar ciertos énfasis o tendencias que permiten agrupar las declaraciones de los participantes en subcategorías de análisis emergentes de los datos; estas subcategorías (que en nuestro análisis son llamadas “descriptores” o “indicadores”) se clasifican dentro de las categorías a priori definidas inicialmente. Se estableció una categoría de análisis adicional que agrupa varias subcategorías que, si bien se refieren a diversos aspectos de la enseñanza - aprendizaje de la matemática, no se enfocan de forma específica al análisis de las posibles causas de los errores o no se ubican dentro de las subcategorías y categorías establecidas de forma a priori.

Las denominaciones de las categorías establecidas junto con su caracterización es la siguiente: *identificación del error* (en esta categoría se ubican las declaraciones explícitas de los participantes en las que identifican los errores), *explicación del error* (los participantes describen de forma detallada en qué consisten los errores presentes en la tarea analizada), *concepciones sobre las causas de los errores* (en esta categoría se agrupan las diferentes argumentaciones para explicar las posibles causas de los errores de los estudiantes), *disposición a incorporar referentes de la Educación matemática en el análisis de las causas del error* (esta categoría se sustenta en el reconocimiento explícito de los participantes sobre la pertinencia del referente teórico para explicar las posibles causas de los errores o en indicadores de su posible incorporación en los análisis de las causas de los errores) y *otros factores que influyen en los análisis sobre las causas de los errores* (corresponde a reflexiones de los participantes que no se enfocan directamente en explicar las causas de los errores pero que enriquecen sus argumentaciones o mencionan otros factores que pueden influir en las causas de los errores).

A continuación, para cada participante se hizo un proceso de comparación por sesiones y por cada categoría con el propósito de identificar los posibles cambios en las concepciones de los profesores. Para cada categoría, se listan los indicadores de concepción

para cada sesión y al comparar se determinan los posibles cambios. El método de análisis seguido para identificar los cambios está basado en el procedimiento descrito en D'Amore y Fandiño Pinilla (2004) quienes identificaron cambios de concepciones de un grupo de profesores antes y después de un programa de formación. De acuerdo con D'Amore y Fandiño Pinilla (2004) las concepciones declaradas (por los participantes) antes del programa de formación (concepción precedente P) se ponen en relación con la concepción sucesiva (S) (al final del programa de formación) para identificar los posibles cambios junto con comentarios (C) de los investigadores. Alsina (2012) siguió un procedimiento similar: concepciones de los profesores antes y después de la intervención se tabulan a dos columnas para cada categoría de análisis; se comparan las concepciones para establecer posibles cambios.

Un ejemplo de análisis

Se muestra a continuación, como ejemplo, parte del análisis de la categoría *Disposición a incorporar referentes de la Educación matemática en el análisis de las causas del error* para el participante José del grupo focal 3. El cuadro 1 muestra los indicadores de concepción correspondientes a esta categoría para José.

Cuadro 1. Indicadores de concepción participante José

DISPOSICIÓN A INCORPORAR REFERENTES DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA			
SESIÓN 1: OBSTÁCULO EPISTEMOLÓGICO	SESIÓN 2: SEMIÓTICA	SESIÓN 3: OBSTÁCULO DIDÁCTICO	SESIÓN 4: MISCONCEPCIONES
No reporta	Incorpora los referentes teóricos presentados en la sesión a sus análisis de las causas de los errores.	Incorpora los referentes teóricos presentados en la sesión a sus análisis de las causas de los errores.	Incorpora los referentes teóricos presentados en la sesión a sus análisis de las causas de los errores.
	Referentes teóricos son pertinentes para analizar las causas de los errores.		Referentes teóricos son pertinentes para analizar las causas de los errores.
			Propone ejemplos cuya causa se puede explicar mediante los referentes teóricos presentados en la sesión.

Fuente: Elaboración propia.

José no incorpora el obstáculo epistemológico en su análisis de las causas de los errores presentes en las tareas de la primera sesión. En la segunda sesión correspondiente a semiótica (transformaciones semióticas de conversión y tratamiento), José reconoce la pertinencia de estos referentes teóricos para analizar las causas de los errores; adicionalmente, intenta incorporar estos referentes en sus análisis sobre las causas de los errores como lo muestra el siguiente fragmento de una de sus declaraciones de esta sesión; José propone un ejemplo que considera típico y en el que identifica dificultades tanto de tratamiento como de conversión (segunda sesión, semiótica):

¡Sí!, aquí haciendo memoria hay un problema, pues que es un problema típico de eventos probabilísticos, ¿cierto?; y, entonces, uno les plantea la siguiente situación, entonces dice: un ingeniero tiene que tomar una muestra de una máquina, ¿cierto?, que es viejita; resulta que la máquina tiene un margen de error del 10%; entonces, él va a coger tres productos entonces coge al inicio, a la mitad y al final de la jornada, pero como la máquina es viejita tiene un error inicial del 10 pero a medida en que se calienta y empieza a trabajar, entonces a la mitad tiene un error del 10% del error inicial, ¿sí?, y después al final tiene un 10%, ¿cierto?, adicional, un error adicional del 10% del turno dos, ¿cierto?, y entonces, ¿qué hacen los estudiantes?, los estudiantes, eh, y pues no sé pensándolo ahorita, es un error que se cumplen de los dos tanto de conversión como el tratamiento y entonces dicen: bueno listo, el error del inicio es el 10, eso es, lo que tienen fijo, pero el error de la segunda toma de la muestra (a mitad del turno) entonces, ¿qué hacen?, y dicen, ah, pues tienen un 10% el error anterior adicional, ¿no? y entonces cogen y suman el 20%, entonces allí hay un error doble: es un error de interpretación y es un error de tratamiento, ¿cierto?

En la tercera sesión correspondiente a obstáculo didáctico, José nuevamente intenta incorporar el referente teórico en su análisis y presenta su interpretación de obstáculo didáctico como lo muestra el siguiente ejemplo de una de sus intervenciones (tercera sesión, obstáculo didáctico):

¡Sí, claro!, esa, ese obstáculo didáctico, particularmente en este problema, eh, es como si estuviéramos o el estudiante estuviera planillado o cuadriculado [...] siempre a adelantar sus desarrollos con un libreta, ¿cierto?, entonces, y pues según lo que entendí, eso sería un obstáculo didáctico, es decir, trabajar esos métodos no demostrados para darle solución a problemas y que el estudiante se formatea o se, siempre va a trabajar con un argumento, el mismo todos los problemas sin razonar sobre las consecuencias que puede traer.

En la cuarta sesión, José reconoce el potencial de la *misconcepción* como referente oportuno para explicar las posibles causas de los errores presentes en las tareas analizadas en esta sesión; adicionalmente, intenta incorporar este referente en sus análisis y propone ejemplos en los cuales podrían darse errores cuya causa puede ser una *misconcepción*. Además, José reconoce la pertinencia de profundizar en su estudio para poder ponerlo en práctica (cuarta sesión, *misconcepción*) como lo muestra el siguiente fragmento de su intervención:

Si también, pues las que les comenté ahora rato, ¿sí?, eh, que confunden o sí que confunden el procedimiento como tal, entonces, para mí es ese sería pues como hasta ahora pues conozco el término entonces, eh, imagínese lo que implicaría estudiar ese el concepto de *misconcepción* y pues para ponerlo de pronto como ya lo conocemos, eh, cuándo se nos presente ya lo podemos identificar, ¿cierto?, al igual que todas esas definiciones, eh, que usted nos ha [...] compartido en las sesiones pasadas, oiga, pero aquí pues porque uno no está inmerso pues en ese nivel de la parte pedagógica.

Puede observarse que José muestra una creciente tendencia a incorporar los referentes teóricos presentados durante las diferentes sesiones; en la sesión final llama la atención sobre la necesidad de profundizar en el estudio de estos referentes teóricos para analizar causas de los errores.

ALGUNOS RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En general, puede afirmarse que en todas las sesiones los participantes identifican los errores en las tareas propuestas y los describen (a excepción de la cuarta sesión en la que algunos participantes consideraron que no existían errores en las tareas propuestas). Para las categorías *identificación del error* y *explicación del error* no se identificaron cambios en los participantes. Las categorías *concepciones sobre las causas de los errores* y *disposición a incorporar referentes de la Educación matemática* permiten identificar algunos cambios o indicios de cambio en las concepciones de los participantes de forma muy específica. A continuación, se discuten algunos de estos cambios para cada grupo focal a través del análisis de estas categorías.

Grupo focal 1

En las primeras sesiones, tanto Ernesto como César atribuyen gran parte de los errores a factores que se distancian del referencial teórico propuesto para analizar las causas; Ernesto tiende a atribuir los errores a factores asociados a los estudiantes como su falta de compromiso, su poca comprensión o su deseo de actuar siempre de forma mecánica; en las últimas dos sesiones se observa que ya no da tanta fuerza a estos factores y se concentra en lo difícil que pueden resultar las preguntas (de las tareas analizadas) para el estudiante; además, plantea la posibilidad que parte de estos errores tengan origen en deficiencias en los conocimientos previos de los estudiantes. César considera que los errores se deben a factores como dificultad del concepto para ser aprendido, al hecho de no estudiar la definición formal del límite, a la responsabilidad del estudiante (pues memoriza, pero no comprende, solo imita procedimientos, quiere actuar mecánicamente).

En algunas de las explicaciones de Ernesto y César se pueden encontrar también características de algunos de los referentes teóricos de la Educación matemática que ayudan a explicar posibles causas de los errores. Como ejemplo, puede citarse el caso de César quien, en la sesión 2 (correspondiente a transformaciones semióticas), señala como parte de su argumentación, que el estudiante se concentra en entregar una respuesta, lo que podría explicarse mediante el contrato didáctico: si el profesor ha propuesto un problema o ha hecho una pregunta, el estudiante considera que debe entregar una respuesta.⁵

A diferencia de Ernesto y César, Carlos se refiere de forma explícita a la compleja evolución histórica del límite en su análisis sobre las causas de los errores estudiados en la sesión correspondiente a obstáculo epistemológico. Adicionalmente, para Carlos el error es inherente al proceso de aprendizaje, no tiene un carácter negativo y debe verse como una

⁵ El contrato didáctico es un conocido y profusamente estudiado referente de la Educación matemática que también contribuye a explicar algunas de las causas de los errores. De acuerdo con Brousseau (1980, citado en D'Amore, Fandiño Pinilla, Marazzani, & Sarrazy, 2018) los hábitos (específicos) del docente esperados por los estudiantes y los comportamientos del estudiante esperados por el docente constituyen el contrato didáctico.

oportunidad para el aprendizaje. Para Carlos las causas de los errores también pueden tener otros orígenes diversos como factores emocionales del estudiante y lo significativo (o no) que pueda resultar para el estudiante lo que se le está enseñando.

Todos los participantes de este grupo focal muestran cierta disposición a incorporar los referentes teóricos estudiados en sus análisis, aunque con ciertas diferencias. César en algunos casos cuestiona la pertinencia de los referentes teóricos para explicar las causas como la sesión 1, en la que considera que la idea de obstáculo epistemológico en lugar de ayudar a explicar causas de los errores estigmatiza el concepto de límite;⁶ a pesar de sus cuestionamientos a los referentes de la Educación matemática presentados por el investigador y discutidos en las reuniones, César plantea el error como una oportunidad para el aprendizaje y reconoce la importancia de profundizar en sus causas. También reconoce que parte de las causas de los errores pueden estar asociados a la gestión del profesor (por ejemplo, de la comprensión) y propone estrategias para ayudar a los estudiantes a superar los errores. Por otra parte, en todas las sesiones, Ernesto discute características del referente teórico presentado e intenta usarlo para analizar las causas de los errores en las tareas correspondientes.

Grupo focal 2

Diego es muy detallado en sus explicaciones sobre las posibles causas de los errores, mostrando gran variedad de factores que se distancian del referencial teórico estudiado; entre estos factores se pueden citar: aspectos actitudinales de los estudiantes, aspectos institucionales, y problemas de la enseñanza. Nicolás considera que los errores pueden deberse a que no se relacionan los conceptos con lo cotidiano o a problemas de comprensión de los conceptos (por ejemplo, del límite, de las fracciones o de las igualdades). Para Miguel los errores tienen su origen en dificultades en el aprendizaje de los conceptos o dificultades en la comprensión de la fracción; además, según Miguel, en los análisis se debe tener en cuenta el contexto en que se presentó la tarea.

En las dos últimas sesiones, Nicolás hace una fuerte crítica a las deficiencias en la formación de los estudiantes en geometría; por otra parte, Miguel identifica una fuerte influencia de los profesores y de las formas de enseñanza en las causas de los errores: el profesor da cosas por obvias, no se profundiza en los temas estudiados, el profesor no hace suficiente gestión de la comprensión, considera problemática la forma de enseñar la teoría, cuestiona la forma de presentar la información a los estudiantes y critica la forma en que algunos libros presentan las funciones. En estas argumentaciones de Nicolás y Miguel se pueden evidenciar algunas características de los obstáculos didácticos.

⁶ En la primera sesión, correspondiente a obstáculo epistemológico, los participantes analizaron las soluciones de estudiantes a 2 actividades sobre límites.

Puede afirmarse que existen cambios en las concepciones de Diego sobre las causas de los errores al incorporar a sus análisis argumentos sustentados en los referentes presentados, pero es crítico en tanto afirma que son explicaciones parciales de esas posibles causas. Por otra parte, aunque en varias de sus intervenciones Nicolás identifica causas de errores que coinciden parcialmente con características de los referentes teóricos discutidos (por ejemplo, incorpora en sus análisis las transformaciones semióticas), gran parte de sus argumentos se enfocan a discutir aspectos generales de los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática profundizando muy poco en las causas específicas de los errores. Puede afirmarse que, a través de su participación en la investigación, hay algunos intentos de incorporar los referentes teóricos estudiados en las sesiones, pero no hay un cambio contundente en las concepciones de Nicolás sobre las causas de los errores. Sin embargo, hay un reconocimiento del potencial de estas herramientas para el análisis de las causas de los errores y de su necesidad de profundizar sobre ellos para poder usarlos en sus análisis. A través de su participación en el estudio, Miguel se muestra crítico frente a factores de los procesos de enseñanza que podrían obstaculizar el aprendizaje matemático, algunos de los cuales coinciden con características de los obstáculos didácticos. Sin embargo, no muestra disposición a incorporar los otros referentes de la Educación matemática presentados durante las sesiones a sus análisis. Aunque Miguel es consciente de la existencia de diversidad de posibles causas de los errores, es renuente a incorporar estos referentes en su análisis e incluso prefiere mantener su postura inicial como en el caso de la cuarta sesión cuando mantiene su postura frente a la pertinencia de la misconcepción para explicar las causas de los errores de esa sesión.

Grupo focal 3

En las primeras dos sesiones, Manuel da bastante peso a factores que no se relacionan directamente con los referentes teóricos presentados como: falta de compromiso de los estudiantes con su aprendizaje (“porque les da pereza, no verifican las soluciones o quieren todo hecho”), dificultad del concepto para ser aprendido, deficiencias en la formación previa del estudiante o dificultades asociadas a los procesos de enseñanza – aprendizaje. En las dos últimas sesiones sus argumentos se enfocan más en posibles obstáculos al aprendizaje. De forma similar, José atribuye las causas de los errores a diversos factores que no se relacionan directamente con los referentes teóricos como falta de estudio, falta de una buena explicación o falta de comprensión del estudiante. Hernán también presenta algunas explicaciones para las causas de los errores que no se vinculan directamente con los referentes teóricos presentados: falta o deficiencia de conocimientos teóricos (por ejemplo, de geometría en la tercera sesión) o falta de comprensión del estudiante.

Manuel identifica posibles obstáculos didácticos (aquí concuerda con Hernán, también de este grupo focal, al referirse al uso problemático de la expresión “pasar a” en la

resolución de ecuaciones⁷); en la cuarta sesión, es el único profesor de este grupo focal que identifica el error en la primera tarea y lo describe en términos del uso que hacen los estudiantes de la propiedad del sucesivo en para responder la pregunta de esta tarea sobre el sucesivo de un número racional (es decir, Manuel identifica características de una posible misconcepción). Por su parte, Hernán se refiere en algunos casos al uso de conocimientos de los estudiantes que no funcionan en nuevos contextos identificando posibles obstáculos al aprendizaje.

Manuel y Hernán incorporan los referentes teóricos en sus análisis, identifican características de estos referentes teóricos en los ejemplos analizados y proponen otros ejemplos de errores que podrían explicarse mediante estos referentes. Excepcionalmente, en la cuarta sesión Hernán afirma que la pregunta de la primera tarea está incorrectamente formulada y no encuentra errores, por lo que cuestiona a la misconcepción como recurso para explicar las causas de los errores en esa tarea. Después de participar en el estudio, los integrantes de este grupo focal reconocen la importancia de estudiar las causas de los errores mediante los referentes teóricos estudiados en las diferentes sesiones. Sin embargo, Hernán señala que más allá de profundizar sobre estas posibles causas se debe profundizar sobre estrategias didácticas que ayuden a superar tales errores. Por otra parte, Mario y José reconocen el potencial de estos referentes para explicar las causas de los errores, pero también son conscientes de la necesidad de profundizar en su estudio para poder incorporarlos a sus análisis de los errores.

Grupo focal 4

Fabio reconoce la resistencia del error a ser superado y coincide en varios de sus argumentos con lo expresado por los otros participantes del grupo focal y con algunas de las características de los obstáculos didácticos, transformaciones semióticas y misconcepciones. En la sesión 2, considera que estudiar las posibles causas de los errores mediante las transformaciones semióticas es solamente un análisis que se hace desde la postura de un autor en particular (Duval); Fabio no incorpora estas herramientas a sus análisis. No puede afirmarse que existan cambios en las concepciones de Fabio sobre las causas de los errores.

Andrés coincide en varios de sus argumentos con lo expresado por los otros participantes del grupo focal y con características de los obstáculos didácticos, transformaciones semióticas y misconcepciones. Particularmente enfatiza en varias de sus intervenciones en la posible responsabilidad de los profesores como generadores de obstáculos didácticos; por ejemplo, se refiere a lo problemático de usar siempre las mismas representaciones al analizar la segunda tarea de la tercera sesión. En el caso de Andrés hay una fuerte coinciden-

⁷ Considérese por ejemplo el despeje de la incógnita en la ecuación ; al sumar 2 en ambos lados de la ecuación se obtiene , lo que muchos estudiantes, y también algunos profesores, mencionan como: «2 que está restando pasa a sumar».

cia en sus análisis con los referentes teóricos analizados en las sesiones. No puede afirmarse que existan cambios en las concepciones de Andrés sobre las causas de los errores.

Enrique coincide en varios de sus argumentos con lo expresado por los otros participantes del grupo focal y con características de los obstáculos didácticos, transformaciones semióticas y misconcepciones. Particularmente enfatiza en lo problemático de usar siempre las mismas representaciones. En los análisis de Enrique hay una fuerte coincidencia con los referentes teóricos de la Educación matemática. No puede afirmarse que existan cambios en las concepciones de Andrés sobre las causas de los errores.

CONCLUSIONES

La participación en este estudio permitió a los profesores tomar conciencia de que un abordaje científico del error en matemática de sus estudiantes es posible y pertinente; además posibilita la disposición de algunos de estos profesores a profundizar en su formación en Educación matemática. En otras palabras, puede afirmarse que los profesores participantes han cambiado su concepción del error y sus causas desde una visión que a pesar de tener en cuenta diversos factores que complejizan su análisis (como el contexto, problemas de comprensión entre otros) y que no contemplaban un acercamiento académico hasta una comprensión del error como componente del aprendizaje matemático, que se puede estudiar críticamente con herramientas provistas por la Educación matemática.

A los profesores en general les resultan pertinentes los referentes teóricos de la Educación matemática presentados durante las sesiones como explicaciones posibles para las causas de los errores y en varios casos intentan incorporarlos al menos parcialmente en sus análisis; sin embargo, no puede afirmarse que se hayan generado cambios radicales en los que se evidencie que los participantes los usen como una herramienta funcional para su tratamiento de los errores de los estudiantes en matemática. Una de las posibles razones de esto radica en que los profesores son conscientes de la necesidad de profundizar en su estudio si se quiere usar estas herramientas de análisis como parte de su ejercicio profesional.

Aunque no se puede afirmar que hay cambios absolutos y radicales, se evidencian algunos cambios que resultan parciales y diferenciados. Esto último se ubica en un punto intermedio entre aquellos autores que consideran que los cambios en las concepciones son un proceso largo y dispendioso y la postura de autores como Liljedahl (2010) quienes han encontrado que, en ciertas condiciones, es posible que existan cambios rápidos y profundos.

El estudio mostró además los posibles cambios de concepciones no ocurren de forma absoluta sino más bien gradual y con posibles retrocesos o estancamientos. Por retrocesos o estancamientos queremos dar a entender que a pesar de los referentes de la Educaci-

ón matemática presentados los participantes siguen recurriendo a explicaciones simplistas o reduccionistas para justificar la presencia de los errores (por ejemplo, insistir en que los estudiantes no quieren trabajar o siempre quieren el camino fácil), lo cual además es una muestra de lo arraigadas que están ciertas creencias en los profesores, coincidiendo con lo reportado en las investigaciones sobre lo difícil que resulta el cambio.

El presente estudio resulta relevante pues responde, por tanto, al llamado a profundizar en las investigaciones sobre el conocimiento del profesor necesario para la enseñanza y sobre las creencias de los profesores (Fives & Buehl, 2008); también responde a la demanda constante de cómo abordar los errores de los estudiantes en la formación docente mediante la discusión de casos de errores de los estudiantes (Fives & Buehl, 2008).

A través del presente estudio se aporta a la consolidación de una línea de investigación internacional que se ocupe del fortalecimiento del conocimiento del profesor de matemática sobre la evaluación de las posibles causas del error de los estudiantes y aún más de su formación en este campo. La investigación doctoral contribuye a llenar el vacío señalado por Peng y Luo (2009) en cuanto a la falta de estudios específicos en este campo y se contribuye a la investigación sobre uno de los componentes fundamentales del conocimiento del profesor de matemática señalado por autores como Ball, Thames y Phelps (2008), Llinares (1996, 2013, 2018) entre otros. También aporta a los estudios sobre la formación de profesores universitarios de matemática en ejercicio, un campo en desarrollo.

REFERENCIAS

- Alsina, A. (2012). Proceso de transformación de las concepciones del Profesorado sobre la resolución de Problemas matemáticos. *Enseñanza de las Ciencias. Revista de investigación y experiencias didácticas*, 30(3), 71-88.
- Alvidrez, M. (2019). *From Mistakes, We Learn: Variations in Teacher Dis/Position Toward Errors in Mathematics Classrooms* (Tesis doctoral). The University of Texas at El Paso, El Paso, USA.
- Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching what makes it special? *Journal of teacher education*, 59(5), 389-407.
- Barrantes, M., & Blanco, L. J. (2004). Recuerdos, expectativas y concepciones de los estudiantes para maestro sobre la geometría escolar. *Enseñanza de las Ciencias*, 22(2), 241-250.
- Bobis, J., Way, J., Anderson, J., & Martin, A. J. (2016). Challenging teacher beliefs about student engagement in mathematics. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 19(1), 33-55.
- Brodie, K. (2014). Learning about learner errors in professional learning communities.

Educational studies in mathematics, 85(2), 221-239.

- Brousseau, G. (1976). Les obstacles épistémologiques et les problèmes en mathématiques. En Wanhamme, W., & Wanhamme, J. (Eds.), *La problématique et l'enseignement des mathématiques*, Actes de la XXVIIIème rencontre CIEAEM, Louvain la Neuve, 5-12 août 1976.
- Brousseau, G. (1983). Les obstacles épistémologiques et les problèmes en Mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 4(2), 164-198.
- D'Amore, B. (1999). *Elementi di didattica della matematica*. Bologna: Pitagora.
- D'Amore, B. (2005). *Bases filosóficas, pedagógicas, epistemológicas y conceptuales de la Didáctica de la matemática*. México: Editorial Reverté.
- D'Amore, B., & Fandiño Pinilla, M. I. (2004). Cambios de convicciones en futuros profesores de Matemáticas de la Escuela Secundaria Superior. *Epsilon: Revista de la Sociedad Andaluza de Educación matemática Thales*, (58), 23-44.
- D'Amore, B., & Fandiño Pinilla, M. I. (2012). *El número cero: aspectos históricos, epistemológicos, filosóficos, conceptuales y didácticos del número mas misterioso*. Bogotá: Editorial Magisterio.
- D'Amore, B., & Fandiño Pinilla, M. I. (2024). *Historia de la Educación Matemática como disciplina cinética*. Bogotá: Editorial Magisterio.
- D'Amore, B., Fandiño Pinilla, M. I., Marazzani, I., & Sbaragli, S. (2010). *La didáctica y la dificultad en Matemática: análisis de situaciones con falta de aprendizaje*. Bogotá: Editorial Magisterio.
- D'Amore, B., Fandiño Pinilla, M. I., Marazzani, I., & Sarrazy, B. (2018). *El contrato didáctico en Educación matemática*. Bogotá: Editorial Magisterio.
- Duval, R. (2006). Un tema crucial en la Educación matemática: La habilidad para cambiar el registro de representación. *La Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española*, 9(1), 143-168.
- Fives, H., & Buehl, M. M. (2008). What do teachers believe? Developing a framework for examining beliefs about teachers' knowledge and ability. *Contemporary Educational Psychology*, 33(2), 134-176.
- Gagatsis, A., & Kyriakides, L. (2000). Teachers' attitudes towards their pupils' mathematical errors. *Educational Research and Evaluation*, 6(1), 24-58.
- García, L., Azcárate, C., & Moreno, M. (2006). Creencias, concepciones y conocimiento profesional de profesores que enseñan Cálculo diferencial a estudiantes de ciencias económicas. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa (RELIME)*, 9(1), 85-116.

- Grigutsch, S., Raatz, U., & Törner, G. (1998). Einstellungen gegenüber mathematik bei mathematiklehrern. *Journal für Mathematikdidaktik*, 19, pp. 3-45.
- Holm, J., & Kajander, A. (2012). Interconnections of knowledge and beliefs in teaching mathematics. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, 12, 7-21.
- Kaasila, R., Hannula, M., Laine, A., & Pehkonen, E. (2006). Facilitators for change of elementary teacher students' view of mathematics. En Novotná, J., Moraová, H., Krátká, M., & Stehliková, E. (Eds.), *Proceedings 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 3, (pp. 385-392). Prague, Czech Republic: Charles University.
- Lerman, S. (1999). Research on mathematics teachers' beliefs: A situated perspective. En: Pehkonen, E., & Törner, G. (Eds.), *Proceedings of the Workshop in Oberwolfach: Mathematical Beliefs and their Impact on Teaching and Learning of Mathematics* (pp.66-72). Duisburg, Alemania: Gerhard Mercator Universität
- Liljedahl, P. (2010). Noticing rapid and profound mathematics teacher change. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 13(5), 411-423.
- Llinares, S. (1996). Conocimiento profesional del profesor de matemáticas: conocimiento, creencias y contexto en relación a la noción de función. En Ponte, J. P., Monteiro, C., Maia, M., Serrazina, L., & Loureiro, C. (Eds.), *Desenvolvimento profissional dos professores de matemática. Que formação?* (pp. 47-82). Lisboa, Portugal: Secção de Educação Matemática. SPCE.
- Llinares, S. (2013). El desarrollo de la competencia docente "mirar profesionalmente" la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. *Educar em Revista*, 117-133.
- Llinares, S. (2018). Escribir narrativas. De observar a mirar profesionalmente. En Rodríguez, L.J., Muñiz Rodríguez, L., Aguilar González, A., Alonso, P., García García, F. J., & Bruno, A. (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXII* (pp. 39-50). Gijón: SEIEM.
- Maass, K. (2004). *Mathematisches modellieren im unterricht*. Hildesheim: Franzbecker.
- Matz, M. (1980). Towards a computational theory of algebraic competence. *Journal of Children's Mathematical Behaviour*, 3(1), 93-166.
- Moreno, M., & Azcárate, C. (2003). Concepciones y creencias de los profesores universitarios de matemática acerca de la enseñanza de las Ecuaciones diferenciales. *Enseñanza de las Ciencias: Revista de Investigación y Experiencias Didácticas*, 21(2), 265-280.
- Navarrete, J. M. (2011). Problemas centrales del análisis de datos cualitativos. *Revista latinoamericana de metodología de la investigación social*, (1), 47-60.
- Olson, J. R., & Singer, M. (1994). Examining teacher beliefs, reflective change, and the teaching of reading. *Literacy Research and Instruction*, 34(2), 97-110.

- Onwuegbuzie, A. J., Leech, N. L., Dickinson, W. B., & Zoran, A. G. (2011). Un marco cualitativo para la recolección y análisis de datos en la investigación basada en grupos focales. *Paradigmas: Una revista Disciplinar de Investigación*, 3(2), 127-157.
- Pajares, M. F. (1992). Teachers' beliefs and educational research: Cleaning up a messy construct. *Review of educational research*, 62(3), 307-332.
- Pehkonen, E. (1994). On teachers' beliefs and changing mathematics teaching. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 15(3-4), 177-209.
- Pehkonen, E. (2001). A hidden regulating factor in mathematics classrooms: mathematics-related beliefs. En Ahtee, M., Björkqvist, O., Pehkonen, E., & Vatanen, V. (Eds.), *Research on mathematics and science education. From beliefs to cognition, from problem solving to understanding* (pp. 11-37). Jyväskylä, Finland: Institute for Educational Research, University of Jyväskylä.
- Pehkonen, E. (2006). What do we know about teacher change in mathematics? En Häggblom, L., Burman, L., & Røj-Lindberg, A.-S. (Eds.), *Kunskapens och lärandets villkor. Festskrift tillägnad professor Ole Björkqvist Vol 1.* (pp. 77-87). Vasa, Finland: Åbo Akademi, Pedagoiska fakulteten, Specialutgåva.
- Pehkonen, E., & Pietila, A. (2003). *On relationships between beliefs and knowledge in mathematics education*. Paper presented at the Meeting of the Third Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME-3), Bellaria, Italy.
- Peng, A., & Luo, Z. (2009). A framework for examining mathematics teacher knowledge as used in error analysis. *For the learning of mathematics*, 29(3), 22-25.
- Ponte, J. P. (1994). Mathematics Teachers' Professional Knowledge. En Ponte, J., & Matos, J. (Eds.), *Proceedings of the Eighteenth International Conference for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 195-210). Lisboa, Portugal: International Group for the Psychology of Mathematics Education.
- Rodríguez, C., Lorenzo, O., & Herrera, L. (2005). Teoría y práctica del análisis de datos cualitativos. Proceso general y criterios de calidad. *Revista Internacional de Ciencias Sociales y Humanidades, SOCIOTAM*, 15(2), 133-154.
- Ruano, R., Socas, M., & Palarea, M. (2008). Análisis y clasificación de errores cometidos por alumnos de secundaria en los procesos de sustitución formal, generalización y modelización en álgebra. *PNA*, 2(2), 61-74.
- Seaman, C., Szydlik, J. E., Szydlik, S., & Beam, J. (2005). A comparison of preservice elementary teachers' beliefs about mathematics and teaching mathematics: 1968 and 1998. *School Science and Mathematics*, 105(4), pp. 197-210.
- Sparks, D. (1999). Real life view: Here's what a rule learning community looks like. *Journal of Staff Development*, 20(4), pp. 53-57.

- Wilkins, J. L., & Brand, B. R. (2004). Change in preservice teachers' beliefs: An evaluation of a mathematics methods course. *School Science and Mathematics*, 104(5), 226-232.
- Wilkinson, S. (2004). Focus group research. En Silverman, E. (Ed.), *Qualitative research: Theory, method, and practice* (pp. 177-199). Thousand Oaks: Sage Publications.
- Wilson, M., & Cooney, T. (2002). Mathematics teacher change and development. The role of beliefs. En: Leder, G., Pehkonen, E., & Törner, G. (Eds.) (2002). *Beliefs: A hidden variable on mathematics education?* (127-148). Dordrecht – Boston – Londres: Kluwer Ac. P.

Apéndice - Información sobre el artículo

Historico editorial

Submetido: 12 de Junio de 2025.
Aprobado: 19 de Diciembre de 2025.
Publicado: 05 de Enero de 2026.

Como Citar — APA

Ramírez, H. A. (2026). Algunos cambios de concepciones de profesores de matemática universitaria sobre las causas de los errores de los estudiantes. *PARADIGMA*, XLVII(1), e2026021.
<https://doi.org/10.37618/PARADIGMA.1011-2251.2025.e2026021.id1780>.

Como Citar — ABNT

RAMÍREZ, Henry Alexander. Algunos cambios de concepciones de profesores de matemática universitaria sobre las causas de los errores de los estudiantes. *PARADIGMA*, Maracay, v. XLVII, n. 1, e2026021, Ene./Jun., 2026. <https://doi.org/10.37618/PARADIGMA.1011-2251.2026.e2026021.id1780>.

Conflicto de intereses

Nada que declarar.

Declaración de disponibilidad de datos

Todos los datos han sido presentados/generados en este artículo.

Derechos autorales

Los derechos de autor pertenecen a los autores, que conceden a revista **Paradigma** los derechos exclusivos de primera publicación. Los autores no serán remunerados por la publicación de sus artículos en esta revista. Los autores están autorizados a celebrar contratos adicionales por separado, para la distribución no exclusiva de la versión del artículo publicado en esta revista (por ejemplo, publicación en un repositorio institucional, en un sitio web personal, publicación de una traducción o como capítulo de un libro), con reconocimiento de autoría y primera publicación en esta revista. Los editores de la revista **Paradigma** tienen derecho a realizar ajustes textuales y adecuación normativas en este artículo.

Acceso libre

Este artículo es de acceso abierto (**Open Access**) y sin gastos de envío ni de procesamiento del artículo (**Article Processing Charges - APCs**). El acceso abierto es un amplio movimiento internacional que pretende proporcionar acceso en línea libre y gratuito a la información académica, como publicaciones y datos. Una publicación se define como de acceso abierto cuando no existen barreras financieras, legales o técnicas para acceder a ella; en otras palabras, cuando cualquiera puede leerla, descargarla, copiarla, distribuirla, imprimirla, investigarla o utilizarla en la educación o de cualquier otra forma dentro de los acuerdos legales.



Licencia de uso

Este artículo es licenciado con **Creative Commons Atribución-NoComercial-SinDerivadas 4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0)**. Esta licencia le permite compartir, copiar y redistribuir el artículo en cualquier medio o formato. La licencia no permite utilizar el material con fines comerciales ni adaptarlo, remezclarlo o transformarlo.



Comprobación de similitud

Este artículo fue sometido a una comprobación de similitud utilizando el software de detección de texto **iThenticate** de Turnitin, a través del servicio de **Similarity Check** de la Crossref.



Proceso de evaluación

Revisión por pares a doble ciego (**Double blind peer review**).

Editor en Jefe

Fredy E. González

Editores Asociados

Luis Andrés Castillo
 Ivonne C. Sánchez S.

Publisher

Este artículo ha sido publicado en la revista **Paradigma** vinculada al Centro de Investigaciones Educativas Paradigma (CIEP) del Departamento del Componente Docente de la **Universidad Pedagógica Experimental Libertador** (Núcleo Maracay). La revista **Paradigma** publica artículos de carácter técnico-científico, derivados de estudios e investigaciones que sirvan de apoyo al desarrollo del conocimiento educativo, propiciando el diálogo entre los diferentes campos de la educación. Las ideas expresadas en este artículo son de los autores y no representan necesariamente la opinión del consejo editorial o de la universidad. En Brasil, la revista **Paradigma** obtuvo la calificación **Qualis A1** en la **Evaluación CAPES (2017-2020)**.

