

Ciclo de modelagem matemática como possibilidade de orientação didático-pedagógica

Ana Paula Zanim¹   Rosângela Maria Kowalek²  
Michele Regiane Dias Veronez³  

Resumo

Contexto: Este estudo, de caráter qualitativo, se insere no âmbito da Educação Matemática, tendo como foco a Modelagem Matemática, em particular, ciclos de modelagem matemática. **Objetivo:** Nosso objetivo é propor um instrumento de orientação didático-pedagógico a partir de um ciclo de modelagem que agregue os elementos da modelagem matemática e ações associadas ao fazer modelagem matemática. **Metodologia:** Os dados que subsidiam este estudo foram produzidos no contexto da disciplina de Modelagem Matemática, ofertada para alunos do 4º ano de um curso de Licenciatura em Matemática, pertencente a uma universidade pública brasileira. No processo analítico consideramos três ciclos produzidos pelos alunos, os quais correspondem a uma tentativa de sistematizar o fazer modelagem matemática deles, depois de terem realizado estudos teóricos sobre Modelagem Matemática e terem desenvolvido algumas atividades de modelagem. **Resultados:** Na discussão acerca desses ciclos trazemos para o debate três ciclos de modelagem presentes na literatura. O ciclo que propomos considera interpretações teóricas acerca da Modelagem Matemática e sublinha aspectos didáticos e pedagógicos associados ao desafio do uso da modelagem na sala de aula, evidenciando o movimento associado ao desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática. Esse ciclo também pode despertar no professor o interesse por refletir acerca da Modelagem Matemática e de como ela pode se fazer presente na sala de aula, uma vez que elucida aspectos que compõem uma atividade de modelagem explicitados por meio das características da modelagem matemática e das ações requeridas dos alunos no fazer modelagem matemática. **Reflexões gerais:** como no ciclo estão incluídas a finalidade de apoiar o papel de orientador do professor e de indicar ações que conduzem o desenvolvimento de uma atividade de modelagem, associadas às características peculiares à Modelagem Matemática, ousamos dizer que o ciclo proposto assume *status* de orientação didático-pedagógica. **Perspectivas:** intentamos investigar sua implementação em diferentes níveis de ensino e contextos formativos.

Palavras-chave: Educação Matemática, Modelagem Matemática, Orientação Didático-pedagógica, Ciclo de modelagem matemática, Sala de aula.

Mathematical modelling cycle as a possibility for didactic-pedagogical orientation

Abstract

Context: This qualitative study falls within the scope of Mathematics Education, focusing on Mathematical Modeling, in particular, mathematical modeling cycles. **Objective:** Our objective is to propose a didactic-pedagogical guidance tool based on a modeling cycle that integrates the elements of mathematical modeling and actions associated with performing mathematical modeling. **Methodology:** The data supporting this study were produced in the context of the Mathematical Modeling course, offered to fourth-year students of a Mathematics Licenciature degree program at a Brazilian public university. In the analytical process, we considered three cycles produced by the students, which correspond to an attempt to systematize their mathematical modeling practice after having conducted theoretical studies on Mathematical Modeling and having developed some modeling activities. **Results:** In the discussion about these cycles, we bring to the debate three modeling cycles present in the literature. Thus, the cycle we propose considers theoretical interpretations of Mathematical

¹ Universidade Estadual do Paraná (UNESPAR), Apucarana, Paraná, Brasil. E-mail: ana.zanim@unespar.edu.br

² Universidade Estadual de Londrina (UEL), Londrina, Paraná, Brasil. E-mail: rosangelakowalek1@gmail.com

³ Universidade Estadual do Paraná (UNESPAR), Apucarana, Paraná, Brasil. E-mail: miredias@gmail.com

Modeling and emphasizes didactic and pedagogical aspects associated with the challenge of using modeling in the classroom, highlighting the movement associated with the development of a mathematical modeling activity. This cycle can also awaken in the teacher an interest in reflecting on Mathematical Modeling and how it can be present in the classroom, since it elucidates aspects that compose a modeling activity, made explicit through the characteristics of mathematical modeling and the actions required of students in doing mathematical modeling. **General reflections:** Finally, as the cycle includes the purpose of supporting the teacher's role as a guide and indicating actions that lead to the development of a modeling activity, associated with the peculiar characteristics of Mathematical Modeling, we dare say that the proposed cycle assumes the status of didactic-pedagogical guidance. **Perspectives:** we intend to investigate its implementation at different levels of education and formative contexts.

Keywords: Mathematics Education, Didactic-pedagogical orientation, Mathematical modelling cycle, Classroom.

Ciclo de modelización matemática como posibilidad de orientación didáctico-pedagógica

Resumen

Contexto: Este estudio cualitativo se enmarca en el ámbito de la Educación Matemática, con especial atención al Modelado Matemático, en particular a sus ciclos. **Objetivo:** Nuestro objetivo es proponer una herramienta de orientación didáctica y pedagógica basada en un ciclo que integra los elementos del modelado matemático y las acciones asociadas a su ejecución. **Metodología:** Los datos que sustentan este estudio se elaboraron en el contexto del curso de Modelado Matemático, impartido a estudiantes de cuarto año de la Licenciatura en Matemáticas de una universidad pública brasileña. En el proceso analítico, consideramos tres ciclos elaborados por los estudiantes, que corresponden a un intento de sistematizar su práctica de modelado matemático tras haber realizado estudios teóricos sobre Modelado Matemático y haber desarrollado algunas actividades de modelado. **Resultados:** En la discusión sobre estos ciclos, presentamos tres ciclos presentes en la literatura. Así, el ciclo que proponemos considera las interpretaciones teóricas del Modelado Matemático y enfatiza los aspectos didácticos y pedagógicos asociados al desafío de su uso en el aula, destacando el movimiento asociado al desarrollo de una actividad de modelado matemático. Este ciclo también puede despertar en el docente el interés por reflexionar sobre la Modelización Matemática y su presencia en el aula, ya que dilucida los aspectos que componen una actividad de modelización, explicitados a través de las características de la modelización matemática y las acciones que se requieren de los estudiantes para realizarla. **Reflexiones Generales:** Finalmente, dado que el ciclo incluye el propósito de apoyar la función del docente como guía e indicar acciones que conduzcan al desarrollo de una actividad de modelización, asociada a las características peculiares de la Modelización Matemática, nos atrevemos a afirmar que el ciclo propuesto asume el carácter de orientación didáctico-pedagógica. **Prospectiva:** pretendemos investigar su implementación en diferentes niveles educativos y contextos formativos.

Palabras clave: Educación Matemática, Modelaje Matemática, Orientación didáctica-pedagógica, Ciclo de modelaje matemática, Sala de aula.

INCURSÃO À TEMÁTICA E A DELIMITAÇÃO DO OBJETIVO

Há na literatura diferentes entendimentos de Modelagem Matemática no âmbito da Educação Matemática, no entanto, é reconhecido que a essência dela refere-se à investigação de uma situação da realidade por meio da matemática (Viana; Vertuan, 2021). Nesse sentido, a Modelagem Matemática está associada à busca de uma solução para um problema evidenciado a partir do interesse de estudar determinado fenômeno. Esse processo de busca de solução, que carrega ações daquele que o realiza, se completa quando a resposta obtida é aceita como solução para o problema em estudo.

Da enunciação do problema a resolver à aceitação de uma resposta a ele, se realiza uma série de ações que culminam no desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática. Tal atividade “tem em uma situação problemática a sua origem e tem como característica essencial a possibilidade de abarcar a cotidianidade ou a relação com aspectos externos à Matemática” (Almeida; Silva; Vertuan, 2012, p. 15) e esse fazer modelagem matemática como prática de sala de aula envolve fases ou etapas que se relacionam ao conjunto de procedimentos necessários no processo de transição do problema a resolver à sua solução.

Autores como Burak (2010) e Almeida, Silva e Vertuan (2012), por exemplo, ao se remeterem à organização didática da modelagem matemática indicam que o fazer modelagem matemática na sala de aula é expresso, segundo Burak (2010), por meio de etapas, a saber: escolha do tema, pesquisa exploratória, levantamento de problemas, resolução de problemas e desenvolvimento dos conteúdos matemáticos no contexto do tema e análise crítica das soluções. Em Almeida, Silva e Vertuan (2012), esse fazer associa-se ao que os autores denominam fases da modelagem matemática. São elas: inteiração, matematização, resolução, interpretação e validação dos resultados.

Independente do modo como se estabelece tal organização didática (etapas ou fases), ela considera aspectos peculiares relativos ao fazer modelagem matemática e sinaliza que o cumprimento de uma etapa não, necessariamente, precisa ser findado para que outra seja iniciada, ou seja, evoca a ideia de um ciclo e de que, portanto, há a consideração de processos de idas e vindas. Em Houaiss (2024) tem-se que a palavra ciclo, cuja origem está no termo grego *kýklos*, significa um conjunto de fatos, ações que se sucedem no tempo e evoluem, marcando uma diferença entre o estágio inicial e o estágio conclusivo. Em Modelagem Matemática a ideia de ciclo é discutida por alguns autores.

Para Blomhøj e Jensen (2003), ciclos de modelagem matemática são definidos como um modelo do processo de modelagem matemática constituído de subprocessos e de como eles se conectam no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática. Thompson e Yoon (2007), esclarecem que uma das finalidades dos ciclos de modelagem é atuar como um suporte aos alunos e professores, no sentido de promover certo gerenciamento das ações de ambos no decorrer do desenvolvimento da atividade de modelagem matemática.

Nesse sentido, como denotado por Borromeo Ferri (2018), os ciclos podem assumir *status* de esquemas teóricos que caracterizam uma atividade de modelagem matemática, e podem ser também instrumento de aprendizagem para os alunos e instrumento de diagnóstico para os professores. Assim, ciclos de modelagem matemática podem ser compreendidos como instrumentos que orientam o fazer modelagem matemática em sala de aula.

Ao discutir uma abordagem didático-pedagógica da modelagem matemática, Almeida (2022, p. 127) destaca que um “ciclo de modelagem é uma ferramenta relevante para

explicitar como a modelagem pode se dar na sala de aula”. Desse modo, as descrições presentes nos ciclos, ao mesmo tempo que podem favorecer a compreensão acerca do processo de modelagem matemática, podem sugerir modos de pensar e agir dos alunos e orientar o processo de intervenção ou orientação do professor. Essa autora também destaca que os ciclos traduzem a iteratividade requerida ao longo do processo de desenvolvimento da atividade e funcionam como modelos de referência epistemológica, ontológica e didática para a modelagem matemática (Almeida, 2022).

Muito embora as discussões acerca dos ciclos de modelagem matemática já deem destaque à relevância que eles têm, seja como uma orientação teórica (Doerr; Ärleback; Misfeldt, 2016; Borromeo Ferri, 2018; Perrenet; Zwanevel, 2012) ou como uma ferramenta para o fazer modelagem matemática em sala de aula (Borromeo Ferri, 2018, Thompson; Yoon, 2007; Almeida, 2022), entendemos que ainda há lacunas em termos do uso dos ciclos como possibilidade de orientação didático-pedagógica. Ou seja, os ciclos de modelagem matemática presentes na literatura comunicam uma síntese do que é ou deve ser feito em modelagem matemática, mas não carregam informações detalhadas do fazer modelagem matemática que são essenciais para professores e alunos ao desenvolverem atividades de modelagem matemática.

Frente ao exposto, nosso objetivo reside na intenção de propor um instrumento de orientação didático-pedagógica a partir de um ciclo de modelagem que agregue os elementos da modelagem matemática e ações associadas ao fazer modelagem matemática. Além disso, é nossa intenção que esse ciclo apóie as ações do professor no processo de orientação do desenvolvimento de atividades de modelagem matemática e, também, possa colaborar para que os alunos compreendam que ações precisam empreender para desenvolver uma atividade de modelagem matemática.

No contexto de nossa investigação, cuja abordagem se assenta nas assertivas de uma pesquisa com caráter qualitativo, consideramos alguns ciclos de modelagem matemática presentes na literatura, em particular, o de Borromeo Ferri (2006), Galbraith (2012) e Almeida, Castro e Silva (2021), e aspectos teóricos e práticos relativos a eles, bem como três ciclos de modelagem matemática construídos por alunos, após terem desenvolvido atividades de modelagem matemática no âmbito de seus grupos, em uma disciplina intitulada Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática ofertada em um curso de Licenciatura em Matemática de uma universidade pública.

Assim, essa investigação considera aspectos relativos aos ciclos de modelagem matemática presentes na literatura, dá um olhar analítico sobre os ciclos de modelagem dos alunos e, por fim, indica um ciclo de modelagem matemática como possibilidade de orientação didático-pedagógica.

| SOBRE OS ESQUEMAS E CICLOS DE MODELAGEM MATEMÁTICA

A Modelagem Matemática na Educação Matemática, como abordagem para a sala de aula, é compreendida a partir de diferentes perspectivas, as quais variam consoante os objetivos e papéis assumidos pelo professor e pelos alunos no desenvolvimento de atividades de modelagem. Em Kaiser e Sriraman (2006) é posto que a modelagem matemática pode se fazer presente na sala de aula de diferentes formas e que essas formas dependem da perspectiva adotada pelo professor. Ao discutir acerca dessas formas, essas autoras enunciam seis perspectivas de modelagem matemática, a saber: realista ou aplicada (foca em problemas autênticos); teórica ou epistemológica (estrutura problemas para promover o desenvolvimento teórico da matemática); educacional, que se subdivide em didática e conceitual (propõe integrar problemas autênticos com o desenvolvimento teórico matemático); sócio-crítica (orienta-se à análise crítica da natureza dos modelos matemáticos e sua relevância para a sociedade); contextual (voltada à construção teórica da matemática, sustentada em estudos psicológicos sobre a aprendizagem) e cognitiva (análise e compreensão dos processos cognitivos que ocorrem durante o processo de modelagem).

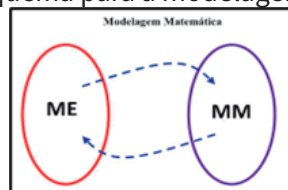
Essas perspectivas também podem destacar diferentes aspectos da modelagem matemática se relacionarem entre si, como no caso das perspectivas, educacional e cognitiva, e serem usadas com foco pedagógico específico, trazendo à tona que objetivos diferentes podem implicar em variações nas formas de organizar a presença da modelagem matemática nas aulas de matemática. Galbraith (2012), Blum (2015), Brito e Almeida (2021), Ramos e Almeida (2021), Cai et al. (2014), Maaß (2010), são alguns dos autores que têm direcionado atenção às finalidades da modelagem matemática na sala de aula. Em outras palavras, há um interesse por parte da comunidade de pesquisadores da área de Modelagem Matemática em conectar e articular estruturas e bases teóricas para discutir como atividades de modelagem matemática podem atuar nas salas de aula.

De maneira geral, essas discussões se respaldam em um consenso de que o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática considera a articulação de situações reais a estruturas matemáticas, de modo a associar aspectos da realidade com um modo particular de resolver determinado problema real, ou seja, esse problema é resolvido a partir de lentes da matemática, consideradas algumas simplificações e hipóteses.

Um dos primeiros esquemas que faz alusão à modelagem matemática, na sala de aula, encontrado na literatura (Figura 1), focaliza que atividades de modelagem matemática têm por propósito integrar o mundo extramatemático (ME) ao mundo matemático (MM). Nessa compreensão fica subentendido que a modelagem matemática age como uma possibilidade de olhar, sob lentes da matemática, para fenômenos reais, de modo a compreendê-los e que os problemas reais podem ser compreendidos por meio da matemática. Assim, esse esquema sugere que a modelagem matemática permite um modo de ver os problemas

reais e que estudá-los pode ser um caminho para que a matemática se faça presente de forma conectada às coisas do mundo extramatemático. Ao mesmo tempo, o esquema depõe que as coisas do mundo extramatemático, ao serem interpretadas e compreendidas a partir da modelagem matemática, favorecem acesso aos conceitos matemáticos.

Figura 1: Esquema para a modelagem matemática



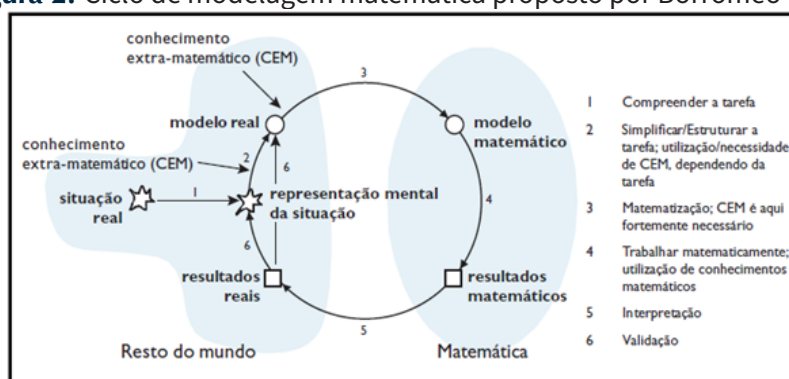
Fonte: Construído com base em Niss et al, (2007).

Esquemas primários como esse despertam a atenção de alguns pesquisadores (Borromeo Ferri, 2006; Blum, Borromeo Ferri, 2009; Perrenet; Zwaneveld, 2012; Galbraith, 2012; Borromeo Ferri, 2018; Doerr; Ärleback; Misfeldt, 2016; Almeida, Castro e Silva, 2021) e os levam a desenvolver estudos de cunho teórico, ou pesquisas empíricas, as quais, para além de sugerir modos de fazer modelagem matemática na sala de aula, reiteram que o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática requer um conjunto de ações. Como resultados desses estudos, há o indicativo de que esse conjunto de ações pode vir associado a esquemas que são, posteriormente, reconhecidos como ciclos de modelagem.

Dentre os ciclos de modelagem matemática presentes na literatura, destacamos três deles e sob os quais fazemos algumas considerações. O primeiro ciclo de modelagem que apresentamos está presente na obra de Borromeo Ferri (2006), o segundo, é um ciclo proposto por Galbraith (2012) e o terceiro, é um ciclo indicado por Almeida, Castro e Silva (2021)

No ciclo de modelagem proposto por Borromeo Ferri (2006), (Figura 2), há a consideração da existência de dois contextos: Resto do Mundo e Matemática, assim como proposto por Niss et. al (2007), e a orientação do fazer modelagem matemática se apoia na integração desses dois contextos, a partir da enunciação de algumas etapas da modelagem matemática relacionadas à realidade e outras, associadas à Matemática. Nesse ciclo a autora também indica, usando números de 1 a 6, alguns processos cognitivos dos modeladores.

Figura 2: Ciclo de modelagem matemática proposto por Borromeo Ferri



Fonte: Borromeo Ferri (2006).

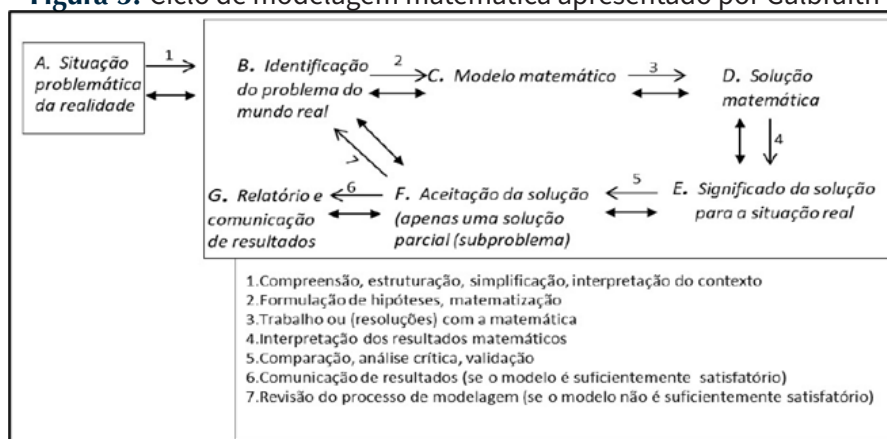
No lado esquerdo desse ciclo é indicado que o movimento do fazer modelagem matemática se inicia com uma situação real. Desse primeiro contato com a situação real, na qual o problema está situado, são realizadas representações mentais da situação e decidido qual problema resolver. A realização de simplificações e a tomada de decisões acontece a partir das informações coletadas e, nesse momento, um modelo real pode ser idealizado, utilizando-se de manifestações que evocam conceitos matemáticos, as quais favorecem a integração do mundo real (resto do mundo) com a matemática. Da mobilização de conceitos matemáticos emerge um modelo matemático e dele decorre resultados matemáticos. A discussão em torno desses resultados é interpretada em relação à situação problema inicial e conduz à obtenção de uma resposta julgada razoável para tal problema.

O trânsito de uma etapa para outra, indicado pelas setas, aparece associado ao que Borromeo Ferri (2006) denota por processos cognitivos. Esses processos, numerados de 1 a 6, estão indicados ao lado direito da Figura 2 e correspondem a ações (mesmo que algumas sejam mentais) dos modeladores. Para essa autora, o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática pode ter diferentes caminhos, já que os processos cognitivos são individuais, e isso sugere a possibilidade de se ter rotas de modelagem dos alunos. Borromeo Ferri (2007) utiliza o termo rota de modelagem para denotar o processo individual de modelagem.

O indivíduo começa esse processo durante uma certa etapa, de acordo com suas preferências, e pode passar por diferentes etapas várias vezes ou apenas uma única vez, focando em uma certa etapa ou ignorando outras (FERRI, 2007, p. 2083).

O ciclo de modelagem indicado por Galbraith (2012), (Figura 3), também explicita que o desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática tem como ponto de partida uma situação da realidade. Em seu ciclo, considera seis etapas (de A a G) ligadas por setas sob as quais constam números (de 1 a 7) que identificam as ações de alunos e/ou professores.

Figura 3: Ciclo de modelagem matemática apresentado por Galbraith



Fonte: Adaptado de Galbraith (2012)

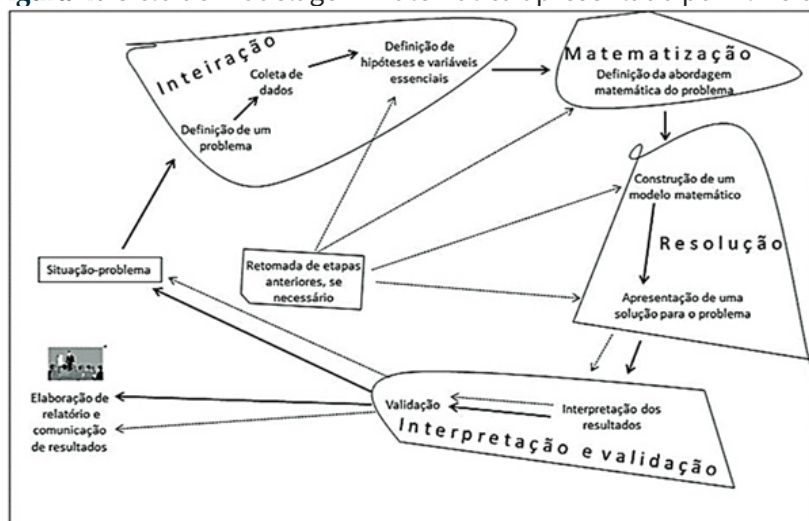
Nesse ciclo, as ligações entre as etapas da modelagem matemática indicadas pelas letras de A a G ocorrem a partir de setas de sentido duplo, sugerindo que o trânsito entre essas etapas pode acontecer em um movimento de idas e vindas. Por exemplo, tanto o modelo matemático (etapa C) pode conduzir à solução matemática (etapa D) como a solução matemática (etapa D) pode levar ao modelo matemático (etapa C) e à análise dos parâmetros que levaram à sua elaboração. O sentido duplo dessas setas também sinaliza que o fazer modelagem matemática é um movimento cíclico, podendo algumas etapas serem revisitadas mais de uma vez.

As setas com sentido único, sob as quais estão dispostos números de 1 a 7, e que também interligam as etapas da modelagem matemática, retratam ações dos modeladores (alunos ou professores) esperadas ou requeridas na transição de uma etapa para outra. Essas ações aparecem listadas logo abaixo do ciclo de modelagem proposto por Galbraith (2012).

Com o avanço das pesquisas que focalizam as ações daqueles que desenvolvem atividades de modelagem matemática, os ciclos de modelagem matemática vão sendo aprimorados e ganham conotações diferentes sob o olhar de diferentes pesquisadores. Eles passam a ser compreendidos de forma mais abrangente, ou como nos esclarece Borromeo Ferri (2018), os ciclos, além de se constituírem um esquema teórico que define uma atividade de modelagem matemática, atuam como um recurso de aprendizado para os alunos e servem como uma ferramenta diagnóstica para os professores.

Almeida e Silva (2021), ao discutirem sobre o papel dos ciclos de modelagem, explicitam que eles podem ser um guia, para o professor e para o aluno, mesmo que esses sujeitos não tenham muita familiaridade com atividades de modelagem matemática. Nesse sentido, é atribuído ao ciclo um papel instrucional, já que nele são indicadas ações necessárias para o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática. Além dessas ações, são trazidas nos ciclos etapas ou fases inerentes à modelagem matemática, o que, de certo modo, imprime ao ciclo uma característica epistemológica.

No ciclo de modelagem matemática proposto por Almeida, Castro e Silva (2021) (Figura 4), também há a indicação de que o desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática inicia-se na situação-problema, perpassando por fases, tais como definidas por Almeida, Silva e Vertuan (2012): inteiração, matematização, resolução, interpretação dos resultados e validação.

Figura 4: Ciclo de modelagem matemática apresentado por Almeida

Fonte: Almeida, Castro e Silva (2021).

Evidencia-se, nesse ciclo, as ações dos modeladores (alunos ou professores) associadas às diferentes fases. Por exemplo, na fase inteiração, temos como ações a definição de um problema, a coleta de dados e a definição de hipóteses e variáveis essenciais. Além das ações associadas a cada uma das fases, há a indicação de outras duas ações: retomada de etapas anteriores, se necessário; elaboração de relatório e comunicação de resultados.

A ação de retomada, localizada na parte central da Figura 4, assim como as setas pontilhadas, é a que sugere que o fazer modelagem matemática se dá em um movimento cíclico, promovendo idas e vindas entre algumas ações. As setas contínuas, por sua vez, indicam que o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática precisa considerar todas as quatro fases.

De modo geral, em todos os ciclos é refletido que há uma lente epistemológica com interesses didáticos e pedagógicos preocupada em ampliar o olhar sobre a integração da realidade com a matemática da sala de aula, em um movimento que envolve conversão e re-conversão entre o ME e o MM. Nesse movimento é levado em consideração o estudo e exploração de um fenômeno da realidade a partir de um modelo matemático, cuja sua interpretação se dá na relação entre a matemática utilizada e aspectos circundantes ao fenômeno.

Ciclos de modelagem matemática são, portanto, um modelo do processo de modelagem matemática constituído de subprocessos e de como eles se conectam no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática (Blomhøj; Jensen, 2003). Segundo Almeida (2022), os ciclos traduzem a iteratividade requerida ao longo do processo de desenvolvimento da atividade e funcionam como modelos de referência epistemológica, ontológica e didática para a modelagem matemática.

Dada essa abrangência que os ciclos têm, professores e alunos podem utilizá-los para fazer modelagem matemática ou podem construir ciclos e neles aparecer modos de pensar,

falar e agir, indicando seus conhecimentos, seja do fenômeno em si, seja de matemática ou até mesmo do processo de modelagem matemática. Ao se referir aos ciclos de modelagem matemática construídos a partir de atividades de modelagem matemática desenvolvidas em sala de aula, Bassanezi (2002) argumenta que a confecção de ciclos, por parte dos alunos, pode ser um processo complexo e nem sempre contemplar o que é posto ou definido como ciclo na literatura. Diante disso, o autor denomina como esquemas a construção dos ciclos feitos pelos alunos, esquemas estes que têm como essência representar o desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática, mais próximo possível de um ciclo.

Como o ciclo de modelagem matemática elaborado pelo aluno é algo menos conceitual se comparado à proposição dos ciclos dos autores aos quais nos reportamos nesta seção, assumimos por esquemas explicativos, as produções dos alunos que trazemos neste artigo. Na seção a seguir, buscamos explicitar nosso percurso metodológico e também o contexto no qual se deu nossa produção de dados.

ASPECTOS METODOLÓGICOS E CONTEXTO DA PESQUISA

Com vistas a propor um instrumento de orientação didático-pedagógica a partir de um ciclo de modelagem que agregue tanto as características da modelagem matemática como as ações do fazer modelagem matemática. Desenvolvemos uma pesquisa empírica com 12 alunos do 4º semestre do curso de Licenciatura em Matemática no âmbito de uma disciplina intitulada Modelagem Matemática, ofertada em uma instituição pública de Ensino Superior. Assim, nosso artigo fundamenta-se em uma abordagem qualitativa de pesquisa (Lüdke; André, 1986; Bogdan; Biklen, 1994) em que realizamos um estudo interpretativo dos dados coletados.

Para inferirmos a respeito do modo como os alunos percebem o processo de desenvolvimento de suas atividades de modelagem matemática, os alunos organizados em grupos desenvolveram cinco atividades de modelagem matemática. Todos os registros escritos deles, transcrições das gravações de áudio e vídeo das aulas, respostas ao questionário e à entrevista, referentes a essas atividades desenvolvidas, foram assumidos como materiais de análise.

Contudo, neste artigo, consideramos para análise três grupos de alunos, que denominamos G1, G2 e G3. Tais grupos foram compostos da seguinte forma: G1: duas meninas e um menino; G2: dois meninos e uma menina e; G3: três meninas. A escolha por esses grupos se justifica pelo fato de eles participarem do desenvolvimento da atividade, terem entregado o questionário respondido, terem participado da entrevista e terem entregado todos os seus registros em relação às atividades desenvolvidas. Ressaltamos que os alunos também realizaram estudos de textos teóricos sobre modelagem matemática na Educação Matemá-

tica, no contexto da disciplina, antes de serem convidados a desenvolverem atividades de modelagem matemática.

Após o desenvolvimento das atividades, os grupos foram convidados a sistematizar o fazer modelagem matemática deles, por meio de esquemas explicativos que representassem o caminho que assumiram ao longo da atividade de modelagem matemática por eles desenvolvida. Para fins de compreensão dos esquemas produzidos pelos alunos, recorremos à realização de uma entrevista semiestruturada, na qual foram convidados a comentar sobre suas produções e, também, utilizamos um questionário, com perguntas abertas, que buscavam explorar suas percepções sobre a atividade e sobre o modo de fazer modelagem matemática.

Da triangulação desses dados identificamos compreensões dos alunos acerca do modo como fizeram modelagem matemática. A associação desse modo com o que é exposto na literatura, por meio dos ciclos de modelagem matemática, nos levou ao interesse de propor um ciclo de modelagem que funcione como instrumento de orientação didático-pedagógica.

Sendo assim, a proposição desse novo ciclo não se trata da adição de mais um ciclo na literatura, mas advém do reconhecimento da necessidade apontada por Almeida (2022) de que é importante realizar interlocuções da modelagem com o ensino e a aprendizagem em um movimento que considera elementos didáticos, além de elementos ontológicos e epistemológicos. Assim, o ciclo por nós proposto se fundamenta em duas direções: (i) o olhar para o fazer modelagem matemática dos alunos e (ii) a busca por uma orientação didático-pedagógica que articule aspectos teóricos e práticos da modelagem matemática.

Com vistas ao objetivo eleito para estudo, na seção subsequente, olhamos para os esquemas explicativos produzidos pelos alunos e discutimos sobre eles à luz do fazer modelagem matemática, amparados também nas respostas que eles deram ao questionário e nas entrevistas com eles realizadas. Assumimos, nesse modo de olhar, que os esquemas dos alunos sintetizam o seu fazer modelagem matemática, refletindo suas compreensões sobre o percurso associado à atividade de modelagem matemática por eles desenvolvidas.

O QUE OS ESQUEMAS EXPLICATIVOS DE MODELAGEM MATEMÁTICA DOS ALUNOS NOS SUGEREM?

A discussão que considera o fazer modelagem matemática neste artigo é apoiada em três esquemas explicativos produzidos, cada um deles, por três grupos distintos de alunos, denominados G1, G2 e G3. Contudo, para tal discussão, junto à apresentação dos esquemas, incluímos trechos das respostas dos alunos dadas ao questionário ou à entrevista, como forma de elucidar as nossas interpretações acerca da construção de tais esquemas.

Os alunos do grupo G1 (Figura 5) recorrem a uma estrutura de tópicos para expor o esquema que expressa o processo que realizaram para desenvolver uma atividade de modelagem matemática. E, nesse direcionamento, inferimos que eles enunciam o caminho por eles trilhado.

Figura 5: Produção de G1

	8) Quais "passos" ou "etapas" você identificou no desenvolvimento dessa atividade? Coleta de dados, inteiração, matematizar, a gente teve que definir o problema antes, o primeiro de tudo a gente definiu o problema depois a gente matematizou, definiu as hipóteses fez os cálculos tudo, depois a gente respondeu o problema, validou e só, a gente generalizou os modelos.	Entrevista
→ Definição do tema e do problema; → Coleta dos dados → Inteiração → Matematização • Hipóteses • Dedução do modelo • Conteúdos matemáticos abordados → Interpretação e validação → Conclusão final	3) Comente sobre como foi a condução (sequência) da atividade desde a escolha do tema até encontrarem a solução para a situação-problema. Nosso grupo optamos de escolher um tema interessante e que fosse útil para várias pessoas, assim surgiu a ideia de abordar o tema: blends, que faz parte do cotidiano de muitas pessoas, principalmente jovens da nossa idade. Primeiramente escolhemos o problema e buscamos dados para a resolução do mesmo, porém devido ao tema envolver muitas variáveis encontramos dificuldades para fazer os nossos cálculos. Depois de encontrarmos os dados necessários, desenvolvemos a parte matemática e encontramos os modelos matemáticos, fizemos a interpretação e a validação do modelo. Encontramos dificuldades também, na elaboração do texto, em seguir toda a nossa coleta de dados, mas com o auxílio da professora, conseguimos.	
Esquema explicativo	Questionário	

Fonte: relatório do Grupo 1.

No esquema explicativo de G1 há a enunciação de alguns termos presentes nos ciclos de modelagem matemática apresentados na seção anterior, contudo, não é apresentada uma diferenciação entre o que são elementos da modelagem matemática e o que se configuram como procedimentos que realizaram para desenvolverem a atividade. Por exemplo, coleta de dados é uma ação que, segundo Almeida, Castro e Silva (2021), se processa na fase inteiração, porém, nesse esquema não é explicitada tal relação. Da mesma forma a ação de definição do tema e do problema também não aparecem associadas à fase inteiração como propõem esses mesmos autores. Nesse sentido, é sugerido que os alunos não reconhecem que essas ações se processam no inteirar-se sobre o fenômeno escolhido para estudo. Além disso, ponderamos que eles não diferem, ao menos no esquema que apresentam, o que é um procedimento que eles realizam ao longo do desenvolvimento da atividade de modelagem matemática e o que é algo inerente à modelagem matemática.

Por outro lado, o grupo G1 apresenta em seu esquema o procedimento hipóteses, como parte da matematização, o que denota uma compreensão desse grupo sobre esse procedimento estar vinculado à matematização, conforme apresentado por Galbraith (2012), em que o autor associa a formulação de hipóteses à matematização. Contudo, quando incluem dedução do modelo e conteúdos matemáticos abordados de forma associada à matematização, indicam uma aproximação equivocada de que a matematização corresponde à obtenção do modelo matemático e ao uso de conceitos matemáticos para resolver problemas. Nesse modo de indicar a matematização, os alunos não explicitam que a compreendem como um processo de transição de linguagem, conforme indicam Almeida, Castro e Silva (2021) e Borromeo Ferri (2006). Ao contrário, eles indicam associar a matema-

tização a procedimentos que se relacionam com a resolução do problema, como é proposto por Almeida, Castro e Silva (2021) e com o modelo matemático, como sugerido por Galbraith (2012) e Borromeo Ferri (2006).

Apesar dos alunos terem associado erroneamente a obtenção do modelo e a abordagem dos conteúdos matemáticos à matematização, consideramos que essas menções indicam que percebem a importância do modelo e do trabalho matemático no fazer modelagem matemática, conforme defendido nos ciclos de Almeida, Castro e Silva (2021), Galbraith (2012) e Borromeo Ferri (2006).

Ainda no esquema de G1, os alunos demonstram compreender a interpretação, validação e a situação final como elementos inerentes ao fazer modelagem matemática, conforme sinaliza Almeida, Castro e Silva (2021). No entanto, por meio da resposta ao questionário, consideramos que os alunos indicam a interpretação e validação de forma dissociada à situação final. Assim, inferimos que eles não relacionam interpretar e validar uma resposta advinda da resolução do problema com a obtenção de uma solução para o problema investigado, que corresponde à situação final, ou seja, não relacionam validar e interpretar ao procedimento de comparação e análise crítica (Galbraith, 2012) ou a discussão dos resultados em relação à situação inicial, considerando a obtenção de uma resposta julgada razoável para tal problema (Borromeo Ferri, 2006).

Os alunos de G2 produzem seu esquema explicativo, indicando, por meio de setas, como se deu o processo de desenvolvimento da atividade de modelagem matemática deles (Figura 6).

Figura 6: Produção de G2

8) Quais "passos" ou "etapas" você identificou no desenvolvimento dessa atividade? Essa atividade eu acho que ela foi a mais complexa, não seguiu nada, não foi nada linear do que a gente estava acostumada a fazer, porque antes a gente via que não estava dando certo e já parava e tentava de novo naquela etapa que a gente estava mesmo, a gente sempre teve isso, nunca teve de chegar no final do modelo e não da certo e esse não, foi totalmente diferente nós fizemos milhares de coisas, milhares de contas que não deram certo e teve que voltar. Primeiramente a escolha do nosso tema, definimos as variáveis, as hipóteses, modelo matemático (fizemos várias vezes), validamos.	Entrevista
PESQUISA DO TEMA ↓ ESCOLHA DO TEMA → DEDUÇÃO DO PROBLEMA. ↓ COLETA DE DADOS → SELEÇÃO DE DADOS → VARIÁVEIS ↓ DEDUÇÃO DO MODELO MATEMÁTICO → SOFTWARES → PESQUISAS ↓ VALIDAÇÃO ↓ RESPOSTA DO PROBLEMA Esquema explicativo	3) Comente sobre como foi a condução (seqüência) da atividade desde a escolha do tema até encontrarem a solução para a situação-problema. Considerando as etapas de uma atividade de modelagem, foi descrita em meus outros esquemas, disse que esta se diferenciava bastante. Foi necessário que voltássemos várias vezes em pontos anteriores até conseguirmos de fato resolver a situação. Por exemplo, no momento de encontrar o modelo mat. precisamos voltar várias vezes a seleção de dados e variáveis escolhidas. Questionário

Fonte: relatório do Grupo 2.

A estrutura escolhida por G2 para expressar o processo que realizaram no desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática contém uma sequência de passos que carrega elementos e modos de organização presentes nos ciclos de modelagem proposto na literatura, com flechas indicando o processo de idas e vindas, que, segundo a resposta do grupo ao questionário, foi presente no desenvolvimento da atividade.

Muito embora várias das expressões presentes nos ciclos de Borromeo Ferri (2006), Galbraith (2012) e Almeida, Castro e Silva (2021) também apareçam no esquema de G2, ponderamos que esse grupo não demonstra que fazem uma diferenciação entre os elementos da modelagem matemática e os procedimentos que realizaram para desenvolver a atividade. Quando os alunos se referem à pesquisa do tema, à escolha do tema e à dedução do problema, indicam procedimentos associados ao início de uma atividade de modelagem matemática que, para Galbraith (2012) e Almeida, Castro e Silva (2021), correspondem à situação problema e para Borromeo Ferri (2006), à situação real. Assim, apesar de não utilizarem a terminologia: situação inicial, reconhecem que atividades de modelagem matemática podem ser desencadeadas de assunto amplo e abrangente, sobre o qual se direciona o olhar a uma situação específica que possui uma gama de situações problemas. Dessa gama, é possível definir um problema a fim de que ele seja investigado e respondido por meio da modelagem matemática.

Ao associarem a coleta de dados e a seleção de dados à escolha do tema, o grupo indica que o processo de obtenção dos dados leva em consideração o problema e o contexto em que ele está inserido. Indicam também que a seleção de dados leva à utilização de variáveis. Essa indicação depõe que os alunos de G2 compreendem que se faz necessário definir variáveis para que o problema em estudo seja resolvido. No entanto, o grupo não relaciona esses procedimentos aos elementos inerentes à modelagem matemática como, por exemplo, ao problema eleito para estudo.

A dedução do modelo matemático também é apresentada no esquema de G2 como um procedimento do fazer modelagem matemática dos alunos e, por um lado, parece se associar ao modelo e modelo matemático (Galbraith, 2012; Borromeo Ferri, 2006). A associação da dedução do modelo matemático à utilização de softwares e pesquisas depõe que os alunos de G2 associam ao fazer modelagem matemática a busca por um modelo matemático que represente de alguma forma e sob alguns aspectos a situação real em foco e que isso pode ser viabilizado por meio do uso de softwares e de pesquisas.

Por outro lado, esse procedimento parece não vir associado à resolução (Almeida, Castro, Silva, 2021), indicando que os alunos podem não perceber que o modelo matemático é o que dá forma à resolução do problema. Inferimos que no esquema do grupo G2 também não é explicitada a transição entre o problema real e a obtenção do modelo matemático, trazendo à tona a relação entre ME e MM.

Ainda no esquema de G2, os alunos relacionam a dedução do modelo matemático com a validação e, nesse sentido, indicam uma percepção de que o modelo construído precisa ser validado a partir da resposta que ele fornece ao problema. Além disso, a associação da validação com a resposta do problema, denota uma percepção de que a resposta para ele

decorre do modelo e pode ser analisada, interpretada e validada, conforme indicações de Galbraith (2012), Borromeo Ferri (2006) e Almeida, Castro, Silva (2021).

Inferimos também que, apesar dos alunos evidenciarem a validação em seu esquema, eles não deixam explícito que a reconhecem como um processo que pode ser empreendido sobre o modelo e sobre o resultado, uma vez que utilizam flecha de sentido único entre a validação e a resposta para o problema.

Na Figura 7 os alunos de G3 sintetizam o desenvolvimento da atividade de modelagem matemática por meio de um esquema explicativo composto por setas. O movimento retratado por essas setas acaba por remeter à dinamicidade e ao caráter iterativo da modelagem matemática, como destacado por Borromeo Ferri (2006), Galbraith (2012) e Almeida, Castro e Silva (2021).

Figura 7: Produção de G3

8) Quais "passos" ou "etapas" você identificou no desenvolvimento dessa atividade? Tivemos que pesquisar o tema, procurar, antes a gente tinha os temas já na nossa mão, tudo pronto era só a gente analisar. Agora não a gente teve que procurar o tema, analisar o tema aí a gente partiu para o problema, definir o nosso problema, definimos nossas variáveis, levantamos nossas hipóteses, coletamos os dados antes de definir o problema, aí a gente partiu pra deduzir o modelo foi onde a gente tentou deduzir no começo foi difícil não conseguimos deduzir procuramos, procuramos porque não estávamos habituados com aqueles tipos de dados, o que a gente ia fazer com aqueles dados como a gente ia construir o modelo assim a gente não conseguia enxergar nada, aí a gente achou os dados e plotou os pontos a gente começou a olhar a curva no Excel e no Expert parecia umas funções maluca daí foi a parte que tivemos problema com a matemática daí era coisa que a gente não conhecia a gente não tinha tido um contato bom pra poder trabalhar com aquilo, aí essa parte foi a parte da dificuldade daí a gente olhava lá via a função que dava e ia tentar deduzir nosso modelo tentar se basear por aquela função, a gente tinha que voltar pra dedução de novo a gente ia e voltava o tempo todo nessa parte até a gente conseguir deduzir o modelo certo pra validar.		Entrevista
Esquema explicativo	3) Comente sobre como foi a condução (sequência) da atividade desde a escolha do tema até encontrarem a solução para a situação-problema. Bem, depois de escolhido o tema, definimos um problema, então definimos as variáveis, levantamos as hipóteses, partimos pra dedução do modelo, depois do dado, plotamos os pontos no EXCEL e tentamos no Curve-Expert para inserir uma função aproximada, aplicamos ela e não resolve o problema, vamos voltaramos e deduzimos novamente, e validamos mais umas duas vezes, até que conseguimos os nossos modelos que a validação deu certo. Então agora já está resolvendo os nossos problemas. Questionário	

Fonte: relatório do Grupo 3.

O uso de setas em diferentes sentidos e interligando o que os alunos de G3 escolheram para indicar como desenvolveram sua atividade de modelagem matemática sugere uma compreensão de que a modelagem matemática se dá em um movimento cíclico. Enquanto as setas na vertical indicam a sequência de ações que eles empreenderam para desenvolver a atividade de modelagem, as setas que interligam essas ações dão a noção de que cada ação pode ser retomada a todo o momento, atribuindo ao ciclo um caráter dinâmico. Por exemplo, as setas que relacionam a escolha do tema e a definição do problema sugerem que os alunos possuem uma compreensão de que a definição do problema decorre do tema escolhido, mas que, caso necessário, para definir esse problema, o tema pode ser retomado.

Além disso, as setas que aparecem na horizontal indicam que há um reconhecimento por parte dos alunos de que a definição das variáveis e o levantamento das hipóteses, embora sejam ações interligadas entre si, também são ações intermediárias entre a definição do problema e a dedução do modelo, respectivamente. Por esse movimento entre as setas,

ponderamos que o esquema apresentado por G3 se aproxima dos ciclos de modelagem matemática propostos na literatura.

A resposta ao problema indicada nesse esquema como sendo a última coisa a ser realizada nesse processo que denota o fazer modelagem matemática dos alunos de G3 aparece sem qualquer relação com o problema em si. Isso, embora denote que os alunos possam ter uma compreensão de que uma atividade de modelagem matemática se finda com a resposta ao problema, sinaliza, pela seta vertical, que eles reconhecem que tal resposta decorre da validação. Contudo, não é possível a inferência de que eles considerem a resposta ao problema como solução aceitável, sem a necessidade de confronto dessa resposta com o que está sendo investigado. Ademais, os alunos de G3 não relacionam a resposta ao problema à comparação e análise crítica (Galbraith, 2012) ou à discussão dos resultados em relação à situação inicial, considerando a obtenção de uma resposta julgada razoável para tal problema (Borromeo Ferri, 2006).

De modo geral, os esquemas apresentados pelos grupos G1, G2 e G3 contém ideias próximas às apresentadas nos ciclos de modelagem matemática presentes na literatura e revelam compreensões dos alunos que nos ajudam a identificar como cada um dos grupos de alunos reconhece como se processa o fazer modelagem matemática.

Embora os alunos tenham indicado aspectos importantes do fazer modelagem matemática, em alguns esquemas há confusões relativas às fases ou etapas da modelagem matemática e às ações que devem ser empreendidas com vista a desenvolver uma atividade de modelagem matemática. Em outros, não é considerada a dinamicidade do fazer modelagem matemática. Essas lacunas identificadas nos esquemas dos alunos, bem como o reconhecimento de alguns equívocos em suas percepções sobre o fazer modelagem matemática nos incita a pensar sobre a possibilidade de termos um ciclo de modelagem matemática que assuma o papel de instrumento didático-pedagógico e que permita orientar tanto as ações dos alunos quanto às intervenções e orientações do professor. É sobre essa proposta de ciclo que discutimos na próxima seção.

CICLO DE MODELAGEM MATEMÁTICA COMO ORIENTAÇÃO DIDÁTICO-PEDAGÓGICA: O NOSSO OLHAR

Frente às considerações supracitadas, que consideram os modos de Borromeo Ferri, (2018); Almeida, Castro e Silva (2021); Galbraith (2012) assumirem os ciclos de modelagem matemática e suas finalidades, bem como os esquemas explicativos construídos pelos alunos, os quais trazem indicativos de como eles compreendem o fazer modelagem matemática, a partir das atividades que desenvolveram, fomos motivadas a articular tais ideias e expressá-las a partir de um ciclo de modelagem matemática que considerasse as caracterís-

ticas da modelagem matemática em associação às ações do fazer modelagem matemática em sala de aula.

Na elaboração deste ciclo, consideramos, por um lado, os elementos que compõem o processo de modelagem matemática trazidos por Borromeo Ferri (2006), Galbraith (2012), Almeida; Castro; Silva (2021) a partir dos ciclos que eles nos apresentam. Deles, assumimos como características da modelagem matemática: existência de um problema real, informações reais relacionadas ao problema, matematização da situação, resolução matemática para o problema e relação da solução matemática com o problema real, que ao nosso olhar, são essenciais para o desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática.

Por outro lado, consideramos os aspectos apresentados pelos alunos em seus esquemas explicativos, os quais se associam ao que eles indicam se relacionar com o processo de modelagem matemática e as orientações de alguns autores, como Almeida, Silva e Vertuan (2012); Meyer, Caldeira e Malheiros (2013) ao indicarem que há ações inerentes ao desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática. Como resultado da integração entre esquemas dos alunos e o que está posto na literatura, enunciaremos o que denominamos ser ações que integram o fazer modelagem matemática. Essas ações têm as seguintes designação: escolha de um tema da realidade; identificação de um problema; coleta de informações; seleção e organização dos dados; definição de hipóteses e variáveis; identificação das características matemáticas do problema; escolha de uma abordagem matemática que represente o problema; mobilização de conceitos matemáticos úteis para a resolução; construção/obtenção do modelo matemático; uso de diferentes representações do objeto matemático; obtenção de uma solução matemática para o problema; validar matematicamente o problema; obtenção de uma solução para o problema; validação da solução; interpretação e comunicação da resposta com olhar para situação da realidade; alterações no modo de agir e pensar.

A partir da associação dessas ponderações com as assertivas de Almeida (2022) ao evidenciar que os ciclos são modelos de referência epistemológica, ontológica e didática para a modelagem matemática, ou seja, são instrumentos para o fazer modelagem matemática em sala de aula, e a visão de Galbraith (2012) de que pensar a modelagem para aulas de matemática requer a consideração de que um ciclo deve expressar orientações do que os alunos farão para resolver um problema, ousamos dizer que o ciclo de modelagem matemática apresentado na Figura 8 assume status de orientação didático-pedagógica. O fato dele ter esse caráter se deve ao nosso entendimento de que essa expressão (didático-pedagógica) refere-se a métodos e técnicas que se ocupam do ensino, de modo que considera a didática atrelada à prática.

Desse modo, o ciclo proposto carrega informações que podem amparar a didática dos professores quando utilizam atividades de modelagem matemática em suas aulas. Por

meio das características da modelagem presentes neste ciclo, os professores podem refletir acerca da estruturação e planejamento de atividades dessa natureza, uma vez que, essas características se referem a elementos essenciais no fazer modelagem matemática. Além disso, as ações associadas a cada característica permitem que o professor faça uma antecipação de como podem ou devem ser as ações dos alunos no desenvolvimento da atividade, o que proporciona ao professor pensar em estratégias de intervenção e orientação.

Em relação à prática, que se refere ao fazer modelagem matemática, destacamos que o ciclo proposto pode orientar os alunos no sentido de indicar o que precisam realizar para desenvolver uma atividade de modelagem matemática. Assim, os alunos podem se orientar pelas características que atividades de modelagem matemática possuem, bem como saber quais ações podem ser empreendidas em relação a cada característica. Nesse sentido, para os alunos, o ciclo pode se configurar como uma estrutura orientadora com a finalidade de guiar suas ações no fazer modelagem matemática.

Figura 8: Uma orientação didático-pedagógica para a modelagem matemática



Fonte: as autoras

O sombreamento que aparece nessa figura é uma tentativa de elucidar que a modelagem matemática integra os dois mundos que parecem ser dissociados: mundo extramatemático e mundo matemático. Nessa integração também há o movimento de traduzir o problema real em uma linguagem matemática, a partir da matematização da situação em estudo, e o movimento de relacionar a solução matemática obtida com o problema investigado, levando em conta tanto aspectos matemáticos como aspectos da própria situação ao qual o problema está alicerçado.

A indicação das características da modelagem matemática, apresentadas em negrito na Figura 8, em associação com as ações inerentes a cada uma delas nos permite trazer à tona esse caráter didático-pedagógico pretendido, uma vez que às características da mode-

lagem matemática estão relacionados aos aspectos didáticos da modelagem matemática e às ações, aos aspectos práticos do fazer modelagem matemática.

A orientação didático-pedagógica, nesse ciclo, se completa por meio das setas (maiores) de duplo sentido que representam a transição entre as características da modelagem matemática. Essa transição, contudo, acontece em decorrência das ações inerentes ao fazer modelagem matemática, que ficam interligadas pelas setas menores e associadas a cada uma das características a elas atreladas. É esse movimento que favorece o desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática e coloca em evidência aspectos teóricos e práticos da Modelagem Matemática.

ALGUMAS CONSIDERAÇÕES

Nossas deliberações relativas à proposição de um instrumento de orientação didático-pedagógico a partir de um ciclo de modelagem ampliam as discussões no âmbito da área da Modelagem Matemática e complementa a ideia do uso de ciclos como instrumento para a sala de aula como indicados na literatura (Borromeo Ferri, 2006; Galbraith, 2012; Almeida, 2022). Em particular, o ciclo por nós proposto tem por finalidade apoiar o papel de orientador do professor e indicar ações que conduzem o desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática, associadas às características peculiares à Modelagem Matemática.

Nesse sentido, o ciclo proposto, por um lado, pode se configurar como um esquema teórico que orienta as ações que os alunos precisam realizar ao longo do desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática, sobretudo, podendo influenciar suas maneiras de pensar e agir. Por outro, evidencia que a modelagem matemática requer integração entre o fenômeno estudado, que se assenta no mundo extramatemático, e conhecimentos matemáticos, que podem ser mobilizados pelos alunos ou aprendidos a partir do interesse de solucionar o problema em foco. A indicação das ações no ciclo também pode sugerir uma compreensão acerca da modelagem matemática e de como podem ser integrados conhecimentos matemáticos e extramatemáticos.

Além disso, o ciclo sugerido tem como possibilidade despertar no professor o interesse por refletir acerca da Modelagem Matemática e de como ela pode se fazer presente na sala de aula, uma vez que elucida aspectos que compõem uma atividade de modelagem explicitados por meio das características da modelagem matemática e das ações requeridas dos alunos no fazer modelagem matemática. Ademais, ele pode servir como um instrumento guia para o professor, no sentido de subsidiar o seu papel de orientador ao compreender que precisa realizar intervenções que levem o aluno a desenvolver as ações do fazer modelagem matemática, de modo que as características da modelagem matemática se façam presentes.

Ao indicar as características da modelagem matemática em associação com as ações inerentes a cada uma delas, buscamos trazer à tona o caráter dinâmico da modelagem matemática e que o processo de idas e vindas é algo marcante no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática.

Embora o ciclo proposto seja apresentado como um instrumento para a sala de aula, não se tem a intenção de que ele seja prescritivo. É almejado trazer a própria estruturação da modelagem na Educação Matemática no sentido de manter a essência de uma atividade de modelagem matemática postas na literatura e evidenciar as ações envolvidas no fazer modelagem matemática, uma vez que o olhar analítico acerca dos esquemas produzidos pelos alunos depõe lacunas sobre a compreensão das fases e das ações relacionadas ao fazer modelagem matemática.

Por fim, o ciclo proposto como uma orientação didático-pedagógica para a modelagem matemática pode contribuir para compreensão da modelagem matemática e do fazer modelagem matemática em sala de aula, uma vez que considera características da modelagem matemática e ampara alunos e professor no processo de desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática, colaborando para que os alunos aprendam matemática quando realizam atividades dessa natureza e sugerindo que o professor fique atento às ações que os alunos precisam realizar.

REFERENCIAS

- Almeida, L. M. W. (2022). Uma abordagem didático-pedagógica da Modelagem Matemática. *Vidya*, 42(2), 121–145.
- Almeida, L. M. W., Castro, É. M. V., & Silva, M. H. S. (2021). Recursos semióticos em atividades de modelagem matemática e o contexto on-line. *Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia*, 14(2), 383–406.
- Almeida, L. M. W., Silva, K. P., & Vertuan, R. E. (2012). *Modelagem matemática na educação básica*. Contexto.
- Almeida, L. M. W., & Zanin, A. P. L. (2016). Competências dos alunos em atividades de modelagem matemática. *Educação Matemática Pesquisa*, 18(2), 759–782.
- Bassanezzi, R. C. (2002). *Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: Uma nova estratégia*. Contexto.
- Blomhøj, M., & Jensen, T. H. (2003). Developing mathematical modeling competence: Conceptual clarification and educational planning. *Teaching Mathematics and its Applications*, 22(3), 123–139.
- Blum, W. (2006). Modellierungsaufgaben im Mathematikunterricht – Herausforderung für Schüler und Lehrer. In *Realitätsnaher Mathematikunterricht – vom Fach aus und für*

- die Praxis* (pp. 8–23). [Editora não especificada].
- Blum, W. (2015). Quality teaching of mathematical modelling: What do we know, what can we do? In *The Proceedings of the 12th International Congress on Mathematical Education* (pp. 73–96). Springer.
- Blum, W., & Borromeo Ferri, R. (2009). Mathematical modelling: Can it be taught and learnt? *Journal of Mathematical Modelling and Application*, 1(1), 45–58.
- Bogdan, R. C., & Biklen, S. K. (1994). *Investigação qualitativa em educação: Uma introdução à teoria e aos métodos*. Porto Editora.
- Borromeo Ferri, R. (2006). Theoretical and empirical differentiations of phases in the modelling process. *ZDM*, 38(2), 86–95.
- Borromeo Ferri, R. (2018). *Learning how to teach mathematical modeling in school and teacher education*. Springer.
- Brito, D. S., & Almeida, L. M. W. (2021). Práticas de modelagem matemática e dimensões da aprendizagem da geometria. *Revista Actualidades Investigativas en Educación*, 21(1), 1–29.
- Burak, D. (2010). Modelagem Matemática sob um olhar de educação Matemática e suas implicações para a construção do conhecimento matemático em sala de aula. *Revista de Modelagem na Educação Matemática*, 1(1), 10–27.
- Cai, J., Cirillo, M., Pelesko, J. A., & Borromeo Ferri, R. (2014). Mathematical modeling in school education: Mathematical, cognitive, curricular, instructional, and teacher education perspectives. In P. Liljedahl, C. Nicol, S. Oesterle, & D. Allan (Eds.), *Proceedings of PME38* (Vol. 1, pp. 145–172). PME.
- Doerr, H. M., Ärleback, J. B., & Misfeldt, M. (2016). Representations of modelling in mathematics education. In G. A. Stillman et al. (Eds.), *Mathematical modelling and applications: International perspectives on the teaching and learning of mathematical modelling*. Springer.
- Galbraith, P. (2012). Models of modelling: Genres, purposes or perspectives. *Journal of Mathematical Modelling and Application*, 1(5), 3–16.
- Houaiss, A. (2024). *Dicionário Houaiss da língua portuguesa*. Objetiva; Instituto Antônio Houaiss de Lexicografia.
- Kaiser, G., & Sriraman, B. (2006). A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. *ZDM – The International Journal on Mathematics Education*, 38(3), 302–310.
- Lüdke, M., & André, M. E. D. A. (1986). *Pesquisa em educação: Abordagens qualitativas*. EPU.
- Maaß, K. (2010). Classification scheme for modelling tasks. *Journal für Mathematik-Didaktik*,

31(2), 285–311.

Meyer, J. F. C. A., Caldeira, A. D., & Malheiros, A. P. S. (2013). *Modelagem em educação matemática*. Autêntica.

Niss, M., Blum, W., & Galbraith, P. L. (2007). Introduction. In W. Blum, P. L. Galbraith, H.-W. Henn, & M. Niss (Eds.), *Modelling and applications in mathematics education: The 14th ICMI Study* (pp. 3–32). Springer.

Perrenet, J., & Zwaneveld, D. (2012). The many faces of the mathematical modeling cycle. *Journal of Mathematical Modelling and Application*, 1(1), 3–21.

Ramos, D. C., & Almeida, L. M. W. (2021). Interpretação semiótica em atividades de modelagem matemática. *Bolema*, 35(71), 1391–1415.

Thompson, M., & Yoon, C. (2007). Why build a mathematical model? Taxonomy of situations that create the need for a model to be developed. In R. A. Lesh, E. Hamilton, & J. J. Kaput (Eds.), *Foundations for the future in mathematics education* (pp. 193–200). Lawrence Erlbaum Associates.

Viana, E. R., & Vertuan, R. E. (2021). Modelagem matemática e criatividade: Algumas confluências. *Revista de Ensino de Ciências e Matemática*, 12(4), 1–25.

Apêndice - Información sobre el artículo

Historico editorial

Submetido: 10 de Enero de 2026.

Aprobado: 16 de Junio de 2026.

Publicado: 06 de Julio de 2026.

Como Citar — APA

Zanim, A. P., Kowalek, R. M., & Veronez, M. R. D. (2026). Ciclo de modelagem matemática como possibilidade de orientação didático-pedagógica. *PARADIGMA*, XLVII(2), e2026009. <https://doi.org/10.37618/PARADIGMA.1011-2251.2025.e2026009.id1793>.

Como Citar — ABNT

ZANIM, Ana Paula; KOWALEK, Rosângela Maria; VERONEZ, Michele Regiane Dias. Ciclo de modelagem matemática como possibilidade de orientação didático-pedagógica. *PARADIGMA*, Maracay, v. XLVII, n. 2, e2026009, Jul./Dic., 2026. <https://doi.org/10.37618/PARADIGMA.1011-2251.2026.e2026009.id1793>.

Conflicto de intereses

Nada que declarar.

Declaración de disponibilidad de datos

Todos los datos han sido presentados/generados en este artículo.

Derechos autorales

Los derechos de autor pertenecen a los autores, que conceden a revista **Paradigma** los derechos exclusivos de primera publicación. Los autores no serán remunerados por la publicación de sus artículos en esta revista. Los autores están autorizados a celebrar contratos adicionales por separado, para la distribución no exclusiva de la versión del artículo publicado en esta revista (por ejemplo, publicación en un repositorio institucional, en un sitio web personal, publicación de una traducción o como capítulo de un libro), con reconocimiento de autoría y primera publicación en esta revista. Los editores de la revista **Paradigma** tienen derecho a realizar ajustes textuales y adecuación normativas en este artículo.

Acceso libre

Este artículo es de acceso abierto (**Open Access**) y sin gastos de envío ni de procesamiento del artículo (**Article Processing Charges - APCs**). El acceso abierto es un amplio movimiento internacional que pretende proporcionar acceso en línea libre y gratuito a la información académica, como publicaciones y datos. Una publicación se define como de acceso abierto cuando no existen barreras financieras, legales o técnicas para acceder a ella; en otras palabras, cuando cualquiera puede leerla, descargarla, copiarla, distribuirla, imprimirla, investigarla o utilizarla en la educación o de cualquier otra forma dentro de los acuerdos legales.



Licencia de uso

Este artículo es licenciado con **Creative Commons Atribución-NoComercial-SinDerivadas 4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0)**. Esta licencia le permite compartir, copiar y redistribuir el artículo en cualquier medio o formato. La licencia no permite utilizar el material con fines comerciales ni adaptarlo, remezclarlo o transformarlo.



Comprobación de similitud

Este artículo fue sometido a una comprobación de similitud utilizando el software de detección de texto **iThenticate** de Turnitin, a través del servicio de **Similarity Check** de la Crossref. 

Proceso de evaluación

Revisión por pares a doble ciego (*Double blind peer review*).

Editor en Jefe

Fredy E. González 

Editores Asociados

Luis Andrés Castillo 
Ivonne C. Sánchez S. 

Publisher

Este artículo ha sido publicado en la revista **Paradigma** vinculada al Centro de Investigaciones Educativas Paradigma (CIEP) del Departamento del Componente Docente de la **Universidad Pedagógica Experimental Libertador** (Núcleo Maracay). La revista **Paradigma** publica artículos de carácter técnico-científico, derivados de estudios e investigaciones que sirvan de apoyo al desarrollo del conocimiento educativo, propiciando el diálogo entre los diferentes campos de la educación. Las ideas expresadas en este artículo son de los autores y no representan necesariamente la opinión del consejo editorial o de la universidad. En Brasil, la revista Paradigma obtuvo la calificación **Qualis A1** en la **Evaluación CAPES (2021-2024)**.

