

Tendências da pesquisa brasileira sobre o ensino de Cálculo de Várias Variáveis: novas perspectivas para a Educação Matemática no Ensino Superior

João Paulo de Oliveira Pereira¹ Frederico da Silva Reis²

Resumo

Contexto: Este artigo apresenta uma investigação sobre as principais tendências da pesquisa brasileira em Educação Matemática no Ensino Superior sobre o ensino de Cálculo de Várias Variáveis. **Objetivo:** Elaborar categorias de tendências da pesquisa brasileira sobre o ensino de Cálculo de Várias Variáveis a partir de teses e dissertações que abordaram tal tema em seu escopo teórico-bibliográfico. **Justificativa:** A investigação realizada é totalmente original e, portanto, abre novas perspectivas para a pesquisa em Educação Matemática no Ensino Superior. **Metodologia:** Numa perspectiva qualitativa de pesquisa, foi realizado um mapeamento de pesquisas no Catálogo de Teses e Dissertações da Capes, sendo mapeadas 5 teses e 7 dissertações analisadas, inicialmente, numa dimensão horizontal e, posteriormente, numa dimensão vertical. A partir da análise dos 12 trabalhos mapeados, foram estabelecidas tendências da pesquisa por meio de uma categorização *a posteriori* que levou em consideração teorias clássicas e/ou arcabouços teórico-bibliográficos que, tradicionalmente, servem como embasamento de pesquisas em Educação Matemática. **Resultados:** A análise mostra que a utilização das Tecnologias Digitais e a Didática da Matemática Francesa são as principais tendências da pesquisa e que ainda existem muitas outras possibilidades de escopos teóricos e delineamentos metodológicos a serem considerados no espectro de tendências da pesquisa sobre o ensino de Cálculo de Várias Variáveis. **Reflexões Gerais:** Os resultados apontam para a necessidade de uma ampliação do leque de tendências de pesquisas, tanto na contextualização às demandas educacionais atuais como na diversificação dos conteúdos abordados pelas pesquisas. **Prospectiva:** Destarte, da investigação realizada deriva-se a importância da realização de novas pesquisas sobre o ensino de Cálculo de Várias Variáveis, especialmente, considerando novas facetas das Tecnologias Digitais, como a Inteligência Artificial e o GeoGebra Discovery e, particularmente, abordando o ensino de conceitos do Cálculo de Várias Variáveis ainda muito pouco explorados, como funções vetoriais, integrais de linha e integrais de superfície.

Palavras-chave: Ensino de Cálculo de Várias Variáveis, Tendências da Pesquisa Brasileira, Mapeamento de Teses e Dissertações, Mapeamento Horizontal e Vertical, Educação Matemática no Ensino Superior.

Trends in Brazilian research on the Multivariable Calculus teaching: new Perspectives for Mathematics Education in Higher Education

Abstract

Context: This article presents a study on the main trends in Brazilian research in Mathematics Education in Higher Education regarding the teaching of Multivariable Calculus. **Objective:** To identify categories of trends in Brazilian research on the teaching of Multivariable Calculus based on theses and dissertations that addressed this topic within their theoretical and bibliographic scope. **Justification:** The research conducted is entirely original and, therefore, opens new perspectives for research in Mathematics Education in Higher Education. **Methodology:** From a qualitative research perspective, a mapping of studies was conducted in the CAPES Thesis and Dissertation Catalog, with 5 theses and 7 dissertations analyzed, initially in a horizontal dimension and subsequently in a vertical dimension. Based on the analysis of the 12 mapped works, research trends were established through *a posteriori* categorization that took into account classical theories and/or theoretical-bibliographic frameworks that traditionally serve as the foundation for research in Mathematics Education. **Results:** The analysis shows that the use of Digital Technologies and French Mathematics Didactics are the

¹ Instituição (Sigla), País. E-mail: mail@mail.com

² Instituição (Sigla), País. E-mail: mail@mail.com

main research trends and that there are still many other possibilities for theoretical scopes and methodological designs to be considered within the spectrum of research trends on the teaching of Multivariable Calculus.

General Reflections: The results point to the need to broaden the range of research trends, both in terms of addressing current educational demands and diversifying the content covered by the studies. **Prospective:** Thus, the research conducted highlights the importance of conducting new studies on the teaching of multivariable calculus, especially considering new facets of digital technologies, such as artificial intelligence and GeoGebra Discovery, and particularly addressing the teaching of multivariable calculus concepts that remain largely unexplored, such as vector functions, line integrals, and surface integrals.

Keywords: Termo1, Termo1, Termo1, Termo1, Termo1.

Tendencias de la investigación brasileña sobre la enseñanza del Cálculo de Varias Variables: nuevas perspectivas para la Educación Matemática en Educación Superior

Resumen

Contexto: Este artículo presenta una investigación sobre las principales tendencias de la investigación brasileña en Educación Matemática en Educación Superior en relación con la enseñanza del Cálculo de Varias Variables. **Objetivo:** Elaborar categorías de tendencias de la investigación brasileña sobre la enseñanza del Cálculo de Varias Variables a partir de tesis y disertaciones que hayan abordado dicho tema en su ámbito teórico-bibliográfico. **Justificación:** La investigación realizada es totalmente original y, por lo tanto, abre nuevas perspectivas para la investigación en Educación Matemática en Educación Superior. **Metodología:** Desde una perspectiva cualitativa de la investigación, se llevó a cabo un mapeo de investigaciones en el Catálogo de Tesis y Disertaciones de la CAPES, mapeándose 5 tesis y 7 disertaciones analizadas, inicialmente, en una dimensión horizontal y, posteriormente, en una dimensión vertical. A partir del análisis de los 12 trabajos mapeados, se establecieron tendencias de investigación mediante una categorización *a posteriori* que tuvo en cuenta teorías clásicas y/o marcos teórico-bibliográficos que, tradicionalmente, sirven de base para la investigación en Educación Matemática. **Resultados:** El análisis muestra que el uso de las Tecnologías Digitales y la Didáctica de las Matemáticas Francesa son las principales tendencias de la investigación y que aún existen muchas otras posibilidades de enfoques teóricos y diseños metodológicos que deben tenerse en cuenta en el espectro de tendencias de la investigación sobre la enseñanza del Cálculo de Varias Variables. **Reflexiones Generales:** Los resultados apuntan a la necesidad de ampliar el abanico de líneas de investigación, tanto en lo que se refiere a la contextualización de las demandas educativas actuales como a la diversificación de los contenidos abordados en las investigaciones. **Prospectiva:** Así, de la investigación realizada se deriva la importancia de llevar a cabo nuevas investigaciones sobre la enseñanza del Cálculo de Varias Variables, especialmente teniendo en cuenta nuevas facetas de las Tecnologías Digitales, como la Inteligencia Artificial y GeoGebra Discovery, y, en particular, abordando la enseñanza de conceptos del Cálculo de Varias Variables aún muy poco explorados, como funciones vectoriales, integrales de línea y integrales de superficie.

Palabras clave: Enseñanza del Cálculo de Varias Variables, Enseñanza del Cálculo Multivariado, Tendencias de la Investigación Brasileña, Mapeo de Tesis y Disertaciones, Mapeo Horizontal y Vertical, Educación Matemática en Educación Superior.

INTRODUÇÃO

Existem várias pesquisas realizadas no contexto do ensino de Cálculo, sendo que a maioria delas concentra-se no ensino de Cálculo de Uma Variável (CUV), conforme indicado por Reis *et al.* (2019). Lima *et al.* (2017) afirmam que o tema das funções de uma variável real já foi abordado em diferentes investigações, com maior foco nos limites e derivadas; contudo, ressaltam que há poucas pesquisas dedicadas aos conceitos de Cálculo relacionados às funções de duas ou mais variáveis reais.

Alguns pesquisadores da Educação Matemática vêm discutindo os obstáculos enfrentados por alunos dos cursos de Ciências Exatas, motivados pelos altos índices de desistência observados nessas formações (Cavasotto, 2010; Cury, 2003; Cury & Cassol, 2004). Nos primeiros semestres, as disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral são consideradas “pontos críticos”; entretanto, como é apontado por Alves (2011), identificam-se pontos de partidas para algumas pesquisas voltadas ao ensino de Cálculo Diferencial e Integral de Várias Variáveis.

Assim como no caso do CUV, algumas dificuldades no ensino e na aprendizagem do Cálculo de Várias Variáveis (CVV) decorrem de lacunas na compreensão de conceitos da Matemática Básica. Todavia, outras estão ligadas ao CUV e às exigências de um pensamento matemático mais avançado (Tall, 2002). Ainda assim, muitos desses obstáculos são próprios do ensino de CVV (Reis *et al.*, 2019).

Nas aulas de CVV, é comum perceber que muitos estudantes enfrentam desafios ao lidar com funções em três dimensões, sobretudo quando precisam construir representações gráficas de superfícies e, a partir delas, compreender propriedades e processar informações para a resolução de problemas. Henriques *et al.* (2007, p. 78) reforçam essa ideia ao destacarem que, “em muitos casos, a representação gráfica no espaço tridimensional é difícil de fazer no ambiente papel/lápis, que só tem como base o plano de duas dimensões (o papel)”. Esses autores acrescentam, ainda, que a transposição de elementos tridimensionais para um espaço bidimensional, como o papel, depende da habilidade de cada estudante, individualmente, em desenhar, o que nem todos possuem.

Assim, o presente artigo³ apresenta uma pesquisa sobre as principais tendências das investigações brasileiras em Educação Matemática no Ensino Superior voltadas ao ensino de CVV. Apesar de o campo de estudos sobre o ensino de Cálculo ser bastante diversificado em aspectos teóricos e metodológicos, ainda existem outras dimensões presentes em diversas ramificações da pesquisa, principalmente, no que tange ao ensino de CVV (Reis *et al.*, 2019).

O MAPEAMENTO COMO METODOLOGIA DE PESQUISA

Para atender aos objetivos da pesquisa aqui apresentada, optamos por desenvolver um mapeamento sistemático, que, conforme destacam Fiorentini *et al.* (2016, p. 18), diferencia-se do estado da arte, uma vez que busca identificar, localizar e descrever os estudos realizados em determinado período, espaço e área de conhecimento. Dessa forma, o foco

³ Este artigo compõe a Dissertação de Mestrado defendida no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP), organizada em formato *multipaper*, escrita pelo primeiro autor e orientada pelo segundo autor.

do mapeamento é voltado, inicialmente, para os aspectos descritivos de um campo de estudo do que para os resultados obtidos, à guisa de informação:

Em síntese, entendemos o mapeamento da pesquisa como um processo sistemático de levantamento e descrição de informações acerca das pesquisas produzidas sobre um campo específico de estudo, abrangendo um determinado espaço (lugar) e período de tempo. Essas informações dizem respeito aos aspectos físicos dessa produção (descrevendo onde, quando e quantos estudos foram produzidos ao longo do período e quem foram os autores e participantes dessa produção), bem como aos seus aspectos teórico-metodológicos e temáticos (Fiorentini *et. al.*, 2016, p. 18).

Em outra perspectiva, Cavalcanti (2015) também reconhece o mapeamento como uma metodologia de pesquisa, propondo possibilidades de “direcionamento” desse processo para as dimensões horizontal e vertical, sendo que, para o autor:

Os questionamentos “quantos, quem e onde já fizeram algo a respeito?” apontariam para um estudo exploratório horizontal se concentrando mais no relevo observável das produções científicas, isto é, na topologia do território. Já os questionamentos “que avanços foram conseguidos e quais problemas estão em aberto para serem levados adiante” indicariam um estudo vertical que poderia ter como orientação o que está sob (isto é, os trabalhos já desenvolvidos – indicariam tendências) e o que está sobre (isto é, os trabalhos que podem ser desenvolvidos – indicariam perspectivas) a superfície da literatura científica (Cavalcanti, 2015, p. 219).

Nesta pesquisa, foi realizada uma combinação de elementos de ambos os tipos de mapeamento. Na dimensão horizontal, destacaram-se aspectos como a quantidade de trabalhos produzidos, a identificação de seus autores, orientadores e instituições responsáveis. Já na vertical, incluíram-se aspectos como o referencial teórico-bibliográfico utilizado na fundamentação, com foco nas tendências da pesquisa brasileira sobre o ensino de CVV.

A seguir, será mais bem detalhado o mapeamento realizado, deixando evidente suas características sistemáticas, horizontais e verticais.

O MAPEAMENTO DAS TENDÊNCIAS DA PESQUISA BRASILEIRA SOBRE O ENSINO DE CVV

A base de nosso mapeamento foi construída a partir de diversas buscas realizadas no Catálogo de Tese e Dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (Capes). A primeira, que resultou em oito trabalhos, foi realizada com o seguinte termo: “Cálculo de Várias Variáveis”. Entretanto, entre esses trabalhos encontrados, somente três compuseram o mapeamento, pelo fato de os outros fazerem parte de Programas de Mestrados Acadêmicos e Profissionais em Matemática. Uma nova opção de busca foi: “Cálculo de Várias Variáveis” AND “Educação”. Foram encontrados cinco trabalhos, porém, os mesmos vistos na primeira busca.

Posteriormente, utilizamos os seguintes termos: “Cálculo de Várias Variáveis” AND “Ensino”, sendo encontrados 4 trabalhos; “Várias Variáveis” AND “Educação”, sendo listados

12 textos; “Várias Variáveis” AND “Ensino” AND “Matemática”, havendo 9 achados. No entanto, após verificarmos “batimento”, a partir dessas buscas, compuseram o mapeamento um quantitativo de 17 trabalhos, sendo 6 Teses de Doutorado Acadêmico, 3 Dissertações de Mestrado Acadêmico e 8 Dissertações de Mestrado Profissional.

Levando em conta essas informações, partimos para os critérios de inclusão e exclusão desses trabalhos. Para garantir que tudo fosse feito corretamente, estabelecemos os seguintes pressupostos de inclusão: as teses e dissertações selecionadas deveriam pertencer ao recorte temporal dos últimos 25 anos (2000 a 2024) e focar o ensino de CVV. Ademais, os trabalhos selecionados seriam apenas os acessados exclusivamente no Catálogo de Teses e Dissertações da Capes ou no repositório das respectivas universidades, quando estavam com a publicação anterior à Plataforma Sucupira, utilizada pelos Programas de Pós-Graduação brasileiros. Por fim, após fazer essa análise dos trabalhos e excluir os estudos realizados em Programas de Pós-Graduação em Matemática, compuseram nosso mapeamento um total de 12 trabalhos: 5 Teses de Doutorado Acadêmico, 2 Dissertações de Mestrado Acadêmico e 5 Dissertações de Mestrado Profissional.

As Teses de Doutorado Acadêmico mapeadas

No Quadro 1, apresentamos as 5 Teses de Doutorado Acadêmico mapeadas, cronologicamente por ano de defesa, destacando: identificação (ID), autor(a), ano de defesa, título, orientador(a) e Instituição de Ensino Superior.

Quadro 1: Teses de Doutorado Acadêmico mapeadas

ID	Autor(a)	Ano	Título	Orientador(a)	Instituição
TA1	Francisco Regis Vieira Alves	2011	Aplicações da Sequência Fedathi na promoção do raciocínio intuitivo no Cálculo a Várias Variáveis	Hermínio Borges Neto	Universidade Federal do Ceará (UFC)
TA2	Katia Vigo Ingar	2014	A visualização na aprendizagem dos valores máximos e mínimos locais da função de duas variáveis reais	Maria José Ferreira da Silva	Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC – SP)
TA3	Gina Magali Horvath Miranda	2018	Esculturas Matemáticas: atividades para os estudos da Integral Dupla	Solange Hassan Ahmad Ali Fernandes	Universidade Anhanguera (UNIAM)
TA4	Daniela Barbieri Vidotti	2019	Potencialidades da Modelagem Matemática e da Análise de Erros para o ensino e a aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral em Várias Variáveis	Lilian Akemi Kato	Universidade Estadual de Londrina (UEM)
TA5	Galvina Maria de Souza	2022	Integrais Duplas: um estudo à luz de uma articulação entre a Teoria Antropológica do Didático e a Teoria A Matemática no Contexto das Ciências	Gabriel Loureiro de Lima	Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC – SP)

Fonte: Dados da Pesquisa.

Percebemos que as 5 teses acadêmicas mapeadas estão distribuídas entre instituições localizadas em 3 regiões do Brasil: 3 no Sudeste, 1 no Nordeste e 1 no Sul. Mais es-

pecificamente, no Sudeste, destacam-se 3 em São Paulo (2 na PUC-SP e 1 na UNIAM). No Nordeste, a tese encontrada foi defendida no Ceará (na UFC). Por fim, no Sul, também foi encontrado apenas uma única tese, defendida no Paraná (na UEM).

As Dissertações de Mestrado Acadêmico mapeadas

No Quadro 2, apresentamos as 2 Dissertações de Mestrado Acadêmico mapeadas, destacando: identificação (ID), autor, ano de defesa, título, orientador e Instituição de Ensino Superior.

Quadro 2: Dissertações de Mestrado Acadêmico mapeadas

ID	Autor(a)	Ano	Título	Orientador(a)	Instituição
DA1	Roberto Seidi Imafuku	2008	Sobre a passagem do estudo de Função de Uma Variável Real para o caso de Duas Variáveis	Benedito Antônio da Silva	Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC – SP)
DA2	Izaías Nário da Silva	2019	O Ensino-Aprendizagem das Funções de Várias Variáveis através de Modelos Matemáticos: uma investigação qualitativa em sala de aula	Roger Ruben Huanca	Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)

Fonte: Dados da Pesquisa.

As dissertações acadêmicas mapeadas foram desenvolvidas nas regiões Sudeste, em São Paulo (PUC-SP), e Nordeste, na Paraíba (UEPB).

As Dissertações de Mestrado Profissional mapeadas

No Quadro 3, apresentamos as cinco Dissertações de Mestrado Profissional mapeadas, destacando: identificação (ID), autor, ano de defesa, título, orientador e Instituição de Ensino Superior.

Quadro 3: Dissertações de Mestrado Profissional selecionadas

ID	Autor(a)	Ano	Título	Orientador(a)	Instituição
DP1	Anderon Melhor Miranda	2010	As Tecnologias da Informação no estudo do Cálculo na perspectiva da Aprendizagem Significativa	Felipe Rogério Pimentel	Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP)
DP2	Alessandro Mendonça Nasseralla	2014	Elaboração e descrição de situações didáticas com amparo na Sequência Fedathi: o caso da Integral Imprópria	Francisco Régis Vieira Alves	Universidade Federal do Ceará (UFC)
DP3	Fabio Luiz de Oliveira	2014	A produção de conhecimento matemático acerca de funções de duas variáveis em um coletivo de seres-humanos-com-mídias	Regina Helena de Oliveira Lino Franchi	Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP)
DP4	Leonardo Dalla Porta	2014	Contribuições da Engenharia Didática para o ensino e aprendizagem de Funções de Várias Variáveis Reais	Vanilde Bisognin	Universidade Franciscana (UNIFRA)
DP5	Márcio Antônio Cometti	2018	Discutindo o ensino de integrais múltiplas no Cálculo de Várias Variáveis: contribuições do GeoGebra 3D para a aprendizagem	Frederico da Silva Reis	Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP)

Fonte: Dados da Pesquisa.

É possível constatar que as 5 dissertações profissionais mapeadas foram desenvolvidas em instituições distribuídas por 3 regiões do Brasil. No Sudeste, estão concentradas 3 dissertações, todas em Minas Gerais (na UFOP). No Sul, foi defendida uma única dissertação, no Rio Grande do Sul (na UNIFRA). Já no Nordeste, também foi mapeada uma única dissertação, defendida no Ceará (UFC).

É interessante observar o caminho percorrido pelo pesquisador Francisco Regis Vieira Alves. Em 2011, ele finalizou sua Tese de Doutorado e, apenas 3 anos depois, em 2014, já concluiu a orientação de uma Dissertação de Mestrado Profissional. Esse movimento mostra como a transição de recém-doutores para orientadores ocorre de forma rápida, fortalecendo a renovação e a permanência da ciência no Brasil.

De modo geral, a região Sudeste foi responsável por mais da metade dos trabalhos analisados. Isso pode estar relacionado à quantidade de universidades presentes nessa localidade brasileira, com um número expressivo de Programas de Pós-Graduação com foco em pesquisa e colaboração entre professores-pesquisadores.

UM OLHAR NA DIMENSÃO VERTICAL PARA OS TRABALHOS MAPEADOS

A partir de uma análise mais acurada de cada um dos 12 trabalhos mapeados, buscamos destacar seus objetivos e questões de investigação, seus delineamentos teórico-metodológicos e seus principais resultados de pesquisa. Passamos, agora, a apresentá-los na ordem estabelecida nos Quadros 1, 2 e 3.

A tese TA1 de Alves (2011) objetivou a identificação e descrição das categorias do raciocínio intuitivo ao longo das fases de ensino da metodologia denominada Sequência Fedathi (SF). Para isso, o autor contou com nove objetivos específicos para alcançar o geral. No entanto, não apresenta nenhuma questão de investigação que delimitasse sua pesquisa.

Tendo em vista a complexidade do raciocínio baseado na intuição, o autor optou pela utilização da SF com o propósito de desenvolver uma abordagem diferente, tanto em comparação às que aparecem nos livros didáticos sobre o tema quanto em relação às práticas de ensino problemáticas apontadas em estudos acadêmicos citados nos materiais analisados por ele. A SF apresenta quatro momentos didáticos: tomada de posição, maturação, solução e prova. Em cada um, o autor buscou ajustar, definir e explicar como o raciocínio intuitivo aparece.

O autor fundamenta sua pesquisa na Teoria das Representações Semióticas, mas não sob a ótica da mediação prevista na metodologia de ensino utilizada por ele, que envolvia noções de formação, tratamento e conversão de registros do CUV e do CVV, consideradas variáveis didáticas ao longo da aplicação. Seu intuito foi evidenciar, aplicar e detalhar, por

meio da mediação do professor exigida na SF, o uso dessas noções, bem como a importância e as vantagens de explorar as noções de formação, tratamento e conversão de registros do Cálculo.

Em suas conclusões, o autor afirma que a utilização didática das categorias do raciocínio intuitivo, como a intuição afirmativa, conjectural e antecipatória, apoiada em uma mediação que recorreu aos registros de representação semiótica, favoreceu o avanço do conhecimento dos estudantes acerca dos conceitos centrais do CVV. Dessa forma, o suporte computacional, por meio de *softwares* como o GeoGebra e o *CAS Maple*, contribuiu para evidenciar aspectos mais relevantes relacionados à transição interna do CUV para o CVV. Além disso, destacou a relevância de incentivar a construção de imagens mentais, estimuladas pelo ensino, que promovem a intuição matemática, a criação de metáforas e a percepção dos objetos tridimensionais do CVV, o que possibilita o desenvolvimento de crenças e valores condizentes com as propriedades formais do CVV.

Ingar (2014), em sua tese (TA2), analisa o componente curricular de Matemática III, chamado aqui no Brasil de Cálculo Diferencial de Funções de Duas ou Mais Variáveis Reais, do curso de Engenharia de Alimentos da Universidade Nacional do Callao, no Peru. A autora percebe que os alunos tinham dificuldades para se relacionarem com o estudo das funções de duas variáveis reais, o que se reflete no alto nível de reprovados nessa disciplina. Isso contribuiu para ela focasse seu interesse na noção de valores máximos e mínimos locais de funções de duas variáveis reais.

Como questão de investigação, a autora estabelece: “Como acontece o processo de visualização durante a aprendizagem das noções de valores máximos e mínimos locais de funções de duas variáveis reais para alunos de Engenharia?” (Ingar, 2014, p. 74). A autora adotou uma abordagem de interpretação global qualitativa das propriedades do gráfico, por meio da Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval e da Teoria das Situações Didáticas de Guy Brousseau, nas formas como percebemos, falamos, agimos e organizamos, sequencialmente, um registro gráfico representado no CAS Mathematica e na articulação entre os registros gráfico e o algébrico. Além disso, objetivou analisar a visualização durante a aprendizagem das noções de valores máximos e mínimos locais de funções de duas variáveis reais por alunos de Engenharia.

Como resultado, a autora percebe que o *software* utilizado, o CAS Mathematica, contribuiu para uma melhor aprendizagem, visto que os alunos puderam observar e manipular os gráficos plotados. Além disso, nota que a dificuldade de os alunos relacionarem as funções de várias variáveis se deu pela falta de uma clareza na representação do domínio e imagem de funções de várias variáveis reais.

A tese (TA3) de Miranda (2018) buscou investigar como estudantes de Engenharia compreendem o conceito de Integral Dupla em um ambiente de aprendizagem que utiliza

tarefas apoiadas por recursos tecnológicos e pela representação visual de sólidos definidos por funções de duas variáveis, explorados por meio de esculturas matemáticas. Para isso, a autora elaborou a seguinte questão de investigação: “Quais são as concepções dos alunos para a Integral Dupla que emergem a partir de interações com tarefas que envolvem a tecnologia e a impressão 3D?” (Miranda, 2018, p. 22).

A pesquisa foi realizada com base numa metodologia de cunho qualitativo, pois possui características como a combinação entre teoria e prática, caráter intervencionista e, sobretudo, a função de atuar como um espaço de experimentação contínua, permitindo a criação e a reformulação de tarefas durante o desenvolvimento da pesquisa. Ademais, esses processos ocorreram em duas etapas: a primeira envolveu o levantamento bibliográfico acadêmico, a elaboração das tarefas em conjunto com o desenvolvimento dos *applets* e a programação dos sólidos destinados à impressão 3D, e a segunda compreendeu as análises parciais, que implicaram no *redesign* das tarefas. Os resultados indicaram que a experiência de utilizar representações gráficas dinâmicas das funções, em conjunto com esculturas matemáticas, pode favorecer a construção de concepções importantes para entender a Integral Dupla como o volume de um sólido, incluindo reflexões sobre o papel da primeira e da segunda integral nesse contexto.

A tese (TA4) de Vidotti (2019) foi instigada por meio da ocorrência de erros em CVV, seja no desenvolvimento histórico da Matemática, seja na construção individual do conhecimento matemático. Esse foi um ponto crucial para estimular uma análise mais crítica tanto do problema quanto da própria disciplina, possibilitando, inclusive, o surgimento de novas investigações.

Assim, a tese tem como interrogação de pesquisa: “Que dificuldades de aprendizagem são apresentadas por estudantes de CDI II e que potenciais a Modelagem Matemática oferece para explorar os erros que os estudantes cometem a fim de problematizá-los?”. A autora analisa as dificuldades de aprendizagem de alunos de CDI II e investigar o potencial da Modelagem Matemática para explorar os erros dos estudantes, a fim de problematizá-los. Nessa perspectiva, ela adotou os fundamentos da Análise de Erros de Helena Cury como metodologia de investigação, com o objetivo de identificar, classificar e examinar os erros cometidos pelos estudantes em questões que envolvem diversos conceitos do Cálculo Diferencial e Integral (CDI) II, como funções vetoriais e funções de várias variáveis, limites, continuidade, derivadas e integrais. As questões analisadas foram elaboradas pelos próprios alunos nas avaliações bimestrais da disciplina de CDI II, ofertada no curso de Licenciatura em Matemática de uma universidade pública do Paraná.

Como resultados, a pesquisadora vivenciou aprendizagens que, ao longo da investigação, possibilitaram compreender as dificuldades enfrentadas pelos estudantes na aprendizagem de CDI II. Essa percepção a incentivou a buscar estratégias que tornassem mais

acessível a compreensão dos conceitos envolvidos. As dúvidas apresentadas pelos alunos durante as atividades de Modelagem Matemática evidenciaram a necessidade de discutir aspectos aparentemente simples da Matemática, mas que exigem esclarecimentos adicionais. Dessa forma, a experiência adquirida com a pesquisa gerou reflexões que serviram como referência para sua prática docente futura.

Souza (2022), em sua tese (TA5), realizou um estudo com o propósito de identificar as condições para a abordagem de Integrais Duplas no curso de Engenharia Civil de uma instituição privada do norte de Minas Gerais, criando uma conexão entre o conteúdo e as situações vivenciadas pelos estudantes em sala de aula e nas práticas profissionais do Engenheiro Civil. Para isso, buscou responder ao questionamento: “Como elaborar uma atividade interdisciplinar para o ensino de Integrais Duplas na Engenharia Civil, de modo a favorecer o diálogo entre a Matemática e essa habilitação da Engenharia, e explicitar o caráter ferramental dessas integrais no futuro exercício profissional do engenheiro?” (Souza, 2022, p. 99). Como referencial, a autora adotou a união da Teoria Matemática no Contexto das Ciências (TMCC) com a Teoria Antropológica do Didático (TAD) de Yves Chevallard, desenvolvendo um estudo das dimensões epistemológica, econômico-institucional e ecológica do problema didático. O objetivo foi conduzir uma investigação que possibilitasse elaborar uma proposta de ensino das Integrais Duplas para alunos de Engenharia Civil, de modo a se tornar um recurso de apoio à formação profissional.

Assim, a partir de problemas didáticos elaborados e da articulação entre a TMCC e a TAD como Praxeologia de Investigação Didática (PID), foram definidas tarefas que originaram praxeologias de investigação capazes de orientar os estudos na busca de soluções. Tais praxeologias foram instauradas para possibilitar a reorientação do ensino de Integrais Duplas, no curso de Engenharia Civil. Também foi ressaltada a importância de consolidar o diálogo entre professores de Matemática e das demais áreas do currículo da Engenharia, além de estruturar formações continuadas para professores das Ciências Básicas. Do mesmo modo, foi destacada a necessidade de propor atividades contextualizadas que favoreçam a interdisciplinaridade entre disciplinas fundamentais, como a Matemática, e específicas, como a Mecânica dos Fluidos.

A dissertação (DA1) de Imafuku (2008) foi motivada pelo interesse em investigar as dificuldades enfrentadas pelos estudantes em CVV e pelo fato de existirem poucas pesquisas que abordem seu ensino. Assim, para o desenvolvimento da pesquisa, o autor se baseia em aspectos do conteúdo destacados por diferentes pesquisadores, tais como a relação entre funções de uma ou várias variáveis, a identificação do domínio dessas funções, a representação gráfica e a conversão entre registros de representação, elementos fundamentais para a compreensão de seu tema de pesquisa.

Assim, o autor buscou responder às seguintes perguntas norteadoras da pesquisa: “Quais as dificuldades e saberes manifestados pelos alunos relativos à transição do estudo de função de uma variável para o de duas variáveis, no que diz respeito ao conceito de variáveis dependente e independente, ao domínio de função, os gráficos de função e a relação entre este e o gráfico do seu domínio? E quais manifestações dessas dificuldades são reveladas no estudo das derivadas parciais?” (Imafuku, 2008, p. 12). Apoiando-se na Teoria dos Registros de Representação Semiótica, utilizada por considerar que muitos obstáculos de aprendizagem estão ligados às diferentes formas de representação dos conceitos matemáticos, o autor investigou as dificuldades e saberes manifestados por estudantes relativos à transição do estudo das funções de uma variável para o caso de duas variáveis, no que diz respeito às variáveis dependentes e independentes e à interdependência entre elas, o domínio e o gráfico, à relação entre o gráfico do domínio e o gráfico da função e, também, às manifestações reveladas no estudo das derivadas parciais de primeira ordem.

Em seus resultados, o autor evidenciou diversas dificuldades enfrentadas pelos estudantes no aprendizado de funções de duas variáveis, como a falta de compreensão do sistema de eixos tridimensionais, a pouca clareza na definição e representação do domínio, a dificuldade em converter registros da linguagem natural para o algébrico em contextos específicos, a confusão entre o gráfico do domínio e o da função, além dos obstáculos na interpretação de gráficos dessas funções, aspectos que impactaram negativamente o estudo das derivadas parciais. A utilização dos registros de representação semiótica mostrou-se um recurso eficiente para explicitar os conhecimentos envolvidos e a complexidade que o tema representa para os alunos.

Já Silva (2019), em sua dissertação (DA2), analisa as possibilidades de ensino e aprendizagem das funções de várias variáveis a partir de uma investigação qualitativa de modelos matemáticos, à luz de aspectos da Modelagem Matemática. Os objetivos específicos foram delineados para analisar a interação dos alunos em um ambiente de Modelagem Matemática, abordar conceitos de funções de várias variáveis por meio de modelos matemáticos, observar como constroem seus conhecimentos nesse contexto e discutir a relevância das derivadas parciais na compreensão de máximos e mínimos. Além do mais, o autor sinaliza que, embora tais conceitos sejam centrais para o estudo do Cálculo Diferencial e Integral, ainda há desafios em sua apropriação prática pelos estudantes, o que evidencia a necessidade de estratégias pedagógicas diferentes para o ensino dessa área. Com isso, buscou responder à seguinte indagação: “Quais as principais contribuições a serem produzidas nos alunos de Licenciatura em Matemática diante do ensino-aprendizagem da disciplina Cálculo Diferencial e Integral III relativo às Funções de Várias Variáveis através de Modelos Matemáticos?” (Silva, 2019, p. 21).

Na apresentação dos resultados, o autor aponta que a metodologia utilizada contribuiu para enfrentar as dificuldades no ensino e aprendizagem de Cálculo relacionadas às

funções de várias variáveis, evidenciando a importância de se criar espaços em que licenciandos em Matemática produzam significados próprios. Tal produção é essencial para que eles não atuem apenas como replicadores de conhecimentos já produzidos.

A dissertação (DP1) de Miranda (2010) foi motivada pelas dificuldades dos alunos na construção, análise e interpretação de gráficos, especialmente, em superfícies e representações no espaço tridimensional. O autor acredita que essas dificuldades estejam ligadas a problemas em relacionar a expressão analítica da equação ao gráfico correspondente, possivelmente, devido às limitações de visualização e à ausência de uma base sólida em conteúdos matemáticos do Ensino Médio, especialmente, em conceitos do espaço bidimensional.

A dissertação teve como objetivo compreender como o uso de um *software*, aliado a atividades planejadas na perspectiva da Teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel, pode fortalecer a relação entre os conhecimentos prévios dos estudantes de CVV e a construção e interpretação de conceitos matemáticos em gráficos no R^3 . Com isso, a questão passível da investigação foi: “Como o uso de um software e de atividades elaboradas e analisadas, na perspectiva da Aprendizagem Significativa, pode contribuir para o ensino e a aprendizagem de gráficos no R^3 , de estudantes de Cálculo de Várias Variáveis?” (Miranda, 2010, p. 15).

Em suas considerações finais, o autor destaca que o uso de atividades práticas com apoio de mídias, papel, lápis e *softwares*, junto a uma metodologia de ensino baseada em experimentos, ajudou os alunos a estabelecerem conexões entre novos conteúdos, como gráficos em 3D, e seus conhecimentos anteriores e imagens mentais. Nesse sentido, a ideia de interação apareceu como essencial para que a aprendizagem pudesse ser, de fato, significativa, de acordo com a teoria utilizada na pesquisa.

Em sua dissertação (DP2), Nasserela (2014) relata que, desde sua graduação em Matemática, nos anos de 1990, o autor já percebia dificuldades na compreensão do CVV, especialmente, quando se envolvia gráficos. Mais tarde, ao lecionar Cálculo I, observou que os alunos enfrentavam problemas semelhantes, principalmente, na transposição entre o algébrico e o geométrico, sendo que ele próprio encontrou obstáculos para desenvolver algumas estratégias didáticas com uma abordagem diferente.

O autor buscou responder à seguinte questão: “Como podemos contribuir para a melhoria do ensino e aprendizagem da Integral Imprópria em um curso de Cálculo II?” (Nasserela, 2014, p. 17). Para isso, utilizou a Sequência Fedathi (SF) e a Engenharia Didática como metodologia da pesquisa por permitir interligar o aspecto científico com a prática pedagógica. Para compreender essa problemática, a pesquisa descreve situações didáticas com auxílio do *software* GeoGebra, amparando-se numa SF sobre Integrais Impróprias com ênfase na visualização.

Em suas considerações finais, o autor conclui que, por meio das situações didáticas elaboradas, conseguiu-se oferecer uma contribuição ao ensino e à aprendizagem das Integrais Impróprias. O material escrito e as videoaulas produzidas auxiliaram os estudantes a aprimorarem suas formas de aprender e de construir conhecimento matemático.

Oliveira (2014), em sua dissertação (DP3), foca o ensino e a aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral, em especial, em questões relacionadas ao CVV, considerando, ainda, a percepção inicial de que o uso do *software MAXIMA* poderia favorecer o desenvolvimento de atividades voltadas a seus conteúdos. Pelo interesse do autor em utilizar de Tecnologias Digitais no ensino de CVV, ele elaborou a seguinte questão de investigação: “Que ideias matemáticas acerca de funções de duas variáveis são produzidas em um coletivo de seres-humanos-com-mídias?” (Oliveira, 2014, p. 15). Assim, o principal objetivo foi identificar como se dá a produção de conhecimento acerca de funções de duas variáveis, num coletivo de seres-humanos-com-mídias, tendo como atores o *software MAXIMA*, os computadores e os alunos em grupos, interagindo com o professor-pesquisador. Para tal, o autor embasou sua pesquisa no constructo de Seres-Humanos-Com-Mídias de Marcelo Borba e Mónica Villarreal, no qual considera-se que o conhecimento é sempre produzido em presença de determinada mídia.

Os resultados indicam que uma das principais potencialidades das mídias informáticas está em favorecer a produção de ideias matemáticas relacionadas aos temas trabalhados, evidenciadas nos registros escritos dos estudantes, nas manifestações orais e nas estratégias adotadas durante as atividades. O autor destaca, também, que a transição do CUV para o CVV gera dificuldades na aprendizagem. Além disso, foram constatadas certas limitações da mídia utilizada que, quando consideradas no contexto adequado, podem servir como ponto de partida para discussões mais amplas, abrindo novas possibilidades de abordagem e resolução dos problemas.

A dissertação (DP4) de Porta (2014) foi motivada pela necessidade de desenvolver estratégias inovadoras de ensino e de aprendizagem voltadas ao CVV. Assim, a pesquisa foi desenvolvida em uma turma de Cálculo III de um centro universitário no interior do Rio Grande do Sul, onde foi aplicada uma sequência didática destinada ao estudo das funções de várias variáveis reais e de suas propriedades.

O autor teve esta questão como norteadora de sua pesquisa: “A metodologia da Engenharia Didática com o apoio computacional do *software Maple* pode contribuir para o ensino e aprendizagem de conceitos e propriedades de funções de várias variáveis reais?” (Porta, 2014, p. 25). A pesquisa objetivou analisar se a sequência didática, apoiada nos pressupostos teóricos da Engenharia Didática, contribui para o ensino e a aprendizagem de conceitos e propriedades das funções de várias variáveis reais, utilizando como ferramenta o *software Maple*.

Os resultados indicam que os alunos tiveram dificuldades iniciais na construção do conceito de função de várias variáveis reais, especialmente em exercícios com gráficos, devido à escassez de exemplos nos livros e à pouca prática em sala. Contudo, ao longo da sequência didática, essas limitações foram superadas, favorecendo a compreensão do tema. O uso do *software Maple* estimulou o interesse, dinamizou as aulas e ampliou a capacidade de inferência dos estudantes, o que contribuiu para a formação do conceito de função de várias variáveis reais. Dessa forma, a sequência didática proposta mostrou-se como um recurso promissor para aprimorar o ensino e a aprendizagem em CVV.

Na dissertação (DP5) de Cometti (2018), a motivação surgiu a partir da experiência de ter lecionado diversas disciplinas de Cálculo em cursos de Engenharia. No entanto, especificamente, a experiência docente em Cálculo III o levou a uma reflexão por possuir um conteúdo muito extenso. Isso demandou um bom conhecimento prévio de Matemática básica, além de vários pré-requisitos advindos dos conteúdos de Geometria Analítica, Cálculo I e Cálculo II.

A dissertação procurou solucionar esta questão de investigação: “Quais são as possíveis contribuições de sequências didáticas com a utilização do *software GeoGebra 3D* para a aprendizagem de Integrais Múltiplas no Cálculo de Várias Variáveis?” (Cometti, 2018, p. 15). À luz do referencial teórico da Teoria dos Registros das Representações Semióticas, foram elaboradas diversas atividades exploratórias voltadas aos processos de ensino e de aprendizagem do CVV. Além disso, as Tecnologias Digitais foram incorporadas como recurso complementar na elaboração dessas atividades por se acreditar que elas têm potencial para impulsionar a construção do conhecimento. Assim, o autor estabeleceu como objetivo identificar e analisar as possíveis contribuições de sequências didáticas utilizando o *GeoGebra 3D* para a aprendizagem de Integrais Múltiplas no CVV por alunos de Engenharia Elétrica de uma universidade particular de Minas Gerais.

Nas conclusões, o autor constata que a aplicação das atividades exploratórias e a análise dos dados mostraram que a visualização favoreceu a aprendizagem de Integrais Múltiplas ao possibilitar a criação, interpretação e reflexão sobre gráficos elaborados no *GeoGebra*. Esse recurso alinha-se à teoria utilizada, especialmente, no que se refere à construção de registros de representação e à desconstrução dimensional necessária à compreensão do tema. Embora o uso do *software* tenha representado uma tentativa de inovação metodológica, o papel e lápis permaneceram como alternativa didática relevante. Também foi destacado o intenso emprego de operações de tratamento, tanto algébricas quanto gráficas, favorecendo a mobilização de representações dentro de um mesmo registro, enquanto o *GeoGebra* demonstrou capacidade de gerar múltiplos registros gráficos e oferecer ampla potência de geração de tratamentos.

TENDÊNCIAS DA PESQUISA SOBRE O ENSINO DE CVV À GUISA DE NOVAS PERSPECTIVAS PARA A INVESTIGAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA NO ENSINO SUPERIOR

Inicialmente, julgamos importante destacar que não utilizamos uma concepção específica sobre o que se constitui uma “tendência de pesquisa”, ou seja, não nos baseamos em nenhum referencial teórico-bibliográfico para definir o que é uma tendência de pesquisa. Ressaltamos, entretanto, que nos valem de teorias clássicas e/ou arcabouços teórico-bibliográficos que, tradicionalmente, servem como embasamento de pesquisas em Educação Matemática e, ao confrontá-los com as teses e dissertações aqui mapeadas, buscamos categorizá-las por meio de tendências da pesquisa sobre o ensino de CVV, que, dessa forma, foram estabelecidas *a posteriori*, e não *a priori*, a partir de referências consagradas na literatura correlata. Particularmente, também não tomamos como parâmetro a clássica “categorização” de pesquisas voltadas/focadas ao/no ensino ou à/na aprendizagem, o que, em certa medida, até poderia ser entendido como um caminho metodológico para a identificação de tendências da pesquisa.

Assim, podemos estabelecer algumas tendências às quais podemos associar os 12 trabalhos aqui mapeados, como passamos, agora, a descrever. Entretanto, julgamos relevante pontuar que alguns trabalhos são associados a mais de uma tendência, pois abarcam referenciais teórico-bibliográficos que assim o permitem.

Na análise dos trabalhos, foi possível perceber que uma parte deles (TA1, TA2, TA3, DP1, DP2, DP3, DP4 e DP5) apresenta uma tendência nuclear em comum: a utilização de Tecnologias Digitais em seu escopo teórico-bibliográfico e/ou delineamento metodológico. Elas estão expressas de forma explícita e direta, como no uso de alguma ferramenta tecnológica para o desenvolvimento da pesquisa, ou de forma implícita e objetiva, como na utilização pontual de um *software* dentro de um exercício em um bloco de atividades.

Entre os *softwares* mais utilizados nas pesquisas está o GeoGebra (nas janelas 2D ou 3D), provavelmente, por ser gratuito e possuir muitas funcionalidades dinâmicas de maneira que se torne mais acessível a seus usuários e apresente uma interface simples, objetiva e fácil de manusear. As pesquisas mapeadas mostram que a utilização do GeoGebra no ensino de CVV é voltada para a construção de gráficos, permitindo que os alunos visualizem expressões algébricas que demandam a extensão do bidimensional para o tridimensional e, tradicionalmente, imputa dificuldades em sua visualização e interpretação.

Outro *software* bastante utilizado nas teses e dissertações mapeadas foi o Maple, apresentado em uma linguagem de programação que possibilita fazer cálculos abstratos de forma mais simples, favorecendo a análise visual dos problemas que envolvem funções de várias variáveis (Andrade, 2017). Dessa maneira, foi possível constatar, pela análise dos tra-

balhos que utilizaram esse *software*, que ele possui vantagens, como ser usado como uma ferramenta que ajuda a produzir e organizar representações matemáticas de forma mais clara, apoiando o processo de estudo e compreensão. Contudo, também apresenta limitações, já que os gráficos gerados pelo programa podem criar certa confusão na interpretação. Isso acontece porque, no gráfico do computador, o que aparece nem sempre corresponde exatamente ao que o modelo matemático formal (teórico) descreve. Para que essas tais limitações sejam transpostas, as pesquisas sugeriram a utilização do GeoGebra como *software* de apoio, permitindo visualizar integralmente a formação fidedigna do gráfico desejado.

Há outros *softwares* utilizados nas teses e dissertações mapeadas, tais como MAXIMA, Mathematica e Winplot, que foram empregados basicamente com a mesma finalidade dos anteriores: facilitar o estudo de funções de várias variáveis, pois permitem realizar cálculos complexos de forma rápida e gerar representações gráficas que ajudam a visualizar o comportamento dessas funções. Eles tornam mais simples a análise de superfícies, curvas e relações entre variáveis, além de possibilitar experimentações que seriam difíceis de analisar apenas com lápis e papel. Em resumo, possuem a finalidade de apoiar a compreensão teórica com recursos práticos e visuais.

Por fim, todos os *softwares* utilizados nas pesquisas mapeadas desempenham um papel fundamental no ensino do CVV, pois permitem realizar cálculos complexos e gerar representações gráficas que facilitam a compreensão dos conceitos mais abstratos advindos dessa disciplina. Diferentemente do CUV, em que a visualização ocorre predominantemente em duas dimensões, o CVV demanda observar objetos matemáticos no espaço $\mathbf{R}^3$, ampliando a percepção e tornando a aprendizagem mais “visual”, como destaca Alves (2011). Nesse contexto, os recursos desses programas não apenas agilizam operações, mas também funcionam como mediadores pedagógicos, aproximando teoria e prática ao transformar ideias abstratas em imagens claras e acessíveis apresentadas pelos *softwares*.

Outra tendência que identificamos em diversos trabalhos mapeados (TA1, TA2, TA5, DA1, DP2, DP4 e DP5) é a Didática da Matemática Francesa, abordada sob a forma de várias de suas teorias que, se, por um lado, não são necessariamente complementares ou similares, por outro, contribuem para a constituição de um rico arcabouço teórico para muitas pesquisas em Educação Matemática no Ensino Superior. Podemos destacar, principalmente, as seguintes teorias focadas ou minimamente tangenciadas pelas pesquisas mapeadas em seu escopo teórico-bibliográfico: a Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval, a Teoria das Situações Didáticas de Guy Brousseau e a Teoria Antropológica do Didático de Yves Chevallard.

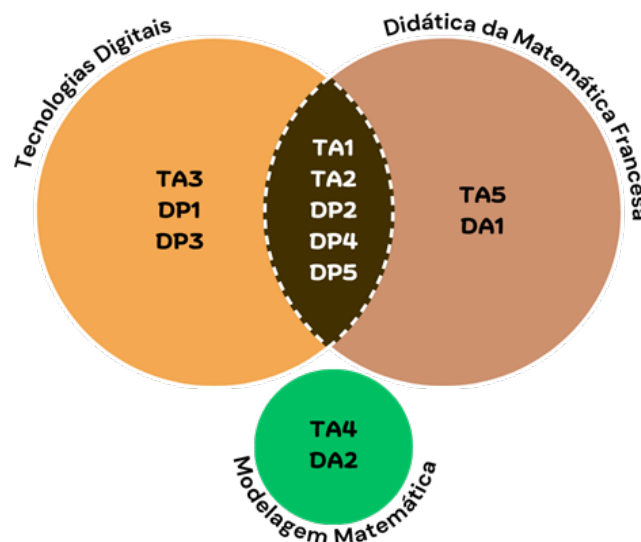
Por sua vez, dentre essas perspectivas, aquela que apareceu com maior frequência nos trabalhos mapeados foi a Teoria dos Registros de Representação Semiótica, especialmente associada à utilização de Tecnologias Digitais. Provavelmente, isso se justifica porque

os *softwares* de múltiplas representações apresentam ricas possibilidades de tratamento e conversão ao exibir, de forma concomitante, janelas algébricas e gráficas, como o GeoGebra, que demonstrou capacidade de gerar múltiplos registros gráficos e, assim, oferecer uma ampla visualização de conceitos do CVV (Cometti, 2018).

Ainda cabe destacar outros trabalhos mapeados que abordam a Modelagem Matemática (TA4 e DA2), tendência da Educação Matemática muito mencionada por pesquisas realizadas nos Ensinos Fundamental e Médio. Tais estudos mapeados apontam que a Modelagem Matemática permite a exploração de aplicações das funções de várias variáveis considerado que, de forma geral, é uma abordagem mais elaborada e, talvez por isso, mais rara nos livros didáticos de CVV do que as vastas possibilidades de aplicações de funções de uma variável, tradicionalmente apresentadas pelos livros didáticos de CUV.

Por fim, à guisa de proporcionar uma visualização global da categorização dos trabalhos mapeados nas tendências estabelecidas, apresentamos a síntese da Figura 1.

Figura 1: Diagrama síntese dos trabalhos mapeados por tendências



Fonte: Elaboração Autoral.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste artigo, procuramos apresentar tendências da pesquisa brasileira em Educação Matemática no Ensino Superior sobre o ensino de Cálculo de Várias Variável (CVV), por meio de um mapeamento de pesquisas realizado no Catálogo de Teses e Dissertações da Capes. Direcionamos nossa análise das cinco teses e sete dissertações mapeadas, inicialmente, numa dimensão horizontal e, posteriormente, numa dimensão vertical. Como mostrou essa leitura, a utilização de Tecnologias Digitais e de teorias da Didática da Matemática Francesa se constituiu na principal tendência da pesquisa brasileira que estabelecemos, coadunando escopos teóricos e delineamentos metodológicos das pesquisas mapeadas.

Outrossim, ainda existem consideráveis possibilidades a serem consideradas no espectro de tendências das pesquisas brasileira e mundial sobre o ensino de CVV, na perspectiva de uma ampliação do leque de pesquisas contextualizadas às demandas educacionais e curriculares que se apresentam. A Inteligência Artificial, por exemplo, tem revelado uma gama de novidades ao cenário educacional e, como já esperávamos, ainda não foi abordada no contexto do ensino de CVV e, como apontam Dos Santos e Reis (2025), precisa ser urgentemente investigada como uma nova faceta tecnológica no horizonte de uma integração responsável na Educação Matemática, em todos os níveis de ensino. Mesmo as Tecnologias Digitais têm se renovado, com o surgimento de novas versões de sistemas, como o GeoGebra Discovery, que permite a descoberta gradual e a demonstração automática de resultados matemáticos (Kovács *et al.*, 2022), versão ainda não utilizada nas pesquisas brasileiras em Educação Matemática no Ensino Superior. Também o Pensamento Computacional pode ser explorado/abordado teórica e metodologicamente no Ensino Superior de Matemática (Gomez Acuña; Reis, 2026) e o ensino de CVV pode vir a se constituir e se consolidar como um fértil locus para seu desenvolvimento.

Outro ponto a ser considerado é a necessidade de realização de mais pesquisas que abordem o ensino de funções vetoriais, integrais de linha e integrais de superfície, conteúdos do CVV não focados nas pesquisas mapeadas. Estas, de forma geral, apontam para certa primazia na abordagem dos conteúdos de funções de várias variáveis e de integrais múltiplas.

Esperamos, assim, que o presente artigo contribua para uma visualização holística das tendências da pesquisa brasileira em ensino de CVV. Tencionamos também que se constitua num incentivo à realização de mais pesquisas que embasem teses e dissertações não somente no Brasil, mas também no cenário internacional da Educação Matemática no Ensino Superior.

| AGRADECIMENTOS

À Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais (FAPEMIG)

| REFERÊNCIAS

- Alves, F. R. V. (2011). *Aplicações da sequência Fedathi na promoção do raciocínio intuitivo no Cálculo a Várias Variáveis* [Tese de Doutorado em Educação]. Universidade Federal do Ceará. <https://repositorio.ufc.br/handle/riufc/3166>
- Andrade, D. (2017). *Cálculo Diferencial e Integral: um Kit de Sobrevivência – Introdução ao Maple*. UEM / DMA. <https://dma.uem.br/kit/apostilas-software/beabadomapple2017.pdf>

- Cavalcanti, J. D. B. (2015). *A noção de relação ao saber: História e Epistemologia, panorama do contexto francófono e mapeamento de sua utilização na literatura científica brasileira* [Tese de Doutorado em Ensino de Ciências]. Universidade Federal Rural de Pernambuco. <http://www.tede2.ufrpe.br:8080/tede2/handle/tede2/7458>
- Cavasotto, M. (2010). *Dificuldades na aprendizagem de Cálculo: o que os erros podem informar* [Dissertação de Mestrado em Educação em Ciências e Matemática]. Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul. <https://tede2.pucrs.br/tede2/handle/tede/3395>
- Cometti, A. M. (2018). *Discutindo o ensino de Integrais Múltiplas no Cálculo de Várias Variáveis: contribuições do GeoGebra 3D para a aprendizagem* [Dissertação de Mestrado Profissional em Educação Matemática]. Universidade Federal de Ouro Preto. <https://www.repositorio.ufop.br/items/3eba63e6-2525-4e50-96af-429f851a2dbf>
- Cury, H. N. (2003). *Análise de erros em Cálculo Diferencial e Integral: resultados de investigações em cursos de Engenharia*. Anais do 31º Congresso Brasileiro de Educação em Engenharia, Rio de Janeiro, Brasil.
- Cury, H. N., & Cassol, M. (2004). Análise de erros em Cálculo: uma pesquisa para embasar mudanças. *Acta Scientiae*, 6(1), 27–36. <http://www.periodicos.ulbra.br/index.php/acta/article/view/128>
- Dos Santos, J. M. S., & Reis, F. S. (2025). *Tecnologias Digitais, Inteligência Artificial e (Re) Configurações do Conhecimento Profissional Docente em Matemática*. Anais do Encontro de Investigação em Educação Matemática 2025, Lisboa, Portugal.
- Fiorentini, D., Grando, R. C., Miskulin, R. G. S., Crecci, V. M., Lima, R. C. R., & Costa, M. C. (2016). O professor que ensina Matemática como campo de estudo: concepção do projeto de pesquisa. In D. Fiorentini, C. L. B. Passos & R. C. R. Lima (Orgs.). *Mapeamento da pesquisa acadêmica brasileira sobre o professor que ensina Matemática: período 2001–2012* (1a ed., pp. 17–41). Faculdade de Educação/UNICAMP.
- Gomez Acuña, G. D., & Reis, F. S. (2026). The development of Computational Thinking in mathematical proofs. *Educação Matemática Debate*, 10(19), 1–21. <https://www.periodicos.unimontes.br/index.php/emd/article/view/9918>
- Henriques, A., Attie, J. P., & Farias, L. M. S. (2007). Referências teóricas da Didática Francesa: análise didática visando o estudo de integrais múltiplas com o auxílio do software Maple. *Educação Matemática Pesquisa*, 9(1), 51–81. <https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/585>
- Imafuku, R. S. (2008). *Sobre a passagem do estudo de função de uma variável real para o caso de duas variáveis* [Dissertação de Mestrado em Educação]. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. <https://repositorio.pucsp.br/handle/handle/11354>
- Ingar, K. V. (2014). *A visualização na aprendizagem dos valores máximos e mínimos locais*

- da função de duas variáveis reais* [Tese de Doutorado em Educação]. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. <https://repositorio.pucsp.br/bitstream/handle/11013/1/Katia%20Vigo%20Ingar.pdf>
- Kovács, Z., Recio, T., & Vélez, M. P. (2022). Automated reasoning tools with GeoGebra: What are they? What are they good for? In P. R. Richard, M. P. Vélez & S. Van Vaerenbergh (Eds.). *Mathematics Education in the Age of Artificial Intelligence: How Artificial Intelligence can serve mathematical human learning. Series: Mathematics Education in the Digital Era* (1a ed., pp. 23–44). Springer.
- Lima, G. L., Bianchini, B. L., & Gomes, E. (2017). Cálculo e Análise: mapeamento das pesquisas do GT04 – Educação Matemática no Ensino Superior. *Vidya*, 37(2), 317–334. <https://periodicos.ufn.edu.br/index.php/VIDYA/article/view/2009/1946>
- Miranda, A. M. (2010). *As tecnologias da informação no estudo do Cálculo na perspectiva da aprendizagem significativa* [Dissertação de Mestrado Profissional em Educação Matemática]. Universidade Federal de Ouro Preto. <https://www.repositorio.ufop.br/items/4bfd282b-7d68-4c52-a9c3-40a7746328c1>
- Miranda, G. M. H. (2018). *Esculturas Matemáticas: atividades para os estudos da Integral Dupla* [Tese de Doutorado em Educação Matemática]. Universidade Anhanguera de São Paulo. <https://repositorio.pgsscogna.com.br/handle/123456789/16847>
- Nasseralla, A. M. (2014). *Elaboração e descrição de situações didáticas com amparo na Sequência Fedathi: o caso da integral imprópria* [Dissertação de Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática]. Universidade Federal do Ceará. <https://repositorio.ufc.br/handle/riufc/10669>
- Oliveira, F. L. (2014). *A produção de conhecimento matemático acerca de funções de duas variáveis em um coletivo de seres-humanos-com-mídias* [Dissertação de Mestrado Profissional em Educação Matemática]. Universidade Federal de Ouro Preto. <https://www.repositorio.ufop.br/items/f165df88-0ac3-4e8b-8966-1e793f4262e>
- Porta, L. D. (2014). *Contribuições da engenharia didática para o ensino e aprendizagem de funções de várias variáveis reais* [Dissertação de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática]. Universidade Franciscana, Santa Maria. <http://www.tede.universidadefranciscana.edu.br:8080/handle/UFN-BDTD/370>
- Reis, F. S., Cometti, M. A., & Santos, E. S. (2019). Contribuições do GeoGebra 3D para a aprendizagem de Integrais Múltiplas no Cálculo de Várias Variáveis. *Revista de Ensino de Ciências e Matemática*, 10(2), 15–29. <https://doi.org/10.26843/rencima.v10i2.2328>
- Silva, I. N. (2019). *O ensino-aprendizagem das funções de várias variáveis através de modelos matemáticos: Uma investigação qualitativa em sala de aula* [Dissertação de Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática]. Universidade Estadual da Paraíba. <https://repositorio.uepb.edu.br/items/99cf9d5b-cc79-45c5-8a50-1560f505cc1e>

- Souza, G. M. (2022). *Integrais Duplas: um estudo à luz de uma articulação entre a teoria antropológica do didático e a teoria a matemática no contexto das ciências* [Tese de Doutorado em Educação Matemática]. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. <https://sapientia.pucsp.br/handle/handle/26524>
- Tall, D. (2002). The Psychology of Advanced Mathematical Thinking. In D. Tall (Ed.). *Advanced Mathematical Thinking* (2a ed., pp. 3-21). Kluwer Academic Publishers.
- Vidotti, D. B. (2019). *Potencialidades da modelagem matemática e da análise de erros para o ensino e a aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral em Várias Variáveis* [Tese de Doutorado em Educação para a Ciência e a Matemática]. Universidade Estadual de Maringá. <http://repositorio.uem.br:8080/jspui/handle/1/8253>

Apéndice - Información sobre el artículo

Historico editorial

Submetido: 22 de Enero de 2026.

Aprobado: 12 de Junio de 2026.

Publicado: 06 de Julio de 2026.

Como Citar — APA

Pereira, J. P. de O., & Reis, F. da S. (2026). Tendências da pesquisa brasileira sobre o ensino de Cálculo de Várias Variáveis: novas perspectivas para a Educação Matemática no Ensino Superior. *PARADIGMA*, XLVII(2), e2026013. <https://doi.org/10.37618/PARADIGMA.1011-2251.2025.e2026013.id1821>.

Como Citar — ABNT

PEREIRA, João Paulo de Oliveira; REIS, Frederico da Silva. Tendências da pesquisa brasileira sobre o ensino de Cálculo de Várias Variáveis: novas perspectivas para a Educação Matemática no Ensino Superior. *PARADIGMA*, Maracay, v. XLVII, n. 2, e2026013, Jul./Dic., 2026. <https://doi.org/10.37618/PARADIGMA.1011-2251.2026.e2026013.id1821>.

Conflicto de intereses

Nada que declarar.

Declaración de disponibilidad de datos

Todos los datos han sido presentados/generados en este artículo.

Derechos autorales

Los derechos de autor pertenecen a los autores, que conceden a la revista **Paradigma** los derechos exclusivos de primera publicación. Los autores no serán remunerados por la publicación de sus artículos en esta revista. Los autores están autorizados a celebrar contratos adicionales por separado, para la distribución no exclusiva de la versión del artículo publicado en esta revista (por ejemplo, publicación en un repositorio institucional, en un sitio web personal, publicación de una traducción o como capítulo de un libro), con reconocimiento de autoría y primera publicación en esta revista. Los editores de la revista **Paradigma** tienen derecho a realizar ajustes textuales y adecuación normativas en este artículo.

Acceso libre

Este artículo es de acceso abierto (**Open Access**) y sin gastos de envío ni de procesamiento del artículo (**Article Processing Charges - APCs**). El acceso abierto es un amplio movimiento internacional que pretende proporcionar acceso en línea libre y gratuito a la información académica, como publicaciones y datos. Una publicación se define como de acceso abierto cuando no existen barreras financieras, legales o técnicas para acceder a ella; en otras palabras, cuando cualquiera puede leerla, descargarla, copiarla, distribuirla, imprimirla, investigarla o utilizarla en la educación o de cualquier otra forma dentro de los acuerdos legales.



Licencia de uso

Este artículo es licenciado con **Creative Commons Atribución-NoComercial-SinDerivadas 4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0)**. Esta licencia le permite compartir, copiar y redistribuir el artículo en cualquier medio o formato. La licencia no permite utilizar el material con fines comerciales ni adaptarlo, remezclarlo o transformarlo.



Comprobación de similitud

Este artículo fue sometido a una comprobación de similitud utilizando el software de detección de texto **iThenticate** de Turnitin, a través del servicio de **Similarity Check** de la Crossref.



Proceso de evaluación

Revisión por pares a doble ciego (**Double blind peer review**).

Editor en Jefe

Fredy E. González

Editores Asociados

Luis Andrés Castillo
Ivonne C. Sánchez S.

Publisher

Este artículo ha sido publicado en la revista **Paradigma** vinculada al Centro de Investigaciones Educativas Paradigma (CIEP) del Departamento del Componente Docente de la **Universidad Pedagógica Experimental Libertador** (Núcleo Maracay). La revista **Paradigma** publica artículos de carácter técnico-científico, derivados de estudios e investigaciones que sirvan de apoyo al desarrollo del conocimiento educativo, propiciando el diálogo entre los diferentes campos de la educación. Las ideas expresadas en este artículo son de los autores y no representan necesariamente la opinión del consejo editorial o de la universidad. En Brasil, la revista Paradigma obtuvo la calificación **Qualis A1** en la **Evaluación CAPES (2021-2024)**.

