LA RELEVANCIA DE LOS CONTEXTOS EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE MATEMÁTICA: UNA EXPERIENCIA PARA DOCENTES Y SUS CAPACITADORES

María Luz Martínez Pérez, Nora A. Da Valle,
Betina Zolkower y Ana Bressan
Escuela Inglesa Woodville
San Carlos de Bariloche, Argentina

Resumen

Este artículo da a conocer una experiencia didáctica realizada por dos docentes en dos quintos grados de una escuela de San Carlos de Bariloche, Argentina. La investigación/acción, preparada como trabajo de evaluación/aplicación final de un curso de capacitación para docentes en el área de matemática, examina los primeros pasos hacia la adopción de un nuevo estilo didáctico por parte de estas docentes en el que la consideración de los contextos y las situaciones en la resolución de problemas de matemática se vuelve central al quehacer en sus aulas. Después de analizar las posibilidades y dificultades que este proceso conlleva, se propone una redefinición de la tarea de capacitación docente, con miras a mejorar el diseño de situaciones problemáticas realistas, rigorizar los métodos de análisis de experiencias didácticas y abrir un espacio para la discusión y la transformación crítica de la práctica tanto de los docentes de matemática como de sus capacitadores.

Palabras clave: capacitación de docentes de matemática; investigación / acción; situaciones problema, modelización, relevancia del contexto.

Abstract

This essay discusses a teaching experiment conducted by two teacher-participants in an in-service mathematics education project. This experiment, conducted in two 5th grade classrooms of a school in San Carlos de Bariloche (Argentina), documents and examines the first steps towards the adoption of a new pedagogical style on the part of the teachers, one in which the consideration contexts and situations in problem solving activities becomes a central feature in their classrooms. After analyzing the limitations as well as the possibilities of such transformation, the authors propose a redefinition of the task of inservice with an eye to improving the design of teaching experiments, enhancing the rigor of those methods used for their analysis, and creating spaces for discussion and transformation of the practices of mathematics teachers and mathematics teacher educators.

Introducción

En la mayoría de las aulas de matemática el quehacer común de docentes y alumnos se centra en la resolución de situaciones camufladas o seudo-problemas, o sea, enunciados verbales en los que el contexto resulta por lo general irrelevante para su comprensión y resolución (Nesher 1980, Reusser 1988, de Lange 1996, Gysin 1997). Frente a estos problemas, los alumnos aprenden a responder con formas de razonamiento estereotipadas empeñándose en deducir las operaciones matemáticas a realizar a partir de palabras ‘clave’ en los enunciados. Aún cuando los problemas son más genuinos, los alumnos tienden a reaccionar de modo mecánico, aferrándose al juego de lenguaje de la matemática escolar, un juego cuya regla implícita es el tratar a los aspectos contextuales de los problemas como ruido a eliminar. Esta actitud los suele llevar a realizar algún tipo de cálculo o combinación numérica para obtener rápidamente un resultado, ignorando el contexto subyacente cuyas características indican la razonabilidad de los procedimientos a utilizar (Baruk 1985, Freudenthal 1991, Greer 1993, Lave 1997). Este fenómeno se agrava en el caso de problemas no rutinarios, esto es, problemas en los cuales el ignorar la situación conduce a respuestas erróneas, sin sentido, y a veces hasta absurdas (Davis 1989, Greer 1993, Verschaffel y de Corte 1997, Verschaffel y otros 1999).

La didáctica de la escuela de Hans Freudenthal (1905-1990), desarrollada en Holanda desde fines de los años sesenta y conocida en el mundo anglosajón como RME (*realistic mathematics education*), constituye un valioso aporte en la dirección de encarar este serio problema. La escuela de Freudenthal concibe a la matemática escolar como un conjunto de actividades de simbolización, modelización, esquematización y algebraización. RME apuesta a que, guiados por el docente y trabajando en interacción con sus pares, los alumnos *reinventen* los objetos, modelos y herramientas de la matemática a partir de contextos susceptibles de ser organizados matemáticamente o *matematizados* (Freudenthal 1973, 1991; Streefland 1991; Gravemeijer 1994). Con fines analíticos, es posible distinguir dos ejes en la actividad matematizadora: la *matematización horizontal* consiste en el pasaje de la realidad a la matemática y la *matematización vertical* consiste en el trabajo dentro de la matemática misma (Treffers 1987).

Desde esta corriente se insiste en que, con el objeto de preservar el sentido, la instrucción mantenga accesible el camino de retorno a las situaciones que sirvieron de fuente de la actividad matematizadora. Esto requiere que tales situaciones se enmarquen dentro de y perciban como contextos realistas. Se entiende pues como situaciones-problema realistas[1] aquellas narrativas imaginables y significativas que orientan a los sujetos de aprendizaje tanto hacia la naturaleza de los modelos, herramientas y operaciones a utilizar para su resolución como a las características y al grado de exactitud de las respuestas. El considerar al contexto como un aspecto intrínseco al problema y no como mero ropaje a eliminar, lleva a los alumnos a poner en juego su sentido común, imaginar las situaciones planteadas, representarlas esquemáticamente mediante modelos y operar sobre éstos para llegar a los resultados.

En procesos cíclicos de investigación y desarrollo (*developmental research*) (Freudenthal, 1991, Gravemeijer, 1994, Van Reeuwijk, 1997), los investigadores que trabajan en esta línea se abocan desde hace tres décadas al diseño de secuencias curriculares realistas, con el objeto de facilitar procesos de matematización progresiva cuyo punto de partida son las soluciones iniciales e informales inventadas por los alumnos.[2]

Tal como los sintetiza van den Heuvel-Panhuizen (1999), los principios de la didáctica realista son los siguientes:

La matemática no como sistema de saberes pre-constituidos sino como actividad humana de organización (*principio de actividad*).

El uso de situaciones realistas, en el sentido de realizables o imaginables no sólo como dominio de aplicación sino también y sobre todo como punto de partida para la matematización (*principio de realidad*).

La génesis y el desarrollo de modelos matemáticos, a partir de la organización de situaciones realistas, los cuales cumplen la función de puentes entre distintos niveles de matematización (*principio de niveles*).

El carácter interactivo del proceso de aprendizaje/enseñanza, el cual hace posible la discusión de las producciones y construcciones de los alumnos desde el punto de vista de su sentido, generalidad, eficiencia, elegancia, etc. (*principio de interacción*).

La fuerte interrelación de los distintos ejes y unidades curriculares (por ejemplo: álgebra y geometría; medida, razón y geometría; etc.), la cual da una mayor coherencia a la instrucción y hace posibles distintos modos de matematizar situaciones (*principio de interrelación*).

Estas y otras ideas fueron trabajadas en dos cursos para docentes de Nivel Inicial y Educación General Básica dictados en San Carlos de Bariloche en los años 1999 y 2000.[3] La cuestión de los contextos realistas--sus características y sus efectos sobre la actividad matematizadora de los alumnos--despertó sumo interés entre los participantes. A nuestro juicio, esto se debe en gran medida a que el fenómeno del sinsentido en la resolución de problemas y, más generalmente, la disociación entre la escuela y la realidad circundante a ella son preocupaciones centrales de los docentes de la región.

Objetivos del trabajo

Explicitar y problematizar las concepciones espontáneas sobre la matemática y su enseñanza que sostienen los docentes es el primer paso hacia la transformación de su práctica. Los cursos del 99 y del 2000 generaron tal ruptura epistemológica en muchos de los participantes.[4] Desde el punto de vista de las docentes co-autoras de este trabajo, el paso siguiente fue el diseño y la puesta en acción de experiencias didácticas destinadas a sacudir el (sin)sentido común de sus alumnos en relación con su modo de interpretar y resolver problemas de matemática. Más específicamente, se trató de poner en juego en el aula, durante tres meses y como parte de las clases regulares de matemática, una modalidad de trabajo en la cual la consideración de los contextos en la resolución de problemas se tornara en un tema central de discusión. La evaluación de esta experiencia incluyó la administración inicial y final de una batería de problemas no rutinarios extraídos de un experimento didáctico realizado por Verschaffel y de Corte (1997).

Desde el punto de vista de las capacitadoras, se trató de revisar de los modos como los docentes reflexionan y actúan sobre su práctica a partir de lo aprendido en las instancias de capacitación. Dado este objetivo, la evaluación de esta experiencia didáctica estuvo guiada por la siguiente pregunta: ¿De qué modo las docentes modificaron su modalidad de instrucción incorporando problemas realizables o imaginables e incentivando en sus alumnos la modelización realista de estos problemas? ¿En qué medida se logró en las aulas de estas docentes redefinir la matemática como actividad matematizadora reflexiva y cargada de sentido y ya no como un conjunto de respuestas mecánicas a problemas estereotipados?

Enfatizamos aquí el enorme desafío que presentó este intento de transformación debido sobre todo a la carencia de materiales curriculares realistas en castellano y al hecho de que las docentes no habían tenido más que una limitada ocasión para re-pensar la matemática desde esta nueva perspectiva. Si por un lado esto reduce las posibilidades de una innovación genuina y duradera, constituye a la vez una valiosa oportunidad para observar *in statu nascendi* intentos de transformación de la práctica docente. Cabe aclarar que las capacitadoras participaron en esta experiencia didáctica--preparada como trabajo final para el curso del 2000--sólo después de su implementación. Esto ocurrió en el transcurso de discusiones en las que se trabajó conjuntamente en el análisis y la interpretación de los registros y producciones de los alumnos, la selección de categorías para dar cuenta de los resultados y la reflexión acerca de la experiencia a la luz de la evidencia obtenida.

Este ensayo se organiza en dos partes. La primera se centra en la labor de las dos docentes que llevaron a cabo la experiencia y la segunda en el trabajo conjunto de docentes y capacitadoras.

Primera parte
Antecedentes de la experiencia

Tal como los describe Lave (1997), lejos de funcionar como situaciones genuinamente problemáticas o dilemas que interpelan el sentido común, la imaginación y el deseo de aprender de los niños, los problemas de enunciado verbal operan como artefactos simbólico-culturales afines al género de los acertijos. Dentro de esta línea, Carraher y otros (1987), Saxe (1991) y Nunes y otros (1993) coinciden en subrayar los contrastes entre la matemática como modo de saber escolar y los saberes locales utilizados por niños y adultos en sus juegos, ventas callejeras u oficios. Estos investigadores destacan la riqueza de significados y la flexibilidad en los métodos de cálculo de la matemática ‘de la calle,’en contraposición con la rigidez algorítmica y pobreza de sentido de la matemática escolar.

En los últimos quince años, muchos especialistas se han abocado a la tarea de examinar las dificultades de los alumnos para modelizar situaciones-problema no rutinarias, encontrando que “las consideraciones del mundo real raramente tienen un rol mediador en las soluciones de los escolares a los problemas aritméticos” (Abreu, 2000). Después de realizar una serie de reseñas bibliográficas e investigaciones, Verschaffel y sus colegas en la Universidad de Leuven, Bélgica (de Corte y Verschaffel 1989, Verschaffel y de Corte 1997) coinciden en señalar que los obstáculos que enfrentan los alumnos a la hora de modelizar situaciones problemáticas no rutinarias son el resultado de modos de enseñanza basados exclusivamente en dietas de problemas estereotipados. Estos problemas, presentados por lo general como instancias de aplicación de operaciones, reglas y procedimientos, son tales que las consideraciones realistas resultan irrelevantes y la aplicación mecánica de algoritmos resulta suficiente y eficiente para su resolución.

Estos autores (Verschaffel y de Corte 1997) sugieren que como primer paso para modificar este estado de las cosas es necesario repensar a la matemática como un conjunto de herramientas para resolver problemas del mundo real (y/o de la matemática misma) y concebir a la aplicación como un proceso que involucra las siguientes fases:

Comprender la situación dentro de la que se enmarca el problema.

Construir un modelo matemático que posea los elementos de la situación que se reconozcan como esenciales para la resolución del problema.

Reorganizar el modelo matemático o la operación sobre él para identificar el elemento o los elementos desconocidos.

Interpretar y evaluar el resultado del trabajo de cálculo a la luz de la situación inicial.

Comunicar los resultados.

Entendida de este modo, la resolución de problemas deja de ser una progresión lineal de los datos a la solución mediante el uso de estrategias generales y generalizables, convirtiéndose en cambio en un proceso complejo, cíclico (de la realidad al modelo y del modelo a la realidad) y cargado de sentido.

Verschaffel y sus colegas han experimentado con varios programas de instrucción en modelización de situaciones-problema no rutinarias (de Corte y otros 1998, Verschaffel y otros 1999). Dado el limitado efecto de estas intervenciones sobre la capacidad a largo plazo de modelizar de los sujetos experimentales, estos investigadores concluyeron, en coincidencia con los investigadores de RME, en la necesidad de trabajar simultáneamente en tres niveles:

-del currículum: incorporando en forma habitual problemas más realistas y menos rutinarios (Meira, 2000);

-de los métodos de enseñanza: propiciando el aprendizaje cooperativo e interactivo, tanto en grupos pequeños como en la puesta en común discusión de toda la clase; y

-de la cultura del aula: creando un ámbito donde las decisiones acerca de la interpretación de los problemas y la valoración de las estrategias de resolución dejen de ser prerrogativa absoluta del docente y resulten en cambio de procesos de “negociación” entre el docente y los alumnos.

Caracterización de la experiencia de aula

La experiencia didáctica que aquí se discute fue llevada a cabo por dos docentes, una de castellano y la otra de inglés, en una escuela pública de gestión privada de la ciudad de San Carlos de Bariloche (Argentina), en el marco de un proyecto de integración curricular de castellano e inglés.

El trabajo se realizó con alumnos de dos secciones de quinto grado (10 y 11 años de edad): 19 alumnos (6 varones y 13 niñas) y 23 alumnos (9 varones y 14 niñas) respectivamente. Ambos grupos de alumnos son heterogéneos en su rendimiento. A pesar de que en el momento de realizarse esta experiencia comenzaban a incorporarse aspectos innovadores en la enseñanza del cálculo en los grados inferiores de esta institución, los alumnos que participaron en este estudio no habían tenido contacto previo con la modalidad de trabajo aquí documentada.

Previamente a esta experiencia, las docentes solían utilizar en sus clases problemas extraídos de libros de texto. Por lo general, estos problemas eran elegidos con la intención de ofrecer a los alumnos instancias de aplicación y ejercicio de conceptos y operaciones, sin tener en cuenta las características de las situaciones en las que éstos se encontraran enmarcados. Las soluciones de estos problemas se corregían y evaluaban desde el punto de vista del uso de operatoria convencional y la obtención de respuestas correctas y unívocas, en un proceso conducido por las docentes con escasa o nula participación de los alumnos.

A partir de los cursos del 99 y del 2000, las docentes se propusieron desempeñar un papel no directivo sino proactivo en la guía de los aprendizajes, incorporando a su práctica una mayor interacción entre alumnos y docentes, abordando de modo explícito y con frecuencia la cuestión de la relevancia de los contextos en la resolución de problemas, en situaciones tanto de formulación como de puesta en común de los problemas.

Desarrollo de la experiencia en el aula

En el marco del curso del año 2000, las docentes coautoras del presente trabajo eligieron la temática y diseñaron la secuencia didáctica a trabajar en su experiencia adaptando libremente materiales proporcionados por las capacitadoras. El eje vertebrador de esta experiencia lo constituyó el artículo de Verschaffel y de Corte (1997). El trabajo conjunto se llevó a cabo de acuerdo con la siguiente planificación:

<u>1. Evaluación inicial</u>: Esta consistió en un problema a resolver en forma individual, con discusión a posteriori de las soluciones realizadas por los alumnos. Problema de inicio: *1438 pájaros están sentados en varios árboles del bosque. Algunos cazadores vienen y les disparan a 725 pájaros. ¿Cuántos pájaros permanecen sentados en los árboles luego de los disparos?*

<u>2. Evaluación diagnóstica</u>: Esta incluyó cinco problemas no rutinarios, esto es, problemas en los cuales el contexto es relevante para su resolución (ver Cuadro No.1, problemas 1A,2A, 3A, 4A, y 5A). Los alumnos trabajaron de modo individual. Si bien los problemas se presentaron en inglés, la docente se aseguró de que todos los alumnos comprendieran el significado de las palabras utilizadas en los enunciados. No se dieron explicaciones de ningún tipo con respecto a la resolución de los problemas presentados.

<u>3. Sesiones de resolución de problemas realistas</u> con base en contenidos vinculados con los temas curriculares de aritmética planificados para esa época del año (Ver ejemplos en Cuadro No.2): Este proceso duró tres meses, a razón de tres bloques semanales de 40 minutos cada uno. En estas sesiones, las cuales fueron debidamente registradas, los alumnos trabajaron en grupos pequeños y heterogéneos o en forma individual, con puestas en común a posteriori. En estas discusiones se encararon los siguientes temas:

La identificación y la comprensión de las situaciones problemáticas planteadas.

Las distintas estrategias y modelos utilizados por los alumnos.

La comparación de estas producciones desde el punto de vista de su sentido y su adecuación para la resolución de los problemas en cuestión.

La elección y justificación, por parte de los alumnos y guiada por la docente, de las estrategias de resolución más eficaces para los problemas dados.

4. Evaluación final: Se administró una evaluación final con problemas similares a los presentados en la evaluación diagnóstica (Ver Cuadro No. 1, problemas 1B, 2B, 3B, 4B, y 5B). En esta ocasión, se requirió que el trabajo fuera individual y no se proporcionaron explicaciones de ninguna índole a los alumnos.

Durante el período en que se realizó esta experiencia, las docentes sostuvieron reuniones semanales para analizar los registros e interpretar los datos obtenidos, evaluar el trabajo y reformular la propuesta didáctica con base en las necesidades surgidas de lo implementado en el aula.

Cuadro 1
Problemas de evaluación inicial (A) y final (B)

Nota: El número los agrupa según la operatoria que requieren. Estos problemas fueron extraídos de Verschaffel y de Corte 1997.

1 A. 1180 hinchas deben ser llevados en colectivo al estadio de fútbol. Cada colectivo puede transportar 48 hinchas. ¿Cuántos colectivos hacen falta?

1 B. 228 turistas quieren disfrutar una vista panorámica de la parte de arriba de un edificio alto. El edificio tiene un solo ascensor. La capacidad máxima del ascensor es de 24 personas. ¿Cuántas veces deberá ascender el ascensor para llevar a todos los turistas a la parte de arriba del edificio?

2 A. Hacia el fin del año escolar, 50 chicos de una escuela primaria trataron de obtener su diploma de atletismo. Para conseguir dichos diplomas tenían que pasar dos pruebas: correr 400 m. en menos de 2 minutos y saltar en alto1,5 m. Todos los chicos participaron en las dos pruebas. 9 chicos fallaron en la prueba de correr y 12 fallaron en la prueba de salto.¿Cuántos chicos no lograron conseguir sus diplomas?

2 B. Carlos y Jorge son compañeros de clase. Carlos tiene 9 amigos que quiere invitar a su cumpleaños, Y Jorge 12. Como cumplen años el mismo día deciden hacer una fiesta juntos. Ellos invitan a todos sus amigos. Todos sus amigos vienen a la fiesta. ¿Cuántos amigos hay en la fiesta?

3 A. Hace algún tiempo una escuela organizó una fiesta de despedida para su director. Él fue director de la escuela desde el 1 de enero de1959 hasta el 31 de diciembre de1993. ¿Cuántos años fue director de esa escuela?

3 B. Este año el festival de rock Torhout/Werchter fue llevado a cabo por quinceava vez. ¿En qué año se hizo por primera vez?

4 A. Un hombre quiere tener una soga lo suficientemente larga como para unir dos postes que están a una distancia de 12 metros, pero sólo tiene pedazos de soga de 1,5 metros de largo. ¿Cuántos de estos pedazos necesitaría atar para unir los dos postes?

4 B. Esteban ha comprado 4 planchas de madera de 2,5 metros cada uno. ¿Cuántas planchas de 1

metros puede serruchar de estas tablas

5 A. El mejor tiempo en que Matías puede nadar los 50 metros pecho es 54 segundos. ¿Cuánto tiempo le llevará nadar los 200 metros pecho?

5 B. Este frasco está siendo llenado por una canilla a un ritmo constante. Si el agua tiene 4 cm. de profundidad después de 10 segundos, cuán profunda será después de 30 segundos? (Este problema fue acompañado por un dibujo de un frasco)

Cuadro 2
Ejemplos de contextos, situaciones y problemas utilizados durante las sesiones de enseñanza/aprendizaje de modelización realista

Módulo A: El día de un soldado (Estos problemas fueron extraídos de Verschaffel y de Corte 1997)

- 300 soldados deben ser transportados en jeep a su lugar de entrenamiento. Cada jeep puede llevar 8 soldados. ¿Cuántos jeeps se necesitan?

- En el lugar de entrenamiento, los soldados son llevados a un hangar. Este hangar está lleno de un gran número de cajas pesadas que necesitan ser transportadas a otro hangar. Estas cajas son tan pesadas que se necesitan 8 hombres para levantarlas. ¿Cuántas de estas cajas pueden ser transportadas a la vez por estos 300 soldados?

- De vuelta en sus barracas, todos los soldados tienen mucha hambre. El cocinero ha preparado 300 litros de guiso. Por lo tanto él necesitó 8 cacerolas grandes completamente llenas, todas del mismo tamaño. ¿Cuántos litros de guiso contiene una cacerola?

- A la tarde los soldados tienen que participar en un desfile militar. Ellos tienen que formar filas de 8. ¿Cuántos soldados sobran después de haber formado el máximo número posible de filas?

Módulo B (Estos problemas fueron seleccionados y adaptados de Dickenstein A y otros 1999).

1) Cumpleaños y empanadas: La Sra Isabel decidió festejar su cumpleaños invitando a sus amigos a comer empanadas. Como no sabía calcular la cantidad de empanadas llamo a su amiga Miriam, que había hecho una reunión la semana anterior. Miriam le dijo que eran 27, cada uno tenía un plato con 5 empanadas y se comieron todas. En la cocina quedaron 4.

-¿Qué cuentas hizo Isabel para calcular la cantidad de empanadas que había en la casa de Miriam?

-¿Cuántas empanadas había?

-Para su cumpleaños Isabel cocinó 163 empanadas. Cada invitado comió 5 empanadas, como en la fiesta de Miriam, y sobraron 3.

-¿Cuántos invitados fueron a su fiesta?

-¿Qué cuentas hicieron para calcular el número de invitados?

2) Casamiento y empanadas

En un casamiento sirvieron 152 platos con 8 empanadas. El cocinero había preparado 1224 empanadas en total, y dijo que de esas él había comido sólo 5 y había distribuido el resto en los platos.

-¿Puede esto ser cierto? ¿Por qué? ¿Qué piensan que podrá haber sucedido?

-Si él tuviera un ayudante cuántas empanadas se pudo haber comido?

-A la hora del té sirvieron 152 platos con 23 masitas. El cocinero y su ayudante dicen que ellos comieron 6 masitas de las 3500 que se habían comprado para la fiesta.

-¿Puede esto ser cierto? Explica tu respuesta.

3) Todo marcha sobre ruedas

Los papás de Yésica le prometieron que vendrán a Bariloche a conocer la nieve el próximo invierno. Ella y sus dos hermanos menores están muy entusiasmados preparando el viaje y los papás hacen cuentas para saber cuánto gastar. Lo primero que tienen que decidir es cómo viajar. El pasaje de avión cuesta $ 155. Una posibilidad es ir en micro. En la empresa “Buenas Noches Bariloche” cada pasaje cuesta $ 55. Van a viajar Yésica, sus dos hermanos menores y los papás.

-¿Cuánto costará el viaje de ida, y el de vuelta?

-¿Cuánta ropa tendrán que llevar?

Como les pareció caro, la mamá de Yésica buscó otra empresa que le ofreció el siguiente plan familiar: Los chicos de hasta 4 años no pagan; desde 5 años y hasta los 13 años inclusive, pagan medio pasaje y los mayores de 14 años pagan el pasaje entero, que es de $ 75. Yésica tiene 13 años, los hermanitos tienen 5 años y 3 años de edad.

- Para la familia de Yésica ¿es esta empresa más barata que la anterior?

- ¿Cuál es la diferencia de precio con la otra empresa?

Al papá de Yésica se le ocurrió que quizás era más barato ir en auto. Para saber cuánto costaba el viaje, averiguó que el recorrido que tienen que hacer es de 1600 km. El auto gasta 11 litros de nafta por cada 100 km. que recorre en la ruta y la nafta cuesta $ 0.95 el litro.

-¿Cuántos litros de nafta necesitan para llegar?

-¿Cuánto les cuesta el viaje de ida?

Resultados y conclusiones

Lo que sigue es lo escrito por las docentes en su informe final, después de realizada esta experiencia.

Respecto del problema de inicio: Cuarenta alumnos resolvieron el problema por medio de una resta. La mayoría comentó lo fácil que les había resultado la tarea. Durante la puesta en común, dos alumnos indicaron que no podía haber quedado ningún pájaro porque los que no se habían caído sin duda habrían de haber huido al escuchar los disparos. No obstante, al observar sus carpetas notamos que habían hecho la cuenta (“por las dudas.”) Todos coincidieron de inmediato con que no quedaría ningún pájaro en los árboles. Cuando se les preguntó por qué habían hecho la cuenta, la mayoría respondió porque “no sabemos pensar.” Algunos comentaron que éste era un problema “con trampa” y una alumna preguntó si se trataba de un problema de “matemática o de ingenio.” Durante las puestas en común, se enfatizó la importancia de leer las consignas de los problemas completa y cuidadosamente, comprender las situaciones y distinguir los datos relevantes de los que no lo son.

Respecto de la evaluación diagnóstica: Notamos dificultades para resolver los problemas en la mayoría de los alumnos. Nuestra hipótesis es que no leyeron comprensivamente los enunciados ni interpretaron adecuadamente las consignas, resolviendo los problemas de modo mecánico utilizando algoritmos conocidos. Muchos alumnos demostraron un absoluto desinterés por resolver los problemas. Hubo un alto porcentaje de problemas sin respuesta y altos porcentajes de respuestas ilógicas y errores de cálculo. El percibir esta actividad como una examinación, a pesar de que se aclaró que no lo era, produjo malestar en la mayoría de los alumnos.

Respecto del período de enseñanza: La participación activa de los alumnos en las discusiones aumentó muchísimo. Se notó la resistencia por parte de muchos alumnos a cambiar su forma de encarar los problemas, manifestada en intentos de modificar el problema o la inclusión de comentarios irrelevantes.

Respecto de la evaluación final: Se notó un incremento en el porcentaje de respuestas realistas, o sea respuestas que tienen en cuenta el contexto y la situación, entre los problemas de la evaluación inicial y final. Observamos también que el rendimiento menor en la resolución de los problemas se concentró en aquellos alumnos que poseen dificultades en otras áreas de la currícula escolar. La evaluación final no creó malestar en los alumnos. Por el contrario, estos se abocaron a la tarea con un mayor interés y flexibilidad en su razonamiento.

A continuación se incluyen cuatro fragmentos de diálogo en torno a la resolución de los problemas dados.

1. Situación problema: *En el lugar de entrenamiento, los soldados son llevados a un hangar. Este hangar está lleno de un gran número de cajas pesadas que necesitan ser transportadas a otro hangar. Estas cajas son tan pesadas que se necesitan 8 hombres para levantarlas. ¿Cuántas de estas cajas pueden ser transportadas a la vez por estos 300 soldados?*

-Mavi: Sobran 4 y no pueden llevarla.

-Glenda: Ah no, pero no es lo mismo. Se necesitan 38 hombres.

-Johanna: No, 37. Y los 4 que sobran no hacen nada.

-Belén: Sabemos cuántas cajas tienen que llevar al mismo tiempo.

-Gastón: Cuatro pueden llevar una caja.

-Amely: No le entra que 4 no pueden llevar la caja! [refiriéndose a Gastón]. Cuando los otros terminen de llevar las cajas, ellos pueden ayudar a los 4 que quedan.

-Nicol: Los 4 que quedan se van a desmayar!

<u>2. Situación problema</u>: *De vuelta en sus barracas, todos los soldados tienen mucha hambre. El cocinero ha preparado 300 litros de guiso. Por lo tanto él necesitó 8 cacerolas grandes completamente llenas, todas del mismo tamaño. ¿Cuántos litros de guiso contiene una cacerola?*

-Ramiro: ¿De dónde sacás los 4? Los que sobran…

-Agustina: Es como si una cacerola midiera 8 m. y 4 es la mitad, por eso medio más.

-Guido: Quedan 4 litros, entonces los dividimos por 8 y agregamos ½ litros a cada cacerola.

-Catalina: Sobran 4, entonces dividimos 8 por 4 y nos da exacto.

-Clara: Podemos dividir 300 por 8.

-Florencia: Podemos hacer la mitad para que sea más fácil. 150 dividido 4 y después por 2.

-Francisco: Pero es lo mismo. Tenés que hacer dos cuentas.

[El grupo hace el cálculo: 300 dividido 8. Algunos recurren al algoritmo tradicional].

-Florencia: Es más fácil con la mitad.

[Nadie le presta atención aunque la docente señala que la escuchen].

-Francisco: Es menos de 40.

-Glenda: Necesito decimales para que llegue a 20 y te dé exacto. De 280, necesito 20 más para que lleguen a 300. Necesito la mitad de 8, entonces necesito decimales.

-Nico: Sobran 4

-Mora: Cuatro no comen. Quizás la respuesta sea una fracción o un decimal.

Rodrigo y su grupo construyen la siguiente tabla de razones

Litros	300	150	75	37.5
Cacerolas	8	4	2	1

-Docente: ¿Cómo saben que es la mitad de 75?

-Rodrigo: Sabemos que la mitad de 70 es 35 y la mitad de 5 es 2.5. Los sumamos y nos da 37.5

Después de resolver y discutir las distintas situaciones planteadas dentro del contexto “El día del soldado,” muchos alumnos concluyeron que si bien todos los problemas involucraban una división con los mismos números (300 ÷ 8), la interpretación del resultado y por lo tanto la respuesta al problema debía basarse en la situación en cuestión.

3) Situación problema: *En la empresa “Buenas Noches Bariloche” cada pasaje cuesta $ 55. Van a viajar Yésica, sus dos hermanos menores y los papás. ¿Cuánto costará el viaje de ida, y el de vuelta?*

Johanna y su grupo construyeron una tabla:

Pasaje	55	110	220	275
$	1	2	4	5

Johanna: Averiguamos el 5 sumando el de 4 y el de 1. Después dividimos 75 por 2 por cálculo para saber el precio del boleto de Yésica. Después hicimos 75 x 3 porque es obvio que dos medios van a costar $75. Y nos dio $ 225. Después restamos

-Docente: ¿Hay algún cálculo en la segunda parte que podrían haber evitado?

-Johanna: Sí, 75 dividido 2.

-Docente: ¿Alguno tuvo en cuenta el precio del avión?

-Varios: No, porque querían lo más barato.

-Docente: ¿Había otro dato que consideran que no era necesario?

-Belén: Sí, la ropa. Es como una trampita para pensar.

-Docente: ¿Para pensar qué?

-Belén: Lo que me sirve y lo que no.

4) Situación problema: *Al papá de Yésica se le ocurrió que quizás era más barato ir en auto. Para saber cuánto costaba el viaje, averiguó que el recorrido que tienen que hacer es de 1600 km. El auto gasta 11 litros de nafta por cada 100 km. que recorre en la ruta y la nafta cuesta $ 0.95 el litro. ¿Cuántos litros de nafta necesitan para llegar?¿Cuánto les cuesta el viaje de ida?*

-Clara: La distancia es de 1600 km y cada 10 km., 10 litros. Es obvio que va a ser 160.

-Docente: No es obvio. ¿Cómo lo hicieron?

-Clara: Nosotros hicimos una recta doble:

l.	10	20	30	40
km.	100	200	300	400

Y cuando la empezamos nos dimos cuenta de que no era necesario seguirla porque le íbamos agregando un cero porque multiplicábamos por 10. Entonces nos dimos cuenta de que era un cero menos. El precio lo aproximamos a un peso. Nos dio $160 aproximadamente.

-Philippe: Yo hice directamente 1600 dividido 10. Cada 100 km. gastaba 10 l. de nafta, se saca un cero. Después multipliqué 0.95 x 160 y me dio $ 152.

-Male: Yo hice $ 0.95 x 10 que me dio $ 9.5. Hice la recta hasta 1000 para saber a 1600, para ver cuántos l. habían gastado. Después sumé 1000 + 600. Después hice 9.5 x 16 y me dio $ 152.

-Docente: ¿Por qué por 16 y no por 160?

-Nati: Porque ya habíamos averiguado x 10 l. Lo del precio lo aproximé a $1. Como me dio 160, son 16000 centavos. Como lo había aproximado, le resté los centavos que sobraban para saber exacto. Como sobraban 5 centavos por cada peso, los multipliqué por los 160 l. Esos centavos se los quité a los anteriores. Lo dividí por 100 y me dio $ 152.

-Francisco: Hubiera sido más fácil hacer una tabla que una recta.

Nuestra intención al presentar estos fragmentos, seleccionados por las capacitadoras a partir de los registros realizados por las docentes, es dar ejemplos de interacción vertical (docente-alumno) y horizontal (alumno-alumno) como parte del proceso de renegociación del contrato didáctico en las aulas donde se realizó esta experiencia. Este material es también revelador del hecho de que las situaciones-problema plateadas durante la secuencia didáctica lograron interpelar el sentido común y la capacidad de razonar de los alumnos, sirviendo a la vez de fuente y de soporte para la emergencia de herramientas y modelos matemáticos tales como la línea numérica abierta y la tabla de razones.

¿Qué conclusiones elaboraron las docentes a partir del análisis de su experiencia didáctica? Lo que sigue es un extracto del trabajo final que las mismas presentaron a las capacitadoras.

Los alumnos que se involucraron más en el proyecto fueron generalmente aquellos más fuertes en el área de matemática y ellos son también los que realizaron un avance mayor del pre al post test. En esto nuestros resultados coinciden con los de Verschaffel y de Corte (1997).

No todos los problemas presentaron para los alumnos el mismo nivel de dificultad. Muchos tuvieron dificultades para comprender las situaciones, sobre todo en los casos en que los contextos y situaciones les resultaban poco familiares. Por ejemplo, en relación con el problema del festival de rock (Cuadro No. 1, 3B), un alumno dijo “No se puede saber si se hizo el festival en un año 15 veces o 1 vez cada año. Se pudo hacer por primera vez este año.” En trabajos futuros, sería importante cerciorarse de que éstos queden claros. En el problema de las tablas (Cuadro No.1, 4B), algunos pensaron que las maderas no se pueden pegar y otros argumentaron que sí es posible, y que eso depende de para qué se usen los tablones.

Algunos alumnos mostraron una tendencia a cuestionar la información dada en los problemas, aduciendo que tal como estaban formulados éstos no podían resolverse. Frente al problema del ascensor, la opinión de Victoria fue la siguiente: “En realidad no se puede saber por qué en el ascensor entran 24 personas porque si hay bebés, los bebés también son personas, y pesan menos. Y también si entran personas flacas, también puede ser que entren más personas y si entran gordos, no entran 24 personas. Así que ni con cuentas se puede saber!”

En muchos casos, los alumnos se vieron influidos por sus pares en cuanto a la interpretación de los contextos. Notamos un cambio significativo en la cultura del aula. Comenzó a valorarse el escuchar y hacerse comprender así como también el pedir y dar razones y justificaciones. Al enfrentarse con situaciones en las que la aplicación de las operaciones aritméticas sugeridas a primera vista por la estructura del problema daba lugar a respuestas incorrectas y soluciones absurdas, muchos alumnos reconsideraron sus supuestos acerca de la relevancia de los contextos. A medida que se fueron acostumbrando a trabajar de este modo comenzaron a tomarle más gusto a la resolución de problemas de matemática.

Segunda parte

Análisis realizado en conjunto por los docentes y sus capacitadores

El informe presentado por las docentes generó por parte de las capacitadoras una serie de acciones motivadas por la meta global de facilitar, por parte de éstas, una toma de conciencia de la relevancia de los contextos en el aula de matemática. Para ello convenimos en conjunto en los siguientes puntos:

Analizar los problemas desde el punto de vista de la noción de contexto realista trabajada en el curso.

Revisar y en lo posible mejorar la metodología empleada para el análisis de resultados.

Evaluar las inferencias realizadas por los docentes en relación con la experiencia realizada.

Contribuir al análisis y la interpretación de los comentarios y producciones de los alumnos

Efectuar una devolución que provoque, tanto por parte de las docentes a cargo de la experiencia como por parte del resto de los participantes del curso, al análisis crítico de la tarea de enseñar la matemática.

a) Análisis de los problemas y sus contextos

Al revisar la noción de contexto junto con las docentes, ellas mismas notaron los siguientes errores:

En el problema de inicio--"1438 pájaros en varios árboles del bosque"--los números seleccionados alejan a la situación de todo contacto con la realidad. El objetivo de este problema fue averiguar si los alumnos pondrían en juego su sentido común respondiendo que los pájaros habrían salido volando al escuchar los disparos. Lo absurdo de la situación restó toda verosimilitud a la tarea, logrando una vez más que los alumnos recurrieran al algoritmo convencional de la resta sin detenerse a pensar en el sentido del problema. Frente a un problema "escolarizado," no es sorprendente que la respuesta también sea "escolarizada."

El problema acerca del casamiento, los invitados y las empanadas es también una situación "camuflage" donde el contexto sólo sirve como revestimiento formal de una situación de cálculo, en este caso la división. La estructura matemática se impone sobre la lógica de la solución, dando lugar a cuestionamientos irrelevantes en la realidad. (¿Qué importa cuántos se come el cocinero si cumple con la cantidad de empanadas a entregar? ¿Cómo juzgar lo que pasa en la cocina como cierto? ¿Mintió el cocinero o contó mal? ¿La distribución por platos es siempre homogénea? Etc.)

Dado el desconocimento por parte de los alumnos de la frecuencia con que se realiza este evento, el problema acerca del festival de rock Torhout/Werchter, dio lugar a respuestas divergentes tales como "No se puede saber si se hizo el festival en un año 15 veces o 1 vez cada año. Se pudo hacer por primera vez este año." Esto podría haberse evitado substituyendo esta situación por otra equivalente relacionada con un acontecimiento local.

b) Análisis de los resultados obtenidos por los alumnos

Con base en la lectura de las conclusiones elaboradas por los docentes, surgen las siguientes preguntas: ¿Qué tipo de respuestas se juzgaron correctas para esta experiencia? ¿Se notó un cambio en la disposición de los alumnos hacia dar una mayor significación y relevancia a los contextos? ¿En qué medida esta nueva disposición afectó su capacidad para resolver los problemas?

Al analizar los resultados, notamos que aunque las conclusiones evidencian que las docentes manejaron categorías a nivel intuitivo, les faltó explicitar los criterios utilizados para categorizar las estrategias y respuestas de los alumnos. Esta observación nos llevó a releer el trabajo de Verschaffel y de Corte (1997), con atención a la metodología que éstos utilizan para evaluar el trabajo de los alumnos. Con base en esto, elaboramos conjuntamente categorías de respuestas y revisamos nuevamente las producciones de los alumnos a la luz de estos criterios. A continuación se detallan las categorías utilizadas.

Respuestas realistas (R): Surgen a partir del uso efectivo del conocimiento del mundo real acerca del contexto implicado en el problema en una o más etapas del proceso de resolución. Se consideran tanto los problemas con respuestas lógicas como aquellos que sin explicitar cálculos evidencian la consideración efectiva del contexto en cuestión.

Ejemplo: Para el problema del ascensor (Cuadro 1, 1B), Nicolás hace la siguiente tabla:

Personas	24	240	216
Veces que sube	1	10	9

Y responde: *"El ascensor deberá ascender 10 veces para llevar a los turistas a la parte de arriba del edificio".*

Respecto del problema 5B acerca del llenado del frasco: *"No se puede hacer con precisión porque 4cm abajo no es lo mismo que arriba…Se hacen más de 4cm en el pico"*

Problema 4B: *" Puedo serruchar 8 de 1m porque de cada uno corto 2 y los 50cm que sobran los tiro"*

Respuestas no realistas (NR): Resultan de una aplicación de una operación aritmética implicada en el problema de una manera directa y no crítica, anticipada al análisis.

Ejemplos: Para el problema de los amigos invitados a la fiesta (Cuadro 1, 2B), una alumna hace el siguiente cálculo rápidamente:

"13 +10 = 23 amigos. 13 de Jorge y sus amigos y 10 de Carlos y sus amigos"

Problema 4B: "Son 10 porque 2,5 x 4 son 10 tablones"

Error técnico (ET): Resultan de la aplicación directa de una operación aritmética provocada por el enunciado, pero difieren de las respuestas no realistas por cambiar los números dados o una inadecuada ejecución de la operación.

Ejemplos:

Problema 4B: "2,5 x 100"

Problema 5A: "216 seg = 2, 16 minutos"

Para el problema del ascensor, un alumno realiza la siguiente cuenta: 228 : 24 = 90. Luego dice:"El ascensor debe subir 91 veces para que lleguen todos arriba, porque en la cuenta me dio 90, pero 12 turistas faltaban así que 1 vez más."(Acá se une la cuenta mal hecha y la falta de sentido común para juzgar el resultado)

Otra respuesta (OR): En esta categoría se incluyen todas aquellas respuestas que no pueden ser clasificadas como pertenecientes a las categorías anteriores ya sea por tener operaciones incorrectas o porque no se logra comprender la argumentación.

Sin respuesta (SR): En esta categoría se incluyen los casos en que los alumnos no dieron ninguna respuesta al problema en cuestión.

c) Organización de la información

Una vez realizado nuevamente el análisis de las producciones de los alumnos a la luz de los criterios antedichos y triangulándose las categorizaciones de respuestas entre docentes y capacitadores, decidimos organizar la información en una tabla, para así poder comparar y contrastar las respuestas de los alumnos en cada uno de los problemas de las evaluaciones inicial y final.

Cuadro 3.
Comparación de resultados entre la evaluaciones inicial y la final

	Evaluación inicial (38 alumnos)				
	Tipo de respuestas (%)				
Problema	**R**	**NR**	**ET**	**SR**	**OR**
1A Colectivo	10	60	10	10	10
2A Diploma	0	45	35	20	0
3A Director	2,5	30	35	32,5	0
4A Soga	18,4	10,5	50	18,4	26
5A Nadador	0	0	5,3	26,3	68,4

	Evaluación inicial (39 alumnos)				
	Tipo de respuestas (%)				
Problema	**R**	**NR**	**ET**	**SR**	**OR**
1B Ascensor	54	15,3	28,2	0	2,5
2B Cumpleaños	28,2	69,2	2,5	0	0
3B Festival	10,25	72	10,25	7,5	0
4B Madera	48,7	23	7,7	10,25	10,25
5B Frasco	43,6	41	2,6	10,2	2,6

A partir de la lectura crítica de la tabla, surgen las siguientes conclusiones:

Entre la primera y la segunda evaluación bajan drásticamente los porcentajes de SR y OR.

En la evaluación final aumentan considerablemente los porcentajes de R y NR a la vez que disminuyen los ET, con excepción de los problemas 1A y 1B.

Los porcentajes de R tanto en la evaluación inicial como en la final presentan marcadas diferencias según los problemas.

En la prueba final, en los problemas 2 B y 3 B, aumentan notoriamente las respuestas no realistas con respecto a los problemas correspondientes de la prueba inicial.

El problema 4B (maderas) posee el mayor porcentaje de SR y OR en la prueba final, mientras que el problema más dificultoso en la prueba inicial fue el 5A (nadador).

Los problemas ordenados en relación al mayor porcentaje de R en la prueba inicial fueron 4-1-3-2-5, mientras que en la prueba final fueron: 1-4-5-2-3.

d) Interpretación de los resultados

Como lo anticipábamos, los resultados obtenidos concuerdan fuertemente con los obtenidos por Verschaffel y sus colegas:

Los problemas de división, donde debían tener en cuenta el resto; fueron en donde los alumnos obtuvieron mejores logros.

Los más dificultosos fueron:

a) Los problemas 2A y 2B, que poseen distinto grado de dificultad lógica con respecto a los otros ya que admiten respuestas múltiples.

b) Los problemas 3A y 3B exigen el uso correcto del calendario como referente mental donde importan los intervalos temporales transcurridos y no el resultado de una resta

El problema 4B presentó confusión a los alumnos al centrarse en la posibilidad de usar todos los pedazos y no centrarse estrictamente en la información del problema, que decía cuántas tablas de 1m se podían serruchar.

El problema 5 B (frasco) resultó más sencillo a los alumnos que el 5B del nadador, posiblemente por la presencia del dibujo.

El problema 3B debió ser cambiado por un evento conocido por los alumnos. El no saber la frecuencia estipulada para el festival de rock (implícitamente dada por la naturaleza del mismo en Bélgica) confundió a los alumnos. Se debería haber utilizado un acontecimiento conocido por los alumnos como, por ejemplo, las Fiesta Annual de las Colectividades.

Finalmente, y como era de esperar, los problemas en contextos donde los alumnos parecieran tener mayor experiencia como los de colectivo, ascensor y soga obtuvieron el mayor porcentaje de respuestas lógicas y correctas.

Conclusiones

A continuación transcribimos las reflexiones de las docentes que realizaron esta experiencia:

Nos resultó difícil seleccionar situaciones-problema realistas porque no teníamos suficientemente en claro las propiedades de éstas ni tampoco qué contextos resultarían significativos para nuestros alumnos. Una vez que nos reunimos con los capacitadores y analizamos el material obtenido, comprendimos la verdadera diferencia entre problemas acertijo y situaciones realistas. También notamos que al trabajar de este modo capacitamos a los alumnos para que en el futuro puedan analizar críticamente y con mayor profundidad las formas de pensamiento matemático que se usan en la vida diaria y en la ciencia y la tecnología y que por cierto difieren en gran manera de nuestras prácticas escolares habituales. Aprendimos a iniciar discusiones controlando mejor nuestra ansiedad e incertidumbre acerca de las posibles respuestas de los alumnos, dando lugar a una producción colectiva de ideas y argumentos. Los alumnos ni querían salir a recreo ni nosotros irnos de la clase. La búsqueda del equilibrio justo "entre la fuerza de la instrucción y la libertad del aprendizaje de enseñar" (Freudenthal 1991, p.48) un proceso arduo y lleno de obstáculos pero es a la vez una elección que crea un mayor compromiso por parte de docentes y alumnos con la tarea de enseñar y aprender matemática.

Como capacitadoras, esta experiencia nos lleva a una mayor toma de conciencia de:

Las dificultades y los obstáculos para la comprensión, por parte de los docentes, de la noción de contexto tal como se la utiliza dentro de la matemática realista;

La necesidad de incluir en cursos, seminarios, y talleres de capacitación el análisis crítico, el diseño y la puesta prueba de contextos y situaciones problemáticas desde el punto de vista de la lógica de lo cotidiano, el sentido común, y el potencial de estos contextos y situaciones para generar procesos de modelización y simbolización matemática; y

La indispensabilidad de un cambio radical a nivel de la cultura del aula, desde el modelo docente conocedor- problema estereotipado- alumno dependiente , hacia el modelo docente como mediador entre el saber matemático informal de los alumnos y la matemática formal, provocador de discusiones y generador de preguntas, capaz de devolver a los alumnos el control de las situaciones "manejando la ansiedad e incertidumbre acerca de las posibles respuestas de los alumnos" y abriendo el discurso pedagógico y la negociación hacia las nuevas normas (de autonomía, interacción, cooperación, respeto por el razonamiento ajeno) que se deben introducir en la clase para que esta tarea de frutos.

El análisis de la práctica de los docentes puso de manifiesto sus dificultades para comprender y hacer un uso no banalizado de la noción de contexto realista. Esto incluye tanto el sentido amplio de esta noción--realista no significa realmente existente, sino realizable o imaginable--como el carácter relativo de la misma: que un contexto sea o no realista depende de la experiencia previa de los alumnos y/o de su capacidad para imaginarlo o visualizarlo. En otras palabras, los contextos y situaciones no son realistas en si mismos sino en la medida en que interpelan a los alumnos, invitándolos a poner en juego su sentido común, su imaginación y los conocimientos específicos que estos puedan poseer acerca de tales contextos y situaciones.

Dicho esto vale subrayar una vez más que no lo que aquí se propone no es utilizar la realidad como única fuente de actividades en el aula de matemática. Esto limitaría seriamente las oportunidades para que los alumnos aprendan a matematizar en el eje vertical, esto es, a operar dentro del ámbito de la matemática misma. De los que se trata es de incorporar al aula un modo de trabajo en el cual tenga lugar la pregunta acerca del sentido de la actividad matemática, creándose un espacio de discusión no sólo en torno a estrategias y soluciones sino también y sobre todo en lo que respecta a la interpretación de las situaciones-problema alrededor de las cuales se articula el quehacer común del docente y sus alumnos.

A modo de cierre creemos necesario enfatizar que el uso de contextos y situaciones razonables e imaginables es condición necesaria pero no suficiente para re-significar la matemática escolar. Las situaciones-problema sólo funcionan como tales en la medida en que entran en el terreno discursivo al ser expresadas verbalmente ya sea de modo oral o por escrito. Esto hace urgente la necesidad de mirar más de cerca--tanto en el diseño de experiencias didácticas como en el de programas de formación y capacitación de docentes--los aspectos semióticos de la interacción en el aula de matemática (van Oers 2000, Zolkower y Shreyar 2002).

La reflexión conjunta de capacitadores y capacitandos acerca de los logros y las limitaciones de esta y otras experiencias didácticas, nos recuerda una vez más que la tarea de capacitación docente es un proceso espiralado que va de la práctica a la teoría, desde ésta, reconstruida otra vez a la práctica y así sucesivamente, en un camino incierto en busca de aquellos modos que mejor permitan dar cuenta de la complejidad de los procesos de enseñanza/aprendizaje y preparar a los docentes para enfrentar los dilemas de su práctica en el aula de matemática.

Notas

1. En holandés, *zich realiseren* incluye el sigificado de realizar o imaginar algo en forma concreta (van den Heuvel-Panhuizen 1996).

2. Ver, por ejemplo, *Mathematics in Context*, una serie curricular para los grados 5to a 8vo diseñada por investigadores del Instituto Freudenthal (Utrech, Holanda), en colaboración con el National Center for Research in Mathematical Sciences Education (Universidad de Madison, Wisconsin, EEUU). [Nota: Los cuadernillos para el alumno han sido traducidos al castellano, aunque no así los cuadernos para el docente].

3. Los cursos, titulados "Los aportes de la teoría de Freudenthal a la enseñanza de la matemática," estuvieron a cargo de la Dra. Betina Zolkower y la Prof. Ana Bressan, coautoras del presente trabajo.

4. Entre los trabajos realizados por docentes que participaron en los cursos de introducción a la didáctica realista se incluyen: Collado y otros 2000, Zolkower, 1994.

Referencias

Abreu, G de. (2000). El papel del contexto en la resolución de problemas matemáticos. En Gorgorió N, Deulofeu J, Bishop A. (coords): *Matemáticas y educación. Retos y cambios desde una perspectiva internacional*. España ICE. Universidad de Barcelona. GRAó.

Baruk, S. 1985. *L'Age du Capitaine: De l'Erreur en Mathematiques*, Paris: Editions du Seuil.

Carraher, T. y otros. (1987). Written and oral mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education* 18 (2): pp. 83-97.

Collado, M. y otros. (2000). *El colectivo y las operaciones de suma y resta*. Documento Interno del GPDM.

Davis, (1989). The culture of mathematics and the culture of schools. *Journal of Mathematical Behavior* 8: 143-160.

De Corte, E. y otros. (1998). *Design and Evaluation of a Learning Environment for Mathematical Modeling and Problem Solving in Upper Elementary School*. Ponencia presentada en el Simposio EARLI SIG "Instructional Design for Problem-Based Learning," en Maastricht, Holanda (26-7 de junio).

De Lange, J. (1996). *Real problems with Real World Mathematics*. Ponencia presentada en el ICME 8 (julio) en España.

Dickenstein S y otros (1999). *Pensar con matemática 5*. Texto de aula. Pág. 132. Ed. Estrada.

Freudenthal, H. (1985). *Mathematics starting and staying in reality* en *Developments in School Mathematics Education Around the World*. Texto compilado por Wirszup y Streit. Reston, VA: NCTM. (Documento Interno del GPDM; traducción: Norma Saggesse).

Freudenthal, H. (1991). *Revisiting Mathematics Education: China Lectures*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Goffree, F. (2000). *Principios y paradigmas de una educación matemática realista*. En Gorgorió, Balachef y otros (comp.), Matemática y Educación. Retos y cambios en una perspectiva internacional, ICE, Universidad de Barcelona, Ed. Graò.

Gravemeijer, K. (1994). *Developing Realistic Mathematics Education*. Utrecht: Freudenthal Institute.

Greer, B. (1993). The mathematical modeling perspective on wor(l)d problems. *Journal of Mathematical Behavior* 12: 239-250.

Gysin L., (1997). ¿Por qué? …¿Cómo?…¿Cuál? Hacia una mejor comprensión de los CBC de matemática para la EGB. En *Los CBC y la enseñanza de la matemática*, Ed. A-Z.

Lave, J. (1997). Word problems: A microcosm of theories of learning. En P. Light y G. Butterworth (comp.), Context and Cognition. Nueva York y Londres: Harvester Wheatsheaf (74-92) [Versión traducida al castellano: Los problemas de enunciado verbal: Un microcosmos de teorías del aprendizaje. Documento Interno del GPDM].

Meira, L., (2000). Lo real, lo cotidiano y el contexto en la enseñanza de las matemáticas. *Uno Revista de Didáctica de las Matemáticas* 25 (julio): pp. 59-74.

Nesher, P. (1980). *The stereotyped nature of school word problems*. *For the Learning of Marthematics* 1(1): 41-48.

Nunes T. y otros (1993). *Street Mathematics and School Mathematics*. Cambridge: Cambridge University Press.

Reusser, K. (1988). *Problem solving beyond the logic of things: contextual effects on understanding and solving word problems*. *Instructional Science* 17(4): 309-338.

Saxe G., (1991). *Culture and Cognitive Development: Studies in Mathematical Understanding*. Hillsdale: L.Erlbaum Associates.

Streefland, L. (comp.), (1991). *Realistic Mathematics Education in Primary School*. Utrecht: Freudenthal Institute.

Treffers, A. (1987). *Three Dimensions: A Model of Goal and Theory Description in Mathematics Instruction--The Wiskobas Project*. Dordrecht: D. Reidel.

Van den Heuvel-Panhuizen, M. (1996). *Assessment and Realistic Mathematics Education*. Utrecht: Freudenthal Institute.

Van den Heuvel-Panhuizen, M., (1999). *Mathematics Education in The Netherlands.* Ponencia presentada en una Conferencia en la Universidad de Cambridge, Inglaterra.

Van Oers, B. (2000). *The appropriation of mathematical symbols: A psychosemiotic approach to mathematics learning*. en P. Cobb y otros (comp.). Symbolizing and communicating in mathematics classrooms. Mahwah, NJ y Londres: L. Erlbaum.

Van Reeuwijk, M. (1997). Las matemáticas en la vida cotidiana y la vida cotidiana en las matemáticas, *Uno Revista de Didáctica de las Matemáticas* 12 (abril): 9-16.

Verschaffel, L. y de Corte, (1997). *Teaching realistic mahematical modeling in the elementary school: A teaching experiment with fifth graders*, *Journal of Research in Mathematics Education* 28(5): 557-601.

Verschaffel, L., (1997). Young children's strategy choices for solving elementary arithmetic wor(l)d problems: The role of task and context variables. En M. Beshuizen y otros (comp.), *The Role of Contexts and Models in the Development of Mathematical Strategies and Procedures*. Utrecht: Freudenthal Institute.

Verschaffel, L. y otros. (1999). *Upper elementary school pupils' difficulties in modeling and solving nonstandard additive word problems involving ordinal numbers*. *Journal for Research in Mathematics Education* 30(3): 265-285.

Zolkower, B., (1994). *Ficciones matemáticas*, Propuesta Educativa, Año 5, No. 11: 5-18 (Diciembre).

Zolkower, B. y S. Shreyar. (2002). *Shortest Paths: Interaction and semiotic apprenticeship in a 6th grade mathematics classroom*. Actas de la conferencia de PANAMA, Noordwijkerhout, Holanda (31 de octubre-2 de noviembre).

LAS AUTORAS

MARÍA LUZ MARTÍNEZ PÉREZ
Docente de Enseñanza Básica. Escuela inglesa Woodville de San Carlos de Bariloche. Integrante del Grupo Patagónico de Enseñanza de la Matemática

NORA A. DA VALLE
Docente de Enseñanza Básica. Escuela inglesa Woodville de San Carlos de Bariloche. Integrante del Grupo Patagónico de Enseñanza de la Matemática

BETINA ZOLKOWER
Profesora adjunta de didáctica de la matemática en el Departamento de Educación del Brooklyn College (Universidad de Nueva York). Coordinadora, junto con Ana Bressan el Grupo Patagónico de Didáctica de la Matemática [GPDM] (Bariloche).
Dirección electrónica: bzolkower@aol.com

ANA BRESSAN
Coordinadora del GPDM. Autora de varias publicaciones relacionadas con la enseñanza de la matemática entre ellas el libro *Razones para enseñar geometría en la EGB*, Ed. Novedades Educativas. Año 2000.
Dirección electrónica:bressan@cab.cnea.gov.ar

Acerca del GPDM: Desde 1999, el Grupo Patagónico de Didáctica de la Matemática (GPDM), grupo al que pertenecen las autoras de este trabajo, se dedica a traducir, estudiar, discutir, probar, adaptar y difundir materiales teóricos y secuencias didácticas elaboradas a partir de los principios de la corriente realista. No buscamos adoptar una serie de consignas o recetas, sino contribuir a los esfuerzos de docentes e investigadores a abrir la puerta de las aulas de matemática al sentido común, la imaginación, la voluntad de saber de los sujetos de aprendizaje.
Líneas de trabajo: investigación en acción sobre propuestas de enseñanza en la línea de la RME; elaboración de situaciones problema; diseño curricular y capacitación de docentes.

Datos de la Edición Original Impresa

Martínez Pérez, M; Da Valle, N; Zolkower, B y Bressan, A. (2002, junio). *La relevancia de los contextos en la resolución de problemas de matemática: Una experiencia para docentes y sus capacitadores*. Paradigma, Vol. XXIII N° 1, Junio de 2002 / 59 - 94