ALGUNOS ELEMENTOS MATEMÁTICOS PRESENTES EN EL CÓDIGO DA VINCI

Nelly Amatista León Gómez
UPEL-Instituto Pedagógico de Maturín
Venezuela

Resumen

El *Código Da Vinci* es una novela de ficción, en la que su autor, *Dan Brown*, desarrolla una trama de suspenso donde los personajes principales deben descifrar una serie de mensajes y claves para evitar que un importante secreto relacionado con la Iglesia Católica se pierda para siempre. Desde el inicio de la narración el autor echa mano de algunos elementos matemáticos que, aparte de la polémica que ha suscitado con esta novela, bien vale la pena destacar. La mayor parte de *El Código Da Vinci* trata del cifrado de mensajes y de los métodos que a lo largo de la historia se han empleado para encriptar y recuperar información que sólo debe ser conocida por su destinatario. La novela comienza con una llamada telefónica a *Robert Langdon*, especialista en simbología, notificándole que el conservador del Museo Louvre ha sido asesinado y ha dejado un mensaje en clave para cuyo descifrado se requiere su colaboración. Precisamente, la protagonista, *Sophie Neveu*, criptóloga, reconoce que los números que allí aparecen corresponden a los ocho primeros términos de la Sucesión de Fibonacci escritos en forma desordenada. Esto los lleva a darse cuenta que el texto escrito no es más que un anagrama de *Leonardo Da Vinci. La Mona Lisa*. Allí comienza entonces la búsqueda de nuevas claves que los llevan a descubrir finalmente el secreto que había permanecido guardado durante muchísimo tiempo. Pero, entre ese inicio y el final de la novela, aparecen varios elementos matemáticos como el pentágono, el número áureo o la proporción divina y los anagramas y acertijos numéricos que remiten a técnicas de conteo como las permutaciones con repetición, y las k-permutaciones con repetición, que si bien no son presentados con rigurosidad matemática, atraen la atención del lector. En este trabajo se vinculan estos tópicos entre sí y se destaca la posibilidad de abordarlos desde otras disciplinas y en literatura no referida específicamente a la Matemática, lo que hasta cierto punto motiva hacia la indagación y el estudio de dichos temas.

Descriptores: Leonardo Da Vinci, Pentáculo, Sucesión de Fibonacci, Número Áureo, Divina Proporción, Anagramas, Teoría de Conteo.

Abstract

The Da Vinci Code is a fictitious novel, where its author, *Dan Brown*, develops a flunk plot where the principal characters should solve a series of criptograms and codes to avoid that an important secret related to the Catholic Church gets lost forever. From the beginning of the narration the author made hand of some mathematical elements that, apart from the polemic raised with this novel, is worthwhile to highlight. Most of *The Da Vinci Code* is about encrypting messages and the methods used along the history to encrypt and to recover information that should only be known by their addressee. The novel begins with a telephone call to *Robert Langdon*, specialist in simbology, notifying him that the curator of the Louvre Museum has been murdered and he has left a message in code for whose solution his collaboration is required. In fact, the feminine main character, *Sophie Neveu*, criptographer, identifies that the numbers that there appear correspond to the first eight terms of the Succession of Fibonacci written in a scramble way. This leads them to realize that the written text is just an anagram of "*Leonardo Da Vinci. The Mona Lisa*". Then, the search of new clues continues and it takes them to find new key messages that leads them to finally discover the secret that had remained saved during a lot of time. But, between the beginning and the end of the novel, several mathematical elements appear such as the pentagram, the golden ratio, the divine proportion and the anagrams and number puzzles that remit to technical of counting, which although are not presented with mathematical rigorousness, attain the reader's attention. In this paper, these topics are linked to each other and the possibility to approach them from other disciplines and in literature not related specifically to the Mathematics stood out; what, to a certain extent, makes more interesting the study and understanding of these concepts.

Keywords: Mathematics education; mathematics and reality, teacher’s formation

Introducción

El Código Da Vinci (Brown, 2003) es una novela de ficción que narra las peripecias de sus protagonistas: *Robert Langdon*, especialista en Simbología de la Universidad de Harvard, y la "Criptóloga" francesa *Sophie Neveu*, quienes buscan pista tras pista, descifrar el código que los llevará a develar un antiguo secreto vinculado a la Iglesia Católica, preservado durante siglos por una sociedad secreta y que corre el riesgo de perderse tras haber sido asesinado el último de sus guardianes, *Jacques Saunière* curador del museo de Louvre.

No interesa en este escrito adentrarse en la temática religiosa que se aborda en la novela, ni tomar parte en la polémica que esta obra ha desatado o cuestionar su valor literario. El propósito es resaltar algunos elementos matemáticos que están presentes en la narración y destacar cómo en literatura no matemática se abordan conceptos y se plantean aspectos históricos que llegan a despertar la curiosidad del lector y por lo tanto pueden servir como ganchos motivacionales hacia la investigación y el estudio de esta disciplina.

Buena parte de la novela transcurre en el descifrado de los acertijos y códigos que los personajes van encontrando: en la escena del crimen en el Louvre, en la Mona Lisa y otras obras de Leonardo, en la caja de madera del *Banco de Depósitos de Zurich*, en los dos *criptex*, en la tumba de Isaac Newton en la Abadía de Westminster, en la Capilla Roslyn en Escocia y finalmente en las dos pirámides del Louvre; así, en el desarrollo de la trama, el autor entremezcla aspectos matemáticos como la sucesión de Fibonacci, la razón áurea o divina proporción, el pentagrama y el conteo de posibles claves y anagramas, todo esto bajo la presencia omnipotente de la obra y pensamiento del gran maestro Leonardo Da Vinci.

A continuación se desarrollan cada uno de estos elementos matemáticos, algunos de ellos desde una perspectiva histórica, pero desligados todos de las connotaciones religiosas o paganas que se le puede haber dado en *El Código Da Vinci*.

Criptología

La ***criptología*** es el arte de cifrar y descifrar información escrita empleando herramientas matemáticas que permitan codificar los mensajes de manera que sólo puedan ser leídos por su destinatario. Comprende dos momentos: la ***criptografía*** que se encarga del cifrado de textos, y el ***análisis criptográfico*** que hace el trabajo opuesto: descifrar el texto encriptado (Wikipedia, s.f.). La criptología tiene como objetivo fundamental garantizar la seguridad en la comunicación del ***criptograma*** o mensaje secreto en su tránsito del emisor al receptor.

Se sospecha que el uso de mensajes secretos data desde las antiguas civilizaciones, vinculado sobre todo a acciones bélicas, para la comunicación de informaciones claves de ataques o de defensa que no debían ser conocidas por el enemigo. Sin embargo, uno de los primeros usos documentados de la criptología se debe a Julio César, quien construía mensajes secretos moviendo la posición de cada letra tres posiciones adelante en el alfabeto (Rosen, 2004), basado en el método de sustitución previamente empleado por los griegos.

Desde estas épocas tan remotas hasta la actualidad el hecho de confiar comunicaciones privadas a un mensajero, que puede violarlas o entregarlas a la persona no deseada, ha sido siempre motivo de preocupación; así se han ido creando diferentes métodos que invariablemente han mostrado puntos débiles que llevan a descubrir estrategias para descifrar las claves del encriptado. Puede decirse, como lo señala Singh (1999, p 240) que la criptografía es una "batalla intelectual entre el diseñador del código y el descifrador. El reto del diseñador del código es mezclar y enredar un mensaje de salida hasta el punto en que no pueda ser descifrado en caso de que el enemigo lo intercepte", pero que en contraparte pueda ser descifrado oportunamente por su destinatario. En algunos casos se han empleado conceptos matemáticas sencillos como en el método de César, mediante el cual cada letra del alfabeto es reemplazada por un entero de 0 a 26, tomando en cuenta la posición en un alfabeto como el inglés o el español; luego, mediante una función dada se le asigna un valor codificado y posteriormente, a través de la inversa de la función se vuelve a la posición original logrando así el descifrado del mensaje. (Rosen, 2004)

Con el correr del tiempo, se han elaborado métodos más sofisticados y se han creado máquinas criptográficas, siendo la primera de ellas la Enigma, inventada por el alemán Arthur Scherbius, patentada en 1919 (Historia de la criptografía, s.f.). Esta fue empleada, con bastante éxito, por los alemanes durante la segunda guerra mundial hasta que Alan Turing, padre de la informática, logró develar sus claves secretas

En tiempos actuales, de comunicaciones vía Internet, de hackers electrónicos y de amplio uso de claves secretas para acceder a información confidencial como cuentas bancarias, tarjetas de créditos, correos electrónicos, las máquinas criptográficas y los sistemas criptográficos deben ser altamente confiables. Hoy por hoy se emplean métodos que combinan los dígitos o letras del mensaje con otros de otro alfabeto o bien algoritmos de alta complejidad. Según reseña Wikipedia (Criptografía, s.f.) una computadora tardaría 200 millones de años en interceptar las claves más largas, de 128 bits.

El tema de la criptología ha cautivado a muchos personajes a lo largo del tiempo. En la película "*Una mente brillante*" (Howard, 2001) se muestra como *John Nash* era un experto en el descifrado de claves; el mismo Leonardo Da Vinci era un amante del cifrado, llegándose a asegurar que toda su obra está impregnada de "misteriosos simbolismos y enrevesados códigos" (Delio, 2004, p. 256); la propia Mona Lisa con su sonrisa enigmática ha dado pie para innumerables especulaciones.

Según Dan Brown, Leonardo fue uno de los pioneros de la criptología "aunque eso es algo que raras veces se le reconocía" (p. 251), inventó una de las primeras formas de cerradura con clave codificada, que en la novela nombra como "*criptex*". El diseño de Leonardo, según Brown consistía de un cilindro con diales alfabéticos que tienen que ser girados según una determinada secuencia hasta deletrear la palabra clave que abre el cilindro. Sin embargo, Hurtado (2005) señala que el *criptex* es un invento de Brown, que no tiene nada que ver con otro dispositivo efectivamente diseñado por Leonardo. No obstante, pareciera no haber dudas sobre el hecho que el maestro cultivaba el reconocimiento de patrones, relaciones, conexiones y sistemas, lo que Gelb (1999) recoge en su libro como el último de los principios davincianos conocido como "connessione".

Lo que es obvio es que *Brown* se afianza a lo largo de la obra en la enigmática figura de Leonardo Da Vinci. El primer enigma que deben descifrar *Robert Langdon* y *Sophie Neveu,* escrito en el suelo del Louvre en torno al cuerpo del recién asesinado curador del museo*, Jacques Saunière,* rezaba:

13 – 3 – 2 – 21 - 1 – 1 – 8 – 5

¡Diavole in Dracon!

Límala, asno

Cuya primera línea fue inmediatamente reconocida por Sophie, quien ordenando los números aseguró que se trataba de la **Secuencia de Fibonacci**, y posteriormente fue la clave para buscarle sentido al texto: si los números estaban escritos en forma desordenada, también las letras que formaban las palabras siguientes debían estarlo, sería entonces un anagrama de lo que *Langdon* logró reconocer como:

¡Leonardo Da Vinci!

La Mona Lisa

A partir de allí se inicia una carrera por descubrir el secreto que *Saunière* intentó comunicar a su nieta de manera criptográfica.

La Sucesión de Fibonacci

Esta sucesión aparece dos veces en *El Código Da Vinci*. Al principio, en la escena del asesinato de *Jacques Saunière*, como ya se mencionó, y en el número de la cuenta de 10 dígitos en el *Banco de Depósitos de Zurich*. En palabras de Brown (2003, p.236):

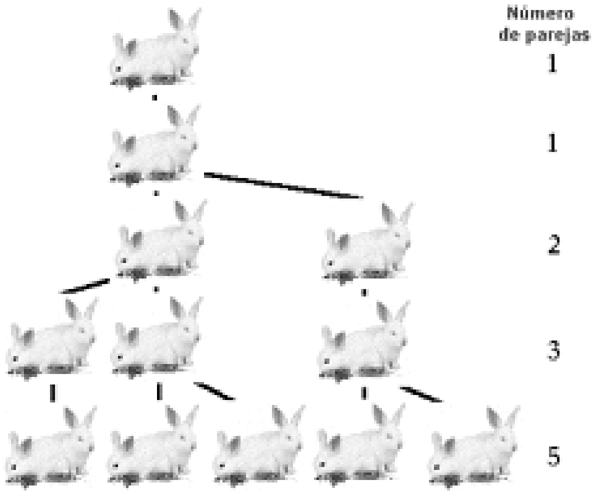
> Al ver por primera vez la Secuencia de Fibonacci desordenada en el suelo de parqué del museo, dio por sentado que su única misión era lograr que la policía llamara a sus criptólogos y que de ese modo Sophie tuviera que intervenir. Más tarde, constató que los números, además, eran una pista para descifrar las otras frases – una secuencia desordenada… Un anagrama numérico. Ahora, con absoluta sorpresa veía que esas cifras tenían otro significado aún más importante. Eran sin duda la última clave para abrir la misteriosa caja fuerte de su abuelo.

Efectivamente, los números 1 1 2 3 5 8 13 21 corresponden a los ocho primeros términos de la **sucesión de Fibonacci**, denominada así en nombre del matemático **Leonardo Pisano** (1170 – 1240), o **Leonardo de Pisa**, conocido como Fibonacci (Filio de Bonacci, Hijo de Bonacci), quien la publicó en 1202 en su obra más importante: Liber Abaci (Perero, 1994, p. 152). No obstante, Hurtado (2004, s/p) señala que "Fibonacci publicó esta serie de números junto con varias de sus curiosas propiedades y algunos procedimientos algebraicos que había recogido de sus aprendizajes de las ciencias musulmanas que ya tenían noticias de dicha serie desde siglos atrás, probablemente de la matemática hindú".

En efecto, Leonardo de Pisa estuvo en África del Norte, estudió en lo que hoy es Argelia donde su padre era representante comercial de Pisa. Según señalan Rey Pastor y Babini (1997), allí estuvo en contacto con matemáticos árabes y adquirió su saber, en especial el sistema decimal que divulgó a su regreso a Pisa en el libro señalado, donde además enunció el siguiente problema:

"Una pareja de conejos tarda un mes en alcanzar la edad fértil, a partir de ese momento cada vez engendra una pareja de conejos, que a su vez, tras ser fértiles engendrarán cada mes una pareja de conejos. ¿Cuántos conejos habrá al cabo de un determinado número de meses?"

La siguiente diagramación de este problema, tomada de CNICE (s/f), muestra el número de parejas de conejos hasta el inicio del quinto mes:



Sea f_n el n-ésimo término de la sucesión de Fibonacci, el cual corresponde al número de parejas procreadas al mes n, se tiene que:

$$f_0 = 1,\ f_1 = 1,\ f_2 = 2,\ f_3 = 3,\ f_4 = 5,\ f_5 = 8,\ f_6 = 13;\ f_7 = 21$$

Observamos, entonces, que los números de Fibonacci satisfacen la relación de recurrencia:

$$f_n = f_{n-1} + f_{n-2} \text{ con } n \geq 2$$

ya que en el mes n se tienen todos los conejos que había en el mes n – 2 más los procreados en el mes n-1 (Rodríguez, 1995, p. 103).

Como se ve, esta sucesión se relaciona con un problema cotidiano y, como lo expresa McKay (2004) hay buenas razones para que ésta aparezca en la naturaleza, pues es una secuencia muy simple que modela aquellas situaciones donde un número es la suma de los dos anteriores, como por ejemplo un sistema que evoluciona o una planta que está en crecimiento y las hojas que le nacen dependen de los brotes anteriores.

Esta secuencia posee además una serie de propiedades, descubiertas en su mayoría por **Francisco Eduardo Anatole Lucas** (1842 – 1891**)** (Wikipedia, 2005), las cuales pueden ser de interés para el lector que desee adentrarse en el estudio de este tema:

1) Por la definición recursiva ya dada se sabe que:

$$f_n = f_{n-1} + f_{n-2}, \text{ para } n \geq 2$$

luego $f_{n-2} = f_n - f_{n-1}$, y de allí, sustituyendo n por los valores 2, 3, 4,…n+2, se obtienen las siguientes igualdades:

$f_0 = f_2 - f_1$

$f_1 = f_3 - f_2$

$f_2 = f_4 - f_3$

$f_n = f_{n+2} - f_{n+1}$

sumando miembro a miembro dichas igualdades tenemos:

$f_0 + f_1 + f_2 + \ldots.. + f_n = f_{n+2} - f_1 = f_{n+2} - 1$

2) Planteando estas nuevas igualdades:

$f_0 = f_1$

$f_2 = f_3 - f_1$

$f_4 = f_5 - f_3$

$.f_{2n} = f_{2n+1} - f_{2n-1}$

y sumando miembro a miembro obtenemos:

3) Otra propiedad importante de la sucesión de Fibonacci vinculada a los números combinatorios dice que:

$$f_n = \sum_{j=0}^{n} \binom{n-j}{j} = \binom{n}{0} + \binom{n-1}{1} + \binom{n-2}{2} + \ldots \binom{0}{n}$$

La demostración de esta propiedad puede encontrarse en el libro Matemática Discreta de Scheirneman (2001, pp 151-154).

4) Para dar una definición explícita del término general de la sucesión de Fibonacci, Rodríguez (1995, pp 104-105) utiliza la función generatriz ordinaria de esta sucesión: $F(x) = \frac{1}{1 - x - x^2}$ para obtener la expresión formulada por Francisco Anatole Lucas:

$$f_n = \frac{1}{\sqrt{5}}\left[\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^{n+1} - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^{n+1}\right]$$

5) Si se dividen dos términos consecutivos de la sucesión, siempre el mayor entre el menor, esto es, si se forma el cociente $\frac{f_n}{f_{n-1}}$, se obtiene:

$$\frac{f_1}{f_0}=\frac{1}{1}=1 \qquad \frac{f_2}{f_1}=\frac{2}{1}=2 \qquad \frac{f_3}{f_2}=\frac{3}{2}=1{,}5$$

$$\frac{f_4}{f_3}=\frac{5}{3}=1{,}666.. \qquad \frac{f_5}{f_4}=\frac{8}{5}=1{,}6$$

$$\frac{f_6}{f_5}=\frac{13}{8}=1{,}625 \qquad \frac{f_7}{f_6}=\frac{21}{13}=1{,}6153..$$

$$\frac{f_8}{f_9}=\frac{34}{21}=1{,}6190476...$$

continuando de esta forma, es fácil observar que la sucesión de los cocientes $\frac{f_n}{f_{n-1}}$ tiende a $\frac{1+\sqrt{5}}{2}=1{,}61803.....$ cuando $n\to\infty$; esto es:

$$\lim_{n\to\infty}\frac{f_n}{f_{n-1}}=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$$; en efecto:

Sea $L=\lim_{n\to\infty}\frac{f_n}{f_{n-1}}$ donde n es un número natural, entonces:

$$L=\lim_{n\to\infty}\frac{f_{n-1}+f_{n-2}}{f_{n-1}}=\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{f_{n-2}}{f_{n-1}}\right)=1+\lim_{n\to\infty}\frac{f_{n-2}}{f_{n-1}}=1+\frac{1}{L} \quad \text{entonces}$$

$$L=1+\frac{1}{L} \quad \Rightarrow \quad L^2=L+1 \quad \Rightarrow \quad L^2-L-1=0$$

resolviendo esta ecuación obtenemos $L=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ = 1,61803… (Langarita, s.f.)

Este número es conocido como el **número de oro**: Φ= 1,61803….

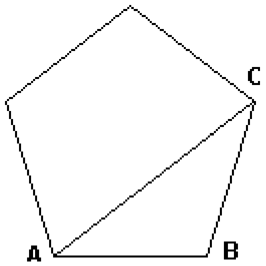
El Número De Oro, La Sección Áurea, La Divina Proporción

En el capítulo 20 de *El Código Da Vinci*, *Langdon* y *Sophie* tratan de encontrar el significado de las claves dejadas por *Saunière*: el Pentáculo, el Hombre de Vitruvio, Leonardo Da Vinci, la Sucesión de Fibonacci. Para él, el simbolismo de las pistas encaja a la perfección; a ella, por el contrario, aun cuando su abuelo también se refería a las vinculaciones de éstas con cuestiones religiosas, sólo le interesaban los aspectos matemáticos, entre ellos el número Phi, cuyas letras incluso aparecían en su nombre So**Phi**e.

Langdon evoca, en un ambiente académico en la Universidad de Harvard, el número 1,618 y se refiere a él como el número PHI "que no debe confundirse con Pi". En la conversación que sostiene con sus alumnos se refiere a éste como "el número más bello del universo", con una gran importancia para las artes. Explica *Langdon* que el número PHI se deriva de la Sucesión de Fibonacci y enfatiza que "el aspecto verdaderamente pasmoso de ese número era su papel básico en tanto que molde constructivo de la naturaleza" (Brown, 2003, p. 120). Luego señala que "La ubicuidad de PHI en la naturaleza… trasciende sin duda la casualidad, por lo que los antiguos creían que ese número había sido predeterminado por el creador del universo. Los primeros científicos bautizaron el uno coma dieciocho como La Divina Proporción" (pp. 120-121). Finalmente pasa a mencionar algunos elementos de la naturaleza y específicamente de las proporciones del ser humano donde aparece el número Phi.

Contrario a lo que señala Brown en su novela, el número áureo es conocido mucho antes que la sucesión de Fibonacci. Desde la época de los griegos, este número que actualmente se representa por la letra griega Φ en honor al arquitecto griego Fidias, ha estado asociado a la perfección, a las artes, a la estética.

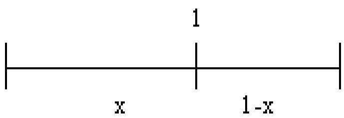
Se supone que los griegos lo obtuvieron al hallar la relación entre la diagonal del pentágono regular y su lado.



$$\frac{\overline{AC}}{\overline{BC}} = \frac{1+\sqrt{5}}{2} = 1{,}618033988\ldots = \Phi$$

La construcción matemática del número áureo es bien sencilla; se deriva del siguiente problema: "Buscar dos segmentos tales que el cociente entre el segmento mayor y el menor sea igual al cociente que resulta entre la suma de los dos segmentos y el mayor".

Así, si se toma un segmento de longitud 1 y lo dividimos en dos segmentos de longitud x y 1 – x, respectivamente, con x > 1-x,



tales que $\frac{1}{x} = \frac{x}{1-x}$, de allí se deriva la ecuación $x^2 + x - 1 = 0$, cuya solución positiva es

$$x = \frac{-1+\sqrt{5}}{2} = 0{,}618033988\ldots$$

por lo que :

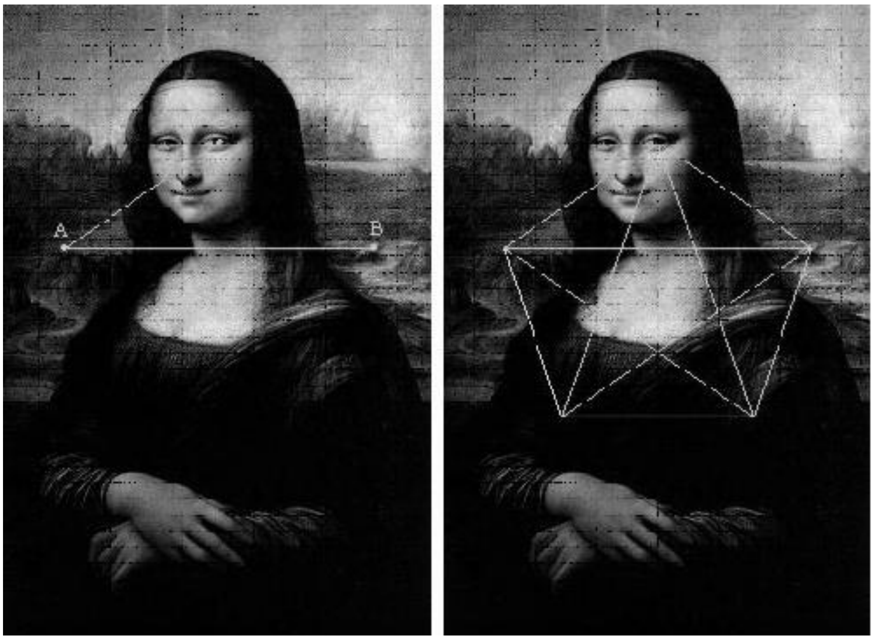
Es decir, la relación entre las dos partes en que dividimos el segmento es el número de oro Φ. Al número 0,618033988 se le llama **número áureo unitario** y se representa por la letra griega δ (Delta) y a la parte mayor se le conoce como **la sección áurea** del segmento total. (Sucesión de Fibonacci y La Razón Áurea, s.f.)

Como se ha mencionado, esta proporción, que ya aparece en los Elementos de Euclides, está presente en el arte de los griegos, quienes creían que estaba vinculada a la salud y a la belleza. Platón la denominó "la sección". Luca Paccioli, amigo de Leonardo Da Vinci, la llamó "divina proporción" y la dio a conocer en Italia en su libro "De Divina Proporcioni", editado en las últimas décadas del siglo XV. Leonardo la denominó "sección áurea" y Johannes Kepler, astrónomo alemán, se refiere a ella como "la sección divina" y la considera una de las dos relaciones perfectas de la naturaleza, junto con el Teorema de Pitágoras (Alonso, del Amo, Mallavibarrena, Pinto y Ruiz, 2002 y La Divina Proporción, s.f.).

Como se ve, el número áureo es un número matemáticamente hermoso; por su simple forma de construcción y por sus propiedades representa una proporción que ha dado gran armonía al arte, (Casalderrey, 2006), habiendo sido usado en pintura, arquitectura, diseño, música. Aparece en la antigua Grecia en el Partenón; en Egipto, en la Gran Pirámide de Keops; en Asia Menor en la Tumba Rupestre de Mira.

El Partenón, mostrando los rectángulos que guardan la proporción aúrea, posiblemente usados en su construcción, Tomado de http://es.wikipedia.org/

Se dice que Leonardo Da Vinci la usa ampliamente en sus obras, en particular la utiliza en la composición de El Hombre de Vitruvio y en La Gioconda o Mona Lisa, sobre la cual se han llevado a cabo algunos estudios acerca de las relaciones geométricas que se observan en ella, como el que muestra Javier (2005) partiendo de algunos puntos clave con significado simbólico también Miguel Ángel y otros grandes pintores la emplean para realizar sus más famosos cuadros.



Pero, quizás, lo que hace que se le asigne los calificativos de "divina" y "áurea" es su presencia en la naturaleza. En el cuerpo humano se encuentra en diferentes formas como en los ejemplos dados por *Robert Langdon* a sus estudiantes en *El Código Da Vinci*: la razón entre la estatura de una persona y la distancia del ombligo al suelo; la razón entre la distancia del hombro a la punta de los dedos y la de ésta al codo (Brown, 2003, p. 122). También se observa que los ventrículos del corazón recuperan su posición de partida en el punto del ciclo rítmico cardiaco equivalente a la sección áurea; si se divide el grado de inclinación de una espiral de ADN o de la concha de un molusco por sus respectivos diámetros, se obtiene la proporción áurea; las hojas de la rama de una planta crece cada una en un ángulo diferente respecto a la de debajo, estando este ángulo directamente relacionado con el número de oro (Langarita, s.f.). Igualmente, se cree que el rostro humano incorpora esta razón a sus proporciones y su prevalencia se asocia a la belleza física; en este sentido se reportan experimentos llevados a cabo para probar que el rostro de las grandes modelos se adecua bastante bien a esta proporción (El Hombre de Vitruvio, la Divina Proporción). De allí que se especule en algunos medios que Dios es matemático o ha seguido principios matemáticos en la conformación del mundo. (McKay, 2004, p.259)

El número áureo posee también interesantes propiedades matemáticas. En primer lugar está asociado a la sucesión de Fibonacci. Ya se ha visto que el cociente entre uno de los términos y el término precedente tiende a $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$. Igualmente aparece en la definición explícita del término n-ésimo de dicha sucesión:

$$f_n = \frac{1}{\sqrt{5}}\left(\Phi^{n+1} - (-\delta)^{n+1}\right)$$

El número áureo se encuentra, además, en algunos límites curiosos de sucesiones que con frecuencia se asignan a los estudiantes de los cursos de cálculo diferencial, sin siquiera mencionar el papel que el valor de estos límites ha tenido históricamente. Algunos de ellos son:

a) $\lim\sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{1+\ldots}}}$

b) $\lim 1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\ldots}}$

En ambos se llama L al límite que se quiere buscar y se observa que en a) $L=\sqrt{1+L}$

y en b) $L=1+\frac{1}{L}$. En efecto:

$$L=\lim\sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{1+\ldots}}}=\sqrt{\lim\left(1+\sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{1+\ldots}}}\right)}=$$

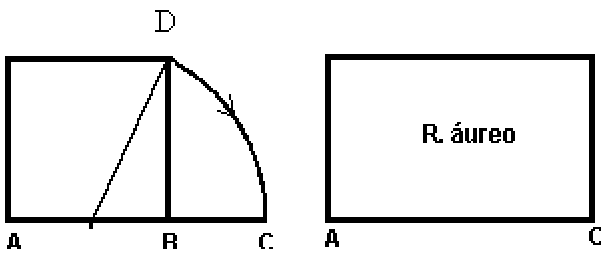
$$\sqrt{1+\lim\left(\sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{1+\ldots}}}\right)}=\sqrt{1+L}$$

$$L=\lim\left(1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\ldots}}\right)=1+\lim\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\ldots}}}=$$

$$1+\cfrac{1}{\lim\left(1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\ldots}}\right)}=1+\frac{1}{L}$$

ambas expresiones llevan a la ecuación $L^2 - L - 1 = 0$, cuya solución positiva es, precisamente, Φ.

Vinculado al número áureo, está el **rectángulo áureo** que se construye de la siguiente manera: Se dibuja un cuadrado y se marca el punto medio de uno de sus lados, (En la figura: lado AB), éste se une con el vértice D del lado opuesto y, con el compás, se lleva la longitud del segmento levantado sobre la prolongación del lado inicial AB; de esa manera se obtiene el lado mayor, AC, de un rectángulo cuyos lados están en proporción áurea, como se muestra a continuación:



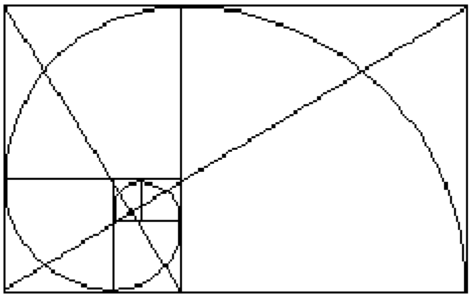
Si el lado del cuadrado vale x y d es la longitud del segmento levantado del punto medio al vértice del lado opuesto, entonces

$$d^2=\left(\frac{x}{2}\right)^2+x^2=\frac{x^2}{4}+x^2 \;\Rightarrow\; d^2=\frac{5x^2}{4} \;\Rightarrow\; d=\frac{\sqrt{5}}{2}x$$

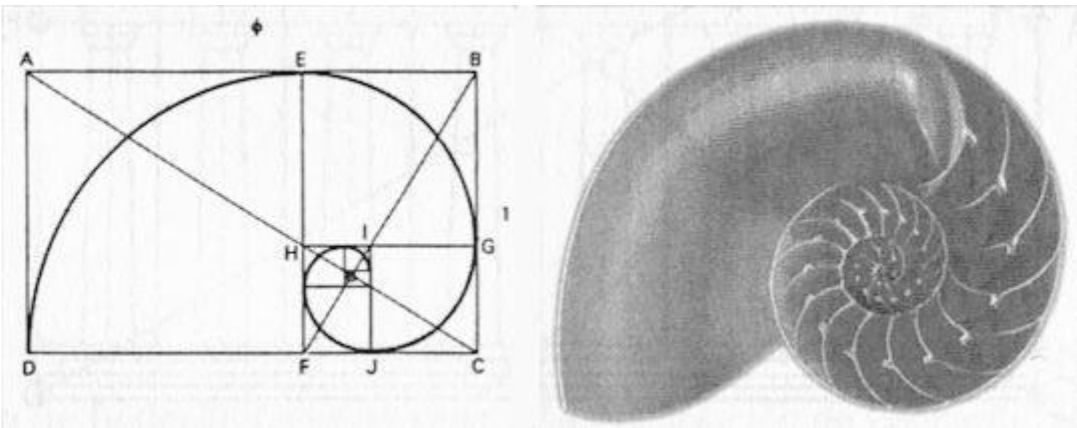
luego, la longitud del lado mayor es: $\frac{x}{2}+\frac{\sqrt{5}}{2}x=\frac{1+\sqrt{5}}{2}x$

y la razón entre éste y el lado menor es: $\frac{\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right).x}{x}=\frac{1+\sqrt{5}}{2}=\Phi$

A partir del rectángulo áureo se puede construir la **espiral logarítmica**, de la siguiente manera: Se parte de un rectángulo áureo y se sustrae el cuadrado cuyo lado es el lado menor de dicho rectángulo; el restante es un rectángulo áureo. A éste se le sustrae nuevamente el cuadrado cuyo lado es el lado menor de dicho rectángulo y se obtiene un nuevo rectángulo áureo. Si este proceso se continúa indefinidamente se obtiene una sucesión de rectángulos áureos encajados que convergen hacia el vértice de una espiral logarítmica, como se muestra en el gráfico siguiente:



Esta espiral, llamada **Spera Mirabilis** por J. Bernoulli (Langarita s/f), se observa en la naturaleza en el crecimiento armónico de algunos vegetales y animales, destacando por su belleza, la concha del **nautilus,** que como se ve en la siguiente figura guarda una conformación semejante a la de la citada espiral.



También dentro del área de la Geometría, encontramos el número de oro vinculado a otro de los símbolos presentes en *El Código Da Vinci*: el **pentáculo** que pasamos a referir a continuación:

Pentáculo, Pentagrama, o Pentágono regular estrellado

Una de las pistas dejadas por **Jacques Saunière** para conducir a *Langdon* y a *Sophie* a descubrir el gran secreto que deseaba transmitirles fue un "sencillo símbolo sobre su piel; cinco líneas rectas que, a base de intersecciones, formaban una estrella de cinco puntas. «El pentáculo»." (Brown, 2003, p. 52), dibujado con su propia sangre sobre su cuerpo desnudo. Esta estrella de cinco puntas que no es otra cosa que un **pentágono regular estrellado**, es llamada **pentagrama** por varios autores, entre ellos Burstein (2004), quien además señala que si éste se inscribe dentro de un círculo entonces se le conoce como **pentáculo**.

En la novela, *Robert Langdon* explica a *Fache*, inspector de la Policía Secreta Francesa, que el pentáculo es uno de los símbolos más antiguos de la tierra y que ya se usaba cuatro mil años antes de Cristo y señala que "Fundamentalmente el pentáculo es un símbolo religioso pagano" (p.54); también indica que es "un símbolo precristiano relacionado con la naturaleza" (p.53). Efectivamente está bien documentado que el pentágono regular estrellado o pentagrama es uno de los símbolos más antiguos de la humanidad, aparece ya en la época de los sumerios; no obstante, sus orígenes son inciertos y su significado primario ha sido objeto de muchas conjeturas. Según Burstein (2004, p. 424), "los estudiosos lo han identificado como un símbolo temprano del cuerpo humano, de los cuatro elementos y el espíritu y del universo mismo".

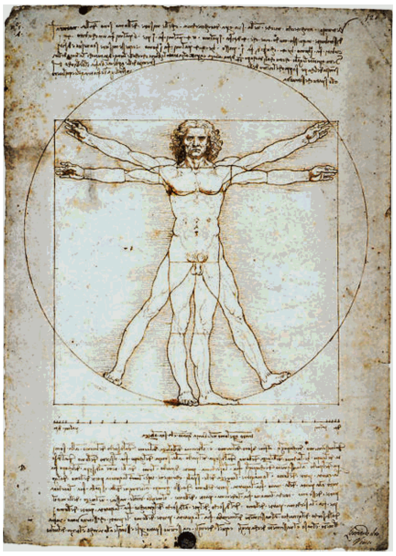
El Pentagrama o pentágono regular estrellado es el símbolo de los pitagóricos. Como se sabe, éstos pensaban que el mundo estaba configurado por cierto orden matemático donde sólo tenían cabida los números racionales. Irónicamente, al analizar el símbolo que los identificaba, se observa que la razón entre la diagonal del pentágono y su lado es precisamente Φ, que es un número irracional (Langarita, s/f).

Símbolo que identificaba a los Pitagóricos

En *El Código Da Vinci*, la posición del cuerpo de *Jacques Saunière* en el piso del Louvre sugiere la estrella de cinco puntas. *Langdon* argumenta que "La postura enfatiza aún más la referencia al pentáculo y al sagrado femenino" (p. 55) al cual se asocia con frecuencia. El análisis de otros aspectos, como el hecho de estar desnudo sugería algo más, lo cual fue corroborado al notar una rudimentaria circunferencia brillante dibujada alrededor del cuerpo del curador. Este se había, literalmente, inscrito en ese círculo, con los brazos y las piernas abiertas y extendidas, y allí *Langdon* lo vió claro: "Saunière había creado una reproducción en tamaño natural del dibujo más famoso de Leonardo Da Vinci: El Hombre de Vitruvio" (p. 63), todo esto, como lo interpretó más tarde *Sophie*, para que se diese cuenta que el mensaje era precisamente para ella, pues él sabía que éste era el dibujo de Leonardo preferido por ella.

El hombre de Vitruvio

En El Código Da Vinci una de las pistas más resaltantes dejadas por el curador del Louvre es la simulación mediante la posición de su cuerpo de **El hombre de Vitruvio** una de las obras maestras de Leonardo, en la que se muestra una figura masculina desnuda, en dos posiciones superpuestas con brazos y piernas abiertos y extendidos, inscrita en un cuadrado y dentro de un círculo. Este dibujo representa las dimensiones del cuerpo humano, descritas por Marcos Vitruvius Pollio, escritor, arquitecto e ingeniero, en el tercer tomo de su obra enciclopédica De Architectura, que data del siglo I a.C. (El Hombre de Vitruvio, La Divina Proporción, s.f.)



Este clásico dibujo aparece con frecuencia en afiches, murales y en otras muchas expresiones artísticas contemporáneas, pero quizás no se han aprovechado sus posibilidades desde el punto de vista de la educación formal. Ubicándonos en la filosofía que orienta la Educación Bolivariana, que consagra la interdisciplinariedad en el proceso de enseñanza- aprendizaje, tanto en El Hombre de Vitruvio como en otras composiciones de Leonardo se encuentran elementos para fortalecer el principio de integralidad de las ciencias. En este dibujo se expresa hermosamente, a través de la Geometría, aspectos interesantes de la anatomía humana, donde se representan las proporciones del cuerpo humano siguiendo la razón áurea.

Leonardo, al estudiar el cuerpo humano como un sistema total, como un patrón coordinado de relaciones interdependientes, muestra la importancia de ver las cosas desde su complejidad, sus interrelaciones y sus vinculaciones externas. Esta idea queda claramente expresada en este pensamiento del maestro: "El mundo cambia de posición a causa del peso de un pajarito que descanse sobre él" (Gelb, 1999, p.244).

Es sabido que Leonardo dedicaba largas horas a observar el funcionamiento de los sistemas de la naturaleza: el vuelo de un ave por ejemplo, para luego tratar de reproducirlo en sus diseños o representarlo en sus composiciones artísticas. Sostenía que a través de la observación debían reconocerse los objetos en su estructura para luego describirlos en las pinturas de la manera más exacta posible. Afirmaba que el dibujo interpreta el texto, no que el texto interpreta al dibujo. (Un poco de Da Vinci III, 2006), y eso fue precisamente lo que hizo en El Hombre de Vitruvio: interpretar la vinculación que estableció Vitruvio entre el cuerpo humano y las figuras geométricas, al descubrir que el hombre de pie, con los brazos y las piernas extendidas puede inscribirse en un cuadrado y si se separan las piernas puede inscribirse en un círculo centrado en el ombligo (La Divina Proporción, s.f.), de allí que se diga que el ombligo divide a la altura por la razón áurea. Por otra parte, se sabe que Leonardo dedicó interminables esfuerzos y cientos de páginas al estudio de la cuadratura del círculo, fascinando a su mentor Luca Paccioli, pero aunque no pudo resolverlo, logró muchos diseños en su intento; El Hombre de Vitruvio, en particular, parece reflejar muchas de las ideas de Leonardo respecto a este famoso problema geométrico.

Y para cerrar el círculo, volvemos al mensaje dejado por *Saunière* en torno a su cuerpo sin vida: El anagrama de *Leonardo Da Vinci. La Mona Lisa.*

Anagramas y Teoría de Conteo

Un **anagrama** es una palabra o frase, con cierto sentido, que se obtiene al transponer las letras de otra palabra o frase. *El Código Da Vinci* está lleno de anagramas que contra todas las probabilidades, son reconocidos en tiempo record por los personajes principales: *Robert Langdon* y *Sophie Neveu*. El primero de ellos aparece en la escena del crimen, escrito por Jacques *Sunière* con su propia sangre en el piso del Louvre y, como ya se mencionó, dice:

¡Diavole in Dracon!

Limala asno

Que en el contexto del libro analizado, se reordenó como:

Leonardo Da Vinci

La Mona Lisa

Obviamente, una persona común tardaría mucho tiempo en encontrar un anagrama que tuviera significado en el marco del crimen ocurrido; pero una mente entrenada sabría reorganizar el texto más fácilmente y descifrar códigos con cierta maestría.

Dentro de la Teoría de Conteo los anagramas, sean éstos literales o numéricos, se asocian a permutaciones o a permutaciones con repetición según se repitan o no los elementos que los conforman.

Una **permutación** no es otra cosa que un arreglo ordenado de objetos que no se repiten (Ortega, 1998) y para conocer el número de ellas que se pueden formar a partir de un conjunto de n elementos, se aplica el principio de la multiplicación. Así, el primer elemento puede ocupar cualquiera de las n posiciones; el segundo, puede quedar en cualquiera de las n – 1 posiciones restantes; el tercero, puede ubicarse en alguna de los n – 2 lugares restantes y así sucesivamente, hasta llegar al último elemento que ocupará la única posición disponible. De allí que el número de permutaciones de n objetos sea:

$P_n = n.(n-1).(n-2)……3.2.1 = n!$

Por ejemplo, en el caso de la palabra SANTO que tiene 5 letras, todas ellas distintas, encontramos que éstas se pueden reordenar de

$P_5 = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$ formas

Pero, no todas ellas pueden considerarse realmente como anagramas pues carecen totalmente de significado, como es el caso de TSANO, OTNAS, SATNO, entre otros. Por el contrario, NATOS, TOSAN, NOTAS, son anagramas de la palabra SANTO.

Construir anagramas puede no ser una tarea fácil, pero al igual que los crucigramas, se les considera un mecanismo para mantener la mente ágil. Universalmente es un pasatiempo que tiene muchos seguidores y, por supuesto, ajustados a la era tecnológica actual, existen programas de computación para construir anagramas, como el llamado Anagram Genios con el cual Burstein (2004) ha elaborado una gran cantidad de textos alternativos para la versión original en Inglés: "O, Draconian Devil! Oh, Lame Saint" (p. 260).

Si lo que interesa es construir anagramas para la expresión SANTO GRIAL, se observa que la letra A aparece dos veces, por lo tanto el número de arreglos ordenados no es $P_{10} = 10!$; en este caso se trata de lo que se denomina **Permutaciones con Repetición.**

Para contar el número de permutaciones con repetición se procede de la siguiente manera: Si se tienen n objetos, de los cuales n_1 son de tipo 1, n_2 son de tipo 2 y así sucesivamente hasta n_k de tipo k, con la condición que $n_1 + n_2 + \ldots n_k = n$, se parte escogiendo las posiciones en las que se colocarán los n_1 objetos del tipo 1; en este caso no importa el orden en que se escojan esos lugares y ninguno de ellos será escogido más de una vez, tratándose por lo tanto de combinaciones de n objetos tomados n_1 a la vez, y el número de éstos es: $\binom{n}{n_1}$; al escoger esas n_1 posiciones quedan $(n - n_1)$ de ellas para escoger aquellas donde ubicaremos los elementos de tipo 2 en el arreglo que estamos construyendo, lo cual puede hacerse de $\binom{n-n_1}{n_2}$ formas, así se continúa de esa manera hasta ubicar los elementos de tipo k. Finalmente, aplicando el principio de la multiplicación se tiene que el número de arreglos o permutaciones con repetición que ese está buscando es: $\frac{n!}{n_1!.n_2!\ldots n_k!}$, denotada por $\binom{n}{n_1\, n_2\, \ldots\, n_k}$ y denominada **coeficiente multinomial**.

De la expresión SANTO GRIAL, donde sólo la letra a se repite 2 veces, el número de arreglos ordenados es: $\frac{10!}{2!} = 1.814400$; pero, como ya se dijo antes, sólo los arreglos que tengan significado serán considerados como verdaderos anagramas, como por ejemplo: O LAS GRITAN, GRITAN OLAS, SI TAL GRANO.

Volviendo a la expresión original, escrita en italiano,

¡Diavole in Dracon!

Limala asno

en la primera fila hay 15 letras, entre las cuales se repiten dos veces cada una de las siguientes: d, i, a, o, n; por lo tanto, el número de arreglos es:

$$\binom{15}{2\quad 2\quad 2\quad 2\quad 2} = \frac{15!}{2!.2!.2!.2!.2!} = 40.864.824.000$$

En la segunda línea, hay 10 letras, entre las cuales la l se repite 2 veces y la a 3 veces, por lo tanto el número de arreglos es:

$$\binom{10}{4\ \ 2\ \ 2} = \frac{10!}{4!.2!.2!} = 37.800$$

y si tomamos las dos expresiones en conjunto tenemos 25 letras, donde la d se repite 2 veces; la i, 3 veces; la a, 5 veces, y la o, l , n aparecen 3 veces cada una; luego, el número de arreglos es:

$$\binom{25}{2\ \ 3\ \ 5\ \ 3\ \ 3\ \ 3} = \frac{25!}{2!.3!.5!.3!.3!.3!} = 1.19685262 \cdot 10^{21}$$

; ¡Un número nada despreciable!.

También aparecen en *El Código Da Vinci*, anagramas numéricos formados por términos de la sucesión de Fibonacci presentados de manera desordenada:

13 – 3 – 2 – 21 - 1 – 1 – 8 – 5 es un anagrama de los ocho primeros términos de esta sucesión: 1 – 1 – 2- 3 – 5 – 8 – 13 – 21. Al enterarse que la clave que abriría la bóveda del *Banco de Depósitos de Zurich* está formada por diez dígitos, *Sophie* calcula mentalmente las probabilidades criptográficas: "diez mil millones de posibles combinaciones", por lo que pensó que debía estar relacionada con los números de Fibonacci ya señalados. Ante la disyuntiva de ingresarlos en el orden natural o desordenados como aparecían en el mensaje, *Sophie* escoge lo primero, pues la segunda le parece demasiado aleatoria para recordarla, como en efecto lo es, ya que en total existen: $\frac{10!}{4!.2!.2!} = 37.800$ formas de ordenar estos dígitos.

Al abrir la caja de madera, después de hallar la llave oculta de manera conveniente, lo que encuentran es un *criptex*, descrito como un cilindro recubierto con cinco discos con las veintiséis letras del alfabeto inglés que debían ser alineados correctamente formando la clave que, al abrirlo, dejaría al descubierto un *criptex* más pequeño y dentro de él, el acertijo que llevó a los personajes a descubrir el misterioso secreto.

Al encontrar el *criptex*, *Sophie* hace el cálculo: "Eso es veintiséis elevado a la quinta potencia….aproximadamente doce millones de posibilidades" (p. 253). En este caso estamos ante lo que en teoría combinatoria se denomina **k-permutaciones con repetición de n objetos**. El número total de éstas es n^k, porque cada uno de los k objetos puede ser seleccionado de n formas.

Por otra parte, de lo que se trata en el *criptex* es de 5-permutaciones con repetición de las 26 letras del alfabeto, para un total de $(26)^5$ = 11.881.376 posibilidades, y en la clave del *Banco de Depósitos*, 10-permutaciones con repetición de los diez dígitos de 0 a 9, lo que totaliza las $(10)^{10}$ = 10.000.000.000 opciones señaladas por *Sophie*.

Como se puede ver, en todos estos casos no se podría haber trabajado simplemente al azar, porque las probabilidades de acertar en cada uno de ellos serían muy pequeñas, por lo que acordamos con Erickson (2004, p. 391) quien señala que "La fascinación que ejerce el libro radica en el ingenio de los cifrados y las habilidades de su desciframiento".

Así cerramos la rueda que se inició con la criptografía, continuó con la sucesión de Fibonacci, seguido del número áureo y con éste, el rectángulo aúreo, el pentáculo y El Hombre de Vitruvio, para luego pasar a los anagramas y la teoría de conteo y enlazar finalmente con el punto inicial del cifrado y desciframiento de códigos y claves, tratando de mostrar en cada caso algunos elementos matemáticos resaltantes, casi siempre desde una perspectiva histórica.

A Manera de Conclusión

El libro que se ha venido analizando, según los comentarios y las críticas que circulan por los medios de difusión de la información, pareciera haber despertado dos tipos de reacciones entre sus lectores: un rechazo casi total o una gran aceptación, con pocos matices entre estos dos extremos.

Tratando de dejar a un lado los sentimientos que su lectura pueda provocar, este artículo se ha centrado en destacar algunos aspectos vinculados con la Matemática que están presentes en el libro. Es en este sentido que se resalta el valor de obras noveladas, donde a través de personajes muchas veces ficticios y de una trama que captura la atención, se lleva al lector, como ha ocurrido en este caso, a interesarse por indagar sobre temas matemáticos que, aun cuando no sean desarrollados de manera precisa, se presentan muchas veces desde una perspectiva histórica, llevando a un aprendizaje realmente significativo porque se logra por interés propio de la persona.

Libros como "*El Teorema del Loro*"(Guedj, 2000), "*El Último Teorema de Fermat*" (Singh, 1999), "*El Tío Petros y la Conjetura de Golbach*" (Doxiadis, 2000) y *"El Diablo de los Números"* (Enzensberger, 2005) son otros ejemplos de obras que pudieran utilizarse en los cursos de Matemática para despertar la atención de los estudiantes hacia temas que muchas veces no aparecen en forma explícita en el currículum escolar; pues en el estudio formal de la Matemática, ocurre algo similar a lo que pasa con la Literatura: en el primer caso, se pretende lograr el gusto por la asignatura siguiendo métodos tediosos de enseñanza y asignando, en algunos casos, la revisión de textos que desarrollan los contenidos totalmente descontextualizados; y en el segundo, obligando a los estudiantes a leer libros, que si bien son clásicos de la literatura como *La Iliada* y *La Odisea*, están muy lejos de sus intereses actuales. Izpizua (2006) sugiere que los docentes deberían dejar que fueran los alumnos quienes escogieran sus libros de lectura entre los bestseller que más les atraigan y discutieran sus preferencias y señala que quizás de esa forma éstos acabarían comprendiendo los enunciados de Matemática y obtendrían unos resultados en el informe PISA (Programa internacional que evalúa las competencias en Matemática, Lengua y Ciencias) que dejarían tranquilos a todos los involucrados en el proceso enseñanza-aprendizaje de esta disciplina.

Acorde con esta observación se puede sugerir que se dé a los estudiantes la oportunidad de acercarse a la Matemática de una manera más ligera, a través de la lectura de libros distintos a los textos y de otros documentos que hagan surgir la motivación en ellos hacia la búsqueda del conocimiento, de su historia, de su aplicabilidad, de su presencia en el contexto y así, seguramente, también se verían resultados más satisfactorios.

Referencias

Alonso, M.; del Amo, A; Mallavibarrena, R; Pinto, I. y Ruiz, J. (2002). *La Divina Proporción*. [Documento en línea]. Disponible: http://www.mat.ucm.es. [Consulta: 2006, Mayo 25].

Brown, D. (2003). *El Código Da Vinci*. (J. Estrella, trad.) [The Da Vinci Code]. Madrid: Umbriel.

Burstein, D. (2004). Glosario. En D. Burstein (Editor). *Los Secretos del Código. La Guia no autorizada a los misterios detrás de El Código Da Vinci*. (pp 393-438). Bogotá: Planeta.

Casalderrey, F. (2006). *Mirar el arte con ojos matemáticos*. España: FESPM.

CENICE (s.f.). *La Sucesión de Fibonacci*. [Documento en línea]. Disponible: www.formacion.cnice.mec.es/web_espiral/ general_1/naturaleza_1/vegetal_1/fibonacci/fibo.htm. [Consulta: 2006, Mayo 25].

Delio, M. (2004). Da Vinci: Padre de la criptografía. En D. Burstein (Editor). *Los Secretos del Código. La Guia no autorizada a los misterios detrás de El Código Da Vinci*. (pp 255-257). Bogotá: Planeta.

Doxiadis, A. (2000). *El Tío Petros y la Conjetura de Goldbach*. Barcelona: Afluentes.

El Hombre de Vitruvio. La Divina proporción.(s.f.) [Documento en línea]. Disponible: http://www.portaplanetasedna.com.ar/divina_ proporcion.htm. [Consulta: 2006, Mayo 25].

El Problema de los conejos de Fibonacci. (s.f.). [Documento en línea]. Disponible: http://www.interactiva.matem.unam.mx/aurea /htm/conejos.html-3k. [Consulta: 2006, Junio 3].

Enzensberger, H (2005). *El Diablo de los Números.* España: Siruela.

Erickson, G.(2004). El Cógido da Vinci visto por un filósofo. En D. Burstein (Editor). *Los Secretos del Código. La Guia no autorizada a los misterios detrás de El Código Da Vinci*. (pp 369-373). Bogotá: Planeta.

Gelb, M. (1999). *Inteligencia Genial. 7 principios claves para desarrollar la inteligencia inspirados en la vida y obra de Leonardo Da Vinci.* Bogotá: Editorial Norma.

Guedj, D. (2000). *El Teorema del Loro. Novela para aprender matemáticas.* Barcelona: Editorial Anagramas.

Hurtado, G. (2005). *El Código en la red. Errores y falsedades científicas.* [Documento en línea]. Disponible: http://www.conelpapa.com /codigo/hurtado/htm. [Consulta: 2006, Mayo 29].

Historia de la Criptografía. (s.f.). [Documento en línea]. Disponible: http:www. Rinconquevedo.iespa.es/rinconquevedo/criptografía/ Introducción.htm. [Consulta: 2006, Mayo 16].

Howard, R. (Director). (2001). *Una mente brillante*. Hollywood: Universal.

Izpizua L. (2006, Mayo 27). ¿El Código Da Vinci?. *El País* (p. 25).

La Divina Proporción (s.f.). [Documento en línea]. Disponible: http://www.elaleph.com/ [Consulta: 2006, Mayo 26].

Javier, C.(2005). *Relaciones Geométricas y Simbolismo Hermético en La Gioconda. Una alternativa al Código da Vinci***.** [Documento en línea]. Disponible: http://giocondagrial.bitacoras.com/. [Consulta: 2006, Octubre, 23].

Langarita, I. (s.f.). *El Número de oro*. [Documento en línea]. Disponible: http://rt000z8y.eresmas.net/El%20numero %20de%20oro.htm. [Consulta: 2006, Mayo 26].

La Proporción Áurea. (s.f.). [Página Web en línea]. Disponible: http://www.geocities.com/Researchtriangle/thinktank/4492/noticia/la_proporcion_aurea [Consulta: 2006, Mayo 27].

McKay, B. (2004). ¿Dios es Matemático?. En D. Burstein (Editor). *Los Secretos del Código. La Guia no autorizada a los misterios detrás de El Código Da Vinci*. (pp . 257-259). Bogotá: Planeta.

Ortega, J. (1998). *Elementos de Probabilidad*. Caracas: Fondo Editorial CENAMEC.

Perero, M. (1994). *Historia e Historia de Matemáticas*. México: Grupo Editorial Iberoamericana.

Rey Pastor, R. y Babini, J. (1997). *Historia de la Matemática. Volumen I. De la Antigüedad a la Baja Edad Media.* Barcelona, España: Gedisa.
Rodríguez, J. (1995). *El arte de contar. Teoría Combinatoria.* Mérida: Universidad de Los Andes.
Rosen, K. (2004). *Matemática Discreta y sus aplicaciones.* Madrid: McGraw Hill.
Scheinerman, E. (2001). *Matemáticas Discretas.* México: Thomson Learning.
Singh, S. (1999). *El último teorema de Fermat*. Bogotá: Editorial Norma.
Sucesión de Fibonacci y la razón áurea. (s.f.). [Página Web en línea]. Disponible: http://www.geocities.com/athems/acropolis /4329/fibo_au.htm-7k. [Consulta: 2006, Mayo 27]. 31. *Un poco de Da Vinci III.* (s.f.). [Documento en línea]. Disponible: http://www.pasaco.com/blogEntry.aspx?entry_id=29212. [Consulta: 2006, Mayo 26].
Wikipedia. (s.f., a). [Enciclopedia en línea]. *Criptografía.* Disponible: http://www.es. wikipedia.org/wiki/criptografía. [Consulta: 2006, Mayo 16
Wikipedia. (s.f., b). [Enciclopedia en línea]. *François Eduard Anatole Lucas.* Disponible: http://www.es.wikipedia.org/wiki/François_Èduard_Anatole_Lucas-16k. [Consulta: 2006, Mayo 25].

Nelly Amatista León Gómez
UPEL-Instituto Pedagógico de Maturín, Dpto de Matemática, Presidente Vitalicia de la Asociación Venezolana de Educación Matemática, *nellyleong@hotmail.com*

Datos de la Edición Original Impresa

León Gómez, J. (2006, Junio**).** Algunos elementos matemáticos presentes en el Código Da Vinci. *Paradigma*. Vol. XXVII. Nº 1, Junio de 2006 /181-208