

# LAS IDEAS DE JOHANNES KÜHNEL Y SU PRESENCIA E IMPACTO EN LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA VENEZOLANA

**Walter O. Beyer K.**

nowarawb@gmail.com

*Universidad Nacional Abierta. Venezuela*

Recibido: 16 /10/2013      Aceptado: 19/02/2014

## **Resumen**

El presente artículo se centra en estudiar los elementos más resaltantes de la obra del didacta alemán Johannes Kühnel (1869-1928). Este personaje, que vivió a caballo entre los siglos XIX y XX, ejerció una notable influencia en la educación matemática venezolana. El impacto de sus ideas trascendió el marco europeo para arribar a tierras americanas y su influencia en nuestro medio fue muy importante, aunque ha pasado prácticamente desapercibida para la mayoría de los estudiosos venezolanos. En este trabajo se pretende realzar, mediante un estudio de carácter documental y bibliográfico, de tipo descriptivo-interpretativo y centrado en el método histórico, el gran impacto de su obra durante la primera mitad del siglo XX. Destacable, además, es el hecho de que hoy en día reconocidos educadores germanos y de otras latitudes han reivindicado la obra de Kühnel y han enfatizado la pertinencia y actualidad de sus planteamientos, los cuales hacen parte de las discusiones del momento.

**Palabras clave:** Johannes Kühnel, Kühnel y la Escuela Nueva, Enseñanza intuitiva, Enseñanza de la aritmética, Educación realista.

## **Johannes Kühnel's ideas and his presence and impact in Venezuelan mathematics education**

### **Abstract**

This paper focuses on studying the most striking elements of the work of the German didactician Johannes Kühnel (1869-1928). This personage, who lived between the nineteenth and twentieth centuries, had a significant influence in the Venezuelan mathematics education. The impact of his ideas went beyond the European framework to arrive to America and its influence in our midst was very important, although it has gone virtually unnoticed by most Venezuelans scholars. This paper aims to enhance, through a documentary and bibliographic study, of descriptive-interpretative type, and focused on the historical method, the great impact of his work during the first half of the twentieth century. Remarkable also is the fact that today Germans recognized educators and elsewhere have vindicated Kühnel's work and have emphasized the relevance and timeliness of their ideas, which are part of the discussions of the moment.

**Key words:** Johannes Kühnel, Kühnel and the New School movement, Intuitive teaching, Arithmetic's teaching, Realistic education

*A mí querido hermano Franklin (1943-2014)  
In memoriam*

*No importa que un niño aprenda a caminar un cierto camino con seguridad,  
sino que él mismo sepa buscar y encontrar su camino  
Johannes Kühnel, 1918*

### **Introducción**

El caso de Johannes Kühnel (1869-1928), como el de muchos otros personajes que han realizado importantes aportes a nuestra educación, es el de un destacado didacta cuyas ideas dejaron profunda huella en la educación matemática venezolana, pero que por un imperdonable descuido no ha sido estudiado por la intelectualidad de nuestro país.

Dada su enorme importancia en nuestro medio y en virtud de la ausencia de estudios sobre su influencia, el presente trabajo trata de llenar este vacío.

Se estudian en este escrito la vida y obra de Kühnel enmarcadas dentro de sus respectivos contextos, sirviendo éstos de telón de fondo para poder interpretar a cabalidad los hechos e ideas que giran alrededor de este pedagogo.

En lo posible se acudirá a las fuentes primarias, lo cual a veces no es posible dada la pérdida de buena parte de nuestro patrimonio cultural, incluso el de épocas no tan lejanas. Así, por ejemplo, traducciones al castellano de algunos de sus escritos son colocadas como obras a ser consultadas, formando parte de la bibliografía de varios documentos venezolanos, entre ellos los *Programas de Educación Primaria* de 1936; sin embargo, en ninguna de las bibliotecas del área metropolitana de Caracas fue posible encontrar ejemplar alguno de éstas. En estos casos, la única alternativa es acudir a las fuentes secundarias. No obstante, todas las fuentes –siguiendo el rigor del método histórico- son sometidas a la crítica, tanto externa como interna.

Se estudiará la expansión de las ideas de Kühnel y de su obra escrita, así como el impacto que éstas han tenido a lo largo del tiempo en Alemania y el resto de Europa, como también su arribo y difusión en tierras americanas.

Asimismo, se mostrará que muchos de sus planteamientos tienen en nuestras latitudes y en los tiempos actuales una sorprendente vigencia.

Asumir el análisis de la producción intelectual de un personaje y el impacto que sus ideas han tenido requiere de una gran dosis de profundidad, sistematicidad y acuciosidad en la búsqueda de la información, así como en la interpretación de la misma.

Lo antes señalado significa situarlo en su época y considerar los diversos contextos que subyacen y rodean su período vital y, aún después de fallecido, hacer un riguroso itinerario de sus ideas, escudriñando los lugares en donde éstas han arraigado y fructificado. Requiere abordar las diversas facetas de su personalidad y sus vínculos con sus contemporáneos.

### **¿Quién fue Johannes Kühnel?**

Aunque su nombre completo era Ernst Paul Johannes Kühnel, se le conoce por su tercer nombre de pila: Johannes. Vio la luz el 2 de julio de 1869 en Dresden (Dresde), importante ciudad del este alemán, capital del estado federado de Sajonia, a orillas del Elba.



Figura 1: Imagen sin fechar de Johannes Kühnel

Johannes provenía de una familia humilde. Su padre era pintor de brocha gorda y después laboró como criado. En principio el pequeño Johannes sólo asistió a la escuela elemental. Luego de 8 años terminó la primaria con tan buen desempeño que a la edad de 14 pudo comenzar sus estudios de formación docente en las Escuelas Normales de Dresden y Pirna, los cuales realizó entre 1883 y 1889, culminándolos exitosamente con dos pruebas (equivalentes a los exámenes de Estado) realizadas en 1889 y en 1891, respectivamente.

Trabajó como maestro de escuela en Neucoschütz, Plauen y Wilsdruff. Al año siguiente de su última prueba comenzó a trabajar en la formación del profesorado a la par de ejercer su labor como maestro de escuela: desde 1892 como profesor ayudante en la *Escuela Normal* de Borna; a partir de 1896 y hasta 1900 como docente permanente, y luego, entre 1900 y 1907

como profesor numerario, en Bautzen; y, finalmente, desde 1907 hasta su jubilación adelantada, en 1925, como profesor numerario en el Real Seminario de Maestros, en Leipzig.

Como vemos, Kühnel desde muy joven –apenas con 22 años- combina la actividad docente con la formación de maestros. Esta yuxtaposición de roles le permitió reflexionar profundamente acerca de diversos aspectos de la enseñanza-aprendizaje, en particular los referidos al conocimiento matemático escolar.

Toda esta intensa actividad la combina Kühnel con un exigente régimen de autoestudios. Asimismo, en 1890 culminó exitosamente un curso especial para maestros. En 1890/1891 se inscribe como oyente en la *Escuela Técnica Superior* de Dresden, siguiendo cursos de historia del arte, psicología y pedagogía. Para 1893 rinde el examen como profesor de especialidad en educación técnica. En 1900 culmina en Bautzen un curso para docentes sobre arboricultura.

Su espíritu inquieto le acicateó la curiosidad intelectual y le convenció de que era necesario abordar los problemas de la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas desde una óptica rigurosa y científica. Esto le condujo indefectiblemente a la necesidad de continuar sus estudios, ahora a nivel doctoral. Así que se matricula en una prestigiosa universidad alemana, la de Leipzig. Desde 1907 hasta 1911 estudió en dicha universidad, entre otros, bajo la orientación de Wilhelm Wundt (1832-1920) y del discípulo y colaborador de éste, Ernst Meumann (1862-1915).

En 1911 Kühnel defiende exitosamente su tesis doctoral, la cual llevó por título *Comenius und der Anschauungsunterricht (Comenius y la enseñanza intuitiva)*, siendo Ernst Meumann uno de los examinadores de la misma.



**Vorwort.**

Eingehende Beschäftigung mit der Zeit des Comenius und den Schriften, Vorträgen und Werken des großen Pädagogen führte mich zu dem Ergebnis, daß viele Gedanken der heutigen Schulreform bei ihm bereits im Keime vorliegen, aber gar mit solcher Klarheit und Deutlichkeit von ihm ausgesprochen worden sind. Da nun der wichtigste und erste Teil der Schulreform die Reform des Elementarunterrichts ist, so konzentrierte sich die Aufmerksamkeit auf den Vergleich der Ideale des Comenius mit den heutigen.

Und da das Bewußtsein, daß unsere heutigen Ideen schon vor langer Zeit ausgesprochen worden sind, nicht hoch beschönigend, niederdrückend wirkt, sondern vielmehr anspornt zu selbstbewußter Verwirklichung der Ideale, so glaubte ich die vorliegende Studie veröffentlichen zu dürfen.

Das Studium der Geschichte ist auch darum eine notwendige Vorbedingung für die Tätigkeit eines jeden Reformers — einige von ihnen sind sich dessen freilich nicht bewußt — weil die Kenntnis der Verhältnisse, welche festere eine Realisierung der Ideale nicht zulassen, den Blick weitet für die Verhältnisse der Gegenwart und für die „unbegrenzten“ oder meistens sehr begrenzten Möglichkeiten. Möge die vorliegende Arbeit an ihrem kleinen Teile dazu beitragen.

Leipzig  
im Januar 1911.

Der Verfasser.

**Überblick.**

I. Einleitung.	Seite	
Worte der Einführung	5	
Vorläufige Charakterisierung von Anschauungsunterricht	7	
II. Die sinnliche Anschauung bei Comenius.		
Charakteristische Begriffe	10	
Lehrerfragen	12	
Schüler	14	
Die Praxis des Comenius	15	
Kritik (Erläuterung, ideale Praxis, eine Zusammenfassung)	17	
III. Die anschauliche Unterrichtsweise.		
Die Verhältnisse zur sinnlichen Anschauung	21	
Comenius' Theorie und Praxis	22	
Kritik	23	
Eintrag des Anschauungsunterrichts	25	
IV. Der Anschauungsunterricht.		
a) Wesen.	Die gegenwärtige Darstellung	27
	Verhältnisse des Lehrers bei Comenius	29
	Übersichtsunterricht	30
	Übersichtsunterricht	31
	Stammesunterricht	34
	Stammesunterricht	35
b) Aufgaben u. Stoffe.	Eintrag zur sinnlichen Anschauung	37
	Eintrag zur sinnlichen Anschauung	39
	Stoffe	42
c) Methodik.	Eintrag	45
	Eintrag	47
	Eintrag	49
d) Grundsätze.	Psychologie und Anschauungsunterricht	51
	Eintrag	54
	Eintrag	56
	Eintrag	57
V. Schlusszusammenfassung.		

Figura 2: Tapa, Prefacio e Índice de la tesis doctoral de Kühnel (1911)

Se desprende del título de su investigación doctoral que Kühnel acude nada más ni nada menos que a una de las fuentes clásicas de la didáctica como lo es Comenius.

Además, ese contacto con Wundt –quien es uno de los fundadores de la psicología experimental- alimenta en él, sin lugar a dudas, una visión holística y científica del hecho educativo. Estamos en presencia de un período en el cual se desarrolla lo que se ha denominado la *pedagogía científica*, la cual en palabras de Luzuriaga (1957) es una corriente que “estudia los métodos, procedimientos y medios de la obra educativa” (p. 7) y que éste contrapone a la *pedagogía especulativa o filosófica*, y en ella habría que ubicar en principio a Kühnel.

Tanto Wundt como Meumann fueron individuos polifacéticos. El primero llegó a trabajar con el químico Bunsen; estudió además medicina, concentrándose en los estudios sobre la fisiología humana, para luego dedicarse a la psicología, dirigiendo sus esfuerzos para convertir esta área del conocimiento en una disciplina autónoma, separada de la filosofía, con carácter científico y basada en la experimentación. Wundt estaba influido, entre otras, por las ideas de John Stuart Mill.

Por su lado, el segundo de estos personajes –Meumann- tuvo entre sus intereses la teología, la psicología y la pedagogía, reconociéndosele sus aportes como fundador de la psicología educativa en Alemania. Se vinculó a Wundt, primero como alumno y luego como colaborador y asistente de éste. Ejerció además cátedras de filosofía y psicología a partir de 1911, año del doctoramiento de Kühnel. Es de resaltar en este punto, ya que aquí podrían radicar muchas ideas de Johannes Kühnel, que, de acuerdo con Probst (1997), “es obvio que el punto de vista de la psicología educacional de Meumann estaba fuertemente influenciado por el movimiento internacional de la reforma en educación, el cual en ese tiempo era popular en Europa y Norte América” (p. 316). Este movimiento no es otro que el denominado en nuestras tierras como *Escuela Nueva*. Justamente, fueron estas ideas de Meumann, las cuales condujeron a la pedagogía experimental, las que debieron impactar fuertemente en el espíritu de Kühnel y seguramente moldearon en parte su propuesta didáctica sobre las matemáticas.

Al año siguiente de la obtención del grado de doctor es nombrado profesor universitario.

Kühnel día a día se enrola en nuevas actividades. Así, para 1921 pide una licencia por seis meses con la idea de promocionar la escuela para el trabajo, para lo cual dicta 152 conferencias en Alemania, Austria y Suiza.

Kühnel con la preparación teórica adquirida y la influencia de sus maestros, lo cual aunó a una gran experiencia acumulada en su labor directa de aula con los niños y formando docentes, ya desde temprano estuvo presto para abordar una nueva tarea: la de plasmar en el papel sus concepciones pedagógicas, para orientación de su generación y para la de las generaciones futuras.

Su producción escrita fue bastante extensa y muchas de sus obras fueron reeditadas posteriormente a su muerte.

Justamente, a describir y comentar esta amplia bibliografía dedicaremos el siguiente apartado del presente artículo.

Su temprana jubilación en 1925, a los 55 años de edad, se debió principalmente a que había sufrido una profunda decepción al perder las esperanzas de ser nombrado director del *Instituto Pedagógico de la Universidad* de Leipzig, por cuanto él había trabajado muchos años en función de ello. Parece ser que esto se debió en buena medida a su controversia con otro eminente e influyente pedagogo: Spranger. No obstante, existen versiones distintas de lo acontecido.

A pesar de haberse pensionado Kühnel siguió adelante con su obra escrita.

Finalmente, Kühnel muere a una edad relativamente temprana, en Gräfelfing cerca de la sureña ciudad de München (Munich), el 12 de octubre de 1928, luego de haber sufrido dos ataques de apoplejía.

### **La *oeuvre* de Johannes Kühnel**

Johannes Kühnel fue un prolífico escritor de ensayos y otras obras sobre temas de pedagogía, de formación de maestros, enseñanza técnica y artesanal, así como sobre enseñanza de las matemáticas.

Para la reconstrucción de su producción bibliográfica se ha acudido a variadas fuentes como son: diversas bases de datos disponibles en Internet (como *WorldCat*, *Booklooker*, *GoogleBooks*); los catálogos en línea de diversas bibliotecas (Biblioteca Nacional de Alemania, Biblioteca de la Universidad de Heidelberg, Biblioteca de la Universidad de Hamburgo, Biblioteca de la Universidad de Kyushu, entre otras); las ventas de libros por Internet (como *Amazon*, *Ebay*, *Abebooks*, *Iberlibro*). Asimismo, se consultó el meduloso artículo de Sandfuchs (2009), como también otras investigaciones y documentos que refieren a sus escritos.

Para garantizar la fidelidad de la información ésta fue contrastada entre las distintas fuentes y además, en varias ocasiones, se ha tenido acceso digital a imágenes de las tapas, de las portadas, de los índices o de fragmentos de algunas de sus obras, lo cual ha permitido tener información de primera mano sobre las mismas. Ocasionalmente, se ha podido acudir a la totalidad de alguna de éstas.



Figura 3: Oferta de obras de Kühnel en el periódico *Leipziger Lehrerzeitung* (Nº 31, 1922, p. 589). Tomado de Sandfuchs, 2009, p. 59

Según Sandfuchs (2009), la primera publicación de Kühnel fue *Lehrproben aus dem Anschauungsunterricht mit methodischer Begründung*, la cual salió a la luz en 1899. Posteriormente, dicha obra bajo un título más llamativo y elegante, el de *Moderner Anschauungsunterricht (Enseñanza intuitiva moderna)*, fue reeditada en varias ocasiones, alcanzando un total de nueve ediciones hasta 1932. La certeza del aserto de Sandfuchs (op. cit.) ha podido corroborarse mediante otras fuentes consultadas (ver Anexo).

Sin embargo, uno de los escritos más citados de Kühnel, y tal vez el más influyente de todos, es su *Neubau des Rechenunterrichts (Reconstrucción de la enseñanza de la aritmética)*, publicado originalmente en 1916. Ya para 1919 veía la luz la segunda edición de este libro. Puede observarse además (ver Anexo) que, a pesar de haber fallecido su autor en 1928, la obra seguía reeditándose aún en 1965, estando por ese tiempo en su undécima edición. No fue el único caso de reediciones *post mortem* de sus libros.

La obra es un libro extenso que consta de dos volúmenes que lleva por subtítulo *Ein Handbuch der Pädagogik (Un manual de pedagogía)*.



Figura 4: Tapas de varias ediciones del *Neubau des Rechenunterrichts*

En el índice de la obra aparece lo siguiente:

- Krönung und Ausbau (Coronación<sup>1</sup> y desarrollo).
- Zusammenfassungen über das Lehrverfahren (Síntesis del proceso de enseñanza).
- Die Hausordnung des Neubaus (El reglamento escolar de la reconstrucción).
- Der Lehrplan (El plan de estudios).
- Betriebsbilder aus dem neuen Hause (Descripción del funcionamiento de la nueva escuela).
- Lehrbeispiele mit methodischer Begründung und Hinweise (Ejemplos de enseñanza con argumentación metodológica y notas).

Se encuentra que al *Neubau des Rechenunterrichts* le fue colocado el subtítulo *Ein Handbuch der Pädagogik für ein Sondergebiet (Un manual de educación para un área especial)*. Se nota aquí ya una insistencia en la especificidad que desde el punto de vista didáctico encierra la matemática y, más aún, la aritmética. Ya se constata aquí que Kühnel estaba absolutamente consciente de que las teorías pedagógicas de carácter general resultaban insuficientes para abordar la problemática de la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas.

En referencia a esta obra Johow (1929) afirma que “en este trabajo revisa la didáctica antigua, le contrapone la moderna y estudia la finalidad de la aritmética, dando sus propias experiencias en este terreno” (p. 3).

<sup>1</sup> Aquí el significado de este término está asociado con el hecho de que para Kühnel “la corona de la enseñanza de la aritmética” era para él “el hallazgo y la formulación de problemas aún no configurados”.

En la obra Kühnel señala que la aritmética ya no debe permanecer como un fin en sí misma, sino que debe ser un medio para alcanzar propósitos más elevados como desentrañar la realidad del mundo que nos rodea y la promoción de la cultura. Así, la aritmética debería servir de base para una comprensión matemática de las cosas y de los fenómenos de la naturaleza y de la vida humana.

En una entrevista imaginaria con Kühnel (Poczatek y Conrads, 2009) se le interroga sobre el sentido de su obra *Neubau des Rechenunterrichts*, a lo cual responde:

En mi libro cuestiono el sistema escolar actual y externalizo mi crítica al mismo y a los métodos obsoletos en relación con la enseñanza de la aritmética. Esto se traduce en mis términos como escuela verbalista o vieja escuela. Allí establezco nuevas ideas y contrapropongo la manera de reformar la escuela y de cómo orientar a los niños (p. 8).

Con respecto a su crítica a la educación sustantiva aclara que “los objetivos de la enseñanza aritmética [bajo ese esquema] consisten simplemente en perfeccionar las habilidades de cálculo y en desarrollar y ejercitar métodos de solución. Pero la enseñanza de la aritmética es mucho más que eso” (idem).

A lo anterior se agrega que:

Es como esto, la enseñanza de la aritmética y la educación matemática son inseparables. En la vieja escuela, la aritmética es un fin en sí mismo y prevalecen las automatizaciones incomprensibles. Mis clases, sin duda, proporcionan no que los alumnos sean sujetos adiestrados, sino que persiguen educar su personalidad y ayudar a desarrollar su educación matemática (idem).

Asimismo, es en su *Neubau des Rechenunterrichts* en donde podemos leer su célebre aforismo: “Ni transmisión ni receptividad, sino organización y actividad es lo que caracterizará el proceso de enseñanza del futuro” (Kühnel, 1950, p. 70; citado por Universidad de Potsdam, s/f, p. 3), frase que resume buena parte de su pensamiento pedagógico.

Además, gran relevancia tuvo la obra *Vier Vorträge über neuzeitlichen Rechenunterricht* (*Cuatro conferencias sobre la enseñanza moderna de la aritmética*). La obra consta de 96 páginas (en su primera edición de 1922) y de 108 (en las ediciones 2° y 3°).

Johow (1929) señala que

Como esa obra es demasiado voluminosa [refiriéndose al *Neubau des Rechenunterricht*] y existía, por consecuencia, el temor de que no encontrara la divulgación deseable, Kühnel redactó un resumen de ella en forma de conferencias, cuyo objetivo principal era estimular al profesorado. El éxito de las conferencias fue enorme y sus oyentes, en número de muchos miles, le rogaron que las publicara en un folleto, a lo cual Kühnel accedió gustoso, dando a la publicidad la obra: “Vier Vorträge über neuzeitlichen Rechenunterricht” (“Cuatro conferencias sobre enseñanza moderna de la aritmética”) (p. 3).

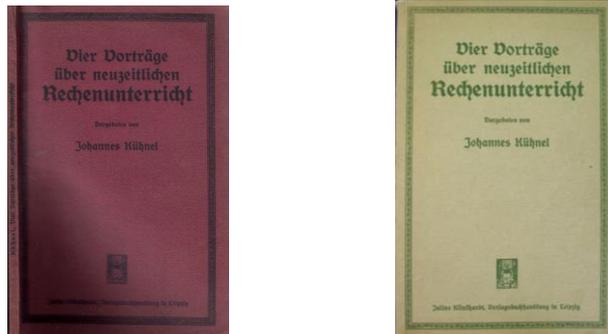


Figura 5: Tapas de dos ediciones de su *Vier Vorträge über neuzeitlichen Rechenunterricht*

El índice de la obra contiene lo siguiente:

- Die Grundlagen (Los fundamentos).
- Das Erwerben der Rechenfertigkeit (La adquisición de las habilidades de cálculo).
- Normalverfahren und Rechnungsarten (Procedimientos normales y tipos de cálculos).
- Anwendungsrechnen auf allen Stufen (Cálculo aplicado en todos los niveles).

Ha de aclararse aquí que el término cálculo se aplica a efectuar las operaciones elementales, mientras que la denominación “normal” para ciertos procedimientos, como lo explica Bauer (1998), se refiere a aquellos que son usuales, habituales o corrientes. Mientras que la alusión a “tipos de cálculos” adquiere sentido por cuanto

en la literatura sobre didáctica y metodología del cálculo se distingue las siguientes formas de efectuar las cuentas: cálculo oral (cálculo mental), cálculo escrito siguiendo los procedimientos usuales, cálculo semiescrito, cálculo ventajoso, estimación, redondeo, tanteo, cálculo con la calculadora de bolsillo (Bauer, 1998, p. 179).

Señala Sandfuchs (2009) que

en cierto modo, y dicho sea de paso, alcanzaron sus *Vier Vorträge über neuzeitlichen Rechenunterricht* bajo el posterior título de *Lebensvoller Rechenunterricht [Enseñanza de la aritmética plena de vida]* al menos cuatro ediciones por Klinkhardt (la 4ª edición en 1938), volviendo a aparecer en 1949 en su sexta edición por Ehrenwirth en Munich (p. 60).

La base de datos *WorldCat* reseña varias de las ediciones señaladas por Sandfuchs (2009), pero también incluye la 5ª edición, publicada en 1942 por Klinkhardt en la ciudad de Leipzig.

Su *Lebensvoller Rechenunterricht* pareciera ser una obra de Kühnel muy orientada hacia la praxis de aula. La edición de 1942 consta de 130 páginas, mientras que la de 1949 tiene 151.

Inhalt		Seite:
1. Die Grundlagen . . . . .		5
2. Das Erwerben der Rechenfertigkeit . . . . .		41
3. Normalverfahren und Rechnungsarten . . . . .		70
4. Anwendungsrechnen auf allen Stufen . . . . .		100
5. Zusammenfassung und Lehrplan der Grundschule . . . . .		127

Figura 6: Tapas del *Lebensvoller Rechenunterricht*. A la izquierda la del libro de Kühnel y a la derecha la de una obra homónima de Adolf Gerlach. En el centro: Índice del libro de Kühnel

La tapa de la derecha, en la Figura 6, corresponde a una edición de 1914 de una obra de Adolf Gerlach (1871-1965), que coincide en el nombre con el de la obra de Kühnel, la cual lleva por subtítulo *Vorschläge und Beispiele für eine Fortentwicklung des Rechenunterrichts im Sinne der Arbeitsschule - 1. Teil: Einführung und Unterstufe. Band 4. (Sugerencias y ejemplos para un mayor desarrollo de la enseñanza de la aritmética con sentido para la escuela del trabajo - Parte I: Introducción y Nivel inferior. Volumen 4)*. Su editor fue Voigtländer en Leipzig. Esto no es una mera coincidencia ya que ambos pedagogos militaban en el movimiento alemán de la reforma educativa.

Este pedagogo, contemporáneo de Kühnel, coincidía con éste en estar en contra de la escuela tradicional con sus ejercitaciones y sus aprendizajes automáticos y forzados, así como también se oponía al adiestramiento al que eran sometidos los niños.

Sobre el *Lebensvoller Rechenunterricht* de Kühnel se expresa Greefrath (2010) señalando que en este libro él promovía **una enseñanza más objetiva, una enseñanza interdisciplinaria de la matemática**. En consecuencia, “la enseñanza de la aritmética debía ser más práctica y más próxima a la vida” (op. cit., p. 28). Puede apreciarse aquí nuevamente la actualidad de la propuesta pedagógica de Kühnel, expresada en 1927.

Esa relación de la matemática con la realidad que quería establecer Kühnel lo condujo a criticar muchos de los problemas, ejercicios y actividades propuestas a los alumnos dada su artificialidad, las cuales denominó *Actividades vestidas*. Sobre este punto se volverá luego en el presente escrito.

Por su parte, su *Methodik des Rechenunterricht, Methodik des Volksschulunterrichts (Metodología de la enseñanza de la aritmética, Metodología de la enseñanza de la escuela*

*primaria*), es un corto libro de 81 páginas, dedicado específicamente a la enseñanza de una determinada rama de las matemáticas.



Figura 7: Tapa de su *Methodik des Rechenunterrichts*, *Methodik des Volksschulunterrichts*

En este libro demandaba Johannes Kühnel, igual que en su *Neubau des Rechenunterrichts*, que la organización y la actividad del alumno serán la enseñanza y el aprendizaje del futuro. Es éste un planteamiento que se encuentra frecuentemente en su ideario y que permite asociarlo claramente a la corriente pedagógica de la *Escuela Nueva*.

La cortedad del escrito, así como lo explícito de su título indican a las claras la temática tratada en el mismo. Asimismo, se señala su orientación hacia la enseñanza en el nivel primario.

Un escrito de Kühnel que hay que resaltar es su *Moderner Anschauungsunterricht (Enseñanza intuitiva moderna)*. Lleva por subtítulo uno muy significativo: *Eine Reformschrift (Un escrito para la reforma)*.

No es sorprendente el título de su obra ya que Kühnel le prestó mucha atención a la enseñanza intuitiva. De hecho Kühnel retoma en su *Neubau des Rechenunterrichts* los principios planteados por Pestalozzi de que la intuición es el fundamento absoluto de todo conocimiento y de que todo conocimiento debe provenir de la intuición, planteando que esto le dio a la enseñanza de la aritmética, en principio, una base natural y segura.



Figura 8: *Moderner Anschauungsunterricht*, una importante obra de Kühnel

La influencia de Pestalozzi es patente en buena parte de los escritos de Kühnel. Tan es así que él utiliza frases del pedagogo suizo como epígrafes, como es el caso en su obra *Jütting und Webers Anschauungsunterricht und Heimatkunde für das erste bis dritte bzw. Vierte Schuljahr* (Kühnel, 1912).

El *Moderner Anschauungsunterricht* es un libro de cerca de 200 páginas, aunque en algunas ediciones encontramos una extensión algo mayor, en cuyo índice está la siguiente temática:

- I. Zur Einführung (Para introducir).  
Erläuternde Untersuchungen (Investigaciones explicadas).
- II. Zur Weiterführung (Para continuar).  
Methodik des Anschauungsunterrichts (Metodología de la enseñanza intuitiva).
- III. Zur Vertiefung (Para profundizar).  
Grundsätze des Anschauungsunterrichts (Principios de la enseñanza intuitiva).
- IV. Zur Ausführung (Para llevar a cabo).  
Vollständige Lehrproben (Lecciones completas de demostración).  
Ausschnitte (Recortes).  
Andeutungen (Sugerencias).

Este libro de Kühnel lleva por subtítulo *Lehrproben mit methodischer Begründung* (*Lecciones de demostración con argumentaciones metodológicas*), a esto –como se observa en el índice- le dedica justamente el último capítulo de la obra.

Por otra parte, la parte metodológica se estudia en el segundo capítulo y cubre los siguientes aspectos: Curso, método de enseñanza, configuración de la enseñanza, estilo de enseñanza y material didáctico.

Otra importante obra de Kühnel es *Die alte Schule* (*La vieja escuela*), la cual subtituló *Ein Buch vom deutschen Wesen und vom Frieden der Welt* (*Un libro de la naturaleza alemana y por la paz del mundo*). Es éste un libro de 151 páginas.



Figura 9: Tapa de una de sus obras capitales: *Die alte Schule*

Este libro constituye una revisión crítica de la organización y las metas educativas del sistema escolar de la preguerra y su carácter dentro del Estado y de la sociedad.

En su índice se encuentran los siguientes elementos:

- Die Tatsachen der Schulorganisation (Las realidades de la organización escolar).
- Die Wirkungen: (Las consecuencias).
- Die Wirkungen der Träger der Schule (Las consecuencias de la dirección de la escuela).
- Die Wirkungen der Gliederung (Las consecuencias de la estructura).
- Die Wirkungen der Schulbetriebs (Las consecuencias de la actividad de la escuela).
- Die grundsätzliche Einstellung (El enfoque principal).
- Das Unterrichtsverfahren (El método de enseñanza).
- Zusammenfassung der Wirkungen (Resumen de las consecuencias).
- Die Ursache (La causa).
- Rückblick und Ausblick (Revisión y perspectiva).

En esta obra analiza las características resaltantes de la escuela tradicional haciendo una fuerte crítica a la misma. Objeta, entre otras cosas, la guía incesante a la que es sometido el alumno, causante según él de que el joven sea extremadamente dependiente en todos los aspectos: en sus juicios, en sus sentidos, en sus decisiones; además, es un individuo sin problemas, sin presencia de ánimo ni temple, sin dirección, carente de sentido crítico, abúlico e indeciso, sin ganas de trabajar, a la espera de directrices y órdenes, así como de que le sugieran las acciones a tomar. En pocas palabras, para Kühnel el producto de la escuela vieja no es más que una especie de robot.

Asimismo, asocia a la escuela tradicional el hecho de que la pregunta del docente transfiere la falta de honradez de quien interroga a los niños, la deshonestidad en ella contenida al preguntar algo que el maestro ya sabe. En consecuencia, los niños pronto serán así de deshonestos como el modelo. Los alumnos no se sienten motivados a responder con sinceridad, sino que se adiestran en decir lo que suponen que el maestro quiere oír.

También, entre sus críticas, destaca el hecho de que la vieja escuela siga un método basado en la supuesta uniformidad de los alumnos.

Éstas son sólo algunas de las objeciones que le formula Kühnel a la vieja escuela. Adicionalmente el libro recoge buena parte de sus ideas reformadoras para la escuela.

Un título muy interesante lleva otra de sus obras: *Gedanken über Lehrerbildung. Eine Gegenschrift (Reflexiones sobre la formación del profesorado. Una refutación)*<sup>2</sup>. Es éste un libro de bolsillo de 59 páginas. Representa una respuesta de Kühnel refutando el planteamiento del filósofo, pedagogo y psicólogo alemán Eduard Spranger, quien en la base de la formación de los maestros no pone el acento en el conocimiento sino en la formación del hombre; mientras que para Kühnel la ciencia es un requisito esencial y no un añadido posterior para el hacer pedagógico.

---

<sup>2</sup> Una versión digital de esta obra está en la página web de la Biblioteca de la Universidad de Kyushu (<http://catalog.lib.kyushu-u.ac.jp/recordID/catalog.bib/BA52915129>). En dicha página aparecen otras seis obras de Kühnel digitalizadas. Pero el acceso está restringido a esa comunidad universitaria.



Figura 10: Tapa de su refutación a Eduard Spranger

Un opúsculo de aparentemente menor importancia es *Anleitung für Mütter und Lehrer zum Gebrauch der Zahl- und Einmaleinstafeln* (*Instrucciones para las madres y los maestros para el uso de los tableros numéricos y las tablas de multiplicar*), el cual es un folleto de apenas 16 páginas, contentivo de tablas, ilustrado con figuras y haciendo uso de colores. Pero no por ello dejan de tener relevancia escritos como éste, ya que aportan la forma de llevar a la práctica de aula algunas ideas presentes en su pensamiento pedagógico. Constituyen, por decirlo así, la operacionalización de sus propuestas didácticas. Es justamente en esta obra de 1925 que está descrito fundamentalmente el funcionamiento y el uso de los tableros numéricos de Kühnel.

Además, es de señalar que a partir de los cuadros o tableros numéricos de Kühnel se han desarrollado materiales didácticos en forma de pliegos y tarjetas de papel, los cuales son ya sea filas completas de puntos con los números naturales hasta cien o contienen subconjuntos de cinco hasta cien

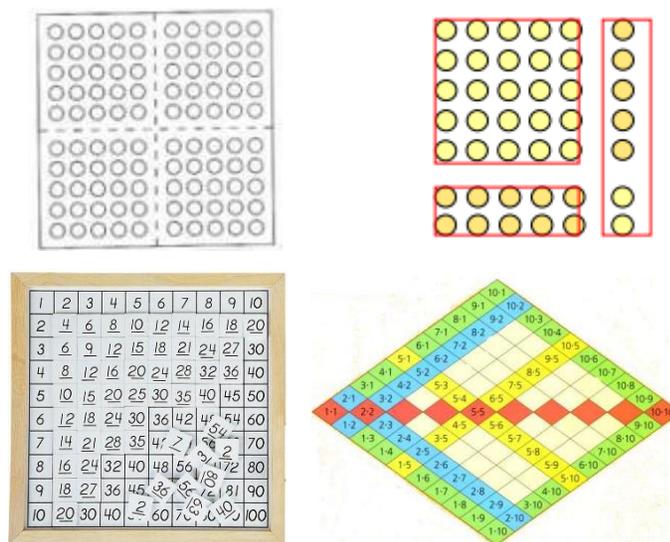


Figura 11: Tableros y tablas al estilo de las empleadas por Kühnel

Otro de sus escritos breves es *Die Hauptgedanken des neuen Rechenunterrichtes (Las ideas principales de las nuevas lecciones de aritmética)*, el cual ocupa apenas 8 páginas.

Entre los escritos de Kühnel también están los *Rechenübungen für Volksschulen (Ejercicios de cálculo para escuelas primarias)*, producidos en coautoría con Oswald Thieme y Adolf Schlosser. Consisten en una colección de cuadernos ilustrados, publicada por Alwin Huhle en Dresden, entre comienzos de la década de 1920 e inicios de la siguiente. Su finalidad es servir de apoyo a la instrucción. Estos escritos tienen una extensión que va desde algo más de 40 páginas hasta cerca de las 70.

Así, por ejemplo, uno de tales cuadernos incluye:

Ejercicios con conceptos numéricos y representación de números contando, el conteo a compás y abarcando con la vista.



Figura 12: Diversos cuadernos publicados por Kühnel, algunos en colaboración

Una muestra fehaciente de la difusión del producto intelectual de Kühnel lo constituye la traducción de varias de sus obras a diversos idiomas. Así, por ejemplo, se tiene la obra *Levend rekenonderwijs*, en Holandés y, en castellano, se encuentran los libros *Orientaciones modernas en la enseñanza de la aritmética* y *Métodos para la enseñanza de la aritmética en la escuela primaria*.

Otra faceta de Kühnel, no menos importante que su aporte a la didáctica de las matemáticas, es su contribución a la educación de oficios y a la educación técnica, temas a los cuales también dedicó parte de su producción escrita. Así, tenemos su *Technische Vorkurs* (*Curso técnico preliminar*), publicado en 1912; su *Der Handfertigkeitsunterricht vom Standpunkte der Pädagogen* (*Lecciones de trabajo manual desde el punto de vista de los pedagogos*), editado en 1915; y su *Technische Bildung* (*Educación técnica*), obra publicada en 1927. No obstante, a pesar de la trascendencia de tales escritos, este aspecto de su *oeuvre* no será detallado aquí. Se le menciona solamente en virtud de que permite ver la amplitud de miras de este didacta, así como también permite tener una mayor comprensión de algunas de sus ideas y planteamientos acerca de la enseñanza de las matemáticas, en particular el que esta

disciplina ha de enseñarse vinculada con la realidad, adelantándose tal vez a la actual corriente didáctica conocida como *Matemática Realista* inspirada en los trabajos de Hans Freudenthal.



Figura 13: Tapas de dos obras de Kühnel para la educación técnica

La lectura de sus obras permite reconstruir claramente el ideario pedagógico de Kühnel, tema sobre el cual se volverá en una sección posterior de este artículo.

El éxito de los escritos de Kühnel se puede medir, entre otras cosas, en que según la base de datos *WorldCat* la obra *Moderner Anschauungsunterricht: eine Reformschrift (Enseñanza intuitiva moderna: Un escrito para la reforma)* salió incluso más de una vez de las prensas en un mismo año. Así, por ejemplo, la 8<sup>va</sup> edición tuvo dos tiradas en 1923, ambas salidas de los talleres de Julius Klinkhardt. Y no fue el único de sus libros al cual le ocurrió esto.

En la recopilación de buena parte de su producción intelectual, recogida en el Anexo, se observa claramente que el editor predilecto de Kühnel fue Julius Klinkhardt, existiendo una especie de simbiosis entre ambos personajes. Sobre esta relación entre Kühnel y este editor Sandfuchs (2009) afirma que “Kühnel es uno de los autores más exitosos de Klinkhardt, el cual tuvo una enorme actividad en su tiempo” (p. 57). Así, una importante casa editora germana aunó esfuerzos con un destacado didacta de las matemáticas, esfuerzos que coadyuvieron enormemente no sólo a la difusión de la obra de este pedagogo sino a que parte de sus propuestas fructificaran en la praxis educativa alemana y aún más allá.

### **Kühnel y su época**

Para comprender a cabalidad la obra y hechos de un personaje hay que considerar ineludiblemente el conjunto de circunstancias dentro de las cuales éstos se desarrollaron; vale decir, tomar en cuenta los contextos políticos, sociales, económicos y, en nuestro caso los educativos, que rodearon a este pedagogo.

La vida de Johannes Kühnel transcurrió en un período histórico bastante convulso y su producción intelectual hay que entenderla e interpretarla dentro de la época en que se originó.

La vida y obra de Kühnel corren bastante paralelas a la del extraordinario matemático germano Félix Klein (1849-1925), quien a su vez fue también un gran reformador de la enseñanza de la matemática a finales del siglo XIX e inicios del XX. El paralelismo entre ambos personajes no termina aquí ya que los dos desarrollaron actividades académicas en la ciudad alemana de Leipzig.

Otro elemento de analogía entre estos personajes es el énfasis puesto por Klein en las aplicaciones de las matemáticas; vale decir en la relación de las matemáticas con las demás ciencias y la tecnología, lo cual originó a su vez una redefinición de los contenidos a ser estudiados en la enseñanza técnica en Alemania. Esto pudo haber alimentado el espíritu realista que introdujo Kühnel en la enseñanza de la aritmética.

Klein al igual que Kühnel se interesó por el problema de la formación de los docentes en los niveles previos a la universidad.

Es importante destacar aquí que, producto de toda esa intensa actividad que se desarrolló en esa época en pro de un cambio en la educación matemática, se produjo en 1905 una reforma conocida como *Reforma de Meran*, en virtud de que la propuesta se originó en una reunión efectuada en la ciudad de Meran (austríaca para aquel momento, italiana después de la I Guerra Mundial). Ésta se sustentó en varias tesis centrales que se resumen en los siguientes principios:

- **Principio psicológico:** Adaptación del ritmo de la enseñanza al desarrollo intelectual del alumno.
- **Principio utilitario:** Renuncia de los conocimientos especiales virtualmente sin sentido, demandando el desarrollo de la capacidad para el análisis matemático de los fenómenos del mundo que nos rodea.
- **Principio didáctico:** Concentración de la totalidad del material de aprendizaje alrededor de unas ideas, eliminando los dominios aislados yuxtaponiéndolos o fusionándolos.

Estos principios perseguían el fortalecimiento de la facultad de la intuición, la introducción del concepto de función en la escuela secundaria y lograr una educación para el pensamiento funcional.

Para Keitel y Gellert (1997) la *Reformpädagogik* (Pedagogía de la reforma) tenía entre sus bases “*la imagen nueva del niño, pedagogía activa por parte del niño, el movimiento de la escuela trabajadora (Arbeitsschulbewegung) y comunidades pedagógicas*” (pp. 52-53). Destacan además estos investigadores que “*la Reformpädagogik, a principios del siglo XX, no era un movimiento homogéneo, sino que se formaba de una multitud de concepciones individuales, dándose cuenta más tarde de la falta de relación con conceptos políticos generales*” (p. 53).

Los párrafos anteriores nos sitúan claramente en el contexto pedagógico y educativo de aquel entonces.

No obstante, tan importantes como el marco educativo y las corrientes pedagógicas en ebullición con las que convivió Kühnel, son las circunstancias políticas, económicas y sociales que le rodearon.

La Europa que le tocó vivir a Kühnel fue la de los grandes imperios: La Rusia imperial, el Imperio Austro-Húngaro, el Imperio Otomano y por supuesto el Imperio Alemán, y el desmembramiento de los mismos.

El nacimiento de Kühnel (1869) coincide prácticamente con la derrota propinada por el ejército prusiano a los franceses, en 1870, y con la unificación alemana bajo la dirección de Bismark con la consecuente creación en 1871 del *II Reich* alemán, encabezado por el Káiser Guillermo I.

La Alemania de ese entonces, que tenía como eje político fundamental a Prusia, se embarcó en la aventura colonial en la década de 1880. Además, la política expansionista de Alemania fue uno de los elementos desencadenantes de la I Guerra Mundial (1914-1918). Siendo uno de los países derrotados esto le ocasionó a la nación alemana la pérdida de sus colonias, el retorno de Alsacia y Lorena a la soberanía francesa y, además, la desintegración del Imperio y la resultante abdicación del Káiser Guillermo II. Adicionalmente por el Tratado de Versalles (1919) la nación debía pagar una ingente suma de dinero por reparaciones de guerra a los países triunfantes. Todo esto causó una convulsión profunda en la sociedad alemana. La República de Weimar erigida a la caída del Imperio no pudo lograr ni la estabilidad política ni la social, siendo arrastrada por la vorágine del acontecer histórico hasta desaparecer finalmente con el ascenso del nazismo.

El país vivía de conmoción en conmoción a causa de la inmensa crisis social que sacudía a la nación alemana. Los movimientos sociales eran una marea en ascenso: huelgas de obreros, revueltas, lucha revolucionaria, consejos obreros; todo esto seguido de masacres contra los revolucionarios y asesinatos de sus más destacados líderes como fueron los casos de Karl Liebknecht y Rosa Luxemburgo.

Alemania sufría además, como muchos otros países, los avatares de la crisis del capitalismo mundial que terminó desencadenando, en EE.UU., un año después del fallecimiento de Kühnel, la famosa Gran Depresión en 1929, crisis que agitó al mundo por mucho tiempo.

En 1915 ocurre un monstruoso genocidio: son masacrados unos 1,5 millones de armenios por parte del gobierno turco. Por otra parte, en 1917 se desarrolló la Gran Revolución Socialista de Octubre. Por su lado, al poco tiempo, en Alemania surgió y progresivamente creció el nazismo que alcanzó el poder poco después de la muerte de Kühnel, quien vivió en 1923 el *Putsch de Munich* (intento de Hitler y sus cómplices de derrocar el gobierno legítimamente constituido). Ese mismo año es creada la moderna Turquía, luego de la disolución formal y la abolición del Imperio Otomano el año anterior.

Como vemos, todo este acontecer corre prácticamente paralelo a la vida de Kühnel quien es un testigo de excepción de todo este cúmulo de sucesos que sacudían permanentemente la realidad europea.

A la par de todo esto las diferentes ciencias y las matemáticas en particular acrecentaban sus fronteras, en buena medida acicateadas por las necesidades creadas por el desarrollo del capitalismo y en función de las guerras motivadas en buena parte por el control de los mercados.

La teoría de la relatividad y la mecánica cuántica, entre otras ideas, cambiaron radicalmente el mundo científico de aquel entonces. Mientras, en matemáticas, el proceso de aritmetización del análisis, el programa de Erlangen propuesto por Klein, las discusiones acerca de los fundamentos, así como la famosa lista de 23 problemas propuesta por Hilbert en el Congreso de 1900, entre otros destacados avances, acaparaban buena parte de la atención de los cultores de esta ciencia. En todas las ciencias, en medicina y en tecnología los adelantos eran indetenibles. Asuntos como el descubrimiento de la radioactividad (1896), la consecución

de diversas vacunas (contra la rabia en 1885, contra la tuberculosis en 1921) o la creación del automóvil (década de 1880), son sólo muestras del desarrollo de estos campos.

Dentro de todo este cambiante y convulso mundo, pleno de acontecimientos de todos los órdenes, Johannes Kühnel llevó a cabo su praxis educativa y desarrolló su ideario pedagógico.

### **El pensamiento pedagógico de Johannes Kühnel**

Un aspecto central del presente escrito es desentrañar el ideario pedagógico de Johannes Kühnel y a esto se dedica precisamente esta sección.

Para abordar este tópico lo ideal sería acudir a los escritos del autor muchos de los cuales, lamentablemente, no son accesibles de este lado del Atlántico. En consecuencia hubo de suplirse esta carencia mediante el empleo de diversas citas que de su obra hacen destacados investigadores, así como de algunas interpretaciones que del pensamiento de Kühnel han hecho diversos educadores matemáticos de distintas latitudes.

Situar el pensamiento y la obra intelectual de un personaje nunca es fácil y el caso de Kühnel no es la excepción a esto. Sin embargo, Kühnel es muy explícito en buena parte del planteamiento de sus ideas.

En una de las citas predilectas que consideran la mayoría de los estudiosos de la obra de Kühnel éste señala en su *Neubau des Rechenunterrichts*: “El aprendiz no esperará más recibir conocimientos, sino adquirirlos. En el futuro ni guía ni receptividad, sino organización y actividad serán la marca especial del proceso de enseñanza/aprendizaje” (Kühnel, 1954, p. 70; citado por Wittmann, p. 542). Más aún, Wittmann (op. cit.) coloca esta cita como epígrafe de su escrito.

Wittmann (op. cit.) califica a Kühnel como “una de las principales figuras de la **educación progresiva** en Alemania [negritas añadidas]” (p. 542) a comienzos del siglo XX; señalando además que para la época también había una fuerte tendencia hacia el aprendizaje activo dentro de la educación matemática alemana.

Es importante mencionar que el pensamiento pedagógico de Kühnel formó parte de la lucha ideológica desarrollada en la década de los años 50 en la extinta República Democrática Alemana (RDA)<sup>3</sup>. Allí se le reconocen a este pedagogo sus méritos en el mejoramiento de la

---

<sup>3</sup> Para profundizar en el desarrollo de la Didáctica de la Matemática en la RDA puede consultarse el interesante trabajo de compilación realizado y publicado por Henning y Bender (2002).

enseñanza de la aritmética, pero se le acusa de tener un pensamiento pro capitalista por cuanto, entre otras cosas, Kühnel ejemplificaba el cálculo de porcentajes con los temas del “desarrollo de capital y uso del capital”. Esto aparecía en una obra sobre didáctica publicada en 1956 en la extinta RDA y traducida luego su tercera edición al español, en Cuba.

De acuerdo con Tomaschewsky y Klein (1965), editores del libro en cuestión,

en las siguientes frases se puede ver cuáles son las ideas que quiso despertar Kühnel en sus alumnos acerca de la sociedad capitalista “Finalmente viene la forma principal del trabajo con capital ajeno en la propiedad de tierras y en la vida comercial, que está basada en la condición de que la *habilidad* de determinada persona hace producir de un capital existente, un rendimiento más alto que el rendimiento promedio común” (p. 210).

Por una parte, es de destacar que esa propuesta de Kühnel –expresada en las palabras que se le atribuyen- estaba acorde con su planteamiento de una enseñanza realista de la matemática. Además, en descargo de Kühnel hay que señalar que éste vivía en un país cuya estructura económica estaba regida por un modelo económico capitalista.

Entrando ya en algunos aspectos particulares de su ideario didáctico es de señalar, como lo hace Selter (2004), que “Kühnel hablaba con toda franqueza y en términos claros en contra del llamado método estándar de cálculo puesto que éste destruye la actividad propia individual del estudiante y lo priva de la responsabilidad sobre sus pensamientos” (127). Para Kühnel el método tradicional llevaba a los alumnos a la ejercitación, no permitiéndoles penetrar en el espíritu de la educación matemática y acostumbrándolos a la actividad mecánica. El método estándar se empleaba para la enseñanza de las cuatro reglas básicas de la aritmética (algoritmos tradicionales con cálculo escrito), así como para “las casi cuarenta reglas de cálculo las cuales tenían que aprender los alumnos a inicios del pasado siglo. Un ejemplo es la regla para la adición mental de números de dos dígitos” (Selter, 2004, p. 127).

Señalaba Kühnel (1930, p. 153; citado por Selter, 2004) que en contraposición al método tradicional de enseñanza “nosotros realmente ponemos tantísimo énfasis en la variedad de métodos de solución, en el descubrimiento independiente de esos métodos y en su reporte por parte de los niños, en la evaluación recíproca de tales métodos y sobre todo en el crecimiento de estas relaciones, las cuales con el tiempo conducen al descubrimiento de mejores y mejores métodos” (p. 127). Este era uno de los planteamientos centrales que él hacía en su *Methodik des Rechenunterricht (Metodología de la enseñanza de la aritmética)*.

Kühnel (1949, citado por Wimmer, 2007), en su *Lebensvoller Rechenunterricht*, pide que las actividades a ser propuestas a los alumnos debían ser aquellas en “donde los niños se adentren en la situación, puedan imaginarse las cantidades dadas, reconocer el objetivo de la tarea y buscar por iniciativa propia un camino para hallar la solución” (p. 3).

Kühnel critica fuertemente diversos elementos de la vieja escuela como son, entre otros, la adscripción de ésta al principio material y la pasividad a que es sometido el alumno, así como también se oponía al formalismo y al acendrado verbalismo presentes en la escuela tradicional.

La contrastación que hace Kühnel de la escuela tradicional con la nueva escuela conduce a caracterizarlas y oponer los elementos distintivos de una y otra, lo cual se recoge en el Cuadro 1.

Cuadro 1: Kühnel y la contrastación entre la vieja escuela (tradicional) y la nueva escuela, según Selter (1997a, 1997b)

<b>La vieja escuela</b>	<b>La nueva escuela</b>
<b>El sujeto está sometido, es sumiso</b>	<b>La meta educativa es crear un ciudadano</b>
<b>Basada en el principio material</b>	<b>Basada en el principio psicológico</b>
<b>Parte de una posición de base pasiva</b>	<b>Parte de una posición de base activa</b>
<b>Es verbalista</b>	<b>Es vivencial, basada en la experiencia</b>
<b>Es falta de información científica</b>	<b>Se basa en el conocimiento científico</b>

Un elemento interesante de la pedagogía de Kühnel es su insistencia sobre el tipo de actividades que deberían proponérseles a los alumnos. Sobre este particular es de destacar que, como señalan Franke y Ruwisch (2010), “él criticaba las **actividades vestidas**, allí los estudiantes no se interesan por los contenidos y aboga por la resolución de tareas aplicadas, donde los niños se adentran en la situación, se imaginan las cantidades dadas [negritas añadidas]” (p. 8).

Este aspecto del ideario pedagógico de Kühnel ha sido, y es, ampliamente citado en la literatura didáctica. Así, por ejemplo, uno de estos señalamientos es el siguiente:

En los libros escolares y en la enseñanza se encuentran comúnmente, sin duda, las así llamadas actividades vestidas, las cuales en la práctica opacan el proceso de matematización o más aún lo

trivializan, ya que éstas dan la impresión de que sólo un modo de matematización es ‘correcto’. Entonces, pues, viene a ser la adquisición de la *alfabetización matemática* algo central, el procedimiento característico de matematización [...] queda interrumpido y la actividad surge inmediatamente como el buen modelo (Klieme, Neubrand y Lüdtke, 2001, p. 145).

Sobre este particular expresa Hernández Ruiz (1950) que

la denominación de “problemas vestidos”, introducida por Kühnel, viene como anillo al dedo a los que se suelen elegir en las escuelas para ejercitar la regla de tres. Ejemplos: “Si 50 m de paño valen \$ 840, ¿cuánto valdrán 140 m del mismo paño?” “Veinte obreros terminarían una obra en 45 días. ¿Cuántos obreros serían necesarios para acabarla en un mes?” (pp. 314-315).

Asevera además este pedagogo que “estos tipos de problemas están bien para la iniciación [...]; pero una vez que el niño logre captar el mecanismo, deben desaparecer” (op. cit., p. 315).

La crítica a las actividades (o problemas) vestidas (*eingekleideten Aufgaben*) es un punto importante dentro de la concepción didáctica de Kühnel y además ésta está asociada con su concepción de una enseñanza de la aritmética para la vida, una enseñanza realista de las matemáticas.

Franke y Ruwisch (2010) señalan, que desde la óptica de Kühnel, la información presente en el texto de las actividades propuestas a los alumnos debe corresponder con la realidad.

Para ilustrar esto estas pedagogas muestran un ejemplo expuesto por Kühnel, tomado de la edición de 1925 de su *Methodik des Rechenunterrichts*:

#### Caminando a la estación del tren

Se proporciona la situación (historia local, historia natural, histórica, estética). Longitud medida en pasos, en metros, en minutos. ¡Primero estimar y anotar, luego medir y anotar! ¡Diferencias! ¡Comparación con las longitudes de otros caminos! Escrito: 1.800 km... Velocidades: peatón, corredor, ciclista, tranvía, motocicleta, automóvil... Cuenta los árboles, las lámparas, los postes telegráficos (¡observa los números allí!... ¡Dibuja! 1 km es una longitud de 20, 10, 5 cm... ¡Dibuja el camino desde arriba y luego los árboles, los postes telegráficos, los hitos, la capilla, la encrucijada, la división de la vía... ¡Piensa siempre además: ¿Qué puede calcularse? ¡Dibuja el camino desde el costado, así que se pueda ver si asciende o desciende! ¡Calcula! ¡Dibuja la media, explica, estima, mide, calcula! El camino debe ser inspeccionado, limpiado, regado con agua, renovado... ¡Costos!... y así sucesivamente (Franke y Ruwisch, 2010, p. 9).

El compromiso de Kühnel con la matemática realista queda claramente expresado en su obra escrita:

*El cálculo no debe seguir siendo un fin en sí mismo, sino que debe ser convertido en un medio para la persecución de propósitos superiores. Pero los objetivos superiores no pueden ser otros, sino el desentrañamiento de la realidad, la que en espíritu y naturaleza nos sale al encuentro, y la demanda de la cultura [...]. La enseñanza de la aritmética tiene la misión de proporcionar la base para una comprensión matemática de las cosas y de los fenómenos de la naturaleza y de la vida humana (Neubau, 1950, pp. 67-68, citado en Universidad de Potsdam, s/f, p. 2).*

El tipo de enseñanza que propugnaba Kühnel para la aritmética, se basaba en lo que se denomina en alemán *Sachrechnens* y que pudiera traducirse como *cálculo objetivo*. Para entender mejor esta idea hay que señalar que Kühnel recomendaba para la enseñanza de la aritmética el uso de objetos reales, símbolos objetivos, dibujos objetivos y símbolos gráficos y que debían ser empleados en ese orden. Aquí sus ideas indefectiblemente se emparentan con las de Pestalozzi y las de Spencer que condujeron al método de enseñanza denominado **enseñanza objetiva** y a las **lecciones de cosas**, muy populares a fines del siglo XIX.

Es de hacer notar que el término *Sachrechnen* (Cálculo objetivo) tiene cierto nivel de ambigüedad. En razón de ello, y antes de continuar, se hará una breve digresión para aclarar un poco este asunto.

Expresa Greefrath (2010) que “bajo la denominación de cálculo objetivo a menudo no se asocian tareas completamente realistas, en las cuales se describa o se indique una situación [verdaderamente] real” (p. 5). Agrega que

el término *Sachrechnen* [cálculo objetivo] en su propia denominación ya hace referencia a la conexión con el mundo real (*Sache*, la materia) y matemáticas [*Rechnen*, aritmética]. En consecuencia, podrían emplearse ambos aspectos para definirlo. A partir de la referencia al entorno real Spiegel y Seltter definen cálculo objetivo en un sentido muy general (p. 9).

Para percibir las dificultades que se presentan para la definición del término, Greefrath (op. cit.) recurre a las definiciones proporcionadas por diversos didactas y hace una discusión al respecto. A continuación se resumen, en el Cuadro 2 algunas de estas definiciones.

Cuadro 2: Distintas definiciones de *Sachrechnen*, tomadas de Greefrath (2010), p. 10

AUTOR	DEFINICIÓN DE <i>SACHRECHNEN</i> (CÁLCULO OBJETIVO)
Spiegel et al. (2006)	Es un “término genérico para hacer frente a tareas que tienen una relación con la realidad” (p. 74).
Franke (2003)	Es “el trabajo o la transcripción de tareas [...] que describen una situación extraída del campo de la experiencia de los estudiantes o de la vida real” (p. 5).
Lewe (2001)	Consiste en el descubrimiento de relaciones matemáticas en la vida real y de la aplicación de estas relaciones a ésta.
Fricke (1987)	Se dedica a tareas, que proceden de cuestiones extramatemáticas y sobre las cuales pueden hacerse enunciados con medios matemáticos.

A pesar de las dificultades de definición expuestas, esta orientación de la enseñanza tiene enorme actualidad y como bien acota Grefrath (op. cit.) el cálculo objetivo “es más que una lección con referencias al mundo real y las matemáticas” (p. 12) y para este didacta el

medio ambiente [*Umwelt*] y las matemáticas no pueden considerarse por separado, y la relación entre el medio ambiente y las matemáticas debe ser examinada cuidadosamente e incluida en la enseñanza. Decisiva es aquí la cuestión de cómo puede lograrse el tránsito desde el entorno real hacia las matemáticas (ídem).

Este aspecto para Greefrath (op. cit.) está directamente emparentado con la **modelación matemática** y éste la representa con los elementos *Umwelt* (Realidad), *Mathematik* (Matemática) y *Schüler/in* (Alumno/a) así:

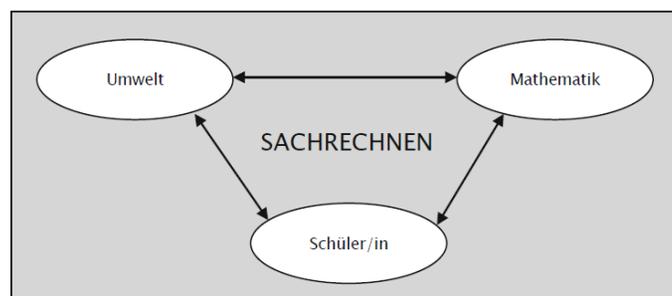


Figura 14: *Sachrechnen*, realidad y matemáticas, según Grefrath, 2010, p. 12.

Adicionalmente, es de acotar aquí que la **enseñanza objetiva** es un método de enseñanza que pretende ir de acuerdo con la marcha natural de la evolución física y psíquica del hombre. Ésta busca despertar en los niños percepciones claras de las cosas, para lo cual se presentan los objetos mismos o las imágenes de ellos; primero las cosas y después los nombres de las cosas. Es decir, se apoya grandemente en la intuición. Este método de enseñanza se propagó por diversos países de nuestro continente y en particular arribó a tierras venezolanas en donde estuvo implantado por algún tiempo (lo cual puede constatarse en diversos programas y otros documentos). Sin embargo, su vigencia pareciera no haber menguado por cuanto en la didáctica alemana actual encontramos con alta frecuencia el término *Sachrechnens*; por sólo citar dos casos, la obra de Greefrath (2010) se denomina *Didaktik des Sachrechnens in der Sekundarstufe* y la de Franke y Ruwisch (2010) *Didaktik des Sachrechnens in der Grundschule. Mathematik Primarstufe und Sekundarstufe I + II*.

Los pasos propuestos por Kühnel van justamente en esa dirección, partiendo de los objetos reales y conduciendo al niño por un camino de abstracción creciente. Ya señalamos con anterioridad que su pedagogía se apoyaba en una diversidad de materiales didácticos como los cuadros o tableros numéricos. Asimismo, esta concepción está en consonancia con el *principio psicológico* señalado en el Cuadro 1 como una de las características distintivas de la nueva escuela.

El principio psicológico, adoptado por la *Reforma de Meran*, queda claramente expuesto en su propuesta para la enseñanza de la aritmética, planteándose una serie de etapas para el aprendizaje las cuales son:

- *Primera etapa*: niños de 3 a 4 años: *edad de las nociones vagas*: (mucho, poco, bastante, más, etc.).
- *Segunda etapa*: niños de 4 a 6 años: *edad de las nociones indeterminadas*: 1, 2, 3, 4 ya el niño maneja estos términos en cantidades relacionadas con su yo.
- *Tercera etapa*: niños de 6 a 7 años: *edad en que se inicia la serie numeral*: El niño avanza en ella hasta donde puede.
- *Cuarta etapa*: Después de los 7 años: *Iniciación en el dominio del sistema decimal*.

El empleo por parte de Kühnel de ideas provenientes del movimiento en pro de la enseñanza objetiva e intuitiva se hace patente incluso en el título de una de sus obras: *Modernier Anschauungsunterricht (Enseñanza intuitiva moderna)*.

No obstante, es importante acotar aquí que Kühnel no desechaba lo formal, sino que criticaba el excesivo formalismo de la escuela tradicional. Sobre esto se expresan Henn y Kaiser (2001), cuando señalan que “KÜHNEL (1916) así como KRUCKENBERG (1935) y FETTWEIS (1929) partieron de un punto de vista que conciliaba los propósitos formales y los materiales de la enseñanza de la Aritmética” (p. 363).

### **Presencia actual de la obra e ideas de Johannes Kühnel en Europa**

Este apartado se centrará en exponer la notoria influencia que en la actualidad ejerce la obra de Kühnel en el ámbito europeo y la que ejerció en épocas pasadas, para lo cual se buscará apoyo en las opiniones expresadas por un selecto grupo de didactas, fundamentalmente de ese continente.

En este sentido, Cotič y Felda (2011) expresan que “los científicos que influenciaron significativamente en el desarrollo de la enseñanza de la matemática en la primera mitad del siglo XX fueron: V. Prihoda, **J. Kühnel** y J. Wittmann [negritas añadidas]” (p. 108).

La influencia de Kühnel ha sido y es tan notoria que Eckstein (2011) señala lo siguiente:

En 1916 se publicó un manual para la enseñanza de la aritmética, el cual ha influido significativamente hasta la década de 1960. Llevó el título programático *Reconstrucción de la enseñanza de la aritmética* y fue escrito por el pedagogo reformador Johannes Kühnel. En la Didáctica de la Matemática hasta hoy en día son discutidos los escritos de Kühnel (p. 27).

Por su lado, Preiß (1995) afirma lo siguiente:

El año 1916 debe ser considerado como un hito en la didáctica de la aritmética del siglo XX. Apareció “Der Neubau des Rechenunterrichts” de *Kühnel*. En el prefacio de 1950 para la 8ª edición se puede leer: “El trabajo de por vida de Kühnel es hoy todavía como hace 34 años *el* trabajo estándar para la enseñanza de la aritmética. Seguramente ninguna escuela en Alemania, ningún trabajo de metodología de la aritmética y ningún plan de estudio de los últimos años ha permanecido sin influencias de Kühnel.” (p. 14).

Con respecto a la proyección en el tiempo de los planteamientos de Kühnel, Selter (2004) expresa que

En 1916 Johannes Kühnel publicó su “Neubau des Rechenunterrichts (Reconstrucción de la enseñanza de la Aritmética)” (1916/1925). En el estudio de los trabajos de Kühnel (1869-1928) se hace evidente que sus puntos de vista son aún de valor actualmente e inspiran y proveen un significativo grado de orientación (p. 127).

Más aún, el propio Selter (1997) escribió un libro completo dedicado al estudio y actualidad de la obra de Kühnel, el cual lleva por título *Schulpädagogik und Fachdidaktik: Zur Aktualität des Werkes von Johannes Kühnel (1869-1928) [Pedagogía escolar y didáctica especial: Hacia la actualidad de los trabajos de Johannes Kühnel (1869-1928)]*.

Ya previamente otro estudioso, Siegbert Schmidt en 1978, había elaborado una extensa obra (622 páginas), la cual fue su disertación doctoral en Colonia, cuyo título es *Die Rechendidaktik von Johannes Kühnel (1869-1928) - Wissenschaftsverständnis, deskriptive und normative Grundlagen sowie deren Bedeutung für die Vorschläge zur Gestaltung des elementaren arithmetischen Unterrichts. [La didáctica de la aritmética de Johannes Kühnel (1869-1928) – Comprensión de la ciencia, bases descriptivas y normativas así como su importancia para las propuestas para la conformación de la enseñanza de la aritmética elemental]*, libro que además posee un llamativo subtítulo: *Eine metatheoretische Analyse zu*

*einem historischen Versuch zur Verwissenschaftlichung der Didaktik des elementaren arithmetischen Unterrichts. (Un análisis metateórico para un ensayo histórico acerca del carácter científico de la didáctica de la enseñanza de la aritmética elemental).*

La actualidad del pensamiento de Kühnel queda claramente expresada por Baptist (2011), quien al considerar las actividades matemáticas a las cuales se somete usualmente al alumno, centradas en el exceso de cálculo, así como las tareas que él denomina “sombrias” que se les proponen con harta frecuencia, él contrapone a todo esto la necesidad de una enseñanza que los provea del goce activo en la adquisición de conocimientos y herramientas, promoviendo una enseñanza no transmisionista, acotando al respecto que ya Kühnel en 1916 había señalado la necesidad hacia el futuro de una tal enseñanza.

Por su lado, Wittmann (s/f) remarca la importancia del planteamiento de Kühnel a favor de la actividad del educando opuesta a la enseñanza receptiva.

Kilpatrick y Johansson (1994) muestran la importancia de Kühnel fuera de su patria al señalar que el didacta sueco Wigforss se inspiró para escribir su libro de texto, editado en 1925, en el *Neubau des Rechenunterrichts* de Kühnel.

La actualidad de los planteamientos de Kühnel queda remarcada por cuanto aparece citado en innumerables obras de los didactas de nuestra época, principalmente en las de los germanos. Tomemos por casos la publicación de Deutscher (2012), la cual constituye su disertación doctoral defendida en 2011, en la Universidad de Dortmund; e igualmente en la tesis doctoral de Gaidoschik (2010). Asimismo, Milz (2004) por su lado retoma, en el Capítulo IV de su obra, los tableros o cuadros numéricos diseñados por Kühnel a los fines de la enseñanza de la aritmética. Dicho capítulo lleva por nombre el significativo título: *Mit den Kühnel'schen Zahlenbildern Rechnen lernen - Eine alte Methode neu entdeckt (Aprender aritmética con los tableros numéricos de Kühnel. Un viejo método redescubierto).*

Pero, además de las frecuentes citas que los académicos hacen de Kühnel está el resaltante hecho de que en reformas curriculares como la llevada a cabo en el estado federado alemán de Nordrhein-Westfalen, en 1985, tuvieron notable influencia las ideas de Kühnel. Se señala en el Proyecto *Mate 2000* que las raíces de la reforma pueden situarse en el siglo XIX y que como “padres” pudieran señalarse a: Dewey, **Kühnel**, Piaget y Freudenthal.

Asimismo, una buena parte del material didáctico elaborado recientemente aún se inspira en las ideas de Kühnel. Así, por ejemplo, se tienen las tarjetas elaboradas por Kieler para la enseñanza elemental.

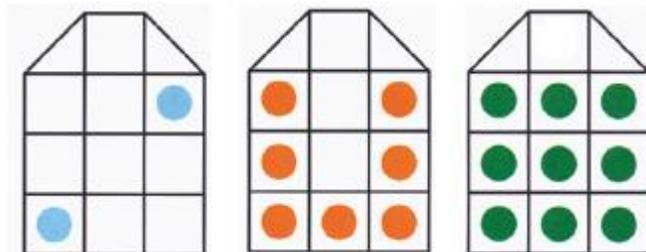


Figura 15: Tarjetas de Kieler inspiradas en los tableros numéricos de Kühnel

Otra muestra de su presencia en el ámbito europeo de estos tiempos, particularmente en suelo alemán, lo constituye la instauración del *Premio Johannes Kühnel* el cual fue creado por la casa editorial *Ernst Klett* para promover la educación matemática en primaria así como para reconocer méritos especiales en la educación matemática en ese nivel educativo. El premio viene acompañado de una recompensa en metálico de 3 000 Euros.



Figura 16 Logotipo del *Premio Johannes Kühnel* y de la casa editora que lo otorga

En abril de 2011 este galardón le fue conferido al insigne educador matemático Heinrich Winand Winter, Profesor Emérito de la Universidad Técnica de Aquisgrán (*Rheinisch-Westfaelische Technische Hochschule, Aachen*). En 2013 otro renombrado didacta de la matemática germano se hizo acreedor de esta distinción. Esta vez se trató del Profesor Emérito de la Universidad de Dortmund Erich Christian Wittmann.



Figura 17: Dos recipiendarios del *Premio Johannes Kühnel*: Winter (izq.) y Wittmann (der.)

El premio es entregado en el marco del Congreso de la Asociación Alemana para la Promoción de la Educación Matemática y de las Ciencias (*Deutscher Verein zur Förderung des mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterrichts*).

Otro elemento significativo sobre la importancia y presencia actual de Kühnel en los estudios sobre Educación Matemática lo encontramos en investigaciones recientes como las llevadas a cabo por los chilenos Soto-Andrade y Reyes Santander (2011), quienes comparan aquí dos enfoques teóricos en Didáctica de las Matemáticas que evolucionaron de manera independiente y en distintas épocas: el enfoque de las metáforas conceptuales y **el enfoque de las ideas o nociones básicas** (*Grundvorstellungen*).

El segundo enfoque, que puede ser rastreado casi 200 años atrás, en la época de Euler, es característico de la escuela alemana de didáctica de las matemáticas. Se encuentra dentro de este enfoque una gran influencia de las ideas de Pestalozzi. Asimismo, esta orientación didáctica hereda ideas de Herbart.

Señalan al respecto Soto-Andrade y Reyes-Santander (op. cit.) que “este enfoque envuelve la generación de ‘Anschauungen’, es decir, modelos mentales visuales para los objetos matemáticos” (p. 1628).

Es justamente este enfoque, el de las nociones básicas, el aplicado por Kühnel y así es señalado por Soto-Andrade y Reyes-Santander (op. cit.).

En otro trabajo, similar al anterior, Cubillos, Mena-Lorca, Olfos, Reyes-Santander y Soto-Andrade (2012), proceden a comparar tres enfoques: los dos anteriores y el japonés del estudio de la lección. Nuevamente aquí emerge la figura de Kühnel como genuino representante del enfoque de las ideas o nociones básicas.

Aunque aquí el centro de interés ha sido la difusión e influencia de la obra e ideas de Kühnel en el ámbito europeo, no obstante se ha podido constatar que también éstas llegaron al

Lejano Oriente, específicamente al Japón. De hecho, en la Biblioteca de la Universidad de Kyushu reposan obras de Kühnel, como un ejemplar de la tercera edición de la obra *Moderner Anschauungsunterricht: eine Reformschrift*, poseyendo también dicha institución versiones en pdf, descargables de estos libros, pero restringidas para el uso exclusivo de su comunidad.

### **Presencia de la obra e ideas de Johannes Kühnel en América**

En el continente americano no son numerosas las menciones y referencias a Johannes Kühnel. No obstante, es posible encontrar rastros claros de la presencia de sus ideas en estas tierras. En particular, una presencia clara es detectable en al menos tres países del área: México, Chile y Venezuela.

La diseminación del ideario de Kühnel en México es posible seguirla en buena parte a través del ilustre pedagogo español Santiago Hernández Ruiz (1901-1988), radicado en tierras aztecas como consecuencia del exilio obligado a que lo sometió el fascismo franquista, por ser militante republicano y haber sufrido prisión por sus ideales políticos.

Hernández Ruiz (1950) en el inicio de su libro *Metodología de la aritmética en la escuela primaria* hace explícita mención a Kühnel, en particular a los niveles de desarrollo que éste propone, los cuales ya mencionamos con anterioridad en el presente escrito, extendidos a todo el ciclo de desarrollo matemático del alumno de la enseñanza primaria.

Entre las ideas de Kühnel que recoge Hernández Ruiz (op. cit.) está la del empleo del cálculo objetivo. Sobre este particular, cita a Kühnel en los siguientes términos:

Es de desear ardientemente que las materias objetivas, estudiadas hasta ahora sólo desde un punto de vista cualitativo, tengan también su lado cuantitativo, y esto no sólo en las escuelas superiores, sino también, y más especialmente, en la escuela primaria (Kühnel, citado por Hernández Ruiz, 1950, p. 51).

Esta idea de Kühnel es plenamente compartida y promovida por el pedagogo español. Asimismo, Hernández Ruiz (op. cit.) toma la idea de *actividad o problema vestido* planteada por Kühnel y señala al respecto que “estos tipos de problemas están bien para la iniciación, como oportunamente hubimos de indicar; pero una vez que el niño logre captar el mecanismo, deben desaparecer” (p. 315).

Hernández Ruiz (1950) desarrolla aquí diversas ideas como las del método intuitivo, las cuales -a pesar de ser trabajadas mencionando diversas fuentes- le deben mucho al ideario de

Kühnel. Asimismo, el pedagogo español coincide con el alemán en la aplicación del principio psicológico. Esto conlleva a graduar la enseñanza, partiendo del cálculo objetivo pero no quedándose estancados en éste, sino avanzando y dando “el salto a la generalización y abstracción” (Hernández Ruiz, 1950, p. 53).

Ha podido apreciarse en los párrafos anteriores la indudable acogida que hace Hernández Ruiz (op. cit.) de muchas de las ideas centrales, sobre enseñanza de la aritmética, expuestas por Kühnel.

Hernández Ruiz, además del ejercicio del magisterio, primero en su tierra natal y luego en México, laboró para la UNESCO y llevó a cabo experiencias en presencia de maestros en formación, docentes en ejercicio e inspectores a los fines de mostrar cómo organizar una escuela de maestro único, vivencia que él mismo tuvo en su juventud.

Asimismo, ocupó en México el importante cargo de Inspector de Primera Enseñanza, cargo similar al que llegó a ocupar en su patria en 1934. También fue profesor de la Escuela Normal y de la Universidad Nacional Autónoma de México.

Habida cuenta de la importancia que adquirió Santiago Hernández Ruiz dentro y fuera de México y del prestigio que tuvo en tierras aztecas, podemos inferir que las ideas de Kühnel tuvieron bastante proyección en dicho país y aún más allá de las fronteras de éste como consecuencia del trabajo tesonero de este insigne pedagogo español.

Sus labores en la UNESCO le llevaron a viajar por diversos países de nuestra región como Nicaragua, Panamá, Chile o Argentina. Hasta estos países debieron también arribar las ideas de Kühnel a través de tan excelso embajador. Por ello no es sorprendente encontrar buena parte de las obras de Hernández Ruiz en la Biblioteca Nacional de Maestros, en Argentina.

Es difícil señalar la fecha de entrada de las ideas o de las obras de Kühnel en alguno de nuestros países. Sin embargo, en el caso chileno es muy probable que ello haya ocurrido formando parte de la creación de los estudios magisteriales en el país austral o poco después, dado que dichos estudios estuvieron muy influidos por una serie de pedagogos alemanes que arribaron a esa nación como Lenz y Hansen fundadores del Instituto Pedagógico o los profesores de matemáticas von Lilienthal, Tafelmacher, Poenisch, por sólo citar algunos. Es de recordar además que el Instituto Pedagógico de la Universidad de Chile abrió sus puertas en 1889.

Más aún se tienen mayores datos acerca de la presencia del ideario de Kühnel en Chile. Así, para fines de los años 20 del pasado siglo, según Núñez (1987), en Chile “la Dirección General de Educación Primaria, particularmente, editó una serie de 25 folletos sobre diversos temas educacionales, entre ellos trabajos de Luzuriaga, Ferrière, Washburne y Stearns, Johannes Kühnel y del profesor alemán contratado Hernán Ohms” (p. 172)

Además, han podido detectarse dos libros, vertidos al castellano, de las obras de Kühnel. Ambas obras reposan en la Biblioteca Nacional de Chile a través de la cual, muy gentilmente, obtuvimos vía digital algunas partes de las mismas.

Las obras en cuestión son *Orientaciones modernas en la enseñanza de la aritmética* y *Fundamentos de la moderna enseñanza de la aritmética*.

Con respecto a la obra *Orientaciones modernas en la enseñanza de la aritmética* ésta fue traducida por Margarita Johow Schaefer e impresa en 1929 por la Dirección General de Educación Primaria, correspondiendo al Folleto N° 16 de los señalados por Núñez (1987).

La traductora era descendiente de alemanes y su padre Friedrich Johow fue el primer director del Instituto Pedagógico de Chile, cargo que ocupó por 3 años, siendo docente allí por espacio de 36 años. Por su parte, Margarita también ejerció la docencia y se destacó en el mundo intelectual, aunque lamentablemente abrazó las ideas nazis, siendo Agregada Cultural *Ad-Honorem* en Alemania entre 1936 y 1941. Su adhesión a esta ideología es reseñada en una investigación acerca del nazismo en Chile (Farías, 2000).

Por su parte, los *Fundamentos de la moderna enseñanza de la aritmética* forman parte del libro antológico *Métodos para la enseñanza de la aritmética en la escuela primaria*, el cual recoge escritos de Kühnel, Thyen, Marín y Thorndike y que fue compilado por ,y con traducciones de, Domingo Valenzuela Moya, Berta Riquelme S. y Luis Gómez Catalán. Esta obra fue publicada en 1944.

Estos tres personajes formaban parte del profesorado de la *Escuela Normal Superior “José Abelardo Núñez”*. En particular Gómez Catalán desarrollo un vasto programa de docencia e investigación pedagógica formando equipo con Riquelme y Valenzuela.

Son éstas las únicas traducciones al español de obras de Kühnel de las que tenemos noticia.

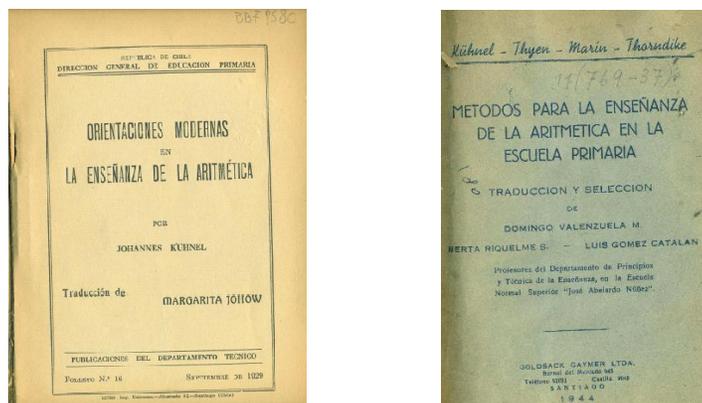


Figura 18: Tapas de las (aparentemente) únicas traducciones al español de obras de Kühnel

La presencia y la importancia del ideario de Kühnel en Chile son claramente manifiestas en la segunda de las obras en donde los compiladores/traductores señalan lo siguiente:

No es mera casualidad que Kühnel ocupe el primer lugar entre los artículos que aquí presentamos. La influencia que este metodólogo ha ejercido, gracias a la oportuna traducción de Margarita Johow, publicada en 1928 (SIC), es notoria en nuestro país y es reconocida y justipreciada por el magisterio chileno. Sus ideas sobre las formas de contar y la graduación del material, son de indudable valor. La traducción aludida nos ha servido de base y ha sido revisada y anotada por nosotros (Valenzuela Moya, Riquelme S. y Gómez Catalán, 1944, p. 5).

Es de hacer notar, como ya antes se señaló, que la publicación de la traducción de Johow se realizó en 1929 y no en 1928 como se indica erróneamente en la segunda obra. Además, es de agregar, que la traducción de Johow surge poco tiempo después de la reforma educativa realizada en Chile en 1927, impulsada por los planteamientos de la Escuela Nueva, en particular los de John Dewey, movimiento éste en el cual hay que inscribir a Kühnel y su obra.

### Presencia de la obra e ideas de Johannes Kühnel en Venezuela

Podría decirse que el *leitmotiv* del presente escrito está encerrado en este apartado.

La presencia de las ideas de Kühnel en territorio venezolano se encuentra diseminada en diversos documentos.

Muy posiblemente Chile sirvió de puente entre Alemania y Venezuela a los efectos de la introducción en nuestro país del ideario y de obras de Kühnel.

Acerca de la presencia y aplicación de las ideas de Kühnel cabe destacar que ya para 1936 se menciona a Kühnel en documentos oficiales venezolanos. Es el caso que en los *Programas de Educación Primaria*, aprobados en noviembre de 1936, específicamente los de

los Grados Cuarto, Quinto y Sexto, se encuentra una introducción que incluye una bibliografía (separada la recomendada para los niños de aquella a ser empleada por el maestro). Entre los libros que se recomiendan para el maestro está la obra de Kühnel *Orientaciones modernas de la enseñanza de las matemáticas* (Ministerio de Educación Nacional, 1937); es decir, a pesar del pequeño cambio en el título (dice matemáticas en lugar de aritmética), debe tratarse seguramente del libro traducido por Margarita Johow Schaefer, impreso en Chile en 1929, por cuanto una exhaustiva revisión no ha permitido encontrar otras ediciones o reimpressiones en español.

Es de señalar que

los programa de Educación Primaria del 10 de noviembre de 1936, fueron elaborados bajo la dirección de la Sala Técnica con la participación del Consejo de Instrucción, varios profesores y maestros venezolanos, **los miembros de la Misión Chilena**<sup>4</sup> y el profesor boliviano Dr. Carlos Beltrán Morales [negrillas añadidas] (Rodríguez, 1988, p. 50).

El hecho de que la Misión Chilena interviniera en la elaboración de los citados programas da pie para aseverar que muy probablemente fueron estos profesores quienes trajeron de su país natal la traducción de la obra de Kühnel realizada por Johow y fueron éstos quienes la incorporaron a la lista bibliográfica.

Comenta Rodríguez (op. cit.) que en estos programas “no se observan con suficiente claridad los principios de la Escuela Nueva lo cual es mucho más notorio en los de 1940 y 1944” (p. 51). No obstante, sí se nota una clara influencia de las ideas de Pestalozzi.

Se dice que “los nuevos programas constituyen un tramo de transición entre los antiguos y la forma que preconizan las corrientes modernas” (Ministerio de Educación Nacional, 1937, p. 482). Esta aseveración explica el por qué no se observan con toda claridad los principios de la Escuela Nueva, que es básicamente la corriente moderna a la cual se alude.

Asimismo, en la introducción a los programas de los tres últimos grados se hacen diversos señalamientos en torno a la enseñanza: su carácter eminentemente práctico, la referencia a crear capacidades para abordar los problemas de la vida real, seguir en buena medida el principio psicológico, el recurrir “frecuentemente a objetivizaciones, trabajos prácticos con materiales adecuados, representaciones, gráficos, etc. haciendo que el

---

<sup>4</sup> Se trata de la Misión Chilena traída por el gobierno de López Contreras la cual fundó en Caracas, en 1936, el primer instituto pedagógico del país.

aprendizaje sea preferentemente intuitivo e inductivo” (Ministerio de Educación Nacional, 1937, p. 516). Estas orientaciones van de la mano de los planteamientos formulados en el ideario pedagógico de Kühnel. De igual manera, la revisión de los programas (como el del Primer Grado) permite ver reflejadas las ideas de Kühnel, por ejemplo en el estudio del *dominio de la serie numeral*. En el caso del Tercer Grado encontramos la presencia de *tablas de puntos* para la objetivización decimal; es decir, los famosos cuadros o tableros numéricos de Kühnel.

También en el año 1936, pero en los *Programas de Educación Normal* (Ministerio de Educación Nacional, 1937) se menciona a Kühnel. Así, en la asignatura *Metodología Especial*, en el tema *Metodología de las Matemáticas* se señala a Kühnel para la parte referida a la enseñanza de la aritmética en el Primer Ciclo de Primaria (los tres primeros grados).

En otros programas venezolanos, esta vez los elaborados en 1943 (reimpresos en 1952) para la *Educación Primaria Elemental Rural*, se hace mención explícita a las ideas de Kühnel, en particular a las etapas de desarrollo por él propuestas (que fueron señaladas en una sección anterior de este escrito), así como del tipo de materiales que éste sugiere. En dichos programas se mencionan diversos autores, Decroly, Thorndike, Brauhnel, Kühnel, de los cuales se toman ideas para la enseñanza de la aritmética, tomando del último de los nombrados sus propuestas “para la iniciación a la serie numeral y decimal” (Ministerio de Educación, 1952, p. 35).

Por otra parte, siguiendo las huellas de las ideas de Kühnel en Venezuela se encuentra que vino a Venezuela en 1959, por segunda vez, el pedagogo chileno Domingo Moreno Mendoza, quien ya había estado en el país en los años 1947-1948, personaje que empleaba en sus labores el ideario de Kühnel.

Sobre esta primera venida a Venezuela recogemos una reseña aparecida en el periódico chileno *La Hora*, firmada por Suárez Picallo (1947). Se señala allí que

el Gobierno de la República ha concedido el permiso de rigor para que un grupo de maestros chilenos se traslade a la República del Orinoco a cumplir el compromiso contraído con el Gobierno de Caracas de participar en los planes de reforma de la enseñanza del país natal de Andrés Bello.

Entre los ilustres visitantes que enviaría el gobierno austral en 1947 estaba justamente Moreno Mendoza.

Por su parte, la misión de Moreno Mendoza en su visita a Venezuela en 1959 consistía en dictar

cursos de perfeccionamiento para Directores y Supervisores, que funcionaron en Caracas, durante los meses de Agosto y Septiembre de 1959. Recién llegado de Chile me correspondió dar en cuatro secciones de dichos cursos, las clases de Didáctica Especial de las Matemáticas. Había allí, dirigentes de la educación de toda la República de Venezuela, entre ellos, algunos antiguos discípulos míos (Moreno Mendoza, 1960, p. 9).

Estas palabras de Moreno Mendoza merecen varios comentarios. En primer lugar, su reiterada presencia en el país, ya desde la década de 1940, hace presumir que en ese entonces pudiera haber ya introducido ciertas ideas de Kühnel. En segundo término, sus antiguos discípulos seguramente estaban familiarizados con el pensamiento de Kühnel. En tercer lugar, cabe señalar que Moreno Mendoza era profesor de la *Escuela Normal Superior “José Abelardo Núñez”*, la misma de la cual habían sido docentes los pedagogos ya mencionados Domingo Valenzuela Moya, Berta Riquelme S. y Luis Gómez Catalán, quienes estaban involucrados en una traducción de Kühnel. En cuarto término, para los cursos que él dictó en 1959 elaboró un material el cual tuvo una amplia difusión más allá de tales cursos y sirvió de base para la elaboración de un libro, publicado en 1960: *Didáctica Especial de la Aritmética*, obra en la cual emplea profusamente las ideas de Kühnel.

Finalmente, en lo que a este destacado chileno concierne, es de mencionar que él además estuvo entre los que planificaron el Instituto Experimental de Formación Docente, siendo luego profesor de Didáctica en el mismo; también participó como docente en cursos para maestros patrocinados por el Instituto de Mejoramiento Profesional del Magisterio.

Como puede apreciarse, Moreno Mendoza fue un gran difusor del ideario de Kühnel en nuestro país.

A tierras venezolanas arribaron también las ideas de Santiago Hernández Ruiz quien, como ya previamente se señaló en este trabajo era conocedor de la obra de Kühnel, contribuyendo también a la diseminación de parte del pensamiento del didacta alemán en la patria de Bolívar.

### **Reflexiones finales**

En la obra de Kühnel puede percibirse una unidad de pensamiento y, además, se constata la indudable presencia de la influencia de varios grandes pedagogos como son Comenius, Rousseau, Pestalozzi, Herbart y Fröbel, por sólo mencionar algunos. Partiendo del estudio profundo y concienzudo de las obras de estos insignes personajes, e inspirado en muchas ideas de sus predecesores, construyó su propia concepción didáctica.

Kühnel aunó magistralmente teoría y praxis. Realizó asimismo estudios de diversas áreas del conocimiento lo cual le permitió tener una visión holística del proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas.

Johannes Kühnel ejerció una notoria influencia en los cambios curriculares y en la metodología de la enseñanza de las matemáticas en el nivel primario, especialmente en lo que concierne a la didáctica de la aritmética. Asimismo, tuvo importantes planteamientos en lo que respecta a la formación de maestros, polemizando con otros destacados pedagogos de su país.

Las ideas didácticas de Kühnel adoptan entre otras cosas un uso intensivo de la intuición, el empleo de recursos pedagógicos objetivos, una concepción de la enseñanza activa y vinculada con el mundo real circundante al alumno. De gran importancia son sus planteamientos acerca de la enseñanza objetiva (*Sachrechnen*) y su relación con el proceso de modelación; asimismo, es muy significativa su acerba crítica a las actividades vestidas (*eingekleideten Aufgaben*). Destacable es su trabajo de formulación de un conjunto de etapas que caracterizan el aprendizaje de los rudimentos de la aritmética, creando una metodología didáctica adecuada a dicho aprendizaje.

Kühnel estuvo ligado a lo que en Alemania se denominó la *Pedagogía de la reforma* (*Reformpädagogik*), movimiento heterogéneo cuyas raíces puede rastrase desde el siglo XIX pero que se desarrolla fuertemente desde inicios del siglo XX hasta mediados de dicha centuria, y que tiene enormes influencias de los planteamientos de Comenius, Rousseau, Pestalozzi, con una fuerte crítica a la vieja escuela. Esta corriente reformadora es lo que en otras latitudes se denominó Escuela Nueva, entre cuyos representantes cabe mencionar por ejemplo a Dewey y a Montessori. Consecuencia de esta oleada renovadora fue la Reforma de Meran, llevada a cabo en 1905, que involucró cambios sustanciales en la enseñanza de las matemáticas. El plan de estudios derivado de esta reforma prevaleció en Prusia en 1925. En este proceso hubo una influencia destacada de Kühnel y sus ideas. Tenía nexos profundos con la pedagogía científica.

Adicionalmente, es de señalar que la influencia del pensamiento de Kühnel no se restringe a la enseñanza de la aritmética sino que abarca otras importantes áreas pedagógicas como son su contribución a la educación de oficios, a la educación técnica y a la escuela para el trabajo.

Es de acotar que su desempeño como docente y su producción intelectual se desarrollaron en el marco de una Europa compleja y convulsa.

Kühnel produjo una abundante obra escrita que no solamente se difundió en Alemania, sino que traspasó el marco europeo alcanzando al continente americano, en particular llegando a Venezuela a través de Chile y aun arribando a tierras japonesas. Varios de sus escritos han sido traducidos a otros idiomas. En particular han podido detectarse traducciones al castellano realizadas en Chile.

Importantes didactas de la matemática actuales, como es el caso del alemán Erich Christian Wittman, catalogan a Johannes Kühnel como una de las mentes más brillantes en educación matemática del siglo XX. Su pensamiento pedagógico trascendió a su muerte y sus obras siguieron reeditándose y hoy en día su ideario ha sido rescatado por la comunidad de educadores matemáticos alemanes. Asimismo, la creación en Alemania del Premio Johannes Kühnel por parte de la *Editorial Klett* y la reciente elaboración de varios libros que analizan sus ideas habla a las claras de la importancia y de la vigencia de éstas. También es de mencionar que investigaciones recientes lo asocian con el enfoque de las ideas o nociones básicas (*Grundvorstellungen*).

Los planteamientos pedagógicos de Kühnel pueden encontrarse en varias naciones americanas: Chile, México y Venezuela. La indiscutible presencia de las ideas y algunas obras de Johannes Kühnel en territorio venezolano, registrada en documentos fidedignos, nos han permitido reconstruir una destacada página de la historia de la educación matemática de Venezuela. Se ha podido constatar la aplicación de su ideario en fuentes que datan desde 1936 hasta 1960.

### Referencias

- Baptist, P. (2011). *Experiencing Mathematics*. En: P. Baptist; C. Miller y D. Raab. (Eds.). *Towards new teaching in Mathematics*. (Issue 4). Bayreuth: Centre for Mathematics and Science Education, University of Bayreuth.
- Bauer, L. (1998). *Schriftliches Rechnen nach Normalverfahren-wertloses Auslaufmodell oder überdauernde Relevanz?*. *Journal für Mathematik Didaktik*, 19(98) H 2/3, 179-200.
- Biblioteca Nacional de Chile. *Catálogo*. Disponible en: [http://www.bncatalogo.cl/F/-/?func=find-b-0&local\\_base=bnc01](http://www.bncatalogo.cl/F/-/?func=find-b-0&local_base=bnc01). Consulta: 17/10/2013.
- Biblioteca de la Universidad de Hamburgo. *Catálogo*. <http://www.sub.uni-hamburg.de/recherche/kataloge/campus-katalog-beluga.html>. Consulta: 02/02/2014.

- Biblioteca de la Universidad de Heidelberg. *Katalog für die Bibliotheken der Universität Heidelberg*. Disponible en: <http://katalog.ub.uni-heidelberg.de/cgi-bin/titel.cgi?katkey=66458245>. Consulta: 02/02/2014.
- Biblioteca de la Universidad de Kyushu. *Catálogo*. Disponible en: <http://catalog.lib.kyushu-u.ac.jp/recordID/catalog.bib/BA52915129>. Consulta: 11/02/2014.
- Booklooker. *Base de datos*. Disponible en: <http://www.booklooker.de/>. Consulta: 02/02/2014.
- Cotič, M. y Felda, D. (2011). Early instruction of mathematics through history. En: R. Kahn y S. Mazur (Eds.). *Educational studies and school*, (Chapter 6: 105-114). Los Angeles: Department of Education, Antioch University.
- Cubillos, L.; Mena-Lorca, A.; Olfos, R.; Reyes-Santander, P. y Soto-Andrade, J. (2012). *Metáforas, Grundvorstellungen y Japanese Lesson Study: Un estudio comparativo*. Segundo Congreso Interdisciplinario de Investigación en Educación (CIIE), Santiago de Chile. Disponible en: [http://www.ciie2012.cl/?page=view\\_poster](http://www.ciie2012.cl/?page=view_poster). Consulta: 04/02/2014.
- Deutsche National Bibliothek. *Katalog*. Disponible en: <https://portal.dnb.de/opac.htm;jsessionid=A09C9B10346F0E093F60DFB0859F3D2B.prod-worker0?method=showFullRecord&currentResultId=Woe%3D120008521%26any&currentPosition=7>. Consulta: 03/12/2013.
- Deutscher, T. (2012). *Arithmetische und geometrische Fähigkeiten von Schulanfängern. Eine empirische Untersuchung unter besonderer Berücksichtigung des Bereichs Muster und Strukturen*. Wiesbaden: Vieweg+Teubner Verlag.
- Eckstein, B. (2011). *Mit 10 Fingern zum Zahlverständnis: Optimale Förderung für 4- bis 8-Jährige*. Göttingen: Vandenhoeck & Ruprecht.
- Farías, V. (2000). *Los nazis en Chile*. Santiago de Chile: Planeta.
- Franke, M. y Ruwisch, S. (2010). *Didaktik des Sachrechnens in der Grundschule. Mathematik Primarstufe und Sekundarstufe I + II*. Heidelberg: Spektrum.
- Gaidoschik, M. (2010). *Die Entwicklung von Lösungsstrategien zu den additiven Grundaufgaben im Laufe des ersten Schuljahres*. Dissertation. Universität Wien. Disponible en: [http://othes.univie.ac.at/9155/1/2010-01-18\\_8302038.pdf](http://othes.univie.ac.at/9155/1/2010-01-18_8302038.pdf). Consulta: 05/02/2014.
- Google Books. *Base de datos*. Disponible en: <http://books.google.com/>. Consulta: 05/02/2014.
- Greefrath, G. (2010). *Didaktik des Sachrechnens in der Sekundarstufe*. Heidelberg: Spektrum.
- Henn, H-W y Kaiser, G. (2001). Mathematik—ein polarisierendes Schulfach. *Zeitschrift für Erziehungswissenschaft*, 4(3), 359-380.
- Henning, H. y Bender, P. (Comps.) (2002). *Didaktik der Mathematik in der BRD. Methodik des Mathematikunterrichts in der DDR*. Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg & Universität Paderborn. Disponible en: <http://www.math.uni-magdeburg.de/private/henning/tagung.pdf>.
- Hernández Ruiz, S. (1950). *Metodología de la aritmética en la escuela primaria*. México: Atlante.
- Johow, M. (1929). Algunas palabras de introducción. En: J. Kühnel. *Orientaciones modernas en la enseñanza de la aritmética*. (pp. 3-4). Santiago de Chile: Publicaciones del Departamento Técnico, Dirección General de Educación Primaria.
- Keitel, C. y Gellert, U. (1997). La enseñanza matemática en Alemania. *Suma*, 24, 47-58.

- Kilpatrick, J. y Johansson, B. (1994). Standardized mathematics testing in Sweden: the legacy of Frits Wigforss, *NOMAD, Nordic Studies in Mathematics Education*, 2(1), 6-30.
- Klieme, E.; Neubrand M. y Lüdtke, O. (2001). Mathematische Grundbildung: Testkonzeption und Ergebnisse. En: J. Baumert, E. Klieme, M. Neubrand, M. Prenzel, U. Schiefele, W. Schneider, P. Stanat, K.-J. Tillmann y M. Wiei. (Compls.). *PISA 2000-Basiskompetenzen von Schülerinnen und Schülern im internationalen Vergleich*. (pp. 139-190). Opladen: Leske + Budrich.
- Kühnel, J. (1911). *Comenius und der Anschauungsunterricht*. Inaugural-Dissertation zur Erlangung der Doktorwürde der philosophischen Fakultät der Universität Leipzig. Reprint from the collections of the University of California Libraries. Disponible en: <http://www.bookprep.com/read/uc1.b2634466>. Consulta: 02/02/2014.
- Kühnel, J. (1912). *Jütting und Webers Anschauungsunterricht und Heimatkunde für das erste bis dritte bzw. Vierte Schuljahr*. Leipzig: Julius Klinkhardt. Disponible en: [http://geidigital.gei.de/viewer/image/PPN734340893/1/LOG\\_0000/](http://geidigital.gei.de/viewer/image/PPN734340893/1/LOG_0000/). Consulta: 16/02/2014.
- Kühnel, J. (1921). *Moderner Anschauungsunterricht*. Leipzig: Julius Klinkhardt.
- Kühnel, J. (1929). *Orientaciones modernas en la enseñanza de la aritmética*. Santiago de Chile: Dirección General de Educación Primaria.
- Kühnel, J. (1944). Fundamentos de la moderna enseñanza de la aritmética. En: D. Valenzuela, B. Riquelme S. y L. Gómez Catalán (Comps./Trds.). *Métodos para la enseñanza de la aritmética en la escuela primaria*. (pp. 5-42). Santiago de Chile: Goldsack Gaymer.
- Luzuriaga, L. (1957). Advertencia. En: F. N. Freeman. *La pedagogía científica*. (pp. 7-8). Buenos Aires: Losada.
- Milz, I. (2004). *Rechenschwächen erkennen und behandeln. Teilleistungsstörungen im mathematischen Denken*. Dortmund: Borgmann.
- Ministerio de Educación Nacional. (1937). *Memoria y Cuenta de 1936. Tomo II*. Caracas: Cooperativa de Artes Gráficas.
- Ministerio de Educación Nacional. (1952). *Programas de Educación Primaria Elemental Rural*. Caracas: Imprenta Nacional.
- Moreno Mendoza, D. (1960). *Didáctica Especial de la Aritmética*. Caracas: Gráfica Americana.
- Núñez, I. (1987). *El trabajo docente: Dos propuestas históricas*. Santiago de Chile: Programa Interdisciplinario de Investigaciones en Educación. Disponible en: <http://www.piie.cl/cont/associatedContent/docsPot/EI%20trabajo%20docente.%20Dos%20ropuestas%20historicas.pdf>. Consulta: 15/12/2013.
- Poczatek, A. y Conrads, S. (2009). Interview mit Johannes Kühnel. *Der Mathefuchs, Heft 1*, 8-11.
- Preiß, G. (1995). Die historische Entwicklung der Arithmetik und ihrer Methodik. En: U. Grevsmühl. *Mathematik Kurs für Grundschullehrer. Ein Fernstudienlehrgang*. (pp. 9-16). Hemsbach: Deutsches Institut für Fernstudienforschung an der Universität Tübingen.
- Probst, P. (1997). The beginnings of educational psychology in Germany. En: W. G. Bringmann; H. E. Luck; R. Miller & C. Early (eds). *A pictorial history of psychology*. (pp. 315-321). Hannover Park, Il.: Quintessence Publishing.
- Rodríguez, N. (1988). *Criterios para el análisis del diseño curricular. Cuadernos de Educación N° 134*. Caracas: Cooperativa Laboratorio Educativo.

- Sandfuchs, U. (2009). Johannes Kühnel (1869-1928). Ein Seminar- und Reformpädagoge als Klinkhardt-Autor. En: U. Sandfuchs, J.-W. Link & A. Klinkhardt (Eds.). *Verlag Julius Klinkhardt. 1834-2009. Verlegerisches Handeln zwischen Pädagogik, Politik und Ökonomie.* (pp. 57-80). Bad Heilbrunn: Klinkhardt. Disponible en: [http://www.pedocs.de/volltexte/2011/5017/pdf/Sandfuch\\_2009\\_Verlag\\_Julius\\_Klinkhardt\\_D\\_A.pdf](http://www.pedocs.de/volltexte/2011/5017/pdf/Sandfuch_2009_Verlag_Julius_Klinkhardt_D_A.pdf). Consulta: 03/02/2014.
- Selter, C. (1997a) *Schulpädagogik und Fachdidaktik: Zur Aktualität des Werkes von Johannes Kühnel (1869-1928)*. Bochum: Brockmeyer.
- Selter, C. (1997b). Genetischer Mathematikunterricht: Offenheit mit Konzept. *Mathematik Lehren*, H 83, 4-8. Disponible en: <http://www.riemer-koeln.de/mathematik/fachseminar/reader/02-konzepte/selter-genetischer-mu-ml-83.pdf>. Consulta: 14/02/2014.
- Selter, C. (2004). On the arithmetical flexibility of primary school children. Analyses based on the example task 701-698. En: G. Tömer et al. (Eds.). *Developments in Mathematics Education in German speaking countries. Selected papers from the Annual Conference on Didactics of Mathematics, Ludwigsburg, 2001* (pp. 127-136). Hildesheim: Franzbecker.
- Soto-Andrade, J. y Reyes-Santander, P. (2011). *Conceptual metaphors and "Grundvorstellungen": A case of convergence?*. CERME 7, Working Group 11, pp. 1625-1635. Disponible en: [http://www.cerme7.univ.rzeszow.pl/WG/11/CERME7\\_WG11\\_Soto-Andrade.pdf](http://www.cerme7.univ.rzeszow.pl/WG/11/CERME7_WG11_Soto-Andrade.pdf). Consulta: 04/02/2014.
- Suárez Picallo, R. (1947, julio 4). Chile y Venezuela. *La Hora*. Disponible en: <http://www.blogoteca.com/acsuarezpicallo/index.php?mes=7&ano=2011&pag=2>. Consulta: 17/01/2014.
- Tomaschewsky, K. y Klein, H. (Eds.). (1965). *Didáctica*. La Habana: Editorial Nacional de Cuba.
- Universidad de Potsdam. (s/f). *Der neue Mathematikunterricht nach Johannes Kühnel*. Disponible en: [http://www.math.uni-potsdam.de/prof/o\\_didaktik/af/mat/kuehnel.pdf](http://www.math.uni-potsdam.de/prof/o_didaktik/af/mat/kuehnel.pdf). Consulta: 15/01/2014.
- Valenzuela Moya, D; Riquelme S., B. y Gómez Catalán, L. (Comps./Trds.). *Métodos para la enseñanza de la aritmética en la escuela primaria*. Santiago de Chile: Goldsack Gaymer.
- VIAF: Fichero de Autoridades Virtual Internacional. Disponible en: <http://viaf.org/viaf/113988982/>. Consulta 13/02/2014.
- Wimmer, G. (2007). *Sachrechnen in der Volksschule. Projektarbeit*. Disponible en: <http://www.eduhi.at/dl/Sachrechnen.pdf>. Consulta: 13/02/2014.
- Wittman, E. C. (s/f). *Primary teacher education in Mathematics in Germany*. Disponible en: <http://www.mat.ucm.es/catedramdeguzman/drupal/sites/default/files/mguzman/05edumat/te ndencias2000/mosaico2000/guzmannuevastecnol/ordenadormatematicas/PagWebMdeGuzman/wittmann/erichwittmann.htm>. Consulta: 03/07/2013.
- Wittmann, E. C. (2001). The alpha and omega of teacher education: Organizing mathematical activities. En: D. Holton (Ed.). *The teaching and learning of mathematics at university level: An ICMI study*. (pp. 539-552). Netherlands: Kluwer.
- WorldCat. *Base de Datos*. Disponible en: <http://www.worldcat.org/>. Consulta: 12/12/2013.
- Zentrales Verzeichnis Antiquarischer Bücher (ZVAB). *Base de datos*. Disponible en: <http://www.zvab.com/index.do>. Consulta 05/02/2014.

**ANEXO: Parte de la producción escrita de Johannes Kühnel**

<b>Obra</b>	<b>Lugar de edición y Editor</b>	<b>Año</b>	<b>Edición</b>
<i>Lehrproben aus dem Anschauungsunterricht mit methodischer Begründung</i>	Leipzig, Berlin: Julius Klinkhardt	1899	1
<i>Moderner Anschauungsunterricht der Lehrproben mit methodischer Begründung</i>	Leipzig: Julius Klinkhardt	1907	2
<i>Moderner Anschauungsunterricht: eine Reformschrift</i>	Leipzig: Julius Klinkhardt	1910	3
<i>Moderner Anschauungsunterricht: eine Reformschrift</i>	Leipzig: Julius Klinkhardt	1913	4
<i>Moderner Anschauungsunterricht: eine Reformschrift</i>	Leipzig: Julius Klinkhardt	1913	5
<i>Moderner Anschauungsunterricht: eine Reformschrift</i>	Leipzig: Julius Klinkhardt	1919	6
<i>Moderner Anschauungsunterricht: eine Reformschrift</i>	Leipzig: Julius Klinkhardt	1921	7
<i>Moderner Anschauungsunterricht: eine Reformschrift</i>	Leipzig: Julius Klinkhardt	1923	8
<i>Moderner Anschauungsunterricht: eine Reformschrift</i>	Leipzig: Julius Klinkhardt	1932	9
<i>Drei Vorträge über Arbeitsschule, Sachunterricht und Deutsch</i>	Langensalza: Julius Beltz	1923	1
<i>Drei Vorträge über Arbeitsschule, Sachunterricht und Deutsch</i>	Langensalza: Julius Beltz	1925	2
<i>Anleitung für Mütter und Lehrer zum Gebrauch der Zahl- und Einmaleinstafeln</i>	Leipzig: Julius Klinkhardt	1925	1
<i>Anleitung für Mütter und Lehrer zum Gebrauch der Zahl- und Einmaleinstafeln</i>	Leipzig: Julius Klinkhardt	1929	2
<i>Die Hauptgedanken des neuen Rechenunterrichtes</i>	Wien: Deutscher Verlag. f. Jugend u. Volk	1925	1
<i>Gedanken über Lehrerbildung. Eine Gegenschrift</i>	Leipzig: Julius Klinkhardt	1920	1
<i>Levend rekenonderwijs</i>	Antwerpen: De Sikkel	1941	1
<i>Neubau des Rechenunterrichts</i>	Leipzig : Julius Klinkhardt	1916	1
<i>Neubau des Rechenunterrichts</i>	Leipzig: Julius Klinkhardt	1919	2
<i>Neubau des Rechenunterrichts</i>	Leipzig: Julius Klinkhardt	1921	3
<i>Neubau des Rechenunterrichts</i>	Leipzig: Julius Klinkhardt	1922	4
<i>Neubau des Rechenunterrichts</i>	Leipzig: Julius Klinkhardt	1925	5
<i>Neubau des Rechenunterrichts</i>	Leipzig: Julius Klinkhardt	1929	6
<i>Neubau des Rechenunterrichts</i>	Leipzig: Julius Klinkhardt	1941	7
<i>Neubau des Rechenunterrichts</i>	Bad Heilbrunn: Julius	1950	8

	Klinkhardt		
<i>Neubau des Rechenunterrichts</i>	Bad Heilbrunn: Julius Klinkhardt/Turm Verlag	1954	9
<i>Neubau des Rechenunterrichts</i>	Bad Heilbrunn/Oberbayern: Julius Klinkhardt	1959	10
<i>Neubau des Rechenunterrichts</i>	Bad Heilbrunn, Düsseldorf: Julius Klinkhardt/Turm Verlag Steufgen & Sohn	1965	11
<i>Vier Vorträge über neuzeitlichen Rechenunterricht</i>	Leipzig: Julius Klinkhardt	1922	1
<i>Vier Vorträge über neuzeitlichen Rechenunterricht</i>	Leipzig: Julius Klinkhardt	1928	2
<i>Vier Vorträge über neuzeitlichen Rechenunterricht</i>	Leipzig: Julius Klinkhardt	1930	3
<i>Lebensvoller Rechenunterricht</i>	Leipzig: Julius Klinkhardt	1938	4 <sup>5</sup>
<i>Lebensvoller Rechenunterricht</i>	Leipzig: Julius Klinkhardt	1942	5
<i>Lebensvoller Rechenunterricht</i>	München: F. Ehrenwirth	1949	6
<i>Methodik des Rechenunterricht, Methodik des Volksschulunterrichts</i>	Ansbach: Michael Prögel	1925	1
<i>Methodik des Rechenunterricht, Methodik des Volksschulunterrichts</i>	Ansbach: Michael Prögel	1927	2
<i>Methodik des Rechenunterricht, Methodik des Volksschulunterrichts</i>	Ansbach: Michael Prögel	1932	3
<i>Methodik des Rechenunterricht, Methodik des Volksschulunterrichts</i>	Ansbach: Michael Prögel	ca. 1942	4
<i>Die Alte Schule</i>	Leipzig: Julius Klinkhardt	1924	1
<i>Orientaciones modernas en la enseñanza de la aritmética</i>	Santiago de Chile: Dirección General de Educación Primaria	1929	1
<i>Fundamentos de la moderna enseñanza de la aritmética</i>	Santiago de Chile: Goldsack Gaymer	1944	1

**Fuentes:** Diversas Bases de Datos y catálogos como: *WorldCat*, *Google Books*, *Deutsche National Bibliothek*, Biblioteca de la Universidad de Heidelberg, Biblioteca de la Universidad de Hamburgo, *VIAF-Fichero de Autoridades Virtual Internacional*, Biblioteca Nacional de Chile.

**EL AUTOR**

**Walter O. Beyer K.**

*nowarawb@gmail.com*

Dr. en Educación (UCV)

Profesor Jubilado (Universidad Nacional Abierta, UNA)

Cronista Oficial de la Asociación Venezolana de Educación Matemática (ASOVEMAT)

<sup>5</sup> Esta obra es una nueva edición de su *Vier Vorträge über neuzeitlichen Rechenunterricht*.