

ANÁLISIS EPISTÉMICO-COGNITIVO DE UNA FORMACIÓN CONTINUADA CON PROFESORES DE MATEMÁTICA

Patricia Pujol Goulart Carpes

patriciacarpes@unipampa.edu.br

Universidade Franciscana - Brasil

Eleni Bisognin

eleni@ufn.edu.br

Universidade Franciscana – Brasil

Recibido: 01.03.2019 **Aceptado:** 29.05.2019

RESUMEN

En este artículo se presentan resultados parciales de una investigación que tuvo por objetivo investigar cómo un programa formativo, con base en el sistema de Conocimientos Didáctico-Matemáticos, CDM, moviliza conocimientos sobre números racionales en un grupo de profesores de matemáticas de los años finales de la Enseñanza Fundamental. La investigación, de carácter cualitativo, tuvo como instrumentos de recolección de datos los videos de los encuentros de formación, una cartera construida por cada profesor y el análisis de documentos curriculares. Para ello, tomamos una guía con componentes e indicadores de cada dimensión del CDM para analizar la movilización de conocimientos de los profesores. Los resultados apuntan que el conocimiento referencial sobre números racionales de los profesores es limitado, es decir, movilizan de forma restringida los registros, significados y procedimientos en situaciones-problema, así como al elucidar una actividad buscan ejemplificarla al hacer cuestionamientos que desarrolle la comprensión del alumno.

Palabras clave: Conocimiento didáctico-matemático. Números racionales. Dimensiones epistémica y cognitiva.

ANÁLISE EPISTÊMICA-COGNITIVA DE UMA FORMAÇÃO CONTINUADA COM PROFESSORES DE MATEMÁTICA

RESUMO

Neste artigo são apresentados resultados parciais de uma pesquisa que teve por objetivo investigar como um programa formativo, com base no sistema de Conhecimentos Didático-Matemáticos, CDM, mobiliza conhecimentos sobre números racionais num grupo de professores de matemática dos anos finais do Ensino Fundamental. A pesquisa, de caráter qualitativo, teve como instrumentos de coletas de dados os vídeos dos encontros de formação, um portfólio construído por cada professor e a análise de documentos curriculares. Para tal, tomamos um guia com componentes e indicadores de cada dimensão do CDM para analisar a mobilização de conhecimentos dos professores. Esta análise centra-se somente nas dimensões epistêmica e cognitiva. Os resultados apontam que o conhecimento referencial sobre números racionais dos professores é limitado, isto é, mobilizam de forma restrita os registros, significados e procedimentos em situações-problema, assim como ao elucidar uma atividade buscam exemplificá-la ao fazer questionamentos que desenvolva a compreensão do aluno.

Palavras-chave: Conhecimento didático-matemático. Números racionais. Dimensões epistêmica e cognitiva.

EPISTEMIC-COGNITIVE ANALYSIS OF CONTINUOUS FORMATION TO MATH TEACHERS

ABSTRACT

This article presents partial results of a research whose objective was to investigate how a formative program based on the Didactic-Mathematical Knowledge System (CDM) mobilizes knowledge about rational numbers in a group of mathematics teachers from the final years of Elementary School. The research, of qualitative character, had as instruments of data collection the videos of the training meetings, a portfolio constructed by each teacher and the analysis of curricular documents. To do this, we take a guide with components and indicators of each dimension of the CDM to analyze the mobilization of teachers' knowledge. This analysis focuses only on the epistemic and cognitive dimensions. The results point out that the reference knowledge about rational numbers of teachers is limited, that is, they mobilize in a restricted way the registers, meanings and procedures in problem situations, as well as in elucidating an activity, they seek to exemplify it by making questions that develop understanding of the student.

Keywords: Didactic-mathematical knowledge. Rational numbers. Epistemic and cognitive dimensions.

INTRODUÇÃO

Este artigo é um recorte da pesquisa de doutorado da primeira autora que teve por objetivo geral investigar como um programa formativo, com base no sistema CDM, mobiliza os conhecimentos didático-matemáticos sobre números racionais num grupo de professores de matemática dos anos finais do Ensino Fundamental. Para tal, adotamos o sistema de categorias denominado Conhecimentos Didático-Matemáticos do professor desenvolvido por Pino-Fan e Godino (2015) para descrever, analisar e avaliar os conhecimentos mobilizados pelos professores.

Os objetos matemáticos de estudo durante a formação foram os números racionais do ponto de vista matemático e didático, assim como dos documentos curriculares oficiais para o estudo desse conteúdo nos anos finais do Ensino Fundamental. O aporte teórico adotado na questão do processo de ensino e aprendizagem dos números racionais e suas dificuldades está apoiado nas pesquisas de Kieren (1988), Behr et al (1983), Lamon (2006), Ventura (2013), Silva (2005), Magina e Campos (2008) e Onuchic e Alevatto (2008). As pesquisas tratam principalmente da compreensão dos números racionais, sob seu aspecto pedagógico, por meio dos diferentes significados e suas relações. Como também, da transversalidade existente os seus significados e suas concepções fundamentais, tais como: partição, unidade, densidade, ordenação, equivalência e operações para a compreensão do número racional.

A pesquisa foi realizada com um grupo de professores de matemática da rede municipal de educação de Itaqui, Rio Grande do Sul, Brasil. O estudo, de caráter qualitativo, foi desenvolvido por meio de uma formação continuada, durante meio ano letivo, perfazendo 36 horas, nos dias de planejamento dos professores, num ambiente externo às escolas.

Os dados obtidos do estudo foram analisados por meio das categorias do CDM, no qual é alicerçado nas ferramentas teóricas de análise do Enfoque Ontossemiótico para conhecimento e instrução matemática (EOS) desenvolvido por Godino, Batanero e Font(2007). O CDM é um modelo que interpreta e organiza os conhecimentos dos professores a partir de três dimensões: a matemática, a didática e a meta didático-matemática.

No intuito de melhor detalhar os conhecimentos mobilizados pelos professores neste estudo, iremos apresentar e discutir a dimensão didática do CDM, especificamente as facetas (dimensões) epistêmica e cognitiva, desenvolvida durante a primeira etapa da investigação. Neste sentido, reiteramos a intenção de descrever e analisar os conhecimentos de referência e os implementados pelos professores na realização de atividades matemáticas durante a formação.

REFERENCIAL TEÓRICO

Tendo como objetivo descrever e analisar os conhecimentos mobilizados pelos professores durante o processo de formação continuada sobre o tópico específico de números racionais nos anos finais do Ensino Fundamental, nesse artigo desenvolvemos o CDM conforme apontado em Pino-Fan e Godino (2015) e, apresentamos um guia com os indicadores e os componentes proposto por Godino et al (2013) que devem ser considerados para o planejamento, implementação e avaliação de um processo de formação de professores, no qual orienta a análise dos dados do estudo.

Em Pino-Fan e Godino (2015) é apresentado um sistema de categorias (ou dimensões) para analisar os conhecimentos dos professores de matemática, denominado CDM. A dimensão matemática é composta por duas subdimensões: do conhecimento comum e do conhecimento ampliado, que atende a necessidade de solidificar os conhecimentos dos professores de matemática em tópicos específicos de matemática. Os autores entendem, como conhecimento comum, aquele conhecimento matemático compartilhado pelo professor e pelo aluno, isto é, o conhecimento suficiente para resolver um problema, por exemplo. O conhecimento ampliado é aquele que o professor deve ter sobre as noções matemáticas, saber

vincular o objeto de estudo com outras noções matemáticas e encaminhar os alunos a estudos subsequentes. (Pino-Fan&Godino, 2015).

A dimensão didática é composta de seis facetas, a saber: faceta epistêmica (conhecimento especializado de Matemática), faceta cognitiva (conhecimento de aspectos cognitivos dos alunos), faceta afetiva (conhecimento dos aspectos afetivos, emocionais e atitudes dos estudantes), faceta interacional (conhecimento sobre interações presentes na sala de aula), faceta mediacional (conhecimento dos recursos e meios que potencializam a aprendizagem dos alunos) e a faceta ecológica (conhecimento sobre aspectos curriculares, sociais, políticos que influenciam na gestão da aprendizagem dos alunos).

A articulação de concepções envolvidas na faceta epistêmica compreende os conhecimentos da matemática escolar com maior profundidade e amplitude (Schoenfeld, & Kilpatrick, 2008) como também, o conhecimento especializado do conteúdo (Ball, Thames, & Phelps, 2008). Deste modo, esta faceta leva em conta a ferramenta configuração ontossemiótica do EOS e indica que,

o professor deve ser capaz de mobilizar diversas representações de um objeto matemático, resolver a tarefa mediante distintos procedimentos, vincular o objeto matemático com outros objetos matemáticos de nível educativo no que se ensina ou de níveis anteriores ou posteriores, compreender e mobilizar a diversidade de significados parciais para um mesmo objeto matemático (que integram o significado holístico para este objeto), proporcionar diversas justificativas e argumentos, e identificar os conhecimentos postos em jogo durante a resolução de uma tarefa matemática. (Pino-Fan & Godino, 2015, p. 99 - tradução das autoras)

As facetas, cognitiva e afetiva, estão relacionadas com a forma de pensar, conhecer ou atuar dos estudantes diante de um problema. A faceta cognitiva permite ao professor ajustar sua proposta ao grau de significados pessoais dos estudantes aos significados institucionais. E, ainda, nesta faceta, são considerados os conhecimentos que o professor deve ser capaz de realizar, tais como: perceber possíveis respostas a um problema dado a partir do seu planejamento ou execução da aula, concepções errôneas, dificuldades numa solução ou vínculo com o objeto matemático de estudo com outros. A dimensão afetiva versa sobre os conhecimentos que ajudam a descrever as experiências e sensações dos estudantes com um dado problema, por exemplo.

A faceta interacional envolve os conhecimentos necessários para prever, implementar e avaliar sequências de interações entre os indivíduos para participarem do processo de ensino e aprendizagem, assim como orienta a negociação de significados aos estudantes. Essas interações podem ser professor-aluno, aluno-aluno, professor-recurso, professor-aluno-recurso.

Pino-Fan e Godino (2015), propõem as seis facetas da dimensão didática para poder analisar, descrever e desenvolver o conhecimento dos professores em diversas fases do processo de ensino e aprendizagem de tópicos de matemática. Além disso, os professores devem, como parte de seus conhecimentos didático-matemáticos, conhecer e compreender os aspectos envolvidos em cada uma das fases da trajetória didática (estudo preliminar, planejamento, implementação e avaliação).

A dimensão meta didático-matemático é composta por duas partes: uma relativa aos conhecimentos sobre os critérios de idoneidade didática e, a outra, os conhecimentos sobre as normas e metanormas (epistêmica, ecológica, cognitiva, interacional, afetiva e mediacional), as condições e restrições do ambiente. A idoneidade didática tem o caráter de avaliar o processo de ensino e aprendizagem, isto é, nela estão presentes a reflexão, a avaliação e a detecção das melhores potencialidades da prática.

Em se tratando de um curso formativo e investigativo de formação continuada com professores de matemática, Godino et al (2013) propõem um guia denominado Guia de Avaliação da Idoneidade Didática de Processos de Instrução em Educação Matemática (GVID-IDM), onde apontam os indicadores e componentes da idoneidade de programas de formação de professores. Neste estudo, os autores supracitados incluíram princípios didático-matemáticos relativos às seis facetas implicadas em um processo de instrução matemática. Desse modo, se o professor adquire competência em aplicar este instrumento pode facilitar sua tarefa de planejar, implementar e avaliar processos instrucionais idôneos. O quadro 1 ilustra os componentes do GVID-IDM.

Quadro 1-Componentes do GVID-IDM

<p>FACETA EPISTÊMICA Conteúdo didático-matemático, entendido desde o ponto de vista institucional Conteúdo matemático: problemas, linguagem, conceito, procedimentos, proposições, argumentos, conexões.</p>	<p>Outras facetas implicadas na formação em Educação Matemática</p>
<p>Conteúdo cognitivo: conhecimentos prévios, adaptações curriculares, aprendizagem do conteúdo matemático por parte dos alunos.</p>	<p>FACETA COGNITIVA: aprendizagem do conteúdo didático-matemático pelos professores.</p>
<p>Conteúdo afetivo: interesses, atitudes, emoções a aprendizagem do conteúdo matemático dos alunos.</p>	<p>FACETA AFETIVA: crenças, interesses, atitudes, emoções dos professores para a aprendizagem do conteúdo didático-matemático.</p>
<p>Conteúdo interacional: modos de interação e o discurso no processo de ensino e aprendizagem da matemática.</p>	<p>FACETA INTERACIONAL: modos de interação e discurso no processo de formação de professores</p>
<p>Conteúdo mediacional: uso de recursos tecnológicos no processo de ensino e aprendizagem da matemática.</p>	<p>FACETA MEDIACIONAL: uso de recursos tecnológicos no processo de formação de professores</p>
<p>Conteúdo ecológico: currículo, inovação didática, adaptação sócio-profissional, conexões interdisciplinares.</p>	<p>FACETA ECOLÓGICA: currículo, inovação didática em formação de professores, conexões interdisciplinares.</p>

Fonte: Adaptado de Godino et al (2013, p.9).

Godino et al (2013), propõem indicadores para cada uma das facetas implicadas num processo de formação de professores, primeiramente considerando a idoneidade epistêmica (composta de conteúdo matemático, ecológico, cognitivo, mediacional, interacional e afetivo).

A idoneidade epistêmica se alcança quando se prevê, organiza e agrega que o professor conheça, compreenda e domine o conhecimento especializado do conteúdo e o que se refere a variedade de situações problemas, linguagens, estruturas, argumentações e conexões, para o nível educativo em que o professor exerce seu trabalho (conhecimento comum) e o tratado no “horizonte matemático” corresponde, isto é, a articulação com o nível educativo posterior.

A *idoneidade ecológica* se conseguirá mediante a leitura e discussão de fontes documentais e estudo de casos de boas práticas que contemplem a inovação, interdisciplinaridade, o desenvolvimento do pensamento crítico e de valores democráticos através do estudo da matemática.

A *idoneidade cognitiva* deve contemplar a psicologia da aprendizagem matemática, os princípios gerais da aprendizagem de cada conteúdo, compreender e justificar fatos/passos da aprendizagem e apoiar marcos teóricos, desenvolver instrumentos de avaliação pertinentes.

A *idoneidade afetiva* para ser considerada alta requer do professor conhecimento e compreensão do interesse, necessidades, atitudes e emoções na aprendizagem da matemática, assim como competência para criar entornos de aprendizagem que sejam de interesse para o estudante.

A *idoneidade interacional* será alta quando o professor desenvolver competência para a comunicação adequada do conteúdo matemático, identificar e resolver conflitos de significado e dificuldades de aprendizagem relacionadas com o modo de interação em aula, desenvolver competência para a avaliação formativa dos alunos.

A *idoneidade mediacional* será alta quando o professor conhecer o papel dos recursos manipulativos e informáticos para a aprendizagem da matemática, suas limitações e possibilidades e desenvolver competência para gestar o tempo de ensino. (p. 9-18 – tradução das autoras)

Godino et al (2013) propõem, como principal indicador para a *faceta cognitiva*, o ganho efetivo na expectativa de aprendizagem sobre a educação matemática, em que a avaliação formativa e somativa devem aplicar o sistema de métodos e técnicas usuais da investigação matemática (provas escritas, questionários, guias de observação e entrevista).

A *faceta afetiva*, que abrange as atitudes, motivações e crenças, tem como um indicador a motivação inicial pela seleção e casos para análise e implementação de atividades relacionadas com a prática de ensino, assim como a conexão entre teoria e prática que indiretamente induz a motivação e interesse dos alunos. E, ainda, deve contemplar a avaliação de crenças e valores dos professores em formação sobre a matemática e seu ensino, a reflexão sobre elas e possível avaliação.

A *faceta interacional* tem como indicador o desenvolvimento de competências comunicativas e o trabalho autônomo durante o processo de formação levando em consideração o planejamento, implementação e avaliação do plano formativo.

A *faceta mediacional* tem como indicador o uso de recursos manipulativos e informáticos de maneira pertinente e oportuna para a aprendizagem de temas matemáticos específicos.

A *faceta ecológica* tem como indicador se os conteúdos, implementação e avaliação estão de acordo com o currículo estabelecido; as ações formativas consideram os resultados de investigações prévias sobre formação de professores (uso de novas tecnologias em particular), as atividades formativas giram ao redor da formação e desenvolvimento profissional do professor (integrando as outras matérias e áreas disciplinares) e contemplam valores democráticos e o pensamento crítico.

PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

O presente estudo, de caráter qualitativo, busca descrever e analisar os fenômenos que ocorreram num processo de formação continuada com professores de matemática de forma a contemplar as características, os valores, as dificuldades num viés qualitativo. Segundo Borba (2004), na pesquisa qualitativa o conhecimento está impregnado de valores, de intenção, história do pesquisador ou condições políticas-sociais, reconhecendo, dessa forma, que o investigador não é neutro nesta análise. Isto é, mantém contato direto com o ambiente da pesquisa, com os sujeitos envolvidos e com os problemas de estudo propostos. A primeira autora desse estudo foi a formadora do curso em questão.

Na primeira etapa, os dados foram levantados a partir do curso formativo e investigativo com professores de matemática do município de Itaqui e de documentos oficiais da Secretaria de Educação, especialmente a proposta curricular do município e os Projetos Políticos Pedagógicos (PPP), ou documento equivalente, das escolas de Ensino Fundamental do município. O curso ocorreu na sede da UNIPAMPA, Campus Itaqui, durante o segundo semestre de 2018, em uma sala de aula ou laboratório de informática. A sequência dos encontros foi quinzenal.

O curso, organizado em nove encontros presenciais e sequenciais, com duração de quatro horas cada, buscou explorar o objeto matemático números racionais do ponto de vista pedagógico, isto é, a mobilização de conhecimentos didático-matemáticos ao ensinar números

racionais nos anos finais do Ensino Fundamental. O quadro 2 apresenta os temas e ações planejadas que foram abordadas em cada encontro.

Quadro 2-Temas e ações planejadas de cada encontro do Curso.

N ^o	Temas	Ações planejadas
1	<ul style="list-style-type: none"> -Justificativa e estrutura do Curso. -Dificuldades no processo de ensino e aprendizagem. -Os conhecimentos existentes dos professores ao ensinar números racionais. 	<ul style="list-style-type: none"> - Apresentar a proposta do Curso. -Ilustrar algumas dificuldades de aprendizagem sobre números racionais apresentados na literatura. - Levantar e discutir as dificuldades apresentadas no ambiente de sala de aula dos próprios professores participantes por meio de questionário. -(Re)Conhecer os conhecimentos didático-matemáticos dos professores ao ensinar números racionais.
2	<ul style="list-style-type: none"> -Os significados dos números racionais. -Os conhecimentos existentes dos professores ao ensinar números racionais. 	<ul style="list-style-type: none"> -Explicar os significados dos números racionais. -Compreender os números racionais a partir de seus significados, proposta de Kieren (1988). -(Re)Conhecer os conhecimentos didático-matemáticos dos professores quanto aos significados dos números racionais por meio de questionário.
3	<ul style="list-style-type: none"> -Os significados dos números racionais. -Unidade, comparação, ordenação e equivalência de números racionais. -Resolução de problemas. 	<ul style="list-style-type: none"> -Retomar a compreensão e discussão dos significados dos números racionais por meio de exercícios dos livros didáticos. -Compreender a unidade, ordenação e equivalência por meio dos significados dos números racionais com atividades organizadas em <i>applets</i>. -Explorar a metodologia de Resolução de Problemas para o ensino dos números racionais.
4	<ul style="list-style-type: none"> -Material didático: Frac Soma e jogos didáticos -O conhecimento didático-matemático do professor 	<ul style="list-style-type: none"> -Compreender o recurso Frac Soma. -Desenvolver atividades para compreensão dos números racionais por meio do Frac Soma. -Compreender o CDM proposto por Pino-Fan e Godino (2015) -Identificar e refletir esses conhecimentos na prática do professor em sala de aula.

Quadro 2-Temas e ações planejadas de cada encontro do Curso (*continuación*)

5	-O emprego de jogos em sala de aula -Uso de jogos para o ensino de matemática:	-Discutir os momentos do jogo pedagógico em sala de aula proposto por Grando (2000). -Compreender os recursos: Jogo do Varal dos Números Racionais e Bingando com os Racionais.
6	-Construção dos racionais em documentos curriculares oficiais.	-Identificar e discutir a construção dos números racionais nas grades curriculares (GC) das escolas do município. -Conhecer e comparar a construção dos números racionais na BNCC e GC das escolas municipais. -Leitura e discussão de entrevistas de alguns estudiosos sobre a BNCC.
7	-Sequência de ensino baseada nas habilidades e competências propostas na BNCC; -A resolução de problemas como uma habilidade.	-Apresentar e discutir uma sequência de ensino que explore o tema números racionais por meio de seus significados. -Compreender a resolução de problemas e suas etapas;
8	- Criação de problemas.	-Desenvolver a habilidade de criação de problemas baseado em Malaspina (2017). -Desenvolver atividades para criar problemas por variação ou elaboração, como também, por meio de histórias em quadrinhos.
9	-Avaliação e Autoavaliação do curso de formação continuada	- Avaliar o curso de formação; -Autoavaliar o seu desempenho (participante) durante o curso de formação. -Discutir com o grande grupo as potencialidades e limitações do curso.

Fonte: Dados da Pesquisa.

Os instrumentos para a coleta de dados desta investigação, durante a primeira etapa, foram as observações do formador durante os encontros, os áudios e vídeos dos encontros e os registros escritos dos professores participantes. Como este trabalho intentou contribuir com a prática de sala de aula do professor de matemática, optamos em organizar os registros dos professores por meio da formação e da reflexão do seu trabalho. Desta forma, foi proposta a construção de um portfólio de cada professor durante os encontros do curso.

O portfólio foi usado como alternativa para o professor avaliar a aprendizagem dos seus estudantes, bem como conduzi-los a autorreflexão e posterior autoavaliação (Crockett, 1998). Os instrumentos que podem constituir um portfólio são amostras de exemplos, documentos, gravações ou produções que evidenciam habilidades, atitudes e/ou conhecimentos ou aquisições obtidas pelo estudante em um espaço de tempo (Crockett, 1998).

Além de ter o caráter avaliativo do professor, o portfólio foi proposto como um meio organizador do trabalho pedagógico, pois foi o elo entre planejamento, implementação e avaliação durante todo o processo. Neste contexto, cabe destacar, que o ambiente de formação deve propiciar aos professores o seu desenvolvimento profissional, a autonomia intelectual e condições adequadas de trabalho (Murphy, 1997), possibilitando, assim, parte das produções do portfólio, uma reflexão do professor sobre as possibilidades de uso ou não com seus alunos (do próprio portfólio ou atividades desenvolvidas).

Entendemos que o professor ao planejar suas aulas busca materiais de apoio. Neste sentido, ele tem seu próprio portfólio para elaborar/adaptar/recriar suas aulas sobre números racionais ou, ainda, em conteúdos que envolvem o tema. Cada portfólio é único, pois foi construído a partir das dificuldades do professor (ou dos seus alunos), seus encaminhamentos, exemplos ou sequência de ensino. A formadora recolheu os portfólios até o final do curso, após os digitalizou e entregou a cada professor participante.

A análise de dados da primeira etapa foi realizada por meio do sistema de categorias do CDM que está baseado no modelo do EOS, desenvolvido por Godino (2017) e colaboradores, já apresentados na seção anterior, assim como o GVID-IDM. Deste modo, nos propusemos a analisar os conhecimentos didático-matemáticos mobilizados no curso de formação continuada com professores de matemática. Neste estudo, analisamos as dimensões epistêmica e cognitiva que abrangem o conhecimento comum, ampliado e especializado do professor utilizando as categorias do CDM para análise.

O projeto desse estudo foi aprovado pelo comitê de ética da Universidade da qual as autoras pertencem sob o parecer número 2.752.490.

RESULTADOS E DISCUSSÕES

Os dados analisados no presente estudo versam sobre as dimensões epistêmica e cognitiva do modelo CDM. Como visto no referencial teórico, os conhecimentos do professor abarcam diferentes dimensões num processo de formação. No entanto, temos um olhar ao

conhecimento especializado mobilizado pelos professores (ganho e organização) e como ele compreende e justifica fatos/passos da aprendizagem em se tratando do objeto matemático número racional para os anos finais do Ensino Fundamental

As dimensões epistêmica e cognitiva são vistas, neste estudo, numa dialética entre o conhecimento referencial (institucional) e o implementado (compreendido). Desta forma, o conhecimento do professor não é visto sob uma ótica, mas de como, por exemplo, o conhecimento didático é incorporado ao matemático. Ou ainda, de quais situações, representações, conexões, significados parciais e holístico do objeto de estudo o professor lança mão num processo de ensino e aprendizagem.

A formação continuada com os professores de matemática versou sobre os conhecimentos matemáticos sobre o objeto de estudo (significados dos números racionais e suas concepções fundamentais) e os conhecimentos didáticos, sendo específicos a metodologia de resolução de problemas e possíveis recursos didáticos para potencializar a método supracitado. Justificamos o emprego dessa metodologia, pois os professores participantes demonstraram limitações na compreensão e uso da mesma, assim como tomamos como apoio nesta formação a Base Nacional Comum Curricular (BNCC, 2017), onde aponta como competência da matemática a criação e resolução de problemas no Ensino Fundamental.

Além disso, fazendo um elo entre os conhecimentos matemáticos e didáticos, os significados dos números racionais emergem de situações problemas, logo compreendemos que para unir competências da BNCC com o tópico matemático específico à metodologia de Resolução de Problemas seria a mais adequada e necessária aos professores visto que é um método ainda pouco empregado pelos mesmos (conforme relatos durante a formação).

O conhecimento referencial adotado neste estudo segue os estudos de Kieren (1980, 1988) ao apontar que os números racionais permeiam diferentes contextualizações, logo seus significados são distintos. Assim, define que o número racional pode ser compreendido sob cinco significados: parte/todo, medida, operador, quociente e razão. Sendo que para uma compreensão completa do número racional, requer não só a compreensão de cada um dos significados separados, mas como eles se relacionam.

Para iniciar o estudo dos significados a formadora questionou os professores: o que pode significar a fração $\frac{1}{2}$? Não houve uma resposta formal ao questionamento, as respostas

tiveram mais ligadas às representações do que aos significados. Então, a formadora expôs as seguintes situações:

- Apenas $\frac{1}{2}$ da turma compareceu.
- É necessário $\frac{1}{2}$ de 30 para ter média no trimestre.
- Tenho um bolo para dividir entre duas pessoas igualmente.
- Se um objeto de 60 cm teve sua miniatura reduzida para 30 cm, qual a escala (razão) considerada?
- Dado um segmento de 1 cm, identifique a metade do segmento.

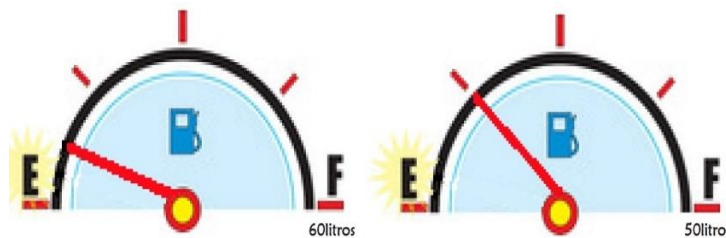
A formadora leu as situações e buscou identificar o que cada exemplo a fração um meio poderia ser compreendida, ou seja, a turma dividida em duas partes iguais e considera uma delas (significado parte/todo), a fração operada sobre uma quantidade (significado de operador), um bolo dividido em duas partes iguais ou 1:2 (significado de quociente), a razão da miniatura para o real, isto é, 30 está para 60 assim como 1 está para 2 (significado de razão) e a iteração um meio para determinar um comprimento (significado de medida).

Aos professores os exemplos expostos não pareceu ser algo habitual no seu trabalho com números racionais (ou frações). Alguns professores demonstraram estar surpresos com as possibilidades de interpretações do número um meio. Assim, a formadora formalizou cada um dos significados. Por meio das atividades no portfólio do professor, ilustradas nos quadros 3 e 5, foi possível compreender como os conhecimentos didático-matemáticos dos professores são mobilizados.

Quadro 3 - Atividade para explorar o significado de parte/todo do número racional

Ana, Carlos e Pedro são colegas e cursam o 6º ano na escola Todos Alegres. Por serem alunos com bom rendimento escolar receberam um prêmio, ingressos ao cinema.

- 1) Os pais de Carlos e Pedro foram levá-los de carro. A figura abaixo representa o marcador de combustível dos carros do pai de Carlos com capacidade de 60 litros e Pedro com 50 litros respectivamente. A agulha sobre a letra F representa o tanque de combustível cheio e E tanque vazio.



- a) De acordo com a imagem, há mais combustível em qual carro? Justifique.
b) Carlos olhou para o marcador de combustível do carro de seu pai e notou que a agulha estava próxima da Letra E, mas não conseguiu determinar se com a quantidade de combustível era possível chegar ao cinema. O GPS do carro informou que ainda faltavam 27 km ao local desejado. O carro do pai de Carlos percorre em média na cidade, 8 km por litro. Como professora, quais encaminhamentos daria para Carlos para solucionar seu problema?
c) De acordo com tuas experiências em sala de aula, consideras que em um tipo de registro (fração, decimal, porcentagem ou geométrico) haveria melhor compreensão da situação proposta? Explique

Fonte: Adaptado de Ventura (2013).

O item (a) foi respondido por todos os professores e tiveram a mesma linha de pensamento em dividir o tanque do carro do pai de Carlos em 4 partes iguais, cada parte com 15 litros, sendo a metade de uma parte 7,5 litros (onde está a agulha). O mesmo procedimento foi realizado no tanque do carro do pai de Pedro sendo dividido em 4 partes iguais, cada parte com 12 litros. O tanque mais cheio é o segundo. O procedimento adotado pelos professores é do significado de parte/todo (dividir o todo em partes iguais e considerar um número de partes). O significado de operador não foi adotado, onde poderia ter sido realizado o cálculo $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} \cdot 60 = 7,5l$ ou $\frac{1}{4} \cdot 50 = 12l$.

O item (b) foi compreendido pelos professores e as soluções estão no quadro 4. Apenas um professor não compreendeu a atividade e calculou a velocidade média do carro. Novamente, percebemos que os professores tiveram a preocupação em determinar a solução e não como elucidar a questão ao aluno.

Quadro 4-Respostas dos professores à primeira atividade. Respostas do Prof. A, Prof. B, Prof. C e Prof. F respectivamente.

Pelo GPS ainda faltam 27Km para percorrer. O carro do pai de Carlos tem média de 8Km/litro. Como a cada 8Km utiliza 1 litro de combustível, 27,0Km usaria mais ou menos 3,5 litros. Então, está tranquilo. Uma regra de três determina que tem combustível suficiente.

problema? Poderá ir e voltar? $27 \text{ L} \times 8 = 216$ $3,375$ É possível chegar ao local desejado, mas para voltar não tem combustível.

8km-1l
16km-2l
24km-3l
32km-4l
P > C

Sabendo que o carro faz 8km por litro e que faltam 27km para chegar ao local são necessários 3,375l de gasolina. Logo a quantidade seria suficiente.

Se, com 1 litro o carro anda 8 Km
Tendo aproximadamente 7,5 litros. $7,5 \times 8 = \text{Total de Km}$

Fonte: Dados da Pesquisa.

Durante a socialização das respostas dos professores, os mesmos exclamaram as diferentes estratégias usadas para determinar a solução. O Prof. A disse que faria por regra de três para determinar a solução e o próprio disse que talvez não fosse o melhor encaminhamento tendo em vista que os alunos não têm esse conhecimento no 6º ou 7º ano ao trabalharem os números racionais. Assim, a formadora questionou a possibilidade de encaminhar a solução por proporção, fazendo estimativas, isto é, se 1 litro percorre 8 km, 2 litros percorre 16kms, 3 litros percorre 24 km e 4 litros percorre 32 kms. Desse modo a solução é dada por estimativa e não calculando o valor exato necessário para chegar ao destino.

Os outros procedimentos empregados pelos professores (Prof. C e F), foram de determinar exatamente a quantidade de combustível necessário até o destino ou, então, sabendo que o tanque do carro tem 7,5 litros multiplicou pela média de quilometragem do carro ($7,5 \times 8 = 60 > 27$ km necessários a percorrer). A exposição das estratégias/procedimentos foi compartilhada entre os professores no intuito de enriquecer a

atividade proposta, pois buscamos mobilizar os conhecimentos dos professores para compreender e avaliar a solução do colega, os tipos de registros e os seus questionamentos ou encaminhamentos adotados para elucidar a questão.

A segunda atividade, ilustrada no quadro 5, explora outro significado do número racional, a razão. Este significado não pode ser compreendido como parte/todo, mas como uma grandeza está para outra. Isto é, não devemos associar a ideia de partição e sim de comparação de duas grandezas (Silva, 2005).

Quadro 5-Atividade para explorar o significado de razão do número racional

2) A vitamina C se encontra nos cítricos, como a laranja, e é essencial para a absorção de ferro e para a recuperação de queimaduras e feridas. Na escola Todos Alegres, foi servido suco de laranja de 2^a a 5^a feira da semana para a turma de Ana, Carlos e Pedro. O suco foi preparado em uma jarra com um litro de água a que adiciona-se determinado número de copos de concentrado de laranja e colheres de açúcar, que foram variando ao longo dos dias.

	2 ^a feira	3 ^a feira	4 ^a feira	5 ^a feira
Copos de concentrado de laranja	5	4		
Colheres de açúcar	4	5		

a) Ana achou o suco mais doce na 5^a feira. Matematicamente como ela poderia argumentar essa resposta?

b) Carlos disse que a relação entre o número de colheres de açúcar e o concentrado de laranja na 2^a feira, pode ser representado por 0,9. Ele tem razão?

Fonte: Adaptado de Ventura (2013).

A questão trouxe dúvidas aos professores, pois compreenderam que havia a razão entre os copos de concentrado para as colheres de açúcar. Entretanto, a razão desejada era a inversa. O quadro 6 apresenta a solução determinada pelos professores e o segundo procedimento apresentado pela formadora. Consequentemente o item (b) é imediato, a relação é de 0,8.

Durante a socialização das soluções encontradas pelos professores, foi ressaltado pela formadora a interpretação da fração $\frac{4}{5}$ não como um parte/todo, mas como a comparação de duas grandezas. Como também, a necessidade do aluno percorrer por diferentes significados do número racional para melhor compreensão (Kieren, 1980). Deste modo, não ficando limitado a um tipo de interpretação/significado pois, nesta situação, se o professor só interpreta a fração como parte de um todo não conseguiria interpretar/compreender a razão proposta.

Quadro 6-Procedimentos para resolução da atividade 2 (quadro 5).

2ª	3ª	4ª	5ª
$\frac{4}{5} = 0,8$	$\frac{5}{4} = 1,25$	$\frac{3}{4} = 0,75$	$\frac{3}{2} = 1,5$
Ou simulando que 1 copo de concentrado tenha 200ml, temos $\frac{4 \text{ col}}{1000 \text{ ml}}$ ou $\frac{5 \text{ col}}{800 \text{ ml}}$ ou $\frac{3 \text{ col}}{800 \text{ ml}}$ ou $\frac{5 \text{ col}}{400 \text{ ml}}$ Fazendo a proporção a cada 400 ml em cada razão, a maior é a última, correspondendo a 5ª feira.			

Fonte: Dados da Pesquisa.

Também, a formadora destacou durante a socialização das soluções que é necessário pensar em diferentes estratégias, registros e argumentações para responder a atividade. Tendo em vista que o aluno pode buscar outro procedimento/compreensão da atividade. Neste sentido, um exemplo pela formadora é dado usando proporção. A observação foi feita aos professores a fim de aguçar/explorar o conhecimento especializado.

Após explanação e discussão dos significados dos números racionais e desenvolvimento das atividades acima, propomos as questões, ilustradas nos quadros 7 e 8, a fim de que os professores elaborassem atividades a partir do entendimento dos estudos supracitados e de acordo com a realidade escolar que estão inseridos. Além disso, tinham o cunho de investigar a adequação e a capacidade dos professores em elaborar problemas, as técnicas empregadas, como exploram os significados, as representações, a vinculação do número racional a outros objetos matemáticos e linguagem empregada.

Quadro 7 - Desenvolvendo a faceta cognitiva do professor – parte 1.

Situação: Alberto tem R\$30 e pretende dividir em partes iguais com os amigos que o ajudarem na limpeza do pátio da sua casa.

- Se Alberto dividir o valor com dois amigos, ou seja, entre 3 pessoas, que quantia cada um receberia?
- E se Alberto dividir com mais pessoas, por exemplo, com 5 ou 6 amigos, quanto cada um receberia?
- Qual questionamento poderia ser feito ao aluno para que ele perceba que quanto mais amigos, menor é o valor que cada um ganha? Tente relacionar as frações (parte recebida) com o valor a receber.
- Considere que Alberto vai dividir os R\$ 30 com Luca e Ana. Porém, Alberto dará sua parte para o Luca. Que fração representa, então, o valor que Luca receberá em relação ao valor total?
- Quais encaminhamentos poderiam ser adotados pelo professor para questionar que embora fosse dividido entre vários amigos, o todo (R\$30) não se altera?

Fonte: Dados da Pesquisa.

O item (a) foi respondido pelos professores pelo significado de quociente $\frac{30}{3} = 10$ reais para cada pessoa. Um professor apenas mencionou o emprego de regra de três, sem desenvolver o raciocínio. O item (b) novamente os professores indicaram 30 dividido por 5, resultando 6 reais para cada pessoa. O Prof. C mencionou, “*logo quanto mais pessoas menos cada um receberá*”. O item (c) apenas o Prof. C apresentou questionamento “*se Alberto dividir com 3 amigos quanto cada um receberia? E se dividir com 10 amigos?*” No intuito do aluno realizar a comparação entre as divisões e perceber que o quociente diminui conforme aumenta o número de amigos (divisor). O item (d) os professores apresentaram como resposta $\frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$ ou $\frac{10}{30} + \frac{10}{30} = \frac{20}{30}$, apenas o cálculo, sem um raciocínio desenvolvido. O item (e) apenas o Prof. A apresentou um encaminhamento “*a quantidade permanece a mesma o que aumenta é o número de pessoas. Consequentemente o valor diminui. Mostraria através de exemplos*”.

Via os encaminhamentos adotados pelos professores para explorar os conceitos de partição e unidade (o todo), os mesmos tendem a mobilizar/propor encaminhamentos com os alunos através de exemplificações (alterando quantidades para o divisor). No intuito de explorar esses conceitos não apenas alterando valores e comparando os resultados, a formadora apresentou suas sugestões para as atividades do quadro 7 por meio de indagações que buscasse uma argumentação dos alunos quanto ao resultado esperado como segue, o item (c)

- - Na primeira situação Alberto dividiu em 3 partes iguais os R\$30,00. Logo, cada um recebeu a terça parte do valor, correspondendo a R\$10,00. Quando ele divide entre mais amigos o que ocorre com o valor recebido por cada pessoa?
- - Como o valor está dividido em partes iguais (o número de partes depende da quantia de amigos), isso indica uma fração do valor (R\$30,00). Como podemos indicar essas frações para os itens (a) e (b)?
- - Em qual situação Alberto ganharia mais dinheiro? E em qual ganharia menos dinheiro?

Para o item (e), a formadora sugeriu os seguintes encaminhamentos (observe que a Figura 1 auxilia na resolução das atividades):

Figura 1. Solução encaminhada pela formadora para o item (g).



Fonte: Elaboração das autoras.

- Se Alberto dividir o valor entre 6 pessoas, cada uma recebe 5 reais. Duas pessoas juntas recebem 10 reais. E 5 pessoas juntas? E 6?
- O que representa a fração $\frac{1}{5}$ nesta situação? E $\frac{5}{5}$?
- O que representa $\frac{7}{6}$ nesta situação?

Os professores argumentaram que preferem adotar a exemplificação a fazer indagações (como as atividades propostas no item (e) pela formadora) por entenderam que os alunos possuem muita dificuldade de interpretação. Logo, partem para atividades consideradas simples, como vários exemplos numéricos, a fim de elucidar uma situação e encaminhar um conceito.

Quadro 8 - Desenvolvendo a faceta cognitiva do professor – parte 2.

- f) Elabore duas situações análogas a dada, porém uma mais simples e outra mais complexa.
- g) Caso Alberto queira guardar $\frac{2}{5}$ do seu dinheiro na poupança, o valor que sobra é mais ou menos que do que 75% do que tem? Quais encaminhamentos daria ao aluno para ele compreender a porcentagem citada?
- h) Quais os conhecimentos/habilidades prévios os alunos devem ter para resolver as questões da situação proposta pelo professor no item (f)?
- i) Quais conhecimentos podem ser desenvolvidos por meio dessa situação?
- j) Crie duas situações-problemas envolvendo a fração $\frac{2}{5}$.
- k) As situações criadas acima para a fração $\frac{2}{5}$ possuem significados/interpretações que as distinguem? Quais encaminhamentos daria ao aluno para que ele percebesse os diferentes significados dos números racionais nas situações que você elaborou?

Fonte: Dados da Pesquisa.

Apenas o Prof. B apresentou uma situação análoga solicitada no item (f), sendo “Augusto tem R\$50,00 e pretende dividir em 10 partes iguais se seus amigos o ajudarem a montar um projeto. A) Se Augusto dividir com 5 pessoas, que quantia cada uma receberia”? B) E se Augusto dividir com mais pessoas, por exemplo, com 10 pessoas, quanto cada uma receberia”?

A formadora também apresentou suas sugestões para as atividades do quadro 8. Para o item (f), como situação simples: Calcule $\frac{1}{3}$ de 30. E como situação complexa: Alberto está organizando um campeonato de futebol que vai premiar as 3 primeiras colocações com o total arrecadado com as inscrições ao campeonato. Propôs ao primeiro colocado dar dois quintos do valor arrecadado. Ao segundo colocado um terço do valor arrecadado e ao terceiro colocado um quarto do valor arrecadado. Ana ao saber da proposta de Alberto, o alertou que seu cálculo não estava correto. Qual erro Alberto pode ter cometido?

O item (g) foi respondido usando diferentes procedimentos e registros. O Prof. A trabalhou com a representação fracionária e porcentagem (visto que o exercício solicita um percentual) e o emprego da regra de três. O Prof. C, optou em trabalhar com o significado de parte/todo, determinando a fração três quintos e trabalhando com trocas de registros (fração, decimal e porcentagem). O Prof. B não interpretou corretamente a atividade. Esses registros estão ilustrados no quadro 9.

Quadro 9 - Solução do item (g) pelos professores.

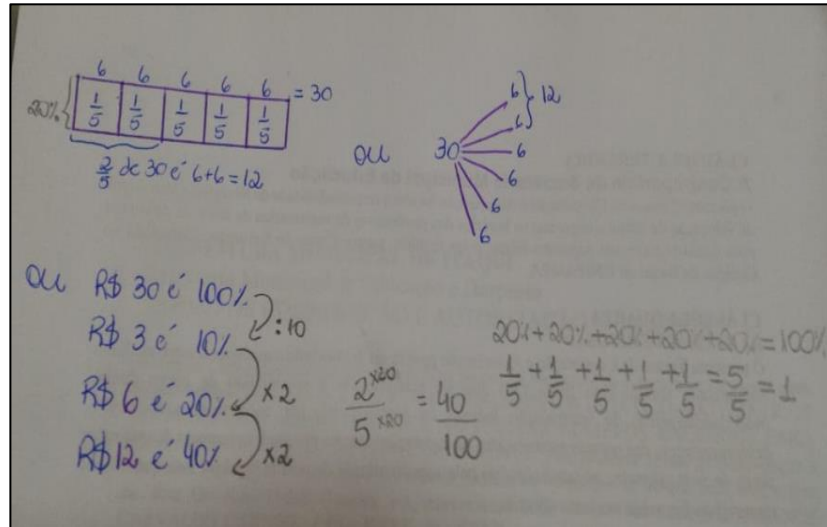
<p>Se for R\$30,00 $\frac{2}{5}$ seria 40% = R\$12, $30 - \frac{2}{5}$ $30 : 5 = 6 \rightarrow 2$ partes seria $6 \times 2 = 12$,</p>	<p>$\frac{5}{5} = 100\%$ $\frac{2}{5} = x$</p>
<p>Sobra $\frac{3}{5} = 0,6 = 60\%$, logo é menos que 75%.</p>	
<p>$\frac{2}{5} \cdot 75 = \frac{150}{5} = 30$ $\frac{5}{5} = 1$ $\frac{75}{100} = 0,75\%$</p>	<p>$\frac{2}{5} + \frac{5}{5} = \frac{7}{5}$</p>

Fonte: Dados da Pesquisa.

A formadora sugeriu o significado de parte/todo para o item (g), ou por proporção usando porcentagem ou por frações equivalentes (dois quintos equivalem a quarenta centésimos). Tendo os seguintes questionamentos: Se R\$30,00 é o todo de Alberto, isso representa 100% do valor. A metade, 50%, corresponde a? E a metade da metade, isto é, 25%? Assim, a sobra do dinheiro de Alberto é mais ou menos que 75%? A fração dois quintos é

exatamente a metade do valor que Alberto possui? Que fração corresponde a 80% do valor? E a fração cinco quintos representa o quê nesta situação?

Figura 2. Solução encaminhada pela formadora para o item (g).



Fonte: Dados da pesquisa.

Os professores não responderam ao item (h) por não terem respondido ao item (f). Desta forma, discutimos as situações iniciais propostas nesta atividade (itens a, b e c). Sendo os conhecimentos prévios: a operação de divisão, sistema monetário, operação multiplicação. Para o item (i) os conhecimentos desenvolvidos foram: reconhecer a fração como uma divisão, quanto maior o denominador menor é a parte, a compreensão de todo e parte, compreensão de porcentagem simples (25%, 50% e 100%) e conversão de fração para porcentagem.

O item (j) foi respondido por dois professores. O Prof.A colocou: “Paulo está de aniversário e convidou seus coleguinhas para compartilharem esse momento. A mãe confeccionou 200 docinhos. Pensando na quantidade de docinhos que cada um comeria considerou $\frac{2}{5}$ para cada. Quanto representa a fração $\frac{2}{5}$ em relação a total de docinhos?” O Prof.C criou duas situações: “Augusto quer dividir em duas partes iguais os seus $\frac{2}{5}$ de poupança, mas ainda há uma sobra de 22% do que tem. Qual será a forma mais correta?; “Caso Augusto queira depositar $\frac{2}{5}$ do seu dinheiro na poupança, o valor que sobra é mais ou menos do que 35% do que tem? Quais encaminhamentos seriam, neste caso, para compreender a porcentagem?”.

A situação proposta pelo Prof. A pode ser desenvolvida pelos significados de parte/todo (uma parte é $\frac{200}{5} = 40$ docinhos, duas partes 80 docinhos) ou de operador ($\frac{2}{5} \cdot 200 = 80$ docinhos) considerando quantos docinhos representa a fração dois quintos. Neste sentido, a porcentagem de doces às crianças é inadequada. As questões do Prof. C, trazem mais dúvidas quanto a elaboração do problema (enunciado), pois a divisão em partes iguais de $\frac{2}{5}$ é $\frac{1}{5} + \frac{1}{5}$ ou 20% e 20%, logo uma sobra de 22% do quem tem causa incompreensão. A segunda questão elaborada pelo Prof. C é bem semelhante a proposta apresentada pela formadora.

Os professores não se sentiram a vontade de compartilharem as situações criadas, ficando o registro no seu portfólio. Para contornar a situação e buscando desenvolver os conhecimentos dos professores, a formadora sugeriu para o item (j) as situações abaixo expostas. Os professores consideraram situações pertinentes no processo de ensino e aprendizagem dos números racionais.

- O finado coronel Francisco deixou $\frac{2}{5}$ de sua fortuna para a viúva Amália e $\frac{3}{5}$ para o museu da cidade. À Julia, sua sobrinha-neta, deixaria o restante da sua fortuna. Julia não ficou satisfeita com a divisão. Por quê? Quanto ela recebeu?
- A câmara de vereadores de Itaquí é composta por 11 vereadores. Para aprovação do projeto de melhorias na escola Todos Alegres são necessários $\frac{2}{5}$ dos votos. Esse número de votos é mais que a metade da quantidade de vereadores? Exatamente quantos votos são necessários para aprovação do projeto?

Na primeira situação proposta ficou claro, a todos, o significado de parte/todo explorado e a segunda questão trouxe mais dificuldades em reconhecer os significados explorados (parte/todo ou operador) e procedimentos para a solução (dificuldades apontadas são a quantidade ser ímpar e não divisor de 5). Nesse caso, o significado de parte/todo é explorado, pois o aluno deve reconhecer que dois quintos não são a metade (sobra três quintos), assim como, dois quintos estão operando sobre uma quantidade, 11 vereadores (significado operador). A questão tem diferencial por trabalhar com grandezas discretas.

Até, então, trabalhamos com os professores a ideia de elaborar/explorar situações que pudessem desenvolver uma melhor compreensão dos números racionais por meio de seus

diferentes significados, representações ou das concepções fundamentais. E, na sequência, como um passo a mais, a fim de unir as situações-problema a um método de ensino, trabalhamos com a metodologia de Resolução de Problemas sob os aspectos da dimensão epistêmica que é vista como o conhecimento referencial (como o conhecimento se desenvolve por meio da metodologia).

Tomamos uma das situações abordadas na formação, ilustrada no quadro 10, no intuito de que os professores vivenciassem a metodologia da Resolução de Problemas.

Primeiramente conversamos com os professores colocando que, ao propor um problema ao aluno, não implica estar empregando a metodologia de Resolução de Problemas. Principalmente se esse problema não for um problema para o aluno ou se no problema basta tomar os dois dados numéricos e realizar uma operação (algoritmo) para obter a solução.

A Resolução de Problemas é uma metodologia ativa, pois o aluno deixa de ser passivo e o professor deixa de ser o detentor do conhecimento e é visto como um mediador. O próprio problema deve instigar o aluno a busca de uma solução, levantar e testar hipóteses, desenvolver a argumentação matemática a fim de construir uma solução.

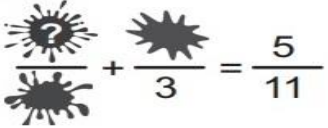
A Resolução de Problemas com funcionalidade epistêmica foi proposta aos professores no sentido que o conhecimento do aluno deve ser construído e não simplesmente apresentado como algo pronto e acabado bastando aplicar um algoritmo para solucionar a questão.

Na atividade propusemos de antemão encaminhamentos (questões) que possibilitasse o aluno/professor ler o problema inicial e ter uma perspectiva de quais caminhos poderia seguir para buscar a solução (itens 1 a 4 do quadro 10). Destacamos aos professores que tomamos uma questão que leva o aluno a raciocinar, buscar estratégias e argumentar porque sua solução está correta. Destacamos aos professores o seu papel fundamental em intervir na questão e criar/organizar meios (neste caso questões) para tornar a atividade mais próxima do aluno. Aos professores foi destacado que não é simplesmente dar a solução ao aluno, mas organizar (encaminhamentos/questionamentos) um ambiente de investigação e compreensão.

Quadro 10. Exemplificação de uma atividade via a resolução de problemas.

Considere a seguinte situação: (OBMEP, 2016, 1ª fase)

A figura mostra a fração $\frac{5}{11}$ como a soma de duas frações. As manchas encobrem números naturais. Uma das frações tem denominador 3. Qual é o menor numerador possível para a outra fração?



a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

Encaminhamentos aos alunos para elucidar a questão.

1. O que deve ser determinado nesta situação?
2. Como os denominadores não são iguais, precisamos torná-los. Que estratégia usarias para buscar um denominador comum às frações?
3. Como foram dadas alternativas de respostas, todas elas são possíveis como solução? Teste.
4. Justifique qual das alternativas você considera correta.

Fonte: Dados da Pesquisa.

Foi proposto aos professores resolverem a atividade do quadro 10. Inicialmente eles apresentaram dificuldades e tentaram colocar números nos numeradores e denominadores. Neste momento, não buscávamos simplesmente a solução da atividade, mas quais encaminhamentos poderiam ser elaborados pelo professor para ajudar a elucidar a questão ao aluno. Segue o comentário dos professores à atividade do quadro 10.

(Prof. A): A ideia que a gente tem é que são exercícios para os alunos quebrarem a cabeça.

Formadora: a ideia não é simplesmente quebrar a cabeça, propor exercícios difíceis mas que eles pensem.

(Prof. B): Raciocinem.

(Prof. A): Eu acho bem interessante, porque a gente tem várias situações na sala de aula (alunos interessados, desinteressados, o mais ou menos).

Formadora: é uma metodologia desafiante ao professor (tu saís do teu habitual), porque o professor deixa de buscar questões nos livros didáticos e passa a montar questões a partir de situações do cotidiano.

(Prof. B): Pegar exercício pronto é muito fácil.

Formadora: não digo simplesmente que é muito fácil, mas não é apenas esse o trabalho do professor.

As questões elaboradas do quadro 10 seguem uma linha de pensamento, primeiro o aluno deve ter compreendido o que se deve determinar, buscar estratégias para entender o problema (fazendo simulações de quantidades) para, finalmente, buscar compreender a situação. Destacamos aos professores que é interessante selecionar/elaborar problemas que permitam a busca por estratégias para aplicar a metodologia de Resolução de Problemas. Exercícios fechados, que não permitem simulações ou diferentes procedimentos de solução, tornam-se limitados para esta metodologia.

Vale ressaltar que a formadora propôs, de antemão, alguns encaminhamentos (questões) para elucidar as atividades, visto que os professores não se sentiam a vontade de construir estratégias/procedimentos para tal, durante a formação. Como já dito, os professores têm poucas experiências e/ou limitações na concepção dessa metodologia. Logo, o intuito foi de proporcionar uma vivência e algumas possibilidades de uso para, possivelmente, agregar conhecimento e tornar mais próximas as metodologias ativas.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste estudo analisamos os conhecimentos didático-matemáticos mobilizados pelos professores de matemática durante uma formação continuada sobre o objeto números racionais nos anos finais do Ensino Fundamental. Neste sentido, por meio da dimensão epistêmica (conhecimento institucional) e a dimensão cognitiva (conhecimento pessoal) do CDM abordamos situações-problema a fim de desenvolver e investigar o conhecimento especializado do professor. Como também, os seus possíveis encaminhamentos para superar concepções errôneas ou compreender/elucidar dúvidas dos alunos.

As atividades, propostas pela formadora, para explorar os significados dos números racionais e suas concepções fundamentais, demonstraram-se pouco usuais em sala de aula e os professores argumentaram diversas dificuldades (incompreensão do algoritmo de divisão, interpretação) dos alunos como justificativa para “evitar” o seu emprego. Desse modo, as próprias explicações ou elucidação de dúvidas perpassa por simular várias situações numéricas e compará-las ao propor questionamentos que levem a uma argumentação do aluno.

As situações-problema propostas no curso de formação tinham o caráter de considerar a etapa (nível) de compreensão do aluno ao propormos, por exemplo, uma situação mais simples e uma mais complexa sobre números racionais. Tinha também,

como propósito, elaborar situações que explorassem uma fração sob dois significados distintos a fim de desenvolver uma compreensão mais ampla do objeto matemático e, conseqüentemente, potencializar o processo de ensino e aprendizagem no ambiente de sala de aula.

Na dialética existente entre a dimensão epistêmica e cognitiva na sala de aula de um objeto matemático de estudo cabe ao professor, por meio de seus conhecimentos didático-matemáticos, explorar atividades das mais simples às mais complexas, de interesse e motivação dos alunos, com o uso de métodos e recursos apropriados de forma que as interações no processo de ensino e aprendizagem ocorra de forma idônea.

Os registros escritos, as falas e trocas de experiências entre os professores durante o processo de formação continuada demonstraram que para a dimensão epistêmica há um ganho relativo na forma de compreender um número racional sob seus diferentes significados e tipos de registros, assim como desenvolver esse conhecimento referencial por meio de métodos que torne o aluno mais ativo na sua aprendizagem (crie estratégias e argumentos para uma solução).

A dimensão cognitiva do CDM se demonstrou mais limitada (conhecimento pessoal implementado) pelos professores. Esta dimensão teve como um dos seus indicadores o ganho efetivo na expectativa de aprendizagem do conteúdo. Esse ganho efetivo é significativo principalmente quando os professores apontam suas dificuldades na realidade escolar que vivem (sem infraestrutura necessária, um modelo de ensino baseado na memorização e não em competências ou o não apoio da família às atividades da escola).

Por fim, ressaltamos que foi um momento oportuno de formação e investigação durante o curso com professores de matemática quanto a mobilização de conhecimentos didático-matemáticos sobre os números racionais para alunos dos anos finais do Ensino Fundamental. Desse modo, temos a expectativa de seguir esse estudo de forma a compreender como conhecimentos explorados num ambiente de formação continuada podem diretamente influenciar o ambiente de sala de aula.

REFERÊNCIAS

Ball, D. L., Thames, M. H.; Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching. What makes it special? *Journal of Teacher Education*, v. 59, n.5, p. 389-407.

- Behr, M., Lesh, R., Post, T.; Silver, E. (1983). Rational number concepts. In LESH, R; LANDAU, M (Eds.). *Acquisition of Mathematics Concepts and Processes*. New York: Academic Press. p. 91-125.
- Borba, M.C. *A pesquisa qualitativa em Educação Matemática*. (2004). Publicado em CD nos Anais da 27ª reunião anual da Anped, Caxambu, MG, p. 21-24. Disponível em http://www.rc.unesp.br/gpimem/downloads/artigos/borba/borba-minicurso_a-pesquisa-qualitativa-em-em.pdf>Acesso em 24 jan 2018
- Brasil. Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília, DF, 2017. 472p. Disponível em http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_20dez_site.pdf. Acesso em 24 jan 2018.
- Crockett, T. (1998). *The portfolio journey: a creative guide to keeping studentmanaged portfolios in the classroom*. Englewood Colorado: Teacher Ideas. A Division of Libraries Unlimited.
- Godino, J. D.; Batanero, C.; Font, V. (2007).The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, v. 39, n. 1-2, p. 127-135.
- Godino, J. et al. (2013).Componentes e indicadores de idoneidade de programas de formação de professores em educação matemática. *REVEMAT: Florianópolis*, 8(1), 46-74.
- Grando, R.C. (2000).*O conhecimento matemático e o uso de jogos na sala de aula*. (239f) Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Estadual de Campinas, São Paulo.
- Kieren, T. (1980).Personal Knowledge of rational numbers: its intuitive and formal development .In: Hiebert, J and Behr, M. (eds.) *Number Concepts and Operations inthe Middle Grades*. (pp. 162-180) Hillsdale, New Jersey: Erlbaum.
- Kieren, T. E. (1988). Personal knowledge of rational numbers: its intuitive and formal development. In Hiebert, J. & Behr, M. J. (Eds). *Number Concepts and Operations in the Middle Grades*. (pp. 162-181) Hillsdale: Lawrence Erlbaum.
- Lamon, S. J. (2006).*Teaching fractions and ratios for understanding: essential content knowledge and instructional strategies for teachers*.2 ed. Mahwah: Lawrence ErlbaumAssociation.
- Magina, S. & Campos, T. (2008).A fração na perspectiva do professor e do aluno dos dois primeiros ciclos do Ensino Fundamental. *Boletim de Educação Matemática: Rio Claro*, 21(31), 23-40.
- Malaspina, U. (2017).La creación de problemas como medio para potenciar la articulación de competencias y conocimientos del profesor de matemáticas. In Contreras, J. et al(Eds.), *Actas del Segundo Congreso Internacional Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos*. Disponível em: enfoqueontosemiotico.ugr.es/civeos.html> Acesso 07 dez 2018.
- Murphy, S. (1997).Teachers and students: reclaiming assessment via portfolios. In: Yancey, K.B.& Weiser, I. (Ed.). *Situating portfolios: four perspectives*. (pp. 72-88) Logan, Utah: Utah State University Press.
- Onuchic; L.R. & Alevatto, N.S.G. (2008). As Diferentes “Personalidades” do Número Racional Trabalhadas através da Resolução de Problemas. *Boletim da Educação Matemática: Rio Claro*, 21(31), 79 -102.

- Pino-Fan, L.R. & Godino, J. (2015). Perspectiva ampliada del conocimiento didáctico-matemático del professor. *Paradigma*, XXXVI(1), 87– 109.
- Schonfeld, A. & Kilpatrick, J. (2008). Towards a theory of proficiency in teaching mathematics. In Tirosh, D.; Wood, T.L. (Eds). *Tools and processes in mathematics teacher education*. (pp. 321-354) Rotterdam: SensePublishers.
- Ventura, H.M.G.L. (2013). *A aprendizagem dos números racionais através das conexões entre as suas representações: uma experiência de ensino no 2º ciclo do ensino básico*. (386f) Tese (Doutorado em Educação). Universidade de Lisboa, Lisboa.
- Silva, M. J. F. (2005). *Investigando saberes de professores do ensino fundamental com enfoque em números fracionários para a quinta série*. (302f) Tese (Doutorado em Educação Matemática), Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

Autoras:

Patricia Pujol Goulart Carpes é Doutoranda em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Franciscana, UFN, Santa Maria, RS, Brasil. Professora Assistente da Universidade Federal do Pampa, UNIPAMPA, Campus Itaqui, RS, Brasil.
patriciacarpes@unipampa.edu.br

Eleni Bisognin é Doutora em Matemática e professora do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Franciscana, UFN, Santa Maria, RS, Brasil
eleni@ufn.edu.br