PARADIGMA, Vol. V, Nºs. 1, 2 y 3 Abril - Diciembre de 1984

¡ LOS ESTUDIANTES SI SABEN PENSAR !

Antonio Viviano
Componente Docente
I.U.P.E.MAR.

RESUMEN

El artículo trata de demostrar que los estudiantes de matemática tienen ciertas habilidades cognoscitivas que resultan inhibidas o adormecidas por las estrategias de enseñanza y aprendizaje desarrolladas por los docentes de dicha asignatura. El trabajo reporta dos situaciones vivenciadas por el autor, las cuales pretenden demostrar que, al contrario de lo que usualmente se cree, los estudiantes de matemática sí piensan, sí razonan, su mente no está en blanco con respecto a lo que se les quiere enseñar y sí poseen estructuras operativas sobre las cuales se puede soportar la enseñanza de contenidos matemáticos nuevos.

Es muy frecuente ver un profesor de matemática dirigirse a sus alumnos más o menos así: "...Es que ustedes no piensan, no saben razonar..."; es el caso que esta situación se da con tanta frecuencia que hasta los alumnos están comenzando a creerlo. Nuestros educandos se están formando la creencia de que no saben razonar, aún cuando ellos no lo reconocen explícitamente, tal vez por su resistencia natural a creerlo.

Posible evidencia de esta situación es el número significativo de estudiantes que toman la decisión de no intervernir ó de no iniciar una actividad relativa al aprendizaje de la matemática, por estar convencidos de su incapacidad para realizar con " exito " la tarea. Por otra parte, y como consecuencia de lo anterior, muchos alumnos suelen exigir al profesor que explique en forma exhaustiva para posteriormente ellos intervenir, lo cual, obviamente, propicia el énfasis, por parte de una amplia variedad de

docentes, en actividades castrantes de las posibilidades creadoras de nuestros estudiantes.

Pero, ¿qué queremos significar los profesores con verbalizaciones como esas de que los alumnos no piensan?. ¿Acaso queremos decir que no razonan como nosotros lo hacemos?. La verdad de la proposición " Los alumnos piensan " es una verdad indiscutible, teórica y empíricamente; y más indiscutible es que piensan a pesar de los profesores, quienes ejercemos nuestra función docente, por lo general, inmersos en una carrera loca y sin propósito, movidos como marionetas por hilos invisibles que el sistema de vida imperante se encarga de dirigir. Es en relación con esas evidencias que deseamos compartir dos experiencias que nos llamaron póderosamente la atención.

En primer lugar nos vamos a referir a un hecho aparentemente aislado.

Actualmente en nuestro país están adquiriendo relevancia para el aprendizaje de la matemática las llamadas Olimpíadas Matemáticas. Una de las pruebas aplicadas en el evento correspondiente al año 1984 fué respondida por los 36 alumnos de una sección de segundo año de ciencias. Los resultados fueron los siguientes:

a. el número de aprobados fué cinco (5)
b. de los cinco aprobados, tres eran alumnos con promedio superior a 17 puntos y dos alumnos tenían promedio inferior a 10 puntos
c. el número de alumnos con promedio superior a 15 puntos era 12
d. el número de alumnos con promedio inferior a 10 puntos era 11.

Nos llamó la atención que dos estudiantes de los que calificamos como " malos " habían aprobado y que de los doce (12) alumnos " buenos " sólo tres lo hicieron ; más alerta aún nos puso el comentario de un colega: " eso viene sucediendo con frecuencia ".

Si asumimos que el instrumento aplicado por los organizadores de la olimpíada es válido y descartamos todas las restantes y posibles causas del hecho, la conclusión a la cual llegamos es esperanzadoramente terrible: " hay estudiantes que piensan, aún a pesar de la nefasta enseñanza de la matemática ". Si la prueba mide el conocimiento matemático y la capacidad de razonar, entonces la enseñanza que estamos impartiendo no es precisamente de matemáticas, puesto que, mientras aquellos a quienes consideramos incapaces demuestran ser capaces, a los que evaluamos como capaces no lo evidencian en la prueba.

Afortunadamente esta observación no fue producto de una planificación para un estudio sistemático y científico; el hecho puede ser un caso aislado y por lo tanto las conclusiones no son válidas. Sin embargo, debemos estar alertas o mejor aún, debemos emprender algún tipo de investigación al respecto. Tal investigación puede ser organizada con los mismos estudiantes de segundo año de ciencias, toda vez que en los programas oficiales existe un tema de estadística que podría ser enseñada sobre una situación de interés como ésta, lo cual haría significativo ese contenido.

La segunda experiencia se refiere a la ejecución de una clase de matemática planificada para obtener información que pudiese posteriormente dar lugar a un estudio más sistemático para verificar algunas hipótesis en relación con el aprendizaje de la matemática. La clase en cuestión la hemos denominado " la clase de matemática que comienza por el final ". Esta se caracteriza por colocar a los estudiantes en una situación que le permita realizar, al comienzo, las actividades o tareas que usualmente realizan al final, después de la explicación clásica del profesor. Otra de sus características consiste en presentar en forma simultánea conceptos que usualmente se presentan secuenciados.

¿Es posible una clase así?. ¿Tiene sentido?. ¿Cuál es su propósito?.

Responderemos estas preguntas a través de la descripción de la primera parte de la clase y sólo nos limitaremos a describir aquellos aspectos que a nuestro juicio son suficientes para el planteamiento central.

La clase fué dirigida a 43 estudiantes del segundo año de ciencias del ciclo diversificado, con edades entre 15 y 16 años. La estructura conceptual matemática a enseñar estuvo referida a la teoría combinatoria y particularmente a los conceptos de combinación, variación y permutación, con sus respectivas ecuaciones. El objetivo era lograr que los estudiantes resolviesen problemas sencillos en los cuales se aplicara

la mencionada estructura matemática. Los estudiantes no tenían información alguna, al menos de tipo escolar, en relación con estos conceptos; se estimó un tiempo de seis horas para todo el proceso. El ambiente fue una aula usual con pupitres soldados.

A continuación se describe el proceso ocurrido en el primer bloque de dos horas.

El profesor, sin muchos preámbulos, informa a sus alumnos que en las próximas 6 horas de clase van a tratar de aprender a resolver problemas como los que se les van a presentar ahora. De inmediato entrega a cada uno una hoja con los tres problemas siguientes:

1. El 2ª ciencias A está formado por 20 hembras y 26 varones. Ellos desean formar equipos de 3 personas donde intervengan 2 hembras y 1 varón. ¿Cuántos equipos diferentes podrán formarse?.
2. Un partido político ha seleccionado cuatro militantes como candidatos a la presidencia y vicepresidencia del Congreso. ¿Cuántos equipos diferentes de presidente y vicepresidente podrán formarse?.
3. Un curso ha seleccionado 3 estudiantes para ocupar el cargo de presidente, vicepresidente y secretario del Club de Ciencias. ¿Cuántos equipos diferentes de presidente, vicepresidente y secretario se podrán formar con los tres estudiantes propuestos?.

Seguidamente divide el curso en tres grupos y distribuye los tres problemas de manera tal que cada grupo intente resolver dos. Luego da las siguientes intrucciones:

a. Cada estudiante tratará de resolver los dos problemas correspondientes durante 5 minutos. Al finalizar ese tiempo comienza a compartir lo que ha hecho con otros miembros de su grupo, tratando de trabajar cooperativamente en búsqueda de la solución. Este proceso durará 15 minutos.
b. Al finalizar el proceso anterior los diferentes grupos o algunos de los posibles subgrupos que se hayan formado presentarán la solución encontrada y el procedimiento seguido, usando para ello la pizarra.

Después de escuchar las instrucciones y de haber dado un vistazo a los problemas, un alumno interviene en los términos siguientes: ¿Quiere decir que nosotros vamos a comenzar por el final?. ¿Cómo podemos resolver problemas que usted aún no ha explicado?. El profesor lo tranquiliza y lo anima para que comience a trabajar.

Los estudiantes comienzan a hacer los primeros intentos. Algunos aún no se centran en la tarea, otros ya están concentrados. Varios de ellos consultan al profesor posibles soluciones producto de la adivinanza, mientras que algunos otros comienzan a hacer representaciones gráficas de los problemas. El profesor se pasea entre ellos, escucha sus planteamientos, hace replanteamientos, los ánima, no refuerza y no da información que pueda sugerir algún camino o la solución al problema.

A los pocos minutos (4) el profesor se da cuenta que ya algunos alumnos hacen ensayos y construyen los agrupamientos uno a uno. Otros hacen cálculos. Ya comienzan a compartir con sus compañeros de grupo. Discuten y analizan, hacen gráficos, se les oye hablar del orden en que se deben colocar los elementos. " no es lo mismo que Carlos sea presidente y José vicepresidente ", asignan letras a las personas y consultan al profesor buscando el visto bueno. El profesor no aprueba pero estímula para que sigan reflexionando. Luego se nota que algunos alumnos han encontrado la solución a los problemas Nº 2 y Nº 3, otros están analizando el problema Nº 1 en forma lógica y coherente. Todos están trabajando.

Finalmente los estudiantes comienzan a compartir entre todos las soluciones y los procedimientos seguidos. Uno de cada grupo pasa a la pizarra a mostrar como resolvió uno de los tres problemas.

Los resultados fueron los siguientes:

Problema 1

Fue resuelto por tres subgrupos de dos alumnos. Todos iniciaron su trabajo haciendo ensayos, tanteos y gráficos. Finalmente lograron razonar el problema. Uno de esos razonamientos fué el siguiente:

" Cada hembra debe unirse con las 19 restantes. Como cada equipo debe tener 2

hembras entonces debe multiplicarse por el número total de ellos entre dos: $19 \times \frac{20}{2}$.

Teniendo el equipo integrado por el número de hembras deben agregárseles los 26 varones que estarán uno por equipo.

Luego: $19 \times \frac{20}{2} \times 26 = 4940$ (número total de equipos posibles).

Problema 2

Fué resuelto por 5 subgrupos de 2 alumnos. El procedimiento consistió en asignarle a cada persona un número, una letra o un nombre completo y luego ir construyendo los equipos de presidente y vicepresidente.

Problema 3

Fué resuelto por 12 alumnos aproximadamente trabajando en equipo o individualmente. El procedimiento seguido fué análogo al usado en el problema 2.

Seguidamente el profesor preguntó: ¿Cuáles son las diferencias y semejanzas entre los tipos de grupos correspondientes a cada problema?

Los estudiantes reflexionan y discuten entre ellos durante un tiempo aproximado de 5 minutos. El profesor, recogiendo las respuestas producto de ese proceso construyó en la pizarra la matriz de síntesis que a continuación se muestra.

Matriz de Síntesis de Resultados

nombre de los grupos	notación	tipo de problema	Aspectos diferenciadores		
			Nº de elementos	Importancia del orden	diferencia entre dos grupos
combinación	$C_{m,n}$	Nº 1	Algunos o Todos	No Importa	tienen al menos un elemento distinto
variación	$V_{m,n}$	Nº 2	Algunos o Todos	Importa	tienen al menos un elemento distinto o tiene orden distinto
permutación	P_m	Nº 3	Todos	Importa	orden distinto

Nota: Las casillas 1 y 2 fueron la penúltima y última, respectivamente, en ser completadas.

Inmediatamente el profesor propone cuatro problemas y pide a los estudiantes que identifiquen el tipo de agrupamiento correspondiente disignándole por su nombre. La actividad que este planteamiento generó en los estudiantes fué efectiva ya que lograron identificar correctamente los diferentes tipos de agrupamiento.

Aquí terminó la primera clase. Las actividades previstas en las siguientes pueden resumirse así:

Los estudiantes, basándose en la matriz síntesis:

a. escribirán la definición de combinación, variación y permutación.
b. confrontarán cada definición con la que aparece en el texto de estudio y con una que el profesor presentará. Los alumnos enunciarán una que sea correcta y comprendida por todos.
c. usando un problema de variaciones cuya solución sea un número grande, el profesor intentará hacer ver la necesidad de las ecuaciones y así iniciará el proceso de derivación de las respectivas fórmulas. Esta situación será usada a su vez para generar otro problema: el de la demostración.
d. se plantearán problemas que los estudiantes intentarán resolver usando las ecuaciones correspondientes. Entre éstos se incluirá, en primera instancia, los tres problemas iniciales.

Conclusiones

En una primera aproximación concluimos:

1. Los estudiantes de 2º año de ciencias tienen una estructura cognoscitiva que le permite analizar y resolver problemas referentes a la teoría combinatoria según los programas correspondientes sin necesidad de explicaciones previas. La estructura conceptual matemática que se pretende enseñar parece ser isomórfica con la estructura o alguna subestructura mental del estudiante.

2. Lo que el estudiante no ha asimilado aún es lo referente a notación y ecuaciones. No lo ha hecho porque aún no ha interactuado con esa información.

3. No es cierto, por lo tanto, que la mente del alumno está en blanco en relación a esta estructura conceptual matemática.

4. Dar la clase explicando en primer lugar los conceptos correspondientes, derivando luego las ecuaciones y resolviendo problemas para que los educandos puedan hacerlo posteriormente no es otra cosa que despreciar la potencialidad del aprendiz, abortar el proceso creativo, negar el proceso de formación del conocimiento matemático y su misma naturaleza propiciando así la formación de un individuo repetidor, dependiente e incapaz de emprender verdaderas aventuras del pensamiento.

5. Una clase como la descrita en este artículo es motivante, propicia la participación verdadera del alumno y el pensamiento divergente, sienta las bases concretas a las cuales el estudiante podrá conectar ó anclar futuros conceptos más abstractos adquiriendo así significado para él, y permite al profesor conocer el nivel de desarrollo en el cual se encuentran sus alumnos. Esto facilitará la conducción de un nivel a otro más complejo. Podría afirmarse que ese conocimiento que el profesor adquiere también estaría a su alcance si aplicara una prueba de las que se denominan de pre-requisito. Más aún la misma clase que comienza por el final no es otra cosa que una estrategia de diagnóstico. Mientras esta última afirmación la compartimos parcialmente puesto que de eso también se trata, la primera la negamos. En efecto, si llevamos a cabo un análisis de tareas e identificamos los pre-requisitos que el alumno debe poseer para poder resolver los problemas en la clase, llegaríamos a la conclusión, dentro del esquema de la clase usual, que nuestro aprendiz debe saber definir, al menos, variación, permutación y combinación. Debe además conocer, usar o aplicar las fórmulas correspondientes. Si, de acuerdo con esta conclusión, elaboráramos una prueba de pre-requisitos, incluiríamos ítemes como: defina variación, permutación y combinación ó diga con sus propias palabras qué es una variación. Otro ítem tal vez sería: " escriba la ecuación con la cual calcula el número de variaciones, permutaciones y combinaciones" y algún otro haría referencia a la diferencias o semejanzas entre estos conceptos. Al aplicar la prueba el estudiante no podría responder ninguna de esas preguntas por cuanto no se había encontrado antes con esos términos ni con esas ecuaciones y por lo tanto nuestra conclusión sería; el estudiante no tiene los pre-requisitos. Luego, habrá que enseñarle estos conceptos y las ecuaciones correspondientes.

De esta manera fastidiaríamos al alumno con un conjunto de definiciones sin significado con las cuales no podrá resolver los problemas que en nuestra clase resolvió. Finalmente concluiríamos que el aprendiz no estudia, no piensa, y no razona, ignorando así la verdadera naturaleza del pensar y del razonar cual es la conformación de las estructuras operatorias que no dependen de los conceptos que se pretenden enseñar. En todo caso la dependencia, desde el punto de vista educativo, sería en el sentido inverso.

6. ¿Cómo resolver el problema del tiempo?. Un tal enfoque educativo no permitiría el logro de los objetivos en el tiempo previsto. Pero preguntamos: ¿Es que con el enfoque actual se estan logrando los objetivos en el supuesto que esos objetivos sean los deseables?. ¿No será que lo único que hacemos es dar información tratando de llenar al estudiante de detalles sin importancia descuidando las estructuras fundamentales?.

7. Esta manera de ver la enseñanza plantea grandes retos, no sólo al docente sino también y con mayor exigencia a las Instituciones Educativas y al Sistema Educativo en general. Para el docente uno de los retos sería el de encontrar situaciones problemáticas pertinentes a la estructura cognoscitiva del alumno y a la estructura matemática correspondiente. Pero entonces preguntaríamos: ¿Tales situaciones existen para toda estructura conceptual matemática a ser enseñada?.

8. Por último, podemos afirmar que una tal clase evidencia al menos que nuestros alumnos sí saben pensar y sí saben razonar aunque no como nosotros pretendemos que lo hagan sino como es el pensar verdadero: libre, dinámico, divergente y transformador.

REFERENCIAS

Phillips, J. Los Orígenes del Intelecto según Piaget. Ed. Fontanella. Barcelona, España, 1977.