

EFFECTOS DEL APRENDIZAJE COOPERATIVO, UTILIZANDO LA TEORÍA DE LAS SITUACIONES DIDÁCTICAS, EN EL DESEMPEÑO DE ESTUDIANTES DE UN PROGRAMA DE NIVELACIÓN DE MATEMÁTICA

Sebastián Calzadillas N.
sebastian.calzadillas@uchilefau.cl

Maritza Moreno C.
maritzamoreno@uchilefau.cl

Fernando Pizarro M.
fernandopizarro@u.uchile.cl

Universidad de Chile

Recibido: 10/09/2019 **Aceptado:** 18/11/2019

Resumen

La presente investigación tiene por finalidad estudiar el efecto del Aprendizaje Cooperativo (AC) y de la Teoría de las Situaciones Didácticas (TSD) en un programa de nivelación de conocimientos matemáticos básicos dirigido a estudiantes de la carrera de Arquitectura, Diseño y Geografía de la Universidad de Chile. Para medir el efecto del programa, se realizó un estudio cuantitativo cuyo diseño metodológico es cuasiexperimental longitudinal, debido a que se quiere indagar si hubo efecto o no en el desempeño de los estudiantes bajo estas metodologías de enseñanza-aprendizaje. La Prueba estadística utilizada es la de Wilcoxon, la cual arrojó que el efecto del AC y la TSD son estadísticamente significativo. Esto indica que, en términos generales, las teorías de la enseñanza aprendizaje escogidas para el desarrollo del programa de nivelación, son para la muestra, apropiadas para establecer un vínculo entre el concepto teórico y una representación concreta de éste (TSD) y el aprendizaje y/o recordatorio de los contenidos tratados en el programa (AC).

Palabras Clave: Aprendizaje Cooperativo, teoría de las situaciones didácticas, nivelación.

EFEITOS DA APRENDIZAGEM COOPERATIVA, USANDO A TEORIA DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS, NO DESEMPENHO DOS ESTUDANTES DE UM PROGRAMA INTRODUTÓRIO DE MATEMÁTICA

Resumo

A finalidade desta pesquisa foi estudar o efeito da Aprendizagem Cooperativa (AC) e da Teoria das Situações Didáticas (TSD) num programa introdutório de conhecimentos matemáticos básicos orientado a estudantes do curso de Arquitetura Desenho e Geografia da Universidade de Chile. Para a medição do efeito do programa, foi realizado um estudo quantitativo com um desenho metodológico quase experimental longitudinal, porque se quer indagar se aconteceu o não efeito no desempenho dos estudantes usando estas metodologias de ensino – aprendizagem. A prova estatística usada Wilcoxon indicou que o efeito do AC e a TSD foram estatisticamente significativos. Isso indica que, em termos gerais, as teorias do ensino-aprendizagem escolhidas para o desenvolvimento do programa introdutório, para a mostra, são apropriadas para estabelecer um vínculo entre o conceito teórico e uma representação concreta dele (TSD) e a aprendizagem e/ou o lembrete dos conteúdos tratados no programa (AC).

Palavras chave: Aprendizagem Cooperativo, Teoria das Situações Didáticas, Nivelção.

EFFECTS OF COOPERATIVE LEARNING USING THE THEORY OF TEACHING SITUATIONS IN THE PERFORMANCE OF STUDENTS IN AN INTRODUCTORY MATHEMATICS PROGRAM

Abstract

The present research aim to study of the Cooperative Learning (CA) and the Theory of the Didactics Situations (TDS) in a nivelation program of basics mathematics knowledge to students of Architecture, Desings and Geographics of the University of Chile, Chile. To measurent the effects of the program, was used a quantitative design longitudinal cuasi experimental because the intention is research if has been effect or not in the performance of the students under this metodologies. The stadistics test used was the Wilcoxon's Test this one showed that the effects of the CA and TDS was significant statistics. Thus is, in a general view, the Theories chosen was appropriate to stablish a vincule bettewen the theoretical concept and a concrete representation of this concept (TDS) and the learning or remembering of the topics seen in the program (CA).

Keys Words: Cooperative Learning, Theory of the Didactics Situations, Mathematics Nivelation.

Introducción

Durante los últimos años se ha constatado que los estudiantes que ingresan a los diferentes planes de estudios de pregrado de diversas universidades, carecen de los conocimientos básicos y de las competencias esenciales para enfrentar exitosamente los desafíos que demandan la formación inicial universitaria. En particular, se evidencia que los alumnos carecen de los aprendizajes y las habilidades lógico-matemático que se estudian y desarrollan en la formación escolar. La Universidad de Chile no está ajena a dicha situación, por ende, ha desarrollado diferentes programas orientados a reforzar y/o nivelar las competencias matemáticas básicas necesarias para que sus estudiantes puedan enfrentar con mayor probabilidad de éxito las exigencias académicas que demandan sus programas de pregrado.

En diversas investigaciones se ha evidenciado que los factores socioculturales influyen en el proceso de enseñanza-aprendizaje (Herbel-Eisenmann, Choppin, Wagner & Pimm, 2012). Por ejemplo, O'Brien & Jones (1999) evidenciaron que el ambiente familiar donde el estudiante se desenvuelve influye en el rendimiento académico de éste. De esta manera es natural pensar que la brecha entre las conductas de entrada que demuestran los estudiantes y el requerimiento de los cursos universitarios es mayor en alumnos que poseen un alto nivel de vulnerabilidad social económica y un bajo nivel cultural.

En Chile, el número de estudiantes que han ingresado a las universidades con este tipo de antecedentes ha ido incrementando progresivamente en los últimos años, en la Universidad

de Chile, por ejemplo, en la Facultad de Arquitectura y Urbanismo (FAU) en los últimos dos años han ingresado en promedio 20 alumnos que provienen del programa “Sistema de ingreso prioritario de equidad educativa” (SIPEE) o han sido beneficiados con la “beca de excelencia académica” (BEA) otorgada por el Ministerio de Educación. El programa SIPPE tiene por finalidad dar oportunidades de ingreso a alumnos de excelencia que provengan de establecimientos educacionales municipales, pero que no han cumplido con los requisitos de selección universitaria tradicional. Mientras que la beca BEA se entrega a los alumnos cuyo rendimiento está en el 10% superior de su generación. Debido a esta problemática, muchas universidades han creado programas de apoyo con la finalidad de mejorar las conductas de entrada que poseen este tipo de estudiantes, estos programas se imparten en instancias preuniversitarias y/o de forma permanente durante el primer año de estudio. La disciplina de Matemática no ha sido ajena a estas iniciativas en las cuales el proceso de inclusión ha desempeñado un rol importante, por ejemplo, en el año 2015 se realizaron las primeras “Jornadas de Inserción Universitaria: Hacia una Matemática más inclusiva”, en dicho encuentro se expusieron diferentes experiencias y estrategias de distintas universidades con la finalidad de abordar la problemática de nivelación e inclusión en los cursos de matemática universitaria.

Cabe destacar, que los diseños de los cursos de nivelación consideran al menos dos aspectos: a) tiempo para desarrollar la propuesta e b) interés de parte del estudiante para su permanencia en el programa. Lamentablemente estas condiciones no se satisfacen (al menos no simultáneamente) en carreras donde las ciencias básicas son parte de un ciclo de formación inicial y sin una evidencia clara (para el estudiante) de su pertinencia en el quehacer profesional futuro. Luego, si es posible realizar programas de nivelación académicas en carreras con este tipo de plan de estudios, debe ser un programa que se realice en un corto espacio de tiempo y que apunte al desarrollo de conocimientos y habilidades de las ciencias básicas que el estudiante necesitará durante su primer año universitario.

Una de las claves en el proceso de enseñanza aprendizaje para que programas de este tipo alcancen su objetivo es la metodología utilizada. En su formulación más básica podríamos distinguir dos tipos de metodologías de procesos de enseñanza aprendizaje: “la instrucción expositiva clásica” e “instrucción centrada en el estudiante”. La primera, “tradicional” (comúnmente llamada clase magistral), ha sido implementada amplia y persistentemente, sin distinguir la época y el contexto en que se desarrolla.

El Aprendizaje Cooperativo está enmarcado bajo la segunda metodología, y éste ha sido analizada por medio de estudios empíricos desde mediados del siglo pasado (Johnson, Johnson & Smith, 1998) y dentro de la comunidad científica se ha propuesto como una nueva teoría de aprendizaje (Mette & Jensen, 2012). Sin embargo, este tipo de metodología aún no se instaura de manera formal ni se aplica de forma sistemática en instituciones de educación superior, a pesar de que se realizan continuamente estudios para validar su eficacia (Vania Ma & Xin Ma, 2014)

Debido a lo anteriormente expuesto, es que se propone diseñar e implementar un programa de nivelación matemática a estudiantes de ingreso a primer año de las carreras de Arquitectura, Diseño y Geografía de la FAU de la Universidad de Chile, donde se utilizará dos metodologías de enseñanza aprendizaje, las cuales están orientadas bajo el enfoque constructivista. La primera de ellas es el “Aprendizaje Cooperativo” y la segunda es la “Teoría de las Situaciones Didácticas”, estas metodologías fueron escogidas debido a las características propias de la docencia impartida a estudiantes que ingresan a las carreras mencionadas, tal como lo destaca Alba-Dorado (2016): “Dibujar, escribir, hacer maquetas,... en definitiva, trabajar con las manos de una forma consciente, nos lleva a desarrollar una operación de pensamiento en que la mirada y las manos trabajan conjuntamente. Desde la docencia del proyecto [...] sería necesario reclamar esta acción como modo de hacer y pensar” y por estar en línea con los perfiles de egreso de las carreras que se imparten en la FAU en donde se destaca que sus futuros profesionales poseen capacidad colaborativa, capacidad que se genera desde las aulas y desde sus primeros años de formación.

Es importante destacar que la teoría de las Situaciones Didácticas no es solamente una metodología de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, también es un enfoque Teórico-Analítico que puede ser utilizado en distintas investigaciones. Sin embargo, en este artículo se utilizará en forma restricta como metodología de enseñanza y aprendizaje.

Bajo esta premisa, esta investigación tiene como propósito determinar el efecto del Aprendizaje Cooperativo y la Teoría de las Situaciones Didácticas en un programa de nivelación de conocimientos y habilidades matemáticas dictado a estudiantes de ingreso a primer año de las carreras de Arquitectura, Diseño y Geografía de la Facultad de Arquitectura y Urbanismo, Universidad de Chile.

A continuación, en la sección 2, se presenta una breve síntesis de la Teoría de las Situaciones Didácticas y el Aprendizaje Cooperativos, estas herramientas teóricas sustentan el diseño y la implementación de la nivelación. En la sección 3, se justifica la elección de la metodología utilizada y cómo se llevó a cabo la aplicación de los test de entrada y salida para la recolección de los datos, además, se describe los instrumentos confeccionados y cómo éstos fueron validados e implementados. En la sección 4, se describe la estructura del programa de nivelación y cómo se implementaron los materiales diseñados. Seguidamente, en la sección 5 se describen los resultados obtenidos del pretest y postest. Finalmente, en la sección 6 se plantean las conclusiones del trabajo, algunas reflexiones finales y los posibles caminos de indagación que se pueden plantear como continuación de esta investigación.

Marco Teórico

A continuación, se describen brevemente el enfoque del “Aprendizaje Cooperativo” y la “Teoría de las Situaciones Didácticas”, éstas sustentan la implementación y el diseño de las actividades que se realizan en el programa de nivelación de matemática.

Aprendizaje Cooperativo (AC)

Tal como se mencionó anteriormente, una de las metodologías correspondientes a la enseñanza centrada en el estudiante es el Aprendizaje Cooperativo (Johnson & Johnson 1987, 1990; Slavin 1990, 1995). El Aprendizaje Cooperativo forma parte del aprendizaje colaborativo y éste a su vez está contenido en el aprendizaje activo (Prince, 2004). El Aprendizaje Cooperativo ha sido estudiado desde la década de 1960 en adelante (Johnson, Johnson, & Smith 1998b) primero en los niveles de educación de primaria y secundaria y luego, en las últimas dos décadas, -con especial interés- en la educación superior (Millis, 2010). Existen diversas acepciones de Aprendizaje Cooperativo, por ejemplo, Deutsch (1962) lo define como una situación de aprendizaje en la cual los estudiantes que trabajan en grupos pueden alcanzar los objetivos de una actividad de instrucción educacional sólo si los otros estudiantes con los que trabaja también alcanzan el objetivo. Por otra parte, Johnson, Johnson & Smith (2013) establecen que “el Aprendizaje Cooperativo es la metodología de enseñanza aprendizaje impartida en pequeños grupos de tal manera que al trabajar los estudiantes en conjunto puedan maximizar su propio aprendizaje y el de los demás” (p.3, traducción libre) Cabe destacar que, a pesar de las múltiples definiciones existentes del Aprendizaje Cooperativo, aún hay confusión de qué situaciones de aprendizaje evidencian un Aprendizaje Cooperativo. Debido a esta

problemática, es que diversos autores han definido tres características esenciales que se suscitan en una clase cuando se desarrolla dicho aprendizaje: *interdependencia positiva*, *responsabilidad individual* y *habilidades colaborativas*.

Brush (1998) señala que la interdependencia positiva ocurre cuando: “cada integrante del equipo cree que tiene un rol o responsabilidad clave dentro del grupo y que el logro de los objetivos va a depender si cada miembro del grupo tiene éxito en su rol” (p. 9, traducción libre). Es decir, que existe una dependencia entre los integrantes del grupo para lograr los objetivos propuestos para una determinada tarea. Johnson & Johnson (1991) clasifican varios tipos de interdependencias positivas, por ejemplo, *interdependencia positiva de objetivos*, es cuando los integrantes del grupo creen que pueden lograr los objetivos sólo cuando cada integrante cumple sus objetivos; *interdependencia positiva de recompensa*, ocurre cuando cada integrante del grupo recibe la misma recompensa si logran una determinada tarea; *interdependencia positiva de recursos*, es cuando a cada integrante del grupo recibe sólo una parte de los materiales o una determinada información que es necesaria para la tarea y los recursos deben complementarse para desarrollar la actividad propuesta; *interdependencia de roles positiva*, se suscita cuando a cada integrante del grupo se le asigna una única función y ésta se complementa a las funciones de otros miembros del grupo; *interdependencia de identidad*, es cuando los integrantes establecen una identidad para el grupo por medio de un nombre, frase y/o o símbolo; y la *interdependencia ambiental*, es cuando el grupo está obligado a estar juntos debido a las limitaciones ambientales, por ejemplo, asignar una determinada área de reunión para un grupo.

Por otra parte, la responsabilidad individual se refiere a que los integrantes del grupo tienen la responsabilidad de entender la información tanto individualmente como grupalmente. Johnson & Johnson (1994) enfatizan que la responsabilidad individual tiene como propósito garantizar que cada integrante del grupo sea responsable individualmente y hacer su parte de forma equitativa del trabajo con la finalidad de cumplir con la tarea encomendada. Además, los autores señalan una serie de condiciones para garantizar la responsabilidad individual:

1. Mantener pequeño el tamaño del grupo. Cuanto menor sea el tamaño del grupo, mayor será la responsabilidad individual.
2. Cada estudiante rinde una prueba individual.

3. Escoger al azar un integrante del grupo para evaluarlo de forma oral y que presente el trabajo de su grupo al docente (en presencia del grupo) o de toda la clase.
4. Observar cada grupo y registrar la frecuencia con la que cada miembro contribuye al trabajo del grupo.
5. Asignar a un alumno de cada grupo el rol de inspector. El corrector pide a otros miembros del grupo que expliquen el razonamiento y la razón de ser de las respuestas grupales.
6. Hacer que los alumnos le enseñen lo que aprendieron a otra persona. Cuando todos los estudiantes hacen esto, se llama *explicación simultánea*. (p. 5, traducción libre)

Con respecto a las *habilidades colaborativas*, Brush (1998) señala que, si se diseña una actividad de aprendizaje que tiene por finalidad promover en los estudiantes el desarrollo de la interdependencia positiva y la responsabilidad individual, ésta no necesariamente garantiza el éxito del Aprendizaje Cooperativo. Para que se logre el Aprendizaje Cooperativo es necesario que los estudiantes desarrollen *habilidades colaborativas*, las cuales contemplan habilidades de comunicación, desarrollo de lazos de confianza con los miembros de su grupo, habilidades de liderazgo y manejo de posibles conflictos dentro del grupo de estudiantes.

Tipos de Aprendizaje Cooperativo

Se han clasificado tres tipos de Aprendizaje Cooperativo: *formal*, *informal* y *basado en grupos*. El Aprendizaje Cooperativo *formal* consiste en que los integrantes del grupo trabajan en conjunto durante una clase o algunas semanas, con la finalidad de cumplir con los objetivos de aprendizaje, los integrantes del grupo trabajan en tareas y asignaciones de forma compartida. Johnson, Johnson & Smith (2013) señalan algunas orientaciones para los docentes que deben considerar para implementar el Aprendizaje Cooperativo formal:

- a) Organizar y tomar decisiones antes de la actividad educativa: el docente debe seleccionar los objetivos de la lección (académica y social), decide el tamaño de los grupos, cómo se formarán los grupos, los roles que serán asignados a los estudiantes, los materiales que se utilizarán y la forma en que se dispondrá la sala de clases.
- b) Explicar la tarea y la interdependencia positiva: el docente define claramente las tareas a realizar, enseña los conceptos y los procedimientos necesarios para llevar a cabo los objetivos, especifica la interdependencia positiva y la responsabilidad

individual, informa los criterios para terminar exitosamente la actividad y explica las habilidades sociales esperadas que los estudiantes deben desarrollar.

- c) El docente monitorea el aprendizaje de los estudiantes e interviene dentro de los grupos para proporcionar ayuda en algunas tareas o para aumentar las habilidades interpersonales y grupales de los alumnos: El profesor observa de forma sistemática y recoge información sobre cada grupo a medida que éstos trabajan. Cuando es necesario, el docente interviene para ayudar a los estudiantes a completar la asignación con precisión y lograr que los estudiantes trabajen de manera efectiva.
- d) Evaluar el aprendizaje de los estudiantes y retroalimentar el desempeño grupal: El docente debe evaluar el desempeño de los estudiantes de forma cuidadosa, además el docente debe retroalimentar a los alumnos para que los integrantes del grupo discutan y reflexionen sobre su desempeño grupal y qué aspectos deben mejorar. (p.11-12)

El Aprendizaje Cooperativo *informal* tiene por finalidad que los estudiantes trabajen en conjunto para cumplir los objetivos planteados en una cierta actividad de aprendizaje, estos grupos son temporales y tienen una duración de algunos minutos o pueden durar toda una clase. Johnson, Johnson & Smith (2013) señalan algunas actividades donde se puede llevar a cabo este tipo de Aprendizaje Cooperativo informal: “se puede utilizar para enfocar la atención del estudiante en el material que se debe aprender, establecer un ambiente propicio para el aprendizaje, ayudar a establecer expectativas sobre lo que se cubrirá en una sesión de clase, asegurar que los estudiantes procesen cognitivamente y ensayen el material que se enseña, resumir lo que se aprendió y preparar la siguiente sesión, y proporcionar el cierre a una sesión de instrucción.” (p.12, traducción libre)

El Aprendizaje Cooperativo *basado en grupos*, son grupos de trabajo que perduran más en el tiempo, pueden tener una duración de uno o más años. La finalidad de este tipo de Aprendizaje Cooperativo es que los integrantes de cada grupo se brinden apoyo y se ayuden de manera mutua. Además, la asistencia de cada miembro es clave para que puedan progresar académicamente y desarrollar las habilidades cognitivas y sociales necesarias para culminar los objetivos planteados. Johnson, Johnson & Smith (2013) afirman: “El uso de grupos fijos tiende a mejorar la asistencia; personalizar el trabajo requerido y la experiencia escolar; y mejorar la calidad y cantidad de aprendizaje” (p.12, traducción libre) Una actividad ejemplo que señalan los autores de este tipo de Aprendizaje Cooperativo es el desarrollo de un proyecto escolar cuya finalidad sea prestar servicio a una cierta comunidad.

Cabe destacar, que estos tres tipos de Aprendizaje Cooperativo no son excluyentes y perfectamente se pueden complementar en la implementación de una cierta unidad educativa.

Teoría de las Situaciones Didácticas

La Teoría de las Situaciones Didácticas planteada por Guy Brousseau (1986), se basa sobre la génesis de la psicología Piagetana, la cual señala que el proceso de aprendizaje se lleva a cabo cuando un estudiante se encuentra en un estado permanente de adaptación al medio, tal como afirma Brousseau (2007): El alumno aprende adaptándose a un medio que es factor de contradicciones, dificultades y desequilibrios, un poco como lo hace la sociedad humana. Este saber, fruto de la adaptación de alumno, se manifiesta por medio de nuevas respuestas, que son la marca del aprendizaje. (p.30)

Es decir, el aprendizaje es producto de la adaptación del alumno frente a situaciones problemáticas o *medio*. Brousseau (2007) define el *medio* como “un sistema autónomo antagonista del sujeto” (p.17) y señala que el medio debe tener un rol antagonista a la acción del alumno, es decir, que el estudiante cambia sus estados de conocimiento de acuerdo a ciertas reglas que opone el medio. Debido a que los aprendizajes son influenciados por múltiples variables, Brousseau (2007) establece la necesidad de modelar una sucesión de *situaciones*. La “situación es un entorno del alumno diseñado y manipulado por el docente, que la considera como una herramienta. [...] identificamos como situaciones matemáticas a aquellas que provocan una actividad matemática en el alumno sin intervención del profesor” (Brousseau, 2007, p.17). Por otra parte, Brousseau (2007) define el término *situaciones didácticas* “en el sentido de entorno del alumno que incluye todo lo que coopera específicamente en la componente matemática de su formación” (p.49)

Para llevar a cabo una situación didáctica, es necesario que el profesor diseñe y/o prepare el *medio*. Un tipo de medio es el *medio a-didáctico* el cual es diseñado con el propósito de que el estudiante interactúe con éste y pueda llevar a cabo su aprendizaje sin la intervención del profesor. Una situación didáctica que contempla un medio a-didáctico es conocida como *situación a-didáctica* más específicamente, una situación a-didáctica es el proceso en el que el docente le plantea al estudiante un problema que le permita al alumno aplicar dichos conocimientos en otros contextos que no necesariamente se suscitan en situaciones de enseñanza. Por otra parte, Brousseau (1997) señala que las Situaciones Didácticas “modelan” el proceso de enseñanza- aprendizaje, donde el contenido a trabajar es visto como un juego que

posee reglas y acciones implícitas definidas con anterioridad por el docente y el estudiante. A este conjunto de normas, se le llama *contrato didáctico*, éste establece el acuerdo entre el docente y alumno, es aquí donde se estipula el conjunto de comportamientos que el profesor espera del estudiante y viceversa.

Según Brousseau (2007) deben evidenciarse cuatro situaciones para estar presente ante una situación didáctica las cuales se denominan: *situación de acción*, *situación de formulación*, *situación de validación* y *situación de institucionalización*.

La *situación de acción*, es aquella en que el estudiante sin necesidad del profesor u otro intermediario actúa sobre un problema, aplicando sus conocimientos previos, con el objetivo de lograr ciertas estrategias de solución, las cuales serán aceptadas o rechazadas dependiendo si estas le permiten o no lograr dar solución a una determinada problemática. En esta fase el medio en el que está inserto el alumno es un gran influyente en los conocimientos que logra adquirir, ya que este será quien le otorgue ciertas facilidades para que el estudiante vincule los conocimientos obtenidos con sus decisiones y de esta forma lograr una efectiva retroalimentación.

La *situación de formulación*, ocurre cuando el estudiante intercambia información con un o más compañeros, comunicando sus estrategias, métodos y logros alcanzados, a sus pares o a un interlocutor que a su vez le devuelven información, creando un objetivo crucial el cual es formular conocimientos a partir del otro. Para que esto suceda de manera óptima es fundamental que cada participante trabaje y aporte a sus conocimientos y logros para una mayor retroalimentación.

La *situación de validación*, sucede cuando los estudiantes deben generar sus propios argumentos y lograr un acuerdo en conjunto, realizando una especie de debate sobre si está bien o está mal lo que propone cada uno. Brousseau (2007) señala: “El alumno no sólo tiene que comunicar una información, sino que también tiene que afirmar que lo que dice es verdadero en un sistema determinado, sostener su opinión o presentar una demostración” (p.23). De esta manera el estudiante emisor se convierte en proponente y el estudiante receptor se convierte en oponente, y teniendo ambos la información necesaria para discutir y ayudar en la búsqueda de la verdad. El proponente debe probar la validez de su modelo, en cambio, el oponente puede pedir explicaciones o rechazar aquellas en las que no está de acuerdo.

La *situación de institucionalización*, se caracteriza por la participación directa del docente. Pues, en esta etapa el profesor formaliza el conocimiento matemático involucrado en las situaciones anteriores. El rol principal del profesor en esta fase es que retroalimente el trabajo realizado por sus alumnos. Cabe destacar, la importancia de esta situación, ya que sin ella puede suceder que los estudiantes tengan como experiencia sólo una actividad lúdica y no logren comprender la intención u objetivo de la situación didáctica.

Metodología

Dado el propósito de la investigación y sus características la metodología que se utiliza es del tipo cuantitativo cuyo diseño es cuasiexperimental longitudinal, aplicando a un grupo de estudiantes un mismo instrumento de medición en dos etapas, una inicial (antes del programa de nivelación) y otra final (después del programa de nivelación). El programa de nivelación tiene una duración de cuatro días.

El total de estudiantes que ingresan a las carreras de Arquitectura, Diseño y Geografía para cursar el primer semestre de primer año de la FAU, cohorte 2018, es de 505. De este total y por las características de esta investigación, **la población objetivo que se considera es de 144 estudiantes**, y se compone por 125 estudiantes que ingresan por medio del sistema tradicional (PSU), 5 estudiantes ingreso BEA, 14 estudiantes ingreso SIPEE.

La población considerada está dentro del 40% de estudiantes, sobre la cohorte total, que obtienen un menor puntaje PSU ponderado como se puede ver en la siguiente tabla.

Tabla 1: Selección de la población de estudiantes

Puesto que ocupa dentro de la Población objetivo (144), según puntaje PSU Ponderado	Puesto que ocupa dentro del Cohorte Total (505), según puntaje PSU Ponderado	Puntaje PSU Ponderado	Vía de Ingreso
1	358	643,2	BEA
144	505	600,2	SIPEE

De la población que se considera se utiliza una **muestra autoseleccionada de 42** estudiantes, de esta manera los resultados obtenidos en esta investigación, así como sus análisis deben enmarcarse en la muestra y sirven de base para futuras investigaciones.

En la tabla siguiente se muestra algunos estadísticos descriptivos que permiten comparar la muestra escogida respecto de su población.

Tabla 2: Datos descriptivos de la muestra versus la población

	N	Mínimo	Máximo	Media	Desv. Típ.	Varianza
MUESTRA	42	609,00	642,00	625,3512	7,88385	62,155
POBLACION OBJETIVO	144	600,20	643,20	628,6764	9,66179	93,350

Los estadísticos descriptivos que se presentan a continuación sirven de referencia para la visualizar la composición de la muestra por tipo de ingreso.

Tabla 3: Estadísticos descriptivos puntaje PSU ponderado

	N	Mínimo	Máximo	Media	Desv. Típ.	Varianza
PSU	33	609,00	642,00	624,1441	7,00054	49,008
BEA	2	635,50	636,30	635,9000	,56569	,320
SIPEE	7	615,10	639,60	628,2000	10,52014	110,673

Los 42 participantes autoseleccionados son sometidos a una evaluación inicial, en un tiempo de 60 minutos, ésta consta de 10 preguntas, las cuales se clasifican como siguen:

Tabla 4: Evaluación Inicial

Contenidos	N° de Preg	N° de Preg Teóricas	N° de Preg. Prácticas
Productos Notables	4	3	1
Ecuaciones de primer y segundo grado	3	1	2
Funciones Lineales y Cuadráticas	3	1	2

Luego de rendir la evaluación mencionada los participantes comienzan una nivelación de conocimientos básicos y habilidades prácticas concernientes a los contenidos revisados, **cada contenido es estudiado en dos sesiones** de 1:30 horas cada una, y se imparten bajo el marco teórico del Aprendizaje Cooperativo (AC) y de la Teoría de las Situaciones Didácticas (TSD).

Finalmente, los participantes rinden exactamente la misma evaluación inicial a modo de evaluación final.

Los resultados obtenidos se analizan del punto de vista cuasi experimental por medio de la prueba de Wilcoxon de diferencias de medianas para muestras apareadas y no paramétricas.

La elección de los contenidos considerados tanto en la nivelación como en las pruebas, se debe a que éstos son sumamente necesarios para aprender otros conceptos y desarrollar habilidades de mayor complejidad. Por ejemplo, en las asignaturas de Matemática para Arquitectura, Diseño y Geografía de primer año se estudian las unidades de Trigonometría, Geometría Analítica y Cálculo Diferencial, éstas consideran conceptos que requieren conocimientos y habilidades en los ámbitos de: lenguaje algebraico, en particular productos notables; ecuaciones de primer y segundo grado; y funciones lineales y cuadráticas.

Diseño y Validación de los Instrumentos

El diseño de las actividades didácticas, de las guías de ejercicios procedimentales y de resolución de problemas fueron elaboradas por los tres investigadores principales del proyecto los cuales fueron capacitados en cuanto a la Teoría de las Situaciones Didácticas (TSD), mientras que su área de investigación es el Aprendizaje Cooperativo (AC). Estos profesores tienen más de seis años de experiencia impartiendo docencia en la FAU, por tanto, conocen el tipo de habilidades, conocimientos e intereses que poseen dichos estudiantes. Esta información permitió a los académicos diseñar las propuestas didácticas, las cuales se basaron en la teoría de la TSD y AC. Con respecto a la validación de los instrumentos utilizados para las actividades didácticas bajo el marco de la TSD, fueron revisados y analizados por un cuarto docente experto, luego de esta revisión se realizó otra validación por tres docentes externas, quienes fueron capacitadas para llevar a cabo la implementación de la nivelación y tienen más de dos años de experiencia en la realización de actividades utilizando el AC en distintas universidades del consejo de rectores de Chile. Dicha validación, consistió en implementar las actividades propuestas a las tres profesoras simulando que cada una de ellas tenían el rol de estudiante. Esta validación fue de gran importancia, pues ayudó a considerar el tiempo estimado para cada una de las actividades, mejorar la redacción de los instrumentos, reestructurar y rediseñar el material concreto.

Por otra parte, para concebir las guías enmarcadas en el AC, se realizó el siguiente proceso:

1. Se construye una guía y una evaluación individual experimental
2. Se implementa en dos cursos de la asignatura de matemática para la carrera Diseño participando 120 estudiantes. Se escoge esta carrera, pues en ella se concentra la mayor cantidad de estudiantes con más falencias en las conductas de entrada necesarias para cursar la asignatura mencionada.
3. Se evaluó el desempeño de los grupos en la resolución de la guía y se registraron sus respuestas en una base de datos.
4. Se evaluó el desempeño de cada alumno en la resolución de la evaluación individual y se registraron sus respuestas en una base de datos.
5. Los docentes que aplicaron las guías en sus cursos realizaron una retroalimentación tanto de la guía como la evaluación.
6. A la luz de los resultados en los puntos (3), (4) y (5) se rediseña los instrumentos mencionados.

Con respecto al diseño de la prueba, ésta fue confeccionada con preguntas que permiten evidenciar si el estudiante posee habilidades y conocimientos básicos que son necesarios para responder a preguntas de mayor dificultad y pueda transitar entre las distintas representaciones de conceptos matemáticos, los cuales son conocimientos necesarios para cursar las asignaturas de matemática en el primer año de sus respectivas carreras. Por tanto, la redacción y la estructura de las preguntas se basan en los instrumentos de evaluación utilizados en los últimos años en las asignaturas de matemática para Arquitectura, Diseño y Geografía.

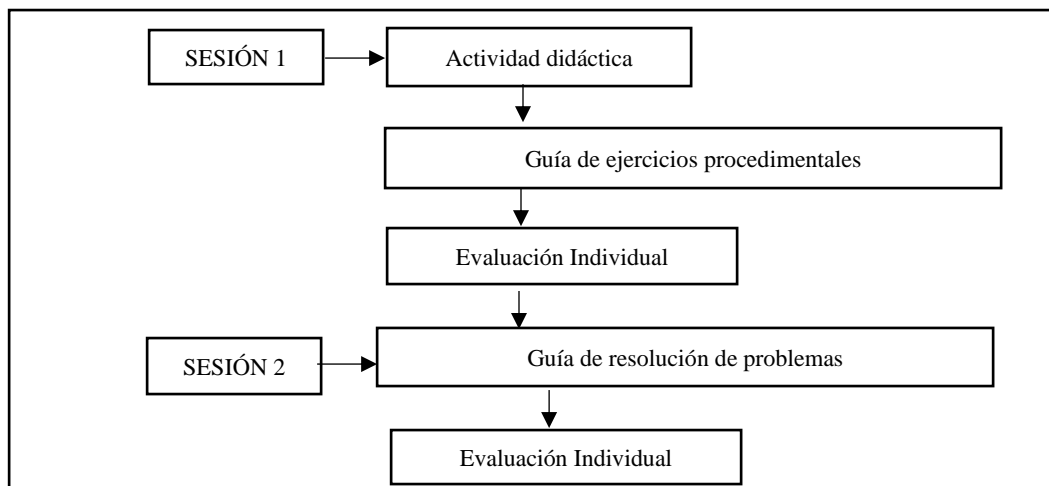
Implementación de la Nivelación

Los estudiantes son divididos en tres salas por orden alfabético y se les anima a formar grupos de tres integrantes de acuerdo a su propia elección, cabe destacar que éstos se conocieron al momento de rendir la evaluación inicial.

En cada sala se encuentra una profesora que guía las sesiones de acuerdo con el marco teórico del AC y la TSD.

Como se mencionó anteriormente cada contenido se estudia en dos sesiones las cuales tienen la estructura que se muestra en la Tabla 5.

Tabla 5: Estructura de la Implementación de la Nivelación



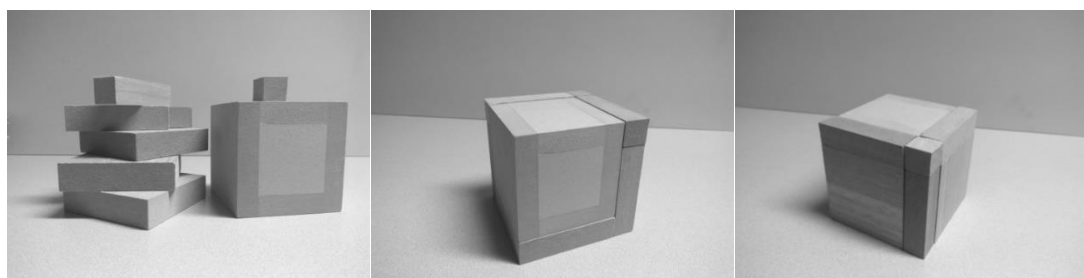
Y se imparten en el siguiente orden: 1. Productos Notables, 2. Ecuaciones Lineales y Cuadráticas y 3. Funciones Lineal y Cuadrática.

Como se puede visualizar en la tabla anterior la primera sesión de cada contenido comienza con una actividad didáctica sustentada con la TSD, y que sirve de vínculo entre el concepto teórico y una representación concreta de éste.

A modo de ejemplo detallamos las sesiones correspondientes al contenido de Productos Notables, que fue abordada en la primera serie de dos sesiones en el programa de nivelación.

El propósito de la actividad con la que se inicia la primera sesión es que a través de la manipulación de un puzzle tridimensional los estudiantes vinculen el volumen de un cubo y las partes que lo componen, con el producto notable $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ conocido como *el cubo del binomio*.

Ilustración 1: Puzzle Tridimensional del cubo del binomio



Para lograr esto, se les entrega una guía la cual se describe en la Tabla 6.

Tabla 6: Guía Actividad Didáctica

Han recibido un set con 8 volúmenes:

-
1. ¿Cuántos tipos de volúmenes distintos identificas?
 2. ¿Cuántos corresponden a cubos?
 3. ¿Cuántos corresponden a paralelepípedos (cajas)?
 4. ¿Cuáles y cuántas veces están repetidos?
 5. Usando todos los volúmenes ¿pueden construir un solo cubo?, dibujen una representación de su construcción
 6. Si el volumen del cubo grande es x^3 y el del pequeño es y^3 ¿cómo se escriben los volúmenes de los paralelepípedos en términos de las aristas (lados) de los cubos?
 - a. Con lo realizado en a. completa la fórmula $(x + y)^3$
 - b. Si el volumen que construyeron en 5. tiene arista de 10[cm]. ¿Cuál será la arista de cada componente?, repitan esta pregunta considerando que el volumen que construyeron en 5. tiene arista de 25[cm]. Escriban su razonamiento para cada pregunta.
 7. ¿Cómo se escribe la fórmula de 6? con los valores dados en 7.?
-

Cabe señalar que tanto el puzle tridimensional, así como la guía de preguntas e instrucciones entregada a cada grupo es el medio a-didáctico construido por el grupo de investigadores para lograr el aprendizaje deseado y con el fin de que se suscite la *situación de acción* descrita en la TSD.

Para argumentar que se verificaron cada una de las situaciones de la TSD utilizaremos la transcripción de una entrevista realizada a dos de las tres profesoras participantes en la implementación de la sesión.

Situación de acción, ocurre cuando los estudiantes identifican los distintos tipos de volúmenes, cuántos tipos de paralelepípedos hay y cuánto de estos volúmenes se repiten. La profesora B, observó que los estudiantes tuvieron facilidades para manipular los paralelepípedos y para ellos no fue difícil completar el volumen del cubo grande con los otros volúmenes.

Entrevistador: *Cuando comenzaste la actividad didáctica con los estudiantes. ¿Qué pudiste observar?*

Profesora B: *A los estudiantes les cuesta visualizar objetos abstractos, pero cuando tenían que manipular los paralelepípedos les resultó fácil.*

La *situación de formulación*, se suscita cuando los estudiantes tratan de deducir la fórmula del cubo del binomio por medio de los volúmenes de los paralelepípedos, cabe destacar que en esta fase la profesora tuvo que realizar la aclaración a algunos estudiantes que la deducción de esta fórmula es por medio de los volúmenes entregados, ya que los alumnos conocían la fórmula, pero no comprendía que tenían que relacionar la fórmula con los volúmenes. Tal como se menciona en la entrevista:

Profesora A: *En la única ocasión donde hubo un conflicto en los estudiantes es cuando tenían que deducir la fórmula, poder calcular el volumen del cubo armado, pues los estudiantes ya tenían el conocimiento de que la fórmula existía.*

Entrevistador: *¿Ellos sabían que la fórmula ya existía?*

Profesora A: *Ellos miraron la guía y supieron que $(x + y)^3$ era igual $x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$, y ahí tuve que involucrarme y preguntar a los estudiantes cómo determinarían la fórmula usando sólo los volúmenes.*

Situación de validación, según la profesora A, esta situación se evidenció con mayor énfasis cuando los estudiantes trataban de responder las preguntas 7 y 8. Estas preguntas motivaron a los estudiantes a debatir y argumentar sus razonamientos. Como se muestra en la entrevista:

Entrevistador: *¿Se evidenció la situación de validación?*

Profesora A: *Sí, esa discusión existió en las últimas dos preguntas donde tenían que encontrar las relaciones entre los cubos pequeños y el paralelepípedo, pues estaban relacionados entre sí.*

Situación de institucionalización, la profesora señala que ésta ocurrió cuando ella recopiló todas las conclusiones y aseveraciones de cada uno de los grupos, esta interacción fue realizada por grupo y luego, en una puesta en común (la profesora A decide realizar esta acción, puesto que había grupos que avanzaban más rápidos que otros). Para motivar la participación de los estudiantes, la profesora realizó preguntas claves, tales como: “¿de qué manera relacionaron los volúmenes del paralelepípedo? ¿Por qué hicieron este procedimiento?” Otro

aspecto a destacar es que durante la situación de validación la profesora se percató que los estudiantes habían entendido la relación entre la fórmula del cubo de binomio y la representación geométrica tridimensional. Tal como se evidencia en la entrevista:

Profesor A: *Les dije a los alumnos “¿cómo calcularían el volumen del cubo?” Noté que los estudiantes hicieron la relación entre el volumen del cubo y el producto notable, y muchos de ellos hicieron gestos corporales demostrando su asombro.*

(Es importante mencionar que los comentarios de la profesora B son similares a los de la profesora A, en las situaciones de formulación, validación e institucionalización, por tal razón se han omitido.)

En las entrevistas realizadas a las profesoras A y B con respecto a la actividad didáctica recientemente descrita se evidencia las características propias del Aprendizaje Cooperativo (AC), describiremos éstas de forma más detallada en la implementación de las Guías de ejercicios procedimentales y ejercicios de resolución de problemas realizadas en las sesiones correspondientes al contenido Productos Notables.

Cabe destacar que el tipo de AC que se implementó en las actividades mencionadas, es del tipo *formal*, ya que el propósito del trabajo era que los estudiantes cumplieran los objetivos de aprendizaje durante las seis sesiones de implementación de la nivelación, el cual tuvo una duración de cuatro días.

Al inicio de la sesión las profesoras explicaron a los estudiantes el propósito del programa de nivelación y de las actividades propuestas, poniendo especial énfasis que al final del tiempo destinado para el trabajo de cada guía se realizaría una evaluación formativa individual, recalcando de esta manera la importancia de que cada integrante del grupo aprendiera los contenidos pretendidos en estas guías, así como la responsabilidad de cada uno de los integrantes en el aprendizaje de sus compañeros. Esta acción permitió generar en los grupos de forma natural la *interdependencia positiva* y la *responsabilidad individual* lo que se constató por las profesoras cuando supervisaban el trabajo cooperativo en cada uno de los grupos.

Con respecto a las recomendaciones dadas en Johnson y Johnson (1994) para garantizar la *responsabilidad individual*, se consideraron cinco de seis, de la siguiente manera:

1. *Mantener el grupo pequeño*: Los grupos fueron de tres estudiantes.

2. *Cada estudiante rinde una prueba individual:* Como se puede ver en la tabla 5, al final del tiempo que se dedica a trabajar cada guía se realiza una evaluación individual, con una duración de 15 minutos cada una (ver tablas 7 y 8).
3. *Asignar al azar a un estudiante y que este represente al grupo para responder al docente:* En la actividad se asigna al azar el rol de secretario a un estudiante con este propósito.
4. *Observar a cada grupo y registrar la frecuencia en que cada estudiante contribuye al grupo:* Por los alcances de la investigación, la cual pretende determinar el efecto del AC y la TSD en el marco del programa de nivelación, no se ha considerado esta recomendación.
5. *Los estudiantes explican sus razonamientos y las respuestas registradas por el secretario(inspector):* Las profesoras siguen esta recomendación dedicando el tiempo necesario por grupo, con el propósito de verificar que los estudiantes logren los aprendizajes esperados.
6. *Hacer que los alumnos le enseñen lo que aprendieron a otra persona:* Se suscita cuando los estudiantes poseen dudas y llaman a la profesora para resolverlas, la docente incentiva a que miembros del grupo den respuesta a estas interrogantes. Además, y como se mencionó anteriormente, los estudiantes tenían como instrucción de trabajo la responsabilidad de que cada miembro del grupo lograra los objetivos de aprendizaje.

En relación a las *habilidades colaborativas*, tomando en cuenta que las sesiones de productos notables fueron las primeras del programa de nivelación y que los alumnos no se conocían previamente, éstas comienzan a evidenciarse cuando los estudiantes comunican sus argumentos e ideas a sus compañeros y a su profesora que monitoreaba el trabajo de cada grupo. Esto se propicia intencionalmente cuando se le entrega a cada grupo sólo una guía de trabajo y se enfatiza que los grupos deben llegar a un acuerdo común con respecto a los argumentos presentados y las respuestas dadas.

Tabla 7: Primera Evaluación Individual

a)	Si $ab = 3$ y $(a - b)^3 = 10$, determine el valor de la expresión $a^2 + b^2$.
b)	Si $x^2 - y^2 = 12$, determine el valor de la expresión $x - y$.

Tabla 8: Segunda Evaluación Individual

- a) Se sabe que dos números reales, x e y satisfacen la relación $(x + y)^2 = 2(x^2 + y^2)$, ¿qué se puede concluir de los números x e y ?
- b) Se desea construir un volumen (repetido tres veces) que permita representar la equivalencia del cubo con lado 7 unidades. Los elementos (volúmenes) que se disponen para la construcción son los siguientes: un cubo de lado 2 unidades, un cubo de lado 5 unidades y tres paralelepípedos de lados, 2, 2 y 5 unidades respectivamente. ¿Cuál(es) es(son) el (los) volumen(es) faltante(s) para construir el cubo deseado?
-

Tal y como se ilustró en los recuadros del inicio de esta subsección las sesiones de Ecuaciones de Primer y Segundo Grado y Funciones Lineales y Cuadráticas se desarrollan de manera análoga.

Resultados

El instrumento de medición que está constituido por 10 preguntas es corregido de la siguiente manera por pregunta:

1. Si la alternativa correspondiente a una pregunta es seleccionada incorrectamente la respuesta se considera incorrecta y se asigna un puntaje de 0 pts.
2. Si la alternativa correspondiente a una pregunta es seleccionada correctamente pero el desarrollo exhibido por el estudiante es incorrecto la respuesta se considera incorrecta y se asigna un puntaje de 0pts.
3. Si la alternativa correspondiente a una pregunta es seleccionada correctamente y el desarrollo exhibido por el estudiante es correcto la respuesta se considera correcta y se asigna un puntaje de 1pt.

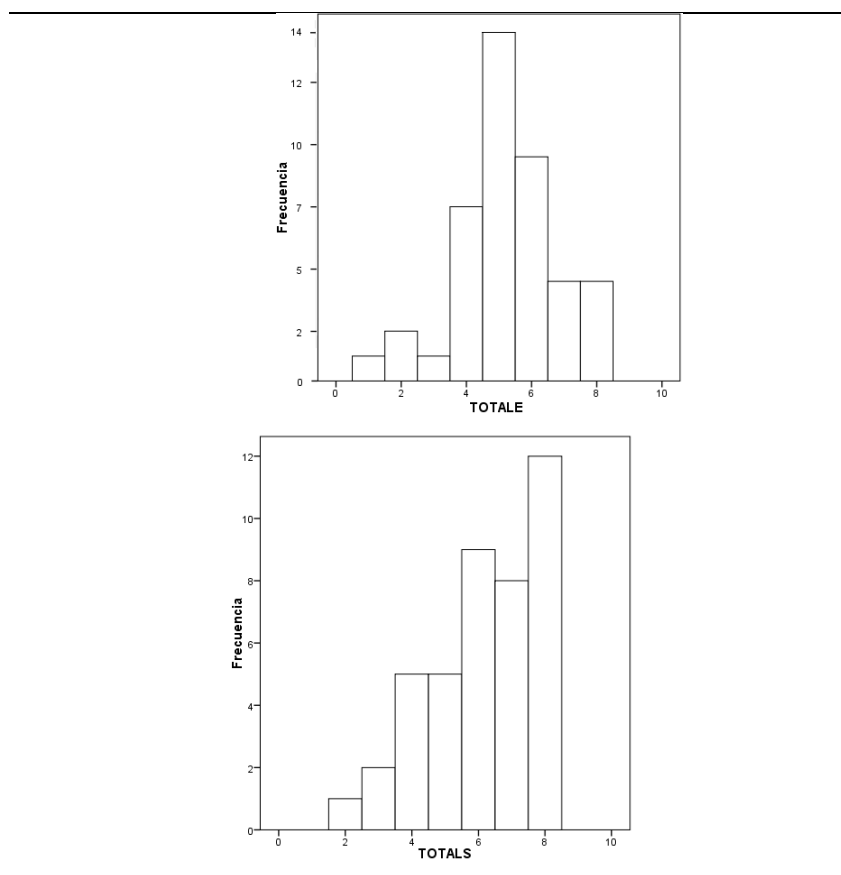
De esta manera el instrumento de medición tiene un puntaje mínimo de 0pts y un puntaje máximo de 10pts. Presentamos los siguientes estadísticos descriptivos e histogramas los cuales muestran cómo se comportan los puntajes obtenidos por los estudiantes al rendir el instrumento

de evaluación previo al programa en comparación con los puntajes finales obtenidos tras cursar el programa.

Tabla 9: Estadísticos Descriptivos

	N	Mínimo	Máximo	Media	Mediana	Desv. típ.	Varianza
Puntaje TOT Entrada	42	1	8	5,24	5	1,590	2,527
Puntaje TOT Salida	42	2	8	6,17	6	1,666	2,776

Tabla 10: Histogramas



Los datos anteriores muestran que la mediana sube 1 punto comparando los resultados obtenidos al aplicar el instrumento antes del programa y luego de éste: de 5 puntos a 6 puntos. De la misma manera, antes del programa hubo 11 puntajes bajo la mediana, 14 iguales y 17 sobre ésta, pero tras el programa, hubo 13 puntajes bajo la nueva mediana, 9 iguales y 20 sobre ésta. Más aún, 8 puntajes están bajos a los 5 puntos (la antigua mediana) y 5 puntajes son iguales

a 5 puntos. En otras palabras, al implementar el programa de nivelación 29 alumnos obtienen un puntaje superior a 5 puntos que fue la mediana obtenida previa al programa.

Por otra parte, es importante mencionar que 25 estudiantes incrementan su puntaje al comparar sus resultados en el instrumento de evaluación antes y después de cursar el programa, 12 lo mantienen y 5 lo bajan. De los 25 estudiantes que incrementan su puntaje 15 lo hacen en una pregunta, 3 en dos, 5 en tres, 1 en cuatro y 1 estudiante incrementa su puntaje en cinco preguntas. De los 5 estudiantes que bajan su puntaje 4 lo hacen en una pregunta y 1 lo hace en dos preguntas.

Para verificar que la diferencia de los puntajes obtenidos anteriormente descritos es estadísticamente significativa aplicamos una prueba estadística para muestras emparejadas a las diferencias de puntajes obtenidos en el instrumento de evaluación, esto es, “puntaje salida – puntaje de entrada”, para ello verificamos previamente que la variable de diferencias de puntajes no se distribuye normalmente.

Como se ve en la siguiente tabla la Prueba de Shapiro-Wilk, resulta con un p-valor (valor de significancia) de $0,006 < 0,05$ luego, se rechaza la hipótesis que la variable de diferencias de puntajes “DTOT=puntaje salida – puntaje de entrada” se distribuyen normalmente.

Tabla 11: Pruebas de Normalidad

	Kolmogorov-Smirnov ^a			Shapiro-Wilk		
	Estadístico	gl	Sig.	Estadístico	gl	Sig.
DTOT	,242	42	,000	,919	42	,006

a. Corrección de la significación de Lilliefors

Considerando este resultado aplicamos la Prueba de los rangos con signo de Wilcoxon de Contraste de Comparación de la Tendencia Central de Medianas a las siguientes hipótesis:

H₀: La mediana de las diferencias del puntaje obtenido en el instrumento de evaluación entre los 42 participantes antes y después de cursar el Propedéutico **son** iguales.

H_a: La mediana de las diferencias del puntaje obtenido en el instrumento de evaluación entre los 42 participantes antes y después de cursar el Propedéutico **no** son iguales.

De esta manera, como se muestra en la siguiente tabla el p-valor obtenido es de $0,000 < 0,005$, luego se rechaza la hipótesis H₀ y se acepta H_a.

Tabla 12: Estadísticos de contraste ^a

	DTOT
Z	-3,631 ^b
Sig. asintót. (bilateral)	,000

a. Prueba de los rangos con signo de Wilcoxon

b. Basado en los rangos negativos.

Esto es, la diferencia de los puntajes obtenidos por los estudiantes al rendir el instrumento de evaluación antes de cursar el programa de nivelación y después de éste es estadísticamente significativa.

Para indagar en que contenido (Productos Notables, Ecuaciones de Primer y Segundo Grado; y Funciones Lineales y Cuadráticas) hubo diferencias de puntajes estadísticamente significativas y cuáles son estas diferencias exhibimos primeramente algunos estadísticos descriptivos e histogramas.

Tabla 13: Estadísticos descriptivos

	N	Mín.	Máx.	Mediana	Desv. típ.	Varianza
PE (Prod.Not. Entrada)	42	1	4	3	,832	,693
PS (Prod.Not. Salida)	42	1	4	3	,909	,827
EE (Ecuaciones Entrada)	42	0	3	2	,764	,583
ES (Ecuaciones Salida)	42	1	3	2	,680	,463
FE (Funciones Entrada)	42	0	2	1	,577	,333
FS (Funciones Salida)	42	0	2	1	,656	,430

Con $PE = PE_1 + PE_2 + PE_3 + PE_4$, $PS = PS_1 + PS_2 + PS_3 + PS_4$, donde PE_i , PS_i son las preguntas i -ésimas del instrumento de evaluación aplicado antes del programa de nivelación y después de éste, respectivamente, que consideran el contenido de productos notables (las variables EE, ES, FE y FS se definen análogamente).

Tabla 14: Histogramas

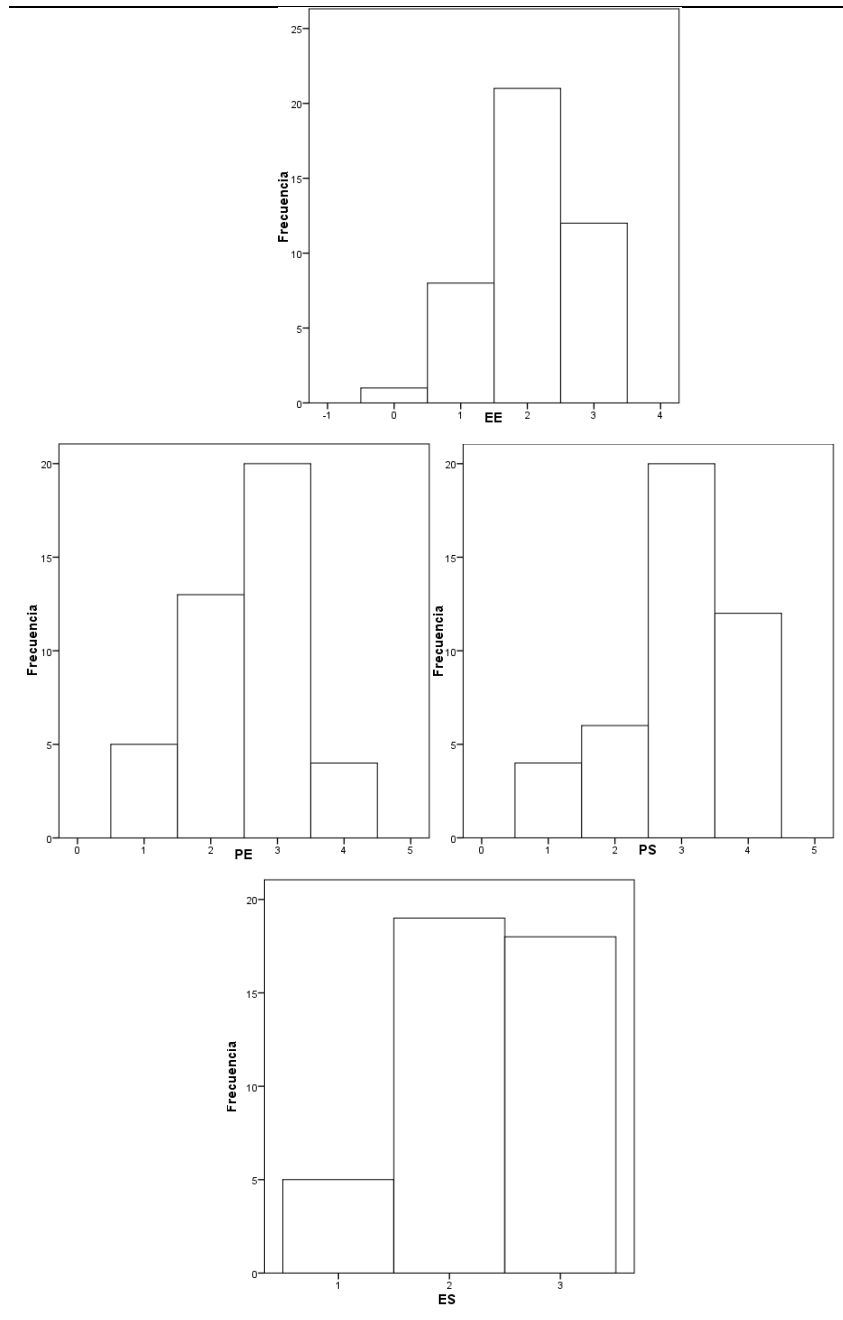
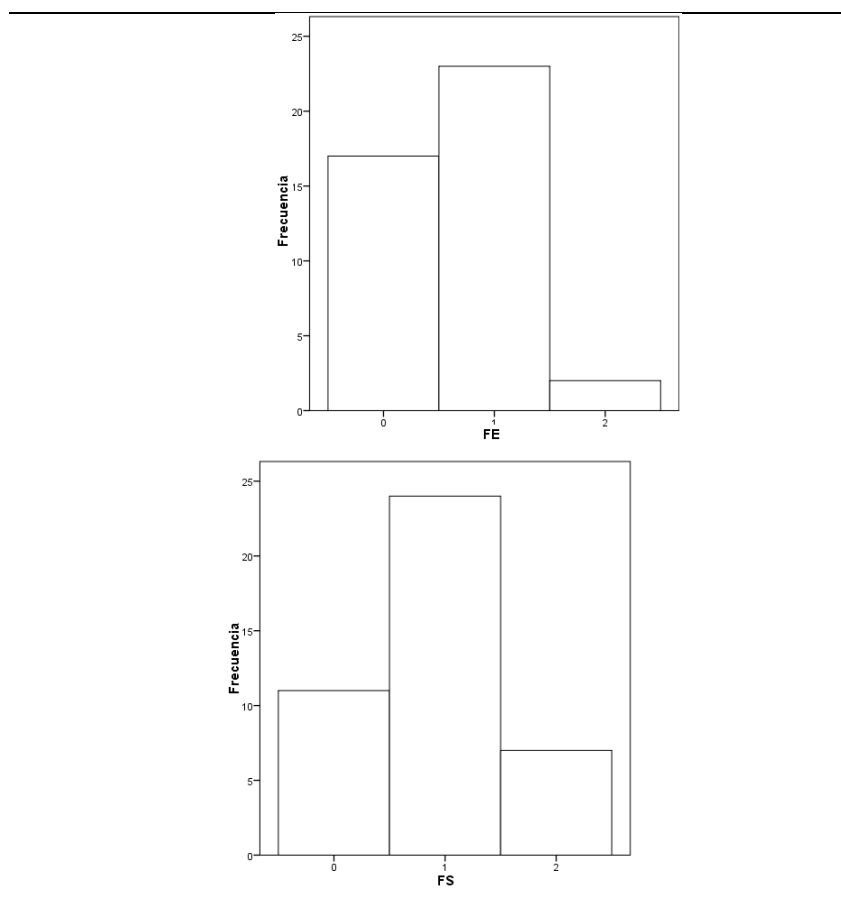


Tabla 15: Histogramas



La mediana obtenida de puntajes en el instrumento de evaluación, por contenido, antes de los alumnos cursaran el programa de nivelación y después de este son iguales, pero si existe diferencias en los puntajes obtenidos.

En el contenido de productos notables: 18 estudiantes contestan correctamente a lo más dos preguntas, 20 estudiantes contestan 3 preguntas (la mediana) correctamente y 4 estudiantes contestan correctamente las 4 preguntas del contenido, luego de cursar el programa de nivelación 10 estudiantes contestan correctamente a lo más dos preguntas, 20 estudiantes contestan 3 preguntas correctamente y 12 estudiantes contestan correctamente las 4 preguntas del contenido. Además, en el contenido mencionado 18 estudiantes incrementan el número de preguntas correctas al comparar sus resultados en el instrumento de evaluación antes y después de cursar el programa, 19 lo mantienen y 5 lo bajan.

En el contenido de ecuaciones lineales y cuadráticas: 9 estudiantes contestan correctamente a lo más una pregunta, 21 estudiantes contestan 2 preguntas (la mediana)

correctamente y 12 estudiantes contestan correctamente las 3 preguntas del contenido, luego de cursar el programa de nivelación 5 estudiantes contestan correctamente a lo más una pregunta, 19 estudiantes contestan 2 preguntas (la mediana) correctamente y 18 estudiantes contestan correctamente las 3 preguntas del contenido. Además, en el contenido mencionado 14 estudiantes incrementan el número de preguntas correctas al comparar sus resultados en el instrumento de evaluación antes y después de cursar el programa, 24 lo mantienen y 4 lo bajan.

En el contenido de funciones lineales y cuadráticas: 17 estudiantes contestan correctamente ninguna pregunta, 23 estudiantes contestan 1 pregunta (la mediana) correctamente y 2 estudiantes contestan correctamente las 3 preguntas del contenido, luego de cursar el programa de nivelación 11 estudiantes contestan correctamente ninguna pregunta, 24 estudiantes contestan 2 preguntas (la mediana) correctamente y 7 estudiantes contestan correctamente las 3 preguntas del contenido. Además, en el contenido mencionado 9 estudiantes incrementan el número de preguntas correctas al comparar sus resultados en el instrumento de evaluación antes y después de cursar el programa, 31 lo mantienen y 2 lo bajan.

Ahora bien, para verificar en que contenido hubo diferencias de puntajes estadísticamente significativas definimos las variables PS-PE, ES-EE, FS-FE donde PS, PE, ES, EE, FS y FE se definen como antes, y a estas variables aplicamos la Prueba de Wilcoxon dada que todas ellas no se distribuyen normalmente dado que la Prueba de Shapiro-Wilk resulta con un p-valor de $0,00 < 0,05$ para PS-PE, ES-EE y FS-FE.

Aplicamos entonces la Prueba de los rangos con signo de Wilcoxon a las siguientes hipótesis:

H_0 : La mediana de las diferencias, del puntaje obtenido en el contenido de Productos Notables (respectivamente Ecuaciones de Primer y Segundo Grado, y Funciones Lineales y Cuadráticas) considerado en el instrumento de evaluación, entre los 46 participantes antes y después de cursar el Propedéutico **son** iguales.

H_a : La mediana de las diferencias, del puntaje obtenido en el contenido de Productos Notables (respectivamente Ecuaciones de Primer y Segundo Grado, y Funciones Lineales y Cuadráticas) considerado en el instrumento de evaluación, entre los 46 participantes antes y después de cursar el Propedéutico **no** son iguales.

Tabla 16: Estadísticos de contraste^a

	PS - PE	ES - EE	FS - FE
Z	-2,874 ^b	-2,082 ^b	-2,299 ^b
Sig. asintót. (bilateral)	,004	,037	,022

a. Prueba de los rangos con signo de Wilcoxon

b. Basado en los rangos negativos.

Dado que cada p-valor obtenido es menor a 0,05 se tiene que las diferencias de los puntajes, por contenido, puntajes obtenidos por los estudiantes al rendir el instrumento de evaluación antes de cursar el programa de nivelación y después de éste, es estadísticamente significativa.

Las siguientes tablas muestran el número de estudiantes que contestan cada pregunta del instrumento de evaluación antes y después del programa de nivelación, se han resaltado en gris aquellas preguntas en la que los investigadores consideran que existen diferencias remarcables. Los resultados marcados obedecen al criterio: existe al menos una diferencia positiva de al menos 5 estudiantes que contestan correctamente una pregunta después de cursar el programa y existe una diferencia negativa de a lo más 1 estudiante que contesta correctamente una pregunta antes del programa y tras éste contesta incorrectamente aquella pregunta.

Tabla 17: Productos Notables

	A.C	D.C	I-C	I-I ó C-C	C-I
P1 (Procedimental)	26	26	5	32	5
P2 (Procedimental)	33	36	5	35	2
P3 (Procedimental)	41	41	1	40	1
P4 (Resolución de Prob)	7	21	15	26	1

Tabla 18: Ecuaciones Lineales y Cuadráticas

	A.C	D.C	I-C	I-I ó C-C	C-I
P5 (Resolución de Prob)	38	40	4	36	2
P6 (Procedimental)	15	19	7	32	3
P8 (Resolución de Prob)	33	38	1	40	1

Tabla 19: Funciones Lineales y Cuadráticas

	A.C	D.C	I-C	I-I ó C-C	C-I
P7 (Procedimental)	22	27	7	33	2
P9 (Resolución de Prob)	3	3	2	38	2
P10 (Resolución de Prob)	2	8	7	34	1

A.C = cantidad de alumnos que responden correctamente por pregunta antes del programa
D.C = cantidad de alumnos que responden correctamente por pregunta después del programa
I-C = cantidad de alumnos que contesta la pregunta de forma Incorrecta antes del programa y luego contesta de forma correcta después del programa.
I-I ó C-C = cantidad de alumnos que no varían en la respuesta antes y después del programa.
C-I = cantidad de alumnos que contesta la pregunta de forma correcta antes del programa y luego contesta de forma incorrecta después del programa.

Conclusiones y Recomendaciones

A la luz de los resultados mostrados en la sección anterior hemos determinado que el efecto del Aprendizaje Cooperativo y la Teoría de las Situaciones Didácticas en el desempeño de estudiantes de ingreso a primer año de las carreras de Arquitectura, Diseño y Geografía de la Facultad de Arquitectura y Urbanismo, Universidad de Chile en un programa de nivelación, de una duración de cuatro días, de conocimientos y habilidades matemáticas es estadísticamente significativo (de acuerdo a la prueba de Wilcoxon) sobre la muestra de 42 estudiantes autoseleccionados de una población objetivo de 144 estudiantes y a nivel global, esto es,

considerando el total de preguntas del instrumento de evaluación utilizado. En cifras y como se mencionó en la sección anterior:

El 59,5% de los estudiantes incrementan su puntaje al comparar sus resultados en el instrumento de evaluación antes y después de cursar el programa, el 28,5% lo mantienen y 11,9% lo bajan. Más aún, al comparar la mediana del puntaje total del instrumento de evaluación antes del programa y después de éste, la mediana cambia de 5 puntos a 6 puntos.

Esto muestra que, en términos generales, las teorías de la enseñanza aprendizaje escogidas para el desarrollo del programa de nivelación, a saber: el Aprendizaje Cooperativo (AC) y la Teoría de las Situaciones Didácticas (TSD) son para la muestra, apropiadas para establecer un vínculo entre el concepto teórico y una representación concreta de éste (TSD) y el aprendizaje y/o recordatorio de los contenidos tratados en el programa (AC).

Una conclusión similar obtenemos cuando dividimos el instrumento de evaluación por contenidos: Productos Notables, Ecuaciones Lineales y Cuadráticas; y Funciones Lineales y Cuadráticas de acuerdo con la prueba de Wilcoxon realizada (ver sección anterior) y como evidencia la siguiente tabla

Tabla 20: % de Estudiantes que suben, mantienen o bajan su puntaje por contenido comparando los resultados del instrumento de evaluación antes y después del programa.

	% de Estudiantes que Suben su puntaje	% de Estudiantes que mantienen su puntaje	% de Estudiantes que bajan su puntaje
Productos Notables	42,85	45,23	11,9
Ecuaciones	33	57,14	9,52
Funciones	21,14	73,8	4,76

El análisis descriptivo por preguntas del instrumento de evaluación, realizado al final de la sección anterior, nos permite concluir sobre el efecto del AC y la TSD en el desempeño de los estudiantes en los términos específicos de conocimientos matemáticos procedimentales y en habilidades en la resolución de problemas matemáticos que involucren los contenidos revisados.

Considerando las últimas tres tablas de la sección anterior podemos considerar que, desde el punto de vista descriptivo y de acuerdo con los criterios de los investigadores (ver último párrafo sección anterior), se han obtenido diferencias remarcables en las preguntas número 4, 8 y 10 del instrumento de evaluación al comparar los resultados antes y después del

programa de nivelación. Cada pregunta corresponde, respectivamente, a los contenidos de Productos Notables, Ecuaciones y Funciones; y todas son preguntas de Resolución de Problemas. Esto es, del 100% de las preguntas de Resolución de Problemas se ha obtenido que un 60% de ellas hay diferencias remarcables desde el punto de vista descriptivo y de acuerdo con los criterios de los investigadores.

Con respecto al efecto de las metodologías escogidas en el desempeño de los estudiantes en conocimientos procedimentales en un curso de nivelación de las características mencionadas no hay evidencia descriptiva que muestre que existe tal efecto, según los criterios de los investigadores. Esto puede deberse a una multitud de factores, entre ellos, que los estudiantes ya tenían el conocimiento necesario para contestar una pregunta (por ejemplo, ver tabla 14 pregunta 3) o la dificultad de un contenido para un estudiante requería mayor tiempo para ser estudiado (por ejemplo, ver tabla 15 pregunta 6).

Finalmente, como perspectivas futuras del estudio, de acuerdo con lo concluido y considerando los resultados obtenidos proponemos indagar sobre los siguientes aspectos:

1. Evaluar la dificultad de las preguntas de los instrumentos de evaluación utilizados para determinar el efecto en el desempeño de los estudiantes antes y después de un programa de nivelación.
2. Evaluar la pertinencia de los contenidos revisados en un programa de nivelación de las características presentadas en esta investigación, así como el tiempo que se le dedica en aula a estudiarlos.
3. Continuar utilizando las Teorías del Aprendizaje Cooperativo y la Teoría de las Situaciones Didácticas en programas de nivelación de este tipo y determinar el desempeño de los estudiantes de tal manera de extender los resultados presentados en esta investigación
4. Comparar los efectos del aprendizaje cooperativo utilizando la teoría de las situaciones didácticas frente a la enseñanza tradicional en el desempeño de estudiantes que participan en un programa de nivelación de conocimientos básicos matemáticos y en habilidades en la resolución de problemas matemáticos.

Referencias

- Alba-Dorado, M. (2016) Aprendiendo a pensar con las manos. *Estrategias creativas de aprendizaje en Arquitectura*. Conferencia llevada a cabo en el congreso IV Jornadas sobre Innovación Docente en Arquitectura, Valencia, España.
- Brousseau, G. (1986). *Fundamentos y métodos de la Didáctica de la Matemática*. Universidad Nacional de Córdoba, Facultad de Matemática Astronomía y Física, Serie B, Trabajos de Matemática, No. 19 (versión castellana 1993).
- Brousseau, G. (2007). *Iniciación al estudio de la Teoría de las Situaciones Didácticas*. Buenos Aires, Argentina: Libro del Zorzal.
- Brush, T. (1998). Embedding Cooperative Learning into the Design of Integrated Learning Systems: Rationales and Guidelines. *Educational Technology Research and Development*, 48(3), 5-17.
- Deutsch, M. (1962). Cooperation and trust: Some theoretical notes. In M. Jones (Ed.), *Nebraska symposium on motivation*. Lincoln, NE: University of Nebraska Press. Dockterman,
- Herbel-Eisenmann, B., Choppin, J., Wagner, D. & Pimm, D. (2012). *Equity in discourse for mathematics education, Theories, Practices, and Policies*. London, England: Springer.
- Johnson, D. W., & Johnson, R. T. (2013). The impact of cooperative, competitive, and individualistic learning environments on achievement. En J. Hattie & E. Anderman (Eds.), *International handbook of student achievement* (pp.372-374). New York, USA: Routledge.
- Johnson, D. W., Johnson, R. T., & Smith, K. (2006). *Active learning: Cooperation in the university classroom*. Edina, USA: Interaction Book Company.
- Johnson, D. W., Johnson, R. T., & Smith, K. A. (1998). Cooperative Learning Returns To College: What Evidence Is There That It Works? *Change*, 27-35.
- Johnson, D. W., Johnson, R. T., & Smith, K. A. (1998b). Cooperative Learning Returns To College: What Evidence Is There That It Works? *Change*, July/August, 27-35.
- Johnson, D.W., & Johnson, R.T. (1987). *Learning Together and Alone: Cooperative, Competitive, and Individualistic Learning*. New Jersey, EEUU: Prentice-Hall.
- Johnson, D.W., & Johnson, R.T. (1990). Cooperative learning and achievement. In S. Sharan (Ed.), *Cooperative Learning: Theory and Research*. (pp. 23-37) New York, EUU: Praeger Publishers.
- Johnson, D.W., & Johnson, R.T. (1991). *Learning Together and Alone*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall.
- Johnson, D.W., Johnson, R.T., & Smith, K.A. (2013) Cooperative Learning: Improving University Instruction by basing practice on validated theory. *Journal on Excellence in University Teaching*. 1-26.
- Johnson, R. T., and Johnson, D. W. (1994). An overview of cooperative learning. In Thousand, J., Villa, A. & Nevin, A. (Eds.), *Creativity and collaborative learning* (pp.2). Baltimore, USA: Brookes Publishing.
- Mette, A. & Jensen, T. (2012) *Cooperative learning in higher education a study of the influence of cooperative learning on students' approaches to learning* (PHD thesis). Aarhus University, Aarhus, Dinamarca.

- Millis, B. (2010). *Cooperative Learning in Higher Education: Across the Disciplines, Across the Academy*. Sterlin, USA: Stylus Publishing.
- O'Brien, M. & Jones, D. (1999). Children, parental employment and educational attainment: an English case study. *Cambridge Journal of Economics*, 23, 599-621.
- Prince, M. (2004). Does Active Learning Work? A Review of the Research. *Journal of Engineering Education*. 93. 223-231
- Slavin, R.E. (1990). Learning together. *The American School Board Journal*, 177(8), 22-23.
- Slavin, R.E. (1995). *Cooperative Learning: Theory, Research, and Practice*. Boston: Allyn and Bacon.
- Vania J. Ma & Xin Ma (2014) A comparative analysis of the relationship between learning styles and mathematics performance. *International Journal of STEM Education*, 1(3). 1-13. Recuperado el 1 de marzo 2018 de <http://www.stemeducationjournal.com/content/1/1/3>

Autores

Sebastián Calzadillas N. Profesor de Estado Matemática y Computación. Magíster en Ciencias en la especialidad de Matemática. Escuela de Pregrado Unificada, Facultad de Arquitectura y Urbanismo, Universidad de Chile. Área de Investigación: Educación Matemática. Línea de Investigación: Aprendizaje Cooperativo y Teoría de las Situaciones Didácticas. sebastian.calzadillas@uchilefau.cl

Maritza Moreno C. Profesor de Estado Matemática y Física. Magíster en Ciencias con especialidad en Matemática. Escuela de Pregrado Unificada, Facultad de Arquitectura y Urbanismo, Universidad de Chile. Área de Investigación: Educación Matemática. Línea de Investigación: Aprendizaje Cooperativo y Teoría de las Situaciones Didácticas. maritzamoreno@uchilefau.cl

Fernando Pizarro M. Ingeniero Civil Industrial. Magíster en Docencia Universitaria. Escuela de Pregrado Unificada, Facultad de Arquitectura y Urbanismo, Universidad de Chile. Área de Investigación: Educación Matemática. Línea de Investigación: Aprendizaje Cooperativo y Teoría de las Situaciones Didácticas. fernandopizarro@u.uchile.cl