

UNA PROPUESTA PARA EL USO DE HISTORIA EN LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS: SOBRE LA POTENCIALIDAD DIDÁCTICA DE LOS TEXTOS HISTÓRICOS Y EL DESARROLLO DE CONCEPTOS

João Cláudio Brandemberg

brand@ufpa.br

Universidade Federal do Pará

Recibido: 19/02/2019 Aceptado: 17/02/2020

Resumen

El uso de aspectos históricos relacionados con la enseñanza del contenido matemático en contextos escolares y (o) académicos se establece en la importancia del conocimiento sobre el desarrollo histórico de los conceptos y (o) en la viabilidad de usar textos matemáticos históricos en el contexto del aula. Es importante y urgente (re) discutir el potencial didáctico de estos textos para implementar una propuesta de enseñanza de contenido matemático que utilice problemas de naturaleza histórica, provenientes de dichos textos, seleccionados y adaptados para promover una mayor aproximación, contextualización y aportando más significado a los conceptos estudiados, presentados en actividades problemáticas e interactivas. Una contextualización que permite la relación de las estructuras conceptuales involucradas en el desarrollo histórico de los contenidos matemáticos, produciendo una fuerte conexión entre el conocimiento actual y el producido históricamente, lo que lleva al alumno a comprender una matemática que está constituida por problemas en los contextos más diversos de la cultura humana.

Palabras clave: Historia de las matemáticas. Potencialidades didácticas de textos históricos. Desarrollo de conceptos. Enseñanza de las matemáticas.

A PROPOSAL FOR THE USE OF HISTORY IN TEACHING MATHEMATICS: ON THE DIDACTIC POTENTIALITY OF HISTORICAL TEXTS AND THE DEVELOPMENT OF CONCEPTS

Abstract

The use of historical aspects related to the teaching of mathematical content in school and (or) academic contexts is established in the importance of knowledge about the historical development of concepts and (or) in the feasibility of using historical mathematical texts in the classroom context. It is important and urgent to (re) discuss the didactic potential of these texts in order to implement a proposal of teaching mathematical content that uses problems of historical nature, coming from such texts, selected and adapted in order to promote greater approximation, contextualization and bringing more meaning to the concepts studied, presented in problematized and interactive activities. A contextualization that allows the relationship of the conceptual structures involved in the historical development of mathematical contents, producing a strong connection between current and historically

produced knowledge, leading the student to understand a mathematics that is constituted by problematizations in the most diverse contexts of human culture.

Keywords: History of Mathematics. Didactic potentialities of historical texts. Concept development. Mathematics teaching.

UMA PROPOSTA PARA O USO DA HISTÓRIA NO ENSINO DE MATEMÁTICA: SOBRE A POTENCIALIDADE DIDÁTICA DE TEXTOS HISTÓRICOS E O DESENVOLVIMENTO DE CONCEITOS

Resumo

A utilização de aspectos históricos relacionados ao ensino de conteúdos matemáticos nos contextos escolar e (ou) acadêmico se institui na importância do conhecimento acerca do desenvolvimento histórico de conceitos e (ou) na viabilização do uso de textos históricos de matemática no contexto de sala de aula. Se faz importante e urgente uma (re) discussão sobre as potencialidades didáticas destes textos de forma a implementar uma proposta de ensino de conteúdos matemáticos que utilize problemas de cunho histórico, oriundos de tais textos, selecionados e adaptados de forma a promover maior aproximação, contextualização e trazendo mais significado aos conceitos estudados, apresentados em atividades problematizadas e interativas. Uma contextualização que permita o relacionamento das estruturas conceituais envolvidas, no desenvolvimento histórico dos conteúdos matemáticos, produzindo forte ligação entre o conhecimento atual e o historicamente produzido, levando o estudante a compreensão de uma Matemática que se constitui das problematizações nos mais diversos contextos da cultura humana.

Palavras-chave: História da Matemática. Potencialidades didáticas de textos históricos. Desenvolvimento de conceitos. Ensino de Matemática.

Introdução

Uma discussão sobre o papel da história no ensino de matemática se faz recorrente nas últimas décadas, como podemos observar nos apontamentos presentes em Fauvel e van Maanem (2000) e rerepresentados nas últimas duas décadas por autores como Miguel (1993), Miguel (1997), Mendes (2009), Mendes (2015), Mendes e Chaquiam (2016) e Brandemberg (2017a).

Tais autores vêm buscando, e realizando, uma forma de implementação do uso da história da matemática como componente metodológica para o Ensino de Matemática, trazendo extratos de textos históricos na produção de atividades com problemas de cunho histórico em uma proposta didática ou discutindo o processo de desenvolvimento de determinados conceitos matemáticos.

Em nosso texto, partindo de um estudo bibliográfico referenciado, apresentamos algumas pesquisas que tratam do tema, no intuito de produzir uma proposição sobre o uso de livros textos históricos de conteúdo matemático no contexto de sala de aula.

Assim, objetivamos uma proposta para o uso da história no ensino de matemática a partir da efetivação do uso de atividades (problemas) de cunho histórico, selecionadas e adaptadas de textos históricos para situações de ensino, nos contextos acadêmico ou escolar, tornando a História da Matemática uma forte componente do processo.

A busca por um referencial teórico pessoal

Em acordo com Fauvel e van Maanem (2000), o que discutimos, inicialmente aqui, são os argumentos favoráveis ao uso da história como componente metodológica no Ensino de Matemática visando minimizar algumas objeções, de ordens práticas e filosóficas, inerentes ao processo de ensino e aprendizagem de conteúdos.

Fauvel e van Maanem (2000) destacam cinco pontos nos quais o ensino de Matemática pode ser aprimorado a partir do uso de uma componente histórica, como descrevemos a seguir, a saber: *facilita* o aprendizado de conteúdos matemáticos, *promove* o desenvolvimento dos pontos de vista sobre a natureza da atividade matemática, *amplia* o conhecimento prévio dos professores, *incentiva* o gosto pela Matemática e *assume* uma visão da Matemática como empreendimento cultural humano.

São esses aspectos relacionados ao uso da história da matemática como componente metodológica que devem ser considerados e trabalhados. O aspecto facilitador se institui das possibilidades de resolução de problemas matemáticos utilizando mais de um método, dos desenvolvidos historicamente, que permitem o uso, a adequação e a comparação das estratégias de resolução quando confrontados. O aspecto promotor se estabelece das possibilidades que a história nos traz de transitarmos, via conteúdos (objetos, processos) matemáticos, entre os universos acadêmico, escolar e cotidiano do conhecimento matemático.

Uma ampliação dos conhecimentos matemáticos de professores e alunos se dá, mediante ao uso da história da matemática, com a oportunidade de se apropriar de novos enunciados, usos e aplicações dos conceitos (processos, conteúdos) matemáticos e com essa interação garantir, impulsionar ou estimular o gosto pela Matemática. Assim, estudar matemática se torna agradável, em um processo de redescoberta e observação do

desenvolvimento dos processos (conteúdos, conceitos) matemáticos em uma concepção que lhes permitam visualizar a matemática em seus aspectos culturais, promovendo um aprimoramento de seus conhecimentos.

Em acordo com Mendes (2015), quando pensamos em um uso da história da matemática como componente metodológica promotora do conhecimento, uma forma efetiva de promover tal aprimoramento, é pautar o processo de aprendizagem em uma abordagem partindo da apresentação (e produção) de atividades matemáticas inspiradas pela História.

Para Mendes (2015), como professores, devemos tomar um posicionamento que permita, a partir do diálogo (dialética), a inclusão de elementos desenvolvidos ao longo da história para efetivar a compreensão de determinados conceitos trabalhados em sala de aula.

Para Mendes (2015) e Brandemberg (2017a), uma forma de realizar essa prática é a elaboração de atividades de cunho histórico como as que nomeamos a seguir:

i – Apresentar aspectos do desenvolvimento histórico epistemológico do conceito de função: representação analítica, tabelas, diagramas e gráficos.

ii – A obtenção da área sobre a curva $f(x) = x^2$ quando $0 \leq x \leq 1$, considerando o método de aproximação utilizado pelos gregos para quadraturas.

iii – Atividades práticas com o Teorema de Pitágoras

iv – Estudando problemas do papiro de Rhind.

v – O método de exaustão de Eudoxo-Arquimedes e a quadratura do círculo.

Com a realização dessas atividades (ou outras de mesmo tipo) os estudantes podem, e devem exercitar na prática a elaboração e a discussão de mais atividades de cunho histórico.

Atividades que em sua estrutura, sejam elaboradas com os seguintes elementos: um tema e objetivos bem definidos ligados a obtenção do conhecimento matemático direcionado a um determinado conceito (ou mais de um).

Devemos enfatizar que as atividades perpassam ao simples encaminhamento passo a passo e mecanizado. Devem sim, ser conectadas aos aspectos cotidianos, escolares e acadêmicos da cultura matemática. Uma das implicações deste processo é a discussão a partir dos erros e acertos produzidos na busca de respostas que podem encaminhar a novos desafios na resolução de problemas que ampliem e

multipliquem os caminhos ou estratégias criativas de resolução que levem a novas fronteiras do conhecimento matemático (Brandemberg, 2017a, p. 28).

Podemos, então, considerar como uma atividade de cunho histórico, por exemplo: um fragmento textual, relacionado a uma antologia grega, datado do ano 500, que inicialmente se caracteriza como um problema de adivinhas (lúdico) e que nos fornece uma ideia sobre a idade e algumas características da vida de Diofanto de Alexandria (200-284), o qual relatamos em uma tradução obtida a partir de outra realizada por Moritz Cantor (1829-1920) e citada por van der Waerden (1975, p. 278), como segue:

“Nesta tumba jaz Diofanto. É maravilhoso! Podemos contar o tempo da sua vida. Deus o presenteou com a graça de ser um menino por um sexto de sua vida e adicionando um duodécimo a isto, surgiu-lhe a barba. Uma sétima parte depois, ele se casou, e cinco anos depois nasceu seu filho. Pobre criança; ao atingir metade da idade do pai ele sucumbiu ao destino. Depois de enfrentar sua dor por mais quatro anos, terminou sua missão na terra”.

De onde concluímos, após a realização de algum cálculo algébrico, que Diofanto viveu por 84 anos. (Heath, 1964).

Mendes (2009a) e Mendes (2009b), sugere um modelo para trabalhar com atividades de cunho histórico. Sua apresentação considera uma forma sequencial onde devem ser organizadas etapas de ensino visando as metas previstas em um planejamento pedagógico. As informações históricas devem conduzir o aluno a uma reconstrução de aspectos conceituais relevantes para o aprender matemática. Além disso, tais informações nos permitem acesso ao momento histórico em que foram produzidas.

Segundo Mendes (2009a, p. 120-124), um roteiro para apresentação de atividades estruturadas deve ter o seguinte formato:

I – **O nome da atividade** – Indica o tema central e o conteúdo que se pretende estudar.

II – **Os objetivos da atividade** – Deixar claro as principais finalidades da realização da atividade visando à construção do conhecimento matemático.

III – **O conteúdo de cunho histórico** – Funciona como elemento motivador e gerador do conhecimento matemático, visando esclarecer alguns questionamentos dos estudantes sobre o conteúdo estudado, além de possibilitar a comparação das estratégias de resolução de problemas em momentos históricos distintos.

IV – O material utilizado – Deve ser obtido, apresentado e utilizado no desenvolvimento da atividade.

V – A operacionalização da atividade – Esclarece os procedimentos metodológicos que nortearão o desenvolvimento da atividade em suas fases, que vão da manipulação dos materiais, a comunicação (representação) oral (simbólica), até a abstração.

VI – Os desafios propostos na atividade – A atividade deve ser atrativa e desafiadora para provocar o interesse dos estudantes. Os desafios geralmente estão presentes em textos históricos ou mesmo em livros de história da Matemática. O importante de um desafio é desenvolver no estudante um espírito investigador do conhecimento matemático.

VII – O exercício de sistematização e formalização do conhecimento – Toda atividade deve apresentar uma sequência de ações que levem o estudante a formalização das ideias matemáticas construídas ao longo do processo.

VIII – Atividades complementares – podem ser sugeridas pelo professor e/ou pelos estudantes a partir da realização da atividade desenvolvida em sala de aula.

A título de exemplo, seguindo o roteiro de Mendes (2009), apresentamos a seguir uma atividade relacionada a matemática islâmica, mais precisamente a obra de Al-Khwarizmi (780-850).

Título:

Um problema de Al-Khwarizmi, do século IX, que nos remete a resolução de uma equação do segundo grau.

Objetivos:

- Estudar o método histórico de resolução apresentado;
- Discutir a técnica geométrica de completamento de quadrados;
- Observar a representação retórica na apresentação da solução;
- Comparar as estratégias de resolução do problema.

O conteúdo:

Apresentar um texto sobre Al-Khwarizmi e sua obra com ênfase nos problemas que nos remetem a resolução de equações do segundo grau (de preferência em língua materna). Por exemplo, extratos do texto A History of Algebra de B. L. van der Waerden, Springer-Verlag, 1985.

O material utilizado:

Produção de um texto contendo o conteúdo citado anteriormente, que deve ser apresentado aos alunos. Textos complementares sobre história da Matemática (livros, artigos, revistas, textos digitais).

Operacionalização:

Inicialmente é feita a reprodução do texto para leitura (traduzido e ou adaptado de fonte original) e discussão em grupo (pode ser individual, porém reduz a discussão inicial). Os problemas podem ser apresentados somente com o enunciado e com a solução retórica característica da época (ou os alunos recebem o material completo e são orientados a tentar resolver o problema no formato “antigo”).

Os desafios:

O texto apresentado traz como desafio inicial a proposta de obter a solução de um problema escrito em linguagem materna, que requer do estudante a interpretação do problema que se apresenta em uma tradução da tradução de um texto histórico. Esta dificuldade na leitura inicial deve provocar no estudante a necessidade de elaborar uma escrita mais coloquial ou mais formal, adequando o problema a sua prática escolar.

Sistematização e formalização:

A atividade proposta com a apresentação do texto de cunho histórico produzido se conforma em uma leitura e estudo de problemas que apresentam a resolução de uma equação do segundo grau para sua solução. Os estudantes devem buscar entender a solução retórica (do tipo receita) apresentada, e buscar fazer sua representação a partir da resolução dos problemas contidos na atividade. Em seguida os estudantes resolvem os problemas com a utilização da notação moderna. Desta forma, é possível comparar as estratégias de resolução e valorizar o trabalho dos estudiosos matemáticos na produção do conhecimento.

Atividades complementares:

Neste tema, a possibilidade de elaboração de atividades complementares é muito fértil. O professor e os alunos podem buscar conhecer métodos de resolução de equações em momentos anteriores (antiguidade) ou mesmo em momentos posteriores (renascimento italiano).

Ainda, segundo Mendes (2015, p. 257-258), devemos atentar ao projeto a ser desenvolvido. Uma preocupação que nos permita obter explicações a respeito dos modos de

investigar, compreender e explicar a construção histórica dos conteúdos, tomando os cuidados necessários ao uso da história da matemática como componente metodológica, isso nos permitirá garantir o foco nossas decisões e tornar o trabalho mais efetivo e menos desgastante. Assim, é necessário considerarmos questões básicas, visando os resultados esperados. A saber,

- O que se pretende fazer ou investigar? (Qual conteúdo ou conceito matemático considerar?);
- Por quê? (Se refere a justificativa do tema);
- Para que? (Se refere aos objetivos);
- Como? (Se refere ao método de abordagem, a partir da História da Matemática);
- Com quem? (Se refere às pessoas envolvidas no processo);
- Com o que? (Se refere aos recursos materiais necessários ao processo);
- A quem? (Se refere a clientela a quem se destina o trabalho);
- Quando? (Se refere ao cronograma);
- Onde (procurar)? (Se refere ao local de execução e especialmente as fontes de pesquisa a serem tomadas) (Mendes, 2015).

Com estes direcionamentos, devemos buscar esclarecer o que, de fato, o uso da História da Matemática como componente metodológica, considerando as potencialidades didáticas do uso de textos históricos pode trazer de luz aos aspectos do desenvolvimento de conteúdos matemáticos, sua importância, sobre o trabalho dos matemáticos que contribuíram para este desenvolvimento e o processo de ensino em sala de aula.

Na busca de determinar os temas a serem selecionados precisamos ser cuidadosos, no sentido de adaptar as atividades as necessidades do currículo escolar e ao nível cognitivo dos estudantes.

Em acordo com Mendes (2015, p. 291) e Brandemberg (2017a, p. 28) essa adaptação (escolha) pode ser realizada considerando alguns aspectos relacionados ao uso da história em sala de aula, a saber:

- i) Atividades manipulativas extraídas diretamente da história da matemática.
- ii) Atividades manipulativas adaptadas da história da matemática.
- iii) Desenvolvimento de projetos de investigação temática.
- iv) Investigação de problemas históricos.
- v) Estudos de textos históricos adaptados de fontes primárias.

vi) Estudos de textos históricos extraídos de fontes primárias.

Vemos em nossa forma de buscar materiais históricos sobre o desenvolvimento de conceitos (conteúdos) matemáticos, com vistas a discutir aspectos didáticos destes conteúdos, estudar suas formas e contextos de produção, para trazer maiores informações em uma descrição, mesmo que macro, dos conteúdos presentes nos textos em estudo, considerando aspectos da influência sociocultural de sua produção, com especial atenção ao seu desenvolvimento e ao seu ensino. Outrossim, consideramos realizar uma análise mais micro de conteúdos selecionados dos textos históricos com vistas a discutir suas potencialidades didáticas para o ensino.

Inferimos com esta ação possibilitar uma “ simplificação” do conteúdo matemático em estudo, em uma combinação de aspectos teóricos e práticos de sua produção, para obter maior clareza e precisão, tornando o seu entendimento mais fácil e garantindo suas aplicações.

No que segue, apresentamos alguns resultados que tratam do uso da história da matemática no ensino de conteúdos matemáticos, sendo através da discussão de potencialidades didáticas do desenvolvimento de conceitos, da elaboração de atividades de cunho histórico ou de uma mescla (amálgama, tessitura) destas ações no contexto de sala de aula ou mesmo em propostas teóricas. (Brandemberg, 2018)

Sobre experiências realizadas

Em uma abordagem que considera o desenvolvimento de conceitos matemáticos, temos que Mendes (2001), Brandemberg e Mendes (2005), Mendes (2015) e Brandemberg (2017a) discutem conceitos da Aritmética, da Álgebra, da Trigonometria e do Cálculo; onde tais conceitos são apresentados, buscando esclarecer sua importância e significado, mesmo que de forma não linear, a partir da discussão de conceitos elementares obtidos em estágios anteriores de seu desenvolvimento histórico.

Com relação ao uso de textos históricos no processo temos nos trabalhos desenvolvidos por Serrão e Brandemberg (2014), Lopes (2016), Brandemberg (2017b), Guimarães Filho (2018) e Sousa (2019) discussões a respeito do uso da história em procedimentos (processos, métodos, tecnologias) de ensino, que permitam aos estudantes uma aprendizagem com significado dos conteúdos, e os levam a considerar e analisar potenciais didáticos nos textos históricos, objetos de suas pesquisas.

Vejam, então, uma apresentação descritiva de tais resultados:

Mendes (2001), nos traz em seu texto reflexões sobre o uso da história da matemática no ensino, a partir de suas experiências com estudantes, argumentando que o uso da história em processos de ensino de conteúdos matemáticos é efetivo.

Brandemberg e Mendes (2005) nos apresentam processos de resolução de problemas de cunho histórico a partir de exemplos particulares, coletados em fontes originais, e querendo proporcionar aos estudantes, o contato com os métodos utilizados e as dificuldades características de cada época, para resolver estes problemas; criando possibilidades de comparação das estratégias de resolução antigas com as atuais, identificando suas vantagens e desvantagens. No texto do artigo, tratam de problemas de aritmética sobre o conceito de números perfeitos, uma discussão de sistemas lineares e um problema sobre proporcionalidade, onde discutem o método da falsa posição.

Serrão e Brandemberg (2014) nos trazem os resultados de sua pesquisa cujo foco foi investigar problemas matemáticos da antiguidade, visando localizar problemas clássicos e suas possíveis formalizações e representações, ao longo da história, de modo a podermos compreender seus elementos e compará-los. Realizam uma investigação e estudo de equações a partir da obra *Aritmética* de Diofanto, do século III, que lhes permite selecionar problemas de cunho histórico em um processo de integração, visando oferecer aos professores da educação básica, apontamentos e sugestões para a exploração deste tipo de problemas como meio de superação de dificuldades de aprendizagem em sala de aula. Uma vez que propõe que com a utilização da história da matemática, se promove uma integração da Matemática do passado com a Matemática dos dias atuais oportunizando uma forma de tratamento dos conteúdos e conhecimentos matemáticos contextualizados.

A pesquisa de Lopes (2016) nos apresenta algumas ideias e métodos emergentes do texto *Aritimética Infinitorum* de John Wallis (1616-1703), apontando o seu potencial pedagógico para o ensino de conceitos matemáticos em uma perspectiva de melhorar o entendimento de estudantes em um curso de formação de professores.

Brandemberg (2017b) em seu artigo realiza uma introdução ao trabalho do matemático jesuíta alemão Christoph Clavius (1538-1612) partindo de uma leitura dos capítulos iniciais de seu livro *Epitome Arithmeticae Practicae* (1614), onde, são descritos aspectos das operações elementares apresentadas, seu estudo e a importância da aritmética no início do século XVII.

Nos descreve Clavius, como um professor, que além de sua contribuição teórica para a matemática, foi um de seus maiores promotores. Com relação à importância de seu trabalho relacionada ao ensino de aritmética, considera o início de um novo estágio no desenvolvimento de notações e algoritmos. Trata-se de uma aritmética prática, para ser empregada, inicialmente, nas transações comerciais, uma representação de receitas e despesas por uma lista de números e suas operações de adição e subtração para indicar os acréscimos e as retiradas e esclarecendo o porquê destas circunstâncias, principalmente, na prestação de contas, tanto na esfera pública quanto na privada. Uma ferramenta indispensável para o cálculo de impostos, evitando e reconhecendo possíveis fraudes. Com seu texto ele deseja proporcionar aos leitores as vantagens do conhecimento aritmético. Enfim, seu trabalho se faz importante na sistematização e divulgação do conhecimento matemático produzido em seu tempo.

Guimarães Filho (2018) nos brinda com um relatório de pesquisa evidenciando que o matemático italiano Leonardo de Pisa, mais conhecido como Fibonacci, contribuiu significativamente para a comunidade matemática de sua época, despertando atenção de pessoas importantes desse período como o rei Frederico II, e que a seu convite Fibonacci participou de um torneio matemático, o qual, teve como seguimento a construção de sua importante obra denominada *Liber Quadratorum*. Guimarães Filho questiona: quais são as potencialidades didático/pedagógicas que podem ser evidenciadas a partir das proposições enunciadas e de suas demonstrações que podem ser usadas em sala de aula para efetivar o ensino/aprendizagem de conteúdos matemáticos? Para responder este questionamento, objetiva analisar os problemas contidos no *Liber Quadratorum*, visando maior entendimento dos conceitos, provendo um material em português e buscando identificar possíveis potenciais didático/pedagógicos. Para tanto, busca materiais que garantam o estudo e a produção de um texto base para a construção do material em português referente a doze proposições contidas no *Liber Quadratorum*, que versam sobre a relação de sequências de números ímpares consecutivos e números quadrados realiza um passeio pelo período vivenciado por este importante personagem, que foi professor e escreveu sobre a matemática, destacando sua influência para o desenvolvimento e divulgação dos métodos algorítmicos da matemática árabe na Europa no início do século XIII. Finalizando ele constrói uma base para que possa apontar as potencialidades didático/pedagógicas do livro de Fibonacci. Assim, foi possível

responder aos questionamentos e apontar potencialidades como: construção de diversas formas de encontrar as ternas pitagóricas, atividades de potenciação, principalmente de quadrados, atividades com raiz quadrada, entre outros descritos neste relatório. Desta forma, trabalhar o *Liber Quadratorum* para fins explicitamente pedagógicos.

Sousa (2019) nos apresenta seu texto, que ele descreve, como uma pesquisa que teve por finalidade identificar, segundo Miguel (1993) e Miguel (1997), potencialidades pedagógicas da história da matemática presentes nos conteúdos apresentados no livro texto de Lazare Carnot (1753-1823): *Réflexions sur la Métaphysique du Calcul Infinitésimal* (1797). As potencialidades pedagógicas foram relacionadas por meio de uma adequação/transposição para se entender os percursos percorridos até a atual forma de ensinar o Cálculo. Leituras científicas relevantes sustentam sua pesquisa e possibilitam sua fundamentação teórica, revelando a influência de livros texto de Cálculo no ensino. Realizou uma tradução da edição de 1798 e de trechos da edição de 1813, originalmente em francês. Tomando como um de seus objetivos pesquisar a vida e obra de Carnot em seus contextos sociocultural e acadêmico ele busca entender os conteúdos elencados e suas relações com os conteúdos trabalhados no Cálculo atualmente, com vistas a verificar as potencialidades pedagógicas do texto referentes ao conteúdo Derivadas e seu ensino. Evidencia que a história da matemática encontrada no livro de Carnot apresenta potencialidades pedagógicas para seu uso no ensino de Cálculo Diferencial.

A apresentação e discussão de pesquisas como as que relacionamos anteriormente nos permitem condições necessárias para considerarmos uma discussão teórica sobre as potencialidades do uso da História da Matemática no ensino. Uma discussão em que de início, nos apoiamos nos resultados trazidos pelas pesquisas elencadas e que institui das considerações teóricas de autores como Miguel (1993 e 1999) e Mendes (2009a e 2015), como descrevemos a seguir.

Sobre as potencialidades pedagógicas do uso de textos históricos para o Ensino de Matemática

De posse do exposto e das discussões anteriores consideramos as discussões presentes em Mendes (2009a) e as orientações para os professores em Mendes (2015) que os conteúdos a serem trabalhados em sala de aula devem considerar os aspectos do seu desenvolvimento

histórico-epistemológico. Nesta linha, Mendes (2015) toma tópicos selecionados, inicialmente ligados a conceitos trigonométricos, diretamente extraídos da História da Matemática ou adaptados, e Brandemberg (2017a) direciona o foco para o estudo de textos clássicos produzidos ao longo da história.

[...]do estudo de textos clássicos como: o “*Traité des Substitutions et des Équations Algébriques*” de JORDAN (1957), o “*Reflexions sur la Résolution Algébrique des Équations*” de LAGRANGE (1771), o “*Disquisitiones Arithmeticae*” de GAUSS (1801), o “*Volständige Anleitung zur Algebra*” de EULER (1770), o “*Liber Abaci*” de FIBONACCI (1202), o “*Ars Magna*” de CARDANO (1545) ou o “*Al-Jabr*” de AL Khowarizmi (século IX); e do que denominamos de estudo da evolução (ou desenvolvimento de conceitos). (Brandemberg, 2017a, p. 20-21).

Tais inserções teóricas se soerguem das assertivas que o conhecimento matemático extraído ou oriundo dos conteúdos presentes em textos históricos nos permitem formatos de aprendizagem, como a comparação de estratégias de resolução de problemas, que garantem a percepção do desenvolvimento conceitual e dos aportes epistemológicos dos conceitos em estudo, bem como das facilidades, visíveis, das resoluções atuais. Assim, como professores, vamos além da beleza dos processos de resolução históricos e tentamos garantir uma aprendizagem que se preocupa com as experiências anteriores, acadêmicas, escolares ou do cotidiano, de nossos alunos. (Brandemberg, 2017a).

Como vimos Brandemberg e Mendes (2005, p. 4) afirmam que o contato dos estudantes com as tecnologias e métodos utilizados e as dificuldades inerentes a resolução de problemas em cada época, oportuniza o reconhecimento de uma Matemática que se faz historicamente como uma produção de cunho sociocultural humano.

Assim, tomando os aportes de Fauvel e van Maanem (2000), Miguel (1997) e Mendes (2015), argumentamos em favor do uso da história como componente metodológica para o ensino de matemática, e das discussões levantadas em Miguel (1993) e Mendes (2009a), apontamos para o potencial didático de textos históricos a partir do estudo e análise de textos clássicos, como os elencados na seção anterior e outros que podem ser trabalhados.

Em acordo com Miguel (1993, p. 12) o uso da história como componente metodológico “adicional” é potencialmente rico ao se promover e repensar questões relativas ao ensino de matemática. Uma preocupação presente no ensino de matemática desde o século

XVIII, com vistas a facilitar a tarefa de estudantes iniciantes (calouros), e se constituindo na primeira forma de relação entre a história e a educação matemática. Assim, trazendo argumentos que reforçam as potencialidades pedagógicas da História da Matemática em práticas efetivas de ensino e aprendizagem da matemática.

Nossa concepção do uso da história se configura na dimensão didático-metodológica, buscando a proposição de um método para o ensino de conteúdos matemáticos. Numa linha de como o conhecimento matemático se produz (desenvolve), se ensina e se aprende.

Para Miguel (1993, p.32) a história se configura em um instrumento desta compreensão e avaliação dos conteúdos e que pode se configurar em um instrumento de transformação, permitindo ao professor se superar e reorientar suas ações pedagógicas.

Nessa linha, Mendes (2009b, p. 104) e Mendes (2015, p. 290), considerando a importância do uso da história no ensino, propõe sugestões de ação docente (didáticas) aos professores, cabendo ao professor tomar para si o direcionamento (orientação) das atividades a serem executadas.

Desta forma, em consonância com nosso referencial, nesta seção buscamos conceituar o que consideramos potenciais didáticos a serem explorados no ensino a partir do estudo de textos históricos de matemática. Para tal, faz-se necessário delinear o que nos surge como um potencial didático.

Tomamos, inicialmente, como um conceito de potencial didático, considerarmos os processos pelos quais são assimilados os conhecimentos e as experiências acumulados pela prática social da humanidade, criando um conjunto de condições metodológicas e organizativas para viabilização do ensino dos conteúdos, ou mesmo imagens parciais (aspectos) de tais processos, que possam ser integralizadas a partir dos textos históricos em análise.

Assim, entendemos como potencial didático, as qualidades ou fatores positivos que viabilizem a prática docente, em nosso estudo, todas as possibilidades de uso das informações contidas nos textos históricos admissíveis de uma transposição didática, com a função de operacionalizar o ensino de matemática.

A transposição didática aqui mencionada alude a constituição do saber escolar ou acadêmico, já que a educação escolar ou acadêmica não se limita apenas em fazer uma seleção

de saberes que estão disponíveis na cultura em algum momento histórico, e sim em transformá-los em saberes possíveis de serem ensinados e aprendidos. Um processo que faz com que os objetos do saber matemático erudito se transformem em saberes a ensinar, inscritos no projeto de ensino, e depois em saberes de ensino (Mendes e Chaquiam, 2016).

Consoante a Miguel (1997) e Mendes (2001), um texto histórico de matemática, além de proporcionar elementos motivadores ao estudante, constitui-se em uma fonte de atividades de cunho histórico que podem ser adequadas ao ensino de conteúdos matemáticos e garantindo elementos que permitam a formalização de conceitos. A utilização de um texto histórico se converte em um instrumento de verificação do desenvolvimento epistemológico dos conteúdos matemáticos que deve promover uma aprendizagem matemática mais abrangente e com significado.

Assim, uma abordagem metodológica como a que recomendamos, utilizando a História da Matemática dos conteúdos presentes nos textos históricos como componente metodológica, tem como finalidade principal dar um significado contextual aos conteúdos abordados nos cursos de Matemática e, além disso, servir como elemento de motivação para o desenvolvimento conceitual do aluno.

Uma proposição para o Uso da História no ensino de Matemática

Percebemos com o exposto, anteriormente, que os problemas presentes nos textos históricos são detentores de potenciais para o ensino de matemática. Assim, estes textos nos possibilitam propor, a partir de seus extratos, questões-problemas que promovam as habilidades exigidas, atualmente, pelo currículo de ensino em cursos de matemática. (Guimarães Filho e Brandemberg, 2017).

Desta forma, uma exploração “criativa” dos conteúdos extraídos de textos matemáticos históricos, pode nos trazer contribuições didático-pedagógicas para o ensino.

Queremos nesta seção elencar possíveis potenciais didáticos a serem explorados em textos históricos, como os que vimos apresentando.

Neste sentido, buscamos em Miguel (1997), argumentos favoráveis ou que reforçam as potencialidades do uso de um texto histórico de matemática em uma proposição de ensino.

Apontamos, então, como exemplificação, algumas potencialidades a serem exploradas, nos contextos de ensino, a partir do conteúdo de um texto histórico particular, o texto referenciado em Clavius (2012). A saber o conteúdo matemático presente nos capítulos do *Epitome Arithmeticae Practicae* (1614):

- Permite a construção de diversas formas de tratar as operações de Adição, Subtração, Multiplicação e Divisão de números inteiros ou fracionários, a partir da descrição dos algoritmos e da notação apresentada;
- Garante a produção de atividades envolvendo os métodos de verificação de resultados operatórios (na primeira parte do texto) e envolvendo métodos de resolução de problemas que envolvem proporcionalidade (segunda parte do texto);
- Discute aspectos da história da humanidade, a partir da investigação da vida e da obra de um matemático: Christoph Clavius (1538-1612,) (o autor do texto);
- Possibilita estudar a evolução da linguagem matemática (no campo da Aritmética). (Brandemberg, 2017b).

Entendemos que as potencialidades elencadas se harmonizam aos argumentos que discutimos, bem como, pertencem ao tipo de argumento histórico-epistemológico, característico da utilização de um texto histórico para o ensino.

Desse modo, o professor terá a oportunidade e os mecanismos necessários para propor situações que possam conduzir os alunos a uma redescoberta do conhecimento através dos problemas históricos investigados, na perspectiva de construir sua aprendizagem por meio da aquisição de conhecimentos e da redescoberta de princípios e métodos. (Mendes, 2015).

Dessa maneira, para que a História da Matemática seja considerada um elemento (recurso) didático para o ensino de matemática é importante que as abordagens históricas utilizadas em sala de aula estejam vinculadas ao conteúdo a ser estudado, procurando encontrar justificativas, para a importância e a necessidade de ensino do mesmo, motivando, ativando e aguçando a curiosidade dos estudantes.

Nesse direcionamento, nossa proposição pedagógica, a partir do uso de textos históricos, pode ser tomada como um aliado didático-pedagógico no ensino e aprendizagem de conteúdos matemáticos em sala de aula.

Entendemos que tais potenciais didático-pedagógicos se multiplicam se considerarmos a diversidade dos lugares onde se ensina e aprende (produz) matemática. Temos uma diversificação de situações de ensino em práticas que vão além da sala de aula, considerando as interações que compõem o cenário acadêmico-escolar-sociocultural da atuação do educador (matemático), que considera a utilização de textos históricos no ensino propiciar maior visualização dos aspectos do desenvolvimento histórico e sociocultural de uma matemática que vem se constituindo nos contextos das práticas sociais. (Brandemberg, 2018).

Uma Matemática “culturalmente inovadora” que transforma e produz tecnologias em novas práticas didático-pedagógicas que permitem a ampliação em processos educativos.

Considerações

De nossas discussões a respeito dos textos históricos, podemos afirmar que se trata de um produto que pode ser trabalhado como material de ensino de matemática nas escolas para ensinar conteúdos de aritmética, álgebra ou cálculo, visando proporcionar aos estudantes, “novas” formas de resolver problemas em suas práticas cotidianas, acadêmicas e escolares. Destarte, os textos se constituem em um material didático-pedagógico.

Assim, de suas escritas, podemos inferir as possibilidades de argumentação e uso dos conteúdos matemáticos presentes, que nos permite considerar extratos destes conteúdos para uma abordagem introdutória em aulas de matemática.

A elaboração, apresentação, discussão e resolução de atividades de cunho histórico, envolvendo problemas práticos, diversificados, deve nos permitir em época de discussão educativa voltada para a postura de um cidadão consciente de sua participação efetiva na sociedade, maior identificação com as problematizações do século XXI.

Desta forma, incentivamos um ensino de conteúdos matemáticos que considere a exploração de aspectos metodológicos, resgatados de fontes históricas, na configuração de atividades de resolução de problemas a serem trabalhadas de forma objetiva com nossos estudantes e que considere o uso de textos históricos como elementos de destaque nos processos de ensino.

Igualmente, uma maior atenção aos problemas matemáticos, apresentados nestes textos, sejam elementares ou de nível médio, como vimos, podem nos dar maior consistência para alcançar conhecimentos mais avançados.

Como vimos discutindo, abordagens desenvolvidas que tomaram o uso da História da Matemática no ensino, apontam a importância do conhecimento do desenvolvimento histórico de conceitos matemáticos que permita o ensino de conteúdos matemáticos em seus aspectos aritméticos, algébricos, geométricos e analíticos.

REFERÊNCIAS

Brandemberg, J. C. (2017a) História e Ensino de Matemática. **Revista Exitus (online)**; Volume 7, Número 2, 16-30. UFOPA.

Brandemberg, J. C. (2017b) Uma Introdução ao Christophori Clavii *Epitome Arithmeticae Practicae* (1614). **BOCEHM (online)**; Volume 4, Número 112, 81-92. UECE.

Brandemberg, J. C. (2018) História e Ensino de Matemática: uma abordagem partindo do desenvolvimento histórico-epistemológico dos conteúdos. Belém. **Anais do V SIPEMAT**.

Brandemberg, J. C. e Mendes, I. A. (2005) Problemas Históricos e Ensino de Matemática. **Anais do III EPAEM – Encontro Paraense de Educação Matemática**. Belém.

Clavius, C. (2012) **Christophori Clavii Epitome Arithmeticae Practicae (1614)**. Reprint by Kessinger publishing, USA.

Fauvel, J. e Van Maanem, J. (2000) **History in mathematics education**. EUA: Kluwer academic publishers.

Guimarães Filho, J. S. e Brandemberg, J. C. (2017) Um estudo do *Liber Quadratorum* (1225) e suas potencialidades para o ensino de Matemática. **Revista de Educação Matemática e Cultura – REMATEC/Ano 12/n. 26**, 71 – 85.

Lopes, G. L. O. (2016) Contribuições dos Métodos de John Wallis em sua obra *Aritmetica infinitorum* para professores de Matemática. **Anais do X ENEM**. São Paulo.

Heath, T. L. (1964) **Diophantus of Alexandria. A Study in the History of Greek Algebra**. New York: DOVER.

Mendes, I. A. (2001) **O Uso da história no ensino da Matemática reflexões teóricas e experiências**. Belém, PA: Eduepa.

Mendes, I. A. (2009a) Atividades históricas para o ensino da Trigonometria. Em Miguel, A. et al, **História da Matemática em Atividades Didáticas**. Segunda edição. São Paulo, SP: Livraria da Física.

Mendes, I. A. (2009b) **Investigação histórica no ensino da Matemática**. Rio de Janeiro, RJ: Ciência Moderna.

Mendes, I. A. (2015) **História da Matemática no Ensino: entre trajetórias profissionais, epistemologias e pesquisas**. São Paulo, SP: Livraria da Física.

Mendes, I. A. e Chaquiam, M. (2016) **História nas aulas de Matemática: fundamentos e sugestões didáticas para professores**. Belém, PA: SBHMat.

Miguel, A. (1993) **Três Estudos Sobre História e Educação Matemática**. Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Educação, Unicamp, Campinas.

Miguel, A. (1997) As Potencialidades Pedagógicas da História da Matemática em Questão: argumentos reforçadores e questionadores. **Zetetiké**, Campinas, v. 5, n. 8, p.73-105.

Serrão M.M. e Brandemberg, J. C. (2014) Problemas Matemáticos da Antiguidade como Estratégia para o Ensino de Equações no 9º ano da Educação Básica. **Rematec**, Natal, ano 9/n.16/ p. 130 – 147.

Sousa, F. S. (2019) **Potencialidades pedagógicas do livro *Réflexions sur la Métaphysique du Calcul Infinitésimal* de Lazare Carnot para o ensino de Cálculo Diferencial**. Dissertação de Mestrado. PPGECM/IEMCI/UFPA.

Van Der Waerden, B. L. (1975) **Science Awakening I**. EUA: Kluwer.

Autor:

João Cláudio Brandemberg

Doutorado em Educação pela Universidade Federal do Rio Grande do Norte (2009). Mestrado em Matemática pela Universidade Federal do Pará (1998). Graduação em licenciatura plena em Matemática pela Universidade Federal do Pará (1992). Atualmente é Professor Associado III da Universidade Federal do Pará e pesquisador do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas do Instituto de Educação Matemática e Científica da Universidade Federal do Pará. Tem experiência na área de Matemática, com ênfase em Álgebra, atuando nos seguintes temas: Educação, Pensamento matemático avançado, Imagem conceitual, História da Matemática, Ensino de Álgebra. Mais informações no Currículo Lattes: <http://lattes.cnpq.br/3873561463033176>. ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-8848-3550>.
E-mail: brand@ufpa.br.