

Juan Manuel Cagigal (1803-1856) y su *Memoria sobre las integrales limitadas*: Una aventura del pensamiento

Walter O. Beyer K.

nowarawb@gmail.com

<https://orcid.org/0000-0003-1726-7994>

Universidad Nacional Abierta

Caracas, Venezuela

Recibido: 05/11/2020 Aceptado: 06/11/2020

Resumen

El presente estudio consiste en una descripción y análisis crítico del libro *Memoria sobre las integrales limitadas*, escrita por Juan Manuel Cagigal (1803-1856) y editada póstumamente en 1929. Elaborada en una fecha aún no determinada con precisión es el único escrito matemático suyo que aún existe. Circuló inicialmente en forma manuscrita y fue empleada como texto en la *Academia de Matemáticas de Caracas*. Su *Memoria* no pretende ser un aporte original a las matemáticas teniendo una finalidad didáctica y de difusión de los avances del Cálculo Integral de su época, siguiendo muy de cerca las ideas de Cauchy. La obra coexistió con diversos libros de cálculo escritos por distintos autores europeos. El análisis está circunscrito por la realidad socio-política, económica y educativa de la Venezuela del siglo XIX. Como punto importante se consideran algunos aspectos polémicos e inciertos acerca de la vida del autor.

Palabras clave: Integrales limitadas, Juan Manuel Cagigal, Academia de Matemáticas de Caracas.

Juan Manuel Cagigal (1803-1856) e sua *Memoria sobre las integrales limitadas*: Uma Aventura do Pensamento

Resumo

Este estudo consiste na descrição e análise crítica do livro *Memoria sobre las integrales limitadas*, escrito por Juan Manuel Cagigal (1803-1856) e publicado postumamente em 1929. Elaborado em data ainda não determinada com precisão, é a única escrita matemática sua que ainda existe. Inicialmente, circulou na forma manuscrita e foi usado como texto na *Academia de Matemática de Caracas*. Sua *Memória* não pretende ser uma contribuição original à matemática, tendo uma finalidade didática e difundir os avanços do Cálculo Integral de sua época, seguindo de perto as idéias de Cauchy. A obra coexistiu com vários livros de cálculo escritos por diferentes autores europeus. A análise é circunscrita pela realidade sócio-política, econômica e educacional da Venezuela do século XIX. Como ponto importante, são considerados alguns aspectos controversos e incertos sobre a vida do autor.

Palavras chave: Integrais limitados, Juan Manuel Cagigal, Academia de Matemática de Caracas

Juan Manuel Cagigal (1803-1856) and his *Memoria sobre las integrales limitadas*: An Adventure of Thought

Abstract

This study consists of a description and critical analysis of the book *Memoria sobre las integrales limitadas*, written by Juan Manuel Cagigal (1803-1856) and published posthumously in 1929. Prepared on a date not yet precisely determined, it is the only mathematical writing of his that still exists. It initially circulated in handwritten form and was used as a text in the *Academy of Mathematics of Caracas*. His *Memoria* does not pretend to be an original contribution to mathematics having a didactic purpose and to disseminate the advances in Integral Calculus of its time, closely following Cauchy's ideas. The work coexisted with various calculus books written by different European authors. The analysis is circumscribed by the socio-political, economic and educational reality of 19th Venezuelan century. As an important point, some controversial and uncertain aspects about the author's life are also considered.

Key Words: Limited integrals, Juan Manuel Cagigal, Academy of Mathematics of Caracas

Introducción

Señalaba muy acertadamente el célebre legislador espartano Licurgo que “el pueblo que no venera su pasado carece de porvenir”. En este mismo orden de ideas, pero refiriéndose a los aportes intelectuales, se expresa Grases (1979) quien señala que

a veces, al ocuparnos de nuestros asuntos [se refiere a los históricos], tenemos la sensación de que todo queda a gran distancia, muy lejos de los intereses de la hora presente, pero no obstante estamos persuadidos de que es ineludible volver al respeto y estimación de los aportes fundamentales en la evolución de la vida intelectual del país (p. 189).

Así, Licurgo y Grases nos inducen a hurgar en el pasado, en particular en el pasado intelectual de Venezuela para poder venerar la obra dejada por nuestros grandes pensadores.

Por otra parte, como afirma Bloch (1979) “la primera característica del conocimiento de los hechos humanos del pasado y de la mayor parte de los del presente consiste en ser un conocimiento por huellas” (p. 47). En nuestro caso las huellas a las que alude Bloch hay que buscarlas en las acciones y en los aportes que personajes destacados así como importantes instituciones legaron al país. Son justamente esas las huellas que hemos de seguir y que nos guiarán para justipreciar la labor civilizatoria de hombres e instituciones y considerar su impacto y contribución en la evolución intelectual de la nación.

Es necesario pues recuperar, sacar del olvido, así como valorar en su justa dimensión los aportes intelectuales fundamentales en la evolución de la matemática y su enseñanza en el ámbito venezolano, muy especialmente en un pasado no tan cercano pero tampoco tan lejano como lo es el siglo XIX, en virtud de que “es absurdo imaginarse que un conocimiento [como

el de la matemática y su educación] es completo sin conocer su génesis, su historia, su evolución y su estado actual” (Ossott, s/f, p. 3).

Siguiendo estos preceptos se ha decidido hurgar en el pasado de las matemáticas en el país a los fines de encontrar sus raíces, reencontrar los orígenes de las matemáticas académicas “venezolanas” y preguntarnos si sólo se puede hablar de matemáticas académicas **en** Venezuela, vale decir unas que se desarrollaron dentro del territorio patrio pero sin ser auténticamente nacionales; o por el contrario si es dable referirse a unas matemáticas académicas **de** Venezuela, unas matemáticas propiamente venezolanas con desarrollo disciplinar autóctono, interrogante cuya respuesta se deja abierta por los momentos ya que lo que aquí se presenta es insuficiente para realizar un juicio definitivo de tal naturaleza. Aquí sólo se muestran algunos hechos y un caso que puede iluminar el camino que conduzca a una respuesta, así sea parcial, sobre tan delicado asunto.

Los estudios de estos aspectos ameritan tomar en consideración diversos elementos o factores entre los que cabría mencionar: las instituciones, los personajes que florecen al amparo de éstas así como sus producciones y aportes, en particular su obra escrita como los libros que éstos han producido. Todos estos elementos interactuando dinámicamente de una manera dialéctica marcan el paso del acontecer histórico. En consecuencia ningún análisis profundo de algún factor se puede desmarcar de los otros. En la consideración de épocas más recientes habría que anexar otros elementos como la investigación disciplinar, las publicaciones periódicas, los eventos y los niveles educativos superiores como los postgrados los cuales no son aplicables en los estudios de épocas pretéritas como la que nos ocupa.

El escudriñar en el pasado nos ha conducido al encuentro de la *Academia de Matemática de Caracas* y del barcelonés Juan Manuel Cagigal y Odoardo (1803-1856) y con él a una de sus obras trascendentales: *Memoria sobre las integrales limitadas*, el único de sus escritos matemáticos que junto con un *Apéndice* le han sobrevivido. Se trata tanto de una institución pionera como de un individuo que marcaron época en muchos campos, personaje éste quien produjo un libro de trascendental importancia; plantel y personaje cuyas respectivas historias individuales se entrecruzan en un complejo tejido que marcó buena parte de la evolución de la matemática y de su enseñanza durante el siglo XIX.

En este escrito, dada su complejidad, este tejido histórico se estudiará tomando como eje la *Memoria* de Cagigal en estrecha relación con su autor y tomando a la *Academia* como una

parte crucial del marco referencial en el desarrollo de los acontecimientos que llevaron a la elaboración de la obra y al destino que tuvo dicho texto.

El estudio de un libro antiguo puede tener gran importancia, más aún si se trata de un escrito que ha tenido una intencionalidad didáctica, en virtud de que como acertadamente señala Schubring (1987) “la *práctica de la enseñanza* no está tan determinada por los decretos ministeriales y por los planes de estudio oficiales como por los libros de texto usados para dicha enseñanza” (p. 41); y analizar tales libros justamente contribuye a la reconstrucción de las prácticas de enseñanza del pasado, así como también ilumina el camino para juzgar el desarrollo científico de un país.

La importancia de las obras didácticas también es resaltada por Gimeno Sacristán (1998) quien expresa, al referirse al nivel curricular por él denominado el *currículum presentado a los profesores*, que “el papel más decisivo en este sentido [el de interpretar el currículo prescrito y transmitirle a los profesores el significado y contenidos de éste] lo desempeñan, por ejemplo, los libros de texto” (p. 124).

Pero además de la importancia de la obra para entender aspectos vinculados con la enseñanza de la matemática en esos tiempos, el libro también esclarece el nivel matemático alcanzado por Cagigal y el adquirido por sus discípulos y por los alumnos de estos últimos quienes a la postre egresaron de la *Academia*, así como da luces acerca del desarrollo de esta disciplina así como de la evolución de la ingeniería en tierras venezolanas en esa época.

La revisión histórica demuestra que tanto Cagigal como su libro dejaron profunda huella en nuestro país y sobre ambos: autor y obra, ese binomio indisoluble, se centra lo que sigue.

El contexto general

Pero antes de adentrarnos en el núcleo del presente escrito es necesario ubicar el marco contextual general dentro del cual fue creada la *Academia de Matemática* y fue empleada la obra en cuestión. Este contexto involucra factores de diversa índole: políticos, sociales, económicos, educativos, etc.

Es bien sabido que las décadas iniciales de la centuria décimonona correspondieron al ocaso de la dominación colonial española y al cese definitivo de ésta después del cruento conflicto de la Guerra de Independencia.

Las consecuencias inmediatas de este enfrentamiento armado fueron de gran magnitud. Es de destacar que la población quedó diezmada y la economía desmantelada. En este sentido cabe decir que

Concluida la guerra de Independencia y separada Venezuela de la Gran Colombia, nuestro país se encontraba sufriendo las graves consecuencias de la contienda bélica. La infraestructura agrícola estaba destruida, la ganadería diezmada, había escasez de mano de obra y un comercio débil. [... No obstante] durante el período de 1830 a 1845, el país gozó de relativa paz y la recuperación económica fue notable; pero esa estabilidad resultaría precaria (Abad y otros, 1984, p. 5).

Al respecto asevera Toro Hardy (2020) que “la intensidad de las luchas de independencia varió de un lugar a otro, siendo Venezuela la más afectada con un cuarto de su población desaparecida” (§ 3).

En el ámbito económico el café pasó a ser el principal producto de exportación pero éste estaba sujeto a los vaivén del mercado internacional y su baja en dicho mercado produjo varias crisis económicas a lo largo del siglo. Sobre este particular expresa Brito Figuera (2005) que

en 1857-1858, la crisis de sobreproducción que afectó a los Estados Unidos y a los principales países de Europa, cerró el mercado de las exportaciones venezolanas, [...]; el precio del café bajó un 20 por ciento [...].

El fenómeno no fue accidental; la crisis de 1866-1868 ocasionó el descenso de las exportaciones venezolanas [...] (p. 300).

En el contexto político, luego del intento para derrocar el gobierno de José María Vargas en 1835, hacia 1840 surge el Partido Liberal como oposición al paecismo. Indica Rojas (2020) que “en Venezuela se ubica el nacimiento del liberalismo en 1840, con la fundación de la Sociedad Liberal de Caracas y su transformación en Partido Liberal, iniciativa liderizada por Tomás Lander y Antonio Leocadio Guzmán” (§ 1). Ambos sectores habrían de enfrentarse continuamente en la disputa por el poder político de la naciente nación.

La pugnacidad política, las crisis económicas y otras circunstancias dieron a la postre origen a la Guerra Federal (1859-1863). La situación reinante era que

después de 40 años del nacimiento de la República, los problemas persistían: una fuerte deuda externa que exprimía la capacidad productiva del país; un aparato productivo estancado y semidestruido por efectos de la guerra; unas diferencias sociales profundas; un caudillismo y regionalismo galopante que atentaba contra todo intento de legitimidad institucional y contra toda política orientada hacia un

mínimo de racionalidad administrativa; un pequeño grupo de militares y financistas que gobernaban al país a su arbitrio y sin ningún respeto por las leyes (Abad y otros, 1984, p. 6).

Méndez (2011) describe así la época: En 1830 “ocurre la disolución de la Gran Colombia y se constituye la República de Venezuela, empobrecida y endeudada, que subsiste los siguientes 90 años con una economía agropecuaria débil, de técnicas simples cuyo rubro básico es el café” (p. 27).

Esta realidad a todas luces convulsa dejaba poco espacio para el desarrollo de la ciencia y de la educación en Venezuela. En un principio básicamente siguió privando el modelo educativo colonial el cual fue modificándose más en términos de la promulgación de instrumentos legales que en lo referido a su filosofía e instrumentación práctica.

En 1826 la República de Colombia (más conocida como “Gran Colombia”) aprueba una ley de instrucción pública que acoge el sistema lancasteriano. Dicha ley siguió usándose en Venezuela luego de su separación de la Nueva Granada hasta 1843 cuando fue promulgado el primer Código de Instrucción Pública. Previamente, en 1827 El Libertador había reformado la Universidad de Caracas (una de las dos existentes en el país) convirtiéndola en republicana estableciendo dentro de ésta una cátedra de matemáticas.

Asimismo, en 1838 fue creado como órgano rector de la educación la Dirección General de Instrucción Pública, ente dentro del cual Juan Manuel Cagigal tuvo una destacada labor. No obstante este organismo no tuvo autoridad plena sobre las escuelas de primeras letras las cuales dependían constitucionalmente de las Diputaciones Provinciales. Además, Venezuela tuvo a lo largo de la centuria una escasez recurrente de escuelas y de maestros lo cual atentaba contra el desarrollo de la educación en el país.

La realidad educativa era la de una gran desatención teniendo una exigua inversión en este ramo por parte de los organismos competentes. El acceso a la educación básicamente estaba restringido a las élites en detrimento de las clases populares.

Es dentro de esta realidad que fue decretada en 1830 la creación de la *Academia de Matemáticas de Caracas* y su puesta en funcionamiento al año siguiente siendo nombrado Juan Manuel Cagigal director de la misma.

Habría que esperar hasta 1870, cuando asciende al poder el caudillo liberal General Antonio Guzmán Blanco quien “instauró un modelo económico-político-cultural que mantuvo vigencia hasta el ascenso al poder de Juan Vicente Gómez” (Abad y otros, 1984, p. 13), para

ver un cambio significativo en el modelo educativo. Pero, este hecho positivo se vio opacado por una funesta decisión: la de eliminar la *Academia* como ente independiente cortando la fructífera labor de la misma.

Guzmán Blanco mantuvo su hegemonía política hasta 1888. Esa época constituye un período en el cual se tuvo “la situación económica más favorable que se vive en Venezuela durante el S. XIX, junto con una relativa paz social y política, lo que soporta los proyectos modernizadores que impulsa su gobierno” (Méndez, 2011, pp. 36-37). Ese mismo año de 1870 dicho gobierno emite el *Decreto de Instrucción Pública Gratuita y Obligatoria* que reformaba totalmente la enseñanza primaria, así como se estimuló grandemente la producción editorial. Sin embargo, Guzmán Blanco en contrapartida, y por razones de índole política, ordena clausurar la *Academia de Matemáticas* en 1872 transfiriendo los estudios de ingeniería y matemática a la Universidad creando en ésta la *Facultad de Ciencias Exactas* en 1874. Es también la época en la cual las ideas positivistas están en auge en Venezuela y éstas tienen gran difusión a lo largo y ancho del país.

Breve reseña de la *Academia de Matemáticas*

La *Academia* fue una institución que atravesó temporalmente buena parte de la historia venezolana del siglo XIX. Nació a la par del desmembramiento de la “Gran Colombia” y anidó en su seno a lo más granado de los hombres dedicados a las ciencias exactas de aquel entonces.

Este plantel sufrió los avatares de la naciente república, la escasez de recursos y sólo la mística de sus profesores y alumnos la hizo florecer bajo la sabia mano de quien fue su Director por 10 años: Juan Manuel Cagigal, acompañado de otro brillante personaje, el Maestro José Rafael Acevedo y Acal (1800-1864), quien al mismo tiempo y desde 1827 venía ejerciendo como docente en la primera cátedra de matemáticas del país la cual había sido creada ese año en la Universidad. Acevedo acompañó a Cagigal en la *Academia* durante una década.

La *Academia* estaba destinada tanto a la formación de ingenieros civiles como militares. Sus estudios abarcaban tres bienios al final de los cuales se otorgarían respectivamente los títulos de agrimensor, de ingeniero civil o de ingeniero militar. En sus inicios se le consideró adscrita a la Universidad pero Cagigal siempre reportó sus informes al Ministerio de Guerra y Marina. Los primeros egresados fueron 12 agrimensores en 1832 (Cagigal, 1832) y 4 ingenieros militares en 1837 (Cagigal, 1837).

Los textos de estudio empleados eran esencialmente los mismos empleados en la *Academia Militar de West Point* y en la *Escuela de Puentes y Calzadas* de París. Así lo asevera Cagigal en su informe de 1838 (Cagigal, 1838). De hecho Cagigal recibió en 1835 de la academia estadounidense una donación de un lote de libros y en retribución envió a dicha institución una copia de su *Memoria sobre las integrales limitadas*. Así lo señala en su informe de 1836 (Cagigal, 1836). Asimismo en 1835 llegó de Francia la remesa de libros cuya compra había sido encargada.

Después de la salida de Cagigal y de Acevedo como docentes la institución quedó básicamente en manos de quienes habían sido sus discípulos, algunos de los cuales previamente ya habían sido incorporados a la plantilla profesoral.

Como ya se indicó con anterioridad, bajo el gobierno de Antonio Guzmán Blanco y por razones políticas, el plantel fue clausurado en 1872 pasando los estudios ingenieriles a formar parte de las carreras dictadas en la Universidad. Después de una breve reapertura en 1878-1879 la *Academia* desapareció definitivamente como entidad autónoma dejando una profunda huella en la sociedad venezolana la cual recibió numerosos aportes en diferentes ámbitos por parte de los egresados de dicha institución. Uno de tales aportes que merece destacarse particularmente es que muchos de los que fueron alumnos de la institución contribuyeron decididamente a acrecentar la bibliografía nacional de obras didácticas de matemáticas

El autor

Juan Manuel Cagigal (o Cajigal, existe polémica sobre la grafía del apellido) nace en la ciudad venezolana de Barcelona el 10 de agosto de 1803. Era descendiente de una familia española de abolengo, con amplia tradición militar. Sus padres, Gaspar de Cajigal y del Pontón y Matilde Odoardo Bouchet de Grand Pré, contrajeron nupcias en Cumaná en 1801. La familia Cagigal poseía el control político-militar de la región oriental de la actual Venezuela. Don Gaspar ostentó los títulos de comandante militar, juez político y subdelegado de la Real Hacienda de la Provincia de Nueva Barcelona, mientras que su *primo segundo don Juan Manuel de Cajigal y Niño* gobernaba Cumaná de la cual dependía Nueva Barcelona.

Una de las cosas que en muchas ocasiones es señalada inexactamente en torno a Juan Manuel es el árbol genealógico de su familia indicándose de manera incorrecta diversos nexos familiares. Por ejemplo, la consideración indebida de algunas fuentes en torno a don Juan Manuel de Cajigal y Niño a quien suponen tío (hermano del padre) de nuestro personaje, aunque

parece ser (según ciertos estudios genealógicos) que éste en realidad era primo en segundo grado de Gaspar de Cajigal y del Pontón (teniendo en común al bisabuelo). Entonces, en todo caso, desde el punto de vista genealógico tendríamos que decir que Manuel de Cajigal y Niño era *tío segundo de Juan Manuel*, pero no lo era en primera línea.

Ante la muerte prematura de su padre, Juan Manuel y su hermano mayor Alejandro Manuel quedaron a cargo del Mariscal de Campo don Juan Manuel de Cajigal y Martínez (otro pariente lejano de nuestro Juan Manuel) quien llegó a ser Capitán General de Venezuela (1814-1815) y además participó en 1814 en la primera Batalla de Carabobo enfrentando a Simón Bolívar. Este personaje escribió unas interesantes *Memorias* en las cuales juzga y analiza desde su óptica el proceso independentista que se gestó en Venezuela (Cajigal, 1960).

El Mariscal de Campo se encargó de la educación de los hermanos haciéndolos viajar a España para que cursasen estudios en la *Academia de Ingenieros de Alcalá de Henares*. Nuevamente aquí hay controversia: hay unas versiones que indican que Juan Manuel viajó a ese destino en 1815, mientras que otras aseveran que eso fue en 1816. Esta cuestión no ha sido dilucidada aún.

Cajigal ha sido, y sigue siéndolo, un venezolano simultáneamente poco conocido y a la vez relativamente muy publicitado o nombrado. En las líneas que siguen se espera aclarar esta dicotomía o el aparente juicio contradictorio antes enunciado. Ya las imprecisiones en torno a su genealogía y a su ida a España, así como la polémica en torno a la grafía de su apellido (a veces escrito con j y a veces con g) son un claro indicio de ello.

Empecemos por la segunda afirmación, la de ser ampliamente mencionado. De hecho existen instituciones como el Observatorio Cajigal (Caracas) o el Liceo “Juan Manuel Cajigal” y el Teatro Cajigal (Barcelona), las cuales lo tienen por epónimo; asimismo diversas avenidas y calles, en distintas ciudades, llevan su nombre (en Caracas, Barcelona, Cumaná, etc.); comercios diversos han sido bautizados en su honor; tenemos el Municipio Cajigal (estado Sucre) y el Municipio Cajigal (estado Anzóategui) que le deben su nombre, por sólo señalar algunos casos notorios en los cuales aparece mencionado este ilustre venezolano. Asimismo, el asteroide 12359 descubierto por el astrónomo venezolano Orlando Antonio Naranjo, desde el Observatorio Astronómico Nacional de Llano del Hato (Mérida) en 1993, fue bautizado como Cajigal en 2003. También, en el Instituto Pedagógico de Miranda “José Manuel Siso Martínez” se encuentra que allí se conformó un Núcleo de Investigación que lleva por nombre Juan Manuel

Cagigal. Adicionalmente, el entonces Concejo Municipal del Distrito Federal creó en 1956 el Premio Anual “Juan Manuel Cagigal”, el cual la primera vez le fue otorgado al Dr. Francisco José Duarte.

Además, en el segundo patio (Patio “Juan Manuel Cajigal”) del Palacio de las Academias (antigua sede de la Universidad) en su homenaje fue colocada una estatua de Cagigal, por decreto de Guzmán Blanco de 1881.



Figura 1. *Estatua de Juan Manuel Cagigal en el Palacio de las Academias*

Por su lado la Academia Nacional de la Ingeniería y del Habitat instituyó en 2017 el premio “Juan Manuel Cagigal” al mejor libro de la ingeniería y el hábitat. Mientras, en el ámbito militar se otorga una orden al mérito docente designada con el nombre de este ilustre venezolano:

La Orden al Mérito Docente ‘T/C Juan Manuel Cajigal’ fue instituida en 3 Clases el 18 de abril de 2010 con la finalidad de estimular y recompensar a los docentes militares y civiles que presten servicio en los diferentes institutos o dependencias educativas de las FANB.

[...]

La condecoración resalta la memoria del insigne científico militar Juan Manuel Cagigal quien fundara la Academia Militar de Matemáticas y el primer Observatorio Astronómico (SIC), [...] [cursivas añadidas] (Condecoraciones de Venezuela, 2015).

También las FANB tienen en su estructura al Batallón de Ingenieros de Combate Tcnel. “Juan Manuel Cajigal”.

Así, en diferentes ámbitos aparece el nombre de Juan Manuel Cagigal. Pareciera, pues, que nuestro coterráneo es un personaje bastante popular y que ha sido a la vez muy honrado y homenajeado por sus paisanos. Sin embargo, como ya se avanzó con anterioridad y a continuación se muestra esto con más detalle esto no significa que realmente se le conozca bien.

Se encuentra en reiteradas oportunidades que se escriben cuestiones sobre él las cuales desde el primer vistazo son a todas luces falsas; mientras que otras son imprecisas y algunas infundadas. Por ejemplo, hurgando en la Web se hallan bastantes referencias de, y menciones a, nuestro personaje como es el caso de una microbiografía intitulada “Hace 163 años murió *el fundador del primer observatorio astronómico de Venezuela* [cursivas añadidas]” (Navas, 2019), publicada el 11 de febrero de 2019, cuyo título es un sinsentido, lo cual debió ser claro para quien escribió esta nota, ya que su muerte en 1856 precedió a la creación del observatorio acarcida en 1888: ergo no pudo ser su fundador; aunque en el texto sí se indica correctamente que “el 10 de febrero de 1856 [Cagigal] muere en Yaguaraparo” y luego se dice que “en su honor se fundó el 10 de septiembre de 1888 el Observatorio Naval Cagigal”. Caso prácticamente idéntico se encuentra bajo el título “Muere Juan Manuel Cagigal, *fundador del 1^{er}. Observatorio astronómico de Venezuela* [cursivas añadidas]”, con fecha 10 de febrero de 2019, señalándose ciertamente en el texto tanto el año de la muerte de Cagigal como la de la fundación del Observatorio. Pareciera que una de las microbiografías dio pie a la otra, arrastrando un título inadecuado que emite una afirmación falsa, desmentida con los propios datos proporcionados en sus respectivos textos. Este mismo desacierto ya lo presenciamos en el anuncio de la Orden al Mérito Docente `T/C Juan Manuel Cajigal`.

Este gazapo, el de adjudicarle la fundación del observatorio a Cagigal, se encuentra en innúmeras fuentes: Es reproducido en diversos escritos, tanto impresos como en otros que aparecen en la red; así, en enciclopedias (p. e. en Paredes, p. 154), en páginas oficiales como la del consulado venezolano en las Islas Canarias (con el agravante allí que colocan astrológico en lugar de astronómico al referirse al observatorio), en reseñas de órdenes meritorias con su nombre (como la mencionada anteriormente) y un largo etcétera.

Este error, como en muchos otros casos, seguramente procede de una fuente común que sería interesante determinar.

Adicionalmente, polémicas diversas se han suscitado sobre este personaje las cuales van desde lo referente a la grafía de su apellido (si se escribe Cagigal o Cajigal), hasta los estudios por él cursados allende nuestras fronteras patrias y quiénes fueron sus maestros; así como también es motivo de discusión el tipo de enfermedad que lo aquejó en sus últimos años de vida. Asimismo, omisiones y sesgos en torno a sus actividades son también bastante frecuentes.

Ya desde el siglo XIX empezaron a surgir los biógrafos de este ilustre venezolano. La primera biografía de este destacado coterráneo es debida a uno de sus aventajados discípulos: Olegario Meneses (c. 1810-1860), la cual data de 1856, y ha sido reeditada en reiteradas oportunidades (p. e. por el Colegio de Ingenieros de Venezuela, en 1862). Asimismo, este escrito ha sido considerado por muchos como una fuente confiable y segura, siendo las aseveraciones allí formuladas repetidas incontables veces. No obstante el buen historiador ha de someter todo documento a la crítica, tanto en lo que respecta a su autenticidad como en lo referido a la veracidad de su contenido. El caso de Meneses no debe ser la excepción a esta regla de la investigación histórica, a pesar de que él conoció directamente a su biografiado no por ello es necesariamente fidedigno en todas sus afirmaciones. Analicemos, pues, algunas aseveraciones de Meneses.

Partamos de lo expresado sobre Cagigal por Meneses (1877):

El sabio Cauchy (SIC), cuyas lecciones de elevado análisis siguió con asiduidad; Lacroix, Legendre, Navier, Poisson, y el que sobre todos se levanta, el Marqués de la Place, eran las fuentes vivas del saber, de que sacaba copioso alimento la avidez insaciable de su inteligencia (p. 458)

Al respecto hay que contraponer lo que expone Francisco José Duarte, eximio matemático venezolano y un connotado estudioso de la vida de Cagigal y admirador de éste. Señala Duarte (1956) que Luis Correa –al referirse a los maestros de Cagigal en París- se basa en un estudio de Muñoz Tébar, quien a su vez tiene por fuente a Meneses, indicando que

No sé si estudió en la Facultad de Ciencias o en alguno de los grandes liceos de París. *No he encontrado datos seguros de esto [...]. Me parece muy dudoso que Legendre y Laplace hayan sido maestros de Cagigal.* En efecto, en 1823, estos grandes matemáticos contaban 71 años Legendre, y 74 Laplace, y si ambos fueron profesores en la Facultad – de lo cual *no he encontrado confirmación y más bien hechos que hacen dudar*lo- estarían en la época citada ya retirados por límites de edad. [...]. Respecto de los otros científicos citados por Correa, Lacroix tenía entonces 58 años, Poisson 42, Navier 38 y Cauchy 34, y habrían podido ser maestros de Cagigal [cursivas añadidas] (p. 9).

Sobre esto Duarte (1956) agrega –cuestión que en nuestro estudio se ha podido corroborar directamente en la obra de Cagigal- que éste menciona en reiteradas oportunidades a Cauchy y en ninguna de ellas se refiere a él como su maestro. Duarte (1956) expone asimismo que para la época eran justamente los nombrados las grandes figuras de las matemáticas, así que indudablemente Cagigal bebió de estas fuentes y allí podría estar el porqué de la aseveración de que estos personajes fueron maestros de nuestro insigne matemático. Si bien según el criterio de Duarte (1956) parece ser que Cagigal no recibió clases directas con ellos, pero estos personajes sí fueron sus maestros a través de sus obras, especialmente Cauchy fuente de la que bebió ávidamente apropiándose de buena parte del conocimiento del matemático galo.

Efectivamente, leyendo a Correa (1956) se constata que la fuente de éste fue la biografía escrita por Meneses, como bien indica Duarte. Aunque allí él no lo diga lo delata el gazapo de escribir Gauchy en lugar de Cauchy, siguiendo un desliz que cometiera Meneses al escribirlo así y que otros autores como Grisanti (1956) reiteran; además, Correa repite los nombres de los posibles maestros de Cagigal siguiendo de manera casi textual el orden en que los menciona Meneses. Es, pues, clara la filiación de este pasaje de su escrito.

También se ha escrito y polemizado en torno a la enfermedad que lo aquejó al final de su vida. En opinión del destacado médico venezolano, Lisandro Alvarado, Cagigal había sufrido una meningoperiencefalitis difusa. También Arístides Rojas (*Recuerdos de Cajigal*, 1892) y Juan Vicente González se ocuparon de esta faceta de la vida de este egregio sabio. Un atisbo de esto aparece en la biografía escrita por Meneses (1856). Hay quienes discrepan del juicio emitido por Alvarado. El hecho es que “Alvarado interpreta antecedentes hereditarios, confronta testimonios acerca de la conducta extravagante de Cagigal y afianza su diagnóstico en referencias históricas” (Ossott, 1956, p. 13) y no basó su diagnóstico en la relación y observación directas del paciente; es decir, Alvarado no trató a Cagigal como paciente (ni pudo haberlo

tratado ya que nació dos años después de la muerte de éste), sino que hace una diagnosis *a posteriori*, sustentándose en fuentes indirectas (Olegario Meneses, Arístides Rojas, etc.), lo cual puede hacer dudosa la certeza del mismo. Además, el escrito de Alvarado, en donde trata el asunto (*Neurosis de hombres célebres de Venezuela*) fue publicado originalmente en 1893 (Alvarado, 1893), a bastante distancia temporal de los acontecimientos. En palabras del propio Alvarado (1958), él asienta que “este estudio lo comenzaremos con el distinguido ingeniero don Juan Manuel Cagigal, en quien hubo un desarrollo tan característico de la meningo-periencefalitis difusa, que basta un poco de atención para reconocerla” (p. 264). Asimismo, el Dr. Diego Carbonell (1884-1945) a la distancia analiza el mal que aquejó a nuestro ilustre matemático. Entre otras cosas, se refiere a éste señalando que

[...] el caso de Cagigal lo que delata al más sencillo diagnóstico es la la megalomanía, que es uno de los detalles de la parálisis general ya establecida. Ahora bien, esta afección en su primera etapa se ajusta a los síntomas de la *demifolie* estudiada por Grasset, y sea quien fuere el paciente, éste suele sufrir la locura lúcida de Trelat, y es por eso por lo que será muy difícil sorprender la irresponsabilidad en tales sujetos. [...] (Carbonell, 1941, p. 186).

Tampoco se ha salvado de la diatriba la ubicación de los restos mortales de Cagigal. Sobre este aspecto diversos autores tocan el punto (Grisanti, 1956; Pérez Marchelli, 1991).

Sobre su enfermedad y muerte es interesante el testimonio de Carmen Vásquez Ruiz, primera cronista de Yaguaraparo y bisnieta de Juan Manuel Cagigal, en su libro *Juan Manuel Cagigal y Oduardo vida al servicio de la comunidad*, un extracto del cual es publicado por Villarroel (2010).

En líneas generales, opinión similar a la nuestra emite Ameliach (2018), quien expresa que “en la actualidad, 2018, en el estado Anzoátegui existen avenidas, estatuas, un municipio, un teatro y varias unidades educativas que rinden homenaje a Juan Manuel Cagigal, sin embargo, *pocos recuerdan la vida y obra de este ilustre barcelonés* que tanto ha enaltecido a la nación [cursivas añadidas]” (¶ 2).

Por otra parte, son bastante numerosas las biografías y los ensayos escritos sobre este ilustre barcelonés, así como discursos que hacen un recuento de su vida y reseñas de las obras que le han sobrevivido, en buena medida muchos de estos escritos están enmarcados en los estudios acerca de la historia y evolución de las matemáticas y de la ingeniería en Venezuela. Tenemos entre los autores a la ya citada biografía de Meneses (1856); además, están los escritos

de Cárdenas Ramírez (1953), Ossott (1955), Martínez Olavarría (1956), Grisanti (1956), Duarte (1929, 1956), Salas (1981), Pérez Marchelli (1991), Beyer (2003), por sólo mencionar algunos. La más acuciosa, completa y documentada de todas las biografías consultadas es sin duda alguna la debida a Pérez Marchelli (1991).

Es de destacar que sobre este eximio venezolano la mayor parte de las veces se resaltan algunas facetas de su vida, pero muchas veces son obviadas o minimizadas otras que revisten igual importancia para la historia científica y educativa de nuestro país. Cagigal era un individuo multifacético, un verdadero polígrafo: además de su actuación como matemático e ingeniero – siendo ésta la más conocida y notoria de sus actividades e intereses, aunque muchas veces comentada con imprecisiones- él fue también periodista, prosista, botánico, economista, poeta, pintor, político, militar; y ante todo un educador, área en la cual en conjunto con José María Vargas realizó una tesonera e invaluable labor en el marco de la *Dirección General de Instrucción Pública*, amén de su actividad docente dentro de la *Academia de Matemáticas*. Tampoco fue ajeno a la política en la cual participó de manera activa.

Un hecho que es menester aclarar aquí está relacionado con el origen de los estudios matemáticos en el país. Prácticamente toda la literatura escrita en torno a Cagigal lo señala como “fundador de los estudios matemáticos en Venezuela”. Sin demeritar la magna obra de Cagigal habría que matizar la anterior afirmación para ser justos y precisos históricamente. En 1760 el Coronel Nicolás de Castro fundó en Caracas una *Academia de Geometría y Fortificación*, la cual es considerada una de las primeras de su tipo en la Iberoamérica. Posteriormente, fueron creados otros establecimientos semejantes. Ya separada Venezuela del yugo español, El Libertador en conjunción con José María Vargas le cambian el cariz a la Universidad, que pasa a ser republicana y es creada allí una cátedra de matemáticas en 1827, al frente de la cual es colocado el Maestro José Rafael Acevedo. Todos estos hechos son un antecedente a la creación de la *Academia de Matemáticas* propuesta y regentada por el ilustre Cagigal. Así, pues, la *Academia* no debe ser puesta como el inicio de los estudios matemáticos en el país.

Lo cierto del caso es que la *Academia* constituyó un verdadero paso adelante y se convirtió en el instituto de mayor nivel en la enseñanza de las ciencias exactas en el país, manteniendo dicho estatus a lo largo del tiempo. En razón de ello es necesario hacer una rectificación histórica y se estima que considerar a Cagigal como el “fundador de los estudios matemáticos en Venezuela” no es correcto, no se aviene con los hechos históricos. A Cagigal le corresponde es

ser el *fundador de los estudios de matemáticas superiores en Venezuela*, ese es el verdadero papel que le tocó jugar o como lo aseveran Calatayud y García (1990), al decir que “Juan Manuel Cagigal debe ser considerado como el *iniciador de los estudios matemáticos modernos* en el país [cursivas añadidas]” (p. 90).

La obra: *Memoria sobre las integrales limitadas*

Ya habiendo destacado a su autor se pasará ahora a la consideración de una de sus principales obras, o tal vez la principal desde el punto de vista matemático, la cual fue editada póstumamente. Salvo ésta sus demás escritos matemáticos tuvieron un destino incierto excepción hecha de un *Apéndice* al *Álgebra* de Lacroix. Al respecto Duarte señala:

Cagigal dejó solamente, que sepamos, tres trabajos matemáticos: la *Memoria sobre las integrales limitadas*, [...]. Las otras dos memorias están inéditas. Una de ellas *Sobre el movimiento del péndulo*, de puño y letra de Cagigal, sin fecha., y la otra, *Sobre el cálculo de variaciones*, copia de Ángel María Aguerrevere, con fecha 13 de marzo de 1838 (Duarte, 1956, p. 9).

Duarte menciona otras obras atribuidas a Cagigal que él dice no conocer. Las otras dos memorias mencionadas por Duarte como inéditas están extraviadas aunque hay una descripción de las mismas en un discurso de él (Duarte, 1956).

El libro de Cagigal que aquí se analiza se intitula *Memoria sobre las integrales limitadas* y la edición impresa a la que se hace referencia data de 1929. Es ésta la única edición conocida y aparentemente la única que se hizo de esta obra. No se ha encontrado en ninguno de los catálogos consultados de los principales editores y casas libreras o en estudios sobre el siglo XIX referencia alguna a ediciones impresas de la obra. Tampoco hay referencia alguna a ediciones posteriores a la de 1929. Además, las alusiones al escrito realizadas por los estudiosos señalan la de 1929 como la única. En consecuencia, no cabe duda que todas las copias del libro que circularon previamente lo fueron en forma de manuscritos, incluida la que el propio autor envió a la *Academia Militar de West Point*. Al igual ocurrió con las otras dos obras inéditas mencionadas por Duarte. Señala Pérez Marchelli (1991) que “una copia manuscrita incompleta se encuentra en el archivo del general Carlos Soublette” (p. 123). La que fue la base para la edición de 1929 era un manuscrito que hizo Vicente Lecuna de un manuscrito realizado por Manuel María Urbaneja.

La ausencia de una edición impresa en el siglo XIX es explicable por cuanto para la época hacía pocas décadas que la imprenta había sido introducida en territorio patrio, amén del hecho

de que para ese entonces apenas se habían impreso en el país cinco (5) obras de matemáticas elementales, contabilizando libros, folletos y hojas sueltas (Beyer, 2012, 2013). Además, es de hacer notar que la publicación de un libro de matemáticas requería de tipos de imprenta especiales para la simbología propia de la disciplina. Éstos eran más sofisticados aún al tratarse de una obra de matemáticas superiores, eran costosos y tal vez no estaban a la disposición de los editores de aquel momento.

De hecho, aún en la edición impresa de 1929 por razones tipográficas a lo largo del discurso (en la parte textual pero no así en las fórmulas) en lugar del símbolo integral se coloca una S y se sustituye el símbolo de derivada parcial por d como si fuesen derivadas usuales. Es de suponer que este artificio empleado por el impresor fue la mejor manera de subsanar las complicaciones que surgían de la incorporación de tales símbolos dentro del texto y éste muy posiblemente fuese sugerido por el propio Duarte.

La *Memoria sobre las integrales limitadas* es un impreso de 98 páginas en formato 8° (24 cm), publicado en Caracas por un conocido taller de impresión de la época: *Editorial Empresa Gutenberg*. El texto de Cagigal viene precedido por un prefacio y seguido por unas notas todo ello redactado por Francisco José Duarte quien fue el que dio la obra a la imprenta.

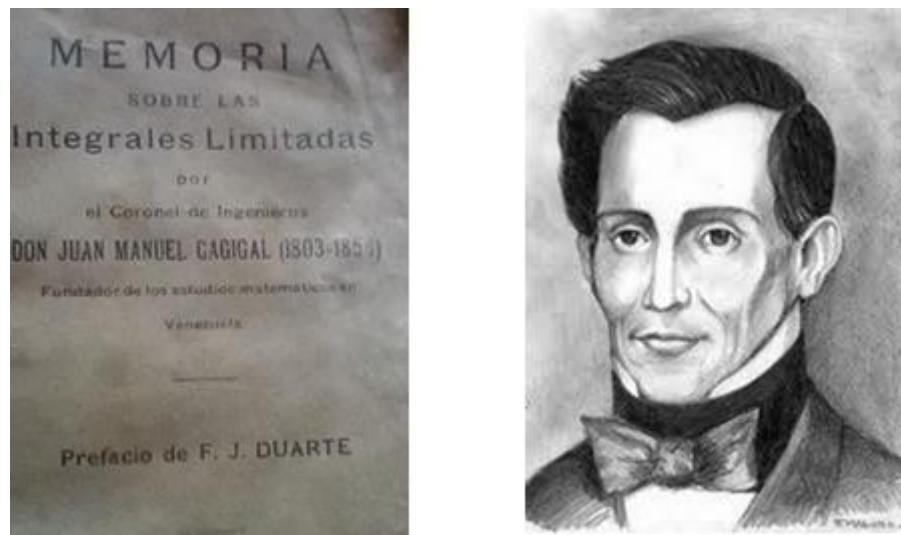


Figura 2. Tapa de la *Memoria sobre las integrales limitadas* publicada en 1929 y retrato de su autor

Sobre la edición de la obra Duarte (1929) expresa:

La idea de publicar este trabajo como un homenaje a la memoria del fundador de los estudios de Matemáticas en Venezuela, se debe al Sr. Dr. Vicente LECUNA. Perdidos desde hace mucho tiempo los originales de los trabajos científicos de CAGIGAL, el Dr. Lecuna conservaba una copia de la *Memoria sobre las integrales limitadas*,

tomada por él de la que a su vez había hecho del original el Dr. M. M. URBANEJA, discípulo de Cagigal (p. III).

En lo concerniente al año en que Cagigal escribió el libro hay incertidumbre. El manuscrito suministrado por el Dr. Lecuna carecía del dato y era además una copia de otra copia. Sobre este particular refiere Duarte (1929) que Luis Correa le suministró una información que permitía establecer la fecha aproximada en que fue escrita la *Memoria*. Según Duarte se trata de uno de los informes elaborados por Cagigal acerca de la marcha de la *Academia de Matemáticas*, específicamente el del 20 de diciembre del año 1834, el cual cita así:

He depositado en la biblioteca de la Academia algunas de las obras que sirven de texto en la escuela militar de West Point, que con el reglamento de estudios, se dignó remitirme su director, en cambio de una memoria sobre las integrales entre límites, que tuve la honra de presentar a aquel establecimiento por mano del Sr. Salvador Rivas (Cagigal en Duarte, 1929, p. IV).

Basándose en este dato Duarte (1929) concluye que la *Memoria* “fue escrita probablemente en aquel mismo año o en todo caso, en fecha no muy anterior a 1834” (ídem).

No obstante es necesario aquí hacer una rectificación a la información proporcionada por Duarte (1929). Consultando dicho informe (Cagigal, 1834) *no se encuentra que Cagigal haga allí señalamiento alguno sobre la Memoria. La cita en cuestión a la que se refiere Duarte se encuentra en el Informe de Cagigal de enero de 1836* (Cagigal, 1836).

¿Será entonces necesaria una rectificación histórica a la propuesta de Duarte acerca de la posible fecha de elaboración de la obra? Analicemos esto con cierto detalle a la luz del contexto de la época. A pesar de que entre ambos informes media un espacio de tiempo de apenas un año, el de 1835, es de recordar que justamente en ese lapso ocurrió un acontecimiento singular cuyos coletazos alcanzaron parte de 1836: un alzamiento militar contra el presidente Vargas, encabezado por el General Santiago Mariño, movimiento conocido como Revolución de las Reformas.

Cagigal y los alumnos de la *Academia* salieron a combatir a los alzados en apoyo al gobierno de Vargas. Pérez Marchelli (1991) explica en torno a esto que

Cajigal defiende la Constitución y pasa a ser primer ayudante del estado mayor del general Felipe Macero, en los Valles del Tuy. Con esa fuerza entra a Caracas el 28 de julio [...]. Por esa época, Cajigal también estuvo bajo las órdenes del general José de la Cruz Paredes. [...].

En el sitio de Puerto Cabello [...] combate a los reformistas.

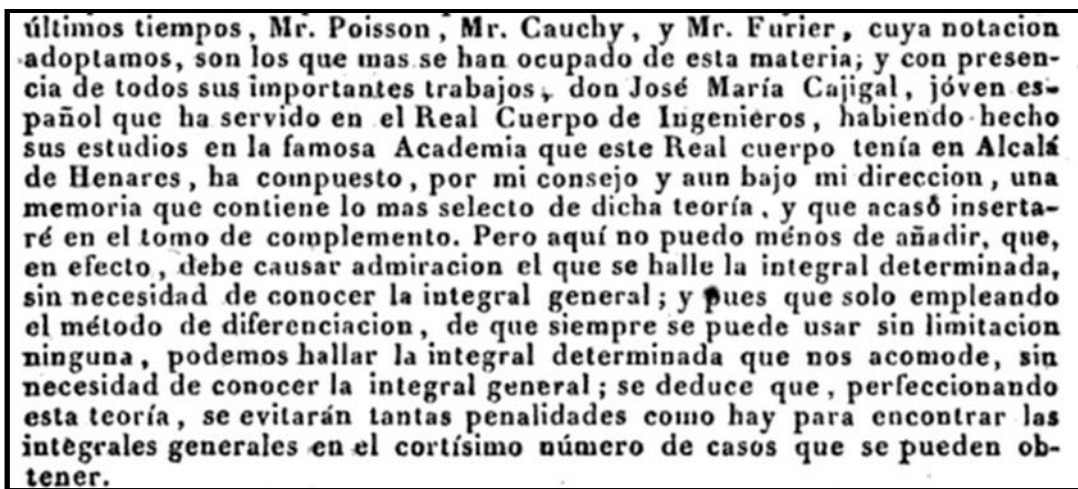
[... en octubre] como ayudante del general José María Carreño, actúa en la acción de Guaparo, cerca de Valencia (p. 15).

La sucinta descripción anterior del accionar militar de Cagigal durante el año 1835 indica a las claras la material imposibilidad de que haya escrito la obra durante este período. Así, la ubicación de la escritura de la *Memoria* como anterior a 1834 estimada por Duarte parecería razonable a pesar del error de fecha cometido por él al hacer referencia al informe de Cagigal.

Otro atisbo sobre el asunto se encuentra en Ossott (1956) quien alude a una misiva que el matemático español José Mariano Vallejo le enviara a Cagigal en 1828, invitándolo a ejercer una plaza como docente en Madrid y que allí “*podría explicar una memoria que tiene en estudio y que espera pronto realizar* [cursivas añadidas]” (p. 11). Ha de sospecharse que se tratara justamente de la *Memoria sobre las integrales limitadas*.

Si bien no ha podido establecerse la fecha precisa en la cual fue escrito el texto no obstante esa carta de Vallejo haría posible ubicar un período de tiempo dentro del cual se hubiese producido tal hecho. Estos datos acotarían el tiempo *entre 1828 y 1834*.

Sin embargo se ha podido encontrar una fuente adicional: un interesante texto en cuyo *Prólogo* escrito por Vallejo para una de sus obras en el cual éste alude a un Cagigal y a una obra similar a la que estamos estudiando, aunque los nombres de pila del personaje allí mencionado no se corresponden con los del ingeniero venezolano. Pero, todo parece apuntar que sí se trata de nuestro Cagigal.



últimos tiempos, Mr. Poisson, Mr. Cauchy, y Mr. Furier, cuya notacion adoptamos, son los que mas se han ocupado de esta materia; y con presencia de todos sus importantes trabajos, don José María Cagigal, jóven español que ha servido en el Real Cuerpo de Ingenieros, habiendo hecho sus estudios en la famosa Academia que este Real cuerpo tenía en Alcalá de Henares, ha compuesto, por mi consejo y aun bajo mi direccion, una memoria que contiene lo mas selecto de dicha teoría, y que acaso insertaré en el tomo de complemento. Pero aquí no puedo ménos de añadir, que, en efecto, debe causar admiracion el que se halle la integral determinada, sin necesidad de conocer la integral general; y pues que solo empleando el método de diferenciacion, de que siempre se puede usar sin limitacion ninguna, podemos hallar la integral determinada que nos acomode, sin necesidad de conocer la integral general; se deduce que, perfeccionando esta teoría, se evitarán tantas penalidades como hay para encontrar las integrales generales en el cortísimo número de casos que se pueden obtener.

Figura 3. Extracto del *Prólogo* de Vallejo (1832, p. IV) mencionando una *Memoria* de José María Cagigal

Dentro del cuerpo del texto Vallejo (1832) vuelve a hacer mención al asunto, señalando que

Euler es el primero que se ha ocupado de este asunto en su Cálculo Integral; Mr. Lacroix insertó oportunamente en sus obras el trabajo de Euler; después lo han adelantado y perfeccionado Mr. Poisson, Mr. Cauchy, y Mr. Fourier; y por último, *el trabajo más completo sobre este particular, era el que preparábamos don José María Cagigal, y yo, según hemos indicado en el prólogo, á causa de que en mi concepto, ni esta materia se halla todavía desenvuelta con la claridad que corresponde, ni parece que se le ha dado toda la importancia que en sí tiene; pues es lo mas grandioso que se puede concebir el que se encuentre la integral determinada sin necesidad de conocer la integral general [cursivas añadidas] (p. 457).*

El párrafo citado forma parte de la segunda edición del libro (Vallejo, 1832), pero está ausente en la edición anterior (Vallejo, 1813).

Las coincidencias son demasiadas para pensar que se trate de una mera casualidad aún cuando el nombre de pila mencionado, José María, no se corresponda con el del venezolano. Señalemos las coincidencias: Vallejo dice que se trata de un joven español que estaba en Alcalá de Henares lo cual coincide con Juan Manuel quien era hijo de españoles nacido cuando Venezuela aún era una colonia y su familia era realista, amén de que al momento de partir para España no había acabado aún la Guerra de Independencia, por lo tanto era natural asignarle esa nacionalidad; también el barcelonés había estudiado en Alcalá de Henares y en 1823 se fue a París a donde también se había trasladado Vallejo ese año. Asevera Duarte (1945) que “fue entonces cuando Cagigal conoció al mencionado matemático español Vallejo quien le ofreció, en 1828, algunas cátedras de Matemáticas en Madrid” (p. 120), aunque no es descartable que ellos ya se hubiesen conocido previamente en España cuando Cagigal estudiaba en ese país.

Pero lo más significativo es que la temática descrita por Vallejo es justamente la tratada por Juan Manuel Cagigal en su *Memoria*. Todo eso parece conducir a identificar ambos cagigales y suponer que se trata de la misma persona que por un lapsus Vallejo refiere con los nombres de pila cambiados. Ello pudo deberse a que nuestro Cagigal firmaba muchas veces sólo con las iniciales de sus nombres de pila seguidas del apellido (aunque en oportunidades lo hacía con el nombre completo, ver Figura 4) y a que el nombre José María el cual tiene las mismas iniciales era muy común en aquella época, aunado al hecho de que no es raro que personas se traten por sus respectivos apellidos y no por sus nombres de pila.



Figura 4. Firmas de Cagigal, con sólo las iniciales del nombre de pila y con los nombres completos

Lo comentado por Vallejo puede conducir a pensar que la *Memoria* la escribió Cagigal en Francia cuando mantenía estrechos vínculos con Vallejo o por lo menos surgió del intercambio de ideas entre ambos.

En todo caso no hay suficientes elementos para determinar con precisión el año de elaboración del manuscrito y sólo es dable formular algunas hipótesis como las antes analizadas.

Descripción y análisis de la *Memoria sobre las integrales limitadas*

De seguidas se pasará al estudio de la *Memoria* de Cagigal. Con respecto al título es de señalar que *integrales limitadas* era un término que se usaba en la época de Cagigal para referirse a lo que hoy comúnmente denominamos integrales definidas en los cursos iniciales universitarios.

La obra está dividida en nueve secciones o capítulos, a saber:

- § 1 Nociones preliminares
- § 2 Propositiones generales
- § 3 Valores de las integrales limitadas deducidos del valor de la integral general
- § 4 Valores de las integrales limitadas cuando no es posible obtener el valor de la integral general
- § 5 Fórmulas generales
- § 6 Raíces iguales
- § 7 Generalización de las fórmulas (E) y (K)
- § 8 Otras fórmulas generales
- § 9 Diferenciación bajo el signo integral

Veamos brevemente de qué trata cada una de las secciones que conforman la obra.

En la primera de éstas Cagigal introduce la noción de integral definida y aprovecha además el autor esta sección para, de entrada, explicar o justificar la obra, señalando que

la teoría de las integrales limitadas es una de las más importantes del Análisis por sus numerosas aplicaciones a la Geometría, a la Mecánica y a la Física, la rectificación de las curvas, la evaluación de las superficies y volúmenes; la determinación de los centros de gravedad y de la figura de los planetas (Cagigal, 1929, p. 1).

En este § 1, de manera breve, ocupando apenas algo más de cuatro páginas, introduce la idea de integral limitada (integral definida), basándose en la definición dada por Cauchy, considerando una función real continua que sólo toma valores finitos entre los límites de integración. Para ello toma una partición del intervalo determinado por los límites de integración, calcula la suma de las áreas de los rectángulos que tienen por base el segmento que tiene por extremos dos puntos consecutivos de la partición y por altura el valor de la función (en el extremo izquierdo del intervalo en un caso y en el derecho en el otro), pasando luego a tomar el límite de cada una de tales sumas. Para simplificar los cálculos asume que los valores de la partición están en progresión aritmética. Los valores de tales límites constituyen una cota inferior (una cota superior) del valor de la respectiva integral definida. Para mejorar la aproximación pasa a considerar el promedio de los valores anteriores. Finalmente ejemplifica esto para el caso de la integral que tiene por primitiva la arcotangente, tomando como límites de integración 0 y 1.

Para fines comparativos hemos acudido a la obra original de Agustín-Louis Cauchy (1789-1857). Hemos consultado una selección, traducida al castellano (Cauchy, 1994), de algunos capítulos del *Curso de análisis* publicado por Cauchy en 1821 y de algunas lecciones de la obra *Lecciones sobre el cálculo infinitesimal*, impresas en 1823. Puede observarse como resultado de la comparación que el § 1 del libro de Cagigal es básicamente un extracto de parte del contenido de la lección 21ª de las *Lecciones sobre el cálculo infinitesimal* (Cauchy, 1994, pp. 287-293), siguiendo el venezolano el enfoque y la notación del matemático galo; mientras, el ejemplo final es tomado de la lección 22ª de la misma obra (Cauchy, 1994, p. 300).

Por su parte, en el § 2 se introducen algunas propiedades y teoremas clásicos del cálculo integral (como los que aparecen en Bronshtein y Semendiaev, 1977, pp. 441-443) que permiten el cálculo de la integral de una suma; de la integral obtenida al descomponer el límite de integración superior como suma (Teorema de la división de la integral); de la integral que se obtiene al intercambiar los límites de integración; el Teorema del Valor Medio para el cálculo integral, el Teorema de Leibniz-Newton y el Teorema Fundamental del cálculo integral.

Estos resultados son enunciados y demostrados por Cagigal y reflejan en buena medida que éste sigue la exposición presentada en la lección 22ª de Cauchy (1994, pp. 295-301). Cagigal expone aquí la derivada de la integral con respecto a los límites considerados como variables, Asimismo, en esta sección, nuestro autor procede a explicar la derivación bajo el signo integral.

Luego, aplica Cagigal esta fórmula para calcular “la atracción que ejerce un esferoide sobre un punto exterior” (Cagigal, 1929, p. 12). Aparece aquí la conocida *ecuación de Laplace*.

En la sección § 3 Cagigal pasa a preguntarse qué ocurre si deja de cumplirse alguno de los presupuestos considerados en el § 1. Considera aquí los casos en los cuales o bien se tienen límites de integración infinitos o bien se tiene que el valor de la función se hace infinito en el intervalo de integración (bien sea en un punto interior o en la frontera); eso es lo que usualmente en los cursos de cálculo integral llamamos integrales impropias. Acude aquí, para simplificar los cálculos, a transformar la integral original en una cuya evaluación sea más asequible: “cuando los límites de una integral sean iguales y de signos contrarios, es fácil transformarla en otra, cuyos límites sean cero y el límite positivo” (Cagigal, 1929, p. 16). Con ello pasa a calcular a título de ejemplo varias integrales impropias considerando para ello la integral general o primitiva correspondiente.

La siguiente sección, la § 4, está dedicada –como lo indica su título– a encontrar los “valores de las integrales limitadas cuando no es posible obtener el valor de la integral general” (op. cit., p. 20); vale decir, calcularlas cuando no es posible encontrar una primitiva. Para ello apela a una serie de propiedades en las cuales intervienen integrales cuyos valores se pueden encontrar. Entre los diversos ejemplos que resuelve destaca la integral de Gauss.

Emplea aquí entre otros métodos, cuando la integral depende de un parámetro, el de diferenciación con respecto a éste, así como un método basado en considerar integrales dobles. En el desarrollo del tema aparecen series y ecuaciones diferenciales. Comenta Cagigal que “se han elegido de intento los ejemplos anteriores, para que se viera toda la fecundidad de la integral de LAPLACE que nos ha servido de punto de partida [...]” (op. cit., p. 28). Más adelante advierte:

El artificio analítico de que nos hemos servido en los ejemplos anteriores y que consiste en hallar ecuaciones diferenciales entre las integrales limitadas y los parámetros que ellas encierran, si bien pudiera emplearse con buen éxito en algunos otros casos particulares, no es menos cierto, que en general sus aplicaciones serán limitadas por cuanto requiere que la integral se reproduzca al cabo de una o más diferenciaciones, condición a que solo se prestan algunas de las funciones circulares y exponenciales (op. cit., p. 30).

Así, apelando al expediente de la igualdad, bajo ciertas condiciones, de la integral doble al cambiar el orden de integración Cagigal calcula diversas integrales.

Ahora, en las secciones subsiguientes, el autor se plantea mostrar fórmulas generales para calcular integrales definidas, cuando no se cumple la igualdad de las integrales dobles de una función bivariada $F(x, y)$ al cambiar el orden de integración. Al ser distintos los valores de las integrales él considera y estudia la diferencia entre éstos, la cual “da una relación entre las integrales definidas, la que permite determinar el valor de un gran número de estas integrales” (Duarte, 1929, p. II). A continuación, el § 5 se dedica al estudio cuando las raíces de la ecuación $F(z)=0$ (con z complejo) son distintas, lo cual lo conduce a tres casos abordados en el texto. En el § 6 pasa a estudiar lo que ocurre cuando las “raíces fuesen iguales, todas o varias de ellas” (Cagigal, 1929, p. 64). En el § 7, Cagigal da un nuevo paso en aras de la generalización, extendiendo las fórmulas halladas en las dos secciones anteriores.

Cubriendo otro flanco del cálculo integral Cagigal en el § 8 expone otras fórmulas generales indicando que

se pueden deducir fórmulas no menos generales que las que acabamos de encontrar [se refiere a las halladas en el § 7], y que suministrando el valor de algunas integrales que aquellas no podrían dar, completan cuanto nos resta de exponer acerca de las integrales limitadas (op. cit., p. 71).

Culmina Cagigal el libro retomando en el § 9 la diferenciación bajo el signo integral, advirtiendo que lo antes explicado sobre este punto era válido sólo cuando “la función conserva un valor finito entre los límites de integración” (op. cit., p. 79). Ahora pasa a considerar el caso contrario, para el cual “es menester descomponer la integral limitada en otras dos, tales que ninguna de ellas pase por el infinito entre los límites de integración, y considerarla como el límite hacia el cual converge esta suma” (ídem). A su vez, vuelve al ejemplo expuesto en el § 2, pero ahora considerando que el punto atraído pertenece a la masa del cuerpo atrayente; es decir “halla la fórmula de Poisson, en la teoría del potencial, caso de la atracción sobre un punto interior a la masa atrayente” (Duarte, 1929, p. II).

Opiniones y juicios sobre la *Memoria sobre las integrales limitadas*

Una vez realizado un estudio sucinto del contenido de la obra se pasa ahora a emitir un juicio acerca de algunos elementos de la misma.

Para comenzar este aspecto es de anotar aquí que Cagigal en el § 5 critica duramente el método de los residuos de Cauchy. Al respecto el autor dice:

Este cálculo [se refiere al cálculo de los residuos], no obstante los esfuerzos que ha hecho su autor para extender su uso, no ha merecido

aceptación, hemos creído no deber emplear otras consideraciones que las que se derivan de las nociones del Cálculo infinitesimal. Bien sabemos cuán grande es la influencia de una notación feliz, no ya para originar ideas, porque el Análisis es solo un instrumento que sólo devuelve las que se le confían, sino para facilitar sus combinaciones, abreviando considerablemente el discurso; y en verdad que no es de esta clase la propuesta por M. CAUCHY, puesto que hasta ahora ninguna cuestión se ha resuelto por el cálculo de los residuos, que merezca el nombre de nueva, que exceda las fuerzas del cálculo ordinario. Aun pudiéramos decir que el cálculo de los residuos no es más que el cálculo diferencial enmascarado [...] (op. cit., p. 40).

Sobre este particular la autorizada voz de Duarte expresa:

No debemos pasar en silencio la crítica que hace Cagigal del cálculo de los residuos. [...]. Cagigal no ve en este método, que dice, no ha sido aceptado, sino una simple notación que oculta las operaciones comunes del cálculo diferencial. Para excusar este juicio hay que tener muy presente que el autor escribía hace poco menos de un siglo, como hemos dicho ya. Como se sabe, el cálculo de los residuos es hoy día clásico y sus aplicaciones a la teoría de funciones son numerosas y muy importantes. En realidad el cálculo de los residuos es más que una simple notación [...] (Duarte, 1929, p. II).

La historia demostró que el juicio que Cagigal formuló sobre el método de los residuos estaba equivocado. Esto no disminuye en nada su talla de matemático sino más bien lo enaltece el hecho de tener pensamiento propio, no ser un servil seguidor de las ideas de otro y atreverse a criticar a un colega, por muy encumbrado que éste se encontrara.

Vale la pena hacer aquí una acotación al margen: el error es un fiel compañero de viaje de quien investiga y la historia demuestra que aún los grandes personajes de las ciencias, como Newton, los cometieron. Pero, aún hay más, a partir de los errores –de su análisis- han surgido en más de una oportunidad ideas brillantes y novedosas.

La revisión de la *Memoria* de Cagigal permite aseverar que evidentemente *no se trata de un trabajo con resultados matemáticos originales*, aquellos a los cuales arriba un matemático investigador, y esa tampoco era la pretensión de Cagigal al escribir su libro. Se trata más bien de una obra de carácter didáctico que habría de servir de apoyo para la enseñanza de esos tópicos. Creemos que esencialmente estaba destinada al tipo de alumnos como los de la *Academia de Matemáticas* de la cual llegó a ser director. En términos modernos se diría que nuestro matemático hizo una *Transposición Didáctica* de parte de la obra de Cauchy conjugándola con los resultados de una pléyade de brillantes matemáticos europeos.

Para el momento de su aparición el desarrollo de las ciencias exactas en Venezuela era escaso, y si bien antes de su aparición y después circularon obras de matemáticas superiores, en particular de cálculo, como las de Bails, Vallejo, Lacroix, Bezout, Euler, las del propio Cauchy, etc. (Beyer, 2020), la de Cagigal resultaba novedosa por su actualidad y además fue el escrito de mayor nivel matemático elaborado por un venezolano durante el siglo XIX.

Duarte (1929) juzga la importancia de la *Memoria* por su valor histórico, por el papel que jugó su autor dentro del desarrollo de las ciencias exactas en el país y por ser el único escrito matemático completo de Cagigal que todavía se conserva, criterios a los cuales nos suscribimos.

La obra muestra profusión de ejemplos en los cuales Cagigal expone cómo se aplican las propiedades y teoremas que él va enunciando, dándole un sentido práctico al libro, lo cual no es óbice para a su vez adoptar una posición más formal, teórica, donde así se requiera; es decir, a la par de la ejemplificación Cagigal va demostrando las proposiciones matemáticas que presenta. El autor va escalando progresivamente niveles de complejidad y generalización crecientes en su exposición.

Es interesante anotar que Cagigal, aunque lo explica, no enfatiza en el uso del Teorema Fundamental del Cálculo para hallar los valores de las integrales definidas a partir de las integrales indefinidas (o primitivas), sino se decanta por otros métodos, por cuanto la mayoría de su exposición se basa en evaluar integrales definidas de funciones que carecen de una primitiva elemental. Esto contrasta notoriamente con el estilo de enseñanza actual -y desde bastante tiempo atrás- del tópico, la cual está centrada más bien en el cálculo de primitivas y escasamente se proporcionan otros métodos para evaluar ciertos casos particulares de integrales que carecen de primitiva elemental, como la integral de Gauss.

El caso es, como lo señala Duarte (1956), que parece ser que “Cagigal supone conocidos del lector todos los métodos elementales de integración y las integrales de las funciones elementales” (p. 11).

Muchos de los aspectos resaltados como característicos de la *Memoria* son de tipo didáctico-pedagógico y están muy en sintonía con el enfoque que propugnaba Vallejo (1832) en su obra. Duarte (1945) la conceptúa como “un resumen de las teorías de Cauchy sobre las integrales definidas” (p. 120) lo cual coincide plenamente con la comparación que hemos efectuado entre la *Memoria* de Cagigal y los escritos de Cauchy (1994).

Desde el punto de vista del desarrollo de las matemáticas para aquel momento, Duarte (1929) precisa que “la época de CAGIGAL fue, puede decirse, el momento de transición entre el Análisis antiguo, compendiado en el gran Tratado de LACROIX y el moderno, derivado principalmente de los trabajos de CAUCHY y ABEL” (p. I). Es éste un aspecto fundamental para juzgar el nivel matemático de la obra.

A lo largo del libro Cagigal menciona lo más granado de la pléyade de matemáticos galos: Cauchy, Poisson, Laplace, Legendre, etc., sus pretendidos maestros; así como también nombra a otros grandes matemáticos europeos como Abel, Taylor, MacLaurin, Wallis, Parseval y Euler. Esto hace ver que más allá de la polémica acerca de quiénes fueron sus maestros dentro de un aula Cagigal abrevó en las más excelsas fuentes matemáticas europeas, especialmente las francesas. Conocía pues buena parte de la matemática del momento.

En relación con la obra en estudio Ossott (1956) decía:

No se puede esperar hoy en día encontrar en este estudio sobre integrales limitadas escrito hace más de ciento veinte años, las teorías del análisis moderno. En cambio su trabajo representa para nosotros *un documento de valor histórico incalculable, ya que es uno de los pocos trabajos completos sobre matemáticas [superiores, del siglo XIX,] que se han podido conservar* [cursivas añadidas] (p. 80).

Una visión sintética e interesante acerca de la *Memoria* la exponen Calatayud y García (1990) quienes expresan:

La principal obra de Juan Manuel Cagigal y única que se conserva *Memoria sobre integrales limitadas*, aunque no posee ningún resultado original, contiene un conjunto de proposiciones debidas a Euler, Cauchy, Laplace, Poisson y Bidone a menudo demostradas de manera corta y sencilla. Se caracteriza dicha obra por su orden y claridad, lo que la convierte en el más importante texto matemático escrito en el país hasta el siglo XX (p. 90).

En esencia, compartimos las apreciaciones antes citadas. Ellas recogen resumidamente muchos de los argumentos expuestos por nosotros en líneas anteriores.

Para finalizar, reseñaremos una singularidad de la obra. El matemático que más menciona Cagigal en su libro es Cauchy a quien, a pesar de nunca aseverar que se tratase de su profesor, le da un tratamiento particular nombrándolo siempre como M. Cauchy, es decir “Monsieur Cauchy”; tratamiento que sólo en otra ocasión le da a otro matemático: al italiano Giogio Bidone, a quien se refiere como M. Bidone (op. cit., p. 55) la última vez que lo nombra. Es ésta

una curiosidad de la obra. ¿Qué quiso transmitir Cagigal con ese tratamiento preferencial para Cauchy?

De lo que no cabe duda, como lo refiere Duarte (1945) y lo que arroja nuestro análisis de la obra es que la *Memoria* prueba que Cagigal asimiló las doctrinas del ilustre Cauchy y además fue un gran difusor de las mismas. Asimismo,

La enseñanza de las ciencias matemáticas impartida por Cajigal a sus discípulos, así como la concepción de la Academia de Matemáticas, no son sino reflejo de sus experiencias en el Real Cuerpo de Ingenieros de Alcalá de Henares, de la Escuela Politécnica de Puentes y Calzadas de París, y, seguro, del Colegio de Francia (Pérez Marchelli, 1991, p. 58).

Algunas conclusiones

En este estudio, después de una exhaustiva revisión bibliográfica, se tomó nota de la existencia de numerosas controversias acerca de Cagigal las cuales van desde la grafía de su apellido, pasando por los nexos familiares de Juan Manuel con otros cagigales integrantes de su familia, hasta las que se plantean en torno a los títulos académicos por él obtenidos así como de quienes fueron en realidad sus maestros en España y Francia. Además de las discrepancias entre los parentescos entre varios miembros de la familia Cagigal son fuente de polémica diversas fechas como la de su viaje a Europa y la de la elaboración de su *Memoria*. También la polémica abarca el destino de sus restos y el tipo de enfermedad que lo aquejó en sus últimos años de vida. Sobre algunas de dichas discrepancias y controversias se hacen ciertas aclaratorias pertinentes.

Existen múltiples referencias acerca de nuestro personaje que son o bien imprecisas o incluso erróneas como la de atribuirle la fundación del observatorio que lleva su nombre lo cual es totalmente falso por cuanto tal hecho aconteció realmente mucho tiempo después de su muerte. En este estudio se hacen algunas precisiones necesarias.

Se pudo establecer con bastante exactitud el vínculo familiar existente entre el padre de Juan Manuel Cagigal y otros parientes como Gaspar de Cajigal y del Pontón, y Juan Manuel de Cajigal y Niño.

Este estudio ha permitido corroborar la ausencia de ediciones impresas de la *Memoria* sobre las integrales limitadas previas a la realizada por Francisco José Duarte en 1929. Todas las que circularon lo hicieron en forma de manuscritos. Asimismo, tampoco se ha encontrado escrito alguno que analice la obra más allá de las escasas cuatro páginas que Duarte dedica al

Prefacio de la edición publicada en 1929. En este sentido lo aquí presentado constituye un trabajo pionero.

En este estudio nos adentramos en el asunto referido a la fecha de elaboración de la Memoria pudiendo en primer término, mediante los datos recopilados, acotar un lapso probable que abarca el período comprendido entre 1828 y 1834 dentro del cual esto pudiera haber acontecido. Sin embargo, también pudo obtenerse un dato no reportado en investigaciones y estudios previos, el cual se extrajo de un escrito de Vallejo publicado en 1832 en el que se cita a un tal José María Vallejo cuya descripción concuerda bien con la de Juan Manuel, así como se describe un trabajo que iba a ser escrito entre Vallejo y el citado José María, trabajo altamente similar a la Memoria. Nuestro análisis sugiere que existe una gran posibilidad de que el tal José María sea en realidad Juan Manuel Cagigal y sólo por un desliz al momento de escribir hubo una confusión de nombres. De poderse corroborar que efectivamente se trata de nuestro Juan Manuel ello conllevaría a sugerir que la Memoria hubiera sido escrita en Europa antes del retorno de Juan Manuel Cagigal a Venezuela a finales de 1827. Por los momentos sólo es dable establecer hipótesis fundamentadas sobre este asunto el cual ameritaría seguir siendo dilucidado.

Con respecto al enfoque y orientación que sigue su autor, mediante la comparación realizada entre el escrito de Cagigal y los de Cauchy ha podido establecerse que aquél sigue de cerca buena parte de la exposición que sobre esta temática realizó el matemático galo, ello entreverado adecuadamente con diversos resultados logrados por lo más granado de la pléyade de matemáticos europeos como Poisson, Laplace, Legendre, Abel, Taylor, MacLaurin, Wallis, Parseval y Euler, con lo cual demostraba Cagigal estar al tanto del desarrollo y de los adelantos de la disciplina así como el haberse empapado de los mismos.

En particular, la *Memoria* de Cagigal muestra fehacientemente que su autor era un amplio conocedor de las nuevas tendencias e ideas que sobre el Cálculo circulaban en Europa, como las introducidas por Cauchy, y con su obra y su labor docente en la Academia se convirtió en uno de los grandes difusores de las mismas en estas tierras durante el siglo XIX.

Sobre la contribución de la obra en sí cabe concluir que ésta no es un agregado original a las matemáticas propiamente dichas, ni tal era la pretensión de Cagigal; sino más bien se trata de un gran aporte a la difusión de las ideas de Cauchy y un notable avance para la época en lo que se refiere a la enseñanza/aprendizaje del Cálculo en el país.

Para el momento de su aparición el desarrollo de las ciencias exactas en Venezuela era escaso. Aunque antes de la *Memoria* y después circularon obras de matemáticas superiores (p. e. las de Bails, Vallejo, Lacroix, Bezout, Euler, las del propio Cauchy), la de Cagigal resultaba novedosa por su actualidad y además fue el escrito de mayor nivel matemático elaborado por un venezolano durante el siglo XIX.

La *Memoria* cubre bien los tópicos básicos inherentes a un curso universitario de Cálculo Integral, privilegiando los métodos para el cálculo de integrales definidas los cuales no dependan del conocimiento previo de una primitiva; es decir, el escrito presupone en buena medida que el lector conoce los métodos elementales para el cálculo de primitivas así como las integrales de las funciones elementales.

Los estudios del desarrollo de las ciencias exactas en Venezuela permiten aseverar que hasta el siglo XIX y el transcurso de dicha centuria, tiempo que incluye el ciclo de vida de Cagigal y el de la existencia de la Academia, no hubo ningún aporte original a este campo del saber y no podría hablarse de unas matemáticas de Venezuela, sino solamente de las matemáticas en Venezuela. Hay que esperar hasta la llegada del nuevo siglo para que con las obras de Francisco José Duarte se encuentren aportes originales a las matemáticas.

Referencias

- Abad, L.; Azcargorta, J.; Camejo, S.; Castillo Pinto, G.; Juric, M.; Lazcano, J.; Orbegozo, J. y Sada, P. (1984). *Organización y consolidación del sistema educativo (1830-1935). La Educación en Venezuela N° 2*. Caracas: Centro de Reflexión y Planificación educativa (CERPE).
- Alvarado, L. (1893, noviembre 1). Neurosis de hombres celebres de Venezuela. *El Cojo Ilustrado, Año II*, N° 45, 391 -392.
- Alvarado, L. (1958). Neurosis de hombres célebres de Venezuela. En: Alvarado, Lisandro. (1958). *Obras Completas, Volumen 7 (Miscelánea de Letras e Historia)* (pp. 263-273). Caracas: Ministerio de Educación, Dirección de Cultura y Bellas Artes.
- Ameliach, J. (11/02/2018). La innata lucidez del venezolano, se aprecia desde su juventud (XXXVI). *Aporrea*. Disponible en: <https://www.aporrea.org/actualidad/a259203.html>.
- Beyer, W. (2003). Juan Manuel Cagigal y su época. En: Beyer, W.; Fernández Heres, R.; Freites, Y. y León, J. R. *Juan Manuel Cajigal y las matemáticas en Venezuela* (5-51). Manuscrito no publicado.
- Beyer K., W. O. (2012). *Estudio evolutivo de la enseñanza de las matemáticas elementales en Venezuela a través de los textos escolares: 1826-1969*. La Paz: Instituto Internacional de Integración-Convenio Andrés Bello.

- Beyer K., W. O. (2013). *Historia de la educación matemática venezolana: 1826-1969. Un diálogo con las obras didácticas: testigos y actores de su tiempo*. Manuscrito no publicado.
- Beyer K., Walter O. (2020). El Cálculo Infinitesimal en la formación de ingenieros y su profesorado en el siglo XIX venezolano. *Revista de História da Educação Matemática (HISTEMAT)*, 6(2), 70-97. Disponible en: <http://histemat.com.br/index.php/HISTEMAT/article/view/355/261>.
- Bloch M. (1979). *Introducción a la historia*. México: FCE.
- Brito Figueroa, F. (2005). *Historia económica y social de Venezuela. Tomo I*. Caracas: Universidad Central de Venezuela, Ediciones de la Biblioteca.
- Bronshtein, I. y Semendiaev, K. (1977). *Manual de matemáticas para ingenieros y estudiantes*. Moscú: Editorial MIR.
- Cagigal, J. M. (1832). I Informe dado al Gobierno por el Director de la Academia de Matemáticas. En: Correa, Luis. (1956). *Escritos literarios y científicos* (pp. 13-19). Caracas: Imprenta Nacional.
- Cagigal, J. M. (1834). III Informe dado al Gobierno por el Director de la Academia de Matemáticas. En: Correa, Luis. (1956). *Escritos literarios y científicos* (pp. 29-34). Caracas: Imprenta Nacional.
- Cagigal, J. M. (1836). IV Informe dado al Gobierno por el Director de la Academia de Matemáticas. En: Correa, Luis. (1956). *Escritos literarios y científicos* (pp. 35-40). Caracas: Imprenta Nacional.
- Cagigal, J. M. (1837). V Informe dado al Gobierno por el Director de la Academia de Matemáticas. En: Correa, Luis. (1956). *Escritos literarios y científicos* (pp. 41-46). Caracas: Imprenta Nacional.
- Cagigal, J. M. (1838). VI Informe dado al Gobierno por el Director de la Academia de Matemáticas. En: Correa, Luis. (1956). *Escritos literarios y científicos* (pp. 47-53). Caracas: Imprenta Nacional.
- Cagigal, J. M. (1929). *Memoria sobre las integrales limitadas*. Caracas: Editorila Empresa Gutenberg.
- Cajigal, J. M. de (1960). *Memorias del Mariscal de Campo don Juan Manuel de Cajigal*. Caracas: Ministerio de Justicia, Junta Superior de Archivos.
- Calatayud, F. y García, L. (1990). *Juan Manuel Cagigal. Precursor de los estudios matemáticos modernos en Venezuela*. Trabajo Especial de Grado (no publicado). Universidad Central de Venezuela, Programa Cooperativo de Formación de Docentes en Ciencias.
- Carbonell, D. (1941). *El organicismo aplicado al fenómeno histórico*. Buenos Aires: Imprenta López.
- Cauchy, A.-L. (1994). *Curso de análisis*. México: Servicios Editoriales de la Facultad de Ciencias, UNAM.

- Condecoraciones de Venezuela. (2015). *Militares-Orden al mérito docente "T/C Juan Manuel Cajigal"*. Disponible en: <http://condecoracionesdevenezuela.com/militares-orden-al-merito-docente-t-c-juan-manuel-cajigal/>.
- Correa, L. (Comp.) (1956). *Juan Manuel Cagigal. Escritos literarios y científicos*. Caracas: Imprenta Nacional.
- Duarte, F. J. (1929). Prefacio. En: Cagigal, J. M. *Memoria sobre las integrales limitadas* (pp. I-IV). Caracas: Editorial Empresa Gutenberg.
- Duarte, F. J. (1945). La vida y obra de A. L. Cauchy. En: Duarte, F. J. (1969). *Biografías* (pp. 115-125). Caracas: Biblioteca de la Academia de Ciencias Físicas, Matemáticas y Naturales.
- Duarte, F. J. (1956). La obra matemática de Cagigal. *Revista del Colegio de Ingenieros de Venezuela*, 239, 9-12.
- Gimeno Sacristán, J. (1998). *El currículum: una reflexión sobre la práctica*. Madrid: Ediciones Morata.
- Grases, P. (1979). *De la imprenta en Venezuela y algunas obras de referencia*. Caracas: Universidad Central de Venezuela, Ediciones de la Facultad de Humanidades y Educación.
- Grisanti, A. (1956). *El sabio Cagigal y su familia*. Caracas: Imprenta Nacional.
- Lacroix, S-F. (1908). *Álgebra*. Caracas: Librería Española de L. Puig Ros.
- Méndez, N. (2011). *Un país en su artificio. Itinerario histórico de la ingeniería y la tecnología en Venezuela*. Caracas: Editorial Innovación Tecnológica-Facultad de Ingeniería UCV.
- Meneses, O. (1856). *Biografía de Juan Manuel Cajigal, fundador de los estudios matemáticos en Venezuela*. Caracas: Imprenta y Litografía de Félix Rasco.
- Meneses, O. (1877). Juan Manuel Cajigal. En: Azpúrua, Ramón. *Biografía de hombres notables de hispanoamérica* (pp. 456-464). Caracas: Imprenta Nacional.
- Navas, Y. (2019, febrero 11). Hace 163 años murió el fundador del primer observatorio astronómico de Venezuela. Disponible en: <http://ciudadmcy.info.ve/?p=68930>.
- Ossott, W. (1956). *Cagigal, prócer de la ciencia y cultura universitarias*. Caracas: Universidad Central de Venezuela, Dirección de Cultura.
- Ossott, W. (s/f). *Los estudios de las matemáticas en Venezuela durante los siglos XVIII y XIX*. Caracas: Universidad Central de Venezuela, Facultad de Humanidades y Educación, Instituto de Filosofía.
- Paredes C., J. (Ed.) (2004). Cagigal, Juan Manuel. *Diccionario Enciclopédico MEGA Siglo XXI*. Colombia: Grupo Editorial Norma.
- Pérez Marchelli, H. (1991). *Imagen y huella de Juan Manuel Cajigal*. Caracas: INTEVEP.
- Rojas, R. (2020). El trienio liberal. *El Universal* (06/04/2020). Recuperado de: <https://www.eluniversal.com/el-universal/66304/el-trienio-liberal>.
- Schubring, G. (1987). On the Methodology of Analysing Historical Textbooks: Lacroix as Textbook Author. *For the Learning of Mathematics*, 7(3), 41-51.

- Toro Hardy, A. (2020). América Latina y sus dos historias. *Aporrea* (08/04/2020). Recuperado de: <https://www.eluniversal.com/el-universal/66748/america-latina-y-sus-dos-historias>.
- Vallejo, J. M. (1813). *Tratado elemental de matemáticas. Tomo II. Parte II*. Mallorca: Imprenta de Felipe Guasp. Recuperado de: <http://www.bibliotecavirtualdeandalucia.es/catalogo/es/consulta/registro.cmd?id=1016214>.
- Vallejo, J. M. (1832). *Tratado elemental de matemáticas. Tomo II. Parte II*. Segunda edición. Madrid: Imprenta de don Miguel de Burgos. Recuperado de: https://books.googleusercontent.com/books/content?req=AKW5QafheO3qG0VesR0deNo7m7CuZ_cvkVBmx8SQFORZ_UDvUKFILTurgLf02EwPW6d0mhgOMEMD2m05YyWCRaoQkxpChg0yTqjJVAqjZrgsD2wsBacVUrLQQ5gJjLS9jEcznzhEPGCKYCF5nMn8sDuudGDD3D3rll_IvCKvWPV-cyMQI5mzAnWUU-pwZVbiDNWn7EAZeIQ8hib3v-mDxydbYJxSN1TvZ0x_HUPNvKsdLAmSq7PauQ3ecSB0csAa9Nb07wJzxs6nRpJJiP_olGbL3CXpgctsiQ.
- Villarroel, E. J. (2010). Los últimos nueve años de Juan Manuel Cajigal en Yaguaraparo. *Enciclopedia de historia local. Oriente tierra de honor*. Disponible en: <https://eliadjhosuevillarroel.blogspot.com/2010/03/los-ultimos-dias-de-juan-manuel-cajigal.html>.
- VTV. (2019, febrero 10). *Muere Juan Manuel Cagigal, fundador del 1er. Observatorio astronómico de Venezuela*. Disponible en: <http://vtv.gob.ve/muere-cajigal-observatorio-astronomico/>.

Autor

Walter O. Beyer K.

Profesor Asociado (Jubilado) de la Universidad Nacional Abierta. Matemático y Dr. en Educación. ExPresidente de la Asociación Venezolana de Educación Matemática. Miembro del Grupo de Investigación y Difusión en Educación Matemática. Línea de investigación principal: *Historia de la matemática y de la educación matemática en Venezuela*.