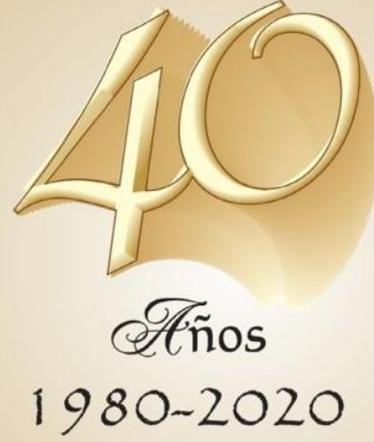




PARADIGMA, VOLUMEN XLI

Edición Cuadragésimo Aniversario; Junio de 2020

**UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA
EXPERIMENTAL LIBERTADOR**
"RAFAEL ALBERTO ESCOBAR LARA
Centro de Investigaciones Educativas
PARADIGMA
CIEP



**VOLUMEN XLI,
Edición Cuadragésimo Aniversario
JUNIO de 2020**

ISSN 1011-2251 • E-ISSN 2665-0126

Paradigma

REVISTA SEMESTRAL



AUTORIDADES UNIVERSITARIAS

Raúl López Sayago
Rector

Doris Pérez
Vicerrectora de Docencia

Moraima Esteves
Vicerrectora de Investigación y Postgrado

María Teresa Centeno
Vicerrectora de Extensión

Nilva Liuval de Tovar
Secretaria



UPEL MARACAY

Eladio Gideón
Director Decano (E)

Sorsiré Ortega
Subdirectora de Docencia (E)

Francisca Fumero
Subdirectora de Investigación y Postgrado

Evelio Blanco
Subdirector de Extensión (E)

Franklin Sevillano Díaz
Secretario (E)



Revista del Centro de Investigaciones Educativas Paradigma
Depósito Legal AR2019000054 - ISSN N° 2665 - 0126

Volumen XLI, Edición Cuadragésimo Aniversario; Junio de 2020

Director

Fredy E. González
Universidad Pedagógica Experimental Libertador (Núcleo Maracay)
Departamento de Matemáticas
Núcleo de Investigación en Educación Matemática “Dr. Emilio Medina” (NIEM)
Venezuela

Consejo Editorial

Fredy E. González
Margarita Villegas
Marina García
Herminia Vincentelli
M^a Teresa Bethencourt
Erika Balaguera
Leonardo Martínez (✉)
Universidad Pedagógica Experimental Libertador (Núcleo Maracay)
Departamento de Componente Docente
Centro de Investigaciones Educativas Paradigma (CIEP)
Venezuela

Lourdes Díaz

Universidad Pedagógica Experimental Libertador (Núcleo Maracay)
Departamento de Castellano
Centro de Investigaciones Lingüística y Literarias
“Dr. Hugo Obregón Muñoz” (CILLHOM);
Venezuela

Ana Bolívar

Oswaldo Martínez
Susana Harrington
Universidad Pedagógica Experimental Libertador (Núcleo El Mácara)
Departamento de Ciencia y Tecnología, Venezuela

Luis Andrés Castillo

Universidade Federal de Para (UFPA, Brasil)

Representante en Estados Unidos de América

Edmée Fernández
Pittsburg State University; Department of Modern Language
412 Grubbs Hall
Pittsburg Kansas 66762 USA
edmefe@yahoo.com

Se permite la reproducción total o parcial del contenido de esta Revista,
siempre y cuando se cite expresamente a la fuente



Revista del Centro de Investigaciones Educativas Paradigma
Depósito Legal AR2019000054 - ISSN N° 2665 - 0126
Volumen XLI, Edición Cuadragésimo Aniversario; Junio de 2020

La Revista **PARADIGMA** es una publicación semestral arbitrada, producida en el Centro de Investigaciones Educativas Paradigma (CIEP) indizada en el **IRESIE, CREDI-OEI, CEDAL, FEUSP, LATINO, BIBLO, DIALNET, CLASE, LATINDEX y REDUC.**

Certificada por la Scientific Electronic Library Online (Scielo Venezuela);
<http://www.scielo.org.ve/revistas/pdg/eaboutj.htm>

Acreditada por el Fondo Nacional de Ciencia y Tecnología (FONACIT)

Edición y Dirección de Producción
Fredy González

Diseño, Producción Gráfica y Apoyo Técnico
Angélica María Martínez
Luis Andrés Castillo

Canje, Distribución y Publicidad
Centro de Investigaciones Educativas Paradigma (CIEP)
Apartado Postal 514, CP 2101, Telf: (+58243) 2417866
e-mail: revistaparadigmaupel@gmail.com, revistaparadigmaupel@yahoo.es,
Maracay, Estado Aragua, Venezuela.

HECHO EN VENEZUELA



Revista del Centro de Investigaciones Educativas Paradigma
Depósito Legal AR2019000054 - ISSN N° 2665 - 0126
Volumen XLI, Edición Cuadragésimo Aniversario; Junio de 2020

CONTENIDO

Editorial

Pablo Arnáez Muga

Universidad Pedagógica Experimental Libertador (Núcleo Maracay) x

Cuatro Décadas de la Revista Paradigma. Producción, Autoría, Filiación Institucional y Distribución Geográfica / *Four Decades From The Revista Paradigma. Production, Authorship, Institutional Filiation and Geographical Distribution* xiv

Ma. Margarita Villegas¹, Fredy Enrique González², ³Herminia Vincentelli

¹*Universidade Federal Rural do Semi Árido (UFERSA; Mossoró, Brasil)*

²*Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN, Brasil)*

³*Universidad Pedagógica Experimental Libertador (UPEL, Venezuela)* xiv

El rostro humano de la edición por el cuadragésimo aniversario de la Revista Paradigma (1980-2020) / *The human face of the edition for the fortieth anniversary of the Revista Paradigma Magazine (1980-2020)* xlvi

Nuevos Desarrollos en el Enfoque Histórico-Cultural: Su Pertinencia para la Educación Contemporánea / *New Developments in the Historical-Cultural Approach: Its Relevance to Contemporary Education*

Wanda C. Rodríguez Arocho; *Universidad de Puerto Rico* 1

Pesquisa Fenomenológica em Educação: Possibilidades e desafios / *Phenomenological research in education: possibilities and challenges*

Maria Aparecida Viggiani Bicudo; *Universidade Estadual Paulista – UNESP, Câmpus de Rio Claro; São Paulo, Brasil.* 30

Enfoques narrativos en la investigación educativa brasileña / *Narrative approaches in Brazilian educational research*

Maria da Conceição Passeggi; *Universidade Federal do Rio Grande do Norte; Universidade Cidade de São Paulo, Brasil* 57

Cómo enseñar las matemáticas y ciencias experimentales?

Resolviendo el dilema entre transmisión e indagación / *How to teach mathematics and experimental sciences? Solving the inquiring versus transmission dilemma*

Juan D. Godino, María Burgos. *Universidad de Granada, España* 80

Una evolución de la mirada sobre la complejidad de los objetos matemáticos / *An evolution of the point of view on the complexity of mathematical objects*

Vicenç Font¹, Luis R. Pino-Fan², Adriana Breda¹

¹*Universitat de Barcelona (UB), España*

²*Universidad de Los Lagos (UdL), Osorno, Chile.* 107

Historia del desarrollo de la Didáctica de la Matemática. Un estudio realizado con los medios teóricos de la EOS (Enfoque Onto-Semiótico) / *History of the development of the Mathematics Education. A study conducted by theoretical means of EOS (Enfoque Onto-Semiotico)*

Bruno D'Amore^{1, 2}, Martha Isabel Fandiño Pinilla²

¹*Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Bogotá, Colombia;* ²*Universidad de Bologna, Italia* 130

Sobre las propuestas curriculares STEM (Science, Technology, Engineering, Mathematics) y STEAM (Science, Technology, Engineering, Arts, Mathematics) y el Programa de Etnomatemática / *About STEM and STEAM curricular proposals and the Ethnomathematics Program*

Ubiratan D'Ambrosio

Universidade Estadual de Campinas / UNICAMP. 151

Una visión general de la investigación sobre la enseñanza de las matemáticas en la educación de los estudiantes sordos / An overview of research on the teaching of mathematics in deaf students's education	
Sani de Carvalho Rutz da Silva¹; Elsa Midori Shimazaki²; Renata da Silva Dessbesel¹	
<i>¹Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Ponta Grossa, Brasil; ²Universidade Estadual de Maringá (UEM), Maringá, Brasil</i>	168
Más de una década de Estudio de Clases en Chile: hallazgos y avances / More than a decade of Lesson Study in Chile: findings and advances	
Raimundo Olfos¹, Masami Isoda², Soledad Estrella¹	
<i>¹Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, Chile; ²University of Tsukuba; Tsukuba, Japón</i>	190
La escritura de un buen artículo científico en Educación y el entrenamiento de profesores universitarios en el discurso académico / Writing a good scientific article in Education and training university teachers in academic discourse	
Adriana Bolívar	
<i>Universidad Central de Venezuela; Caracas, Venezuela.</i>	222
Problematización y conocimiento especializado del formador de profesores de Matemáticas / Problematization and specialized knowledge of the Mathematics Teacher's Educator	
Hugo Parra-Sandoval, Universidad del Zulia (LUZ), Maracaibo, Venezuela	251
La Formación Didáctico-Matemática de Docentes: resultados teóricos / The Didactic and Mathematical Formation of Teachers: theoretic results	
Nancy Montes de Oca Recio	
<i>Universidad de Camagüey Ignacio Agramonte Loynaz, Camaguey, Cuba.</i>	271
La Formación de Profesores en Matemática a través de 40 años de la Revista Paradigma / The Mathematics Teachers's Education through 40 years of Revista Paradigma	
Natalia Sgreccia	
<i>Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura; Universidad Nacional de Rosario; Rosario, Argentina.</i>	289
Una Reflexión sobre el Aprendizaje de la Matemática fuera del Espacio Escolar / A Reflection on the Learning of Mathematics Outside School Space	
Silvia N. Retamal Cisterna¹, Luis R. Pino-Fan¹, Sonia Salas-Salinas²	
<i>¹Universidad de Los Lagos, Osorno; ²Corporación Municipal de Quilpué, Chile.</i>	308
Instrumento para evaluar competencias matemáticas y científicas del alumnado que inicia Educación Primaria, mediante juegos / Instrument to evaluate mathematical and scientific competences of the students who start Primary Education, through games	
María José Espigares Gámez, Alicia Fernández Oliveras, María Luisa Oliveras	
<i>Universidad de Granada, España.</i>	326
La Movilización de Competencias y el Desarrollo Cognitivo Universal-Bilateral del Aprendizaje en la Enseñanza de las Ciencias / Mobilization Of Competences and The Development Cognitive Universal-Bilateral Learning in Science Teaching	
Everton Bedin¹, José Claudio Del Pino²	
<i>¹Universidade Federal do Paraná; ²Universidade do Vale do Taquari, Brasil</i>	360
Literatura Infantil y Géneros Textuales: La Contribución de las Fábulas a la Enseñanza de la Ciencia en los Primeros Años de la Educación Fundamental / Children's Literature and Textual Genders: The Contribution of Fables to Science Teaching in the Early Years of Elementary School	384
Letícia Ferreira, Lucila Akiko Nagashima	
<i>Universidade Estadual do Paraná, Paranavaí, Brasil.</i>	
La Investigación Científica en la Formación de Estudiantes Universitarios / Scientific Research in the Training of University Students	
Ligia Sánchez¹, Maidelis Herrera¹, Mairene Sánchez².	
<i>¹Universidad de Carabobo. Campus La Morita; ²Universidad Bicentenario de Aragua; Maracay, Aragua, Venezuela.</i>	409

Educación ambiental en la escuela secundaria: desde las concepciones previas de los estudiantes, la construcción de un horno solar como práctica educativa / Environmental Education in High School: From the students' previous conceptions the construction of a solar oven as an educational practice	
Weslaine da Silva Santos, Marcelo Franco Leão <i>Instituto Federal de Mato Grosso (IFMT; Confresa, Brasil)</i>	437
Modelo f @ r: Reflexión Conjunta Realizada por Docentes que Enseñan Matemáticas después de un Proceso de Capacitación con Tecnologías / F@r model: joint reflection of teachers who teach mathematics after a formative process with technologies	
Fábio Douglas Farias¹, Douglas da Silva Tinti², Ana Lúcia Manrique³ ¹ <i>Universidade Cidade de São Paulo, São Paulo, Brasil.</i> ² <i>Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, Brasil.</i> ³ <i>Pontificia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, Brasil.</i>	465
Uso Didáctico de las Tecnologías de la Información y Comunicación en las Universidades: ¿aspiración o expectativa? / Didactic Usage of Information and Communication Technologies in Universities: ¿aspiration or expectation?	
Haydee Guillermina Páez¹, Nolberto Goncalves Rodríguez², Evelyn Cristina Arreaza Páez³ ¹ <i>Universidad José Antonio Páez, San Diego, Venezuela</i> ² <i>Universidad de Carabobo, Bárbula, Venezuela</i> ³ <i>Harleyville-Ridgeville Middle School, South Carolina, Estados Unidos de Norteamérica</i>	484
Enseñanza del Cálculo Diferencial e Integral y Análisis de Errores: Contribuciones a los procesos de enseñanza y aprendizaje / The Teaching of Differential and Integral Calculus and the Analysis of Errors: Contributions to the Teaching and Learning Processes	
Carmen Teresa Kaiber, Priscila Augusta de Quadros Scott Hood <i>Universidade Luterana do Brasil, Canoas, Brasil</i>	508
Un estudio sobre la aprehensión conceptual de las inecuaciones / A study on the conceptual apprehension of inequalities	
Mónica Campos¹, Mabel Rodríguez² ¹ <i>Instituto Superior de Formación Docente Simón Bolívar; Córdoba, Argentina.</i> ² <i>Universidad Nacional de General Sarmiento; Los Polvorines, Argentina</i>	540
La Formación y Desarrollo Conceptual en el Cálculo Diferencial y el Álgebra Lineal en las Carreras de Ingeniería / The formation and conceptual development in Differential Calculus and Linear Algebra	
Olga Lidia Pérez González <i>Universidad de Camagüey Ignacio Agramonte Loynaz, Camagüey, Cuba</i>	571
Los Modos de Pensamiento Sintético y Analítico en la Comprensión del Concepto de Base en el Espacio Vectorial R²: Un Estudio de Casos en un Contexto Universitario / Synthetic and analytical thought modes in understanding the concept of basis in the vector space R²: A case study in a university context	
Marcela Parraguez¹, Guadalupe Vera-Soria² ¹ <i>Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, Valparaíso, Chile.</i> ² <i>Universidad de Guadalajara, Guadalajara, México.</i>	600
Diseño instruccional desarrollado con estudiantes de pregrado en Matemáticas con el tema Expresiones numéricas / Instructional design developed with undergraduate students in Mathematics with the theme Numerical Expressions	
Claudia Lisete Oliveira Groenwald <i>Universidade Luterana do Brasil, Canoas, Rio Grande do Sul, Brasil.</i>	636
Alcances de la Enseñanza de la Estadística a través de la Investigación en la Educación Media en Venezuela / Scope of Teaching Statistics through Inquiry in Middle School of Venezuela	
Nelly León Gómez <i>Universidad Pedagógica Experimental Libertador; Instituto Pedagógico de Maturín "Antonio Lira Alcalá"; Maturín, Venezuela</i>	657
Dificultades en la construcción de intervalos de confianza por estudiantes de Bachillerato y de Psicología / High school and Psychology students' difficulties in building confidence intervals	
Carmen Batanero, Antonio Francisco Roldán López de Hierro, Rocío Álvarez Arroyo <i>Universidad de Granada, España.</i>	685

Las medidas de tendencia central en libros de texto de Educación Primaria en México / <i>Measures of central tendency in textbooks of Primary Education from Mexico</i>	
Danilo Díaz-Levicoy¹, Lizzet Morales-García², Francisco Rodríguez-Alveal³	
¹ Universidad Católica del Maule; Talca, Chile. ² Universidad Autónoma de Guerrero; Guerrero, México. ³ Universidad de Bío-Bío; Chillán, Chile.	706
Las funciones de la escuela secundaria brasileña en el contexto del ajuste neoliberal y de la crisis del capital / <i>As Funções do Ensino Médio Brasileiro no Âmbito do Ajuste Neoliberal e da Crise do Capital</i>	
Neide de Almeida Lança Galvão Favaro, Priscila Semzezem, Cleissiane Aguido Gotardo	
<i>Universidade Estadual do Paraná, Campus Paranavaí, Brasil</i>	730
Principio de Autonomía Deontológica para la Praxis Orientadora / <i>Principle of Deontological Autonomy for Guiding Praxis</i>	
Karina Heredia, Julio González Bello	
<i>Universidad de Carabobo; Valencia, Venezuela.</i>	752
Los Estilos de Pensamiento y Estilos de Educación Parental en el Rendimiento Académico / <i>Thinking Styles and Styles of Parental Education in Academic Performance</i>	
Marling Rosario Brito¹, Freddy Rojas Velásquez¹, Juan Bolívar López²	
¹ Universidad Simón Bolívar, Caracas, Venezuela; ² Universidad de Talca, Talca, Chile	785
Elaboración y Validación de un Instrumento Evaluativo para Monitorear la Adquisición de Competencias Blandas en Estudiantes de Pregrado / <i>Elaboration and Validation of an evaluation instrument to monitor the acquisition of soft skills in undergraduate students</i>	
Verónica Díaz Quezada¹, Cecilia Sanhueza Cartes²	
¹ Universidad de Los Lagos (ULA), Osorno, Chile ² Universidad Católica de Temuco (UCT), Temuco, Chile.	812
Representaciones sociales de la tesis reflejadas en los memes / <i>Social representations of the thesis based on memes</i>	
María Susana Harrington Martínez¹, Lourdes Ángela Díaz Blanca², Ana Cristina Bolívar Orellana³	
¹ Universidad Pedagógica Experimental Libertador; Turmero, Venezuela. ² Universidad Pedagógica Experimental Libertador; Mérida, Venezuela ³ Instituto de Formación docente Salomé Ureña; San Juan de la Maguana. República Dominicana.	837
Entre estilos y colectivo de pensamiento: genealogías y visión formativa de grupos de investigación en la historia de la educación matemática en Brasil / <i>Between Styles and Collective of Thought: genealogies and formative view of Research Groups in the History of Mathematical Education in Brazil</i>	
Iran Abreu Mendes¹, Carlos Aldemir Farias da Silva¹	
¹ Universidade Federal do Pará; Belém, Brasil	864
Investigación sobre la Historia del Saber Profesional de los Docentes que Enseñan Matemáticas: Interrogatorios Metodológicos / <i>Research on the History of Professional Knowledge of the Mathematics Teacher: Methodological Questions</i>	
Wagner Rodrigues Valente	
<i>Universidade Federal de São Paulo. Grupo de Pesquisa de História da Educação Matemática (GHEMAT); São Paulo, Brasil</i>	900
Una mirada a las producciones en Historia de la educación matemática en el VII Seminario Internacional de Investigación en Educación Matemática / <i>An Overview at the productions in the History of Mathematics Education at the VII International Research Seminar on Mathematics Education</i>	
Yohana Taise Hoffmann¹; David Antonio da Costa¹; Luiz Ricardo Nakamura¹	
¹ Universidade Federal de Santa Catarina, Brasil	912
La Enseñanza del álgebra en los años iniciales de la Enseñanza Fundamental: Investigaciones y orientaciones curriculares / <i>The teaching of algebra in the initial years of elementary school: research and curricular guidelines</i>	
Claudianny Amorim Noronha¹, Luanna Priscila da Silva Gomes¹	
¹ Universidade Federal do Rio Grande do Norte	938

Reflexiones Sobre las Aproximaciones y Distancias entre Hermenéutica y Hermenéutica de Profundidad como Marco Teórico para los Estudios Historiográficos en Educación Matemática <i>/ Reflections about Approximations and Distancing Between Hermeneutics and Hermeneutics of Depth as Theoretical Framework for Historiographic Studies In Mathematical Education</i> Alexandre Ausani Huff¹, Arno Bayer¹, Fernando Luís de Rosso¹ ¹ Universidade Luterana de Brasil, Rio Grande do Sul, Brasil	960
Los Cuatro Ases de la Baraja: un Trío de Ediciones producidas en Caracas del libro Elementos de Geometría de Legendre más ... una(s) Extraviada(s) / <i>The Four Aces of the Deck of Card: a Trio of Caracas's Editions of the Legendre's book Geometry Elements plus ... several that are lost</i> Walter O. Beyer K. Universidad Nacional Abierta, Caracas, Venezuela.	979
Las Ecuaciones Diferenciales Ordinarias en un Contexto Realista / <i>Ordinary Differential Equations In A Realistic Context</i> Juan Nápoles Valdés¹; Osvaldo Jesús Rojas Velázquez² ¹ Universidad del Nordeste, Corrientes, Argentina; ² Universidad Antonio Nariño, Bogotá, Colombia	1004
La Investigación en la UPEL	
Doblado de Papel y Software de Geometría Dinámica. Una Experiencia con Futuros Profesores de Matemática. / <i>Paper folding and dynamic geometry software. An experience with pre-service mathematics teachers</i> Martha Iglesias¹, José Ortiz² ¹ Universidad Pedagógica Experimental Libertador, Instituto Pedagógico de Maracay, Maracay, Venezuela. ² Universidad de Carabobo. Campus La Morita, Maracay, Venezuela.	1017



Revista del Centro de Investigaciones Educativas Paradigma
Depósito Legal AR2019000054 - ISSN N° 2665 - 0126
Volumen XLI, Edición Cuadragésimo Aniversario; Junio de 2020

EDITORIAL

La Revista *Paradigma* iniciaba su andadura en julio de 1980. Quijotesca en sus inicios, entre molinos de viento con ideas soñadoras; rocinantes para cabalgar caminos por descubrir; gigantes del desánimo a los que derrotar; dulcineas a las que cantar y sanchos que nos mostraban la realidad del mundo editorial. Sin embargo, su arribo a las bodas de rubí lo hace con la conciencia de que es deudora de lo ya hecho, de que está comprometida con el hoy e ilusionada con aspiraciones e iniciativas para forjar el mañana. Un periplo que no ha estado exento de dificultades y contratiempos, lo cual hace más valioso su aporte académico, su contribución al avance de las diferentes áreas del saber científico, su carácter divulgativo de las distintas pesquisas y su interés por convertirse en ventana abierta al mundo de los investigadores y de los lectores.

En el ámbito de las publicaciones periódicas, hablar de una experiencia de cuarenta años es reconocer en sus fundadores, en su director y en los sucesivos comités editoriales una gran dosis de constancia, una voluntad férrea por persistir en la labor y un tesón digno de encomio. El año 1980, en el contexto venezolano, pocas eran las ediciones especializadas en humanidades y educación y es ahí donde surge la inquietud de un grupo de profesores del Departamento de Componente Docente del Instituto Universitario Pedagógico de Maracay (IUPMAR-Venezuela) por dar a conocer el deber y el deber-ser de la educación y del docente. Esa idea incipiente sirvió de fermento para que naciese *Paradigma* con la misión de abordar “los problemas inherentes a la formación docente tanto en sus aspectos teóricos como aplicados” y, además, circunscrita al espacio institucional.

Ese espacio físico muy pronto resultó estrecho y limitante y se abrió, en una primera instancia, a las colaboraciones de los otros núcleos de la Universidad Pedagógica Experimental Libertador (UPEL) y los artículos llegaron de Caracas, Maracay, Barquisimeto, Miranda,

Maturín, El Mácaro, etc. Casi en paralelo, las universidades e institutos más prestigiosos del país (Instituto Venezolano de Investigaciones Científicas, Centro Nacional para el Mejoramiento de la Enseñanza de la Ciencia, Universidades: Central de Venezuela, Simón Bolívar, Carabobo, Zulia, Los Andes, Oriente, Simón Rodríguez, Los Llanos, Nacional Abierta, Rómulo Gallegos, Rafael María Baralt, José Antonio Páez y otras instituciones) se interesaron por esta nueva publicación y encontraron en sus páginas un medio ideal para dar a conocer sus investigaciones.

En Venezuela, el Fondo Nacional de Ciencia, Tecnología e Innovación (FONACIT), creado el año 2001 (según Decreto 1.290 de la Presidencia de la República), promueve y financia proyectos de investigación y apoya la publicación de producciones arbitradas e indexadas. Este organismo, dependiente del Ministerio del Poder Popular para la Ciencia y la Tecnología, le ha otorgado a *Paradigma* el reconocimiento como la Mejor Revista Venezolana en el Área de Humanidades. El aval conferido responde a una evaluación regida por un baremo establecido por el Fondo y realizada por pares de otras revistas con base en criterios técnicos y de calidad, pertinencia, arbitraje, difusión, impacto y alcance.

Cuarenta volúmenes y setenta y seis números se han convertido en un faro de saberes, experiencias y vivencias, en el área de humanidades y educación. Esa luz ha iluminado el camino durante cuatro décadas. Al mismo tiempo, transita nuevos caminos para la reflexión, la innovación y la consolidación. Su *hic et nunc* existencial, se proyecta en el tiempo y abre espacios de Venezuela hacia el mundo. Además de romper barreras, da cabida a las exposiciones de autores tanto venezolanos como hispanoamericanos y de otras latitudes.

La mayoría de los países latinoamericanos tienen representación en sus divulgaciones semestrales con autores de variadas instituciones universitarias y centros de investigación. Desde Chile y Argentina hasta Colombia y Venezuela, pasando por Perú y Ecuador. Mención aparte merece Brasil con más de sesenta y ocho participaciones de casas de estudios de nivel superior. En menor cuantía, en cuanto a textos difundidos, podemos mencionar a países de Centroamérica (Costa Rica) y del Caribe (Cuba, Puerto Rico y República Dominicana). Por su parte, América del Norte también ha participado en esta difusión de saberes y se recogen producciones de universidades mexicanas, estadounidenses y canadienses. Y, finalmente, el

continente europeo se suma a esta celebración con una representación de artículos provenientes de España, Francia, Italia, Portugal y Gales.

Si los aportes y el compromiso universitario son variados y plurales, no lo es menos la temática que se desarrolla en sus páginas. Desde sus inicios, dos premisas han guiado el quehacer de *Paradigma*: atender las inquietudes y problemas de las humanidades y primar todo lo relacionado con la educación. En ese trabajo, la pedagogía, como ciencia social y concepto macro, ha ocupado un lugar preponderante a lo largo de estos ocho lustros. En más de doscientos sesenta artículos, se han valorado y ofrecido a los lectores aspectos educativos, didácticos, metodológicos, evaluativos, psicológicos, filosóficos e investigativos en los distintos niveles y modalidades del sistema educativo: preescolar, básica, media, técnica y superior.

Y ya en el terreno concreto de la enseñanza y aprendizaje de las distintas áreas de conocimiento que se asocian a los departamentos (facultades) que hacen vida en la UPEL, muchas son las conceptualizaciones, reflexiones, propuestas y experiencias ofrecidas a sus lectores. Resulta enriquecedor, para la ciencia matemática, los más de ciento sesenta artículos que profundizan en las teorías de autores como Piaget, Bruner, Gagné y Ausubel y su aplicación a la cultura y al quehacer matemáticos. Otro tanto podríamos decir de la resolución de problemas y de toda una panoplia de temas que atañen al universo axiomático, numérico, geométrico y gráfico.

Por su parte, el área de lengua, tanto materna (español) como extranjera (inglés), se manifiesta en más de setenta investigaciones sobre los principios que rigen el saber lingüístico y el saber-hacer con la lengua tanto en escritura como en lectura y oralidad. A su vez, las ciencias naturales, tratadas en forma global o de manera específica (Física, Química y Biología), irrumpen con fuerza epistemológica y aplicaciones en aulas y laboratorios en más de sesenta artículos publicados. Igualmente, las ciencias sociales encuentran su divulgación en treinta aportaciones académicas sobre Historia y Geografía. La mayoría de estas producciones están orientadas a la formación del docente en el campo de la enseñanza de ambas ciencias; no obstante, hay aportaciones que estudian los procesos en los que han estado involucrados el hombre y las sociedades en el devenir histórico y se analizan las variables geográficas y la incidencia de la dimensión espacial.

Los temas relacionados con la ciencia y la tecnología también tienen su espacio y nos muestran, en una treintena de indagaciones, la importancia de que el mundo académico y estudiantil se familiaricen, comprendan y se apropien del lenguaje científico y tecnológico. Su enseñanza en las aulas debe propiciarse, puesto que, en las sociedades actuales, conviene que la ciencia se proyecte en tecnologías que contribuyan al desarrollo de las sociedades. En menor número, pero no por ello menos importantes, son las incursiones en temas relacionados con la Educación Física, el Turismo o la Música. Son áreas que complementan el quehacer educativo y forman un hombre más integral e integrado.

La política de canje utilizada por *Paradigma* ha hecho que sea conocida en más de cien países lo cual redundo en un enriquecimiento transversal y en una fuente constante de colaboraciones. Hoy, al celebrar sus cuarenta años, podemos decir que su pasado es un aliciente para seguir en el arduo trabajo de las publicaciones periódicas, su presente es una realidad consolidada, contrastada y celebrada y su futuro se nos antoja muy esperanzador.

La experiencia acumulada en este lapso temporal es enriquecedora y sirve de trampolín para abrirse a nuevas visiones y proyectos. Frente a las exigencias de la era tecnológica, la revista se adapta, acepta el reto y se compromete con otras formas de difusión en innovadoras versiones digitales. El mundo tradicional y el digital, en cuanto a la publicación de los conocimientos, deben verse como una misma realidad con ropajes distintos, pero que siguen teniendo como centro al ser humano. En este caso, se trata de una doble dimensión, como difusor de saberes intelectuales elaborados (investigador) y como consumidor de esos mismos conocimientos (lector).

Brindemos con todos los que hacen posible *Paradigma* y deseémosle larga vida. Sus escritos son el fruto de cientos de mentes, corazones y manos y, en los documentos venideros, seguiremos encontrando alimento espiritual, identidades, confrontaciones y respuestas.

Dr. Pablo Arnáez Muga
pam3346@hotmail.com
Departamento de Castellano y Literatura
CILLHOM
UPEL-Maracay

CUATRO DÉCADAS DE LA REVISTA PARADIGMA.
Producción, Autoría, Filiación Institucional y Distribución Geográfica

Ma. Margarita Villegas

Universidade Federal Rural do Semi Árido (UFERSA; Mossoró, Brasil)

margaritavillega@hotmail.com

<http://orcid.org/0000-0002-4965-2291>

Fredy Enrique González

Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN, Brasil)

fredygonzalezdem@gmail.com

<http://orcid.org/0000-0002-8079-3826>

Herminia Vincentelli

<https://orcid.org/0000-0002-5224-2023>

herminiavinentelli@hotmail.com

Universidad Pedagógica Experimental Libertador (UPEL, Venezuela)

Recibido: 04/04/2020 **Aprobado:** 10/06/2020

Resumen

En este artículo, además de una breve síntesis cuantitativa de los artículos publicados en [Paradigma](#) desde su primera edición (julio de 1980) hasta la actualidad (junio de 2020), se realiza un análisis del contenido de la edición con la cual esta publicación conmemora su cuadragésimo aniversario, en función de los siguientes parámetros: autoría, filiación institucional y distribución geográfica de los 41 artículos que conforman dicha edición. El estudio se sustenta teóricamente en las nociones propias de la comunicación científica y la apreciación de la calidad de las publicaciones periódicas académicas. Metodológicamente, se trata de un estudio documental que usó como corpus el Índice Acumulado (1980-2020) de la revista y los resúmenes de los 42 artículos. Para el examen de la información cuantitativa se aplicaron técnicas simples de conteo de frecuencia, mientras que la información cualitativa fue obtenida a través de la lectura del resumen de cada trabajo. De los autores se destaca, la predominancia del género femenino (62,35%); la pertenencia a diferentes áreas disciplinares, así como su afiliación a 45 instituciones, de las cuales 43 son universidades, ubicadas en 12 países (2 europeos, 1 asiático, 8 latinoamericanos y EEUU). Todo ello, resalta la visibilidad de *Paradigma*; evidenciándose así, la importancia de las revistas como medio para el estudio y justificación de la inversión en ciencia que se hace en las instituciones de educación superior y, para este caso, las vinculadas con la formación de profesores.

Palabras Clave. Producción Científica. Comunicación Científica. Revisión por Pares.

QUATRO DÉCADAS DA REVISTA PARADIGMA. Produção, Autoria, Filiação Institucional e Distribuição Geográfica

Resumo

Neste artigo, além de uma breve síntese quantitativa dos artigos publicados no [Paradigma](#) desde sua primeira edição (julho de 1980) até os dias atuais (junho de 2000), é feita uma análise do conteúdo da edição com a qual essa publicação comemora seu quadragésimo aniversário, com base nos seguintes parâmetros: autoria, afiliação institucional e distribuição geográfica dos 41 artigos que compõem esta edição. Teoricamente, o estudo se baseia nas noções de comunicação científica e na apreciação da qualidade dos periódicos acadêmicos. Metodologicamente, trata-se de um estudo documental que utilizou como corpus o Índice Acumulado (1980-2020) da revista e os resumos dos 42 artigos. Para o exame das informações quantitativas, foram aplicadas técnicas simples de contagem de frequências, enquanto as informações qualitativas foram obtidas através da leitura do resumo de cada trabalho. Dos autores, destaca-se a predominância do gênero feminino (62,35%); pertencentes a diferentes áreas disciplinares e afiliação a 45 instituições, das quais 43 são universidades, localizadas em 12 países (2 europeus, 1 asiático, 8 latino-americanos e EUA). Tudo isso destaca a visibilidade da *Revista Paradigma*; evidenciando, assim, a importância dos periódicos como meio de estudar e justificar o investimento em ciências realizado nas instituições de ensino superior e, nesse caso, aquelas relacionadas à formação de professores.

Palavras chave. Produção científica. Comunicação científica. Revisão por pares.

FOUR DECADES FROM THE PARADIGM MAGAZINE. Production, Authorship, Institutional Filiation and Geographical Distribution

Abstract

In this article, in addition to a brief quantitative synthesis of the articles published in [Paradigma](#) from its first edition (July 1980) to the present day (June 2000), an analysis is made of the content of the edition with which this publication celebrates its publication for his fortieth anniversary, based on the following parameters: authorship, institutional affiliation and geographical distribution of the 42 articles that make up this edition. Theoretically, the study is based on the notions of scientific communication and the assessment of the quality of academic journals. Methodologically, this is a documentary study that used the Paradigma's Accumulated Index (1980-2020) and the abstracts of the 42 articles as corpus. For the examination of quantitative information, simple techniques for counting frequencies were applied, while qualitative information was obtained by reading the summary of each work. The authors, there is a predominance of females (62,35%); belonging to different disciplinary areas and affiliation to 45 institutions, of which 43 are universities, located in 12 countries (2 European, 1 Asian, 8 Latin American and USA). All of this highlights the *Revista Paradigma's* visibility; thus evidencing the importance of journals as a means of studying and justifying the investment in science that is made in higher education institutions and, in this case, those related to teacher education.

Key words. Scientific production. Scientific communication. Peer review.

Introducción

La revista Paradigma es una publicación científica, periódica cuyo ámbito es la formación, inicial y permanente de profesores de diferentes especialidades, quienes actúan tanto en instituciones de educación superior como de otros niveles y modalidades de los sistemas educativos de los países que representan; puede ser valorada como una publicación científica, ya que, de acuerdo con lo expuesto por Goncalves, Costa y Figueredo (2006), constituye un vehículo de comunicación formal y está organizada en fascículos o números que son publicados según una periodicidad definida, con tiraje y distribución amplia, cuyos contenidos son predominantemente artículos científicos.

Existe consenso, tal como lo expresan Bufrem; Gabriel Junior y Gonçalves (2010) en que es necesario dar a conocer la producción de los(as) investigadores(as), por cuanto esta acción, además de ser un compromiso social, es vital para la existencia de la propia ciencia. En relación con este aspecto, González (2015), al identificar las macro etapas de un trabajo de investigación, indica que una de ellas es la etapa de la comunicación, la cual implica

[...] la redacción del informe escrito, la elaboración de recursos para su exposición y defensa pública y la producción de al menos un artículo asociado con el trabajo que ponga a disposición de la comunidad interesada los pormenores del estudio realizado. Todas estas macro etapas son cruciales, especialmente *la de Comunicación pues es ésta la que viabiliza la transferencia y aplicación de los logros alcanzados por la investigación, con lo cual ésta se legitima y refuerza su valor social.* (González, 2015, p. 282). (cursivas añadidas)

Esta idea ya había sido expuesta por Campos (2000) al afirmar que un experimento científico no termina mientras no hayan sido publicados sus resultados; por lo tanto, hacer ciencia implica también escribir ciencia.

Puede entonces afirmarse que la comunicación científica (Pasquali, 1990) es el “contexto de justificación” (Bárceñas, 2002) de las revistas, como el caso de Paradigma, pues ellas constituyen un medio que contribuye a viabilizar la divulgación, difusión y diseminación así como también la discusión y validación de los resultados de las investigaciones, lo cual es esencial para el desarrollo idóneo de la ciencia. Por su parte, Cetto (citada por Haupt, 2000) estima que la creación de las revistas científicas obedece a una serie de motivos subyacentes, entre los cuales destaca el deseo de los autores de contar con un medio que permita dar una mayor visibilidad. Además de este interés individual, prevalece un interés social.

En efecto, las revistas son, al mismo tiempo, promotoras e indicadoras de la actividad científica, al constituirse como medios de auto, co y hetero evaluación; esto se logra mediante el proceso de revisión por pares (o *peer review*¹) que, de acuerdo con Kelly, Sadeghieh, y Adeli (2014). "un proceso de someter el trabajo académico, la investigación o las ideas de un autor al escrutinio de otros expertos en el mismo campo" (p. 228). Estos mismos autores agregan que:

La revisión por pares está destinada a servir a dos propósitos principales. En primer lugar, actúa como un filtro para garantizar que solo se publique una investigación de alta calidad, especialmente en revistas acreditadas, al determinar la validez, importancia y originalidad del estudio. En segundo lugar, la revisión por pares está destinada a mejorar la calidad de los manuscritos que se consideran adecuados para su publicación. Los revisores (árbitros, pareceristas) brindan sugerencias a los autores sobre cómo mejorar la calidad de sus manuscritos y también identifican los errores que deben corregirse antes de la publicación. (p. 228) (paréntesis añadidos y traducción libre)

Se observa que la intencionalidad de la revisión por pares es garantizar e incrementar la calidad de lo que aparezca publicado en las revistas científicas, debido a que, como lo destaca Luchillo (2019), ellas “son el soporte principal de la difusión de los resultados de la investigación y, al mismo tiempo, constituyen la pieza clave del reconocimiento científico para la carrera de los investigadores y el prestigio de las instituciones” (p. 44).

Esta clase de publicaciones se basa en el principio de la validación del mérito por la comunidad científica (Ramírez, 2009), mediante la cual se exponen a la consideración de los pares los logros alcanzados por la comunidad de investigadores(as) de una determinada área de conocimiento; quienes, al hacerlo público, cumplen con el fin último de la ciencia, que es colocar los hallazgos científicos al servicio de los individuos que conforman la sociedad (Goncalves, Costa y Figueredo, 2006). Por ello, en palabras de Ramírez (2009) “[...] la investigación tiene que ser divulgada, proceso encargado a publicaciones periódicas especializadas, calificadas, certificadas y reconocidas para que puedan ser aceptadas, verificadas y reproducidas por la comunidad científica [...]” (p. 218).

En ese mismo sentido, Ramírez y Ramírez (2009) considera la divulgación del conocimiento, tanto formal (revistas especializadas, literatura gris y congresos científicos) como

¹ “What Is Peer Review?” (2014). *Int J Comput Appl*. Disponible em: <https://www.ijcaonline.org/what-is-peer-review> Acceso: 09 de junio de 2020.

informalmente (e-mail, redes de colaboración), como un hecho fundamental para la comprensión de la organización social de la ciencia.

En cuanto a las funciones básicas de la comunicación científica, Paisley (1984) identifica las cuatro siguientes: (a) dar a conocer los hallazgos a la comunidad científica; (b) contribuir al progreso de las respectivas ciencias, (c) propiciar la discusión, la retroalimentación del científico con sus pares; y (d) recompensar al investigador mediante el reconocimiento de la comunidad científica a la que pertenece.

La importancia atribuida a las revistas como medio de comunicación científica, es un asunto de carácter histórico. En efecto, su emergencia, de acuerdo con Meadows (1999) y Burke (2003), ha sido ubicada en el año 1665 cuando en París fue fundado el “*Journal des Scavans*”, cuyos propósitos iniciales fueron: catalogar los libros más importantes de Europa, publicar informes científicos y publicar noticias del mundo de las letras. Posteriormente, en marzo de ese mismo año, en Londres fue creada la revista *Philosophical Transactions* de la *Royal Society of London (RSL)*, por [Henry Oldenburg \(c.1619-1677\)](#), primer secretario de la *RSL* y editor fundador de esta publicación que aún está activa. En ese entonces, publicaba artículos sobre nuevas ideas e investigaciones y cartas que se intercambiaban entre si los miembros de la comunidad científica.

En la sociedad actual, caracterizada por el desarrollo exponencial del conocimiento, producto de la importancia que se otorga a la creación de ciencia y tecnología como indicador de desarrollo de un país (Barrere, 2019), se ha generado una disposición favorable para la difusión de la ciencia que, de manera gradual, ha convertido la comunicación científica en una tarea ineludible para las instituciones académicas, asociaciones científicas y otros agentes vinculados con los procesos de producción de conocimiento. Entre los factores que destacan en ese incremento están “[...] el crecimiento acelerado del número de estudiantes de ciencia, de las comunidades científicas, de las demandas de las bibliotecas universitarias, y de la oferta creciente de trabajos de alta calidad científica [...]” (Barsky, 2014, p 160),

Así, se reconoce que la calidad de las revistas científicas está en relación con la política de inversión, de los insumos otorgados para los científicos, del empeño de los gobiernos para aminorar la brecha, producto de los cambios y avances que en este ámbito se operan en el plano regional e internacional (Cetto, citada por Haupt, 2000).

Esto parece haber sido bien comprendido por los gobiernos de América Latina y el Caribe (ALC) por cuanto el porcentaje de su PIB asignado a inversión en investigación y desarrollo es escaso, tal como ha sido señalado por Requena (2003) y Vessuri (2006), con cifras que expresan dramáticas diferencias en relación con las naciones industrializadas; siendo lo anterior confirmado por estudios posteriores realizados en ALC durante el periodo de 2008 al 2017, reflejados en el informe coordinado por Barrere (2019), en donde se muestra que en la región, la inversión en I+D continúa sin responder a las expectativas deseadas, ya que el bajo porcentaje del PIB destinado para dicha inversión, se ubica, en ese periodo, en 0,64%, siendo este menor si se lo compara con los países desarrollados, algunos de los cuales superan el 3 y otros el 4 % (Alemania, E.E. U.U., Corea del Sur); no obstante, en ALC (según Barrere, 2019), ha habido un significativo aumento en el número de investigadores en ese mismo periodo (2008 a 2017) de un 28%, así como también se pudo constatar que ha habido un aumento de 84% en cantidad de artículos científicos publicados durante el mismo (p.12).

Es importante destacar que esas cifras muestran la creciente concientización de los gobiernos de ALC por los indicadores de progreso y desarrollo establecidos por organismos internacionales (Barsky, 2014; Luchillo, 2019), entre los cuales están incluidos los indicadores bibliométricos que constituyen la referencia por excelencia para determinar la productividad, visibilidad, impacto e influencia de la actividad científica de un país, región, comunidad científica, instituciones académicas, área de conocimiento, entre otras muchas (Barrere, 2019; López, Jiménez, Ruiz 2009).

En ese contexto, el análisis de la producción científica publicada en revistas académicas, de acuerdo con Luchillo (2019); Delgado, Jiménez, Ruiz, (2009); Witter (1999); Mourao, (1999), son una fuente para la validación de la producción científica de los investigadores, instituciones académicas y otras instancias dedicadas al quehacer investigativo a fin de valorar su impacto social y sus hallazgos, obtener una mejor explicación y comprensión de los fenómenos naturales o socioculturales que les condicionan y, de esa manera, evaluar los avances científicos de un país con respecto a otro. Es decir, estas ayudan a: la evaluación de los científicos y de la ciencia; la formación y renovación de cuadros de investigadores; la estructuración de proyectos de investigación; la consolidación de campos científicos; y, también, al incremento de la memoria científica, o *exomemoria* como la denominan los

científicos de la información (García, 2001), mediante la creación de repositorios del conocimiento (Laborde, 2009, p. 714)

Sobre este particular, Ramos (2001) sostiene que la evaluación de las revistas académicas es un proceso documental necesario para la elaboración de índices lo que permite el acceso a los contenidos de las publicaciones y de esta manera se le da visibilidad al conocimiento. De esos estudios se derivan conclusiones y orientaciones en relación con la consolidación de la publicación, impacto del contenido de la revista, justificación de la inversión para la investigación, toma de decisiones para reorientar aspectos del proceso editorial que así lo requieran (Meza, 2005), ya que el desarrollo de instituciones se sostiene gracias a la investigación de quienes ejercen docencia en las universidades (Tapia (2006).

Refiriéndose a este mismo asunto, Witter (1996) destaca la importancia que tiene para los lectores de ciencia, el análisis sistemático de los trabajos científicos publicados en los distintos medios disponibles, ya que propicia una visión general sobre los intereses de los investigadores en un determinado período histórico, además de apuntar las estrategias empleadas por los estudiosos para la selección, tratamiento e interpretación de la información con miras a construir sus datos de pesquisa.

Ubicándonos en el ámbito venezolano, Ruiz (1991, citado por Vincentelli y Witter, 2009) afirma que la preocupación por la comunicación científica en el área de educación se remonta al siglo XIX. Dicho autor señala que en 1871 se crean las revista Abecé, El Instructor Venezolano (1891) y la Revista de Instrucción Pública (1893). Varias décadas después, se funda la Revista de Educación (1936) y Educación (1939), creadas, todas ellas, por iniciativa del organismo rector de la educación, -en ese entonces llamado Ministerio de Instrucción Pública- con el propósito de informar y orientar a los maestros sobre diversos aspectos relacionados con el quehacer docente.

Cabe destacar que estas publicaciones, debido a la presencia de múltiples factores, entre ellos, la falta de continuidad en las políticas académico-administrativas, escasa proyección institucional de las respectivas publicaciones, dificultades derivadas de la poca participación de los docentes en la publicación de contenidos, condicionaron la corta existencia de las publicaciones antes mencionados, a excepción de la revista “Educación” que tuvo una larga trayectoria.

Tal como lo indican Vincentelli y Witter (2009), desde hace aproximadamente dos décadas, la situación ha mejorado de manera significativa, sin llegar a ser la ideal, hoy en día, tanto las universidades públicas como las privadas, desarrollan políticas editoriales que favorecen el mejoramiento de las publicaciones científicas y la permanencia de las mismas tanto en formato electrónico como impreso, aunque debido al incremento de los costos la cantidad de publicaciones electrónicas es cada vez mayor. Se extreman esfuerzos para cumplir con las exigencias y criterios establecidos por las distintas bases de datos, así lo confirman, los registros de publicaciones periódicas [LATINDEX](#) (2020), que contabiliza 536 revistas venezolanas, en tanto que [REDALYC](#) (2020) registra 1369 revistas en línea, siendo venezolanas solo 34 de ellas. Otro repositorio importante es Scielo, cuya sección Venezuela registra 60 revistas de esta nación suramericana. En su gran mayoría, están adscritas a dependencias o centros de investigación de las respectivas universidades de origen. En el caso de las publicaciones periódicas centradas en el área de Humanidades, [Scielo Venezuela](#) registra 21 títulos, de los cuales 7 (un tercio) corresponden a Educación

El panorama que muestran estos tres repositorios era muy distinto al de 1980 cuando fue fundada Paradigma que, desde entonces ha persistido como medio de difusión del quehacer científico de profesionales de las ciencias de la educación, tanto venezolanos como de otros países latinoamericanos, europeos y norteamericanos quienes han contado con las páginas de esta revista para compartir su producción científica con sus pares y con las demás personas interesadas, por variadas razones, en asuntos propios de las diversas disciplinas educativas.

Cabe destacar que la producción de Paradigma ha sido asunto de interés indagatorio tanto para investigadores del área de Ciencias de la Información como también de otros ámbitos de la investigación social. Entre esos estudios puede mencionarse el realizado por Lara y Witter (1999) quienes estudiaron la producción científica de la revista Paradigma durante el lapso comprendido entre 1980 y 1997, considerando: título de los artículos (número de vocablos), género de los autores, tipo de autorías y temas estudiados. El análisis de los resultados indica, entre otros particulares, lo siguiente: el número de vocablos presentes en los títulos es superior a lo establecido por los patrones internacionales; predominio de autoría única, indicando rezago en la incorporación de las tendencias actuales del trabajo científico en equipos interdisciplinarios. También se constató mayor presencia de autoría masculina y en relación con los temas tratados por los autores se observa que los contenidos más focalizados se refieren al

área de enseñanza y aprendizaje y temas generales sobre educación. Fue significativa la dispersión de temas.

En esta misma línea, Vincentelli (2003) analizó la producción científica publicada en la revista *Paradigma* en el período 1990-1999. La autora evaluó las variables-categorías referentes a: temas estudiados, género de los autores, tipo de autoría y referencias bibliográficas. Se verificó que los temas más estudiados fueron teorías y metodologías de la investigación, planificación y administración educativa y enseñanza de disciplinas específicas. Con relación al género de los autores se registra mayor presencia de autores masculinos y prevalece autoría única.

Por su parte, González (2008), también revisó el contenido de lo publicado en la *Revista Paradigma* durante el lapso 1980 – 2007, considerando: (1) Género del Autor; (2) Tipo de Autoría; (3) Origen de la Contribución; (4) Instituciones Representadas; (5) Temática tratada. En este estudio se evidenció el predominio de la autoría masculina única, los artículos de origen nacional y una amplia representación de instituciones universitarias del país sede de la publicación.

Tomando en cuenta que, en Latinoamérica, según, Romero-Torres; Acosta-Moreno; Tejada-Gómez (2013), las revistas científicas tienen una vida relativamente corta, que *Paradigma* haya conseguido llegar a cuarenta años constituye una circunstancia relevante para la academia iberoamericana representada por sus autores. Y es esto lo que se desea destacar en el presente trabajo, cuyo propósito se expresa en los siguientes

Objetivos

1. Mostrar información cuantitativa sobre la producción científica de la *Revista Paradigma*, considerando los artículos publicados ella desde su primera edición (julio de 1980) hasta la actualidad (junio de 2020).
2. Analizar los artículos incluidos en la edición de *Paradigma*, correspondiente a su cuadragésimo aniversario, en función de los siguientes parámetros:
 - a. Autoría
 - b. Filiación institucional
 - c. Distribución Geográfica.
 - d. Temáticas Desarrolladas

Método

Este estudio es de carácter documental; los materiales básicos de consulta fueron, por un lado, el Índice Acumulado de la Revista Paradigma, contenido de información referida a todos los artículos publicados en la misma durante el período 1980-2020; y por otro, se tuvo acceso pleno a los artículos insertos en la edición del cuadragésimo aniversario, y de cada uno de ellos se analizó el correspondiente resumen, sin realizar alteración alguna en el mencionado índice ni en los resúmenes examinados.

En el tratamiento de la información cuantitativa se usaron procedimientos simples de conteo de frecuencias y cálculo de porcentajes a partir de los cuales fueron elaboradas tablas destacando género de autores, instituciones que representan y países de origen. Para la información cualitativa se realizó un análisis de contenido de cada uno de los resúmenes identificando la temática principal que los autores expusieron en sus respectivos trabajos. El resultado de dichos análisis se desarrolla a continuación.

Histórico de la Producción Científica difundida en Paradigma.

El cuadragésimo aniversario de la revista Paradigma, está precedido por una historia muy particular. El 30 de julio de 1980 se produjo su primera edición y, desde ese momento se ha mantenido activa, de manera continuada, hasta el presente (2020), periodo durante el cual se han publicado 677 artículos número éste que, debido a las 42 contribuciones incluidas en el presente número, alcanza el total de 719 que, durante estas cuatro décadas, se distribuidos en 41 ediciones normales o extraordinarias. [Toda la producción por décadas de la revista Paradigma](#) se muestra en la Tabla 1.

Tabla 1. Distribución de artículos por volúmenes publicados

DÉCADA - VOLÚMENES	AÑO	Nº 1	Nº 2	TOTAL ARTÍCULOS POR VOLUMEN
1 ^{era} I - X	1980	6	4	10
	1981	6	-	6
	1982	6	-	6
	1983	6	-	6
	1984	10		10
	1985	9		9
	1986	11		11
	1987	15		15
	1988	5	5	10
	1989	7	6	13 (96)
2 ^{da} XI - XX	1990	1(*)	3	4
	1991	8		8
	1992	6	4	10
	1993-1996	11		11
	1997	6	6	12
	1998	7	13	20
	1999	10	8	18 (83)
	2000	7	7	14
3 ^{era} XXI - XXX	2001	6	5	11
	2002	6	8	14
	2003	8	9	17
	2004	10	9	19
	2005	9	9	18
	2006	13	12	25
	2007	11	11	22
	2008	11	12	23
	2009	11	11	22 (185)
	4 ^{ta} XXXI - XL	2010	10	10
2011		8	10	18
2012		8	8	16
2013		8	9	17
2014		8	11	19
2015		11	10	21
2016		11	15	26
2017		18	21	39
2018		25	15	40
2018 EXTRA		16	19	35
2019		22	13	35
2019 EXTRA		12	-	12(298)
XLI	2020 EXTRA	15		15 (TOTAL: 677)

Fuente: Datos de la investigación

Como se evidencia en la Tabla 1, a lo largo de su trayectoria histórica, la producción de Paradigma se ha ido incrementando sostenidamente, mostrando un mayor crecimiento del número de publicaciones en las dos últimas. Se estima que esto está asociado con el aumento de los estudios de postgrado, así como también con el reconocimiento social de la producción de ciencia, lo cual a su vez ha propiciado que la comunicación científica, de acuerdo con Barrere (2019), se haya transformado en una acción inevitable para los agentes vinculados con los procesos de producción de conocimiento.

Hallazgos a partir de los indicadores de la Edición Cuadragésimo Aniversario: 1980-2020 (Vol. XLI, junio de 2020)

A continuación, se muestran algunos de los indicadores relativos a los artículos incluidos en la edición por el cuadragésimo aniversario de la Revista Paradigma. Los aspectos considerados son: género de los autores, país de procedencia e instituciones a las cuales están vinculados, las temáticas en las que fueron distribuidos los artículos los aportes de cada uno de éstos.

Género de autores

En lo que parece ser una tendencia en las revistas humanísticas en general y educativas en particular, también en la edición del cuadragésimo aniversario Paradigma, predominan los artículos escritos por mujeres (Tabla 2)

Tabla 2. País de Procedencia y Género de los autores

PAÍS	MUJERES	HOMBRES
Argentina	3M	1H
Brasil	18M	14H
Chile	6M	5H
Colombia	1M	1H
Cuba	2M	-
EEUU	1M	-
España	7M	3H
Italia	-	1H
Japón	-	1H
México	2M	-
Puerto Rico	1M	-
Venezuela	12M	6H
TOTAL:	53M	32H

Fuente: Datos de la Investigación

En relación al género podemos apreciar, según los datos mostrados en la Tabla 2, que es más alto el número de autoras con un 62,35 %, que de autores, con un 37,65 %, lo cual revela la calidad de la representación de la mujer en una determinada área disciplinar (Giner-Soriano, 2019), siendo ello evidente en el caso de los profesionales de educación universitaria donde los estereotipos de género están ligadas a percepciones permanentes de los papeles asignados a hombres y mujeres; en los cuales, a decir de los datos persiste la creencia de que las mujeres parecen ser más adecuadas para ejercer la labores de educar (García Villanueva; Ávila Rodríguez; Vargas Pérez; Hernández Ramírez, 2015); destacándose en el rol que tradicionalmente se la atribuyó a la mujer como madre educadora, incidiendo así en la feminización de la carrera docente-investigador (Verardo, 2017).

Instituciones y países presentes en la edición.

La diversidad en la representación de instituciones universitarias y sus autores es uno de los criterios que se tiene para valorar las revistas científicas (Packer; Prat; Luccisano; Montanari; Santos; Menghini, 2006). Estos parámetros en relación con la edición aniversario de Paradigma son mostrados en el Cuadro 1.

Cuadro 1. Representación Institucional y País de Origen de los autores.

REPRESENTACIÓN INSTITUCIONAL	PAÍS DE ORIGEN DE LOS AUTORES
<ol style="list-style-type: none"> 1. Instituto Superior de Formación Docente Simón Bolívar, (ISFDSB) Córdoba. 2. Universidad Nacional de General Sarmiento (UNGS) 3. Universidad Nacional del Nordeste (UNNE) 4. Universidad Nacional de Rosario (UNR) 	Argentina (4)
<ol style="list-style-type: none"> 1. Colegio Estadual Donato Coutinho de Abreu (Goiás) 2. Instituto Federal de Mato Grosso (IFMT) 3. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP) 4. Universidade Anhanguera de São Paulo (UASP) 5. Universidade Cidade de São Paulo (UNICID) 6. Universidade Estadual de Maringá (UEM) 7. Universidade Estadual do Paraná (UNESPAR) 8. Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" 9. Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP) 10. Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC) 11. Universidade Federal do Pará (UFPA) 12. Universidade Federal do Paraná (UFP) 13. Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN) 14. Universidade Luterana do Brasil (ULBRA) 15. Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR) 	Brasil (15)

Continúa...

Cuadro 1. Representación Institucional y País de Origen de los autores. (Continuación)

REPRESENTACIÓN INSTITUCIONAL	PAÍS DE ORIGEN DE LOS AUTORES
<ol style="list-style-type: none"> 1. Corporación Municipal de Quilpué, 2. Pontificia Universidad Católica de Valparaíso (PUCV) 3. Universidad Católica del Maule 4. Universidad Católica de Temuco 5. Universidad de Bío-Bío 6. Universidad de Los Lagos (UdL); 7. Universidad de Talca 	Chile (7)
<ol style="list-style-type: none"> 1. Universidad Antonio Nariño 2. Universidad Distrital Francisco José de Caldas 	Colombia (2)
Universidad de Camagüey Ignacio Agramonte Loynaz	Cuba (1)
Harleyville-Ridgeville Middle School; South Carolina	Estados Unidos (1)
<ol style="list-style-type: none"> 1. Universidad de Granada 2. Universidad de Barcelona 	España (2)
Universidad de Bologna (UB)	Italia (1)
University of Tsukuba (UT)	Japón (1)
<ol style="list-style-type: none"> 1. Universidad Autónoma de Guerrero (UAG) 2. Universidad de Guadalajara (UDG) 	México (2)
Universidad de Puerto Rico (UPR)	Puerto Rico (1)
<ol style="list-style-type: none"> 1. Universidad Bicentennial de Aragua (UBA) 2. Universidad Central de Venezuela (UCV) 3. Universidad de Carabobo (UC) 4. Universidad del Zulia (LUZ) 5. Universidad José Antonio Páez (UJAP) 6. Universidad Nacional Abierta (UNA) 7. Universidad Pedagógica Experimental Libertador (UPEL) 8. Universidad Simón Bolívar (UBA) 	Venezuela (8)

Fuente: Datos de la Investigación.

Como muestra la información vertida en el Cuadro 1, la afiliación institucional, así como el origen geográfico de los autores, evidencia la amplitud de esta edición. En efecto, los autores proceden de 12 países; dos europeos (España e Italia), Estados Unidos, Japón; y ocho países de la región latinoamericana. Los 85 autores (53M y 32H) están afiliados a 45 instituciones, siendo 43 de ellas instituciones de educación superior.

Temáticas abordadas en la edición por el cuadragésimo aniversario de Paradigma

El estudio de los temas es importante para saber los énfasis en las producciones y su vigencia (Villegas, González, Bolívar, Hernández, 2004). Las temáticas desarrolladas en los 41 trabajos que componen esta edición aniversario, están todas ligadas a la educación y la formación de profesores en las más diversas áreas y disciplinas, desde perspectivas fundantes de las ciencias humanas y asuntos socio políticos globales, hasta la realización de

investigaciones prácticas en varios ámbitos, tales como la enseñanza de las ciencias, las matemáticas, las tecnologías digitales, la educación ambiental, el análisis del discurso, entre otras; a partir de esa caracterización, los artículos fueron organizados en secciones según las temáticas tratadas en ellos (Cuadro 2).

Cuadro 2. Secciones y Temáticas abordadas en la Edición del Cuadragésimo aniversario

SECCIÓN	TEMÁTICA
1 ^{ra} Sección	Prospectivas de la producción científica en Ciencias Humanas
2 ^{da} Sección	Formación de los profesores que enseñan Matemática.
3 ^{ra} Sección	Enseñanza de las ciencias y el desarrollo de competencias científicas
4 ^{ta} Sección	Reflexiones sobre el uso didáctico de las TIC´
5 ^{ta} Sección	Experiencias de enseñanza y aprendizaje de entidades matemáticas específicas
6 ^{ta} Sección	Educación Estadística
7 ^{ma} Sección	Asuntos socio políticos globales
8 ^{va} Sección	Historia de la Educación Matemática
9 ^{na} Sección	La Investigación en la UPEL

Fuente: Datos de la investigación

Áreas temáticas y características de los artículos

Como se planteó en el subtítulo anterior, los artículos se organizaron en áreas temáticas en función de los títulos y el contenido del resumen; proceso del cual surgió nueve secciones, cuyas características y naturaleza del trabajo se desarrollan a seguir.

La *primera sección* está compuesta por diez artículos que desarrollan temáticas amplias y prospectivas asociadas con diferentes aspectos de la producción científica en el ámbito de las ciencias humanas. Así con los avances observados en los recientes desarrollos teóricos del Enfoque Histórico Cultural; es a esto a lo que se refiere la primera autora Wanda Rodríguez, de la Universidad de Puerto Rico (Recinto Río Piedras) quien examina el estado actual de la relación entre el origen y desarrollo de las funciones mentales superiores y la educación, *en función de un movimiento revisionista que actualmente hace énfasis en aspectos ignorados o minimizados en las interpretaciones dominantes de la obra de Vygotski*. La autora concluye afirmando que *los desarrollos contemporáneos en el enfoque histórico-cultural pueden contribuir a una educación que responda más efectivamente a las demandas que las transformaciones históricas, sociales y culturales actuales han impuesto sobre ella*.

La autora del segundo de los trabajos incluidos en esta primera sección es Maria Aparecida Viggiani Bicudo de la Universidade Estadual Paulista – UNESP, Câmpus de Rio

Claro; São Paulo, Brasil quien aporta un ensayo en el cual trata “*cuestiones de fondo relativas a la investigación fenomenológica en educación*” entre las cuales destacan las siguientes nociones: “*lo dado, la subjetividad, la intersubjetividad, y la objetividad, que son temas que se entrelazan cuando se busca comprender la educación y la investigación desde el abordaje fenomenológico*”.

A continuación, se encuentra el trabajo de Maria da Conceição Passeggi, vinculada con la Universidade Federal do Rio Grande do Norte y la Universidade Cidade de São Paulo, Brasil. Esta autora discurre sobre las aperturas epistemológicas que son propiciadas por la investigación cualitativa en Educación, enfatizando los abordajes narrativos, entre los cuales resalta: las historias de vida en formación, la pesquisa biográfica en Educación y la pesquisa (auto)biográfica y las trayectorias que tales abordajes describieron en Brasil. La autora examina sus diferencias y semejanzas, así como también los principios epistemológicos subyacentes a tres tipos de apuestas que se infieren de esos tres abordajes, sobre esa base propone el que denomina paradigma narrativo-autobiográfico.

A esa primera sesión, también pertenece el aporte, Juan D. Godino y María Burgos, de la Universidad de Granada (España) quienes se cuestionan ¿Cómo enseñar las matemáticas y ciencias experimentales? Indicando que “*a pesar de los enormes esfuerzos de investigación que se vienen realizando, este problema sigue abierto*”. Los autores abordan la cuestión examinando el dilema entre “enseñanza transmisiva” y “aprendizaje indagativo” utilizando los supuestos y herramientas teóricas del Enfoque Ontosemiótico. Su conclusión es que “*la optimización del aprendizaje y el logro de una acción didáctica idónea requiere entretener de manera dialéctica y compleja los momentos de transmisión del conocimiento por el profesor con los momentos de indagación del estudiante.*”

Seguidamente, en la misma sección señalada antes, está el trabajo de Vicenç Font, Adriana Breda, de la Universitat de Barcelona (España) y Luis R. Pino-Fan, de la Universidad de Los Lagos (Osorno, Chile) en el cual explican la evolución de una agenda de investigación que tiene como foco el estudio de la complejidad de los objetos matemáticos y comentan su experiencia de formación de profesores en la cual se ha de tener en cuenta “*la complejidad del objeto matemático a enseñar*”. Seguido, se presenta el texto de Bruno D’Amore de la Universidad de Bologna (Italia) y de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas (Bogotá, Colombia) a la cual está adscrita también Martha Isabel Fandiño Pinilla, “*presentan y sintetizan*

diversas reflexiones sobre las bases teóricas del Enfoque ontosemiótico del conocimiento matemático y de la enseñanza de la matemática, en el marco general de la progresiva consolidación de la Didáctica de la Matemática como disciplina científica.”

El siguiente trabajo que compone esta sección es un ensayo de Ubiratan D’Ambrosio quien realiza *“reflexiones sobre los movimientos STEM y STEAM, desde la perspectiva de la Etnomatemática”*. Primeramente, ubica el tema *“en el contexto de la urgencia que está experimentando la humanidad, debido a la aparición de un nuevo virus corona que generó el COVID-19, que ha propiciado la pandemia que el mundo ha sufrido desde fines de 2019 y que para el momento de la aparición de este número de la Revista Paradigma (junio de 2020) ha causado cientos de miles de muertes en casi todos los países. Posteriormente, ofrece una visión crítica del movimiento STEM que generó la propuesta STEAM, que difiere de STEM al incluir la A de Artes. Con respecto a este cambio, el autor del ensayo, desde la Filosofía de las Matemáticas, se pregunta si hay un lugar para la ficción y la fantasía en las Matemáticas, que son esenciales en las Artes. Para responder esto se necesitan algunas preguntas preliminares que el autor responde desde el Programa de Etnomatemáticas y plantea su perspectiva personal para introducir el concepto de STEAM.”*

Abordando un tema muy sensible y al mismo tiempo importante como lo es la Educación Inclusiva, Sani de Carvalho Rutz da Silva, Renata da Silva Dessbesel, de la Universidade Tecnológica Federal do Paraná (Ponta Grossa, Brasil) y Elsa Midori Shimazaki, de la Universidade Estadual de Maringá (Brasil), nos ofrecen *“un panorama de las investigaciones referentes la enseñanza de las matemáticas en la educación de personas sordas”* en cuyo desarrollo utilizaron la *“Methodi Ordinatio, para la selección y análisis de los artículos disponibles en la base de datos Scopus, Scielo, DOAJ y ERIC”*. Estas investigadoras concluyen afirmando que *“la educación de los sordos se presenta en un ambiente de muchas posibilidades y, por lo tanto, diversos factores interfieren en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas de estas personas en el aula.”*

A continuación, Raimundo Olfos y Soledad Estrella, de la Pontificia Universidad Católica de Valparaiso (Chile) y Masami Isoda, de la University of Tsukuba (Japón), presenta un conjunto de hallazgos y avances logrados durante más de una década de investigaciones sobre el Estudio de Clases (Lesson Study), como metodología de desarrollo profesional docente, llevadas a cabo en Chile. Como resultado de su experiencia, estos autores afirman que es

necesaria una *“mayor comprensión a nivel político de una concepción ampliada del Estudio de Clases, como vehículo efectivo en la transformación del aula de clases, la escuela y el sistema escolar.”*

Esta primera sección se cierra con el trabajo de Adriana Bolívar, de la Universidad Central de Venezuela, quien presenta su estudio sobre el discurso académico, usando como referencia teórica el Análisis Interaccional del Discurso, a través del entrenamiento ofrecido a profesores universitarios sobre los pormenores asociados con la escritura de un buen artículo científico en Educación, acción ésta que constituye un complejo *“proceso que abarca en la teoría varios planos: a) la definición de artículo científico, b) los tipos de textos que aceptan las revistas como productos de la investigación científica, c) las tradiciones discursivas en educación, y d) las estrategias de los investigadores para cumplir con el requisito de escribir un buen artículo científico”*.

La *segunda sección*, compuesta por cuatro trabajos, está dedicada a la formación de los profesores que enseñan Matemática. El primero de ellos, Hugo Parra-Sandoval, de la Universidad del Zulia (Venezuela), considera un aspecto clave en este asunto: la formación que deben tener quienes se encargan de formar a los futuros profesores de esta disciplina, es decir, la formación de los formadores, haciendo énfasis en que para ello se requiere de un conocimiento especializado. Parra concluye su trabajo proponiendo una agenda de investigación sobre dos aspectos que considera esenciales: la problematización y el conocimiento del formador de profesores.

En el segundo de los artículos que componen esta sección, Nancy Montes de Oca Recio, de la Universidad de Camagüey Ignacio Agramonte Loynaz (Cuba), muestra algunos resultados teóricos relacionados con la formación didáctico-matemática de los docentes de Matemática, generados *“a partir de las insuficiencias detectadas en el desempeño de estos docentes en el ejercicio de la profesión, en relación con nociones básicas de Geometría Plana y de Álgebra Lineal, gestión de demostraciones matemática, promoción de la valoración positiva de la Matemática, y comunicación matemática. Las bases teóricas del estudio corresponden al enfoque histórico cultural del desarrollo humano y los enfoques ontosemiótico, comunicativo y contextualizado de la enseñanza-aprendizaje de la Matemática”*.

Natalia Sgreccia, de la Universidad Nacional de Rosario (Argentina), autora del tercero de los artículos que componen la segunda sección, realiza una pesquisa en el repositorio

histórico (1980-2019) de la Revista Paradigma identificando los artículos que abordan la formación de profesores de Matemática, analizándolos en función de su propia línea de pesquisa. Sgreccia desarrolla su trabajo compartiendo *“una síntesis del contenido de cada una de las obras ensayando, además, relaciones conceptuales, a modo esquemático, entre las mismas. Finalmente, se comenta brevemente la línea de trabajo actual de la autora y su equipo de investigación en Argentina, que se encuentra en correspondencia con el tópico abordado”*.

Para cerrar esta sección, Silvia N. Retamal Cisterna, Luis R. Pino-Fan, de la Universidad de Los Lagos, (Osorno, Chile) y Sonia Salas-Salinas, de la Corporación Municipal de Quilpué (Chile), comparten sus reflexiones sobre el aprendizaje de la Matemática fuera del espacio escolar y su incidencia sobre la formación de profesores, generadas a partir de la asunción de una visión sociopolítica de la enseñanza de la matemática escolar en el escenario chileno que les permitió *“entender los mecanismos por los que se reproducen desigualdades desfavorables para los estudiantes más vulnerables de nuestra sociedad y con ello identificar directrices para contribuir con la justicia social desde el ámbito educativo”*.

La tercera sección está conformada por cinco artículos y se dedica a la enseñanza de las ciencias y el desarrollo de competencias científicas de estudiantes de diferentes niveles educativos.

En el primero se detalla el proceso de construcción de un instrumento para evaluar mediante juegos, competencias matemáticas y científicas del alumnado que inicia educación primaria, desarrollado por María José Espigares Gámez, Alicia Fernández Oliveras y María Luisa Oliveras Contreras de la Universidad de Granada (España). El estudio tuvo como premisa que *“existen capacidades matemáticas y científicas en los jugadores, que se pueden poner de manifiesto cuando se juegan, con rigor y éxito, juegos con potencialidades matemáticas y científicas. Para determinar éstas, se realizó el análisis de un conjunto de juegos tradicionales pertenecientes a diversas culturas y países del mundo, desde una perspectiva Etnomatemática”*, y en el mismo fueron analizadas *“las potencialidades matemáticas y científicas de los juegos, mediante un análisis de contenido de las reglas de juego y un análisis etnográfico de los materiales y el contexto del juego, estableciendo un catálogo de 40 juegos válidos para aprender y evaluar matemáticas y ciencias al ser jugados”*.

En el segundo, Everton Bedin, de la Universidade Federal do Paraná (Brasil) y José Claudio Del Pino, de la Universidade do Vale do Taquari (Brasil), presentan su constructo

teórico vinculado con la movilización de competencias cognitivas en la enseñanza de las ciencias; su planteamiento central es que *“cuando el Aprender por la Investigación Centrada en el Alumno (APCA), se desarrolla a partir del interés del estudiante y de la inserción activa de éste en el aula, le permite la movilización de competencias para su formación crítica y ética”*.

El tercero de los trabajos incluidos en esta sección, Letícia Ferreira y Lucila Akiko Nagashima de la Universidade Estadual do Paraná, Paranavaí (Brasil), muestran el aporte que la literatura infantil, particularmente las fábulas, proporciona a la enseñanza de la ciencia en los primeros años de la Educación Fundamental. Su pregunta clave fue *“¿Cómo pueden los maestros asociar la enseñanza de las ciencias con las narraciones literarias trabajadas en el aula?”* Para tratar de responderla articularon *“a la literatura infantil (particularmente las fábulas) algunas de las características de la enseñanza de animales y ciencias basadas en referencias teóricas de literatura y educación antropológica”*.

En el cuarto artículo se aborda el papel que desempeña la investigación científica en la formación de estudiantes universitarios. Para ello, las autoras Ligia Sánchez, Maidelis Herrera, de la Universidad de Carabobo, Campus La Morita (Venezuela) y Mairene Sánchez, de la Universidad Bicentennial de Aragua (Venezuela) realizaron una indagación sobre *“la resistencia que tienen los estudiantes universitarios de involucrarse en la actividad investigativa durante su proceso de formación inicial”*. Uno de sus hallazgos fue que *“Los estudiantes tienen poco conocimiento respecto a la actividad científica que se desarrolla en la universidad, lo cual limita su participación e involucramiento en dichas actividades y genera cierta aprehensión y temor producto de miedos e inseguridades, ya que la investigación se ve como algo reservado para los elegidos”*. Sin embargo, al mismo tiempo consideran que *“ejecutar el proyecto de investigación, del Trabajo Especial de Grado, es relevante en su formación profesional, por su utilidad académica y su potencial para fortificar el conocimiento disciplinar”*.

Esta sección se cierra con un trabajo en el cual son examinadas las concepciones previas de alumnos de educación secundaria en relación con Educación Ambiental, EA, desarrollando la construcción de un horno solar como práctica educativa. Los autores del trabajo Weslaine da Silva Santos y Marcelo Franco Leão, del Instituto Federal de Mato Grosso (IFMT; Confresa, Brasil), analizaron *“las percepciones de los estudiantes de una clase de secundaria en una escuela pública en Mato Grosso sobre EA”*, así como también desarrollaron *“una actividad experimental como una acción práctica sostenible*. Los resultados del estudio *“revelaron las*

percepciones sobre el concepto de EA y el medio ambiente, los problemas ambientales actuales, la participación en acciones ambientales, la evaluación de la intervención realizada, las contribuciones al pensamiento crítico y el aprendizaje construido”

La *cuarta sección* está formada por sólo dos artículos; en el primero de ellos, Fábio Douglas Farias de la Universidade Cidade de São Paulo (Brasil), Douglas da Silva Tinti de la Universidade Federal de Ouro Preto (Brasil) y Ana Lúcia Manrique, de la Pontificia Universidade Católica de São Paulo (Brasil), disertan sobre el Modelo f @ r, construido a partir de una reflexión conjunta realizada por docentes que enseñan matemáticas después de haber participado en un proceso de capacitación con tecnologías;

El segundo contiene una reflexión sobre el uso didáctico de las TIC'S en las Universidades. Los autores, Haydee Guillermina Páez, de la Universidad José Antonio Páez (Venezuela), Nolberto Goncalves Rodríguez, de la Universidad de Carabobo (Venezuela) y Evelyn Cristina Arreaza Páez, de la Harleyville-Ridgeville Middle School (South Carolina, EE UU), se preguntan si “transcurridas dos décadas de haber sido establecido como prioridad el uso de la internet en las instituciones de educación superior venezolanas, el uso didáctico de las TIC responde a una expectativa o aspiración y si ésta, es personal o institucional”. El estudio les permitió constatar que existe una *“generalizada predisposición negativa de docentes y estudiantes hacia el uso de las TIC como recurso para mediar procesos didácticos en la sociedad actual, lo cual resalta el importante papel que la afectividad digital podría desempeñar para superar esta situación”*.

La *quinta sección*, compuesta por cinco contribuciones, incluye experiencias de enseñanza y aprendizaje de entidades matemáticas específicas en Educación Superior.

En el primero, Carmen Teresa Kaiber y Priscila Augusta de Quadros Scott Hood de la Universidade Luterana do Brasil (Canoas, Rio Grande do Sul), examinan los errores en los que incurren los estudiantes en el aprendizaje del Cálculo Diferencial e Integral y afirman el potencial que su análisis tiene para identificar las dificultades que manifiestan los estudiantes al estudiar Cálculo Diferencial e Integral a nivel universitario, especialmente las que *“están vinculadas a aspectos conceptuales relacionados con la resolución de derivadas por definición por límite, así como a procedimientos relacionados con conceptos y propiedades elementales dentro del ámbito de Matemáticas”*.

En el segundo trabajo, Mónica Campos, del Instituto Superior de Formación Docente Simón Bolívar (Córdoba, Argentina) y Mabel Rodríguez, de la Universidad Nacional de General Sarmiento (Los Polvorines, Argentina), comparten su estudio sobre la aprehensión conceptual de las inecuaciones, realizado en el marco del Enfoque Cognitivo en Educación Matemática, asumiendo explícitamente la teoría de las representaciones semióticas de Raymond Duval, con la participación de “*estudiantes del primer año de la formación de profesores de matemática en una institución argentina*” El estudio prestó atención principalmente a los “*registros de representación semiótica que estudiantes de primer año ponen en juego al resolver inecuaciones y al expresar sus conjuntos solución*” así como también al “*grado de aprehensión conceptual alcanzado luego de la enseñanza recibida*”.

El tercer trabajo de esta sección es un aporte de Olga Lidia Pérez González, de la Universidad de Camagüey “Ignacio Agramonte Loynaz” (Cuba) quien se refiere a la formación y desarrollo conceptual en el Cálculo Diferencial y el Álgebra Lineal en las carreras de Ingeniería. Sus formulaciones están fundamentadas en una investigación a partir de la cual fueron diseñadas algunas estrategias relativas a la didáctica de esas dos disciplinas.

En el cuarto artículo, Marcela Parraguez, de la Pontificia Universidad Católica de Valparaíso (Chile) y Guadalupe Vera-Soria, de la Universidad de Guadalajara (México), dan cuenta de un estudio de casos llevado a cabo en un contexto universitario sobre los modos de Pensamiento Sintético y Analítico que los estudiantes ponen en juego para la comprensión del concepto de Base en el Espacio Vectorial R^2 ; las autoras describieron el proceso de “*construcción del significado del acto de comprender dicho concepto, cuando se articulan tres modos de pensarlo: sintético-geométrico, analítico-aritmético y lo analítico-estructural*” y encontraron “*elementos clave para alcanzar la comprensión de Base en R^2 como un sistema conceptual*”.

El trabajo de cierre de esta sección fue producido por Claudia Lisete Oliveira Groenwald, de la Universidade Luterana do Brasil (Canoas, Rio Grande do Sul) a partir de un Diseño instruccional desarrollado con cinco estudiantes de pregrado en Matemáticas con el tema expresiones numéricas. Se trató de un estudio de caso en el que “*se aplicó en una situación didáctica con el tema Expresiones numéricas, adecuada para estudiantes en el sexto año de la escuela primaria*”.

La *sexta sección* está dedicada a la Educación Estadística. La conforman tres trabajos. En el primero de ellos, Nelly León Gómez, de la Universidad Pedagógica Experimental Libertador (Instituto Pedagógico de Maturín, Venezuela), examina los alcances de la Enseñanza de la Estadística a través de la Investigación en la Educación Media en un país suramericano. El asunto central abordado por la autora se refiere a *“pertinencia de una enseñanza de la Estadística a través de la investigación con miras a la formación de un ciudadano crítico”*. En primer lugar examina el estatuto de la Estadística en cuanto ciencia: luego cuestiona *“la forma como se enseña Estadística en Venezuela en Educación Media, apegada a la tradición calculista y procedimental”*, procurando evidenciar *“las limitaciones y las oportunidades de los docentes para una enseñanza/aprendizaje de la disciplina con la aplicación de la investigación estadística a través de proyectos de aprendizaje”*. Esto implicaría cambios en los procesos de formación docente que *“conlleven a adoptar un modelo que contemple por una parte el conocimiento conceptual y pedagógico para la enseñanza y por otra el desarrollo del pensamiento estadístico de los propios docentes, sin olvidar el componente afectivo de la Educación”*

En el segundo, Carmen Batanero, Antonio Francisco Roldán López de Hierro y Rocío Álvarez Arroyo, de la Universidad de Granada (España), evaluaron las dificultades que confrontan los estudiantes en la construcción de intervalos de confianza, uno de los conceptos clave en la Educación Estadística; para ello, analizaron *“los pasos requeridos para resolver un problema abierto tomado de las pruebas españolas de acceso la universidad y compararon las soluciones aportadas por 58 estudiantes de Bachillerato y 57 de Psicología, después de haber estudiado el tema”*.

Por último, se presenta el estudio realizado por Danilo Díaz-Levicoy, de la Universidad Católica del Maule (Talca, Chile), Lizzet Morales-García, de la Universidad Autónoma de Guerrero (México) y Francisco Rodríguez-Alveal, de la Universidad de Bío-Bío (Chillán, Chile), sobre las actividades en que intervienen las medidas de tendencia central en libros de texto de Educación Primaria utilizados en México. Para ello desarrollaron un análisis de contenido en libros de primaria usados en ese país. Los investigadores encontraron *“el predominio de la media aritmética y la moda, la tarea de calcular, el uso de las representaciones de listado de datos y tabla de datos y el contexto personal [...] se observa la necesidad de aumentar la cantidad de actividades sugeridas en los libros de texto”*.

En la *séptima sección* se incluyen cuatro artículos que abordan asuntos globales. El primero está relacionado con las funciones de la escuela secundaria brasileña en el contexto del ajuste neoliberal y de la crisis del capital. Este trabajo fue desarrollado por Neide de Almeida Lança Galvão Favaro, Priscila Semzezem y Cleissiane Aguido Gotardo, de la Universidade Estadual do Paraná (Campus Paranavaí, Brasil) quienes analizan *“las funciones que asume la escuela secundaria brasileira con vistas a la Ley N° 13.415/2017, que cambia la escuela secundaria brasileña, insertándola en el marco de las políticas neoliberales y en medio de la fase actual de la reestructuración del capital mundial”*. Por su parte, Karina Heredia y Julio González Bello, de la Universidad de Carabobo (Venezuela), desarrollan la noción de Autonomía Deontológica, como uno de los principios básicos que debe fundamentar la práctica profesional de los Orientadores, en apego a lo establecido en la Declaración Universal sobre Bioética y Derechos Humanos.

El tercero de los trabajos es de autoría de Marling Rosario Brito, Freddy Rojas Velásquez, de la Universidad Simón Bolívar (Caracas, Venezuela), junto con Juan Bolívar López, de la Universidad de Talca (Chile) quienes estudiaron la influencia conjunta del Estilo de Educación Parental y el Estilo de Pensamiento de los Estudiantes sobre el Rendimiento Académico de éstos. A partir de los resultados de su pesquisa diseñaron *“un Programas de Educación Familiar para padres y de Entrenamiento Didáctico para profesores con la finalidad de fomentar en el estudiante adolescente un mejor proceso de socialización y respuesta a las tareas para su éxito académico”*.

El siguiente de los trabajos incluidos en esta sección pertenece a las profesoras María Susana Harrington Martínez, de la Universidad Pedagógica Experimental Libertador (Núcleo El Mácaro, Venezuela), Lourdes Ángela Díaz Blanca, de la Universidad Pedagógica Experimental Libertador (Mérida, Venezuela) y Ana Cristina Bolívar Orellana, del Instituto de Formación docente Salomé Ureña (San Juan de la Maguana, República Dominicana). Estas tres especialistas en Lingüística, realizaron un estudio relativo a las representaciones sociales acerca de los trabajos académicos finales de los cursos de postgrado (disertaciones, tesis, e otros) genéricamente denominados “tesis” que son reflejadas en los memes que se refieren a dichas producciones; *“entre las conclusiones destacan que en las representaciones sociales que subyacen en los memes la tesis es una meta que solo puede alcanzarse si hay dolor, angustia y sufrimiento de por medio. Dichos resultados plantean la necesidad de revisar la forma en que*

las instituciones universitarias han orientado el desarrollo de las tesis en pregrado y postgrado”.

La séptima sección la cierra el trabajo de Verónica Díaz Quezada (Universidad de Los Lagos) y Cecilia Sanhueza Cartes (Universidad Católica de Temuco), ambas de Chile y quienes muestran un estudio que les permitió elaborar y validar un instrumento para monitorear la adquisición de las denominadas habilidades blandas o transversales en educadores de párvulos; tales habilidades, afirman las autoras, “ [...] *son consideradas en la actualidad por la literatura tanto nacional como internacional, imprescindibles en la formación (de dichos educadores), por su complementación con las llamadas competencias duras o genéricas.*”

La octava sección es sobre Historia de la Educación Matemática. Está compuesta por siete trabajos.

El primero remite a las genealogías y visión formativa de grupos de investigación en la historia de la educación matemática en Brasil. Este trabajo es un aporte de Iran Abreu Mendes y Carlos Aldemir Farias da Silva, de la Universidade Federal do Pará (Belém, Brasil), quienes “presentan los resultados de un estudio, basado en la epistemología de Ludwik Fleck y asociado con estudios sobre genealogía, cuyo objetivo fue discutir las genealogías de los grupos de investigación en Historia de la Educación Matemática de Brasil, desde la perspectiva de su *visión formativa*, y sus *estilos y colectivos de pensamiento*, con el fin de caracterizar el origen, la evolución y la difusión de las organizaciones sociales de estos grupos de investigación en relación con sus generaciones descendientes. De ese modo, consiguieron identificar una trayectoria de maduración académica en los procesos de formación de los investigadores orientada hacia el fortalecimiento de la constitución epistemológica del campo de investigación en Historia de la Educación Matemática y su ramificación multiplicativa en las diferentes regiones de Brasil.

El segundo trabajo es de la autoría de Wagner Rodrigues Valente, de la Universidade Federal de São Paulo y líder del Grupo de Pesquisa de História da Educação Matemática (GHEMAT), quien muestra algunos resultados que se han obtenido con el desarrollo de un amplio proyecto de investigación sobre el saber profesional del maestro que enseña matemáticas; para caracterizar dicho saber, apeló dos categorías: matemáticas a enseñar y matemáticas para enseñar; con base en las relaciones entre estas dos matemáticas, se realiza una

construcción teórica sobre el objeto identificado como el saber profesional del profesor que enseña matemáticas.

En el tercero de los trabajos incluidos en esta sección, se comparte una mirada a las producciones en Historia de la educación matemática presentadas en el VII Seminario Internacional de Investigación en Educación Matemática. Este artículo fue producido por Yohana Taise Hoffmann, David Antonio da Costa y Luiz Ricardo Nakamura, de la Universidade Federal de Santa Catarina (Brasil), quienes analizan las comunicaciones expuestas en la edición del mencionado evento correspondiente al año 2018 en el GT15 (Historia de la educación matemática), procurando dar respuesta a las siguientes interrogantes: ¿Cuáles son los grupos de investigación (GI's) presentes en el GT15? ¿Qué supuestos teóricos y metodológicos se utilizan? ¿Qué temas se están abordando? Para responderlas se apoyaron en los conceptos de colectivo de investigadores (Ludwick Fleck) y campo científico (Pierre Bourdieu).

En el cuarto trabajo de esta octava sección, son presentadas las investigaciones y orientaciones curriculares presentes en la Enseñanza del álgebra en los años iniciales de la Enseñanza Fundamental brasilera. El estudio que generó este artículo fue realizado por Claudianny Amorim Noronha y Luanna Priscila da Silva Gomes, de la Universidade Federal do Rio Grande do Norte (Brasil), quienes examinaron las orientaciones para la enseñanza y el aprendizaje del álgebra en los años iniciales de la Enseñanza Fundamental contenidas en los documentos curriculares oficiales que orienta las prácticas pedagógica en la Educación Básica. Además, realizaron un inventario de los estudios sobre el tema, divulgados en las memorias de uno de los principales eventos brasileiros de Educación Matemática.

El quinto trabajo, contiene reflexiones sobre las aproximaciones y distancias entre Hermenéutica y Hermenéutica de Profundidad como marco teórico para los estudios historiográficos en Educación Matemática; sus autores son Alexandre Ausani Huff, Arno Bayer y Fernando Luís de Rosso, de la Universidad Luterana de Brasil (Rio Grande do Sul, Brasil), cuya intención fue “construir los puentes necesarios entre la hermenéutica, la historicidad y la enseñanza de las matemáticas, con el fin de ofrecer subsidios para aquellos que investigan la Historia de las Matemáticas y la Historia de la Enseñanza de las Matemáticas y quienes, a veces, encuentran difícil basar sus estudios con respecto a la escritura.

El sexto trabajo incluido en esta sección examina prolijamente las ediciones producidas en Caracas del libro Elementos de Geometría de Legendre. Se trata de un nuevo estudio sobre

textos antiguos de Matemática, realizado por Walter Beyer, de la Universidad Nacional Abierta (Venezuela), en el cual llevó a cabo un “estudio comparativo de tres ediciones venezolanas de los Elementos de Geometría de André Marie Legendre, libro ampliamente usado en Venezuela. La indagación se realizó siguiendo el método histórico y la metodología de análisis de textos históricos y aporta una descripción del ejemplar de la obra de cada edición, considerando y comparando entre sí diversos elementos constitutivos del texto.

El último de los trabajos incluidos en esta sección trata de las posibilidades de uso de la matemática para la interpretación y comprensión de un problema contemporáneo: la pandemia de COVID-19 ocasionada por la aparición en China, a finales de 2019, de un nuevo coronavirus. Los autores de esta contribución son Juan Nápoles (Argentina) y Osvaldo Rojas (Colombia) quienes abordan el mencionado problema mediante el uso del Modelos SIR, ideado por Kermack y McKendrick (1927), para simular la difusión de una epidemia; los autores discuten *“su solución y enfoques y hacen algunas reflexiones educativas, desde las posiciones de la Matemática Realista”*.

En la *novena sección*, dedicada a la Investigación en la UPEL, son comparadas dos estrategias para la enseñanza de la Geometría a futuros profesores de Matemática, por un lado el doblado de papel y por otro el uso de software de Geometría Dinámica. El estudio del cual se derivó este artículo fue llevado a cabo por Martha Iglesias, de la Universidad Pedagógica Experimental Libertador (Instituto Pedagógico de Maracay, Venezuela) y José Ortiz, de la Universidad de Carabobo (Campus La Morita, Venezuela), en el contexto de un curso optativo de Resolución de Problemas Geométricos Asistido por Computadora (RPG-AC) en que participaron 13 futuros profesores de matemática. Fue usado el software de geometría dinámica CabriGéomètre II para *“mostrar la construcción con regla y compás de la herramienta triangular, y dejar ver su equivalencia con la construcción a partir del doblado de papel. El estudio realizado puso en evidencia que las actividades y experiencias formativas llevadas a cabo contribuyen a la formación didáctica y matemática de los futuros profesores”*.

Conclusiones

Producción Científica que circula en Paradigma

En sus 40 años, Paradigma ha publicado 677 trabajos, sin contar los de la edición del cuadragésimo aniversario; incluyendo ésta se alcanza un total 718 distribuidos en 41 volúmenes, lo cual indica un promedio aproximado de 18 artículos por volumen, lo cual puede ser visto

como moderado. Sin embargo, si se considera la producción a partir del 2000, cuando la revista consiguió estabilizarse, el panorama es el siguiente: en la década 2000-2009, fueron publicados 185 trabajos, manteniéndose el promedio de alrededor de 18 artículos por volumen; sin embargo, entre 2010 y 2019, fueron publicados 298 trabajos, lo cual indica un promedio alrededor de 30 artículos por volumen, siendo ello un indicio de la consideración que la comunidad científica tiene hacia la revista a la que le ha sido otorgada la clasificación [Qualis A2](#), herramienta usada por la [CAPES](#) (Brasil) para clasificar la producción científica de los programas brasileiros de postgrado en lo que se refiere a los artículos publicados en revistas científicas. Además, se mantiene activa en el [Directorio de LATINDEX](#) y en la biblioteca electrónica [Scielo](#) así como también en otros importantes [index](#) iberoamericanos.

Con base en la información antes expuesta, se puede señalar que la Revista Paradigma constituye una de las publicaciones venezolanas que ha logrado sobreponerse a las múltiples dificultades que sufren las publicaciones científicas latinoamericanas, manteniéndose activa, luego de su primera edición (1980) lo cual supera ampliamente la vida promedio de las revistas latinoamericanas, evidenciando una tendencia hacia su definitiva estabilización, asegurando regularidad y oportunidad en su salida.

Autoría

Los 41 artículos de la edición por el cuadragésimo aniversario de Paradigma fueron producidos por 83 autores, de los cuales 53 son mujeres y 30 son hombres. Este es otro aspecto interesante ya que la mayoría de las mujeres firmantes de artículos en esta edición son primeras autoras, con lo cual se avanza hacia la superación de la infrarrepresentación femenina en los periódicos científicos del área humanística.

Afiliación Institucional

En la edición por el cuadragésimo aniversario, están representadas 43 instituciones; 15 de ellas son brasileras y 8 son venezolanas. Estos dos países acumulan el aproximadamente el 54% del total. Las 15 instituciones brasileras se distribuyen en prácticamente toda la geografía del país, lo cual acontece de igual manera con las instituciones venezolanas.

Distribución Geográfica

Los autores, autoras e instituciones representadas en la edición por el cuadragésimo aniversario de la Revista Paradigma, proceden de 12 países localizados en América Latina,

América del Norte, Europa y Asia, lo cual es un indicio de la apertura de esta publicación hacia instituciones y países diferentes de Venezuela (sede de la publicación), y una contribución a la visibilidad de la producción científica generada en nuestra región.

En síntesis, teniendo en cuenta lo expuesto, se perciben: la amplia acogida que ha alcanzado la revista, la visibilidad de la misma y la diversidad en la comunicación de las áreas disciplinares relacionada con la formación de profesores.

Finalmente, se resalta que queda pendiente un análisis, utilizando herramientas propias de la cuantificación (Parra, Coutinho & Pessano, 2019), minucioso y detallado de toda la producción científica contenida en esta publicación a lo largo de sus cuatro décadas de existencia, para lo cual, convidamos a los académicos interesados en realizar este tipo de estudio.

Referencias

- Bárceñas, Ramón (2002). Contexto de descubrimiento y contexto de justificación: un problema filosófico en la investigación científica. *Acta Universitaria*, 12(2),48-57. ISSN: 0188-6266. Disponible en: <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=416/41600206>. [Acceso el: 9 de mayo de 2020].
- Barrere, R. (Coord.) (2019). El estado de la ciencia. *Red de Indicadores de Ciencia y Tecnología -Iberoamericana e Interamericana- RICYT Principales Indicadores de Ciencia y Tecnología Iberoamericanos / Interamericanos*. Disponible en: <http://www.ricyt.org/wp-content/uploads/2019/10/edlc2019.pdf>. [Acceso el: 9 de mayo de 2020].
- Barsky, O. (2014). *La evaluación de la calidad académica en debate. Volumen 1. Los rankings internacionales de universidades y el rol de las revistas científicas*. Buenos Aires, UAI Editorial–Teseo. Disponible en: <https://www.uai.edu.ar/media/109527/la-evaluaci%C3%B3n-de-la-calidad-acad%C3%A9mica-en-debate.pdf>. [Acceso el: 9 de mayo de 2020].
- Burke, P. (2003). *Uma história social do conhecimento: de Gutemberg a Diderot*. Rio de Janeiro: Jorge Zahar.
- Bufrem, L.; Gabriel Junior, R.; Gonçalves, V. (2010). Dez Anos de Revista Diálogo Educacional (2000-2009): histórico e evolução. *Rev. Diálogo Educ., Curitiba*, Vol. 10, n. 29, p. 123-149. Disponible en: https://www.researchgate.net/publication/321279701_DEZ_ANOS_DE_REVISTA_DIALOGO_EDUCACIONAL_2000-2009_historico_e_evolucao/citation/download. [Acceso el: 12 de mayo de 2020].
- Campos, R. (2000). La comunicación científica: ¿arte o técnica? *Ars Pharmaceutica*, Vol 41 N| 1, p 11-18. Disponible en: <http://www.ugr.es/~ars/abstract/41-11-00.pdf>. [Acceso el: 9 de mayo de 2020].
- Delgado, L.C, Jimenez, C.E, Ruiz,P.R (2009). España y los 25 grandes de la ciencia mundial en cifras (1992-2008). *El Profesional de la Información*Vol, 18, (1) p 81-86. Disponible en: <http://eprints.rclis.org/12829/>. [Acceso el: 1 de Junio de 2020].
- García, A. (2001). Redes Digitales y Exomemoria. Texto presentado como resumen del trabajo de investigación, intitulado, “La memoria subrogada. Mediación, cultura y

- conciencia en la red digital”, durante el I Congreso Ibérico de Comunicación, realizado en Málaga del 7-9 de Mayo de 200. Disponible en:
https://abacus.universidadeuropea.es/bitstream/handle/11268/2800/a_gutierrez.pdf?sequence=1. [Acceso el: 9 de Junio de 2020].
- García Villanueva, J., Ávila Rodríguez, D., Vargas Pérez, M., & Hernández Ramírez, C. (2015). Acerca de la feminización de profesiones. Caso: la docencia en preescolar en la Ciudad de México. *La ventana. Revista de estudios de género*, 5(42), 129-151. Disponible en: http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1405-94362015000200129&lng=es&tlng=es [Acceso el: 08 de junio de 2020]
- Giner-Soriano M.; López-Pereiro, A.; Zabaleta-del-Olmo, E.; Pons-Vigués, M.; Morros, R.; Gómez-Lumbreras, A. (2019). Análisis bibliométrico de la autoría femenina en artículos originales en la revista *Atención Primaria*. 2019. Disponible en: <https://reader.elsevier.com/reader/sd/pii/S0212656719304238?token=8EBCD3B3A0B41E545552081CFF7FE> [Acceso el: 08 de junio de 2020]
- Goncalves, A. Costa-Ramos, L.M.S.V. Figueredo-Castro, R:C (2006) Revistas científicas: Características, funcoes e critérios de qualidade. En Población, D.A, Witter, P.G, Da Silva, J.F.M *Comunicacao & producto científica: Contexto, indicadores e avaliação*. Cap 6, p. 165-187. Sao Paulo, SP: Angellara.
- González, F. (2008). *Revisión del Contenido de la Revista Paradigma (1980-2007)*. Comunicación oral presentada en el Primer Encuentro Internacional de Revistas Científicas: retos de las revistas científicas para la educación en la sociedad actual, realizado en Bogotá, Colombia, del 7 al 8 de mayo de 2008.
- González, F. (2014). Dificultades en la realización de trabajos de investigación: como afrontarlas. *Práxis Educacional*, [S.l.], v. 11, n. 18, p. 275-300, nov. Disponible em: <http://periodicos2.uesb.br/index.php/praxis/article/view/812>. Acceso el: 09 jun. 2020.
- Haupt, C. (2000). Las revistas científicas latinoamericanas: su difusión y acceso a través de bases de datos. *Biblioteca Universitaria (nueva época)*, 3(2), 122-127. Disponible en: <http://dgb.unam.mx/servicios/dgb/publicdgb/bole/fulltext/volIII2/octava.PDF> [Acceso el: 08 de junio de 2020]
- Kelly, J., Sadeghieh, T., & Adeli, K. (2014). Peer Review in Scientific Publications: Benefits, Critiques, & A Survival Guide. *EJIFCC*, 25(3), 227–243.
- Kermack, W. O. and McKendrick, A.G. (1927), Contributions to the Mathematical Theory of Epidemics, *Proc. Roy. Soc. A*. vol. 115, 700-721.
- Lara, C. K., Witter, P. G (1999). Análise de títulos do periódico Paradigma. Em Witter, P.G. (Org.) *Produção científica em psicologia e Educação*. Cap 6, p.131-149
- Luchillo, Lucas Jorge. (2014). Revistas científicas: oligopolio y acceso abierto. *Revista CTS*, n° 40, vol. 14, Febrero de 2019 (pág. 41-79). Disponible en: <http://www.revistacts.net/volumen-14-numero-40/352-articulos/873-revistas-cientificas-oligopolio-y-acceso-abierto> [Acceso: 09 de junio de 2020]
- Meadows, A. J. (1999). *A comunicação científica*. Brasília: Briquet de Lemos.
- Meza, M.A. (2005). Estudio métrico revista Cuadernos del Cendes: producción productividad en trece años de publicación. *CDC*, vol., 22 N° 60, p 173- 180. Disponible en: <http://ve.scielo.org/> [Acceso: 09 de junio de 2020]
- Mourao, A. O.M.H (1999). Avalicao de producao científica. En Witter P. G. (Org.) *Producao científica em Psicologia e Educacao* . Cap. 1, p 9-22 Sao Paulo, SP, Editore Alínea

- Packer, Abel L.; Prat, Ana María; Luccisano, Adriana; Montanari, Fabiana; Santos, Solange; Menghini, Rogério. El modelo SciELO de publicación científica de calidad en acceso abierto. En publicación: Babini, Dominique; Fraga, Jorge CLACSO, *Consejo Latinoamericano de Ciencias Sociales*. Ciudad de Buenos Aires, Argentina. 2006. pp 191-208 ISBN: 987-1183-53-4 Disponible en la World Wide Web: <http://bibliotecavirtual.clacso.org.ar/ar/libros/secret/babini/Parcker%20Part%20Lucisano.pdf> [Acceso: 09 de junio de 2020]
- Paisley, W. (1984). Communication in the communication sciences. En Dervin y Voigt (eds). *Progress in communications sciences*, vol, V, Ablex, Norwood, NJ, p 1-43.
- Parra, M., Coutinho, R., & Pessano, E. (2019). Um Breve Olhar sobre a Cienciometria: Origem, Evolução, Tendências e sua Contribuição para o Ensino de Ciências. *Revista Contexto & Educação*, 34(107), 126-141. <https://doi.org/10.21527/2179-1309.2019.107.126-141> [Acceso el: 10 de junio de 2020]
- Pasquali, A. (1990). *Comprender la comunicación* (4ª ed.). Caracas, Venezuela: Monte Avila Latinoamericana.
- Ramírez y Ramírez, K. M. (2009). Destellos de la comunicación. la disseminación de conocimiento a través de las publicaciones académicas (Digital). *Razón y palabra Primera revista electrónica en América latina especializada en comunicación*. N° 66 (enero febrero). [online]. Disponible en: <http://www.razonypalabra.org.mx/N/n66/varia/kramirez.pdf> [Acceso: 09 de junio de 2020]
- Ramírez, A. (2009). La teoría del conocimiento en investigación científica: una visión actual. *Anales de la Facultad de Medicina*, 70(3), 217-224. Disponible en: http://www.scielo.org.pe/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1025-55832009000300011&lng=es&tlng=es. [Acceso: 25 de mayo de 2020]
- Ramos, C. (2001). Visión y revisión de las revistas académicas como parámetro de productividad científica: calidad, normas, políticas e indización. *Extramuro*, N° 14, p 27-62. Disponible en: http://190.169.94.12/ojs/index.php/rev_exm/article/view/11603 [Acceso: 09 de junio de 2020]
- Requena.; J. (2003). ¿Cuánto cuesta hacer ciencia en Venezuela? *Interciencia*. Vol 28 (21-28) Disponible en: http://ve.scielo.org/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0378-18442003000100004&lng=es&tlng=es. [Acceso: 14 de mayo de 2020]
- Romero-Torres, M.; Acosta-Moreno, L.A.; Tejada-Gómez, M.A. (2013). Ranking de revistas científicas en Latinoamérica mediante el índice h: estudio de caso Colombia. *Revista Española de Documentación Científica*, 36 (1) Disponible en: <http://redc.revistas.csic.es/index.php/redc/article/view/773/908> [Acceso: 14 de mayo de 2020]
- Tapia, F. (2006) Quienes investigan e imparten docencia de calidad son los que mueven a la universidad. *Visión Ucevista*, 1, 4, 13-16.
- Verardo, F. (2017). ¿Dónde están las mujeres? El techo de cristal y la carrera docente universitaria. *Comunicación en el Seminario Internacional Fazendo Gênero 11 & 13th Women's Worlds Congress* (Anais Eletrônicos), Florianópolis, 2017, ISSN 2179-510X. Disponible en: http://www.en.wwc2017.eventos.dype.com.br/resources/anais/1499193319_ARQUIVO_Dondeestanolasmujeres-FlorenciaVerardo.pdf [Acceso el: 01 de junio de 2020]

- Vincentelli, H. y G. Witter (2009) Producción científica: Revista de Pedagogía de la Universidad Central de Venezuela (1971-2005), Revista de Pedagogía, 30, 86, 161-188. Disponible en: <https://www.redalyc.org/pdf/659/65911663008.pdf>. [Acceso: 15 de mayo de 2020]
- Vincentelli, H (2003). Producción científica: Revista Paradigma (1990/1999) Paradigma, XXIV(1) pp. 177-186. Disponible en: <http://revistaparadigma.online/ojs/index.php/paradigma/article/view/293> [Acceso: 15 de mayo de 2020]
- Villegas, M.; González, F.; Bolívar, A. y Hernández, Y. (2005). La Producción Investigativa de la Jornada de Investigadores Junior de la UPEL Maracay. *Paradigma Vol. XXVI (1)* 241-280, Venezuela. Disponible en: <http://revistaparadigma.online/ojs/index.php/paradigma/article/view/334> [Acceso: 15 de mayo de 2020]
- Vessuri, H. (2006). La gobernabilidad de los riesgos de la ciencia y tecnología *Interciencia. Revista de Ciencia y Tecnología de América*, Vol. 31(4). 237. Disponible en: <https://dialnet.unirioja.es/ejemplar/134110> [Acceso: 14 de mayo de 2020]
- Witter, P. G. (1996). Avaliação da produção científica sobre leitura na universidade. *Psicología Escolar e educacional vol, 1, (1)* p 31-38. Disponible en: https://www.scielo.br/scielo.php?pid=S1413-85571996000100005&script=sci_abstract&tlng=pt [Acceso: 14 de mayo de 2020]



Revista del Centro de Investigaciones Educativas Paradigma
Depósito Legal AR2019000054 - ISSN N° 2665 - 0126
Volumen XLI, Edición Cuadragésimo Aniversario; Junio de 2020

EL ROSTRO HUMANO DE LA EDICIÓN POR EL CUADRAGÉSIMO ANIVERSARIO DE LA REVISTA PARADIGMA (1980-2020)

THE HUMAN FACE OF THE EDITION FOR THE FORTIETH ANNIVERSARY OF THE REVISTA PARADIGMA MAGAZINE (1980-2020)

Cuatro décadas, cuarenta años, cuarenta y un artículos, ochenta y tres autores y autoras de cuarenta y tres instituciones y doce países.

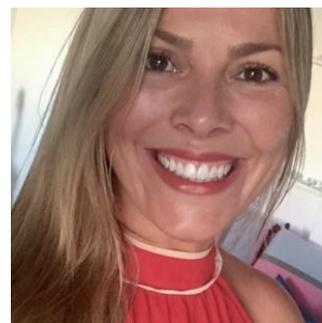
Muchas gracias, en nombre de todos los que hacen posible esta publicación, por acompañarnos en este momento tan especial.

Dr. Fredy González
Director – Editor



Adriana Bolívar. Es profesora titular en lingüística y análisis del discurso en la Universidad Central de Venezuela donde ha coordinado la Maestría en Inglés y el Doctorado en Estudios del Discurso. Sus líneas de investigación son la lingüística sistémica funcional, el discurso académico y político, el discurso de los medios, la (des)cortesía verbal, el diálogo, la lectura y la escritura. Es fundadora y presidenta honoraria de la Asociación Latinoamericana de Estudios del discurso y editora de la Revista Latinoamericana de Estudios del discurso. Dirige la Cátedra UNESCO de Lectura y Escritura, sub-sede UCV desde el año 2005.

Adriana Breda. Doutora em Educação em Ciências e Matemática pela Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul (PUCRS). Possui Mestrado em Educação em Ciências e Matemática pela Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul (PUCRS). Atualmente é professora e pesquisadora na Universitat de Barcelona (UB, Espanha). É membro do Comité Latinoamericano de Educación Matemática (CLAME).





Alexandre Ausani Huff. possui Pós-graduação em Psicopedagogia Clínica e Institucional (2013), Supervisão e Orientação escolar (2015), ambos pela Universidade La Salle - UNILASALLE/Canoas e em Educação Infantil (2019) pela Universidade Positivo; Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática (2018) pela Universidade Luterana do Brasil - ULBRA/RS. Atualmente é professor de Matemática do ensino fundamental na Prefeitura Municipal de São Leopoldo e professor de Matemática do ensino fundamental na Prefeitura Municipal de Porto Alegre. Doutorando em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Luterana do Brasil - ULBRA/RS.

Alicia Fernández-Oliveras. Licenciada en Física, Diplomada en Óptica y Doctora en Física, por la Universidad de Granada. Profesora Ayudante Doctora del Departamento de Didáctica de las Ciencias Experimentales de la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad de Granada.



Ana Cristina Bolívar Orellana. Doctora en Pedagogía del Discurso por la Universidad Pedagógica Experimental Libertador (UPEL, Venezuela). Actualmente encargada de la División de Investigación. y Coordinadora del “Grupo Interdisciplinario de Investigación Educativa Recinto Urania Montás” del ISFODOSU (Recinto Urania Montás)-República Dominicana. Docente e investigadora (Línea: Diálogo de saberes interdisciplinarios) de la UPEL (IPREM, Venezuela) y del Centro de Investigaciones Educativas Paradigma (UPEL Maracay)

Ana Lúcia Manrique. Possui graduação em Matemática pela Universidade de São Paulo (1987), mestrado em Ensino de Matemática (1994) e doutorado em Educação (Psicologia da Educação) (2003), ambos pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo e Pos-Doutorado no Programa de Pós-graduação em Educação da PUC/RJ (Pós-Doc Júnior CNPq) (2008). É professora da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo..



Antonio Francisco Roldán López de Hierro, es profesor titular en el Departamento de Estadística e Investigación Operativa de la Universidad de Granada (España). Es doctor en Ciencias Matemáticas por la Universidad de Granada y doctor en Estadística por la Universidad de Jaén España). Sus líneas de investigación principales son la regresión con datos imprecisos, los números difusos en computación y la toma de decisiones en ambientes de incertidumbre, además de la Didáctica de la Estadística y de la Matemática.

Arno Bayer. possui doutorado em Educação pela Universidad Pontificia de Salamanca - Espanha (1997). Atualmente é professor titular da Universidade Luterana do Brasil e professor orientador do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECIM) - Mestrado e Doutorado. Avaliador de Curso de Graduação e Avaliador Institucional do Sistema Nacional de Avaliação da Educação Superior. Tem experiência na área de Matemática, com ênfase em Matemática, atuando principalmente nos seguintes temas: Educação Estatística, Ensino Médio, Estatística, Educação Matemática e formação de professores.





Bruno D'Amore se graduó en Matemáticas, Filosofía y Pedagogía de la Universidad de Bolonia perfeccionado en matemáticas elementales desde un punto de vista superior. Doctorado en Educación Matemática; en 2013 la Universidad de Chipre. Galardonado con un doctorado honorario en Ciencias Sociales y Educación. Profesor titular de Didáctica de las Matemáticas en el Departamento de Matemáticas de la Universidad de Bolonia. Ha colaborado activamente con el Ministerio de Educación pública italiana (MPI). Actualmente es profesor experto titular en el Doctorado Interinstitucional en Educación (DIE), (énfasis matemática), en la Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Bogotá, Colombia.

Carlos Aldemir Farias da Silva é professor da Universidade Federal do Pará, onde atua no Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemáticas. Doutor em Ciências Sociais (Antropologia) pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. Membro efetivo da ABA e da ANPED. Editor de revistas científicas.



Carmen Batanero. Fue catedrática en el Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada, España y tras su jubilación es profesora colaboradora en dicho departamento. Sus publicaciones incluyen trabajos de investigación y libros dirigidos a maestros. Ella ayudó a establecer un grupo estocástico en PME (Psicología de la Educación Matemática), CERME y algunas conferencias latinoamericanas. Fue Presidenta de IASE durante el período 2001-2003, miembro del Comité Ejecutivo (1997-2007) y miembro del Comité Ejecutivo de ICMI (2003-2006). Es miembro vitalicio del IASE. Actualmente es editora asociada en la revista *Statistics Education Research Journal* y miembro del panel editorial de otras revistas. <https://www.ugr.es/~batanero/>

Carmen Teresa Kaiber. Doutorado em Ciências da Educação pela Universidade Pontifícia de Salamanca, Espanha. Graduação em Matemática pela Universidade do Vale do Rio dos Sinos, São Leopoldo/RS, Brasil. Professora Titular do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática - PPGECIM e do Curso de Matemática da Universidade Luterana do Brasil – ULBRA. Pesquisadora do Grupo de Estudos Curriculares em Educação Matemática (GECM). <https://orcid.org/0000-0003-1883-230X>. E-mail: kaiber@ulbra.br



Cecilia Susana Sanhueza Cartes, Bachelor en Educación de la Universidad Austral de Chile, Educadora de Párvulo de la Universidad de Chile. Supervisora de la Junta Nacional de Jardines Infantiles en la totalidad de la Región del Bio-Bio. Directora de la carrera de Educación Parvularia en la Universidad de Los Lagos del 1983-1993. Académica jornada completa en la Universidad Católica de Temuco desde 1994 a la fecha. Ocupó el cargo de Secretaria Académica de la Escuela de Educación Parvularia. Con participación en el Centro de Capacitación de la Universidad Católica de Temuco en proyectos FOSIS. Expositora en congresos de especialidad con publicaciones ligadas a la didáctica de la educación parvularia y las prácticas pedagógicas.

Claudia Lisete Oliveira Groenwald. Possui graduação em Matemática pela Universidade do Vale do Rio dos Sinos, especialização em Matemática pela Universidade do Vale do Rio do Sinos (UNISINOS), doutorado em Ciências da Educação pela Universidade Pontifícia de Salamanca, Espanha, título reconhecido pela Universidade de São Paulo (USP). Pós-doutorado pela Universidade de La Laguna na Espanha. Atualmente é professora titular da Universidade Luterana do Brasil. Atua no curso de Matemática Licenciatura e como coordenadora do Programa de Pós Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da ULBRA. Tem experiência na área de Matemática, com ênfase na formação de professores.



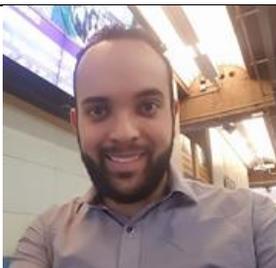
Claudianny Amorim Noronha. Doutora em Educação pelo Programa de Pós-graduação em Educação (PPGED) da Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN). Docente do Departamento de Práticas Educacionais e Currículo (DPEC/UFRN), do Programa de Pós-Graduação em Educação (PPGED/UFRN) e do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECM/UFRN). Desenvolve estudos nos campos do ensino e da formação de professores que ensinam matemática. Líder do Grupo de Pesquisa Contar – cnoronha.ufrn@gmail.com.

Cleissiane Aguido Gotardo. Mestranda na Universidade Estadual do Paraná (UNESPAR), *Campus Paranavaí*- Mestrado em Ensino: Formação Docente Interdisciplinar (PPIFOR); Graduada em Pedagogia pela Universidade Estadual do Paraná (UNESPAR), *Campus Paranavaí*, e Pesquisadora do Grupo de Estudos e Pesquisas Trabalho e Educação na Sociabilidade do Capital (GPTESC/UNESPAR/CNPQ).



Danilo Díaz-Levicoy. Profesor de Matemática y Computación (ULAGOS). Máster en Didáctica de la Matemática (UGR). Doctor en Ciencias de la Educación (UGR). Académico de la Facultad de Ciencias Básicas, Universidad Católica del Maule. Línea de Investigación: Didáctica de la Matemática y la Estadística. Orcid: <https://orcid.org/0000-0001-8371-7899> ResearchGate: https://www.researchgate.net/profile/Danilo_Diaz-Levicoy dddiaz01@hotmail.com

David Antonio da Costa. Doutor em Educação Matemática pela PUC/SP. Atualmente é professor associado do Departamento de Metodologia de Ensino e professor credenciado no Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica da Universidade Federal de Santa Catarina. É pesquisador líder do Grupo de Pesquisa de História da Educação Matemática - GHEMAT-SC. Membro fundador da GHEMAT-BRASIL: Grupo Associado de Estudos e Pesquisas sobre História da Educação Matemática: 1o. secretário (Mandato 2018-2021).



Douglas da Silva Tinti. Doutor em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC/SP), com período sanduíche na Universidade de Sevilha/Espanha. É professor do Departamento de Educação Matemática (DEEMA) da Universidade Federal de Ouro Preto. Tem experiência nas áreas de Educação e Ensino, com ênfase em Educação Matemática, atuando principalmente nos seguintes temas: Formação de professores que ensinam matemática, iniciação à docência, aprendizagem da docência, Comunidades de Prática, Práticas de Ensino e Estágio Curricular Supervisionado.

Elsa Midori Shimazaki. Doutora. Professora do Programa de Pós-Graduação em Educação. Universidade Estadual de Maringá, PR, Brasil. Membro dos Grupos de Pesquisa: O Ensino e a Inclusão de Pessoas com Deficiência e Interação e Linguagem. Email: emshimazaki@uem.br. <https://orcid.org/0000-0002-2225-5667>. Endereço postal: Rua Floriano Peixoto, 1340, apto 102. Maringá-PR



Evelyn Cristina Arreaza Páez. Doctorante en Educación. Profesora Asociado de la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad de Carabobo, Investigadora PEII Nivel B. Formadora de Tutores Virtuales. Profesora de postgrado en TIC. Investigadora sobre las Tecnologías de la Información y Comunicación y los Procesos de Enseñanza de la Lengua y la Literatura. En la actualidad, profesora de español en Estados Unidos de América.

Everton Bedin. Pós-doutor e Doutor em Educação em Ciências (UFRGS). Mestre em Educação Química (UFU). Especialista em Gestão Educacional (UFSM) e em Tecnologias da Informação e Comunicação (FURG). Graduado em Licenciatura em Química (UPF). Professor no Departamento de Química e no Programa de Mestrado Profissional em Química em Rede Nacional (PROFQUI) da Universidade Federal do Paraná (UFPR).

<https://orcid.org/0000-0002-5636-0908>
<http://lattes.cnpq.br/9498564582615440>



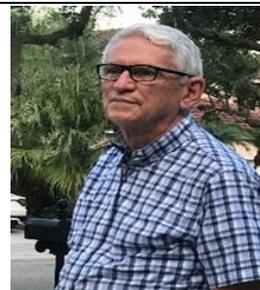
Fábio Douglas Farias. Mestre em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC/SP). Professor da Universidade Cidade de São Paulo. Pesquisador no grupo de pesquisa Desenvolvimento Profissional Docente em Matemática, do(a) Universidade Cidade de São Paulo. Um dos responsáveis pelas atividades do Setor de Avaliação da Graduação EaD no Campus Virtual do Grupo Cruzeiro do Sul Educacional. Professor de Matemática na rede pública de ensino da Secretaria da Educação do Estado de São Paulo.

Fernando Luís de Rosso. possui Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Luterana do Brasil – ULBRA (2018). Atualmente é Doutorando em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Luterana do Brasil – ULBRA e Professor de Matemática na rede pública estadual do Rio Grande do Sul. Tem experiência na formação de trabalhadores pelo programa Jovem Aprendiz e Cursos Técnicos nas áreas de Matemática, Matemática Financeira e Estatística.



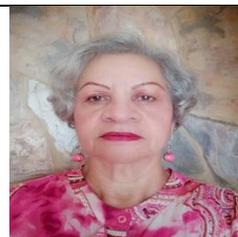
Francisco Rodríguez-Alveal. Profesor de Estado en Matemática (UBB). Magíster en Bioestadística (UCHILE). Doctorando en Educación (UBB). Académico Departamento Ciencias de la Educación, Facultad de Educación y Humanidades, Universidad del Bío-Bío. Línea de Investigación: Formación Inicial Docente, Evaluación y Didáctica de la Estadística. <https://orcid.org/0000-0003-2169-0541>
https://www.researchgate.net/profile/Francisco_Alveal : frdriguez@ubiobio.cl

Freddy F. Rojas Velásquez. Doctor en educación. Master in Curriculum and Instruction. Estudios en educación Superior Universitaria y Psicología. Profesor de Biología y Química. Profesor Titular Jubilado de la Universidad Simón Bolívar. Profesor de Postgrado en Metodología de la Investigación, Teorías de Aprendizajes, Educación y Tecnología. Miembro del programa de estímulo a la Innovación e Investigación (PEII). Área de Investigación: Educación y Familia, estilos de Aprendizaje y Estilos de Pensamiento, Educación y Tecnología. frojas@usb.ve



Guadalupe Vera Soria. Doctorado Interinstitucional en Educación (ITESO). Maestría en Enseñanza de las Matemáticas (UDG). Licenciado en Matemáticas (UDG). Universidad de Guadalajara (UDG). Profesor Asociado del Centro Universitario de Ciencias Exactas e Ingenierías de la UDG. guadalupe.vera@academicos.udg.mx, <https://orcid.org/0000-0001-8294-6585>

Haydee Guillermina Páez. Doctor en Educación. Profesora Titular jubilada y miembro del Centro de Investigaciones Educativas de la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad de Carabobo. Actual Rectora de la Universidad José Antonio Páez, San Diego, estado Carabobo, Venezuela.



Hugo Parra Sandoval. Profesor Titular y Emérito de la Universidad del Zulia. Área de investigación Conocimiento profesional del profesor de Matemáticas y Matemática en Contexto. Asesor de programas de formación de docentes en matemática y profesor invitado de la Universidad Pedagógica Experimental Libertador- Barquisimeto, Venezuela y de la Universidad del Atlántico en Barranquilla, Colombia. Ex presidente de la Asociación Venezolana de Educación Matemática - ASOVEMAT (2013-2016), Presidente de la Federación Iberoamericana de Educación Matemática-FISEM (2014-2016). Vocal por Sudamérica (2008-2012) y Secretario (2016-2020) del Comité Latinoamericano de Matemática Educativa - CLAME

Iran Abreu Mendes. Professor Titular da Universidade Federal do Pará (UFPA) onde atua no Programam de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemáticas. É Pesquisador 1C do CNPq. Licenciado em Matemática com Mestrado e Doutorado em Educação e Pós-Doutorado em Educação Matemática. Com experiência no ensino de Cálculo, Geometria Euclidiana e Analítica, História da Matemática, Ensino de Matemática e Etnomatemática.



José Claudio Del Pino. Pós-doutor em Ensino de Química (Universidade de Aveiro). Doutor em Biomassa e Mestre em Bioquímica (UFRGS). Graduado em Química (UFRGS). Professor da Universidade do Vale do Taquari (UNIVATES). Professor no Programa de Pós-Graduação em Ensino da Universidade do Vale do Taquari (UNIVATES). Linha de Investigação: Ensino de química e formação de professores. <https://orcid.org/0000-0002-8321-9774> <http://lattes.cnpq.br/2152799270731771> delpinojc@yahoo.com.br

José Ortiz Buitrago. Universidad de Carabobo, Campus La Morita, Venezuela.

Profesor de Matemática, con Doctorado en Didáctica de la Matemática, por la Universidad de Granada, España. Coordinador de la Línea de Investigación Educación Matemática: Pensamiento Numérico y Algebraico, adscrita a la Unidad de Investigación del Ciclo Básico de la Facultad de Ciencias Económicas y Sociales. Integrante del Núcleo de Investigación en Educación Matemática.

ortizbuitrago@gmail.com



Juan Bolívar López. Profesor adscrito a la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad de Talca. Magister en Educación Superior Universitaria. Especialista en Informática Educativa. Profesor de Educación Comercial. Doctorando en Educación. Líneas de Investigación: Tecnología Educativa, Estilos de Aprendizaje, Estilos de Pensamiento. juan.bolivar@utalca.cl

Juan D. Godino actualmente trabaja en el Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada. Investiga en educación matemática. Su proyecto actual es desarrollar y aplicar el Enfoque Onto-Semiótico al conocimiento matemático y la instrucción (OSA) (Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática (EOS). Ver sitio web, <http://enfoqueontosemiotico.ugr.es>



Juan Nápoles Valdés. Doctor en Ciencias Matemáticas. Profesor Titular Universidad Nacional del Nordeste, Ave. Libertad 5450, (3400) Corrientes, Argentina. Profesor Titular UTN-FRRE, French 414, Resistencia, (3500) Chaco, Argentina. Director del Grupo de Análisis No Lineal (FaCENA-UNNE)

Julio R. González Bello. Profesor Titular (Jubilado-Activo). Universidad de Carabobo. Facultad de Ciencias de la Educación. Departamento de Orientación. Doctor en Educación (Universidad de Carabobo). Master en Orientación (Oklahoma State University). Licenciado en Educación. Mención Orientación. Fundador de la Red Latinoamericana de Profesionales de la Orientación. ExVicepresidente y Miembro de la Junta Directiva de la Internacional Association for Educational and Vocational Guidance.



Karina Ysabel Heredia Sánchez. Doctora en Educación. Magister en Educación Mención Orientación y Asesoramiento Licenciada en Educación Mención Orientación. Diplomada en Salud Ocupacional. Docente Universitario con Categoría de Asistente. Actualmente Sub.Directora de la U.E. República de Honduras. Asesora de Metodología para la Investigación y Orientación y facilitadora de Talleres de Formación y Desarrollo Humano a Empresas y Organizaciones.

Letícia Ferreira. Mestranda do programa de Mestrado em Ensino: Formação Docente Interdisciplinar (PIFOR) da Universidade Estadual do Paraná - UNESPAR/campus de Paranavaí. Graduada em Ciências Biológicas pela UNESPAR (2018). Possui curso profissionalizante de Formação de Docentes em nível médio na modalidade Normal (Magistério). Docente da Rede de Ensino Fundamental I do município de Cruzeiro do Sul - Paraná. A ênfase dos estudos situa-se na articulação do Ensino de Ciências com a docência nas Séries Iniciais da Educação Básica.





Ligia Sánchez. Doctora en Sociología. Docente investigadora en la Universidad de Carabobo, Campus La Morita (UC). Directora de la Unidad de Investigación del Ciclo Básico, Facultad de Ciencias Económicas y Sociales (FACES). Universidad de Carabobo (Venezuela). ligia.uc@gmail.com. <https://orcid.org/0000-0003-1410-9309>

Lizzet Morales-García. Licenciado en Matemáticas (UAGro). Maestría en Ciencias: Área Matemática Educativa (UAGro). Doctoranda en Ciencias con Especialidad en Matemática Educativa (UAGro). Línea de Investigación: Didáctica y Epistemología de la Matemática. <https://orcid.org/0000-0002-2295-2278> https://www.researchgate.net/profile/Lizzet_Morales-Garcia lmgarcia@uagro.mx



Lourdes Ángela Díaz Blanca. Doctora en Lingüística por la Universidad de los Andes (ULA-Venezuela). Docente categoría Titular a Dedicación Exclusiva. UPEL, Instituto Pedagógico de Mejoramiento Profesional de Magisterio IMPM. Núcleo Mérida. Adscrita al Centro de Investigaciones Lingüísticas y Literarias Hugo Obregón Muñoz (IPMAR) y al Núcleo de Investigación Extensión Mérida. Correo electrónico: ludiblan40@gmail.com. ORCID <https://orcid.org/0000-0003-2709-883X>. Mérida, Venezuela.

Luanna Priscila da Silva Gomes. Doutora em Educação pelo Programa de Pós Graduação em Educação (PPGE/UFRN). Mestre em Educação (PPGE/UFRN). Participa do CONTAR (<http://www.grupocontar.com.br/>) - Grupo de Pesquisa em ensino da matemática e da língua portuguesa/UFRN/CNPQ (<http://dgp.cnpq.br/dgp/espelhogrupo/2573628422946154>). Professora efetiva do Núcleo de Educação da Infância - Colégio de Aplicação - NEI/CAp - UFRN . Estuda a linguagem matemática na infância. <https://orcid.org/0000-0002-7157-6870>



Lucila Akiko Nagashima. Docente do programa de Mestrado em Ensino: Formação Docente Interdisciplinar da Universidade Estadual do Paraná - UNESPAR/campus de Paranaíba. Graduação em Ciências pela UNESPAR e em Química pela Universidade Estadual de Maringá/UEM. Mestrado (2005) e Doutorado (2010) pela Universidade Estadual de Maringá. O destaque dos estudos situa-se na esfera da Educação Superior em articulação com a Educação Básica, especificamente no Ensino de Ciências.

Luis R. Pino-Fan (<http://www.lrpino-fan.com/>), doctor en Didáctica de la Matemática por la Universidad de Granada, España. Actualmente es Académico del Departamento de Ciencias Exactas de la Universidad de Los Lagos, Chile, Director del Programa de Magister en Educación Matemática. Es Director de la Sociedad Chilena de Educación Matemática (SOCHIEM). En 2015, propuso junto con el Dr. Juan Godino, el Modelo del Conocimiento Didáctico-Matemático (CDM), el cual sigue siendo muy usado a nivel internacional para caracterizar y desarrollar conocimientos y competencias clave para la práctica profesional del profesor de matemáticas.





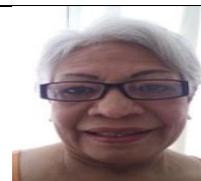
Luiz Ricardo Nakamura. Graduado em estatística (UNESP), mestre e doutor em ciências, com área de concentração em estatística e experimentação agrônômica (USP). Atualmente é professor adjunto do Departamento de Informática e Estatística da Universidade Federal de Santa Catarina. Possui experiência na área de Probabilidade e Estatística, com ênfase em Probabilidade e Estatística Aplicadas, atuando principalmente nos seguintes temas: análise de dados, modelos semiparamétricos, modelagem estatística, aprendizagem estatística e análise multivariada.

Mabel Rodríguez. Licenciada y Doctora de la Universidad de Buenos Aires, área Matemática. Se desempeña en el Instituto del Desarrollo Humano de la Universidad Nacional de General Sarmiento como investigadora-docente donde dirige la Especialización en Didáctica de las Ciencias y el Profesorado Universitario de Educación Superior en Matemática. Área de investigación: Educación Matemática y Formación de Profesores.



Maidelis Herrera. Licda. en Educación. Magister en Investigación Educativa. Miembro activo de la Unidad de Investigación del Ciclo Básico, Facultad de Ciencias Económicas y Sociales (FACES-UC). Universidad de Carabobo (Venezuela) maidelis16@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0003-0634-3779>

Mairene Sánchez. Profesora en Lingüística y Literatura. Especialista en Gerencia Educativa. Docente de Investigación básica y Coordinadora Cátedra de Proyecto I y II de Investigación, Universidad Bicentennial de Aragua. (Venezuela) mairenesanchez@gmail.com <https://orcid.org/0000-0001-9795-3075>



Marcela Parraguez González. Doctorado en Matemática Educativa (CICATA-México). Magíster en Matemáticas (PUCV). Licenciado en Matemáticas (PUCV) Profesor de Matemáticas (PUCV). Pontificia Universidad Católica de Valparaíso (PUCV). Directora del Instituto de Matemáticas de la PUCV. Docente jerarquizada del Instituto de Matemáticas de la PUCV. Integrante del Consejo Directivo del Comité Latinoamericano de Matemática Educativa, CLAME, en calidad de Vocal por Sudamérica. marcela.parraguez@pucv.cl, <https://orcid.org/0000-0002-6164-3056>

Marcelo Franco Leão. Possui Doutorado em Educação em Ciências (UFRGS). Mestre em Ensino (UNIVATES). Especialização em Orientação Educacional (Dom Alberto) e em Relações Raciais na Educação e na Sociedade Brasileira (UFMT). Graduação em Licenciatura em Química (UNISC) e em Física (UNEMAT). Professor do Departamento de Ensino do IFMT Campus Confresa. Membro do Grupo de Pesquisa Ensino de Ciências e Matemática no Baixo Araguaia (EnCiMa).





Maria Aparecida Viggiani Bicudo. Professora Titular da Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho (Unesp) em Filosofia da Educação (Atualmente aposentada). É professora e pesquisadora do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da UNESP, Câmpus de Rio Claro. Co-Editora do Boletim de Educação Matemática – BOLEMA. Editora da Revista Pesquisa Qualitativa www.sepq.org.br/revista . Bolsista do CNPq – 1-A. Presidente da Sociedade de Estudos e Pesquisa Qualitativos - www.sepq.org.br. Autora de livros e de artigos científico-acadêmicos. Site: www.mariabicudo.com.br

María Burgos. Profesora Contratada Doctora en la Universidad de Granada. Doctora en Matemáticas por la Universidad de Almería y Doctora en Didáctica de la Matemática por la Universidad de Granada. Mis líneas de investigación fundamentales son la teoría de la educación matemática, formación de profesores, y el razonamiento proporcional y algebraico.



Maria Conceição Passeggi. Pesquisadora Pq1-D do CNPq. Professora da Pós-Graduação em Educação (Universidade Federal do Rio Grande do Norte; Universidade Cidade de São Paulo). Doutora em Linguística. Pós-doutorado em Educação. Pesquisadora associada do EXPERICE (Paris 13), CIEC-FCT (Universidade do Minho), CIEP-FCT (Universidade de Évora). Suas publicações focalizam as narrativas da experiência como método de pesquisa e dispositivo de formação e princípios epistemológicos da reflexividade narrativa e sua ação sobre a constituição da subjetividade e da consciência histórica. Líder do GRIFARS-UFRN-CNPq.

María José Espigares-Gámez. Graduada en Educación Infantil, Máster en Didáctica de la Matemática, por la Universidad de Granada y Estudiante de Doctorado del Programa de Ciencias de la Educación en la Universidad de Granada.



María Luisa Oliveras. Licenciada en Matemáticas y Doctora en Educación Matemática por la Universidad de Granada. Catedrática del Departamento de Didáctica de las Matemáticas de la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad de Granada. Ex Presidenta del ISGEM International Study Group on Ethnomathematics.

María Susana Harrington Martínez. Doctora en Educación por la Universidad Pedagógica Experimental Libertador (UPEL, Venezuela). Docente categoría Asociado a Dedicación Exclusiva. UPEL, Instituto Pedagógico Rural El Mácaro, “Luis Fermín”. Coordinadora de la Línea: Investigar desde la educación: Diálogo de saberes interdisciplinarios. Correo electrónico susanhm23@gmail.com, ORCID <https://orcid.org/0000-0002-8807-1326>, Maracay, Venezuela.





Marling Rosario Brito. Profesora especialista en Dibujo Técnico, con maestría en Educación Mención Procesos del Aprendizaje. Profesora adscrita al Departamento de Ciencia y Tecnología de Comportamiento en la Universidad Simón Bolívar. Profesora en la maestría de Gerencia Educativa de la Universidad Pedagógica Experimental Libertador. Línea de Investigación: estilos de Aprendizaje, Estilos educativos Parentales, Procesos del Aprendizaje, Habilidades Gerenciales Blandas: Optimización del Tiempo y la Toma de Decisiones en la Resolución de problemas. marlingrosario@usb.ve

Martha Iglesias. Universidad Pedagógica Experimental Libertador, Instituto Pedagógico de Maracay, Venezuela. Profesora de Matemática, con Maestría en Enseñanza de la Matemática y Doctorado en Educación. Coordinadora de la Línea de Investigación en Pensamiento Geométrico y Didáctica de la Geometría adscrita al Centro de Investigación en Enseñanza de la Matemática Usando Nuevas Tecnologías. Integrante del Núcleo de Investigación en Educación Matemática. mmiglesias@gmail.com



Martha Isabel Fandiño Pinilla. Investiga en Didáctica de la Matemática. Es miembro activo del NRD (Núcleo de Investigación en Didáctica de la Matemática del Departamento de Matemática de la Universidad de Bologna. Desde el 2004 (actual) es Co-directora Científica del Congreso anual: *Incontri con la matematica* (Bologna). Es miembro del comité científico de varias revistas de investigación (en Italia, Colombia, México, Chipre) y de diversos congresos internacionales. Ha dirigido proyectos de naturaleza didáctica que han llevado a colecciones de gran difusión destinadas a los docentes.

Masami Isoda, PhD / Prof, Facultad de Ciencias Humanas / Director, Centro de Investigación sobre Cooperación Internacional en Desarrollo Educativo, Universidad de Tsukuba, Japón. Ha sido supervisor de coproyectos (representante) del Proyecto de Estudio de Lecciones APEC (desde 2006) y trabaja a nivel internacional y nacional para la innovación de la educación matemática. Estableció las teorías del enfoque de la enseñanza, como la planificación de la argumentación en el aula utilizando la teoría del conocimiento conceptual y de procedimiento en matemáticas.



Mónica Campos. Profesora de Matemática, Licenciada en Ciencias de la Educación y candidata a Magister en la Maestría en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales, Universidad Nacional de La Rioja. Coordinadora de la Especialización en Enseñanza de la Matemática en el Instituto Superior de Estudios Pedagógicos, Ministerio de Educación de la Provincia de Córdoba.

Nancy Montes de Oca Recio es profesora Titular del Centro de Estudios “Enrique José Varona “de la Universidad de Camagüey “Ignacio Agramonte y Loynaz”, Doctora en Ciencias Pedagógicas y Máster en Investigación Educativa. Coordina el grupo de investigación denominado “Perfeccionamiento de las didácticas particulares” de la Universidad de Camagüey y pertenece al grupo científico de Matemática Educativa de la referida universidad. Ha recibido diversos premios entre los que se destacan el Premio de la Academia de Ciencias de la República de Cuba como co-autora en el trabajo “Contribución teórica y práctica del Cálculo Diferencial y del Álgebra Lineal para carreras de Ingeniería” en el año 2019 y como autora principal por la investigación titulada “Aportes teóricos y prácticos a la formación didáctico-matemática de docentes” en el 2020.





Natalia Sgreccia. Profesora de Enseñanza Media y Superior en Matemática (UNR, 2002). Magíster en Didácticas Específicas con mención en el área Matemática (UNL, 2007). Doctora en Humanidades y Artes con mención en Ciencias de la Educación (UNR, 2012). Tesis: La geometría del espacio en el Profesorado en Matemática: la generación de puentes entre la formación disciplinar y didáctica. Actualmente se encuentra realizando el Programa de Posdoctoración de la Universidad Nacional de Rosario (UNR, 2018-2020). Investigación: El campo de formación en la Práctica Profesional Docente en los Profesorados en Matemática de las Universidades Nacionales

Neide de Almeida Lança Galvão Favaro. Doutorado em Educação (UFSC), Mestrado em Educação (UEM), Professora do Colegiado de Pedagogia da Universidade Estadual do Paraná (UNESPAR), *Campus Paranavaí*, Coordenadora do Grupo de Estudos e Pesquisas Trabalho e Educação na Sociabilidade do Capital (GEPTESC/UNESPAR/CNPQ) e Pesquisadora do Grupo de Estudos Capital, Trabalho e Educação (GECATE/UFSC/CNPQ).



Nelly León Gómez: Profesora de Matemática egresada del Instituto Pedagógico de Maturín, Magister en Estadística Aplicada por la Universidad de Pittsburgh y Magister en Educación por la UPEL-IPM. Presidenta fundadora de la Asociación Venezolana de Educación Matemática (ASOVEMAT). Investigadora adscrita al Núcleo de Investigación de Educación Matemática de la UPEL-IPM (NIEMAT), siguiendo líneas de investigación en Educación Estadística y Formación del docente de Matemática. Sub-directora de la Red de Educación Matemática de América Central y el Caribe (REDUMATE); representante por Venezuela ante el Comité Interamericano de Educación Matemática (CIAEM); miembro del comité editorial de la revista Cuadernos de Investigación y Formación Docente.

Nolberto Goncalves Rodríguez. Doctor en Innovaciones Educativas. Ingeniero de Telecomunicaciones. Profesor Titular en la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad de Carabobo. Facilitador de Programas de Postgrado. Investigador PEII, Miembro de la Unidad de Investigación en Educación a Distancia. Ponente y Conferencista en eventos académicos. Autor y Árbitro de publicaciones en revistas indizadas. Tutor de Trabajos de Investigación en Pregrado y Postgrado. Diseñador y Mediador de cursos virtuales. Investigador sobre las TIC en las Organizaciones y el Proceso Educativo.



Olga Lidia Pérez González, Doctora en Ciencias Pedagógicas, Profesora Titular del Departamento de Matemática, Investigadora Titular del Centro de Estudios de Ciencias de la Educación “Enrique José Varona”, Jefa del Grupo de investigaciones de Matemática Educativa, Universidad de Camagüey Ignacio Agramonte Loynaz, Premio Nacional de la Academia de Ciencias de Cuba y de la Sociedad Cubana de Matemática y Computación, Presidenta del Comité Latinoamericano de Matemática Educativa (2016-2020), olguitapg@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0003-4475-814X>, Camagüey, Cuba

Oswaldo Jesús Rojas Vásquez. Doctor en Ciencias Pedagógicas. Coordinador de los programas de Doctorado y Maestría en Educación Matemática de la Universidad Antonio Nariño, Colombia. Secretario científico del Simposio de Matemática y Educación Matemática. Universidad Antonio Nariño. Carrera 38 No. 58A-77, Nicolas de Federman; Bogotá, Colombia.



Pablo Arnáez Muga. Profesor Titular Jubilado de la UPEL (Venezuela - Maracay). Investigador y docente en el área de la Lingüística en los Postgrados de la UPEL y de la UC (Valencia). Jefe del Departamento de Lengua y Literatura; Coordinador de la Maestría en Lingüística y del Centro de Investigaciones Lingüísticas y Literarias. Ganador de: IV Concurso Experiencias Creativas en Educación; Premio a la Labor Investigativa y Premio CONABA. Miembro del Programa de Promoción del Investigador y de la Cátedra UNESCO (Venezuela). Conferencista y ponente en eventos nacionales e internacionales. pam3346@hotmail.com

Priscila Augusta de Quadros Scott Hood. Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Luterana do Brasil -ULBRA. Graduação em Matemática pela Universidade Luterana do Brasil. Doutoranda do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática - PPGECIM da Universidade Luterana do Brasil. Orcid: <https://orcid.org/0000-0002-9496-397X>. E-mail: prihood@gmail.com



Priscila Semzezem. Doutoranda em Serviço Social (UFSC), Mestrado em Serviço Social e Políticas Sociais (UEL), Professora do Colegiado de Serviço Social da Universidade Estadual do Paraná (UNESPAR), *Campus Paranavaí*, e Vice-Coordenadora do Grupo de Estudos e Pesquisas Trabalho e Educação na Sociabilidade do Capital (GEPTESC/UNESPAR/CNPQ).

Raimundo Olfos. Es profesor de Matemáticas por la Pontificia Universidad Católica de Valparaíso (PUCV), Chile y Doctor en Filosofía por la Universidad de Gales, Reino Unido. Realizó estudios Post doctorales en la Universidad de Londres, Inglaterra y se especializó en Estudio de Clases para el desarrollo profesional docente en la Universidad de Tsukuba, Japón. El profesor Olfos integra el Claustro de Doctorado en Didáctica de la Matemática que ofrece la PUCV, dirigiendo la línea de Formación de Profesores, además dirige el Grupo de Estudio de Clases de la PUCV, es profesor Asociado del Centro de Investigación Avanzada en Educación, en consorcio entre las universidades PUCV, Universidad de Concepción y Universidad de Chile, y actualmente es presidente de la Sociedad Chilena de Educación Matemática.



Renata da Silva Dessbesel. Doutoranda no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciência e Tecnologia. Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), *câmpus Ponta Grossa*. Membro do Grupo de Pesquisa O Ensino e a Inclusão de Pessoas com Deficiência. Professora do Departamento de Educação da UTFPR, *câmpus Dois Vizinhos-PR*. Email: renatadessbesel@utfpr.edu.br. <https://orcid.org/0000-0002-2781-2397>. Endereço postal: Estrada p/ Boa Esperança, km 04 - Zona Rural, Dois Vizinhos-PR, Brasil.

Rocío Álvarez Arroyo. Profesora Ayudante Doctora en el Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada. Doctora en Ingeniería Civil, Máster en Didáctica de la Matemática, Máster en investigación y avances en microbiología, Ingeniera Química e Ingeniera Técnico Industrial. Cuenta con diversos trabajos publicados en revistas de impacto en el campo de la educación matemática y estadística, ha presentado numerosas comunicaciones en congresos nacionales e internacionales y participa en proyectos de investigación del área.



Sani de Carvalho Rutz da SILVA. Doutora. Professora do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciência e Tecnologia. Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Ponta Grossa, PR, Brasil. Líder do Grupo de Pesquisa O Ensino e a Inclusão de Pessoas com Deficiência. Email: sani@utfpr.edu.br <https://orcid.org/0000-0002-1548-5739>. Endereço postal: Rua Doutor Washington Subtil Chueire, 330, Jardim Carvalho. Ponta Grossa –PR, Brasil.

Silvia Retamal Cisterna, doctora en Educación por la Universidad Autónoma de Barcelona, España. Magister en Educación por la Universidad de Concepción, Chile. Actualmente Académica del Departamento de Educación de la Universidad de Los Lagos, Chile. Desarrolla investigación en el área de la Pedagogía Crítica, Educación Rural y Educación Intercultural.



Soledad Estrella. Se doctoró como didacta de la matemática, Su investigación se centra en la Estadística Temprana y el desarrollo del Sentido del Dato. Paralelamente, investiga en la enseñanza y el desarrollo profesional de los profesores de matemáticas a través de Lesson Study, promoviendo la estadística y la educación STEAM mediante clases públicas a nivel regional; es cofundadora del Grupo de Estudio de Clases del IMA. Actualmente conforma el Directorio de la Sociedad Chilena de Estadística; y es representante de Chile ante la CIAEM y miembro activo del ISLP.

Sonia Salas Salinas. Titular de la Unidad Técnico Pedagógica en la Corporación Municipal de Quilpué. Coordinadora comunal de la Red de Didáctica de las Matemáticas. Doctora en Educación por la Universidad de Granada. Más de 20 años trabajando en la formación matemáticas de niños, niñas y adolescentes, en escuelas municipales, con altos índices de vulnerabilidad social en Chile. Trabaja en la formación continua de los docentes en ejercicio y apoyo a los equipos directivos, en didáctica de las matemáticas, para la Corporación Municipal del Quilpué. sbsalass.doc@gmail.com <https://orcid.org/0000-0001-6888-7638>





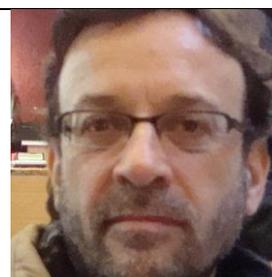
Ubiratan D'Ambrosio. Possui graduação em Matemática pela Universidade de São Paulo (1955) e doutorado em Matemática pela Universidade de São Paulo (1963). É Professor Emérito da Universidade Estadual de Campinas/UNICAMP. Atualmente é Docente Permanente do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Anhanguera de São Paulo/UNIAN. É também Professor Credenciado dos Programas de Pós-Graduação em História da Ciência da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, em Educação Faculdade de Educação/FE da Universidade de São Paulo/USP e em Educação Matemática do Instituto de Geociências e Ciências Exatas/IGCE da Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho/UNESP-Rio Claro. Tem atuado principalmente nos temas: História e Filosofia da Matemática, História e Filosofia das Ciências, Etnomatemática, Etnociência, Educação Matemática e Estudos Transdisciplinares.

Verónica Díaz Quezada. Doctora en Educación con Especialización en Matemáticas. Máster en Evaluación Educacional y Profesora de Matemáticas. Académica Titular e investigadora del Departamento de Ciencias Exactas de la Universidad de Los Lagos, Osorno, Chile. Líneas de investigación: Resolución de problemas; Evaluación en matemáticas; Competencias matemáticas y profesionales. Participación en proyectos nacionales de CONICYT, internacional de la Cátedra Andrés Bello. Consultora matemática para la UNESCO y evaluadora de pregrado y posgrado para la Comisión Nacional de Acreditación CNA de las universidades de Chile. Fundadora del Doctorado en Educación Matemática y del Magister en Educación Matemática en la Universidad de Los Lagos..



Vicenç Font Moll. Doutorado pela Universitat de Barcelona - (UB) 2000. Professor titular da Universitat de Barcelona. Linha de investigação "Didàctica de les Matemàtiques". Professor convidado e professor honorário da Pontifícia Universidade Católica del Perú. Professor colaborador do Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Formação de Professores da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia (UESB), Brasil. Tem experiência na área de Educação, com ênfase em Educação Matemática, atuando principalmente nos seguintes temas: matemática, formação de professores, competência e avaliação. Pagina web: <http://webs.ono.com/vicencfont/index.htm>

Wagner Valente. É doutor em Educação pela Universidade de São Paulo/ INRP-Paris (1997). Pós-Doutor pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (1999). Livre Docente no Departamento de Educação da Universidade Federal de São Paulo (2010). Coordenador do GHEMAT - Grupo de Pesquisa de História da Educação Matemática (www.unifesp.br/centros/ghemat). Editor da HISTEMAT - Revista de História da Educação Matemática. Editor do Boletim Acervo, do Centro de Documentação do GHEMAT-SP. Presidente do GHEMAT Brasil.



Walter O. Beyer K. Doctor en Educación con énfasis en Educación Matemática y matemático egresado de la Universidad Central de Venezuela. Profesor Asociado jubilado de la Universidad Nacional Abierta. Miembro fundador e integrante del Grupo de Investigación y Difusión en Educación Matemática (GIDEM). Mi principal línea de investigación es la de la Historia de la Matemática y de la Educación Matemática en Venezuela. Correo-e: nowarawb@gmail.com. ORCID Id: 0000-0003-1726-7994. Caracas, Venezuela.

Wanda C. Rodríguez Arocho. Posee un doctorado en Filosofía con especialidad en Psicología y una Maestría en Educación con especialidad en Orientación y Consejería, ambos grados otorgados por la Universidad de Puerto Rico. Es Catedrática jubilada del Departamento de Psicología de dicha institución. Su línea de investigación se ha enfocado en procesos cognitivos, aprendizaje, enseñanza de la psicología y desarrollo humano desde la perspectiva histórico-cultural.



Weslaine da Silva Santos. Graduação em Licenciatura em Biologia pelo Instituto Federal de Mato Grosso (IFMT). Técnica em Alimentos pelo IFMT Campus Confresa. Articuladora de Núcleo local na ONG ENGAJAMUNDO. Representante da sociedade civil no Conselho municipal de meio ambiente de Confresa (CONSEMMA). Atualmente é auxiliar legislativo - Câmara Municipal de Confresa. <https://orcid.org/0000-0003-0347-7122>

Yohana Taise Hoffmann. Doutoranda pelo Programa de Pós graduação em Educação Científica e Tecnológica (PPGECT) da Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC). Mestra em Educação Científica e Tecnológica pela UFSC com estudos no área da História da Educação Matemática. Bacharel e Licenciada em Ciências Sociais pela UFSC, na área da Sociologia da Educação. É integrante do Laboratório de Pesquisas Sociológicas Pierre Bourdieu (LAPSB), do Grupo de Pesquisa Ensino e Formação de Educadores em Santa Catarina (GPEFESC), do Grupo de Pesquisa de História da Educação Matemática - Santa Catarina (GHEMAT-SC) e do Grupo de História da Educação Matemática (GHEMAT - Brasil).



Nuevos Desarrollos en el Enfoque Histórico-Cultural: Su Pertinencia para la Educación Contemporánea

Wanda C. Rodríguez Arocho

wandacr@gmail.com

<https://orcid.org/0000-0002-4460-926X>

Universidad de Puerto Rico

Río Piedras, Puerto Rico

Recibido: 11/04/2020 **Aceptado:** 11/05/2020

Resumen

Desde su formulación original hasta el presente el enfoque histórico-cultural asociado con el trabajo seminal de L.S. Vygotski sobre el origen y desarrollo de las funciones mentales superiores ha guardado una estrecha relación con la educación. El propósito de este escrito es examinar el estado actual de esa relación en función de un movimiento revisionista que actualmente hace énfasis en aspectos ignorados o minimizados en las interpretaciones dominantes de la obra de Vygotski. Entre estos aspectos destacan el rol de las emociones, la subjetividad, la situación social del desarrollo, la vivencia y la conciencia en los procesos educativos. Mediante el análisis de textos que se inscriben en ese movimiento revisionista se documenta que éste ha impulsado reflexión crítica en torno a algunos conceptos vygotkianos claves en el área educativa, como es el caso de la zona de desarrollo próximo. Se documenta también que ha propiciado propuestas y prácticas innovadoras como los fondos de conocimiento y los fondos de identidad. Tras la discusión de estas nuevas consideraciones y prácticas, se examina su pertinencia para la educación contemporánea y la formación docente. Se concluye que los desarrollos contemporáneos en el enfoque histórico-cultural pueden contribuir a una educación que responda más efectivamente a las demandas que las transformaciones históricas, sociales y culturales actuales han impuesto sobre ella.

Palabras clave: Enfoque histórico-cultural. Vygotski. Educación. Revolución revisionista.

New Developments in the Historical-Cultural Approach: Its Relevance to Contemporary Education

Abstract

From its original formulation to the present, the cultural-historical approach associated with the seminal work of L.S. Vygotsky on the origin and development of higher mental functions has been closely related to education. The purpose of this writing is to examine the current state of this relationship in function of a revisionist movement that currently emphasizes ignored or minimized aspects in the dominant interpretations of Vygotsky's work. Among these aspects, the role of emotions, subjectivity, the social situation of development, experience and awareness in educational processes stand out. Through the analysis of texts that subscribe that revisionist movement, it is documented that it has promoted critical reflection about some key Vygotskian concepts in the educational area, such as the zone of proximal development. It is also documented that it has fostered innovative proposals and practices such as knowledge funds and identity funds. After discussion of these new considerations and practices, their relevance to contemporary education and teacher training is examined. It is concluded that contemporary

developments in the cultural-historical approach can contribute to an education that responds more effectively to the demands that current historical, social and cultural transformations have imposed on it.

Keywords: Cultural-Historical Approach. Vygotsky. Education. Revisionist Revolution.

Novos desenvolvimentos na abordagem histórico-cultural: Sua Relevância para a Educação Contemporânea

Resumo

Desde sua formulação original até o presente, a abordagem histórico-cultural associada ao trabalho seminal de L.S. Vygotski sobre a origem e desenvolvimento das funções mentais superiores tem estado intimamente relacionada à educação. O objetivo deste trabalho é examinar o estado atual dessa relação em termos de um movimento revisionista que atualmente enfatiza aspectos ignorados ou minimizados nas interpretações dominantes do trabalho de Vygotski. Estes aspectos incluem o papel das emoções, da subjetividade, da situação social do desenvolvimento, da experiência e da consciência nos processos educativos. Através da análise dos textos que fazem parte desse movimento revisionista, documenta-se que ele tem promovido uma reflexão crítica sobre alguns conceitos vygotiskianos chave na área educacional, como é o caso da zona de desenvolvimento próximo. Também está documentado que tem fomentado propostas e práticas inovadoras, como fundos de conhecimento e fundos de identidade. Após a discussão destas novas considerações e práticas, examina-se a sua relevância para a educação contemporânea e para a formação de professores. O estudo conclui que a evolução contemporânea na abordagem histórico-cultural pode contribuir para uma educação que responda mais efetivamente às demandas que as transformações históricas, sociais e culturais atuais lhe impuseram.

Palavras-chave: Abordagem histórico-cultural. Vygotsky. Educação. Revolução Revisionista.

Introducción

En su formulación original y en sus expresiones posteriores como enfoque filosófico, teórico y metodológico para el abordar el estudio de la psique, el enfoque histórico-cultural ha otorgado un rol central a la educación en la explicación de las funciones mentales complejas asociadas con la conciencia. El trabajo seminal de L.S. Vygotski, que formalizó este enfoque, ha sido objeto reciente de revisiones que han llevado a cuestionar el énfasis desmedido que se dio a los procesos cognitivos en sus interpretaciones en Occidente y las aplicaciones instrumentales que hizo la educación de éstas. En este artículo realizo un análisis de este asunto. He dividido el tratamiento del tema en cinco partes. En la primera sección ofrezco un trasfondo histórico de la relación entre psicología y educación en el enfoque histórico cultural y examino el movimiento revisionista. En la segunda presento y examino los principales temas que las revisiones actuales han introducido en el campo de los estudios histórico-culturales para adelantar una comprensión más profunda y compleja de esa relación. En la tercera parte ilustro

cómo los temas recuperados en las revisiones, y los elaborados a partir de ellas, se observan en reflexiones críticas, intervenciones e investigaciones psicoeducativas contemporáneas. En la cuarta sección discuto algunas de las implicaciones de los nuevos desarrollos en el enfoque histórico cultural para la práctica y la investigación educativas. Finalizo con una conclusión general.

Trasfondo histórico y movimiento revisionista

La relación entre educación y psicología fue un tema de interés para L.S. Vygotski desde muy temprano en el desarrollo de su obra. Muestra de ello es un trabajo temprano titulado, *Psicología pedagógica: Un curso breve* (Vygotski, 1926/2001). Según Blanck (2001), ese texto tenía el propósito de servir de guía a docentes en formación destinados a transformar la educación tradicional prerrevolucionaria con estudiantes de escuela media (10-15 años). El libro, que se fundamenta en experiencias y reflexiones de los años en que Vygotski fue docente, cubre una amplia gama de temas en educación regular y educación especial. A la diversidad temática en este texto subyace el entendido de que si bien la educación parte de la funcionalidad psicológica y los aprendizajes previos de los sujetos, también tiene el potencial de modificar dicha funcionalidad y potenciar aprendizajes y promover desarrollo intelectual.

Vygotski comenzó como su vida profesional como educador y lo fue hasta el final de ésta. En uno de los primeros textos occidentales sobre Vygotski y su obra, Rivière (1984) señala que su producción académica estuvo marcada por tres intereses, aquí mencionados en el orden en que se registran en dicha producción: 1) temas relacionados a “la estética, crítica y promoción institucional del arte”, 2) a “cuestiones pedagógicas y educativas”, y 3) a asuntos “propriadamente psicológicos” (p. 18). El entrelazamiento que Vygotski realizó de estos temas en su obra tiene un significado profundo que expresa su concepción de la educación formal como instrumento esencial de la enculturación y humanización’ (p. 18). Posteriormente, Vygotski también ponderaría la importancia de la educación informal en propiciar aprendizaje que pueden facilitar, obstaculizar o impugnar los aprendizajes escolares (Vygotski, 1935/2004).

En la idea de interdependencia entre educación y psicología, se unían dos temas relacionados que fueron centrales para Vygotski: el origen social de la conciencia y el desarrollo cultural de la autorregulación de la conducta. Aunque su *Psicología pedagógica* precede a la formulación de la teoría de Vygotski sobre del origen social de las funciones psíquicas superiores (Vygotski, 1931/1993), y posteriormente revisó algunas de las posiciones expresadas

en dicho texto (Vygotski, 1934/1997), el texto anticipó la centralidad que ocupa la educación en la psicología de orientación vygotskiana y en el enfoque histórico-cultural.

Cuando la obra de Vygotski fue introducida en Occidente, en el contexto de importantes transformaciones históricas, sociales y culturales (Rodríguez Arocho, 2013, 2015, 2018), el vínculo entre educación y psicología fue uno de los temas que mayor interés captó de miembros de la academia y practicantes en ambos campos. Así se demuestra en obras que marcaron la importancia de esa relación desde temprano en el momento de recepción y apropiación de la obra de Vygotski en Occidente (Álvarez, 1997; Moll, 1990; Daniels, 1993, 2001; Kozulin, 1998). Esto dio paso a un vertiginoso y productivo programa de aplicación de ideas y desarrollo de prácticas educativas que cubrió todos los niveles de educativos, abarcó prácticamente todas las materias enseñada, impactó currículos y sirvió de fundamento conceptual al desarrollo de programas de desarrollo y modificación cognitiva (Chaklin, 2003; Kozulin y Gindis et al, 2003). Según González Rey (2009, 2011a) estos programas partieron de premisas ontológicas y epistemológicas asociadas con el positivismo y el empirismo. Esto también implicaba distorsiones en las ideas metodológicas de Vygotski para la aproximación al objeto de estudio (Rodríguez Arocho, 2011). Aunque las interpretaciones iniciales de la obra de Vygotski siguen teniendo impacto, actualmente coexisten con un movimiento orientado a problematizar esas interpretaciones y promover revisiones a éstas.

El mencionado movimiento aboga por reflexividad histórica tanto del contexto de producción de la obra de Vygotski como de los diferentes contextos en fue recibida y utilizada. Desde el inicio del proceso de recepción algunas voces en la naciente academia vygotskiana se ocuparon de señalar problemas de traducción e interpretación, selectividad en el orden de publicación, descontextualización, falta de consideración a la dimensión filosófica de su obra y sesgos en el manejo de los aspectos ideológicos de ésta (Ageyev, 2003; Bakhurst, 2007; Daniels, 2001; Elhammoumi, 2001; Veresov, 1999). Sin embargo, estos señalamientos y los argumentos con respecto a sus implicaciones en la apropiación de la obra vygotskiana fueron aislados y no tuvieron movilizaron un proceso significativo de reflexividad y autocrítica hasta recientemente (Matusov, 2008).

Ante la situación descrita ha convergido dos movimientos que actualmente impulsan relecturas y reinterpretaciones del legado vygoskiana. El primer movimiento es uno orientado a estudios de recepción e interpretación de la obra de Vygotski fuera de antigua URSS. En

palabras de uno de sus exponentes, “toda recepción implica desplazamientos, variaciones, omisiones, adiciones y sustituciones” (García, 2019, p. 176). Es de esta forma porque la recepción y apropiación de ideas producidas en otros contextos y tiempos, implican necesariamente actos de lectura que se realizan desde referentes culturales distintos y con propósitos que responden tanto a intereses personales como sociales (Dafermos, 2016).

El segundo movimiento impulsador de nuevas tendencias en las interpretaciones de Vygotski y en el enfoque histórico-cultural es lo que se ha llamado la Revolución Archivística (Yasnitsky, 2010; Zavershneva, 2010a) o Revolución Revisionista (Yasnitsky y Van der Veer, 2016). Mediante acceso directo a los archivos de Vygotski facilitado por su familia (Zavershneva 2010ab; Zavershneva y Van der Veer, 2018) se ha iniciado un movimiento que confronta los problemas antes mencionados de forma concertada. Se ha producido un cuerpo de investigación que documenta tanto el contexto y las condiciones de producción como ideas y conceptos desatendidos en actos de recepción y apropiación que privilegiaron la atención al desarrollo de funciones cognitivas por vía de mediaciones pedagógicas fundamentalmente instrumentales (González Rey, 2011a). Estas producciones destacan temas omitidos o minimizados en el tratamiento de la obra de Vygotski hasta recientemente. Entre éstos se encuentran la situación social del desarrollo, las emociones, la vivencia, la conciencia, la perspectiva dialéctica y el enfoque sistémico representado en su noción de unidades de análisis. La inclusión de estos temas en las aproximaciones actuales a la obra de Vygotski ha generado un movimiento hacia la complejidad en la explicación de la psique que ha tenido implicaciones y generado aplicaciones en la integración de psicología y educación.

Temas contemporáneos

Varios textos recientes se ocupan en detalle de los temas recién mencionados (Dafermos, 2018; Fleer, González Rey y Veresov, 2017; González Rey, Mitjans Martínez y Magalhães Goulart, 2019). En una crítica a la académica vygotskiana, Matusov (2004) destacó que, en términos generales, mostraba muy poca reflexividad sobre el contexto de sus propias producciones y fallaba en hacer explícitos los argumentos que dichas producciones cuestionaban o refutaban. Los desarrollos contemporáneos enfrentan frontalmente ambas críticas. En primer lugar, reconocen transformaciones históricas, sociales y culturales que han impactado concepciones y prácticas en la ciencia, relaciones con la tecnología y los ambientes vitales y visiones de mundo. En este sentido, en estas producciones abundan las reflexiones históricas,

filosóficas y sociológicas sobre la ciencia en general y las disciplinas particulares. Se separan explícitamente del positivismo y el empirismo y rechazan la simplificación de lo complejo. En segundo lugar, tienden a identificar los autores y las autoras a quienes interpelan en construcciones dialógicas. Se caracterizan por utilizar la problematización y la indagación dialógica como herramientas de análisis (Rodríguez Arocho, 2015) y precisar los fundamentos que cuestionan y los que defienden.

El texto editado por Fleer, González Rey y Veresov (2017) que trata los temas de vivencia (*perezhivanie*), emociones y subjetividad es excelente ejemplo de lo descrito. Dicho texto contiene 12 capítulos que tratan aspectos teóricos y metodológicos sobre estos temas e inicia con una declaración de lo que persigue su abordaje a los temas ignorados o minimizados en el tratamiento de la obra vygotskiana. La declaración articula tres principios fundamentales: 1) trascender el determinismo social, 2) superar la concepción de la mente como el resultado de procesos de interiorización y 3) promover una perspectiva sistémica caracterizada por la dialéctica y la complejidad. Estos principios se expresan como respuesta contestaria a interpretaciones de Vygotski que acentuaron la fuerza de la mediación social restando importancia o ignorando una fuerza generadora en el sujeto que crea sentidos propios diferentes a los intencionados o significados por otros en esa mediación.

González Rey (2011a) argumenta que la situación descrita se explica porque en la recepción de la obra de Vygotski en Occidente dio énfasis su obra intermedia, la cual se enfocó en el estudio de lo que él llamó funciones psíquicas superiores, entre las que incluyó la atención voluntaria, la memoria lógica, el razonamiento y el ejercicio de la voluntad (Vygotski, 1931/1995). Al formular la ley genética general del desarrollo cultural o la ley de la doble formación, Vygotski planteó que estas funciones se originan en actividades entre la gente (interpsicológicas) y luego de un proceso de interiorización se transforman en funciones mentales individuales (intrapicológicas).

Vygotski argumentó que la educación puede jugar un rol fundamental en esa transformación, idea que fue fundamental en la interpretación que se dio a su concepto de zona de desarrollo próximo (zdp). Sin embargo, es posible argumentar que en la apropiación de ambas ideas para orientar programas educativos la interpretación fue sesgada por un momento en que el cognitivismo se establecía como un modelo dominante en las explicaciones psicológicas (Rodríguez Arocho, 2000). Por ejemplo, al citar la ley de genética general del

desarrollo cultural, Vygotski afirma que el paso de lo externo a lo interno “...modifica el propio proceso, transforma su estructura y sus funciones” (Vygotski, 1931/1995, p. 150). Es decir, no lo considero un proceso de copia automático de copia. De igual modo, concibió la idea de zona de desarrollo próximo hacia el final de su vida, cuando también elaboró las ideas de situación social del desarrollo y vivencia, que permiten una comprensión más compleja de la zdp que la reducida tradicionalmente a la idea de andamiaje (Rodríguez Arocho, 2015). Estas ideas se han convertido en temas centrales en las explicaciones e intervenciones educativas que se generan en la actualidad desde la perspectiva histórico-cultural.

Hacia el final de su vida, Vygotski retomó temas que había trabajado en sus obras iniciales sobre arte (del Río y Álvarez, 2007) y educación creativa (Álvarez y del Río, 2007). Entre esos temas se encuentran las emociones, la imaginación, la fantasía y el arte como psicotecnia del sentimiento. Elaboró sobre estos temas en sus trabajos finales (Vygotski, 1934,1935) en un esfuerzo inconcluso de integrarlos en un sistema conceptual. Algunos trabajos contemporáneos enfocan estos temas, mientras que otros realizan elaboraciones teóricas y metodológicas a partir de ellos y persiguen su avance dentro de la perspectiva histórico-cultural (Fleer, González Rey y Veresov, 2017; González Rey, Mitjans Martínez y Magalhães Goulart, 2019).

Emociones y afectividad

La forma en que el lugar de las emociones en la teoría de Vygotski fue desatendido en las interpretaciones de su obra que privilegiaron la actividad cognitiva en el desarrollo humano ha sido objeto de análisis recientemente (Rodríguez Arocho, 2015). Esta actividad cognitiva se orientó principalmente a la relación entre el lenguaje y pensamiento, particularmente el desarrollo de conceptos científicos, abstracciones y generalizaciones mediadas por el lenguaje (Karpov, 2014). Sin embargo, hay múltiples instancias en la obra de Vygotski donde se plantea un problema fundamental en esa orientación. Destaca, por ejemplo, su denuncia:

La primera cuestión que se plantea cuando hablamos de la relación entre pensamiento y lenguaje y los restantes aspectos de la conciencia es la de la conexión entre *el intelecto* y *el afecto*. Como es sabido, la separación entre el aspecto intelectual de nuestra conciencia y su aspecto afectivo, volitivo, constituye uno de los defectos básicos más graves de toda la psicología tradicional (Vygotski, 1934b, p. 24).

A esta denuncia sigue la argumentación de que entender la conciencia como “...un flujo autónomo de ideas que se piensan a sí mismas” es desacertado porque la segrega de la plenitud

de la vida, de los impulsos, los intereses y las inclinaciones vitales del sujeto que piensa” no permitirá entenderla y explicarla científicamente. Argumenta que esas dos tareas requieren enfocarse en unidades de análisis y no en elementos aislados pues cuando se hace de ese modo se “revela la existencia de un sistema semántico dinámico, representado por la unidad de los procesos afectivos e intelectuales” (Vygotski, 1934b, p. 24).

La centralidad otorgada a las emociones en estas dos citas, que provienen del primer capítulo de su obra *Pensamiento y lenguaje*, Vygotski, 1934b), es recalcada con fuerza en el capítulo final esa obra cuando plantea que:

Nos queda el último y definitivo paso en el análisis de los procesos internos del pensamiento verbal. El pensamiento no es la última instancia en este proceso. El pensamiento no nace de sí mismo ni de otros pensamientos, sino de la esfera motivacional de nuestra conciencia, que abarca nuestras inclinaciones y nuestras necesidades, nuestros intereses e impulsos, nuestros afectos y emociones. Detrás de cada pensamiento hay una tendencia afectivo-volitiva. Sólo ella tiene la respuesta al último por qué en el análisis del proceso de pensar (p. 342).

Al considerar el lugar de las emociones en la teoría de Vygotski hay que tomar en consideración varios asuntos. En primer lugar, partía del supuesto de que igual que la cognición, las emociones tienen origen sociocultural y se desarrollan en contextos de actividad vital. En su crítica al biologicismo y naturalismo que caracterizaba las teorías de emociones dominantes en su época, Vygotski (1935/2004) planteó que las emociones no pueden entenderse al margen de la dinámica de la vida humana y que es desde los procesos involucrados esa dicha dinámica que cobran sentido y significado para el sujeto. En segundo lugar, entendía que tanto esa dinámica como los procesos que la inciden operan bajo los principios de la dialéctica.

Dialéctica

A pesar de la recurrente referencia a esos principios en su obra, Dafermos (2018) plantea que la dialéctica ocupó un lugar central en la producción de Vygotski y en el desarrollo de la perspectiva histórico-cultural que ha sido mayormente ignorado en las interpretaciones de su obra en Occidente. Elabora argumentos para recuperar ese aspecto de su legado. Documenta la forma en que Vygotski (1927/1991) asumió la dialéctica como orientación filosófica, aceptando sus premisas ontológicas y epistemológicas. La conceptualización de la realidad como producto de fuerzas internas y externas en tensión y de contradicciones entre lo general y lo particular, lo concreto y lo abstracto, lo aparente y esencial, le llevaron a concluir que había que considerarlas

como las fuerza que impulsan el desarrollo humano (Dafermos, 2018). Fleer, González Rey y Veresov (2017) argumentan que la idea de Vygotski de una relación dialéctica entre el funcionamiento interpsicológico y el intrapsicológico que las emociones se construyen en relaciones enmarcadas culturalmente. Argumentan que la perspectiva relacional dialéctica permite rebasar el determinismo social y entender la dinámica entre sentimientos y emociones como expresiones que son culturalmente interpretadas y vividas.

La reivindicación de la dialéctica en estos momentos busca interpelar los modelos tradicionales de desarrollo como una secuencia ordenada de etapas predecibles, inalterables y universales. Este razonamiento se expresa en otros tres temas rescatados del legado de Vygotski, situación social del desarrollo, vivencia y conciencia (Rodríguez Arocho, 2010, 2018), y de un tema de reciente elaboración, la subjetividad (González Rey, 2011b).

***Perzhivanie* (Vivencia)**

En la actualidad se está utilizando la palabra rusa *perzhivanie* en textos en otros idiomas porque hay dificultad con una traducción literal del término. En la edición de las obras escogidas de Vygotski en inglés el término fue traducido como “experiencia”, mientras que en las obras escogidas en español fue traducido como “experiencia atribuida de sentido” y como “vivencia” (Rodríguez Arocho, 2010). González Rey y Mitjás Martínez (2016), Mok (2017) y Veresov (2017) analizan en detalle la historia del concepto y su lugar en el sistema teórico que Vygotski refinaba hacia el final de su vida. Estos trabajos destacan que Vygotski utilizó el concepto por primera vez en una de sus obras más tempranas, *Psicología del arte*. En esa instancia la relacionó con otros conceptos de la dimensión afectiva individual como la imaginación, la fantasía y las emociones. Retomó el concepto varias de sus obras finales *El problema de la edad* (Vygotski, 1932) y *La crisis de los siete años* (Vygotski, 1933) y *El problema del ambiente* (Vygotski, 1935b). En estos trabajos declaró que la *perzhivanie* debía ser la unidad de análisis para abordar el estudio de la personalidad. Según González Rey y Mitjás Martínez (2016), Vygotski trabajaba en una representación del domino afectivo como “un sistema complejo de la psique humana, el centro del cual era la *perzhivanie* o la experiencia emocional atribuida de sentido subjetivo (p.145). Aunque Vygotski no llegó a elaborar con respecto a la relación entre vivencia y sentido subjetivo, la misma fue importante en la obra de Lydia Bozhovich (González Rey, 2019a) y también lo ha sido en la formulación de la teoría de una teoría de la subjetividad en el enfoque histórico-cultural por González Rey (2019b).

Situación social del desarrollo

El tratamiento que Vygotski (1932, 1933, 1935) dio a las emociones y a la vivencia en sus últimos trabajos implica una concepción diferente del ambiente a la que ha predominado en la psicología tradicional, en la cual el ambiente se considera algo externo al sujeto que es posible describir en índices objetivos absolutos y explicar en término de relaciones causales lineales. Argumentó que esta forma de entender la relación entre sujeto y ambiente presentaba problemas teóricos y metodológicos a la psicología. Propuso que es relación es dinámica, dialéctica y cambiante, por lo que no puede comprenderse sin entender las vivencias que las configuran en particulares situaciones de desarrollo. Planteó que las relaciones con el ambiente, particularmente con el ambiente social, cambian en el curso del desarrollo humano y son peculiares, específicas, únicas e irrepetibles y constituyen la situación social de desarrollo cada sujeto. Es en esa situación que las vivencias se configuran y adquieren sentido para el sujeto. Por lo tanto, no estudiar esta relación interna del sujeto con las otras personas en su entorno equivale a ignorar que es un participante activo en su propia situación de desarrollo.

Enfrentar este problema implica estudiar, ante todo, cómo el sujeto significa y siente su situación. Esta unidad entre el significado y el sentido, el intelecto y el afecto fue cobrando fuerza en los últimos textos de Vygotski y termina con la introducción “de la vivencia como unidad de conciencia, es decir, como unidad en la cual las propiedades básicas de la conciencia figuran como tales, mientras que, en la atención, en el pensamiento, no se da esa relación” (p. Vygotski, 1933, p.383). El planteamiento es que la atención y el pensamiento son elementos de la conciencia, pero que ésta no se reduce a ellos ni ellos pueden por sí solos explicarla. Hacia el final de su vida Vygotski, consideraba la vivencia o *perzehivanie* era la base de la conciencia y la fuerza motriz del desarrollo.

Subjetividad

La teoría de la subjetividad formulado por González Rey (2002, 2011b), dentro del marco conceptual del enfoque histórico-cultural, elabora sobre las ideas antes presentadas. Esta teoría ha generado interés en la académica vygotskiana contemporánea (Fleer, González Rey y Veresov, 2017; González Rey, Mitjans Martínez y Magalhães Goulart, 2019). La subjetividad es entendida como un nuevo domino ontológico de los fenómenos humanos, individuales o sociales, que es inseparable del mundo sociocultural en que los seres humanos viven sus experiencias (González Rey, 2019b). Elabora cinco argumentos para sostener esa definición.

El primer argumento es que la cultura posibilita cambios psicológicos y generacionales al ser un sistema compartido de producciones simbólicas “que se objetivan en el lenguaje, las prácticas discursivas, las representaciones sociales, los mitos, los sistemas normativos, las religiones y otras producciones culturales” (p. 182). Dado que las emociones están imbricadas en estos procesos simbólicos, “la subjetividad se torna en un componente intrínseco de la cultura” (p. 182).

El segundo argumento para sostener que la subjetividad es un nuevo dominio ontológico es que ésta no es un fenómeno intrapsíquico sino “una cualidad característica de cada proceso, realidad y sistema humano” (p. 182) que integra lo individual y lo social. El tercer argumento se apoya en las transformaciones de la historia sociocultural. Cada generación adviene a un mundo cuya organización cultural da forma a imaginarios que se consideran realidades objetivas, pero que cambiarán radicalmente para la generación siguiente resultando en otros imaginarios y otras realidades. Ejemplo de esto son las transformaciones psíquicas relacionadas a las tecnologías (Rodríguez Arocho, 2018). El cuarto argumento acentúa la relación entre lo histórico-sociocultural y lo psicológico al plantear que, aunque los miembros de cada generación comparten una cultura, cada individuo, grupo e institución la vive de diferente forma. Este argumento recalca que las experiencias vividas no son reflejo o asimilación de elementos en una realidad objetiva sino producciones de sentido en que intelecto y afecto se unen. Finalmente, esa unidad revela complejas producciones subjetivas o configuraciones en las que, como humanos, generamos sentidos apoyados en experiencias a lo largo de la vida en los múltiples contextos en que ésta transcurre. En ese transcurso, las relaciones sociales de carácter simbólico-afectivo viabilizan la emergencia y expresión de nuestras emociones y nuestros motivos.

El planteamiento de un dominio ontológico como la subjetividad, según descrita, implica la necesidad una nueva epistemología, pues el nuevo objeto de estudio resiste el reduccionismo, la universalidad de la métrica y las explicaciones casuales lineales. Por ello, para el estudio de la subjetividad desde la perspectiva descrita González Rey propuso una epistemología cualitativa orientada por un método constructivo-interpretativo (González Rey, 2107; González Rey y Mitjás, 2019). Las estrategias de este enfoque descansan principalmente en el diálogo, la comunicación y la exploración colaborativa de significados y sentidos, tanto en la práctica profesional como en la investigación.

Conciencia

La propuesta metodológica antes mencionada para estudiar la subjetividad busca rebasar los límites que los métodos tradicionales impusieron a la psicología y que Vygotski denunció muy temprano en su producción científica un problema fundamental. En sus palabras:

Nuestra literatura científica elude insistentemente e intencionalmente el problema de la naturaleza psicológica de la conciencia, y trata de no darse cuenta de él, como si para la nueva psicología no existiese en absoluto. [...] Al ignorar el problema de la conciencia, la psicología se está cerrando a sí misma el camino de la investigación de problemas más o menos complejos del comportamiento humano (Vygotski, 1925/1991, p.39).

Al final de su obra Vygotski retoma este tema y plantea la clave para abordar comprender la conciencia requiere entender la relación entre lenguaje y pensamiento en el curso del desarrollo humano y sus transformaciones. Los argumentos para sostener este planteamiento son sintetizados en el capítulo final de *Pensamiento y lenguaje* (Vygotski, 1934), donde no sólo subraya la idea de unidad entre intelecto y afecto, sino que introduce (sin articularla de este modo) la dimensión subjetiva y la elaboración de sentido. Plantea que para comprender el lenguaje ajeno no basta conocer las palabras, sino que hay que intentar conocer el pensamiento de quien las expresa. Argumenta que la comprensión de ese pensamiento requiere conocer los motivos (causas), intenciones (propósitos), afectos y emociones del sujeto que lo expresa. En este texto Vygotski también señala el pensamiento (entendido de esta forma compleja) y el lenguaje como aspectos de la conciencia, junto con otros que no especifica, pero que a base de los escritos de ese mismo tiempo puede inferirse que incluyen la *perezhivanie* o vivencia.

El estudio de los archivos de Vygotski y sus notas personales ha llevado a Zavershneva (2010ab) a plantear que lo brevemente reseñado en el párrafo anterior puede entenderse como un prolegómeno o tratado introductorio de los fundamentos centrales que habría de elaborar en su siguiente trabajo. Se especula que ese trabajo era una teoría psicológica general que incluía con la conciencia como dimensión central. Esta es una idea compartida por Dafermos (2018), quien plantea que el trabajo inacabado de Vygotski buscaba integrar en un sistema dinámico los temas examinados en esta sección: emociones, volición, vivencias, significado y sentido, campos semánticos, la relación entre pensamiento y lenguaje, la actividad psicofísica, y la desintegración de sistemas psicológicos en patologías como la esquizofrenia. La noción de sistema podría ofrecer un abordaje dialéctico, holístico e histórico-cultural y complejo al estudio

de la conciencia. Por supuesto, tal abordaje exigiría métodos de estudio diferentes a los tradicionales. Zavershneva (2016) argumenta que este concepto de conciencia es más complejo que de funciones psíquicas superiores identificado con el legado de Vygotski y que supera el dualismo que distingue y separa éstas de las funciones psíquicas elementales.

En resumen, los temas contemporáneos presentan una perspectiva compleja en que el sujeto y su situación social de desarrollo cobran un interés particular y donde las emociones, las vivencias, las interacciones sociales, la comunicación y la se entrelazan a la hora de explicar la conducta humana. Siguiendo la tradición vygotskiana de entrelazar psicología y educación, se ha producido un cuerpo trabajo de investigación e intervenciones en el campo educativo que incorpora los temas contemporáneos examinados.

Reflexiones teóricas, intervenciones e investigaciones actuales

Las reflexiones teóricas intervenciones e investigaciones actuales que examino a continuación se caracterizan por el uso de uno o más de los conceptos examinados en apropiaciones creativas que fortalecen el enfoque histórico cultural. He seleccionado tres aportes que me parecen particularmente relevantes porque, además de solidez teórica y producciones investigativas interesantes, son evidencia de que es posible realizar trabajo académico de excelencia al tiempo que se asumen posiciones ético-políticas. Este es un asunto que la psicología tradicional ha ignorado o evadido tanto como ha evadido el debate ontológico y epistemológico (González Rey, 2009). Esa coincidencia no es fortuita. La proclamación de separación tajante entre filosofía y ciencia que ha marcado el discurso psicológico ha sido un lastre en el desarrollo de aproximaciones complejas a la conducta propiamente humana. Al ser la ética una rama de filosofía y al construirse un imaginario de ciencia como actividad neutral, tampoco ha habido mucho espacio para ella fuera de las corrientes marginales en la psicología y en la educación.

Sin embargo, el tema del posicionamiento ético-político en las construcciones y usos del conocimiento psicológico ha sido central en movimientos como la psicología de la liberación, la pedagogía y la psicología críticas, los tres con importantes aportes desde América Latina (Rodríguez Arocho, 2010). Sin embargo, no es hasta recientemente que se observa un esfuerzo sistemático por provocar y propiciar diálogo entre estos movimientos (Fleer, González Rey y Jones, en imprenta). Ese diálogo guarda la promesa de dar un lugar a la dimensión ético-política en las producciones de la psicología histórico-cultural en el área educativa y puede beneficiarse

con el reconocimiento de esfuerzos específicos por reconocer su importancia y actuar en consecuencia. Tres de esos esfuerzos son las reflexiones críticas sobre sujeto, situación y educabilidad de Ricardo Baquero (2017) y los conceptos de fondos de conocimiento y fondos de identidad desarrollados por Luis C. Moll y Moisés Esteban-Guitart (Esteban-Guitart y Moll, 2014ab) con colaboraciones diversas en sus respectivos equipos de investigación.

Sujeto, situación y educabilidad

De los tres autores mencionados, Baquero (2001, 2003, 2006, 2009, 2017) ha sido el más frontal en su crítica a la falta de reflexividad en psicología y educación en torno a los supuestos filosóficos y las consecuencias ético-políticas de las prácticas sociales que atraviesan la educación en general y las prácticas pedagógicas concretas en las aulas. Ha sido consecuente en plantear el rol desempeñado por la psicología y la educación al abordar como productos de la naturaleza propiedades, cualidades y procesos humanos que fueran hechos de la naturaleza y no de la actividad sociocultural. En particular, ha analizado cómo los ideales de regularidad, progreso y universalidad asociados con la Modernidad sirvieron para el desarrollo de producciones en psicología y aplicaciones en educación que asumieron en sus discursos y prácticas. Estos ideales subyacen a todas las teorías de etapas de desarrollo que han sido traducidas a abordajes y prácticas educativas. Su unión con el ideal racionalista para orientar los procesos de escolarización masiva que implicaban un diseño particular de la mente como reproductora de formas y contenidos. Se trata de un diseño marcado por la uniformidad con poco o ningún espacio para considerar la variabilidad en las formas de aprendizaje de los sujetos en la didáctica y en la evaluación. Ese diseño tiene consecuencias significativas en la vida de los sujetos. Baquero (2001, 2003) ha abordado con a profundidad dos asuntos relacionados a esas consecuencias. El primero trata de la sospecha en torno a la posibilidad de una educación efectiva para ciertos sujetos. El segundo asunto trata de la educación como práctica socio-institucional que impacta la configuración de la subjetividad.

Baquero (2001, 2003) subraya la dimensión ética-política antes mencionada al examinar problemas de inequidad educativa y justicia social. Plantea que “la pregunta por la posibilidad y el alcance de lo educativo cobra dramatismo muy cruel en la atención, por supuesto, de los alumnos provenientes de los crecientemente castigados sectores populares” (Baquero, 2001, p. 71). En situaciones sociales de desarrollo caracterizadas por la precariedad, donde hay múltiples carencias, la escolarización y los procesos de enseñanza y aprendizaje implicados se practican

de forma descontextualizada e irreflexiva. El aparato escolar mismo pone en duda la posibilidad de que esos procesos ocurran exitosamente. Este autor señala que esa duda o sospecha parece “razonable” en virtud de “los evidentes índices de repitencia, deserción o de ingreso tardío al sistema, como por la creciente sospecha de que la baja en los logros a que aspiramos muchas veces institucionalmente se traduce incluso en la promoción en ciertos casos de los alumnos a pesar de muchas veces no haber obtenido siquiera los aprendizajes esperados en un contexto de expectativas ya reducido” (p.72).

Es pertinente evocar aquí la preocupación expresada por Vygotski (1935) enfocarse en los indicadores o índices que objetivan una realidad que es diferente a las vivencias del sujeto en su particular situación de desarrollo. En la consideración de este problema Vygotski fue enfático al subrayar la necesidad de abordarlo como unidad y no segmentado en índices. Baquero (2017) avala ese énfasis y plantea la necesidad de abordar las relaciones entre los sujetos y sus situaciones sociales de desarrollo como la unidad para entender y explicar los procesos de aprendizaje y desarrollo. Dicha unidad es sistémica, dialéctica y compleja y no puede reducirse a sus componentes. Desde esta perspectiva, la repetición de grados, la llamada deserción escolar y el ingreso son fenómenos históricamente situados, culturalmente mediados y encarnados en prácticas sociales que generan tanto configuraciones de sentido subjetivo como prácticas educativas y acción social. Este ha sido un tema central en algunos acercamientos socioculturales al problema de la relación aprendizaje, desarrollo y evaluación en contextos escolares (Rodríguez Arocho, 2010) y al problema de los criterios que se utilizan para definir y valorar la excelencia académica y la calidad educativa (Rodríguez Arocho, 2011).

Además de la sospecha desde la que parte la práctica escolar institucionalizada expresada en documentos de política educativa, diseño curricular y prácticas didácticas que suscriben los ideales de regularidad, progreso, universalidad y racionalidad, la persona es colocada en frente a actividades en el aula que juegan un papel importante en su particular configuración subjetiva. Baquero (2017) elabora sobre la relación entre prácticas educativas y subjetividad: “...los procesos de subjetivación no pueden escindirse de cierto poder performativo de las prácticas instituidas subjetivantes y creadoras de estándares de los cuales apropiarse, recrearlos o rechazarlos” (p.293). Esta es una consideración importante en la que se reconoce el carácter generador de un sujeto que es capaz de apropiarse, recrear, rechazar y crear nuevas

condiciones de posibilidad. Esas acciones pueden entenderse desde la noción de conciencia como sistema que se configura en la situación social de desarrollo y las vivencias del sujeto.

La idea de unidad de análisis es central en estas reflexiones. También lo ha sido en el desarrollo de los conceptos de fondos de conocimiento y fondos de identidad. Estos constituyen expansiones o elaboraciones de algunos de los temas contemporáneos antes discutidos y rebasan la reducción de los procesos de aprendizaje y desarrollo a un individuo autocontenido y autónomo. Igualmente presenta una visión de las prácticas educativas que supera el determinismo social.

Fondos de conocimiento

En la introducción a su conocido libro *Vygotsky and education: Instructional implications and applications of socio-historical psychology*, Moll (1990) destacó que para Vygotski la educación es la quintaesencia de la mediación cultural. Los trabajos en ese libro se orientan a argumentar teóricamente y mediante investigaciones que el desarrollo psicológico de los sujetos depende de los procesos de enseñanza-aprendizaje, que esos procesos son tanto formales como informales, que están situados históricamente y mediados socioculturalmente y que en él se integran lo cognitivo y lo afectivo. Aunque en el momento en que se produce esta obra los temas contemporáneos no eran centrales en las producciones de los enfoques histórico-culturales o socioculturales, algunas propuestas para elaboraciones más complejas en los abordajes a la educación fueron anticipadas.

La idea de que la educación es central en el desarrollo de procesos cognitivos, de formas de conciencia sobre el mundo y nuestra relación con él se aprecia de varias maneras en la obra de Moll y colegas. Deriva de sus planteamientos que la personalidad se configura en el curso de vivencias y experiencias de aprendizaje (formales e informales) en particulares situaciones de desarrollo que son inseparables de las condiciones de vida del sujeto. Esta concepción es central en el concepto de fondos de conocimiento. Aunque éste se asocia principalmente con el trabajo de Moll y su equipo de investigación (González, Moll y Amanti, 2005; Moll, 1990, 1997, 2011, 2014), el propio Moll reconoce su origen en las investigaciones de Vélez-Ibáñez y Greenberg (1990). En estas investigaciones antropológicas en hogares en la frontera entre Estados Unidos y México fueron identificadas estrategias y prácticas culturales en las que se compartían e intercambian información y destrezas, que estos investigadores denominaron fondos de conocimiento. El aporte de Moll y colegas consistió en transferir a la educación el concepto e

inscribirlo conceptualmente en el enfoque sociocultural. Trabajando con la misma población en el estado de Arizona desarrollaron estudios etnográficos en los que exploraron las expresiones de esos fondos de conocimiento en la escuela y su relación con prácticas educativas concretas. En estos estudios el foco no es el estudiante como individuo sino como miembro de una familia y de una comunidad escolar. Las relaciones sociales y las interacciones personales en las aulas y en el hogar reciben un lugar central en el examen de procesos de aprendizaje y desarrollo.

Moll (1997) define los fondos de conocimiento como “cuerpos de conocimiento culturalmente desarrollados e históricamente acumulados y destrezas esenciales para el funcionamiento y bienestar familiar o individual” (p.47). Uno de los logros más relevantes del programa de investigación desarrollado a partir de este concepto ha sido, por un lado, el reconocimiento de la situación social del desarrollo y las vivencias de los sujetos que aprenden y, por otro lado, la legitimación de los saberes no académicos. En la práctica educativa esto implica una aproximación a la dinámica entre conceptos espontáneos y conceptos científicos de mayor riqueza y complejidad que las aproximaciones tradicionales que obvian la relación dialéctica entre éstos. La dicotomía tajante entre ambos se quiebra y se abren oportunidades para apreciar cogniciones distribuidas y acciones colaborativas en ambientes que en ocasiones son adversos al desarrollo porque subestiman saberes y quehaceres no escolarizados.

La aproximación teórica y metodológica de Moll y colegas a los fondos de conocimiento implica también un examen a la cultura, no como abstracción, sino como experiencia vivida. Al integrar docentes a la investigación y relacionarlos con “la cultura vivida o la cultura en acción” (p. 48) en sus hogares se hace posible el uso de esos fondos de conocimiento para facilitar el éxito escolar, principalmente en situaciones en que la cultura escolar presenta diferencias abismales con la cotidianidad y puede obstaculizar procesos de desarrollo. La cultura vivida y las vivencias experimentadas por familias inmigrantes y de bajo nivel socioeconómico colocan su educabilidad bajo sospecha (Baquero, 2007) pues se ha demostrado que los hijos e hijas de familias con esas características enfrentan grandes obstáculos para alcanzar éxito escolar y presentan altas de “fracaso” escolar.

En el tratamiento de doble problema el programa de investigación de fondos de conocimiento ha asumido su posicionamiento ético-político. Por un lado, ha asumido el

compromiso de crear oportunidades para que el aprendizaje en la escuela se vincule con las vivencias en el hogar y en la comunidad. Por otro lado, ha avanzado la idea de que el proceso de construcción de conocimiento no es uno reproductivo, sino que implica transformaciones psíquicas cognitivas y afectivas en el sujeto. Para Moll (1997) “la creación cultural, mediatizadora, más importante en el desarrollo del niño es, precisamente, el niño” (p.49). Se reconoce de este modo al sujeto como una fuerza generadora en su propia constitución.

La elaboración del concepto de fondos de conocimiento descrita sirvió de fundamento al desarrollo del concepto de fondos de identidad propuesto por Esteban-Guitart (2016), el cual examino a continuación.

Fondos de identidad

La presentación más completa de la noción de fondos de identidad es la de Esteban-Guitart en 2016. Sin embargo, la misma fue adelantada en 2014 por Esteban-Guitart y Moll (2014ab). En dos artículos publicados declaran que el concepto de fondos de identidad se desarrolla a partir del concepto de fondos de conocimiento y se discuten investigaciones sobre ambos que se caracterizan por aproximaciones principalmente cualitativas en su metodológicas. Muchas de las estrategias de investigación utilizadas sincronizan con la propuesta de epistemología cualitativa propuesta por González Rey (2007) para el estudio de la subjetividad. Esto no es de extrañar pues ambos conceptos dialogan desde su fundamentación teórica y metodológica (Rodríguez Arocho, en imprenta). Generalmente utilizan estrategias que implican diálogo y actividades creativas donde la imaginación y la fantasía tienen un espacio que facilita la comunicación entre estudiantes, docentes e investigadores en la negociación de significados y la construcción de conocimiento.

El concepto de fondos de conocimiento hizo posible visibilizar y valorar los artefactos culturales producidos y utilizados en hogares y comunidades. Esto le otorga un lugar central a la cultura vivida atravesada por vivencias y reclama su consideración como dimensiones que pueden y deben integrarse a la experiencia escolar para hacerla más pertinente y significativa, para atribuirle sentido. Desde ese punto de partida el concepto de fondos de identidad se orienta a explicar cómo ocurre ese proceso mediante el cual los sujetos le otorgan sentido a esas vivencias para definirse, expresarse y comprenderse. Al definir el concepto, Esteban Guitart y Moll, (2014a) enuncian: “Utilizamos el término fondos de identidad para referirnos a los recursos

históricamente acumulados, desarrollados culturalmente y socialmente distribuidos que son esenciales para la autodefinition, autoexpresión y autocomprensión de una persona” (p.31).

Para entender y explicar la identidad es necesario conocer las condiciones históricas, sociales y culturales en que se configura y cómo son vividas por el sujeto. En otras palabras, hay que enfocar a los sujetos del aprendizaje y las formas de subjetivación que se dan en la escuela pero que la trascienden. Esta forma de abordar el problema presupone que la identidad, independientemente de su pluralidad de definiciones (Esteban-Guitart & Moll, 2014a) no es una entidad metafísica. La identidad, como la subjetividad y la conciencia, no son fenómenos comprensibles al margen de las acciones que realizan los sujetos, de su historia-cultural, de sus interacciones sociales y de las redes simbólico-emocionales que emergen y se configuran en el curso del desarrollo humano. En el diálogo entre estos conceptos aparece la centralidad de la idea de Vygotski de la unidad sujeto-ambiente, la situación social del desarrollo y experiencia emocional atribuida de sentido subjetivo. Estos conceptos son inclusivos y se inscriben en una visión dialéctica, compleja y sistémica en la que Vygotski trabajaba hacia el final de su vida.

En su elaboración conceptual Esteban Guitart y Moll (2014ab) plantean que los fondos de conocimiento consisten en objetos y relaciones en la cultura vivida que se transforman en fondos de identidad cuando los sujetos se apropian de ellos y los integran a su sistema psicológico. La construcción del concepto de fondos de identidad descansa en análisis crítico de resultados de investigaciones. En ese proceso se notó que, pese a que se identificaban fondos de conocimiento en los hogares y se incorporaban a las lecciones escolares concretas, ello no siempre resultaba en la atribución de significado y sentido a la experiencia de aprendizaje o en una mejoría en la situación escolar (Esteban-Guitart & Saubich, 2013). Para que el aprendizaje fuera significativo y tuviera sentido debía darse una apropiación de los fondos de conocimiento por parte del sujeto y su transformación en fondos de identidad. Estos fondos, de origen social y cultural, son una expresión del sentido subjetivo que se elabora desde experiencias previas y en la propia situación de aprendizaje. En este sentido, demuestran la unidad entre afecto y cognición antes examinada.

El programa de investigación desarrollado por Esteban Guitart y colegas les ha permitido la identificación de intereses, experiencias y conocimientos integrados en la forma en que una persona se refiere a sí misma. Esto les ha llevado a la conclusión de que hay una variedad de fondos de identidad, entre los que se mencionan fondos geográficos, fondos culturales, fondos

sociales, fondos institucionales y prácticas de identidad. Cada uno de estos fondos exige poner en movimiento fondos de conocimiento, pero sólo cuando son significados y expresados como señas identitarias que pasan a ser fondos de identidad. Estas formas de identidad ponen de manifiesto, una vez más, la importancia de la situación social del desarrollo y las vivencias que viabiliza.

En síntesis, la recuperación de temas ignorados o minimizados en las interpretaciones originales y dominantes de la obra de Vygotski ha viabilizado reflexiones teóricas que enfatizan y amplifican su idea de que la educación juega un rol fundamental en la constitución de la psique. La relación entre educación y desarrollo psicológico se complejiza cuando se la entiende como una dinámica compleja entre prácticas institucionales asociadas con ideales, valores, intereses y formas de organización socioeconómica y política de una determinada sociedad y entre prácticas concretas en las aulas que dan forma a los actos de enseñar y aprender. Esa relación presenta tensiones, posibilidades de ruptura, retos y oportunidades a la práctica educativa interesada en potenciar las capacidades reflexivas y creativas de los sujetos en las aulas. Los fondos de conocimiento y aprendizaje son conceptos desarrollados desde esta perspectiva y representan un aporte importante a los enfoques socioculturales en educación.

Implicaciones para práctica educativa

Vygotski elaboró poco el tema de la personalidad y no trabajó los conceptos de subjetividad e identidad. Sin embargo, el conjunto de herramientas representado en los temas contemporáneos examinados en este trabajo ha promovido reflexiones críticas sobre su aplicación a la educación y propiciado la elaboración de nuevos conceptos. Esto tiene obvias implicaciones para la educación. Por un lado, implica prestar atención en las prácticas docentes y en la investigación educativa a aspectos desatendidos por largo tiempo en las instituciones escolares. Por otro lado, implica reenfocar la formación docente para que la atención prestada contribuya positivamente al desarrollo humano. Esa formación debe trascender la orientación a la enseñanza de teorías psicológicas con aplicaciones a los procesos de enseñanza y aprendizaje y al dominio estrategias didácticas cuya efectividad se ponderará en las pruebas de aprovechamiento académico a alumnos y evaluaciones de ejecutoria al personal docente. Debe orientarse a tomar conciencia del alcance de la educación (formal e informal) en la formación de la subjetividad, la identidad y la conciencia. Esta cita de Vygotski resalta la importancia

del rol de la educación en esos procesos formativos.

...Cuando en realidad la educación, entendida en el más amplio sentido de la palabra, debe ser el eje fundamental alrededor del cual se estructura todo el desarrollo de la personalidad del niño. Una línea dada de desarrollo debe ser entendida como la consecuencia lógica necesaria de una línea de educación. (Vygotski, 1931/1997, p.325).

Las implicaciones educativas de la consideración de las emociones, la afectividad, la subjetividad, las situaciones sociales de desarrollo, la atribución de sentido a las experiencias de aprendizaje vividas en ambientes familiares, escolares y comunitario conminan a una aproximación compleja al sujeto que aprende y los contextos donde lo hace. Estas implicaciones derivan de la exposición que antecede. Dar consideración a los aspectos mencionados exige dejar de ver la escuela meramente como un sistema orientado a la comprensión y reproducción de contenidos disciplinares y formas lineales de pensarlos o un espacio de interacciones sin trascendencia. Exigen introducir en la actividad didáctica experiencias que viabilicen la elaboración de sentidos subjetivos mediante el diálogo, el debate, comunicación de actividades creativas en intercambios que promuevan la expresión de las diferencias y faciliten la comprensión de la diversidad (González Rey, 2009). Esto lleva a una concepción dialógica de la pedagogía (Daniels, 2014).

La consideración de la situación social de desarrollo y las vivencias es central a la motivación y generación de intereses y procesos de aprendizaje significativos y pertinentes a la vida del sujeto. Es en espacios relacionales caracterizados por intercambios dialógico donde se fomenta la participación y la expresión del pensamiento divergente. Las experiencias de aprendizaje deben permitir a cada sujeto la oportunidad de articular sus ideas y emociones y relacionarlas con las de otros. El desarrollo de funciones cognitivas complejas y procesos lógicos no pueden escindirse de la atribución de sentidos subjetivos pues conforman una unidad. Pese a ello, la educación tradicional sigue operando con reglas que perpetúan esa dicotomía y esas reglas se perpetúan en los programas de formación docente. Más aún, como ha señalado Baquero (2007), algunos enfoques contestatarios a las formas tradicionales, como los modelos constructivistas, continuaron en la práctica el énfasis en procesos individuales aun cuando se realicen actividades en grupos y se hable de aprendizaje colaborativo. A su juicio, estos enfoques “han soslayado o soslayan el análisis de la eficacia de contextos de actividad y sus características particulares en la generación de modos específicos de actividad” (p. 87).

Las intervenciones e investigaciones desarrolladas a partir de los fondos de conocimiento y los fondos de identidad se orientan explícitamente a integrar los contextos de actividad y sus características específicas en la actividad educativa. Los modos de actividad que propicia buscan la implicación activa del sujeto y su cultura vivida en los procesos de aprendizaje para hacerlos significativos. Se ha logrado documentar que al utilizar la variedad de fondos de conocimiento que los estudiantes llevan consigo a las aulas, se validan e incorporan sus identidades en las prácticas escolares. Como la conciencia y la subjetividad, la identidad se construye en interacciones entre el sujeto y el medio histórico, social y cultural en que se desarrolla. Tiene una dimensión individual y una dimensión social que conforman una unidad dentro de la situación en que se manifiestan. Estaban-Guitart y Moll (2014ab) han documentado múltiples cómo ese proceso se observa en las aulas.

Desde la perspectiva histórico-cultural, tanto las actividades de enseñanza e investigación educativas como las de formación docente asumen modelos complejidad para lidiar con las exigencias que las actuales condiciones históricas, sociales y culturales imponen. Las instituciones educativas, desde las que se ocupan de la formación preescolar hasta las que se ocupan de formación a nivel post-doctoral, responden a las sociedades que las albergan y se expresan en relaciones y prácticas sociales concretas. No obstante, hay variaciones en las respuestas. Aunque la mayor parte de ellas van orientadas a la reproducción del sistema social que las origina son impactadas por condiciones histórico-culturales que crean disidencia, resistencias y transformaciones. Algunas de esas transformaciones requieren tiempo y acciones concertadas. Los nuevos desarrollos en el enfoque histórico-cultural pueden servir como herramienta de trabajo hacia la transformación de prácticas educativas. Propongo que el esfuerzo puede intensificarse con herramientas de otras perspectivas afines como la pedagogía crítica (Rodríguez Arocho, 2019) y la psicología crítica (Fleer, González Rey y Jones, en imprenta).

Al discutir algunas implicaciones educativas de la consideración de la subjetividad, González Rey (2016) precisa algunos asuntos que dialogan constructivamente con el reclamo de Baquero (2001) de enfrentar el problema de la sospecha de la educabilidad de sujetos provenientes de sectores marginalizados y con el reclamo de Esteban-Guitart y Moll (2014ab) de potenciar las fortalezas que existen en la diversidad cultural y étnica de los sujetos en contextos escolares. Según González Rey (2016):

Los procesos educativos de toda institución orientada a la emergencia del individuo como sujeto implican procesos participativos donde los individuos sientan que tienen un espacio social en cual son respetados y apreciados por otros, condición esencial para continuamente generar ante ellos nuevos desafíos que le permitan su desarrollo. Sólo en estas condiciones las diferentes acciones intencionales pueden ser potencialmente efectivas (p. 265).

Muchos documentos de política educativa expresan como ideal la formación de un individuo integral, es decir, que exprese un balance entre lo cognitivo y lo afectivo, entre su desarrollo personal y su desarrollo social. Con frecuencia se habla de un individuo autónomo capaz de tomar decisiones independientes y ejercer libre albedrío. No obstante, muchas de las prácticas educativas representan lo que Paulo Freire identificó como educación bancaria, repetitiva y reproductiva (Rodríguez Arocho, 2019). El formato sigue siendo uno de subordinación a la autoridad del saber dominante en el momento. El formato escolar en el que ese saber se transmite comienza por dejar fuera de las aulas a personas principalmente pertenecientes a grupos que han sido desposeídos de poder y marginalizados y al expulsar de ellas a quienes lo confrontan de diversas maneras.

La incorporación de los temas contemporáneos del enfoque histórico-cultural en la formación docente es un reto cuya superación demanda un paradigma de complejidad que considere el análisis por unidades en lugar del análisis por elementos (Rodríguez Arocho, 2011). En el análisis por unidades no puede separarse el entramado histórico, cultural y social de las actividades que ocurren en las instituciones educativas. Tampoco pueden entenderse aisladamente los componentes del sistema escolar como se hace cuando se atribuye el fracaso escolar a la motivación y limitaciones del estudiante para aprender o al conocimiento y las destrezas del docente para enseñar. La escuela consiste en un conjunto o entramado de relaciones interpersonales situadas y atravesadas por imaginarios sociales, discursos y prácticas la cultura dominante y variadas expresiones de resistencia o cuestionamiento a esa dominación que, muchas veces, busca invalidar la cultura vivida fuera de las aulas.

La formación docente debe trascender los modelos orientados a proveer información y datos concernientes a los saberes disciplinados y el desarrollo de destrezas técnicas asociadas a la didáctica para abarcar, desde una perspectiva reflexiva y crítica, el sujeto y su situación social de desarrollo (Rodríguez Arocho, 2012). Esto implica reconocer variabilidad en los procesos de enseñanza y aprendizaje que, para ser significativos, deben ser significados y

atribuidos de sentido subjetivo por estudiantes, docentes y otros miembros de la comunidad escolar. La tarea no es fácil pero los desarrollos actuales en el enfoque histórico-cultural ofrecen algunas herramientas para realizarla.

Conclusión

Los retos que enfrenta la educación contemporánea en tiempos de grandes transformaciones históricas, sociales y culturales son monumentales por su complejidad. En la pasada década una revolución revisionista ha hecho posible la recuperación de aspectos ignorados o minimizados en las interpretaciones dominantes del legado de Vygotski. Este fenómeno, sumado a exámenes críticos de los procesos de producción y uso de conocimiento científico en algunos sectores de la academia internacional, ha generado algunas producciones que pueden servir de herramientas para asumir los retos. Las reflexiones críticas para profundizar en el análisis de los enfoques socioculturales y adelantar su desarrollo y la elaboración de nuevos conceptos que están generando intervenciones e investigaciones guardan la promesa de vencer algunos de los problemas examinados. Temas antes desatendidos como las emociones, la situación social de desarrollo, las vivencias, la subjetividad y la conciencia cobran importancia y sirven como herramientas para el desarrollo de abordajes teóricos y metodológicos más a tono con una perspectiva compleja a todas las dimensiones de la educación como quehacer humano.

Referencias

- Ageyev, V. S. (2003). Vygotsky in the mirror. En Kozulin, A., Gindis, B., Ageyev, V.S. y S. M. Miller, (Eds.), *Vygotsky's educational theory in cultural context* (pp. 432-449). Cambridge University Press. <https://doi.org/10.1017/CBO9780511840975>
- Álvarez, A. (Ed.). (1997). *Hacia un currículum cultural: la vigencia de Vygotski en la escuela*. Fundación Infancia y Aprendizaje.
- Álvarez, A. y del Río, P. (2007). Una introducción a las dos psicologías de Vygotski. En P. del Río y A. Álvarez (Eds.). *Escritos sobre arte y educación creativa de L.S. Vygotski* (pp. 7-20). Fundación Infancia y Aprendizaje.
- Bakhurst, D. (2007). Vygotsky's demons. In H. Daniels, M. Cole y J.V Werstch (Eds.), *The Cambridge companion to Vygotsky* (pp.50-76). Cambridge University Press. <https://doi.org/10.1017/CCOL0521831040>
- Baquero, R. (2001). La educabilidad bajo sospecha. Cuadernos de Pedagogía Rosario, 4(9), 71-85.
- Baquero, R. (2003). La educabilidad como problema político: Una mirada desde la psicología educacional. Documento de Trabajo No. 9. <http://hdl.handle.net/10908/772>

- Baquero, R. (2006). *Sujetos y aprendizaje*. Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología.
- Baquero, R. (2009). Zona de desarrollo próximo, sujeto y situación: El problema de las unidades de análisis en la psicología educativa. *Actualidades Investigativas en Educación*, 9 (Número especial), 1-25. DOI [10.15517/AIE.V9I4.9514](https://doi.org/10.15517/AIE.V9I4.9514)
- Baquero, R. (2017). Desarrollo subjetivo, prácticas educativas y prácticas escolares. *Obutchénie*, 1(2), 291-309. DOI: <http://dx.doi.org/10.14393/OBv1n2a2017-3>
- Blanck, G. (2001). Prefacio. *L.S. Vygotski, Psicología pedagógica: un curso breve*. Aique.
- Chaklin, Seth (2003). The zone of proximal development in Vygotsky's analysis of learning and instruction. En A. Kozulin, B. Gindis, V.S. Agueyev y S.M. Miller (Eds.). *Vygotsky's educational theory in cultural context* (pp. 39-64). Cambridge University Press. <https://doi.org/10.1017/CBO9780511840975.004>
- Dafermos, M. (2016). Critical reflection on the reception of Vygotsky's theory in the international academic community. *Cultural-Historical Psychology*, 12(3), 27-43. <https://doi.org/10.17759/chp.2016120303>
- Dafermos, M. (2018). *Rethinking cultural-historical psychology: a dialectical perspective to Vygotsky*. Springer. DOI [10.1007/978-981-13-0191-9](https://doi.org/10.1007/978-981-13-0191-9)
- Daniels, H. (Ed.) (1993). *Charting the agenda: educational activity after Vygotsky*. Routledge. DOI: [10.1207/s15327884mca0401_9](https://doi.org/10.1207/s15327884mca0401_9)
- Daniels, H. (2001). *Vygotsky and pedagogy*. Routledge.
- Daniels, H. (2014) Vygotsky and dialectical pedagogy. *Cultural-Historical Psychology*, 10(3), 19-29.
- del Río, P. y Álvarez, A. (2007). La psicología del arte en la psicología de Vygotski. En P. del Río y A. Álvarez (Eds). *L.S Vygotski. La tragedia de Hamlet. Psicología del arte* (p. 7-38). Fundación Infancia y Aprendizaje.
- Elhammoumi, M. (2001). Lost—Or merely domesticated? The boom in socio-historicocultural theory emphasizes some concepts, overlooks others. En S. Chaklin (Ed.), *The theory and practice of cultural-historical psychology* (pp. 200-217). Arhaus University Press.
- Esteban-Guitart, M. y Moll, L. (2014a). Funds of Identity: A new concept based on the funds of knowledge approach. *Culture and Psychology*, 20 (1), 31-48. DOI: [10.1177/1354067X13515934](https://doi.org/10.1177/1354067X13515934)
- Esteban-Guitart, M. y Moll, L. (2014b). Live experience, funds of identity and education. *Culture and Psychology*, 20 (1), 31-48. DOI: [10.1177/1354067X13515940](https://doi.org/10.1177/1354067X13515940)
- Esteban-Guitart, M. (2016). *Funds of identity: Connecting meaningful learning experiences in and out of school (Learning in doing social, cognitive and computational perspectives)*. Cambridge University Press. DOI: [10.1017/CBO9781316544884](https://doi.org/10.1017/CBO9781316544884)
- Fleer, M., González Rey, F. & Veresov, N. (Eds.) (2017). *Perezhivanie, emotions and subjectivity: Advancing Vygotsky's legacy*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-981-10-4534-9>

- Fleer, M., González Rey, F. y Jones, P. (en imprenta). *Cultural-Historical and critical psychology: Common grounds, divergences and future pathways*. Springer.
- García, L. N. (2019). On Vygotsky's international celebration, or how to critically appropriate authors from the past. En A. Yasnitsky (Ed.), *Questioning Vygotsky's legacy* (pp. 161-183). New York, NY: Routledge.
- González Rey, F. L. (2002). *Sujeto y subjetividad: Una aproximación histórico-cultural*. Thompson.
- González Rey, F. (2007). *Investigación cualitativa y subjetividad*. McGraw Hill
- González Rey, F.L (2009). Epistemología y ontología: Un debate necesario para la psicología de hoy. *Diversitas: Perspectivas en Psicología*, 5(2), 205-224.
- González Rey, F. L. (2011a). *El pensamiento de Vygotsky: contradicciones, desdoblamientos y desarrollos*. Trillas. DOI: [10.18774/448x.2016.13.278](https://doi.org/10.18774/448x.2016.13.278)
- González Rey, F. L (2011b). The path to subjectivity: Advancing alternative understanding of Vygotsky and the cultural-historical legacy. En P. Portes y S. Salas (Eds.), *Vygotsky in the 21st century society: Advances in cultural-historical theory and praxis with non-dominant communities* 9PP. 32-49). Peter Lang.
- González Rey, F.L. (2016). Psicología en la educación: Implicaciones de la subjetividad en una perspectiva cultural-histórica. *Revista Puertorriqueña de Psicología*, 27 (2), 260-274.
- González Rey, F. L. (2017). Advances in subjectivity from a cultural-historical perspective: Unfolding and consequences for cultural studies today. En M. Fleer, F.L. González Rey y N. Veresov (Eds.). *Perezhivanie, emotions and subjectivity: Advancing Vygotsky's legacy* (pp. 173-193). Springer. DOI: [10.1007/978-981-10-4534-9_9](https://doi.org/10.1007/978-981-10-4534-9_9)
- González Rey, F.L. (2019a): Fifty years after L. I. Bozhovich's personality and its formation in childhood: recovering her legacy and her historical role. *Mind, Culture, and Activity*, 26(2), 108-120. DOI: [10.1080/10749039.2019.1616210](https://doi.org/10.1080/10749039.2019.1616210)
- González Rey, F. L. (2019). Subjectivity as a new theoretical, epistemological, and methodological pathway within cultural-historical psychology. En F. L. González Rey, A. Mitjans Martínez y D. Magalhães Goulart (Eds.), *Subjectivity within the cultural-historical approach* (pp.21-36). Springer. DOI:https://doi.org/10.1007/978-981-13-3155-8_2
- González, N., Moll, L. y Amanti, C. (2005). *Funds of knowledge: Theorizing practices in households, communities and classrooms*. Lawrence Erlbaum Associates Publishers.
- González Rey, F.L y Mitjans Martínez, A. (2016). *Perezhivanie*: Advancing in its implications for the cultural-historical approach. *International Research in Early Childhood Education*, 7(1), 142-160. <https://doi.org/10.4225/03/5810026e807e2>
- González Rey, F. L. y Mitjans Martínez, A. (2019). The constructive-interpretative methodological approach: Orienting research and practice on the basis of subjectivity. En F. L. González Rey, A. Mitjans Martínez y D. Magalhães Goulart (Eds.), *Subjectivity within the cultural-historical approach* (pp.37-60). Springer. https://doi.org/10.1007/978-981-13-3155-8_3

- González Rey, F.L., Mitjans Martínez, A. & Magalhães Goulart, D. (Eds.) (2019). *Subjectivity within the cultural-historical approach*. Springer. DOI: [10.1007/978-981-13-3155-8_1](https://doi.org/10.1007/978-981-13-3155-8_1)
- Karpov, Y. V. (2014). *Vygotsky for educators*. Cambridge University Press. <https://doi.org/10.1017/CBO9781107588318>
- Kozulin, A. (1998). *Psychological tools*. Harvard University Press.
- Kozulin, A. Gindis, B., Ageyev, V.S. y Miller, S.M. (Eds.). *Vygotsky's educational theory in cultural context*. Cambridge University Press. <https://doi.org/10.1017/CBO9780511840975>
- Matusov, E. (2008). Applying sociocultural approach to Vygotskian academia: Our tzar it is not like yours and yours isn't like ours. *Culture and Psychology*, 14(1): 5-35. DOI: [10.1177/1354067X07085808](https://doi.org/10.1177/1354067X07085808)
- Mok, N. (2017). On the concept of perezhivanie: A quest for a critical review. En M. Fleer, F.L. González Rey y N. Veresov (Eds.), *Perezhivanie, emotions and subjectivity: Advancing Vygotsky's legacy* (pp. 19-46). Springer.
- Moll, L. (Ed.) (1990). *Vygotsky and education: Instructional implications and applications of sociohistorical psychology*. Cambridge University Press. <https://doi.org/10.1017/CBO9781139173674>
- Moll, L. (1997), Vygotski, la educación y la cultura en acción. En A. Álvarez (Ed.), *Hacia un currículum cultural: La vivencia de Vygotski en la escuela* (pp. 39-53). Fundación Infancia y Aprendizaje.
- Moll, L. (2011). Only life educates: Immigrant families, the cultivation of biliteracy and the mobility of knowledge. En P. Portes & S. Salas (Eds.), *Vygotsky in the 21st century society: Advances in cultural-historical theory and praxis with non-dominant communities* (pp. 152-161). Peter Lang.
- Moll, L. (2014). *L.S. Vygotsky and education*. Taylor and Francis. DOI: [10.4324/9780203156773](https://doi.org/10.4324/9780203156773)
- Rivière, A. (1984). *La psicología de Vygotski*. Aprendizaje Visor. DOI: [10.1080/02103702.1984.10822043](https://doi.org/10.1080/02103702.1984.10822043)
- Rodríguez Arocho, W. C. (2000). Una aproximación histórico cultural a la revolución cognoscitiva de cara al nuevo milenio. *Educare*, (8), 22-20.
- Rodríguez Arocho, W. C. (2010). Los conceptos de vivencia y situación social del desarrollo: Reflexión en torno a su lugar en el modelo teórico de Lev. S. Vygotski. En S. Aburto Morales & C. Meza Peña (Eds.), *Tutoría para el Desarrollo Humano: Enfoques* (pp. 73-92). Universidad de Nuevo León.
- Rodríguez Arocho, W. C. (2011). El enfoque histórico-cultural como marco conceptual para la investigación educativa. *Paradigma*, 30(1), pp. 33-62.
- Rodríguez Arocho, W. C. (2012). La formación docente: Su resignificación desde el enfoque histórico-cultural. *Pedagogía*, 46(1), 9-18.

- Rodríguez Arocho, W. C. (2013). El lugar de la afectividad en la psicología de Vygotski: Reflexividad histórica y reivindicación. *Propósitos y Representaciones*, 1(2), 105-129.
- Rodríguez Arocho, W. C. (2015). Reflexividad histórica, problematización e indagación dialógica como herramientas para repensar el concepto vygotkiano de zona de desarrollo próximo. *Revista Puertorriqueña de Psicología*, 26(1), 10-24.
- Rodríguez Arocho, W. C. (2018). Tecnologías de la información y la comunicación: Nuevas configuraciones mentales y sus implicaciones para la educación. *Revista de Psicología*, 27(1), 1-12. Recuperado de <https://revistapsicologia.uchile.cl/index.php/RDP/article/view/50751>
- [Vélez-Ibañez, C.G. y Greenberg, J. B. \(1992\). The formation and transformation of funds of knowledge. *Anthropology and Education Quarterly*, 23 \(4\), 313-335.](#)
- Veresov, N. (1999). *Undiscovered Vygotsky*. Peter Lang.
- Veresov, N. (2017) The concept of perezhivanie in cultural-historical theory: content and contexts. [En M. Fleer, F.L. González Rey y N. Veresov \(Eds.\). *Perezhivanie, emotions and subjectivity: Advancing Vygotsky's legacy* \(pp. 47-70\). Springer.](#)
- Vygotski, L.S. (1925/1991). La conciencia como problema en la psicología del comportamiento. *En L. S. Vygotski Obras Escogidas, Tomo I* (pp. 39-60). Madrid: Aprendizaje Visor.
- Vygotski, L. S. (1926/2001). *L.S. Vygotski, Psicología pedagógica: un curso breve*. Aique.
- Vygotski, L. S. (1927/1991). El significado histórico de la crisis de la psicología. *En L. S. Vygotski: Obras Escogidas, Tomo I* (pp. 275-413). Madrid: Aprendizaje Visor.
- Vygotski, L.S. (1931/1995). Historia del desarrollo de las funciones psíquicas superiores. *En L. S. Vygotski Obras Escogidas, Tomo III* (pp. 11-340). Madrid: Aprendizaje Visor.
- Vygotski, L. S. (1932/1996). El problema de la edad. *En L. S. Vygotski: Obras Escogidas, Tomo IV*. (pp. 251-273). Madrid: Aprendizaje Visor.
- Vygotski, L. S. (1933/1996). La crisis de los siete años. *En L. S. Vygotski: Obras Escogidas, Tomo IV*. (pp.377-412). Madrid. Aprendizaje Visor.
- Vygotski, L.S. (1934/1993). *Pensamiento y lenguaje*. *En Lev S. Vygotsky: Obras Escogidas, Tomo II*, (pp. 9-348). Madrid. Aprendizaje Visor.
- Vygotski, L.S. (1935a/2001). Aprendizaje y desarrollo intelectual en la edad escolar. *En M. Cecchini (Ed.), Luria, Leontiev, Vygotsky: Psicología y pedagogía* (pp.23-39). Akal.
- Vygotski, L. S. (1935b/2004). *Teoría de las emociones: Estudio histórico-psicológico*. Akal.
- Vygotski, L. S. (1935c/1994). The problem of the environment. *En R. Van der Veer y J. Valsiner (Eds.), The Vygotsky reader* (pp.338-354). Blackwell.
- Yasnitsky, A. (2010) Guest Editor's Introduction. *Journal of Russian & East European Psychology*, 48:1, 3-13 [DOI: 10.2753/RPO1061-0405480100](#)
- Yasnitsky, A. & Van der Veer, R. (Eds.) (2016). *Revisionist revolution in Vygotsky studies*. Routledge. [DOI:10.4324/9781315714240](#)

- Zavershneva, E. (2010a). The Vygotsky family archive: New findings. Notebooks, notes and scientific journal of L.S. Vygotsky (1912-1934). *Journal of Russian and East European Psychology*, 48(1), 34-60. DOI: [10.2753/RPO1061-0405480102](https://doi.org/10.2753/RPO1061-0405480102)
- Zavershneva, E. (2010b). The way to freedom. *Journal of Russian and East European Psychology*, 48(1), 61-90. DOI: [10.2753/RPO1061-0405480103](https://doi.org/10.2753/RPO1061-0405480103)
- Zavershneva, E. & Van der Veer, R. (Eds.) (2018). *Vygotsky's notebooks: a selection*. Springer.

Pesquisa Fenomenológica em Educação: Possibilidades e desafios

Maria Aparecida Viggiani Bicudo

mariabicudo@gmail.com

<https://orcid.org/0000-0002-3533-169X>

Universidade Estadual Paulista – UNESP, Câmpus de Rio Claro
São Paulo, Brasil.

Recibido: 17/05/2020 **Aceptado:** 19/05/2020:

Resumen:

Este texto se configura más como un ensayo en relación con un tema, que como un artículo científico académico. En él son tratadas dos cuestiones de fondo relativas a la investigación fenomenológica en educación, destacándose la propia fenomenología, la educación y la investigación. De la fenomenología, se exponen comprensiones acerca de los siguientes asuntos: lo dado, la subjetividad, la intersubjetividad, y la objetividad, que son temas que se entrelazan cuando se busca comprender la educación y la investigación desde el abordaje fenomenológico. Además, también fue explicitado el entendimiento de la educación que subyace en sus procedimientos de pesquisa. Entre éstos se destaca la importancia de la descripción y los posibles modos de registrarla y analizarla.

Palabras clave: Fenomenología, Educación, Investigación.

Pesquisa fenomenológica em educação: possibilidades e desafios

Resumo

Este texto se configura mais como um ensaio a respeito do tema, do que como um artigo científico-acadêmico. Trata das questões de fundo que envolvem a pesquisa fenomenológica em educação, destacando a própria fenomenologia, a educação e a pesquisa. Da fenomenologia, expõe compreensões sobre o dado, percepção, subjetividade, intersubjetividade, objetividade temas que se entrelaçam quando se busca compreender educação e pesquisa nessa abordagem. Foi explicitado o entendimento de educação que subjaz os procedimentos de pesquisa. Sobre estes foi destacada a importância da descrição e modos possíveis de registrá-la e de analisá-la.

Palavras-chave: Fenomenologia, Educação, Pesquisa.

Phenomenological research in education: possibilities and challenges

Abstract.

This text is configured more as an essay on the theme, than as a scientific-academic article. It deals with important issues involving phenomenological research in education, highlighting phenomenology itself, education and research. From phenomenology, understandings on givenness, perception, subjectivity, intersubjectivity, objectivity are exposed. These are themes that intertwine with those of education and research assumed in this approach. The understanding of education that underlies research procedures was made explicit. Regarding these, the importance of description and possible ways of recording and analysing it were highlighted.

Key-words: phenomenology; education; research.

Introdução

É importante afirmar que a fenomenologia tratada neste artigo, já, no início, diz respeito à fenomenologia husserliana, introduzida por Edmund Husserl (1859 – 1938), avançando com seus discípulos e seguidores. Portanto, ao mencionar fenomenologia e pesquisa fenomenológica estarei referindo-me a essa corrente filosófica. Importante, também explicitar que este texto se configura mais como um ensaio a respeito do tema, sugerido pelo editor da Revista, do que como um artigo científico-acadêmico.

A pesquisa fenomenológica em educação abrange um amplo leque de temas importantes para sua compreensão. Destacarei dois deles que convergem para o título do artigo: Fenomenologia e Educação e, em seguida, trabalharei a questão da Pesquisa.

FENOMENOLOGIA

A fenomenologia husserliana busca compreender sempre o modo pelo qual o conhecimento do mundo é constituído. Não se trata de explicitar a constituição do mundo, mas tão somente do conhecimento que nós, seres humanos, produzimos ao habitá-lo. É entendida como uma corrente filosófica. Como tal, seu modo de proceder é filosófico, estando voltada para os assuntos recorrentes à filosofia ocidental desde seu nascimento, na Grécia, no século VIII a.C. Busca investigar o real e a realidade; o conhecimento da “verdade”, o valor e, ao caminhar por essas investigações, levanta o questionamento maior: quem é esse ser que pergunta pelo real, pela verdade, pelo valor, por si mesmo; portanto, quem é o homem? Nesses vinte e oito séculos de história, muitos pensadores e respectivas escolas focaram essas perguntas e as responderam diferentemente.

Nasce com Edmund Husserl, matemático que, desde o início, põe-se a interrogar sobre o objeto matemático e o modo de seu conhecimento ser constituído e produzido, passando a galgar *status* de realidade objetiva que perdura histórica e culturalmente atravessando épocas. Esse autor escreve o seu trabalho de doutorado em 1887, denominado “Sobre o conceito de número” (*Über den Begriff der Zahl*), cujos estudos embasam sua primeira obra importante, *Filosofia da Aritmética, datada de 1891 (Philosophie der Arithmetik)*. Nesse trabalho, está preocupado com a origem da aritmética, já entendendo “origem”² como o

² A origem se presentifica, nessa obra, como um estar lá original, que emerge no ato intuitivo confiado à subjetividade de um sujeito.

momento primeiro de sua constituição na subjetividade do sujeito e não, por exemplo, como uma origem cronológica que encadearia fatos históricos. Entretanto, as argumentações que tece, nessa investigação, são de natureza psicológica, seguindo os ensinamentos de Franz Brentano, seu professor de psicologia e de filosofia, que já trabalha a intencionalidade da consciência.

Matematicamente, foi orientado por Karl Weierstrass, importante matemático alemão, que ensina na Universidade de Berlim. Esse seu trabalho foi muito criticado pelos matemáticos, em decorrência de ele colocar, na psicologia, as explicações para os fundamentos da lógica. Essas críticas pesaram e ele avançou com sua interrogação pelo caminho de restaurar a "lógica pura" e conferir rigor à filosofia fenomenológica. Nos anos de 1900/1, publica o primeiro volume de "Investigações Lógicas", sob o título de "Prolegomena". Nessa obra, ele lança sua crítica ao psicologismo e ao historicismo, tomando-os no âmbito da ciência factual, bem como já vai tecendo suas críticas à ciência positivista, que é imperante nos meios científicos e acadêmicos da época. Essas críticas e os modos de respondê-las habitam o mote propulsor de suas investigações ao longo de sua vida. Eu, particularmente, encontro no livro "Crise das ciências europeias contemporâneas" (2008) e no apêndice desse livro, "A origem da Geometria" (2008), a articulação do seu pensar a respeito dessas críticas e a explicitação do modo pelo qual entende a realidade do Mundo-Vida (*Lebenswelt*), a psicologia e a história.

De 1887 a 1938, dedica-se a pensar sobre a "exatidão" das ciências exatas e sua produção que tem como solo o Mundo-Vida (*Lebenswelt*), ou seja, a realidade mundana e que não advém da criação de uma consciência fechada em si ou de um mundo outro que não esse humano, como é o caso do mundo das Ideias platônicas. Implícito ao seu pensar questionador, está sua crítica ao positivismo. Porém, a investigação que realiza não é linear, mas adentra por meandros e atalhos que conduzem a pensamentos cada vez mais entrelaçados uns nos outros, cuja clareza não se faz de imediato e, quando se faz, tende a se obscurecer em seguida.

De modo que pretendo seja didático, trarei um esquema da complexidade de suas investigações que, ao longo de sua vida acadêmica, também contaram com a presença de muitos

alunos como Martin Heidegger³ e Edith Stein⁴.

Husserl busca saber da constituição do objeto matemático e do modo pelo qual esse objeto permanece inteligível em sua objetualidade ao longo da história de povos e culturas. Se ele critica a filosofia positivista, então não busca uma verdade (teórica, por exemplo) para embasar suas articulações. É conhecida a afirmação de Husserl “ir às coisas, elas mesmas”, sem intermediação de conceitos que digam o que são. Então, de onde partir? Há o dado. No caso aqui considerado, o objeto matemático, tomado como “a coisa ela mesma, a ser compreendida”. Como dele (objeto matemático) compreender sua constituição? Foi preciso adentrar por questões sobre o dado e como isso, o dado, é dado; é dado a quem e como é dado; o dado, em si, é o real? É a verdade? Como compreender “verdade”?

Note-se que, ao começarmos a puxar os fios, entrelaçados no tecido em que o “dado” (aqui tomado como um exemplo) está tecido, outras questões vão se pondo. E ele não se negou a enfrentá-las. Inclusive, desde as Investigações Lógicas, coloca sob seu olhar indagador o próprio método de investigar. De maneira um tanto ingênua, ouve-se falar em método fenomenológico, como se fosse um método que definisse como proceder, seguindo o exemplo do método positivista. Mas o método fenomenológico foi motivo de constantes retomadas pelo próprio Husserl, cujo modo de ser sempre descontente com o já clareado, via ali regiões obscuras. Portanto, não há um método fenomenológico, mas há procedimentos pautados na filosofia fenomenológica explicitada, enquanto uma atitude assumida como um modo de ser e de pesquisar.

Desse modo, nos trabalhos de Husserl, há sempre a “démarche” da descrição do compreendido e questionamentos sobre o método.

A seguir, destacarei os temas, iniciando por um e puxando com ele o fio da teia dessa complexidade.

³ **Martin Heidegger** ([Meßkirch](#), 26 de setembro de 1889 – [Friburgo em Brisgóvia](#), 26 de maio de 1976) foi um [filósofo](#), [escritor](#), [professor universitário](#) e reitor alemão. Foi um pensador seminal na tradição continental e [hermenêutica filosófica](#), e é "amplamente reconhecido como um dos filósofos mais originais e importantes do século XX." É mais conhecido por suas contribuições para a [fenomenologia](#) e [existencialismo](#), embora, como a [Enciclopédia de Stanford de Filosofia](#) adverte, "seu pensamento deve ser identificado como parte de tais movimentos filosóficos apenas com extremo cuidado e qualificação". (WIKEPEDIA, 06/05/2020; 19h59 min., horário de Brasília Brasil)

⁴ **Edith Theresa Hedwig Stein**, [canonizada](#) como **Santa Teresa Benedita da Cruz** ([Breslávia](#), [12 de outubro](#) de 1891 — [Oświęcim](#), [9 de agosto](#) de 1942), foi uma [filósofa](#) e [teóloga alemã](#). Foi a segunda mulher a defender uma tese de [doutorado](#) em filosofia na Alemanha, tendo sido discípula e depois assistente de [Edmund Husserl](#), o fundador da [fenomenologia](#).^[1] Já religiosa, anotou: "A fé está mais próxima da sabedoria divina do que toda ciência filosófica e mesmo teológica". (WIKEPEDIA, 06/05/2020; 20h02 min., horário de Brasília Brasil).

Destacando alguns temas

O dado

Pensemos no “dado”. No cotidiano das pesquisas realizadas nas academias, por exemplo, fala-se: coletei os dados; obtive os dados; analisei os dados. E esse modo de falar passa sem questionamento, aceita-se, de maneira naturalizada, que o pesquisador obteve os dados, etc. Mas, o que é o dado? Ele está ali para ser obtido, pego, manipulado?

Perguntamos: o que nos é dado a conhecer e como isso nos é dado? Em campos filosóficos, aprofundando sobre o que é dado, fala-se da “coisa”. O que é a “coisa”? As perguntas vão se encadeando, revelando que, para nós humanos, não há um fim ou um começo. Heidegger (1992), por exemplo, tem um livro intitulado “Que é uma coisa?”, citado aqui para evidenciar a complexidade dessa pergunta.

Vamos focar o “dado”. Do que se trata? Do objeto? Mas objeto já é uma construção epistemológica descrita pela ciência, que o define. Na visão positivista, e não apenas, é visto como sendo objetivo e separado do sujeito. Para ser uma construção, é preciso uma materialidade que viabilize a construção. Objeto é uma denominação muito ampla, podendo ser aplicado ao que quer que se seja, como realidades históricas, psicológicas, físicas, matemáticas... e por aí vai.

A fenomenologia entende o dado como o que chega ao sujeito que, de modo atento, olha para algo querendo saber do se trata. Esse algo poderia ser visto como a “coisa”, que nos escapa ao conhecimento, mas que se doa aos nossos sentidos, em seus modos de doação. Na língua inglesa, fala-se em “*givenness*”. Em português, não encontro uma palavra que me pareça traduzir, fidedignamente, esse sentido. Poderia ser “*dadidade*”. A coisa é o fenomenal. O fenomenal se faz sentir nas sensações pontuais na carnalidade do corpo-encarnado⁵ e em cuja dinamicidade vai se entrelaçando de maneira que indícios da coisa vão se configurando⁶. Quando o sujeito se dirige de modo intencional ao que está solicitando sua atenção, o fenomenal a ele se mostra como “fenômeno”, percebido então como uma totalidade que se destaca de um fundo, o solo mundano em que se situa.

Husserl (Idee, 2002) explicita o movimento de constituição do conhecimento pelo

⁵ Corpo-encarnado, corpo-vivente e corpo-próprio explicitam uma mesma ideia a ser exposta no item sobre percepção.

⁶ O tratamento que Husserl dá ao “sentido” é interpretado por muitos autores como uma atitude empiricista, uma vez que, o empiricamente dado aos sentidos, seria a base da construção do conhecimento.

entrelaçamento dos sentidos, experienciados no corpo-próprio ou corpo-encarnado, pelos diferentes órgãos dos sentidos, como audição, tato, visão, paladar, olfato e um sexto, cinestesia (movimento sentido), que vão se amalgamando e possibilitando a percepção de um objeto e sua forma em termos de figura e fundo, o qual se presentifica no fluxo da consciência. Ao focar conhecimento, o seu correlato é solicitado: a realidade. Esta é vista como um correlato objetual dos atos da consciência.

A consciência não é entendida como um órgão específico, nem como recipiente em que estão crenças e juízos a respeito do certo e do errado; do bem e do mal. Também não uma forma que imprime à experiência formas de organização. Ela, na fenomenologia, é entendida como o que nos permite sempre nos darmos conta, de modo íntimo, dos atos que realizamos. Para mim, é muito esclarecedora a seguinte exposição de Ales Bello:

Nós nos damos conta do sentido de viver, pois damo-nos conta de viver pelo sentido do corpo vivo. Santo Agostinho dizia uma frase muito bonita: *intima scientia est qua nos vivere scimus* que significa que no interior, nós seres humanos, sabemos, temos consciência que vivemos. E o que é essa ciência íntima? É a consciência (Ales Bello, 2016, p. 88).

Estar consciente não quer dizer que, a todo o momento, estejamos refletindo sobre nossos atos. Apenas diz que percebemos, ou seja, sabemos que estamos agindo. A consciência sempre está lá, nos atos que realizamos. É um movimento intencional mantido na intencionalidade. Esta é um conceito nuclear da fenomenologia. É complexo e difícil de explicá-lo. Mas, conforme entendo, pode ser compreendido a um primeiro olhar como um fio invisível que nos contata às coisas e as traz à consciência como percebidas.

Nos parágrafos anteriores, de maneira rápida, introduzi “fenômeno”. Imagino que muitas pessoas avessas à fenomenologia já não suportam ler e ouvir sobre o significado de fenômeno e de fenomenologia. A elas, peço desculpas, mas é preciso falar também para os que pela primeira vez ouvem esses termos. “Fenômeno” é o que se mostra no ato de perceber ou de intuir. É correlato a quem percebe ou intui. Este que percebe ou intui realiza esses atos de acordo com suas especificidades. Por exemplo, uma pessoa que não distingue cores, não pode intuir a vermelhidão do vermelho; ou uma pessoa que não sente sensações táteis, não pode sentir a frialdade do gelo. Por seu lado, o fenômeno se doa em seus modos de doação. Naquilo que ele ⁷: na sua dureza, frialdade, luminosidade, etc. “Fenomenologia” é uma palavra composta por

⁷ “Aquilo que ele é” é um dos modos pelos quais Husserl entende “essência”.

“fenômeno” mais “logos”. “Logos” entendido como articulação inteligível realizada pelo pensar. Pensar, entretanto, não é um ato vazio (abstrato) sem materialidade. Porém, se efetua também com o que se mostrou na percepção que, por sua vez, é correlato ao sujeito e com ele está no Mundo-Vida⁸.

Compreendendo o significado de fenômeno, percebemos que nunca conhecemos o que há em si, o real entendido como objetivamente dado. De modo apressado, o leitor poderá dizer: mas isso é já era dito por Kant, por exemplo. Onde está a novidade? O novo está no modo pelo qual “a coisa” é dada ao sujeito intencional: como fenômeno e este não existe de modo objetivamente dado. Revela-se apenas na sensação (na fisicalidade do corpo-vivente) e na percepção do percebido⁹.

Para a fenomenologia, sempre compreendemos de modo original, isto é, na imediaticidade do ato perceptivo, o que nos é dado no ato de perceber. O entendimento do que diz esse modo de compreender é importante, pois expressa a atitude fenomenológica¹⁰, que é exposta de modo pleno nas Meditações Cartesianas. Diz que a coisa: “a) não está além de sua manifestação e, portanto, ela é dependente da consciência; b) a consciência não é parte ou região de um campo mais amplo, mas é ela mesma um todo absoluto não dependente e que nada tem fora de si. (Moura, 1989, p. 170).

Essas duas afirmações têm sido alvo de muitas críticas, uma vez que leitores menos dispostos a se aprofundarem nas articulações que delas avançam, tomam-nas como dizendo que a percepção é entendida como conhecimento na linha fenomenológica. Conforme raciocinam, trata-se de um conhecimento tão somente do sujeito, portanto subjetivista e relativo. Junto a essa crítica também está o entendimento desvirtuado de que o mundo ou as coisas que estão no mundo são criados pela consciência. Grosso modo, poderia ser compreendido, seguindo esse raciocínio, que o sujeito (o Eu cartesiano) cria a realidade.

No entanto, não é assim. A compreensão da constituição e da produção do conhecimento, conforme a filosofia fenomenológica husserliana expõe, exige que o estudioso se decida escavar

⁸ Mundo-Vida, traduzido da palavra alemã *Lebenswelt*, é entendido como a realidade constituída e produzida no movimento histórico cultural, que traz consigo o presente, o passado e o futuro em sua temporalidade. Não é um recipiente em que são colocadas as coisas e os seres mundanos, como conhecimento, teorias, etc. É o solo histórico e cultural em que habitamos.

⁹ Sobre percepção, falaremos no item específico.

¹⁰ Outra atitude descrita por Husserl é a natural. Diz da “concepção das coisas do mundo natural (ou seja, não questionado, mas tomado em sua objetividade - explicação da autora), concebidas como conteúdos positivos, pensáveis como distintos, por princípio dos fenômenos ou manifestações”. (Moura, 1989, p. 164).

o terreno complexo em que a articulação das noções entrelaçadas se aprofunda. Tendo em vista que este é um artigo e, portanto, não se espera que se torne um tratado sobre essa filosofia¹¹, apresento, até onde possível for, um panorama das ideias que entendo como importantes e mesmo nucleares para se visualizar sua complexidade. Falei do “dado” e que é dado nas sensações e nas percepções do corpo-vivente.

Percepção

A percepção é um ato do sujeito. De modo geral, fala-se em sujeito como se fosse um objeto naturalizado e que, a priori, sem questionamentos, já se sabe do que se fala. É entendido, comumente, como aquele que pratica uma ação, alguém a quem nos referimos ou que sofre uma ação.

Apenas para problematizar a questão, peço que fiquemos atentos às diferentes possibilidades de compreender sujeito. Na linguagem proposicional, o sujeito é quem dita as ações dos verbos. Entretanto, no âmbito da filosofia, há o sujeito ontológico, o sujeito do conhecimento, o sujeito moral, o sujeito social. O sujeito não é abstrato. É ator de uma ação ou a quem nos referimos como tendo realizado algo, por exemplo. Ou também pode ser entendido como uma construção social ou psicossocial. O sujeito age, se ex-põe. O “ex” expressa o movimento de dentro para fora; neste caso, põe para fora seu modo de mostrar-se. Mas se o sujeito não é abstrato, então o que se mostra? O que vejo primeiro ou sinto primeiro, antes de qualquer construção ou entendimento de quem age?

No mundo presencial, entendendo-o em sua fisicalidade¹², o corpo-encarnado, também entendido como corpo-próprio ou como Husserl o denomina, corpo-vivente (Leib), dá-se a conhecer em sua carnalidade e na ex-posição de suas compreensões que se evidenciam em suas ações intencionais.

Para explicitar o sentido de percepção nessa abordagem filosófica, conforme compreendo, é preciso “escavar” o entendimento de corpo-vivente.

É entendido como uma totalidade carnal. Aqui é importante fazer uma distinção entre a concepção de carnal (*embodied*) como presente em estudos da ciência neurológica e a

¹¹ Também não sei se eu, com o pouco que sei de fenomenologia husserliana, daria conta de uma tarefa como essa.

¹² Estou colocando essa consideração porque, quando nos locomovemos na realidade do ciberespaço, o sujeito (do outro) é percebido na dimensão das especificidades dessa realidade. Para tanto, vários trabalhos podem ser encontrados em www.mariabicudo.com.br

carnalidade como exposta na fenomenologia. Nas ciências neurológicas, o corpo (Körper) é uma totalidade composta por mente (*mind*) e todo o intrincado organismo neurofisiológico que faz ou executa ações. A mente é o órgão de comando central, explicado em sua funcionalidade neurológica. Na fenomenologia, o corpo-próprio (*Leib*) é constituído por dimensões *físicas, psíquicas e espirituais*. A dimensão física diz do organismo, de sua estrutura (inclusive neurológica) e de sua funcionalidade, seus modos de sentir sensações; a do psíquico diz das emoções e de aspectos da cognição; a dimensão do espiritual, diz das ações de julgar. Essa totalidade é motriz e seus movimentos são intencionais¹³, portanto um dos sentidos do corpo-vivente é o kinestésico, ou seja, ele se movimenta sempre em direção a algo que o mantém atento. Estar intencionalmente “voltado para” é a característica de estar-se consciente. E, por isso, em fenomenologia, fala-se em consciência. Esse corpo-vivente faz, age e tem ciência que está fazendo e agindo. Ele se sabe vivendo.

Entendo que estar ciente do que se faz evidencia o perceber-se fazendo, explicitado por Husserl como vivência (*Erlebiness*). De modo ingênuo, ou seja, sem questionamento, pode-se entender “vivência” como experiência. E, no âmbito desse entendimento, pode-se perguntar: e daí? Tantos filósofos e tantas teorias da psicologia trabalham com experiência e, inclusive alguns, como Bondía (2002), referem-se à experiência como algo que nos passa e que nos toca, de maneira a deixar marcas em nosso modo de ser. Destaco, entretanto, que “vivência” flui enquanto seu movimento dura na temporalidade. A cada momento, vive-se o presente da ação que desliza para o já foi, chamando para o “agora” o que está no fluxo do horizonte dessa ação que está sendo realizada.¹⁴ Sabemos que estamos vivendo, porém só nos damos conta do que estamos vivenciando em um ato reflexivo. Este é um ato da consciência. “Esse é o movimento reflexivo, pelo qual a consciência abarca as vivências, permitindo-se lucidez. Interessantemente, o verbo grego *phainomai* também significa brilhar, luzir. ‘Estar lúcido’ significa ver com lucidez, com clareza” (Bicudo, 1999, p. 19).

Essa clareza ocorre, no agora, no momento da percepção. Perceber é um ato da consciência que, em sua imediatez; ou seja, no momento em que ocorre, expõe, de modo claro, a essência do visto. Por isso, é entendida como primado do conhecimento. O claramente visto

¹³ Intencionais não tem o sentido de proposital, ou seja, não corresponde a um propósito. Refere-se à intencionalidade da consciência.

¹⁴ Sobre a duração dos atos e de sua ocorrência no presente, indico a leitura da tese de Tais Barbariz (2017) e de Bicudo, M.A.V. (2020).

escorrega no fluxo da consciência e se torna obscuro. Portanto, demanda pelos atos da consciência (comparar, imaginar, fantasiar, julgar, articular, refletir, expressar, articular e outros) para avançar na constituição do conhecimento. Como acima mencionado, o agora é um instante sempre a deslizar para o “já-foi”, abarcado na corrente da lembrança. Portanto, a clareza do fenômeno percebido se torna opaca. A percepção se dá no agora e este é um momento em que se compreende o que se vê, sem intermediação do símbolo (Derrida, 1994). Isso significa que a linguagem é intermediária, colocando-se entre o percebido, na vivência, de modo imediato e a expressão do percebido. Compreendo que a clareza do fenômeno, percebido de modo claro no ato de perceber, torna-se, nesse movimento, obscurecido duplamente: no movimento em que o agora vai se deslizando para o “já-foi” e por ser falado ou expresso pela palavra.

É importante destacar que o ato de perceber se dá na subjetividade do sujeito, donde a percepção clara do fenômeno ocorre na vivência do corpo-vivente. Além disso, o percebido é enlaçado pela intencionalidade, de modo que a consciência realize os atos cognitivos, articulando o que assim lhe é trazido. Essa ação articuladora também se dá na subjetividade do sujeito. Porém o ato de expressar enlaça aspectos não só do sujeito, uma vez que solicita também a materialidade da expressão: a linguagem.

Compreender o ato da percepção é vital para que se compreenda o pensar fenomenológico. Eu - sujeito, corpo-vivente – percebo “a coisa”. Mas a coisa não é, objetivamente, dada na apreensão intelectual. Há sensações sentidas no e pelo corpo-vivente e que lhe chegam pelos órgãos dos sentidos: tato, visão, olfato, paladar, audição. Sensações essas que se entrelaçam no dinamismo e na funcionalidade do organismo vivo e vão configurando indícios da coisa (do fenomenal) que assim lhe chega. Husserl (Ideas, 2002) se refere a essas sensações como experiências concretas por se tratar de afetações sensoriais. Elas contribuem com o preenchimento de sentido do percebido. Sendo assim, o percebido evidencia uma dimensão que transcende a subjetividade do sujeito, na medida em que enlaça os indícios do fenomenal e da coisa percebida. Concomitantemente, a ação articuladora da consciência avança de maneira que a inteligibilidade disso que está sendo articulado vai se tornando clara. Ao mesmo tempo é solicitada e vem ao encontro dessa organização articuladora a linguagem e sua estrutura. Estou dizendo, então, que os atos subjetivos não são tão somente subjetivos, uma vez que enlaçam o percebido, situado no mundo-vida e a linguagem comunicada no mundo-vida.

É pela expressão do compreendido que o sujeito se ex-põe; dá-se ao autoconhecimento,

bem como se dá ao conhecimento do outro. Expressão que abrange toda a dimensão da linguagem humana: do corpo-vivente, pelos gestos e respectivos movimentos intencionais (kinestésicos) que evidenciam a direção da ação, pela fala de palavras carregadas de sentidos e significados histórico-culturais, pela estrutura gramatical da língua de um povo, por desenhos, rituais e por aí vai.

Com essas colocações, estou realizando o movimento de transcender a esfera da subjetividade, adentrando a da intersubjetividade, em que o outro está presente.

Intersubjetividade

O âmago da constituição da intersubjetividade se encontra na compreensão de como “o outro” se constitui para o ego. O outro, o alheio, “é um problema filosófico fundamental por si só e concerne à relação entre minha consciência do corpo e do comportamento do outro e minha consciência dos estados psicológicos dele/a.” (Bell, p. 219, 1990). No âmbito da filosofia fenomenológica, essa é uma questão crucial para que se ultrapasse o impasse do solipsismo do ego transcendental, tão criticado nos primeiros trabalhos desse autor.

Na Quinta Meditação, Husserl afirma a importância de se desenvolver um trabalho sistemático que possibilite uma visão

sobre a intencionalidade explícita e implícita em que, a partir do terreno do nosso *ego* transcendental, o *alter-ego* se anuncia e se confirma sobre como e em que intencionalidades, em que sínteses, em que motivações o sentido alter-ego se forma em mim e, sob o título de experiência concordante do que me é alheio (*Fremd*) se confirma como sendo e estando, ao seu modo, ele próprio aí (Husserl, s/d, p. 132).

Como o sentido do outro se forma em mim? Essa é uma questão crucial, na medida em que somos, em cada caso, corpo-encarnado, síntese espaço-temporal e de movimento intencional, totalidade única. Como o sujeito, corpo-vivente, toma conhecimento da vivência do alheio? Não se afastando do seu método de estudo, é importante destacar que Husserl pergunta “como o sentido do outro se forma em mim?”. Entendo que em outros estudos husserlianos a mesma pergunta é endereçada à comunidade, à constituição do grupo social, da sociedade, do Estado. Afasta-se, na busca dessa compreensão, das teorias explicativas da sociologia, da psicologia social e de outras correntes filosóficas que tomam a sociedade como naturalmente estando aí, de modo objetivamente dado, e nela o alter-ego, o outro, em que o alheio se instala em mim pelas relações sociais.

Fenomenologicamente, entende-se que é preciso que eu me perceba “ego” e ao outro, “alter-ego”, dando sustentação existencial às relações sociais. Eu, sujeito corpo- encarnado, tenho experiência do mundo que me é alheio e o percebo nas ações que realizo, nas minhas sensações táteis, visuais e outras, bem como na cinestesia implícita ao eu faço, eu ando, eu posso. É um mundo intersubjetivo, “como sendo para qualquer um [...] E, contudo, cada um tem suas experiências” (Husserl, p.134, s/d).

A percepção do *aí-para-mim* do outro me é dada no ato da intropatia¹⁵ (Einfühlung), em que percebo o outro como igual, enquanto corpo-vivente que sente, percebe, raciocina, julga e se expressa. Esse é um ato que também “funda uma teoria transcendental do mundo objetivo, e seguramente em todos os aspectos, particularmente também a respeito da Natureza objectiva” (Husserl, p. 134, s/d). A percepção do corpo-vivente do outro que está *ali* para mim em sua concretude e, ao percebê-lo como igual a mim, em um ato perceptivo, portanto que ocorre no agora, compreendo-me como sendo um corpo-vivente que está *ali*, para ele. A concretude do corpo-vivente, espaço-temporalmente situado, a percepção que tem de si como eu-mesmo e que vai se constituindo no entrelaçamento de sentidos e de vivências de que se dá conta, é nuclear para a compreensão de si como estando “aqui e agora”. Quando percebe o outro, que não ele, que está fora de si como um corpo-vivente, que se apresenta também em sua concretude e intencionalidades, não se dá um desdobramento dele (eu mesmo) no outro. Porém, a característica de o corpo-vivente do outro ser espaço-temporal abre a percepção de que ele está ali. Mais do que isso, pela reflexão dá-se conta que para o outro, ele (o eu-mesmo) está ali, ou seja, no seu aqui. Isso quer dizer que cada corpo-próprio percebe-se no seu aqui e no outro, como estando ali. Em termos ontológicos, o igual e o diferente convivem.

Ales Bello (2000, p. 160) afirma que atos de intropatia “se tratam de atos experienciais *sui generis* que E. Stein analisa, servindo-se, por vezes, de exemplos tirados de nossa vida quotidiana [...] ao ver ou encontrar alguém, às vezes chego a compreender os sentimentos que está vivenciando, isto é, se está sentido alegria ou dor. Certamente não estou sentindo a sua alegria ou sua dor, mas tenho uma experiência vivencial, um Erlebnis [...]”. Pelo ato da intropatia, nos é dado a compreender a natureza da experiência do outro e, mais do que isso, “Husserl está indubitavelmente certo que essencial a essa experiência é minha consciência não apenas de que as outras pessoas são conscientes, mas também que sua consciência não é

¹⁵ Será explicitada logo abaixo, neste tópico.

diretamente acessível a mim” (Bell, 1990, p. 220). Essa questão não se torna um problema filosófico, mas, ao contrário, assegura que eu sou diferente do outro, uma vez que se “fosse esse o caso, se o que é próprio e essencial ao outro me estivesse disponível de um modo direto, então o outro seria apenas um momento de minha essência própria e, em conclusão, ele eu seríamos o mesmo” (Husserl, p. 148, s/d).

Portanto, os estados conscientes do outro não me são originalmente dados. Eu intuo, intropaticamente, que o outro é semelhante a mim; confirmo que é outro pela concretude do corpo-encarnado; intuo que sente como eu, pois posso perceber seus sentimentos (alegria, tristeza...), mas não sei como ele sente.

Fenomenologicamente, entende-se que é preciso que eu me perceba “ego” e ao outro “alter-ego”, dando sustentação existencial às relações sociais. Eu, sujeito encarnado, tenho experiência do mundo que me é alheio e o percebo nas ações que realizo, nas minhas sensações táteis, visuais, e outras, bem como na cinestesia implícita ao eu faço, eu ando, eu posso. É um mundo intersubjetivo, “como sendo para qualquer um [...] E, contudo, cada um tem suas experiências” (Husserl, p.134, s/d). A percepção do *alí-para-mim* do outro me é dada pelo ato da intropatia (*Einfühlung*), que nos mostra o outro como igual, enquanto corpo-vivente que sente, percebe, raciocina, julga e se expressa. Esse é um ato que também “funda uma teoria transcendental do mundo objetivo, e seguramente em todos os aspectos, particularmente também a respeito da Natureza objectiva” (Husserl, p. 134, s/d). A percepção do corpo-vivente do outro que está *alí* para mim em sua concretude e, ao percebê-lo como igual a mim, em um ato perceptivo, portanto que ocorre no agora, compreendo-me como sendo um corpo-vivente que está *alí*, para ele.

Transcendemos a esfera da subjetividade e adentramos, pela intropatia, a esfera da intersubjetividade. Esta também é descrita, fenomenologicamente, nos modos de sua constituição inter-sujeitos. Husserl descreve o modo pelo qual percebe as próprias vivências, as do eu mesmo, consciente de si e de suas ações, bem como experiencia o mundo e nele o outro.

Em todo o caso, portanto, em mim, no quadro de minha vida de consciência transcendentalmente reduzida, tenho a experiência do mundo, incluindo os outros, e, segundo o sentido da experiência, não como formação sintética da minha privada, por assim dizer, mas antes como um mundo que me é alheio, como um mundo *intersubjetivo*, como sendo para qualquer um, como um mundo acessível para qualquer um nos seus objetos. E, contudo, cada um tem as suas experiências [...] (Husserl, p. 133, s/d)

Como saber do modo pelo qual o outro sente, raciocina compreende o que não é ele mesmo, se a consciência do outro não me é dada originalmente? Pela expressão do que sente e compreende. Ou seja, pela linguagem. Assim, intropatia e linguagem são constitutivas da intersubjetividade. Isso mostra o sentido que o mundo intersubjetivo faz para o sujeito, sendo constituído pelos atos que vivencia em seu corpo-vivente. Ênfase: não estou afirmando que o mundo intersubjetivo só passa a existir com o sujeito e suas vivências. Ao contrário, estou destacando que o existente no mundo-vida, na dimensão intersubjetiva, portanto também social da sociedade, não é internalizado¹⁶ ou introjetado¹⁷ pela pessoa, mas que esta, em sua subjetividade, constitui o conhecimento do outro e do social, não de modo solipsista, porém ao estar sempre no mundo-vida com os outros. No entanto, é ela que realiza os atos conscientes disparados pela intencionalidade.

Objetividade do mundo

Com a linguagem, expressando o sentido compreendido pelo sujeito, avançamos para a constituição da objetividade do mundo-vida, em que se convive com o outro. Ao mesmo tempo, também podemos visualizar o processo de produção de conhecimento que, uma vez produzido, torna-se passível de ser compartilhado historicamente e culturalmente e reativado por um sujeito que, intencionalmente, a ele se dirige.

A produção do conhecimento é decorrente do movimento de materialização do sentido, percebido pelo sujeito, bem como das sínteses articuladoras que realiza e do esforço para expressá-las. Busca por modos de expressão que façam sentido para ele, que possam corresponder às suas intuições e evidências, ao se valer também de linguagens já postas no

¹⁶**Internalização:** em [sociologia](#) e outras [ciências sociais](#) (autores como John Finley Scott e George Herbert Mead trabalham com a explicação desse conceito). Significa a aceitação de um indivíduo de um conjunto de normas e valores (estabelecidos por outros) através da [socialização](#). Internalizar é um processo que, mediante modos de interação entre pessoas, atitudes ou comportamentos tornam-se parte da natureza da pessoa por aprendizagem ou assimilação inconsciente: as pessoas aprendem estereótipos de gênero e os internalizam. Através da internalização, os indivíduos aceitam um conjunto de normas e valores que são estabelecidos por outros indivíduos, grupos ou sociedade como um todo. Bronfenbrenner (1971) traz um estudo sobre o processo de internalização por meio de práticas de relacionamento que conduzem à obediência e esta à auto-disciplina, internalizando os valores implícitos àquelas práticas. Bernstein (1974) traz estudos sobre sociologia da linguagem, explicando o processo de internalização ao tratar de temas como classe social, códigos de linguagem e elementos gramaticais, por exemplo. [Lev Vygotsky](#) fornece uma definição alternativa para a internalização, mediante a reconstrução interna de uma operação externa. Ele explica três etapas da internalização.

¹⁷ **Introjeção** designa em [psicologia](#) e, mais especificamente, na [teoria psicanalítica](#) processo por meio do qual uma pessoa absorve, como parte integrante do ego, objetos e qualidades inerentes a esses objetos; interiorização. Na teoria psicanalítica, a introjeção desempenha um importante papel na formação do [superego](#).

mundo-vida, que habita com os outros e à medida que o expresso faz sentido para o outro que também com ele compartilha o mundo-vida, e que há uma aceitação do expresso (falado ou realizado por outra linguagem qualquer que seja) pelos sujeitos que estão juntos. Consuma-se, então, um ato objetivante que se torna passível de ser transmitido e retomado quer seja ao modo de repetição do compreendido ou mesmo pela prática da aplicação do compreendido. A expressão que ocorre pela linguagem proposicional vai além, uma vez que abre possibilidades e efetiva a organização lógica do expresso. Torna-se possível a efetivação da lógica formal e transcendental.

O dito nas palavras articuladas, de modo lógico, na gramática é passível de ser encadeado em uma cadeia de inferências. A escrita do dito assim organizado, retida em seus signos passíveis de serem decifrados, permite que a consciência intencional avance em deduções e inferências, transcendendo o então compreendido, bem como retroagindo, a partir do dado no presente (por exemplo, em um texto disponível), às evidências primeiras que se encontram na articulação do exposto. É destacável a compreensão expressa por Husserl em “A Origem da Geometria” sobre as possibilidades que se abrem frente a uma produção que se mantém na tradição nos modos pelos quais veio sendo, culturalmente, repetida. Expõe que essa produção (ele a exemplifica com um texto de geometria) pode ser tomada de modo passivo pela pessoa que apenas a repete e a aplica sem questionar o que diz, qual o sentido, quais as evidências que lhe dão sustentação, e, ainda, de modo ativo. Esse movimento se dá quando a pessoa, intencionalmente, põe-se a puxar os fios de sua articulação para compreender os sentidos veiculados. Ele vai além, alertando que esses modos de tomar o produzido estão presentes nas ações de ensinar (geometria).

Desse modo, parece que, começando com as autoevidências primeiras, a genuinidade original se propaga através da cadeia de inferência lógica, não importa quão longa ela seja. Ela transcende a finitude individual e mesmo cultural e social, pois traz consigo a remoção de limites de nossa capacidade, indo em direção a um encadeamento infinito. Nisso está a idealização permitida pela lógica e, portanto, também pela linguagem. Aí se encontra a base do procedimento histórico que retroativamente interroga pela origem. Aí se encontram tanto a possibilidade de um pensamento genuíno que busca pela origem dos atos evidentes, quanto aquele de se permanecer sob o jugo do fascínio da linguagem, da lógica e da própria ciência, quando se fica no nível da repetição de suas fórmulas. (Bicudo, 2016, p. 41)

Para compreender a objetividade do mundo, é preciso focar a complexidade do todo da obra filosófica que Husserl, evidencia desde sua primeira publicação. Ao compreender as perguntas por ele formuladas, as explicitações que as descrições fenomenológicas e respectivas reduções possibilitaram, avançamos para a compreensão do significado de *Lebenswelt* (mundo-vida) que, em suas últimas obras, é explicitado e assumido.

A intencionalidade do olhar do sujeito que se dirige ao outro e o percebe como igual e como diferente, mas sempre como outro corpo-vivente, pressupõe que o eu e o outro compartilham o mesmo ambiente. Isso porque, ambos os corpos-viventes (do sujeito que vê o outro e o do outro que é visto e, reciprocamente, que vê...) ocupam um lugar na espacialidade e temporalidade do mundo. Mundo esse que lhes é comum e que é mundo-vida, solo em que habitamos uns com os outros (pessoas, ideias, religiões, teorias, teorias e crenças políticas, natureza animada e inanimada). Desse modo, nós (eu e o outro) vivemos no mundo que é nosso, ou seja, compartilhado. Husserl realiza uma análise fenomenológica do Mundo-Vida no livro “Crise das Ciências Europeias Contemporâneas” (2008). Vê a ciência (um dos exemplos de conhecimento produzido) como sendo uma realização humana e que pressupõe o mundo-vida como solo das experiências vivenciadas pelo corpo-vivente. No §37, denominado “As estruturas mais formal-gerais do mundo da vida¹⁸: coisa e mundo, por um lado, consciência da coisa, por outro” (p.156), ele assim se refere:

O mundo da vida é – na presentificação do que ficou repetidamente dito – para nós, os que nele vivemos despertados, existindo sempre já de antemão, o “solo” para toda a práxis, tanto teórica quanto extrateórica. Para nós, que somos despertados, sujeitos continuamente e de algum modo praticamente interessados, o mundo é pré-dado como horizonte, não por uma vez, ocasionalmente, mas sempre e necessariamente como campo universal de toda práxis efetiva e possível. A vida é permanentemente viver-na-certeza-do-mundo. (Husserl, 2008, p. 156).

O mundo-vida se configura como tendo um sistema de aparência idêntico para quando a ele estamos atentos. Mas esse não é o caso “onde existem objetos intencionais que estão presentes para um ser e não para outros, não falamos de objetos físicos, do mundo real, mas sobre sonhos, imagens, alucinações, visões, fantasias, delírios, etc.” (Bell, 1990, p. 227). Husserl

¹⁸ Eu traduzo *Lebenswelt* por mundo-vida diferentemente da maioria dos autores da língua latina, que o traduzem como mundo da vida. Isso porque entendo que a vida é que constitui o mundo. Na nossa realidade mundana, a vida, em seus diferentes modos de se dar, é (sendo), à medida que os seres vivem expondo-se e tecendo essa realidade.

assume isso, confirmando que o mundo tem existência por haver uma percepção harmoniosa do seu todo.

Nos seus últimos trabalhos, Husserl reconhece a presença da prática da vida diária vivida em comunidade, a cultura, a história como constitutivos do mundo-vida.

O mundo-vida compartilhado pelos membros de uma dada sociedade, o ambiente em que eles se assumem habitando, é essencialmente um reflexo da cultura que têm em comum. Mas essa cultura ou civilização é primariamente manifesta nas *disposições* dos indivíduos e instituições às quais pertencem [...] (Bell, 1990, p. 229).

Conforme suas exposições, Husserl compreende a cultura como um fenômeno histórico. Para ele, história “[...] não é, de antemão, outra coisa senão o movimento vivo da comunidade e da coinclusão da formação e da sedimentação originárias de sentido. (Husserl, Anexo III ao § 9^a, 2008, p. 388)”.

O fenômeno histórico enquanto tal é, aprioristicamente, dado ao sujeito que vem ao mundo. Essa sua constatação apontada por seus estudos o preocupam e, novamente, em “A Origem da Geometria” retoma o significado do a priori para a história factual, para explicitar que recorre a uma evidência incondicionada, que vai além de todas as facticidades históricas, uma evidência efetivamente apodíctica. Afirma:

O que, em si, é historicamente o primeiro, é o nosso presente. Sabemos sempre do nosso mundo presente, e sabemos que nele, vivemos cercados sempre por um horizonte infinito e aberto de efetividades desconhecidas. Este saber, como certeza de um horizonte, não é algo de aprendido, um saber que tenha sido alguma vez actual e que somente se tenha tornado imerso como um pano de fundo; a certeza do horizonte tinha já de ser pressuposta, para poder ser explicitada tematicamente, e já pressuposta para que se queira saber aquilo que ainda não se queira saber aquilo que ainda não se sabe. (Husserl, E., Anexo III ao § 9 a, 2008, p. 391-2).

Alguns autores veem paradoxos na afirmação de Husserl de que a história é um apriori. Carr (1970), por exemplo,

Carr argumenta que se levarmos a sério o pré-dado do mundo-vida, então o idealismo inicial de Husserl parece estar em dificuldade. Diz ainda que, embora o conhecimento teórico possa depender da consciência para sua constituição, o mundo-vida parece prover o material dado com o qual a consciência lida. Se, por outro lado, argumenta Carr, Husserl trata da constituição transcendental, como ele mesmo insiste, então na descrição do mundo-vida se perde

o que estava escrito como aspecto essencial – seu ser dado como tal. Porém, ainda seguindo a argumentação desse autor, em ambos os casos surge uma segunda dificuldade: a tentativa de descrever o mundo-vida como uma atividade teórica, uma teoria fenomenológica de ordem mais elevada. Continuando, argumenta: mas, se toda atividade teórica pressupõe a estrutura do mundo-vida, então isso deve valer também para a fenomenologia que, nesse caso, não poderia dar-se sem pressupostos. E David Carr termina dizendo: Husserl precisa mostrar que a fenomenologia pode efetuar o telos de toda teoria sem ser “pega” em sua “arché”. (Bicudo, 2016, p. 45)

Para dar um fechamento sobre minha compreensão do a priori do mundo-vida, como cultural e histórico, trago uma longa citação extraída do artigo acima (Bicudo, 2016).

Não vejo esses paradoxos na fenomenologia husserliana como um todo e, especificamente, no que concerne à história e à historicidade.

Entendo que o mundo-vida é o mundo já dado e que compreende toda a formação histórica e deve ser interrogado, voltando-se à subjetividade e à intersubjetividade para que se compreenda como nascem os produtos culturais que caracterizam tal mundo. Ele provê o material e o faz de dois modos: como pré-predicativo e como pré-teorético. Pré-predicativo, pois é o mundo da experiência imediata. Pré-teorético, pois nesse mundo já é dada a comunidade, e com ela a linguagem de modo ingênuo. Compete à atitude fenomenológica colocar ambos em evidência, analisar e refletir sobre o material enlaçado no noesis-noema. Esse procedimento é fenomenológico. Não ignora o pré-dado, mas o enlaça. Ao trabalhar com o pré-predicativo dá conta da constituição do objeto pelo sujeito, da visada da ciência natural e da visada da fenomenologia. Ao trabalhar com o pré-teorético, dá conta do formal da ciência exata formal.

Aponto, ainda, a ponderação de Derrida assim expressa:

E, ao contrário do que a fenomenologia – que é sempre fenomenologia da percepção – tentou nos fazer acreditar, ao contrário do que nosso desejo não pode deixar de ser tentado a crer, a própria coisa se esquia sempre (Derrida, 1994, p.117).

Não entendo como esse autor. Compreendo que a fenomenologia é sempre fenomenologia da percepção, pois seu princípio é o presente, a vivência do agora a qual engendra toda produção de nossas concepções de mundo. E Husserl sempre se preocupou com o fenômeno, com o que se mostra nessa vivência. A coisa sempre foi anunciada na fenomenologia husserliana como se mostrando e se constituindo para nós, seres humanos, por

perfis e por indícios. Dai que ela nunca nos foi prometida como possibilidade de nós a apreendermos e a mantermos e mantermo-nos com segurança. A terra prometida, na filosofia de Husserl, não é a da segurança, mas a do sentido que o mundo que faz para nós possibilidade de nós a apreendermos e a mantermos e mantermo-nos com segurança. A terra prometida, na filosofia de Husserl, não é a da segurança, mas a do sentido que o mundo que faz para nós.

Esse meu entendimento do sentido da fenomenologia leva-me a refletir sobre o mundo e sobre nossa presença nele, bem como, sobre o nosso modo de viver e nossa própria vida.

O presente vivenciado no agora de nossa percepção nos dá evidências da verdade¹⁹ que dura apenas nesse instante e é obscurecido, necessitando ser reativado. Permanece nos limites do ego: se não for retomado de modo intencional, buscando pelo sentido e expressando o compreendido pela linguagem; se não for compartilhado com o outro. Porém o “outro” há que fazer sentido para aquele ego solipsista. Sempre na dimensão dos atos do corpo-vivente, o ato por ele atualizado, o de intropatia, o lança para fora da esfera solipsista, abrindo-lhe a dimensão do “nós”. Intropatia que está na origem da compreensão do outro como igual e como diferente, pois o outro sempre é corpo-encarnado. Linguagem que diz, expressa o compreendido passível de ser também compreendido pelo outro, que habita o mesmo solo do mundo-vida. Mundo-vida que é movimento que presentifica a historicidade da cultura, portanto dos hábitos, das crenças, das atividades práticas do cotidiano, da ética de uma comunidade. Linguagem que possibilita a materialização do conhecimento, inclusive do da ciência e que, uma vez produzido, aí está também no mundo-vida para ser compreendido. Porém por mais rigoroso e exato que sejam os procedimentos de sua constituição e de sua produção, não nos dá certeza e segurança. Vivemos a certeza do agora, do instante presente que, como Kundera nos aponta, indica a “insustentável leveza do ser”. (1984)

Entendo que a compreensão do sentido da fenomenologia nos abre caminhos para vislumbrar possibilidades de realizar pesquisa fenomenológica em educação.

EDUCAÇÃO

Educação ou ação de educar. Visa ao processo de formação da pessoa. Formação essa que é complexa e abrange muitos aspectos da vida vivida no mundo-vida. Esse movimento é originado e mantido na preocupação característica do ato de cuidar. Cuidar para que o ser

¹⁹ Merleau-Ponty (1990) assim se expressa sobre essa verdade: verdade em estado nascente. Isso porque para compreensões articuladas, logicamente, há todo um caminho a ser percorrido pelos atos da consciência.

vivente seja e que se realize ou se atualize de certa forma ou em certa direção.

Conduzir esse processo, na posição daquele que se educa e que educa, solicita uma compreensão do mundo e da vida. Conforme explicitado no item anterior que se dedica a trazer ao leitor, como uma pequena introdução, o pensar fenomenológico mundo é entendido como mundo-vida, solo em que habitamos, estando com os outros seres, vivendo. De acordo com Ales Bello,

não é certamente fácil dar uma definição da vida, mas indubitavelmente, é o fenômeno que mais intensamente atrai nossa atenção, porque “sentimos” o viver, mas gostaríamos também de saber qual o sentido do próprio viver (Ales Bello, 2001, p.22).

Vivemos. Temos vida “agora”. O agora é fluido, momento que passa e com ele passa a vida nos modos pelos quais vivemos. A vida de cada um de nós, tomada em sua individualidade, é incerta. Mantermo-nos vivendo é uma responsabilidade que exige cuidado de si e do outro, viventes com os quais somos. A educação se dá no momento presente e traz consigo o futuro. Não é uma questão de “formar para o futuro”, mas sim de estar-se formando e formando no agora com o outro, na intersubjetividade que caracteriza o “nós” do mundo-vida entendido como cultural e histórico. Assumir essa postura – fenomenológica – nas ações educadoras traz consigo a responsabilidade ética para com a própria vida, com a vida do outro, seres humanos ou não, pois o mundo-vida é harmônico e as ações dos viventes geram forças e nutrem-se mutuamente.

No ambiente da escola, ou de outra instituição que visa educar, convivemos com o outro, sujeito-encarnado, portanto uma totalidade física, psíquica e espiritual.

Sendo o aluno um corpo-vivente, de imediato, ele se dá a ver em sua corporalidade e em suas ações. Do mesmo modo, ele assim vê, de imediato, também o outro (colegas e professor). Há uma reciprocidade que se estabelece entre eles. A intropatia o lança à percepção do outro como igual e como diferente. A linguagem - qualquer que seja - expressa sensações, percepções, afetividades, compreensões. Entendo que esse dado (ser corpo-vivente) abre horizonte para as ações educacionais que visam a ir além do ensino, direcionando-se para a formação da pessoa, do cidadão, da comunidade, da organização social, do Estado. A percepção do igual e do diferente ocorre de modo imediato, não necessitando de uma teoria a respeito de sermos iguais, porque humanos, impondo-se e apontando deveres e modos de tratar o diferente. Sim, somos diferentes. É preciso que deixemos nossa percepção avançar em conhecimento de nós mesmos e do outro. Não somos melhores, nem piores, mas diferentes. Em quê? Como? Ao mesmo tempo,

somos iguais. Em quê? Como?

A ação pedagógica nutre a ação de ensinar, realizada pelo professor de qualquer disciplina. Isso porque, ao ensinar se está assumindo valores, modos de estar com o outro e com o conhecimento, foco do ensino, os quais carregam consigo a visão de Educação. Entendo que o fazer pedagógico dispara na própria ação desencadeando a aprendizagem do que está sendo ensinado. Conforme exposto em (Baier & Bicudo, 2020), o fazer pedagógico traz consigo tanto as ações cognitivas, como as mensagens percebidas nas atitudes assumidas por quem está educando/ensinando. Quando o pedagógico está unido à ação de educar, ele se direciona para uma meta, definida pelo desejo de promoção do modo de ser e de vir a ser do outro, de nós mesmos, de um povo. Esse desejo percorre toda uma gama de fins próximos e longínquos, pessoais e sociais. Carrega visões de mundo e de bem-estar da pessoa, da comunidade, da sociedade que dizem de ideais histórico-culturais de uma cultura e, de modo mais amplo, da humanidade. Sendo assim, imprime uma direção ao acontecer que se dá junto ao ensino e à educação.

Essa visão expõe a responsabilidade ética da ação de formar pessoas, ensinando. Como compreender a pessoa? É sinônimo de corpo-vivente? Este é uma totalidade física, psíquica e espiritual, visão essa decorrente de uma análise fenomenológica realizada por Husserl e por sua discípula Edith Stein, sobre a estrutura da pessoa. Porém além desses aspectos, o corpo-vivente também é constituído por um núcleo que marca sua singularidade. O núcleo é um elemento profundo, no sentido de estar nas profundezas da pessoa e não é dado na imediatez da percepção, como ocorre com a do corpo-encarnado. Conforme Ales Bello (2015, p. 83), o núcleo – elemento último profundo – representa aquilo que diz respeito às características, absolutamente, singulares. Esse núcleo identitário não se desenvolve, mas dá a direção, como se indicasse a estrada ao espírito e à psique. Se soubermos identificar a estrada indicada, haverá possibilidade de seguir o próprio princípio de identidade pessoal. Para melhor esclarecer essa ideia, trago um excerto da obra de Edith Stein, *Essere finito e Essere eterno*, citado em Ales Bello (2015, p. 82-83):

Sabemos que o estado psíquico momentâneo de uma pessoa não depende somente de sua história de vida e das condições presentes, mas é também determinado pelo núcleo de personalidade, ou seja, aquela consistência imutável de seu ser que não é resultado do desenvolvimento, mas pelo contrário impõe um certo andamento. É preciso ter consciência

também desse núcleo quando devemos prever um estado psíquico. E quando se trata de determinar uma *atividade* futura, é preciso tomar em consideração, como um fator específico, também a vontade, porque vimos que esta não pode ser deduzida somente da força vital ou dos motivos.

O núcleo identitário é apenas princípio. Não é a vontade. No processo de formação, cuidamos da atualização da potência de ser da pessoa, cuja estrutura é dada na carnalidade do corpo-próprio e que vale para todos, podendo ser trabalhadas mediante atividades apropriadas. Estas estão no foco das atividades educacionais e são realizadas no solo do mundo-vida em que se está com o outro. Entretanto, cada pessoa é uma totalidade, enquanto ser singular.

Essa é a visão de educação que assumo e que, conforme entendo, está coerente com a filosofia fenomenológica. Permite: situar-me e ao educando, bem como o que é trabalhado (a disciplina que disponibiliza conteúdos a serem trabalhados) no aqui e agora, no mundo-vida, sendo com os outros; trabalhar o conhecimento nas dimensões da constituição e da produção, abrindo horizonte para possibilidades de trabalhar atividades que incidem nas sensações e na percepção do aluno, naquelas que se dedicam aos modos de expressar e de ficar atento ao entendimento do outro, ouvindo-o em suas manifestações e, ao mesmo tempo, respeitando-o como igual e como diferente e, da mesma forma, trabalhar com atividades que visam ao conhecimento já produzido e que são apresentados em textos escritos, pintura, música, imagens, dramas encenados, cultos religiosos, discursos políticos, propagandas, etc.; trabalhar a ética que se estabelece nos modos de estar com o outro; trazer à cena questões da vida e dos seus sentidos.

No parágrafo anterior, dediquei-me a trazer um panorama das atividades educacionais que visualizo possíveis e desejáveis e que entendo passíveis de serem realizadas, em suas maneiras apropriadas, com qualquer pessoa, de qualquer idade, em qualquer disciplina ou situação de formação.

PESQUISA

A investigação que procede de modo fenomenológico é sempre qualitativa, uma vez que o foco para se conhecer o outro e a si mesmo é a vivência. Portanto, o presente de sua realização. Como foi explicitada nos itens anteriores, a vivência se dá no corpo-encarnado e no agora, percebida em sua imediaticidade. O “agora”, momento instantâneo do acontecimento, desliza para o já foi. Sendo assim, é preciso retomá-la, vivificando-a, no fluxo da lembrança (Barbariz, 2017), podendo ser expressa apenas pela linguagem. Estamos nos referindo aqui do modo pelo

qual o fenômeno é vivenciado e se mostra. Entende-se, portanto, que o mundo-vida (e tudo que abrange, inclusive o si-mesmo) é dado nas vivências do corpo-encarnado e vem a ser explicitado pela linguagem, em suas diferentes possibilidades de expressão.

É nesse entendimento que se encontra a importância da descrição em investigações qualitativas fenomenológicas. É um modo de ir à coisa, ela mesma, porém entendendo que ao nos referirmos a ela, já nos afastamos dela. E, mais do que isso. Valemo-nos de intermediário: a linguagem que veicula o vivenciado e compreendido no movimento de constituição do conhecimento.

Antes de focar as questões filosóficas implicadas no estudo da linguagem, vou expor como vejo o encontro da filosofia fenomenológica com a investigação do mundo da educação e o rigor do pesquisador para realizar uma investigação.

O ambiente da educação é subjetivo e também intersubjetivo e objetivo, como todo solo do mundo-vida em que habitamos. As atividades realizadas pelo aluno permitem que estudemos fenômenos situados que interrogamos. Por exemplo, como o aluno de 4/5 anos que reside em tal lugar e frequenta tal escola aprende a se posicionar na espacialidade, constituindo conhecimento geométrico? Detoni (2000) realizou uma investigação que mostra como procedeu e compreendeu esse fenômeno. Note-se que, nessa pesquisa, não se parte de a priori teóricos sobre aprendizagem, espaço, ideias geométricas. Mas se busca aquele que vivencia o fenômeno. Foram realizados e filmados encontros. Os filmes foram transcritos e analisados. Quero enfatizar que o rigor, baseado no cuidado do movimento da investigação, advém de estar atento à interrogação formulada. Esse rigor também solicita que seja explicitado o que se busca saber. Para tanto, realiza-se um exercício investigativo para esclarecer o que é perguntado, ficando-se atento às maneiras visualizadas de isso que se quer saber ser se mostrar. Perguntamo-nos: Como? Quais seriam os caminhos possíveis? Esse momento é o de investigar aonde ir, buscar pelos sujeitos significativos, ou seja os que vivenciam o fenômeno interrogado ou que explicitam, ao modo de conhecimento produzido, o que compreendeu dele. Neste último caso, são pesquisas que incidem sobre obras de autores (livros, filmes, arquitetura, etc.). Cada passo dado, que evidencia a escolha, há que ser explicitado como e por que foi dado desse modo. A escolha não é casual; não é também baseada em teoria da estatística que trabalha com probabilidade de acontecimentos. É analisada e refletida pelo pesquisador com seu grupo de pesquisa, ouvindo o que é dito na comunidade que trabalha com o assunto investigado.

Voltando à questão da linguagem que diz do compreendido. Apenas para evidenciar a dificuldade da pesquisa, vou focar, como exemplo, a descrição realizada em duas modalidades de linguagem: a escrita e a filmada.

O pesquisador pode gravar entrevistas. O sujeito entrevistado há que ser significativo. A entrevista não segue um questionário pré-elaborado, pois, neste caso, o pesquisador estaria direcionando o dito pelo entrevistado e partindo de a prioris. Há sim uma interrogação: a do pesquisador. Esta é transformada em pergunta disparadora da entrevista que, para ser realizada e gravada, há que haver concordância por escrito e assinada pelo entrevistado. Deve acontecer ao modo de um diálogo em que o pesquisador fique atento ao dito, ouvindo o exposto. Nesse ouvir, algumas pequenas intervenções podem ocorrer e cujo sentido se faz na realidade que está sendo vivenciada por ambos (pesquisador e entrevistado). Posteriormente, o pesquisador ouve muitas vezes a gravação até compreender o sentido do dito e passa a transcrevê-la, sem interpretações. Se a investigação não for documental, esse texto transcrito não retorna ao pesquisador, porque se busca estar o mais próximo possível de sua expressão primeira a respeito do perguntado.

A análise há que considerar a interrogação e o dito pelo sujeito significativo. E então uma dificuldade se evidencia. A linguagem falada é estruturada por palavras (que dizem) e pela gramática (que dá sustentação lógica à organização do veiculado pelas palavras). As palavras são polissêmicas. Carregam consigo sentidos de muitas vivências e de significados histórico-culturais que vem sendo explicitados ao longo do tempo. Mas também a pessoa que fala, busca por palavras apropriadas ao que quer dizer de sua vivência. Estabelece-se uma sintonia e uma dissonância. Sintonia, pois o sujeito significativo busca pelas palavras que possam dizer o que compreende. Dissonância, porque a palavra diz menos e diz mais do que quer dizer, por trazer consigo a historicidade dos sentidos articulados e expressos. Além disso, a gramática organiza. Pausas no falar o que querem dizer? O sujeito está pensando? Buscando palavras? É uma vírgula ou ponto que separam ideias?

Essa análise não pode tomar a linguagem como objetivamente dada e repetir o dito como excerto da fala do sujeito, exemplificando o que pretende mostrar como possíveis compreensões da interrogação formulada.

No caso de a descrição de um acontecimento ser relatado por um filme, há que se adentrar pela linguagem fílmica: cenas, movimentos, olhares, intencionalidades expressas pelos

personagens, luminosidade, profundidade e por aí vai. E há situações em que se filmam encontros com os sujeitos significativos e, neste caso, indico as investigações de Detoni (2000), de Marli (2013), Pinheiro (2018), como exemplos. Há casos em que se busca compreender o que um determinado filme diz.

Apenas descrever o fenômeno no modo pelo qual ele se dá a conhecer é importante para a realização da investigação fenomenológica, mas dela não há como se dar conta. É preciso a análise de cada descrição (falas de sujeitos, cenas de filmes) e realizar movimento de articulação das ideias compreendidas, bem como buscar convergências de ideias em ideias mais abrangentes, fortes no que trazem. Abre-se, então, para a interpretação das reduções que conduzem à compreensão das ideias abrangentes. Em Bicudo (2011), há a explicitação de modos de proceder em pesquisa qualitativa fenomenológica, conforme entendo. Exemplos desses procedimentos também são expostos nas teses e nas dissertações que oriento e que se encontram no site www.maricabicudo.com.br.

Dificuldades

Dificuldades de proceder à pesquisa desse modo? Muitas; ao mesmo tempo fáceis e difíceis de serem enfrentadas. Elas se encontram na mudança do olhar do pesquisador que deixa de olhar o mundo e suas coisas e objetos de modo natural, e passa a vê-los pelo olhar fenomenológico, assumindo que “da coisa” ou “da verdade última” não se pode dar conta e que sempre se vive no presente. A verdade absoluta, a nós humanos, não nos é dada, assim como não nos é dada a certeza de mantermo-nos vivos. Entretanto, enquanto pesquisador e educador responsável precisamos permanecer atentos e perseguir o rigor. É nessa mudança do olhar ou de visada que se aloja a dificuldade, pois trazemos impregnada a visão dominante da ciência do mundo ocidental, bem como do seu ideário; tomamos o real como objetivamente observável e visamos a certeza.

DANDO CONTA DO TÍTULO

Dei conta? Apenas os leitores podem responder.

Referências

Ales Bello, A. (2000). *A Fenomenologia do Ser Humano*. 1ª edição. Bauru: EDUSC.

- Ales Bello, A. (2016). Fenomenologia-Psicopatologia-Neurociências: e a Consciência? In M.A.V. Bicudo & A.E.A. Antúnez (Org.), *Fenomenologia, psicopatologia e neurociências: e a consciência?* (p. 54-114). São Paulo: Universidade de São Paulo.
- Ales Bello, Angela. (2001). “A formação da pessoa” In: Bicudo, M.A.B. & Belluzzo, R.C.B. (Orgs.). *Formação Humana e Educação*. Bauru: EDUSC.
- Ales Bello, Angela. (2015). *Pessoa e Comunidade. Comentários: Psicologia e Ciências do Espírito de Edith Stein*. Belo Horizonte: Ed. Artesã.
- Baier, T. & Bicudo, M.A.V. “mathematics in african cultural creations: open horizons to the world of mathematics education and the formation of the person.” In Bicudo, M.A.V. (2020). *Constitution and Production of Mathematics in the Cyberspace*. Cham, Switzerland: Springer International Publishing.
- Barbariz, T.A.M. (2017). *A constituição do conhecimento matemático em um curso de matemática à distância*. Tese de Doutorado, Instituto de Geociências e Ciências Exatas. Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”. Rio Claro
- Bernstein, Basil. (1975). *Class, Codes and Control: theoretical studies towards a Sociology of Language*. (1st published by Schcken Books). New York: Schoken Books.
- Bicudo, M.A.V. “Constituting mathematical knowledge being-with-media in cyberspace”. In Bicudo, M.A.V. (2020). *Constitution and production of mathematics in the cyberspace*. Cham, Switzerland: Springer International Publishing.
- Bicudo, Maria A.V. (1999). *Fenomenologia: Confrontos e Avanços*. São Paulo: Cortez Editora.
- Bicudo, Maria A.V. (2011). *Pesquisa Qualitativa: segundo uma visão fenomenológica*. São Paulo: Cortez.
- Bicudo, Maria A.V. (2016). *Fenomenologia e Direito*. Cadernos da EMARF, (v.9, n.1, p.1-174, abr./set.). Rio de Janeiro.[s.n.]
- Bondía, Jorge Larrosa. (2002). Notas sobre a experiência e o saber de experiência. *Revista Brasileira de Educação*, (19), 20-28. Disponível em: http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1413-24782002000100003&lng=en&nrm=iso. Acesso em: 03 May 2010 <https://doi.org/10.1590/S1413-24782002000100003>
- Bronfenbrenner, Urie. (1971). *Two Worlds of Childhood – USA and USSR*. 1st edition. London: George Allen & Unwin Ltd.
- Carr, D. (1970). “Translator’s Introduction.” In E. Husserl. *The Crisis of European Sciences and Transcendental Phenomenology*. 1ª edição. Evanston, Northwestern University Press, p. XV – XLIII.
- Derrida, J. (1994). *A Voz e o Fenômeno*. 1ª edição. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Editor, 117 p.
- Detoni, A.R. (2000). *Investigações acerca do espaço como um modo de existência e da geometria que ocorre no pré-reflexivo*. Tese de Doutorado, Instituto de Geociências e Ciências Exatas. Universidade Estadual Paulista. Rio Claro.
- Heidegger, Martin. (1992). *Que é uma coisa?* Trad. Carlos Morujão. Lisboa: Edições 70.

- Husserl, E. (2008). §73 Estudo da historicidade. Historicidade primeira. Anexo XXV ao § 73. In E. Husserl. 1ª edição. *A Crise das Ciências Europeias e a Fenomenologia Transcendental. Uma Introdução à Filosofia Fenomenológica*. Trad. Diogo Falcão ferrer. Lisboa: Phainomenon e Centro de Filosofia da Universidade de Lisboa, p. 9 – 559.
- Husserl, E. (2002). *Idee per una Fenomenologia pura e per una filosofia fenomenológica*. Trad. Enrico Filippini. Volume II. Torino: Einaudi.
- Husserl, E. (2008). Anexo II ao §9ª. In E. Husserl. 1ª edição. *A Crise das Ciências Europeias e a Fenomenologia Transcendental. Uma Introdução à Filosofia Fenomenológica*. Trad. Diogo Falcão ferrer. Lisboa: Phainomenon e Centro de Filosofia da Universidade de Lisboa, p. 9 – 559.
- John Finley Scott '55 *Reed Magazine. Reed College. Novembro de 2008*. (Consultado em 26 de abril de 2016)
- Kundera, Milan. (1984). *A insustentável leveza do ser*. 1ª edição. São Paulo: Companhia das Letras.
- Mead, G.H. (1934). *Mind, Self, Society*. Chicago: Chicago University Press.
- Merleau-Ponty, Maurice. (1990). *O primado da Percepção*. Campinas: Papirus.
- Moura, C.A.R. de. (1999). *Crítica da Razão na Fenomenologia*. 1ª edição. São Paulo: EDUSP.
- Pinheiro, J.M.L. (2018). *O movimento e a percepção do movimento em ambientes de Geometria Dinâmica*. Tese de Doutorado, Instituto de Geociências e Ciências Exatas – Universidade Estadual Paulista, Rio Claro.
- Silva, Marli Regina. (2013). *Um estudo fenomenológico sobre o conhecimento geométrico*. Tese de Doutorado, Instituto de Geociências e Ciências Exatas – Universidade Estadual Paulista, Rio Claro.

São Paulo, 17 de maio de 2020.

Enfoques narrativos en la investigación educativa brasileña²⁰

Maria da Conceição Passeggi

mariapasseggi@gmail.com

<https://orcid.org/0000-0002-4214-7700>

Universidade Federal do Rio Grande do Norte – UFRN

Universidade Cidade de São Paulo- UNICID

São Paulo, Brasil

Recibido: 11/05/2020 **Aceptado:** 19/05/2020

Resumen

El objetivo de esta reflexión es presentar las aperturas epistemológicas proporcionadas por los enfoques narrativos en el ámbito de la investigación cualitativa en Educación y más específicamente las direcciones que han tomado en Brasil. Para ello, consideraré como base los estudios que he realizado en los últimos veinte años y los caminos trazados junto con investigadores brasileños, europeos y de la latino-américa para la constitución del movimiento biográfico internacional. Presento, inicialmente, tres enfoques narrativos, en los que sitúo mi investigación: el de las historias de vida en formación (Pineau y Le Grand, 2012; Nóvoa y Finger, 2010; Dominicé, 2000), el de la investigación biográfica en la educación (Delory-Momberger, 2000; Peter Alheit, 2014) y el de la investigación (auto)biográfica (Passeggi, Souza, 2017; Abrahão, 2004). Trataré de discutir las afiliaciones de estos enfoques y me centraré, aunque sea brevemente, en dónde difieren y dónde coinciden. A continuación, examinaré los principios epistemológicos que subyacen a los tres tipos de apuestas que se infieren de estos planteamientos: una apuesta epistemopolítica, una apuesta descolonizadora y una apuesta pos disciplinaria, que sirven de base para esbozar lo que llamaré aquí paradigma narrativo-autobiográfico, centrado en la íntima relación entre "la vida, la experiencia vivida y la ciencia", tal como propone Dilthey (2010). Finalmente, discuto las promesas e incertidumbres del paradigma narrativo-autobiográfico, problematizando la forma en que la subjetividad (auto) entra muy tímidamente en la investigación educativa. Me centraré en algunas nociones arraigadas en la experiencia vivida por los actores sociales (adultos, jóvenes, niños), que justifican otra forma de considerar la singularidad y la subjetividad en los procesos educativos en una sociedad profundamente cambiante. Las consideraciones abiertas van en el sentido de destacar que el conocimiento producido en los enfoques constitutivos del paradigma narrativo-autobiográfico está enraizado en la vida y en la defensa de la vida.

Palabras clave: Enfoques narrativos. Paradigma narrativo-autobiográfico. Experiencia vivida. Reflexividad.

²⁰ O artigo vincula-se aos Projetos de pesquisa: (1) Passeggi, M. "Narrativa, educação e saúde: crianças, família e professores entre o hospital e a escola" (MCTIC/CNPq, Chamada nº 28/2018, processo n. 443695/2018-0); (2) Passeggi, M. "Narrativas, educação, saúde: epistemologia e métodos da pesquisa (auto)biográfica com crianças". (MCTI/CNPq Chamada nº 06/2019 (processo n. 307063/2019-4).

Abordagens Narrativas na Pesquisa Educacional Brasileira

Resumo

O objetivo da presente reflexão é apresentar aberturas epistemológicas propiciadas pelas abordagens narrativas no âmbito da pesquisa qualitativa em Educação e mais especificamente os rumos que elas tomaram no Brasil. Para tanto, considerarei como base os estudos que conduzi, ao longo dos últimos vinte anos, e os caminhos traçados em conjunto com pesquisadores brasileiros, europeus e das Américas para a constituição do movimento biográfico internacional. Apresento, inicialmente, três abordagens narrativas em educação, nas quais situo as minhas pesquisas: a das histórias de vida em formação (Pineau e Le Grand, 2012; Nóvoa e Finger, 2010; Dominicé, 2000), a da pesquisa biográfica em educação (Delory-Momberger, 2000; Peter Alheit, 2014) e a da pesquisa (auto)biográfica (Passeggi, Souza, 2017; Abrahão, 2004). Procurarei discutir as filiações dessas abordagens e focalizarei, ainda que brevemente, em que diferem e em que coincidem. Discutirei em seguida, princípios epistemológicos subjacentes a três tipos de apostas que se depreendem dessas abordagens: uma aposta epistemopolítica, uma decolonizadora e uma aposta pós-disciplinar, que servem de fundamento para esboçar o que denominarei aqui de paradigma narrativo-autobiográfico, centrado na íntima relação entre “a vida, a experiência vivida e a ciência”, conforme propõe Dilthey (2010). Finalmente, discuto promessas e incertezas do paradigma narrativo-autobiográfico, problematizando a forma como a subjetividade (auto) ingressa muito timidamente na pesquisa educacional. Focalizarei algumas noções enraizadas na experiência vivida dos atores sociais (adultos, jovens, crianças), que justificam uma outra forma de considerar a singularidade e a subjetividade nos processos educativos numa sociedade em profunda mutação. As considerações em aberto vão no sentido de destacar que os conhecimentos produzidos nas abordagens constitutivas do paradigma narrativo-autobiográfico se enraízam na vida e na defesa da vida.

Palavras-chave: Abordagens narrativas. Paradigma narrativo-autobiográfico. Experiência vivida. Reflexividade.

Narrative approaches in Brazilian educational research

Abstract

The objective of this reflection is to present epistemological openings, provided by narrative approaches in the scope of qualitative research in Education and more specifically the directions they have taken in Brazil. To this end, I will consider as a basis the studies that I have conducted over the last twenty years and the paths traced out together with Brazilian, European and American researchers for the constitution of the international biographical movement. I present, initially, three narrative approaches in education, in which I place my research: that of life stories in formation (Pineau and Le Grand, 2012; Nóvoa and Finger, 2010; Dominicé, 2000), that of biographical research in education (Delory-Momberger, 2000; Peter Alheit, 2014) and that of (auto)biographical research (Passeggi, Souza, 2017; Abrahão, 2004). I will try to discuss the affiliations of these approaches and will focus, even if briefly, on where they differ and where they coincide. I will then discuss the epistemological principles underlying three types of bets that are inferred from these approaches: an epistemopolitical bet, a decolonizing bet, and a post-disciplinary bet, which serve as a basis for outlining what I will call here a narrative-autobiographical paradigm, centered on the intimate relationship between "life, lived experience and science," as proposed by Dilthey (2010). Finally, I discuss the promises and uncertainties

of the narrative-autobiographical paradigm, problematizing the way the subjectivity (auto) enters very timidly into educational research. I will focus on some notions rooted in the lived experience of social actors (adults, youth, children), which justify another way of considering singularity and subjectivity in educational processes in a profoundly changing society. The open considerations go in the sense of highlighting that the knowledge produced in the constitutive approaches of the narrative-autobiographical paradigm is rooted in life and in the defence of life.

Keywords: Narrative approaches. Narrative-autobiographical paradigm. Lived experience. Reflexivity.

Introdução

O homem é um ser que se compreende interpretando-se, e o modo pelo qual ele se interpreta é o modo narrativo.
Paul Ricœur²¹

A pesquisa qualitativa, na pluralidade de seus enfoques teórico-metodológicos, fundamenta os conhecimentos por ela produzidos na percepção de quem narra, seja de agentes sociais, seja de pesquisadores, sobre os modos como veem a vida e os mais variados fenômenos situados na diversidade de contextos histórico-culturais. A experiência vivida e narrada torna-se pois a matéria prima, a fonte de investigação nas Ciências Humanas e Sociais. É nessa perspectiva, que ela propõe rupturas epistemológicas, há mais de um século, desde a publicação do consagrado livro de Thomas e Znanieck, em 1918, para o qual os autores recorreram às histórias de vida de imigrantes poloneses como um de seus instrumentos de pesquisa. Postas de lado por diversas razões, o uso dessa modalidade de narrativa pessoal, na pesquisa, ressurgiu, na Itália, com os trabalhos seminais de Franco Ferrarotti, que desde os anos 1950, propunha uma mirada crítica sobre as histórias de vida em Sociologia. Na França, são os estudos de Daniel Bertaux, iniciados nos anos 1970 em etnossociologia, que podem ser vistos como parte desse ressurgimento. Os dois autores, preocupados em demarcar esse novo momento, se afastam do termo histórias de vida. Ferrarotti (2014) propõe em substituição *método biográfico* e defende a sua autonomia como fonte primária de pesquisa. Bertaux (2010) prefere *narrativas de vida (récits de vie)*, para o estudo das práticas (artesanais, profissionais) de grupos sociais.

Como afirma François Dosse (2009, p. 249), se Bertaux e Ferrarotti, “malgrado suas divergências”, conferem à narrativa da experiência vivida valores heurístico e hermenêutico, arrancando-a da situação de descarte nas considerações científicas, por mais de 30 anos, é nos

²¹ Paul Ricœur, 2010, p. 220.

anos 1980, que a *virada narrativa* opera uma mudança paradigmática nas ciências sociais e humanas. Pois, para além de se considerar a narrativa como um método de pesquisa, uma técnica de recolha de fontes em Sociologia, Psicologia Social, História Oral, por exemplo, que as utilizavam para se aproximar da concretude dos acontecimentos vistos e narrados por quem viveu e sofreu sob seus impactos, trata-se de compreender a natureza da narrativa como “instrumento mental de construção da realidade” e de si mesmo. É essa descoberta que constitui para Bruner (1991, p. 5) uma “mudança de paradigma”. A preocupação central volta-se para o ato de narrar e como ele intervém na cognição humana, envolvendo aspectos sociohistóricos, biológicos, psíquicos, sociais na interação da pessoa que narra com o outro e com o mundo humano. Para Ricœur (2010, p.220), que se alinha a essa mudança paradigmática, o humano “é um ser que se compreende interpretando-se, e o modo pelo qual ele se interpreta é o modo narrativo”.

A comemoração dos 40 anos da Revista *Paradigma* me inspirou o desejo de retrair, para este número especial, uma síntese, ainda que imperfeita e provisória, de 40 anos do que chamarei de *paradigma narrativo-autobiográfico* na pesquisa qualitativa em educação. Para tanto, discutirei neste artigo três abordagens narrativas que se entrecruzam e se enriquecem mutuamente: a das *histórias de vida em formação* (Pineau e Le Grand, 2012; Nóvoa e Finger, 2010; Dominicé, 2000), a da *pesquisa biográfica em educação* (Delory-Momberger, 2000, 2005, 2014; Alheit; Daussien, 2006) e a *da pesquisa (auto)biográfica* (Passeggi, Souza, 2017; Abrahão, 2004). Essa entrada permitirá esboçar, na sequência, princípios epistemológicos subjacentes a três tipos de apostas que se depreendem dessas abordagens: uma aposta epistemopolítica, uma aposta decolonizadora e uma aposta pós-disciplinar, que servem de fundamento para esboçar o que denominarei aqui de paradigma narrativo-autobiográfico, ancorado na íntima relação entre “a vida, a experiência vivida e a ciência”, conforme propõe Dilthey (2010). Finalmente, discuto promessas e incertezas do paradigma narrativo-autobiográfico, problematizando a forma como a subjetividade ingressa muito timidamente na pesquisa educacional. Focalizarei algumas noções enraizadas na experiência vivida dos atores sociais (adultos, jovens, crianças), que justificam uma outra forma de considerar a singularidade e a subjetividade nos processos educativos numa sociedade em profunda mutação. As considerações em aberto vão no sentido de destacar que os conhecimentos produzidos nas

abordagens constitutivas do paradigma narrativo-autobiográfico se enraízam na vida e na defesa da vida.

Abordagens narrativas em educação

O indivíduo não é um sujeito por decisão divina, mas pelo esforço de se libertar de restrições e regras para organizar sua experiência. Ele é definido por sua liberdade e não por seus papéis.

Alain Touraine²²

Para quem se inicia na pesquisa qualitativa com enfoques biográficos e/ou autobiográficos em educação, é difícil deslindar confluências e divergências entre as mais diversas abordagens. Souza, Serrano y Ramos (2014, p. 684) consideram que “lo biográfico se ha convertido en el epítome de las ciencias sociales modernas y del saber educativo en general”. Então, por que discutir em que diferem ou se assemelham essas abordagens? Por que indagar suas filiações e ramificações na extensa produção científica em educação? Trata-se apenas de vislumbrar, como já mencionei, de retrazar o percurso histórico, no Brasil, e mais precisamente, nos últimos quase 30 anos²³, das histórias de vida em formação, da pesquisa biográfica em educação e da pesquisa (auto)biográfica.

Essas três abordagens trazem indícios de suas filiações e propósitos na forma como se dão a conhecer. A primeira delas opta por *histórias de vida*; a segunda por *pesquisa biográfica* e a terceira por *pesquisa (auto)biográfica*. O foco da primeira recai sobre a formação (*histórias de vida em formação*), o da segunda sobre a educação (*pesquisa biográfica em educação*), o foco da terceira é duplo: introduz o (auto) para sinalizar a presença da subjetividade em pesquisa e omite formação e educação, deixando o campo aberto para ambas.

Histórias de vida em formação. Essa primeira abordagem narrativa emerge nos anos 1980, há 40 anos, em universidades e centros de formação na França, Bélgica, Suíça, Canadá (Québec) e Portugal, no âmbito da formação permanente, ou continuada de adultos, institucionalizada no início dos anos 1970. Centrada na *formação de formadores* que deviam formar quem buscava (re)orientação profissional, ela nasce, como lembra Pineau (2006, p. 331), com os objetivos de explorar “o continente obscuro da autoformação ao longo da vida” e de

²² Touraine (1992, p. 178).

²³ Tomo como marco o artigo de Bueno, Catani, Souza, Sousa (1993) em que associam interpretações autobiográficas e formação de professores.

coinvestir em saberes experienciais na validação da experiência adquirida e na (re)construção de projetos de vida²⁴.

É nesse sentido, que o termo *em formação* permite demarcar, segundo Dominicé (2010, p. 179), a preocupação em “alcançar uma teoria da formação” ainda não explorada, ou inexistente. Nesse sentido, a pessoa em formação é concebida, ao mesmo tempo, como ator social e pesquisador de sua própria experiência. Como ator social, trata-se de contar e de refletir sobre seu percurso educativo; como pesquisador de investigar, compreender e sistematizar os processos de formação. Criam-se assim “condições para que a formação se faça na produção do saber e não, como até agora, no seu consumo” (Nóvoa, 2010, p.154). Essa mirada epistemológica, permite diferenciar o uso das histórias de vida como técnica ou instrumento de pesquisa, diferentemente do se faz em outras ciências, seja para a (re)construção de acontecimentos históricos (História Oral), seja para a compreensão de fenômenos, atitudes sociais ou culturais (Sociologia, Psicologia Social, Antropologia). Em educação, as *histórias de vida em formação* servem principalmente para *quem se forma*. Nesse sentido, um dos conceitos primordiais dessa abordagem é o de pesquisa-formação, em que o traço de união entre os dois termos torna indissociável a formação da reflexão investigativa (Pineau, 2005; Dominicé, 2000; Josso, 2010; Passeggi, 2016).

Alternam-se nessa abordagem as noções de *histórias de vida* e *biografia educativa* para se referir às narrativas escritas pelos adultos, formadores, em formação. A opção por histórias de vida busca evitar a vinculação com a grafia (presente em *autobiografia*) e com o eu (*auto*) para focalizar a *vida* (*bios*) (Pineau; Le Grand, 2010). A Escola de Genebra (Dominicé, 2000; Josso, 2010; Finger, 2014) opta por *biografia educativa* para sinalizar que o foco da escrita se concentra mais no percurso educativo do que na globalidade da vida. Por sua vez, a interação entre pares e com o formador, durante o processo de escrita, retiraria zonas mais pessoais ou intimista do eu (*auto*), daí a preferência por *biografia educativa*, entendendo a biografia como escrita (*grafia*) da vida (*bios*), numa perspectiva dialógica e coletiva. Para Pineau (2006, p.341), esse modelo “interativo ou dialógico” pressupõe que a construção de sentido não é nem redutível

²⁴ A vasta produção científica desta primeira abordagem se encontra concentrada na coleção *Histoire de vie en formation* (L'Harmattan), dirigida por Gaston Pineau, e em muitos números da Revista *Éducation Permanente*.

à consciência (ou ao inconsciente) de quem narra, nem à análise de quem lê (pesquisador), ela emerge na interação social no ato de narrar.

As *histórias de vida em formação* tornam-se uma referência em educação, no Brasil, a partir dos anos 1990, graças ao livro de António Nóvoa e Matthias Finger, publicado em 1988, em Portugal, e reeditado no Brasil em 2010, 2014. Durante 20 anos, o livro circulou entre nós sob a forma de cópias de livros já copiados, o que dificultava o seu acesso. O livro, reeditado no Brasil em 2010, reunindo artigos dos pioneiros das histórias de vida em formação²⁵, se tornou uma referência incontornável para a pesquisa e a prática pedagógica na formação inicial e continuada de professores.

A pesquisa biográfica em educação é a segunda abordagem narrativa que virá contribuir para os estudos e as pesquisas em educação, com base nas experiências vividas e narradas, a partir dos anos 2000. A *Recherche biographique en Éducation* é proposta por Delory-Momberger (2000, 2003, 2005), na França, no início dos anos 2000. Como já dissemos anteriormente, ao invés de centrar-se no âmbito da formação, ela amplia as indagações para as relações que os indivíduos estabelecem com as instituições escolares: “Como se encontram o mundo de experiências, figuras e expectativas que a criança, o jovem e o adulto em formação trazem consigo, e o mundo de conhecimento que as instituições educativas propõem?” (Delory-Momberger, 2014, p. 25). A autora se situa dentro de um escopo desenvolvido na Alemanha, seu país de adoção. De modo que ela filia a pesquisa biográfica em educação à tradição alemã da *Biographieforschung* e a faz remontar aos estudos de Wilhelm Dilthey (1833-1911) que, como se sabe, propõe o paradigma compreensivo (qualitativo) nas Ciências Humanas, em oposição ao paradigma explicativo (positivista) das Ciências Naturais.

Dilthey coloca no centro de sua reflexão sobre a ciência histórica, as modalidades pelas quais o homem se apropria de sua própria vida, fazendo da *reflexividade autobiográfica* o paradigma do “compreender” (*Verstehen*) e da *autobiografia* o modelo hermenêutico “das ciências humanas” (Delory-Momberger, 2005, p. 36, grifos da autora, tradução minha).

A entrada do biográfico em educação, em língua alemã, também acontece no limiar dos anos 1980. Delory-Momberger (2005) lembra que Dieter Baake e Theodor Shulze (1979), em seu livro, *Aprender a partir das histórias*, articulam os conceitos de *narrativa*, *aprendizagem*,

²⁵ Gaston Pineau e Adèle Chéné (Canadá), Pierre Dominicé, Marie-Christine Josso e Matthias Finger (Suíça), António Nóvoa (Portugal).

experiência e formação, noções chave da investigação biográfica. Para Shulze (1993) a aprendizagem é uma experiência interior, ao ser narrada ela traz informações para uma *pedagogia de orientação biográfica*.

Nessa direção, os estudos de Christine Delory-Momberger (2000, 2003, 2005, 2014, 2019) se caracterizam por seu profundo investimento na demarcação da *pesquisa biográfica em educação*, como uma vertente da pesquisa qualitativa, de uma pedagogia biográfica ou de um paradigma biográfico, na elaboração de um referencial teórico e conceitual para traduzir a capacidade antropológica pela qual o humano percebe e organiza sua vida em termos de uma razão narrativa. Esse trabalho biográfico, ou de *biografização*, mediante o qual o humano se torna quem ele é, torna-se um dos principais focos dos estudos de Christine Delory-Momberger, que assume a tarefa de fazer da pesquisa biográfica um campo de investigação, com princípios epistemológicos, nocionais métodos de investigação e de análise, daí o interesse do conjunto de sua obra para a compreensão e aprofundamento do uso que se faz de narrativas biográficas e autobiográficas na investigação científica.

A pesquisa (auto)biográfica é a terceira abordagem narrativa. Ela nasce, no Brasil, com essa denominação, em 2004, por ocasião do primeiro Congresso Internacional de Pesquisa (Auto)Biográfica (I CIPA, Porto Alegre), idealizado por Maria Helena Menna-Barreto Abrahão (Abrahão, 2004), que reuniu pesquisadores da Europa, Canadá, Ásia, Estados Unidos da América e Brasil em torno do biográfico e do autobiográfico. O CIPA, hoje na sua nona edição²⁶, se torna o marco inaugural e fórum de debates do movimento biográfico no Brasil, que passou a contar com a liderança de Elizeu Clementino de Souza²⁷, desde 2006, quando realizou, em Salvador, o II CIPA. O movimento continua a se fortalecer pela interação entre redes de pesquisa nacionais e internacionais e a ampliar seu escopo, o que se vê nos 6 (seis) eixos do congresso, a saber: 1) Dimensões epistemológicas e metodológicas da pesquisa (auto) biográfica; 2) Espaços formativos, memórias e narrativas; 3) Infâncias, narrativas e diálogos intergeracionais; 3) (Auto)biografias, narrativas digitais, história, literatura e artes; 4) Escrita de si, resistência e empoderamento; 6) Histórias de vida, gênero e diversidades.

²⁶ O IX CIPA se realizará na Universidade de Brasília em 2021.

²⁷ Destaco a grande contribuição de Elizeu Clementino de Souza na criação, em 2008, da Associação Brasileira de Pesquisa (Auto)Biográfica – BIOgraph < <https://www.biograph.org.br/> > e da Revista Brasileira de Pesquisa (auto)Biográfica - RBPAB (Qualis 3) < <https://www.revistas.uneb.br/index.php/rbpab> >

Qual o sentido do (auto) entre parênteses nessa abordagem com relação às duas primeiras? O (auto)biográfico é utilizado pela primeira vez no livro de António Nóvoa e Matthias Finger (2014) e aparece sempre associado a método: “O método (auto)biográfico e a formação”²⁸. O livro traz o texto de Franco Ferrarotti sobre “método biográfico” em sociologia²⁹, mas não encontrei no livro, salvo engano, as razões do (auto). Em 2016, numa dessas raras ocasiões tive a oportunidade de viajar ao lado do Professor António Nóvoa, num voo entre Porto Alegre e Santa Maria. Pedi-lhe que me esclarecesse essa opção. Tratava-se para ele de um assunto sobre o qual não havia investido há muitos anos³⁰. A intenção, em 1988, do (auto) devia-se ao aspecto subjetivo que o método biográfico adquiria em educação, ausente em sociologia. Os parênteses podiam também sinalizar que a subjetividade não era vista na perspectiva intimista do eu, uma vez que o foco do método estaria nas aprendizagens, no conhecimento de si e do outro e na transformação individual de quem se forma. No interior do livro, permanece a equivalência: “histórias de vida ou método (auto)biográfico” (Nóvoa, Finger, 2010, pp. 16, 151, 169,172).

Para Maria Helena Abrahão³¹, que concebe, no Brasil, o I Congresso Internacional de Pesquisa (Auto)Biográfica (I CIPA, 2004), a escolha do termo *pesquisa* se justificava para sinalizar o caráter científico do uso de narrativas em educação, questão crucial para sua legitimidade no começo da “aventura (auto)biográfica”. Por sua vez, o uso dos parênteses se referia, ao mesmo tempo, às narrativas biográficas e autobiográficas e chamar a atenção para a subjetividade na pesquisa. Por fim, eles podem ainda remeter à transposição de narrativas autobiográficas para biográficas, isso acontece quando o pesquisador transforma uma narrativa autobiográfica (oral ou escrita), que lhe foi oferecida por um participante, que narra sua vida, numa narrativa biográfica³², em que o pesquisador assume a autoria do texto.

²⁸ O livro foi reeditado no Brasil em 2010 e em 2014.

²⁹ Cf. Ferrarotti, “Sobre a autonomia do método biográfico” (2010, p. 31-58).

³⁰ De fato, em 2009, quando o Professor Nóvoa concordou com a reedição do livro no Brasil, ele sugeriu que só se justificaria se fosse considerada “como um clássico” e não como livro recente. Seu comentário inspirou a criação da série “Clássicos das Histórias de vida”, que coordeno com Elizeu Clementino de Souza e Christine Delory-Momberger, publicada pela Editora da Universidade Federal do Rio Grande do Norte (Edufrn). Agradeço ao Professor António Nóvoa a entrevista informal que me concedeu e espero que minha memória não nos tenha traído.

³¹ Agradeço a Maria Helena Menna-Barreto Abrahão pelas horas de discussão em torno da pesquisa (auto)biográfica quando do estágio de pós-doutorado que realizei com ela na PUCRS, em 2011-2012.

³² Cf., por exemplo, capítulos do livro *Destacados educadores brasileiros: suas histórias nossa história*. organizado por Abrahão (2016).

O que se observa é que, talvez por transferência, os parênteses são deslocados e de forma, às vezes, aleatória para “narrativas (auto)biográficas”, sem que se explique a razão desse uso. Posso ter contribuído para esse uso, quando propus diferenciar a narrativa (auto)biográfica (oral ou escrita) das “escritas de si”, que se caracteriza como uma produção escrita (Passeggi, 2010). O que desejo defender a favor do auto (sem parênteses) é o percurso histórico dos 13 séculos que separam o termo biografia (Séc. V) da criação do termo *autobiografía*, que só surge entre os séculos XVIII e XIX (Pineau e Le Grand, 2012). Essa criação faz parte do processo civilizatório, que “autoriza” a inclusão e legitima o eu (auto) em Literatura. A culpa é de Rousseau! Para Dilthey (2010, p.177), “Rousseau quer alcançar sobretudo o direito ao reconhecimento de sua existência individual”. A revolução causada por *As Confissões*, publicado entre 1782 e 1789, é a do eu, que se coloca a nu diante de seus contemporâneos, contrariamente às *Confissões*, de Sto. Agostinho, em que o autor se confessa a Deus. A revolução proposta por Rousseau é a de que o cidadão comum também pode escrever sobre a própria vida.

A “autobiografia”, como se sabe, é um gênero consagrado em Literatura, cujas condições de escrita diferem daquelas praticadas nas abordagens aqui apresentadas, por essa razão evito usar o termo autobiografia. A profusão de termos encontrados na produção científica nessas três abordagens, continua a crescer à medida em que se aprofundam estudos e se diversificam as pesquisas. É o que me leva a optar pela *narrativa*, como o termo mais abrangente, e pelo adjetivo *autobiográfica*, para demarcar sua especificidade no amplo universo das narrativas.

É importante sublinhar que a pesquisa (auto)biográfica, no Brasil, nasce híbrida, múltipla, diversa. Ela se inspira nas duas primeiras abordagens e cresce com a contribuição de pesquisas em diversas áreas do conhecimento que com elas se identificam: história oral, sociologia, saúde, literatura, artes, formação de professores etc. Podemos melhor compreender essa diversidade dentro do espírito comunitário, ou seja o da partilha, da convivência e da coexistência das diferenças que se enriquecem mutuamente e que opera na e contra os perigos de hegemonias, catequeses e tabus. É nesse sentido que entendo a especificidade das abordagens narrativas abordadas, inclusive a de outras vertentes que não pude discutir aqui como é o caso da *investigación biográfico-narrativa*, desenvolvida por pesquisadores de países ibero-americanos (Bolívar, Segovia, 2019; Suárez, 2014), cuja força se evidencia no recém-lançado

Programa de *Doctorado en Investigación Narrativa y Autobiográfica en Educación*, oferecido pela Universidad Nacional de Rosario, e coordenada pelos professores Luis Porta e Daniel Suárez na cidade de Mar del Plata, na Argentina. A primeira promoção (2019) acolhe 100 estudantes provenientes da Argentina, Colômbia, Chile, Uruguai, México, Brasil e Equador. A outra abordagem é a da *narrative inquiry* e da *biographical research* de orientação anglo-saxônica³³.

Que pontos em comum partilham todas elas? Em primeiro lugar, a defesa de que as narrativas autobiográficas são suscetíveis de propiciar à pessoa que narra um processo de reinvenção de si, na direção da autonomia e de empoderamento (formação). Em segundo lugar, o reconhecimento de seu valor heurístico como método de pesquisa científica para a compreensão dos processos de formação ao longo da vida (*life learning*) e em todos aspectos da vida (*lifewide learning*). Essa virada paradigmática enfatiza, sobretudo, a complementaridade das histórias de vida em formação, da pesquisa biográfica em educação e da pesquisa (auto)biográfica, o que permite pensar num paradigma narrativo-autobiográfico que religue a vida (bio), as reinvenções de si (auto) e o discurso científico (grafia).

Paradigma narrativo-autobiográfico em educação

A autobiografia é a forma mais elevada e mais instrutiva, na qual a compreensão da vida vem ao nosso encontro.

Wilhelm Dilthey³⁴

Thomas Kuhn (1922-1996), em seu livro *A estrutura das revoluções científicas*, publicado em 1962, afirma: “Considero ‘paradigmas’ as realizações científicas universalmente reconhecidas que, durante algum tempo, fornecem problemas e soluções modelares para uma comunidade de praticantes de uma ciência” (Kuhn, 1997, p.13). Ao associá-los à comunidade científica, Kuhn caracteriza a natureza das ciências como construções sociais, históricas, culturais, desmitificando sua objetividade e neutralidade para “alcançar a verdade”. Os paradigmas emergem, se estabilizam, entram em crise, são abandonados com a emergência de um novo paradigma e a adesão da comunidade científica.

³³ Para uma percepção mais abrangente dessas abordagens, a Revista Brasileira de Pesquisa (Auto)Biográfica publicou diferentes dossiê sobre esses enfoques em diferentes continentes: Dossiê sobre Europa e América (n.9, 2018); Dossiê sobre a América Latina (n.8, 2018); Dossiê sobre a Ásia (n.12, 2019) <<https://www.revistas.uneb.br/index.php/rbpab>>

³⁴ Dilthey, 2010, p.178.

Para Dilthey (2010, p. 95), “Vida, experiência de vida e ciências humanas encontram-se, assim, em uma conexão interna estável e em uma relação de reciprocidade”. Se isso é verdade, trata-se de perguntar: Por que razão se demorou tanto tempo para se considerar a vida, a experiência de vida e a reflexão sobre elas nas ciências da educação? Se a educação intervém para provocar mudanças, como compreendê-las sem passar pelas narrativas de quem aprende, onde maturam saberes, querereres, deveres e poderes. Narrar é preciso! Escutar ainda mais.

Essas questões estão na base da virada narrativa nos anos 1980, tributária do esgotamento de paradigmas dominantes nas ciências humanas e sociais em vigor nos anos 1960, que tendiam a descartar o sujeito e sua capacidade de reflexividade, de tomada de consciência de si e do poder de resistência e emancipação. Do ponto de vista sociológico, foi necessário o reconhecimento de movimentos sociais organizados, que explodem em 1968 e passam a operar a favor das rupturas com esses paradigmas. Como afirma Alain Touraine (1977, p. 67), as reivindicações desses movimentos obrigaram as ciências sociais a escutar o que os estudantes, mulheres, migrantes, ecologistas tinham a dizer e a encontrar novas formas de pesquisa de modo a serem “capazes de dar voz aos "analisados" e de ser usada “em benefício dos dominados”. A reflexão de Touraine sobre essa inflexão paradigmática é antes de tudo provocadora quanto a quem detém o saber-poder sobre temas tão delicados e tão humanos em ciências? Afinal para quem, ou a quem, servem as ciências humanas e sociais? Uma mirada ética problematiza os paradigmas adotados não apenas quanto à sua produção científica, mas sobre os impactos sociais da pesquisa. Trata-se então de encontrar formas mais legítimas para escutar e fazer ouvir o que dizem as pessoas “comuns” sobre a vida e as experiências vividas no cotidiano. Essa preocupação marca a “virada narrativa” como parte da solução do problema.

Para Brockmeier e Harré (2003, p. 526), “a origem do interesse pela narrativa nas ciências humanas parece ser a “descoberta”, na década de 1980”. Por essa razão, as narrativas orais e escritas tornam-se “um parâmetro linguístico, psicológico, cultural e filosófico fundamental para nossa tentativa de explicar a natureza e as condições de nossa existência”. Como afirmava Barthes, em meados dos anos 1960, a narrativa “começa com a própria história da humanidade e nunca existiu em nenhum lugar e em tempo nenhum, um povo sem narrativa”. Sua universalidade é visível na infinita diversidade de seu uso nas práticas humanas: *narrativas* jurídicas, literárias, bíblicas, históricas, científicas, ficcionais, anedóticas, jornalísticas, midiáticas, ideológicas, folclóricas, políticas, digitais etc.

É dentro dessa infinita variedade de narrativas, que a pesquisa (auto)biográfica faz um recorte e opta pelas narrativas biográficas e autobiográficas como objeto de investigação. A noção de *biografização* substitui a noção de narração para demarcar melhor o campo científico. Deriva dessa noção duas outras a de *autobiografização* e de *heterobiografização*. Esta última se refere ao que aprendemos com a experiência do outro, contada oralmente ou por escrito. Admito que, do ponto de vista ontológico, os processos de *heterobiografização* precedem os outros dois. A criança aprende a narrar sua história com base nas estruturas e interpretações das narrativas que escuta. Na vida do adulto não é diferente. Provém daí a “potencialidade didática” das narrativas (experienciais, bíblicas, folclóricas, mitológicas, literárias, midiáticas, jurídicas etc.), pois são elas que dão acesso, e também moldam (formam, deformam) as narrativas de si. Somos, historicamente, o emaranhado de histórias que (ou)vimos/lemos/narramos ao longo de nossas vidas. A importância da reflexividade narrativa, quando ela se torna crítica, é permitir o devido distanciamento hermenêutico para efetuar a travessia que promove a consciência histórica e da historicidade para nos afirmar como seres sociais singulares.

Delory-Momberger, guiada por preocupações epistemológicas, terminológicas e nocionais, dirigiu recentemente uma obra monumental, o *Vocabulaire des Histoires de Vie et de la Recherche Biographique* (Érès, 2019), reunindo pesquisadores de abordagens narrativas (*Histoires de vie en formation, Recherche biographique, Pesquisa (auto) biográfica, Investigación biográfico-narrativa, Biographical researche, Biographieforschung*) na Europa e nas Américas, para elaborar as diferentes entradas sobre: noções, procedimentos de pesquisa; campos de atuação; correntes teóricas; práticas de formação. Trata-se de interrogar a experiência humana na sua complexidade: ao mesmo tempo antropológica e histórica; social e psíquica; educativa e política.

Há *narrativa autobiográfica*, quando a pessoa que narra faz uma reflexão sobre sua própria vida e a experiência vivida, geralmente, escrita na primeira pessoa: eu (auto). Há *narrativa biográfica*, quando o foco da narrativa recai sobre a vida e a experiência de outrem, em geral, escrita na terceira pessoa (ele, ela, eles elas) atenuando-se a presença de quem narra. A vantagem das noções de *narrativa autobiográfica, narrativa da experiência, narrativa de vida* é, por um lado, a sua abrangência. Elas incluem todas as modalidades de narrativas de si: autobiografias, histórias de vida, biografias educativas, diários, memoriais, depoimentos, relatos... Por outro lado, elas podem variar de extensão sem perder a sua essência. Bertaux

(2010, p. 18, grifos do autor) define uma concepção minimalista de narrativa: “existe narrativa de vida desde que haja descrição sob *forma narrativa* de um fragmento da experiência vivida”.

Com base no que venho argumentando, são três as apostas e muitos os desafios e incertezas do paradigma narrativo-autobiográfico: uma aposta epistemopolítica, uma aposta decolonizadora e uma aposta pós-disciplinar.

Aposta epistemopolítica. O neologismo, criado por Pineau e Le Grand (2012), sugere que a epistemologia deve ser indissociável de uma visão política na pesquisa educacional. É por essa razão que se aposta no reconhecimento e legitimidade da capacidade humana, da infância à adultez, de fazer uso da reflexividade autobiográfica sobre o que acontece e o que nos acontece. Para Paulo Freire (1992), subestimar o conhecimento que necessariamente resulta da reflexão sobre a experiência sociocultural dos indivíduos é tanto um erro científico quanto a manifestação equivocada de uma ideologia elitista em ciência. Afinal, para quem serve a prática dessa reflexividade sobre si e sobre a vida? Para o pensamento latino-americano (Reis; Domingos, 2013) há um consenso sobre o que se chamou de educação *conscientizadora* ou *libertadora*, proposta por Paulo Freire, no início dos anos 1960, há quase 60 anos, se caracteriza como uma (r)evolução paradigmática que nasce na sua concepção de prática pedagógica para inspirar politicamente atitudes reivindicatórias nas ciências sociais e humanas comprometidas com a transformação social com base na liberação de amarras e de empoderamento, contra a noção de sujeito assujeitado, seja ao determinismo social, seja ao inconsciente.

Assim como para Dominicé (2010), a formação serve primeiramente para quem se forma, tenho a convicção de que a pesquisa educacional serve primeiramente para quem narra e para quem pesquisa pela interação dialógica entre eles o mundo da vida e a sistematização científica. Só depois é que esse conhecimento serve para a ciência e a comunidade científica, que o avalia e coloca a serviço da sociedade. Admitir a legitimidade desse percurso é *per se* provocador de rupturas com paradigmas anteriores, que centrava a primazia da ciência e não a das pessoas que fazem a ciência. Considero que essa mudança de atitude se justifica para evitar que jovens pesquisadores sejam induzidos a esquecer a finalidade humana e a perspectiva ética da pesquisa, ao priorizar o método, os instrumentos, os resultados da pesquisa, por vezes, a obtenção de prêmios ou de grau acadêmico. Defendo a tese segundo a qual o centro da pesquisa é essa interrogação sobre a conectividade entre a pessoa (auto), a vida (bio) e o discurso das ciências (grafia).

A *aposta decolonizadora* está intimamente articulada com a primeira, pois ela é igualmente política, no sentido em que visa romper as amarras de paradigmas anteriores que impedem avançar na direção dessa conectividade entre a pessoa (auto), a vida (bio) e o discurso científico (grafia). Para Bruner (1997, p. 27), a produção do conhecimento provém de dois modos de pensamento: o modo paradigmático (lógico-científico) e o modo narrativo (subjetivo). O primeiro se esforça para atingir o ideal de um sistema formal de descrição e explicação. O segundo tenta situar narrativamente as experiências, articulando um duplo ponto de vista: uma paisagem externa que é a da ação e uma paisagem interna que é a da consciência, da intencionalidade, da memória: "O que sabem as pessoas sobre a vida? O que dizem sobre ela? O que fazem nela, por ela, contra ela?"

O modo paradigmático estaria em consonância com a epistemologia consagrada pela ciência moderna em seu esforço de desmistificar dogmas para alcançar a verdade, apoiando-se na produção de evidências lógicas e/ou empíricas. O modo narrativo, por sua vez, estaria enraizado no mesmo princípio de inteligibilidade narrativa sobre o qual Dilthey fundou uma epistemologia compreensiva e não explicativa das ciências humanas. A distinção de Bruner entre os modos paradigmáticos e narrativos pode ser aproximada da proposta de Boaventura de Sousa Santos (2002) entre uma "epistemologia do Norte" (paradigmática) e uma "epistemologia do Sul" (narrativa), pós-colonial ou decolonizadora. Pois para Santos (2002), "a ciência moderna consagrou o homem como sujeito epistêmico, mas o expulsou como sujeito empírico". É com base nessa dicotomia que se opõe, ou se dá primazia ao sujeito racional e abstrato, e se descarta o sujeito empírico ou da experiência na pesquisa científica, exigindo-se a separação do eu (auto) de carne e osso; da vida (bios) e da narrativa científica (grafia).

O paradigma narrativo-autobiográfico, adota fundamentalmente o modo narrativo e se caracteriza como uma epistemologia do Sul, pela legitimidade e respeito a quem narra. Seria ilógico, se a ciência procurasse ouvir a maioria silenciosa, ou silenciada, cuja palavra é socialmente negada, para excluir do seu discurso essa palavra, ou nada fazer por quem narra. Esses questionamentos são válidos para interrogar a forma como os dois modos de pensamento estão presentes, e em graus diferentes, na pesquisa. A vitalidade do paradigma narrativo-autobiográfico em educação se deve sem dúvida ao fato de que ele abre oportunidades para se aprender com o Sul.

A *aposta pós-disciplinar*, que aqui defendo, se inspira no pensamento de Franco Ferrarotti (2014), em suas reflexões sobre a autonomia do método biográfico nas ciências sociais. Para Ferrarotti, o ser humano constrói um conhecimento global e holístico sobre si mesmo e sua sociedade, por essa razão o autor se aproxima dos Estudos culturais:

[...] o método biográfico e os *Cultural studies* encontram-se numa mirada comum, eles estão para além das divisões disciplinares. Nem multi, nem inter, nem transdisciplinar, mas pós-disciplinar. Isso quer dizer que **é preciso ir buscar instrumentos heurísticos e metodológicos no lugar onde eles se encontram**: na história social, na filosofia, na antropologia social e cultural, na etnografia, na psicologia e na psicanálise, mas também na literatura e na poesia (Ferrarotti, 2014, p. 25, apud Passeggi, Braga, 2014, p.152, grifos meus).

Essa longa citação de Ferrarotti sintetiza a essência desta terceira aposta. Entendo que o caráter de globalidade da narrativa autobiográfica é subjacente à inteireza do humano que a ciência fragmenta para estudá-lo. A consciência da historicidade resultante dos processos heurísticos e hermenêuticos subjacentes à reflexividades autobiográfica, faz apelo à uma mirada pós-disciplinar. Nesse sentido, o paradigma narrativo-autobiográfico facultaria a quem pesquisa o direito de ir e vir na busca de instrumentos heurísticos e hermenêuticos para melhor compreender o humano e sua ação no mundo. Trata-se de considerar como um direito universal, em pesquisa, navegar “na história social, na filosofia, na antropologia social e cultural, na etnografia, na psicologia e na psicanálise, mas também na literatura e na poesia”, para aprimorar o discurso científico (grafia) a favor da vida (bio) e de cada ser humano na sua singularidade (auto).

Ao considerar essas apostas em meu estudos, notadamente, quando passei a interrogar a reflexividade autobiográfica, na infância, dei início a estudos sobre as diferentes dimensões da constituição da subjetividade.

O sujeito autobiográfico

Para Delory-Momberger (2014), Theodor Shulze considerava a biografia em três níveis: “a biografia como *realidade vivida* (o *bios*), a biografia como *texto*, e a biografia como *processo de formação*” (2014, p. 331, grifos da autora). Nesse sentido, Schulze propõe a noção de *sujeito biográfico* no entrecruzamento de dois níveis: a “biografia como vida e a biografia como texto”. Tenho preferido ultimamente denominar *sujeito autobiográfico* em função do que venho expondo até aqui. Quero propor que em cada um desses níveis se constituiria uma das dimensões

da subjetividade: na biografia como vida, encontramos o *sujeito da experiência*, na biografia como formação o *sujeito epistêmico*, e na biografia como texto o *sujeito autobiográfico* que se constitui, na(s) e pela(s) linguagem (ns) numa estreita relação com o sujeito epistêmico e da experiência.

A inscrição do Oráculo de Delfos é inegavelmente uma referência no mundo ocidental: “Conhece-te a ti mesmo e conhecerás os deuses e o universo”. Encontram-se nela amalgamados o *sujeito do autoconhecimento* (autobiográfico), “Conhece-te a ti mesmo!” e o *sujeito do conhecimento* (epistêmico). Assim, ao conhecer a natureza do ser humano, serás capaz de conhecer quem tem o poder (os deuses) e o que o rodeia (o universo). Mas, primeiramente, é preciso existir! Assim, surge o *sujeito da experiência* (empírico, de carne e osso). Sua singularidade, repousa na sua vida, na sua existência, que vai do seu nascimento à sua morte, nesse intervalo ele age e padece sob o impacto de leis biológicas e culturais, recompondo-se e se auto(trans)formando continuamente no ato de autobiografar.

Sobre o sujeito epistêmico e empírico muito já se escreveu, meu objetivo é apresentar o sujeito autobiográfico, justamente porque é muito timidamente que se dá a ele o direito de fazer sua entrada no mundo científico. O que gostaria de ressaltar, em primeiro lugar, é que o sujeito autobiográfico permite religar o sujeito epistêmico (abstrato, racional) e o sujeito empírico (da experiência).

Para Boaventura de Souza Santos (2002, p. 81), “A ciência moderna consagrou o homem como sujeito epistêmico, mas expulsou-o enquanto sujeito empírico” o que levou a privilegiar o sujeito abstrato (racional, objetivo) em detrimento do sujeito empírico, concreto (de carne e osso). Essa primazia, também expulsou a palavra da criança, da mulher, do negro, do pobre ... em função da “estreiteza” do seu pensamento, da insuficiência de seus modos de expressão, atravessada mais pela emoção do que pela razão. Entendo, portanto, que o sujeito da experiência age e padece no mundo, o sujeito epistêmico metaboliza as experiências na busca de uma lógica ou de coerência para suas ações e o sujeito autobiográfico metaboliza o que os dois outros lhe oferecem, transformando a experiência e o conhecimento numa narrativa, que o ajuda a agir e a interagir no mundo, com o outro e consigo mesmo. O que resulta para mim desse exercício filosófico sobre as três dimensões do sujeito – epistêmico, da experiência e autobiográfico - é que o sujeito autobiográfico religa no processo de *autobiografização*, o sujeito epistêmico e da experiência, oscilando e/ou priorizando um dos dois. Mediante o uso da linguagem (oral, escrita,

digital, gestual, icônica...), ele se transforma em narrativa, poesia e história. Sua essência não é pois a vida (bios), mas a narrativa (texto), na qual e pela qual ele se torna um outro (reinventa-se). “Não sou pior, nem melhor. Por enquanto sou historicamente quem sou”.

O estudo do sujeito autobiográfico nas abordagens narrativas pode se realizar em quatro grandes eixos (Passeggi, 2011). O primeiro eixo considera as narrativas autobiográficas como um *fenômeno antropológico* (Narrar é humano!). Ele responde à seguinte pergunta: *Como cada ser humano se torna quem ele é?* O segundo eixo utiliza as narrativas como *método* de investigação qualitativa, indagando-se sobre práticas e ações sociais, não para produzir conhecimento sobre elas, mas para perceber como os indivíduos dão sentido às suas ações no mundo (Escutar para compreender!), ele responde à pergunta: *Como recolher e analisar fontes autobiográficas e o que fazer com elas?* O terceiro eixo faz uso dessas narrativas como dispositivos de pesquisa-formação, instituindo a legitimidade do conhecimento (r)elaborado pela pessoa que ao narrar se forma (Narrar é preciso!). Ele responde à pergunta: *Como a pessoa que narra se(trans)forma ao narrar?* Finalmente, o quarto eixo estuda a natureza e a diversidade discursiva das escritas de si. Encontram-se aqui os estudos sobre as linguagens em que os humanos se dão a ler como narrativas produzidas nas línguas naturais (português, francês, tupi, iorubá, mandarim etc.) e em outros suportes semióticos: fotobiografia, videobiografia, iconografia, autobiografismo, ludobiografografia.... (Modos de narrar!) Esse eixo responde à pergunta: *Como o humano se compreende e se deixa ler nos diferentes suportes semióticos narrativos.*

Considerações em aberto: promessas e incertezas

Nós entendemos por consciência histórica o privilégio do homem moderno: o de ter plenamente consciência da historicidade de todo presente e da relatividade de todas as opiniões.

Hans-Georg Gadamer³⁵

Um paradigma não é, em princípio, nem superior, nem inferior ao anterior, ele apenas responde melhor, provisoriamente, às interrogações diante do esgotamento de possibilidades das respostas oferecidas até então. Consciência da relatividade, como afirma Gadamer na epígrafe acima, assenta-se no bom uso da reflexividade narrativa enquanto capacidade crítica para alcançar a consciência histórica, considerada, pelo autor, como um privilégio do homem

³⁵ Gadamer, 1996, p. 23.

moderno. Ricœur (1994), ao discutir a estreita relação entre tempo e narrativa, propõe uma “hermenêutica da consciência histórica”, situando-a entre a permanência do passado no presente e o horizonte de expectativa, inquietações sobre o devir, incluindo o temor e a esperança. Essas são as promessas do trabalho autobiográfico crítico e reflexivo e dos desafios das apostas epistemológicas do paradigma narrativo-autobiográfico.

Em educação, a diversidade disciplinar, a multiplicidade de métodos, a confluência de teorias conduzem à coexistência de paradigmas, assim como convivem as pesquisas quantitativas e qualitativas para responder a questões humanas, organizacionais e de políticas governamentais. Mas é também inegável o quanto há de resistência às mudanças no edifício que se conseguiu, finalmente, erguer em educação com fragmentos de sua extensa diversidade: o ensino e suas especificidades, a organização curricular, a distribuição dos níveis de escolaridade, a percepção do desenvolvimento humano, a formação de professores, gestores, as políticas educacionais de gestão, inclusão, equidade, para os quais concorrem a história, a sociologia, a filosofia, antropologia, psicologia e as políticas públicas. Uma grande parte desse edifício foi construída com base em padrões de idade, de estágios de desenvolvimento, de modelos de transmissão/mediação de conteúdos escolares, com finalidades de preparar para o trabalho (ensino técnico profissionalizante) e/ou ensino superior (universidade). Dominicé (2010, p. 200) admite que teria se evidenciado em suas pesquisas que “a maioria das questões pedagógicas era organizacional antes de ser teórica: que a aplicação de modelos pedagógicos se fazia frequentemente não só desprezando os contextos de intervenção mas também ignorando as pessoas a quem essa ação se dirigia”. As crenças, normatizações e proposições que orientam a edificação dos aparatos educacionais têm também o poder de enclausurar a vida, a experiência de vida e suas conexões com a subjetividade de quem vive as aprendizagens, dissidências, sucessos, fracassos, medos, pressões e conflitos. Essa percepção da pessoa na sua singularidade faz parte de assuntos ditos transversais, dos quais a educação escolar se esquiva, e eles terminam por passar de fato despercebidos, inclusive por receio de doutrinação, catequeses, tabus. Nada é simples quando se trata de considerar a pessoa em formação na sua inteireza, e muito menos exigir dela uma expertise para a qual não recebeu formação.

A humanidade vive, em 2020, uma virada, provocada pelas condições sanitárias postas a nu no enfretamento à pandemia mundial da covid-19, e longe estamos de perceber onde levará. Evito adentrar aqui nas especificidades da situação de calamidade pública em que se encontra o

Brasil. Detenho-me no apelo a que se escreva sobre os impactos emocionais, sociais, afetivos, laborais... por ela provocados e a necessidade de buscar soluções para os desafios que conjuguem o diálogo entre educação e saúde, escola e família, estudantes e professores, para enfrentar tais impactos e os riscos do isolamento compulsório e prolongado, do abandono, mas também das mudanças na vida cotidiana de cada pessoa em seu *habitat*.

Ao longo do texto, defendi a tese da legitimidade de um paradigma narrativo-autobiográfico e de um sujeito autobiográfico para a pesquisa e conseqüentemente para as práticas educacionais. Malgrado a dificuldade e a diversidade de questões envolvidas na construção do edifício educacional é importante que se atente para situações limites como a que se vive atualmente. A questão que sempre me pareceu não adequada é a opção pelo abstrato, ou a generalização (estudantes, professores, homens, mulheres, crianças, escolas, políticas) para tratar em educação dos seres humanos e estudar suas circunstâncias. A subjetividade só aparece quando se busca um rosto: *Quem é? Quem foi?* Seja para louvar ou para punir. E quando a pessoa surge na sua individualidade é que se percebe a relação entre o acontecimento, existência, resistência e a vida.

Defendi o escopo da subjetividade com o propósito de interrogar, justamente, o que dificulta seu ingresso nas ciências educacionais. Concordo que uma concepção subjetivista, individualista, intimista do sujeito pode ser reducionista, podendo justificar a sua ausência e a opção pelo objetivo. Mas, por onde andam Maria, José, Claudyane, Wesley, Lucas? Desaparecem massa amorfa de alunos, estudantes, jovens que se dissolvem na generalidade. Do ponto de vista da pesquisa, concordo com Ferrarotti (2014, p. 106, grifos do autor) quando afirma que “a *subjetividade* imanente a qualquer narrativa ou documento autobiográfico – porque, não o esqueçamos, os materiais utilizados são, em sua maioria, autobiográficos – é escamoteada por uma hermenêutica da biografia que só utiliza seus aspectos objetivos”. Essa tipo de leitura dos documentos escolares também orienta as decisões e tende a atenuar a presença da subjetividade no discurso institucional.

A entrada da subjetividade em educação se dá de forma mais consistente no âmbito da *formação*, assim como foi o caso das *histórias de vida em formação*, que inspirou os trabalhos sobre a formação de professores. Falta interesse pela subjetividade ou nos faltam meios para levá-la a sério? Quando iniciei, em 1998, meus estudos sobre os memoriais, tipo de escrita de longa tradição no ensino superior brasileiro desde os anos 1930 (Câmara, 2012). Quando

publiquei os primeiros resultados dessas pesquisas (Passeggi 2000), uma busca na Web, em 2000, o texto aparecia em primeiro lugar entre os dez ou 15 resultados encontrados. Por curiosidade, acabei de fazer uma busca, com o mesmo descritor, na Web, e o que se lê é: “Aproximadamente 12.500.000 resultados (0,31 segundos)”.

Esse resultado encorajador desejo atribuir ao percurso das abordagens narrativas e do movimento biográfico, desenvolvidos por pesquisadores em âmbito internacional, responsáveis pela extensa literatura produzida nos últimos 40 anos. A dialética entre a vida, a experiência vivida e a ciência é a ideia central que defendemos como o fundamento central do paradigma narrativo-autobiográfico. Essas modestas considerações, em aberto, vão no sentido de destacar que os conhecimentos produzidos nas abordagens constitutivas do paradigma narrativo-autobiográfico se enraízam na vida e na defesa da vida. O que válido para o indivíduo que narra é válido para sociedade e vice-versa.

Referências

- Abrahão, M.H. (2004). (Org.) A aventura (auto)biográfica. Teoria e empiria. Edpucrs, Brasil.
- Alheit, Peter; Daussien, Bettina. (2006, jan./abr.). Processo de formação e aprendizagem ao longo da vida. Educação e Pesquisa, São Paulo (volumen. 32, n. 1), p. 177-97.
- Barthes, R. (1966) Introduction à l'analyse structurale des récits. Communications (8) pp.1-27, Paris, França, Seuil.
- Bertaux, D. (2010). Narrativas de vida. A pesquisa e seus métodos. Trad. Zuleide Cavalcante e Denise Lavallée. Natal, Edufrn; São Paulo, Paulus.
- Bolívar, A.; Segovia, J.D. (2019). La investigación (auto)biográfica en educación. Barcelona, Octaedro.
- Brockmeier J.; Harré. (2003). Narrativa: problemas e promessas de um paradigma alternative. Psicologia: Reflexão e Crítica (volumen 16-3), p. 525-535.
- Bruner, J. (1997). ... car la culture donne forme à l'esprit. De la révolution cognitive à la psychologie culturelle. Paris : Eshel.
- Bruner, J. (1991, Autumn). The narrative construction of reality. Critical Inquiry, 18(1), pp. 1-21. Recuperado de <https://www.journals.uchicago.edu/doi/10.1086/448619?mobileUi=0> A construção social da realidade. Trad. Waldemar Ferreira Netto. Recuperado de https://www.academia.edu/4598706/BRUNER_Jerome._A_constru%C3%A7%C3%A3o_narrativa_da_realidade
- Catani, D. B.; Bueno, B. A. O. ; Souza, C. P. ; Sousa, M. C. C. (1994, n.1/2). Docência, Memória e Gênero: estudos alternativos sobre a formação de professores. Psicologia, volumen (4), pp. 299-318.
- Da Câmara, S. C. (2012, Julio 18). O memorial autobiográfico. Uma tradição acadêmica do ensino superior no Brasil. [Tesis de pregrado, doctorado]. Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, Brasil.
- Delory-Momberger, C. (2005) La recherche biographique en éducation. Anthropos, Paris, França.

- Delory-Momberger, C. (2000). *Histoire de vie. De l'invention de soi au projet de formation.* Anthropos, Paris, França.
- Delory-Momberger, C. (2003) *Biographie et éducation. Figures de l'individu-projet.* Paris, França, Anthropos.
- Delory-Momberger, C. (2014). *Biografia e educação. Figuras do indivíduo-projeto.* Trad. Maria Passeggi, João Gomes da Silva Neto, Luis Passeggi. Natal, Brasil: Edufrn Paulus.
- Delory-Momberger, C. (2019). *Vocabulaire des Histoires de Vie et de la Recherche Biographique.* Toulouse, França. Érès.
- Dominicé, P. (2000). *L'histoire de vie comme processus de formation.* Paris, França, L'Harmattan.
- Dominicé, P. (2010). *O que a vida lhes ensinou.* In Nóvoa, A.;Finger, M. *O método (auto)biográfica e a formação,* , Brasil, Natal, São Paulo: Edufrn, Paulus.
- Dosse, F.(2009). *O desafio biográfico: escrever uma vida.* Brasil: Edusp.
- Ferrarotti, F. (2010). *Sobre a autonomia do método biográfico. O método (auto)biográfico e a formação* (pp. 31-57). Brasil, Natal, São Paulo: Edufrn, Paulus.
- Ferrarotti, F. (2014), *História e histórias de vida: o método biográfico nas ciências sociais.* Trad. Maria Passeggi, Carlos Braga. Brasil, Natal, Edufrn.
- Finger, M. (2014). *As implicações socioepistemológicas do método biográfico.* In Nóvoa, A.; Finger, M. *O método (auto)biográfica e a formação,* Brasil, Natal, São Paulo: Edufrn.Paulus, pp.189-222.
- Freire, Paulo. (1992). *Pedagogia da esperança: um reencontro com a Pedagogia do oprimido.* Brasil, Rio de Janeiro, Paz e terra.
- Gadamer, H-G. (1996). *Le problème de la conscience historique.* Paris, Éditions du Seuil.
- Gusdorf, G. (1998). *La parole.* França, Paris, PUF.
- Josso, M.-C. (2010). *Experiência de vida e formação.* Brasil, Natal, São Paulo: Edufrn; Paulus.
- Nóvoa, A.; Finger, M. (2010) (Org.) *O método (auto)biográfico e a formação.* Natal, São Paulo, Brasil, Paulus, Edufrn,
- Passeggi, M. C. (2016, jan./abr). *Narrativas da experiência na pesquisa-formação: do sujeito epistêmico ao sujeito biográfico.* Roteiro, Joaçaba, Brasil, (volumen. 41, n. 1), p. 67-86.
- Passeggi, M. C. (2011, septiembre-diciembre). *Aproximaciones teóricas a las perspectivas de la investigación (auto) biográfica en educación,* Traducido del portugués por: Dora Lilia Marín Díaz, *Revista Educación y Pedagogía* (vol. 23, núm. 61), pp. 25-40.
- Passeggi, M. C. (2010). *Narrar é humano! Autobiografar é um processo civilizatório. Invenções de vidas, compreensão de itinerários e alternativas de formação* (pp. 103-130). Brasil: Cultura Acadêmica.
- Passeggi, M.C. (2000) *Memorial de Formação: processos de autoria e de (re)construção identitária.* Recuperdo de <https://www.fe.unicamp.br/eventos/br2000/india.htm>
- Passeggi, M.; Braga, C. (2014). *Franco Ferrarotti: por uma humana ciência.* In: Ferrarotti, F. *História e histórias de vida: o método biográfico nas ciências sociais.* Trad. Maria Passeggi, Carlos Braga. Brasil, Natal, Edufrn, pp. 151-155.
- Passeggi, M. C. y Souza, E. C. (2017). *O Movimento (Auto)Biográfico no Brasil: Esboço de suas Configurações no Campo Educacional.* *Investigación Cualitativa*, (2, 1), pp. 6-26. DOI: <http://dx.doi.org/10.23935/2016/01032>
- Pineau, G. (2006, maio/ago) *As histórias de vida em formação: gênese de uma corrente de pesquisa-ação-formação existencial.* *Educação e Pesquisa*, São Paulo, Brasil (volumen 32, n.2).pp. 329-343.
- Pineau, G. (2005, set./dez.). *Emergência de um paradigma antropofomador de pesquisa-ação-*

- formação transdisciplinar. *Sáude e Sociedade* (volumen.14, n.13), pp.102-110.
- Pineau, G.; Le Grand, J-L. (2012). *As histórias de vida*. Trad. Maria Passeggi; Carlos Braga. Natal, Brasil, Edufrn.
- Ribeiro, G. P.; Domingos, R. M. (2013, jan./jun.). A atitude antropofágica: devorar é a melhor maneira de significar. *Ipotesi* (volumen 17, pp. 69-80). Recuperado de http://www.ufjf.br/revistaiptotesi/files/2011/05/Ipotesi_17.1-CAP07.pdf
- Ricoeur, P. (1994). *Tempo e Narrativa*, Tomo I. Campinas, Brasil, Papirus.
- Ricœur, P. (2010). *Escritos e conferências 1: Em torno da psicanálise*. Brasil, Loyola
- Santos, B. de S. (2002). *A razão indolente. Contra o desperdício da experiência*. Brasil, São Paulo, Cortez.
- Souza, E.C; Serrano, J.A.; Y Ramos, J.M (2014). *Autobiografía y educación. Tradiciones, diálogos y metodologías*. *Revista Mexicana de Investigación Educativa*, 62.3, Ciudad de México, pp. 683-694.
- Schulze, T. (1993). *Pedagogía con orientación biográfica*. *Educación*. Colección semestral de aportaciones alemanas recientes en las ciencias pedagógicas (Vol. 48, pp. 78-100). Instituto de colaboración científica Tubingen.
- Suárez, D. (2014). *Espacio autobiográfico, investigación educativa y formación docente em Argentina*. *Revista Mexicana de Investigación Educativa*. (19, 62), pp. 763-786, Mexico.
- Kuhn, T. (1997) *A estrutura das revoluções científicas*. São Paulo, Brasil, Editora Perspectiva S.A.
- Touraine, A. (1992) *Critique de la modernité*, Paris, França, Fayard.

¿Cómo enseñar las matemáticas y ciencias experimentales? Resolviendo el dilema entre transmisión e indagación³⁶

Juan D. Godino

jgodino@ugr.es

<https://orcid.org/0000-0001-8409-0258>

Universidad de Granada

Granada, España

María Burgos

mariaburgos@ugr.es

<https://orcid.org/0000-0002-4598-7684>

Universidad de Granada

Granada, España

Recibido: 24/03/2020 **Aceptado:** 28/04/2020

Resumen

A pesar de los enormes esfuerzos de investigación que se vienen realizando, el problema de cómo enseñar las matemáticas y las ciencias sigue abierto. Decidir entre los modelos didácticos centrados en el profesor (enseñanza transmisiva) o centrados en el estudiante (aprendizaje indagativo) plantea un dilema para la práctica educativa. En este trabajo abordamos este problema y proponemos una posible solución aplicando los supuestos y herramientas teóricas del Enfoque Ontosemiótico. Se argumenta que la optimización del aprendizaje y el logro de una acción didáctica idónea requiere entretejer de manera dialéctica y compleja los momentos de transmisión del conocimiento por el profesor con los momentos de indagación del estudiante. La implementación de trayectorias didácticas eficientes por parte del docente, implica la articulación de diversos tipos de configuraciones didácticas gestionadas mediante criterios de idoneidad, los cuales deben tener en cuenta las dimensiones epistémica, cognitiva, afectiva, interaccional y mediacional.

Palabras clave: Modelos didácticos, objetivismo, enfoque ontosemiótico, idoneidad didáctica.

Como ensinar a matemática e as ciências experimentais? Resolvendo o dilema entre transmissão e indagação

Resumo

Apesar dos enormes esforços de investigação que se vêm realizando, o problema de como ensinar matemática e ciências permanece em aberto. Decidir ente um modelo didático centrado no professor (ensino transmissivo) ou um modelo didático centrado no estudante (aprendizagem indagativa), representa um dilema para a prática educacional. Neste trabalho, abordamos este problema e propomos uma solução aplicando os pressupostos teóricos e ferramentas do Enfoque Ontossemiótico. Argumenta-se que a otimização da aprendizagem e a realização de uma ação didática idónea requer um cruzamento dialético e complexo dos momentos de transmissão do conhecimento pelo professor com os momentos de indagação do estudante. A implementação de trajetórias didáticas eficientes implica por parte do professor a articulação de diversos tipos

³⁶ Versión ampliada en español de la conferencia invitada presentada en el CISETC, Arequipa, 2019.

de configurações didáticas orientadas por critérios de idoneidade didática, os quais devem ter em consideração as dimensões epistêmica, cognitiva, afetiva e interacional.

Palavras chave: Modelos didáticos, objetivismo, enfoque ontosemiótico, idoneidade didática.

How to teach mathematics and experimental sciences? Solving the inquiring versus transmission dilemma

Abstract

Despite the huge research efforts that have been made, the problem of how to teach mathematics and sciences remains open. Deciding between teacher-focused teaching models (transmissive teaching) or student-focused (inquiring learning) poses a dilemma for educational practice. In this paper we address this problem and propose a solution applying the Onto-semiotic Approach assumptions and theoretical tools. We argue that the learning optimization and achievement of an appropriate didactic intervention require interweaving in a dialectical and complex way, the teacher's moments of knowledge transmission with the student's inquiry moments. The implementation of efficient didactic trajectories implies the articulation of diverse types of didactic configurations managed through didactical suitability criteria on the teacher's part. These should take into account the epistemic, cognitive, affective, interactional, mediational and ecological dimensions involved in instructional processes.

Keywords: didactical models, constructivism, objectivism, onto-semiotic approach, didactical suitability

Introducción

La investigación en didáctica de las matemáticas y las ciencias se interesa usualmente por describir y comprender los procesos de enseñanza y aprendizaje evitando proponer normas sobre cómo deberían ser dichos procesos. En las actividades de investigación predomina el componente científico descriptivo-explicativo frente al componente tecnológico de acción efectiva sobre la práctica educativa. No obstante, la intervención sobre los problemas reales de la clase requiere desarrollar teorías instruccionales específicas que ayuden al profesor en la toma de decisiones en las fases de diseño, implementación y evaluación. Se precisa elaborar teorías educativas que articulen las facetas epistémica y ecológica (teorías curriculares), con las facetas cognitiva y afectiva (teorías del aprendizaje), orientadas a la práctica de la enseñanza (teorías de diseño instruccional). En particular, la optimización de la faceta interaccional, esto es, los tipos de interacciones entre profesor y estudiantes, constituye un dilema: “Por una parte, la comunidad está repleta con afirmaciones que apoyan la enseñanza de las ciencias basada en la indagación, mientras que por otra parte hay un número considerable de preocupaciones y cuestiones que la desafían” (Zang, 2016, p. 898).

En diversos trabajos venimos abordando la problemática del diseño instruccional en educación matemática y en ciencias experimentales desde el punto de vista del Enfoque Ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemáticos (EOS) (Godino, Batanero & Font, 2007; Godino, Batanero & Font, 2019). Utilizamos la noción de configuración ontosemiótica para mostrar la complejidad del conocimiento, ya que permite reconocer la trama de objetos y procesos que se ponen en juego en la actividad de resolución de problemas, la cual constituye la razón de ser de tales conocimientos. Así mismo, la noción de configuración didáctica ayuda a reconocer la variedad y dinámica de roles docentes y discentes implicada en los procesos instruccionales de los contenidos objeto del aprendizaje. Los diversos tipos de configuraciones didácticas (Godino, Contreras & Font, 2006) deben ser articulados formando trayectorias didácticas cuya gestión por el profesor debe ser orientada por criterios de idoneidad (Godino, 2013; Breda, Font & Pino-Fan, 2018).) a fin de lograr la eficiencia de la actividad educativa. En síntesis, la aplicación de las herramientas de análisis e intervención didáctica que propone el EOS permite construir una teoría de la instrucción orientada hacia la mejora progresiva de la práctica de la enseñanza de las matemáticas y las ciencias.

En este artículo ampliamos y revisamos la conferencia invitada presentada en el CISECT (Godino, 2019), incorporando en el hilo argumental de la misma ideas de trabajos previos sobre el problema de la articulación de modelos didácticos centrados en el profesor o en los estudiantes (Godino, Batanero, Cañadas & Contreras, 2015; Godino, Rivas, Burgos & Wilhelmi, 2018) que justifican la pertinencia de un modelo instruccional de tipo mixto. En este sentido, se describe un ejemplo que muestra la complejidad ontosemiótica de las prácticas matemáticas en el caso de la resolución de una tarea sobre proporcionalidad inversa y otro ejemplo de una experiencia con estudiantes de primaria, siguiendo el modelo de dialógico - colaborativo descrito en este trabajo como un primer encuentro con el concepto de proporcionalidad (Burgos & Godino, 2019). Introducimos precisiones significativas relativas al tipo de configuración didáctica dialógica-colaborativa que consideramos idónea en las situaciones de primer encuentro del estudiante con un contenido nuevo, así como la pertinencia de aplicar el modelo didáctico en el campo de la educación en ciencias experimentales.

En la sección 2 describimos con más detalle el dilema existente entre dos posturas extremas sobre los tipos de interacciones didácticas que se deberían implementar en los procesos instruccionales: el constructivismo, con énfasis en la indagación y autonomía del estudiante, y

el objetivismo que pone el acento en la transmisión del conocimiento. En la sección 3 introducimos un factor clave a tener en cuenta a la hora de decidir entre las dos posturas extremas: reconocer la complejidad ontosemiótica del conocimiento matemático y científico, la cual se debe tener cuenta, junto con otras razones cognitivas, para secuenciar y articular los procesos de transmisión e indagación. En la sección 4 describimos algunas herramientas del EOS para el análisis y diseño instruccional, las cuales son usadas para presentar en la sección 5 el modelo instruccional de tipo mixto que proponemos para optimizar la eficiencia de la actividad didáctica. Dicho modelo es explicado con un ejemplo de aplicación en la sección 6.

Constructivismo versus objetivismo

La familia de teorías instruccionales denominadas “Inquiry-Based Education” (IBE), “Inquiry-Based Learning” (IBL), “Problem-Based Learning” (PBL), postulan el aprendizaje basado en la indagación con poca guía por parte del profesor (Artigue & Blomhøj, 2013). Las distintas variedades de constructivismo comparten, entre otros, los supuestos de que el aprendizaje es un proceso activo, que el conocimiento es construido en lugar de innato o pasivamente absorbido y que para lograr un aprendizaje efectivo es necesario el planteamiento a los estudiantes de problemas significativos, abiertos y desafiantes (Ernest, 1994; Fox, 2001).

El argumento de que los seres humanos son agentes activos que construyen el conocimiento por sí mismos ha hecho creer a las personas que las actividades instruccionales deberían estimular a los aprendices a construir el conocimiento a través de sus propias participaciones. Esta visión constructivista juega un papel importante en la enseñanza y aprendizaje de la ciencia y se ha convertido en un paradigma de enseñanza dominante. (Zhang, 2016, p. 897).

Las ideas sobre implementar una enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y las ciencias basadas en la indagación han venido jugando un papel significativo en las orientaciones curriculares de diversos países, en proyectos, centros de investigación e iniciativas de reforma. Linn, Clark y Slotta (2003) definen el aprendizaje de las ciencias basado en la indagación como sigue:

Definimos indagación como comprometer a los estudiantes en el proceso intencional de diagnosticar problemas, criticar experimentos, distinguir alternativas, planificar investigaciones, revisar puntos de vista, explorar conjeturas, buscar información, construir modelos, debatir con los compañeros, comunicar a diversas audiencias, y elaborar argumentos coherentes. (Linn, Clark & Slotta, 2003, p. 518).

En los modelos pedagógicos que asumen los principios constructivistas, el papel del profesor debe ser elaborar un entorno de aprendizaje con el que el estudiante interactúe de manera autónoma. Esto significa que el profesor debe seleccionar cuidadosamente unas tareas de aprendizaje y asegurar que el estudiante disponga de los recursos cognitivos y materiales necesarios para implicarse en la solución de los problemas. Además, debe crear un andamiaje cognitivo, una “arquitectura de elecciones”, que apoye y promueva la construcción del conocimiento por los propios estudiantes. En cierta manera se trata de implementar una pedagogía “paternalista libertaria” en el sentido de Thaler y Sunstein (2008), basada en el diseño de intervenciones del tipo “nudge”. “Un nudge, según usaremos este término, es cualquier aspecto de la arquitectura de elección que modifica el comportamiento de las personas de una manera predecible sin prohibir ninguna opción o cambiar significativamente sus incentivos económicos” (Thaler & Sunstein, 2008, p. 6).

En el caso del aprendizaje matemático se considera esencial el uso de situaciones – problemas (aplicaciones a la vida cotidiana, a otros campos del saber, o problemas internos a la propia disciplina) para que los estudiantes puedan dar sentido a las estructuras conceptuales que configuran las matemáticas como una realidad cultural. Estos problemas constituyen el punto de partida de la práctica matemática, por lo que la actividad de resolución de problema, su formulación, comunicación y justificación se consideran claves en el desarrollo de la capacidad de afrontar la solución de problemas no rutinarios. Este es el objetivo principal de la tradición denominada *problem solving* (Schoenfeld, 1992), cuyo énfasis se centra en la identificación de heurísticas y estrategias metacognitivas. También es objetivo de otros modelos teóricos como la Teoría de Situaciones Didácticas (TSD) (Brousseau, 1997) y la Educación Matemática Realista (RME) (Freudenthal, 1973; 1991).

No obstante, existen posturas contrapuestas al constructivismo, como es el caso de Mayer (2004), Kirschner, Sweller y Clark (2006) entre otros, que justifican mediante una extensa gama de investigaciones la mayor efectividad de modelos instruccionales en los cuales se atribuye al profesor y a la transmisión de conocimientos, un papel predominante. Estas posturas se relacionan ya con posturas filosóficas objetivistas (Jonassen, 1991), ya con la instrucción directa o la pedagogía basada en lecciones (Boghossian, 2006).

Sweller, Kirschner y Clark (2007) afirman que la investigación empírica del último medio siglo sobre este problema proporciona una abrumadora y clara evidencia de que una

mínima guía durante la instrucción es significativamente menos efectiva y eficiente que una guía específicamente diseñada para apoyar el procesamiento cognitivo necesario para el aprendizaje. Resultados similares se reflejan en el meta-análisis realizado por Alfieri, Brooks, Aldrich y Tenenbaum (2011). En sus conclusiones, estos autores afirman, que, en general, los efectos de las tareas de descubrimiento no asistido parecen limitados, frente a las tareas de descubrimiento estimulado (*enhanced discovery tasks*). Las oportunidades para el aprendizaje constructivo pueden no presentarse cuando los alumnos se quedan sin guía.

Quizás los hallazgos de estos meta-análisis pueden ayudar a alejar el debate de los problemas sobre las formas de descubrimiento no guiadas hacia una discusión fructífera, y la realización de investigaciones empíricas sobre cómo se implementa mejor el andamiaje cognitivo, cómo proporcionar retroalimentación en el aula, cómo crear ejemplos trabajados para las diversas variedades de contenido, y cuándo se deben proporcionar formas directas de instrucción durante el aprendizaje. (Alfieri et al., 2011, p.13).

Para el objetivismo, en particular en su versión conductista, el conocimiento es públicamente observable y el aprendizaje consiste en la adquisición de ese conocimiento mediante la interacción entre estímulos y respuestas. Con frecuencia, la forma de condicionamiento usado para lograr conductas verbales deseables es mediante la instrucción directa. Se pueden aportar razones de tipo cognitivo a favor de aplicar un modelo didáctico basado en la transmisión de conocimientos (objetivismo) frente a los modelos basados en la construcción autónoma (constructivismo). Kirschner et al. (2006) señalan que las posiciones constructivistas, con una instrucción mínimamente guiada, contradicen la arquitectura de la cognición humana e imponen una pesada carga cognitiva que impide el aprendizaje:

Tenemos destreza en un área porque nuestra memoria a largo plazo contiene cantidades enormes de información relativa al área. Esa información nos permite reconocer rápidamente las características de una situación y nos indica, a menudo inconscientemente, qué hacer y cuándo hacerlo. (Kirschner, et al., 2006, p. 76).

Otras razones que rechazan las posiciones constructivistas provienen del punto de vista de la psicología cultural. Harris (2012) afirma que:

Las explicaciones del desarrollo cognitivo han descrito generalmente al niño como un científico independiente, quien recoge datos de primera mano y forma teorías sobre el mundo natural. Yo argumento que esta metáfora es inapropiada para dar cuenta del aprendizaje cultural de los niños. En dicho dominio, los niños actúan más bien como antropólogos

que atienden a, colaboran con, y aprenden de los miembros de su cultura. (Harris, 2012, p. 259).

La metáfora del niño como científico natural, es útil cuando se usa para describir cómo los niños dan sentido a las regularidades universales del mundo natural, regularidades que ellos pueden observar por sí mismos, sin importar cuál sea su entorno cultural. Sin embargo, la metáfora es engañosa si se utiliza para explicar de forma comprensiva y global el desarrollo cognitivo. Los niños nacen en un mundo cultural que media sus encuentros con el mundo físico y biológico. Para acceder a dicho mundo cultural, los niños necesitan un modo de aprendizaje orientado socialmente (aprendizaje mediante la observación participante). “El dominio de regularidades normativas requiere aprendizaje cultural” (Harris, 2012, p. 269).

El debate entre la enseñanza directa, ligada a posiciones objetivistas sobre el conocimiento matemático y científico, que defiende un papel central del profesor para guiar el aprendizaje, y la enseñanza mínimamente guiada, usualmente referida al modelo de enseñanza de tipo constructivista, no está claramente resuelto en la literatura de investigación. Hmelo-Silver, Duncan y Chinn, (2007) argumentan que PBL e IBL “no son aproximaciones instruccionales mínimamente guiadas, sino que proporcionan un extenso soporte y una guía para facilitar el aprendizaje de estudiante” (p. 91). Los partidarios del aprendizaje basado en problemas y la indagación centran sus argumentos en la cantidad de guía y la situación en la que tal pauta se proporciona. Consideran que la guía que se da contiene un extenso cuerpo de apoyo y al estar inmersa en situaciones de la vida real ayuda a los estudiantes a dar sentido al contenido científico.

Para Zhang (2016) la tensión entre estas dos posiciones instruccionales no está en si una u otra es participaría de presentar más o menos guía o apoyo a los estudiantes, sino entre presentar explícitamente las soluciones a los aprendices o dejar que ellos las descubran. “Para los partidarios de la instrucción directa, la presentación explícita de las soluciones y la demostración del proceso para lograr las soluciones son una guía esencial” (p. 908). Pretender que los estudiantes descubran, exploren y encuentren las soluciones, según se estructura en IBE, elimina la necesidad de presentar las soluciones. En las posiciones constructivistas, aunque se admita una cierta dosis de transmisión de información del profesor al estudiante, sigue siendo esencial ocultar una parte del contenido. Para los partidarios de la instrucción directa que asumen la teoría de la carga cognitiva con énfasis en los ejemplos trabajados, proporcionar las

soluciones se considera esencial. Por ejemplo, en el campo del desarrollo del razonamiento proporcional, Bentley y Yates (2017) usaron el modelo didáctico de “*worked examples*” para presentar la estrategia de reducción a la unidad, esto es, ayudar a los estudiantes a adoptar un análisis paso a paso de problemas de valor faltante mediante el cual reconocer fácilmente, en primer lugar, una unidad y después utilizarla para resolver el problema. En su investigación informan de resultados positivos cuando se aplica esta estrategia didáctica tanto para estudiantes con alto estatus socioeconómico como bajo.

En la siguiente sección vamos a introducir una nueva variable en el debate de los modelos didácticos basados en el constructivismo (indagativos) y el objetivismo (transmisivos). Se trata de reconocer la complejidad ontosemiótica del conocimiento matemático y científico, la cual debe ser tomada en cuenta en los procesos instruccionales cuando se pretende alcanzar el objetivo de optimizar los aprendizajes de los estudiantes. Al asumir presupuestos antropológicos, semióticos y pragmatistas sobre el conocimiento matemático se llega a la conclusión de que una parte esencial del conocimiento que tienen que aprender los estudiantes son reglas conceptuales, proposicionales, procedimentales, convenidas en el seno de la comunidad de prácticas matemáticas o científicas. Los estudiantes, para resolver los problemas que constituyen el objetivo educativo, parten de unos conocimientos previos, que en una parte central de los mismos son reglas, las cuales deben estar disponibles para comprender y abordar la tarea. No tiene sentido pretender que los estudiantes descubran esas reglas. Pero además el objetivo es encontrar las soluciones, que a su vez son nuevas reglas, las cuales deberán formar parte de su acervo cognitivo para resolver futuros problemas. Al tener en cuenta la complejidad ontosemiótica del conocimiento matemático y científico, sin dejar de reconocer el papel central de la resolución de problemas como razón de ser de los contenidos, se derivan los presupuestos de un modelo educativo-instruccional que se presenta como solución al dilema entre indagación y transmisión.

Complejidad ontosemiótica del conocimiento matemático

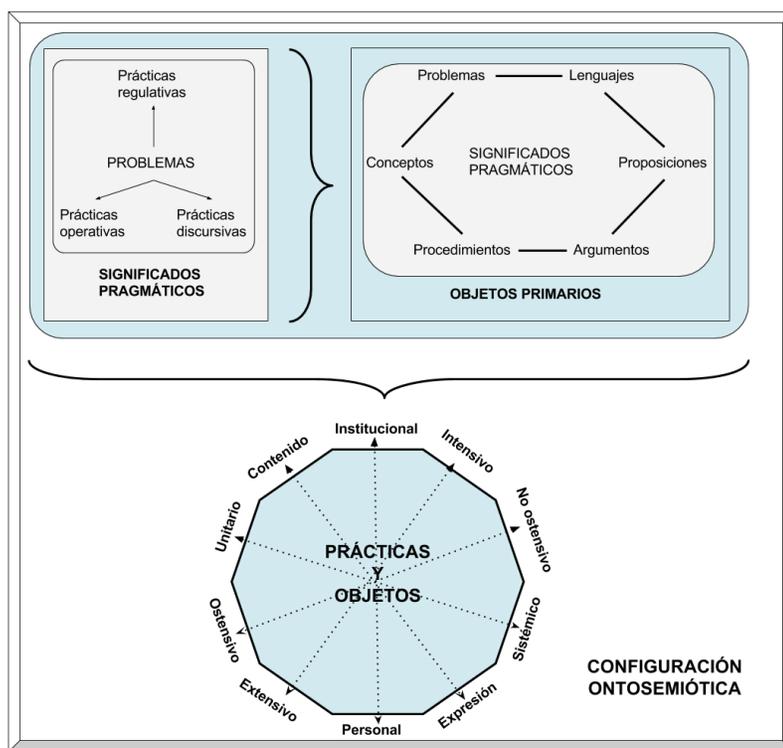
Los presupuestos ontosemióticos, epistemológicos y cognitivos del EOS (Godino et al., 2007, Godino et al., 2019) sirven de base para una propuesta educativa-instruccional. Aunque esta modelización del conocimiento se ha desarrollado y aplicado para el caso de las matemáticas se considera también pertinente para el núcleo central (conceptos y principios) del conocimiento científico.

El EOS reconoce un papel clave a la transmisión (contextualizada y significativa para el estudiante) de conocimientos en los procesos de enseñanza de las matemáticas, sin que la resolución de problemas y la indagación dejen de tener un papel importante en el proceso de aprendizaje. Se trata de tener en cuenta la naturaleza cultural/regulativa de los objetos implicados en las prácticas matemáticas cuya realización competente por los alumnos se pretende. Esta competencia no se puede considerar como adquirida si carece de sentido para los estudiantes y, por lo tanto, se requiere que sea inteligible y significativa para ellos. Así, los estudiantes deben ser capaces de utilizar los objetos matemáticos en contextos propios con autonomía. Pero, según el EOS, debido a la complejidad ontosemiótica del conocimiento matemático, esta autonomía no se debe adquirir necesariamente en el primer encuentro con el objeto o en la determinación de algunos de los sentidos que se le atribuyan; por ejemplo, se puede alcanzar en una práctica matemática de aplicación.

El EOS entiende las matemáticas como una actividad de las personas implicadas en la solución de cierta clase de situaciones - problemas, e interpreta el significado institucional y personal de los objetos matemáticos en términos de los subsistemas de prácticas institucionales y personales ligadas a contextos de uso y de objetos emergentes (situaciones, lenguajes, conceptos, proposiciones, procedimientos y argumentos). La progresión en el aprendizaje tiene lugar a medida que el sujeto se apropia de los diversos significados, y reconoce y comprende la trama de objetos implicados en los mismos. Esto es, el estudiante se debe apropiarse de las prácticas matemáticas institucionales y de los objetos y procesos implicados en la resolución de las situaciones - problemas cuyo aprendizaje se pretende (Figura 1).

En un proceso de instrucción, la realización por el alumno de las prácticas matemáticas ligadas a la solución de ciertas tareas problemáticas pone en juego un conglomerado de objetos y procesos cuya naturaleza, desde el punto de vista institucional es esencialmente normativa (Font, Godino y Gallardo, 2013). No parece necesario ni posible que los estudiantes tengan que descubrir de manera autónoma las convenciones que determinan estos objetos que han emergido tras un proceso histórico y cultural orientado hacia la generalización, formalización y maximización de la eficiencia del trabajo matemático.

Figura 1. Significados pragmáticos y configuración ontosemiótica



Fuente: Godino et al (2017)

En la ontología matemática del EOS, en consonancia con la filosofía de la matemática de Wittgenstein (Baker & Hacker, 1985; Bloor, 1983; Wittgenstein, 1953, 1976), los conceptos, proposiciones y procedimientos son concebidos como reglas gramaticales de los lenguajes que se usan para describir nuestros mundos. No describen propiedades de unos objetos que tengan algún tipo de existencia independiente de las personas que los construyen o inventan, ni de los lenguajes mediante los cuales se expresan. El tipo de existencia de los conceptos, de las proposiciones y los procedimientos de las configuraciones epistémicas es el que tienen las reglas convencionales. Desde esta perspectiva, la verdad o necesidad matemática no es más que el estar de acuerdo con el resultado de seguir una regla que forma parte de un juego de lenguaje que se pone en funcionamiento en determinadas prácticas sociales. No es un acuerdo de opiniones arbitrarias, es un acuerdo de prácticas sometidas a reglas.

La realización de las prácticas matemáticas supone la intervención de objetos previos para comprender las demandas de la situación - problema y poder implementar una estrategia de partida. Tales objetos, sus reglas y condiciones de aplicación, deben estar disponibles en la memoria de trabajo del sujeto. Aunque sea posible buscar tales conocimientos por sí mismo en

el espacio de trabajo, no siempre hay suficiente tiempo o el alumno no lo logra; por ello, el profesor y los compañeros pueden prestar un apoyo inestimable para evitar la frustración y el abandono.

Seguidamente ejemplificamos el uso de la herramienta configuración ontosemiótica para el caso del objeto matemático proporcionalidad, contextualizado con una tarea sobre proporcionalidad inversa (Figura 2) usada en el contexto de formación de profesores. Se pretende revelar la complejidad del aprendizaje de este objeto matemático, poniendo en discusión la pertinencia de abordar dicho estudio de forma global mediante un modelo didáctico constructivista, o con un modelo basado en la transmisión de información.

La tarea que presentamos puede ser significativa para los estudiantes, ya que la bicicleta presentada es un objeto auténtico tomado de un museo y se puede aprender algo de historia de la descripción del proceso de invención científica, junto con los principios físicos y sus justificaciones matemáticas. Pone en juego, por tanto, una enseñanza interdisciplinar que combina las matemáticas con la historia y la ciencia.

Figura 2. Proporcionalidad inversa

<p>1) Si la longitud de la circunferencia delantera (grande) de la bicicleta es 462 cm y la de la trasera (pequeña) es de 132 cm, ¿qué distancia debe recorrer la bicicleta para que la rueda pequeña de 30 vueltas más que la grande.</p> <p>2) Encuentra una explicación matemática del movimiento de la bicicleta. ¿Cómo lo explicarías a tus estudiantes?</p>	
---	---

Fuente: adaptado de Ben-Chain, Keret, e Ilany, 2012, p.187)

La tarea se puede resolver de diferentes maneras que involucran diversos niveles de algebrización (Godino, Aké, Gonzato y Wilhelmi, 2014; Godino, Neto, Wilhelmi, Aké, Etchegaray y Lasa, 2015). El reconocimiento de estos niveles de algebrización en las prácticas matemáticas ayuda a comprender las dificultades de aprendizaje y planificar la enseñanza, ya que tienen en cuenta los progresivos grados de generalización de los objetos que se ponen en juego, el cálculo analítico que se aplica a los mismos y el tipo de lenguaje usado. Se distingue la actividad matemática puramente aritmética (nivel 0 de algebrización) de progresivos niveles de algebrización, según los siguientes criterios (Godino et al, 2015, p. 135):

- Nivel 1. Se usan objetos intensivos (generales) de segundo grado de generalidad, propiedades de la estructura algebraica de N y la igualdad como equivalencia.

- Nivel 2. Se usan representaciones simbólico – literales para referir a los objetos intensivos reconocidos, los cuales están ligados a la información espacial, temporal y contextual; se resuelven ecuaciones de la forma $Ax + B = C$ ($A, B, C \in R$).
- Nivel 3. Los símbolos se usan de manera analítica, sin referir a la información contextual. Se realizan operaciones con indeterminadas o variables; se resuelven ecuaciones de la forma $Ax + B = Cx + D$ ($A, B, C, D \in R$).
- Nivel 4. Se estudian familias de ecuaciones y funciones usando parámetros y coeficientes.
- Nivel 5. Se realizan cálculos analíticos (sintácticos) que implican el uso de uno más parámetros, junto con variables o indeterminadas.
- Nivel 6. Se comienza a estudiar estructuras algebraicas en sí mismas, sus definiciones y propiedades estructurales.

En Cuadro 1 (columna 1) se incluye una secuencia de prácticas elementales para resolver el problema de la Figura 2 que ponen en juego el nivel 3 de algebrización; en la columna 2 se indica el uso e intencionalidad de cada una de las prácticas, mientras que en la columna 3 se especifican los objetos referidos en las prácticas (conceptos, proposiciones, procedimientos y argumentos).

Cuadro 1. Configuración ontosemiótica de una solución de nivel 3 de algebrización

<i>Secuencia de prácticas elementales para resolver la tarea</i>	<i>Uso e intencionalidad de las prácticas</i>	<i>Objetos referidos en las prácticas (conceptos, proposiciones, procedimientos, argumentos.)</i>
1) En el desplazamiento de la bicicleta, la distancia que recorren las dos ruedas es la misma.	Explicitar las características físicas de la situación (movimiento de una bicicleta)	<i>Conceptos:</i> magnitud continua longitud; desplazamiento, distancia. <i>Proposición P1:</i> Enunciado de la práctica 1) <i>Argumento:</i> rigidez física del objeto en movimiento (la bicicleta)
2) Se puede obtener como el producto de la longitud de la circunferencia de una de las ruedas por el número de vueltas que da ésta.	Establecer la relación entre las magnitudes que intervienen en el problema.	<i>Conceptos:</i> magnitud continua longitud; magnitud discreta número de vueltas; circunferencia <i>Proposición P2:</i> Enunciado de la práctica 2) ($D = L \times n$) <i>Argumento:</i> condiciones que describen el movimiento de una rueda

Continúa...

Cuadro 1. Configuración ontosemiótica de una solución de nivel 3 de algebrización (Cont.)

<p>3) Llamemos x al número de vueltas que da la rueda delantera. Se cumple que, $462x = 132(x + 30)$</p>	<p>– Representar con un símbolo literal el valor de la incógnita. – Relacionar la incógnita con los datos del problema</p>	<p><i>Proposición P3:</i> Las dos ruedas recorren la misma distancia <i>Argumento:</i> por la rigidez del cuerpo físico que se desplaza.</p>
<p>4) Esto es $462x = 132x + 3960$; de donde, $462x - 132x = 3960$, y finalmente $x = 3960 \div 330 = 12$.</p>	<p>- Despejar el valor de la incógnita</p>	<p><i>Procedimiento:</i> despeje de la incógnita. <i>Argumento:</i> propiedades aritméticas</p>
<p>5) La bicicleta tendrá que dar 12 vueltas y por tanto recorrerá, $462 \times 12 = 5.544$ cm.</p>	<p>Interpretar el resultado numérico como solución al problema</p>	<p><i>Proposición P4:</i> La bicicleta dará 12 vueltas y recorrerá 5.544 cm <i>Argumento:</i> Secuencia de prácticas 1) a 5)</p>

Fuente: Elaborado por los autores

Se pueden plantear variantes del enunciado del problema cuya solución involucre prácticas matemáticas de tipo aritmético (nivel 0 de algebrización), proto-algebraicas (niveles 1 y 2), o incluso prácticas propias de niveles superiores de algebrización que involucren el uso de parámetros (nivel 4). De esta manera se pone de manifiesto la riqueza de la situación, así como la variedad de conocimientos y competencias matemáticas que se ponen en juego. No parece, por tanto, pertinente que el proceso de aprendizaje de la resolución de tareas que involucran la proporcionalidad simple (directa, inversa) y compuesta, así como sus diversos significados se pueda lograr mediante la aplicación de modelos didácticos centrados en el descubrimiento autónomo de los estudiantes. En el diseño de los procesos de instrucción es importante tener en cuenta los diversos significados de la proporcionalidad (Burgos y Godino, 2020), los cuales deben tener lugar en un dilatado espacio de tiempo (educación primaria, secundaria, universidad) y en distintas áreas de contenido (Wilhelmi, 2017).

Herramientas del EOS para el análisis didáctico de diseños instruccionales

En Godino et al. (2006) se desarrollan algunas herramientas teóricas para el análisis de los procesos de instrucción teniendo en cuenta el modelo ontosemiótico sobre el conocimiento matemático previamente desarrollado (Godino et al, 2007; Font et al., 2013). En particular, las nociones de configuración didáctica e idoneidad didáctica sirven como base para definir un

modelo didáctico mixto que articula los procesos de indagación y transmisión del conocimiento, relacionados de manera dialéctica en diferentes tipos de configuraciones didácticas.

Configuración didáctica

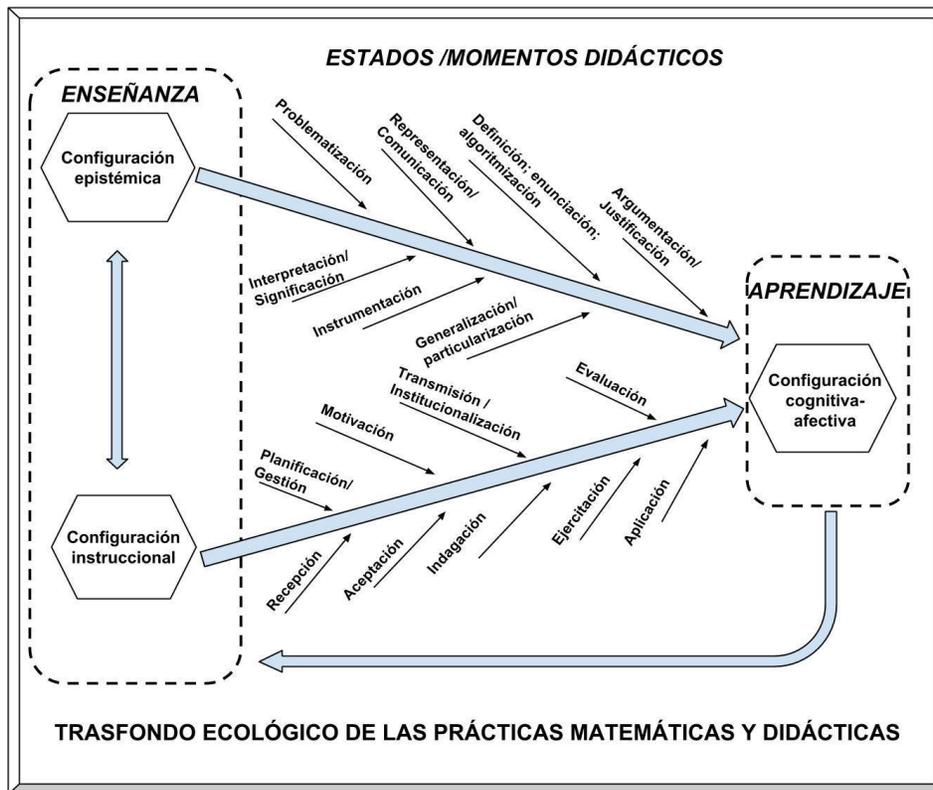
Una *configuración didáctica* es cualquier segmento de actividad matemática en un proceso de enseñanza y aprendizaje, que queda comprendido entre el inicio y fin de una tarea (situación – problema). Así, cada segmento incluye tanto las acciones de los estudiantes y del profesor como los medios usados para abordar la tarea. La secuencia de configuraciones didácticas constituye una *trayectoria didáctica*. La trayectoria didáctica incluye como uno de sus componentes a la “trayectoria hipotética de aprendizaje” (Simon, 1995; Simon & Tzur, 2004), ya que se tiene en cuenta no solo los objetivos, tareas instruccionales e hipótesis sobre el proceso de aprendizaje, sino también los roles docentes y discentes y los medios instruccionales empleados.

La tarea que delimita una configuración didáctica puede estar formada por distintas subtareas cada una de las cuales se puede considerar como una subconfiguración. Además, tanto las configuraciones como las subconfiguraciones didácticas pueden ser descritas y analizadas haciendo referencia a las dimensiones epistémica, instruccional y cognitivo-afectiva:

- a) *Configuración epistémica*: sistema de prácticas, objetos y procesos matemáticos institucionales requeridos en la tarea.
- b) *Configuración instruccional*: sistema de funciones docentes, discentes y medios instruccionales que se utilizan, así como las interacciones entre los distintos componentes.
- c) *Configuración cognitiva - afectiva*: sistema de prácticas, objetos y procesos matemáticos personales que describe el aprendizaje y los componentes afectivos que le acompañan.

La Figura 3 resume los componentes y dinámica interna de las configuraciones didácticas, las relaciones entre la enseñanza y el aprendizaje y los principales procesos matemáticos ligados a la modelización ontosemiótica del conocimiento matemático (Godino, Font, Wilhelmi y Lurduy, 2011; Font, Godino y Gallardo, 2013). Dicha modelización, tiene en cuenta la complejidad de las relaciones que se establecen en el seno de cualquier configuración didáctica, no reducible a momentos exclusivamente indagatorios o únicamente de transmisión de conocimientos.

Figura 3. Componentes y dinámica interna de una configuración didáctica



Fuente: Godino et al. (2015, p. 2646)

En la Figura 3, con la flecha inferior, del aprendizaje a la enseñanza, se quiere señalar que las relaciones no son lineales, sino cíclicas. En un momento de indagación, por ejemplo, el sujeto discente interacciona con la configuración epistémica sin intervención del docente (o con una influencia menor). Esta interacción condiciona las intervenciones docentes, que deben estar entonces previstas en la configuración instruccional, quizás no totalmente en su contenido, pero sí en su naturaleza, necesidad y utilidad. Esto, evidentemente, no es privativo de los momentos indagatorios. La trayectoria cognitiva produce ejemplos, significados, argumentos, etc., que condicionan el proceso de estudio y, en consecuencia, las configuraciones epistémica e instruccional.

Idoneidad didáctica

La *idoneidad didáctica* se define como el grado en que un proceso de instrucción (o una parte del mismo) reúne ciertas características que permiten calificarlo como óptimo o adecuado para conseguir la adaptación entre los significados personales logrados por los estudiantes

(aprendizaje) y los significados institucionales pretendidos (enseñanza), teniendo en cuenta las circunstancias y recursos disponibles (entorno). Esto supone la articulación coherente y sistémica de seis criterios relativos a las facetas que intervienen en un proceso de instrucción (Godino et al., 2007, p. 133):

- *Idoneidad epistémica*, expresa el grado de representatividad de los significados institucionales implementados, respecto de un significado de referencia.
- *Idoneidad ecológica*, referida al grado en que el proceso de estudio se ajusta al proyecto educativo del centro, la escuela y la sociedad y a los condicionamientos del entorno en que se desarrolla.
- *Idoneidad cognitiva*, refiere al grado en que los significados implementados estén en la zona de desarrollo potencial de los alumnos, así como la proximidad de los significados personales logrados a los significados pretendidos.
- *Idoneidad afectiva*, expresa el grado de implicación (interés, motivación, etc.) del alumnado en el proceso de instrucción.
- *Idoneidad interaccional*, expresa el grado en que los tipos de configuraciones didácticas implementadas y su articulación permiten identificar y resolver los conflictos semióticos potenciales que se producen durante el proceso de instrucción.
- *Idoneidad mediacional*, grado de disponibilidad y adecuación de los recursos materiales y temporales necesarios para el desarrollo del proceso de enseñanza aprendizaje.

La noción de idoneidad didáctica y sus seis facetas proporcionan criterios para delimitar la significatividad de los *hechos didácticos* que acontecen en los procesos de instrucción matemática. Un hecho didáctico se considera *significativo* si aporta información empírica relevante sobre el desarrollo del proceso que se corresponda con alguno de los criterios de idoneidad previamente establecidos en alguna de las facetas. El logro de una alta idoneidad didáctica requiere un equilibrio entre los diferentes criterios parciales relativos a las distintas facetas, teniendo en cuenta el contexto en que tiene lugar. Es relativamente fácil conseguir alguno de los criterios por separado, pero lo que es más difícil y valioso es conseguir un cierto equilibrio entre los mismos.

La idoneidad es relativa a unas circunstancias temporales y contextuales cambiantes, lo que requiere una actitud de reflexión e investigación por parte del profesor y demás agentes que comparten la responsabilidad del proyecto educativo. Implica la asunción de una racionalidad axiológica en educación matemática que permita el análisis, la crítica, la justificación de la elección de los medios y de los fines, la justificación del cambio, y en definitiva responder a la

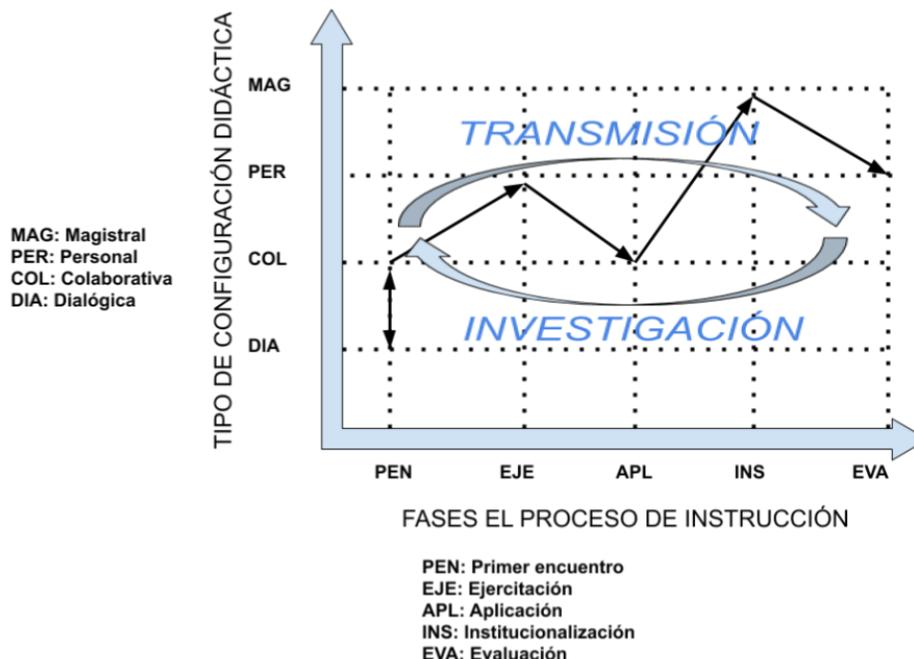
pregunta genérica, ¿sobre qué aspectos se puede incidir para la mejora progresiva de los procesos de instrucción matemática? (Godino, Batanero & Font, 2019).

Un modelo instruccional mixto transmisivo – indagativo

En los momentos o fases de primer encuentro del estudiante con un significado específico de un objeto O se considera que una configuración dialógica – colaborativa puede optimizar el aprendizaje. En este tipo de configuración el docente y estudiantes trabajan juntos en la solución de problemas que ponen en juego el conocimiento O de manera crítica; el primer encuentro debería apoyarse, por tanto, en una intervención experta del docente. El proceso de enseñanza-aprendizaje podría lograr de este modo mayor idoneidad epistémica y ecológica (Godino, Font, Wilhelmi & Castro, 2009). En las fases de primer encuentro, un modelo didáctico indagativo, con mínima guía docente, los estudiantes están expuestos al riesgo de no encontrar las soluciones. “Aunque los estudiantes encuentren las soluciones por sí mismos, no conocen los procedimientos más efectivos ya que deben tantear sin rumbo fijo en el proceso de indagación del problema, sin mencionar la carga cognitiva que esto impone” (Zhang, 2016, p. 909).

Cuando las reglas y las circunstancias de aplicación que caracterizan el objeto de aprendizaje O sean comprendidas se puede tender hacia niveles mayores de idoneidad cognitiva y afectiva proponiendo profundizar en el estudio de O (situaciones de ejercitación y aplicación), mediante configuraciones didácticas que atribuyan progresivamente y de forma controlada mayor autonomía al estudiante (Figura 4).

Figura 4. Modelo didáctico mixto indagativo-transmisivo



Fuente: Elaborada por los autores

En síntesis, en el marco del EOS, se asume que los tipos de configuraciones didácticas que promueven el aprendizaje pueden ser diversos dependiendo de los tipos de conocimientos pretendidos, del estado inicial del conocimiento de los sujetos, del contexto y circunstancias del proceso instruccional. Las configuraciones didácticas indagativas (constructivistas), colaborativas y transmisivas (magistrales) pueden tener lugar de manera secuencial, aunque sin orden rígido preestablecido. Cuando se trata del aprendizaje de un contenido nuevo y complejo la transmisión de conocimientos en momentos específicos, ya por parte del profesor, ya por el alumno líder en el seno de los equipos de trabajo, puede ser crucial en el proceso de aprendizaje. Esa transmisión puede ser significativa cuando los estudiantes están participando de la actividad y trabajando colaborativamente. La herramienta configuración didáctica ayuda a comprender la dinámica y complejidad de las interacciones entre el contenido, el docente, discentes y el medio. La optimización del aprendizaje puede tener lugar localmente mediante un modelo mixto que articula la transmisión de conocimientos, la indagación y la colaboración, modelo gestionado mediante criterios de idoneidad didáctica (Godino et al, 2007; Breda, Font & Pino-Fan, 2018) interpretados y adaptados al contexto por el profesor.

Algunas teorías didácticas, como la Teoría de la Objetivación (Radford, 2006; 2014) defienden de manera general la aplicación de un modelo colaborativo, trabajo conjunto de profesor y estudiantes, como preferible a las alternativas de tipo constructivista, o tradicionales centradas en el profesor. Por el contrario el modelo educativo-instruccional que propone el EOS es más abierto al asumir que la optimización del aprendizaje se puede lograr con la articulación idónea de distintos tipos de configuraciones didácticas.

Trabajando juntos situaciones introductorias de razonamiento proporcional en educación primaria

En Burgos y Godino (2019) describimos la implementación del modelo instruccional de tipo mixto descrito en la sección anterior, con alumnos de educación primaria, cuyo objetivo es crearles un primer encuentro con los problemas de proporcionalidad directa e iniciar en ellos el desarrollo del razonamiento proporcional. La muestra objeto de estudio estuvo constituida por un grupo de 23 estudiantes (trece niñas y diez niños) de quinto curso (10-11 años de edad), los cuales tenían un nivel normal de desempeño en matemáticas.

En una primera configuración didáctica se presentaron a los estudiantes diversas situaciones cotidianas en las que la relación entre cantidades de dos magnitudes es de proporcionalidad directa. El precio pagado por distintas cantidades de un artículo, la distancia recorrida por un coche a velocidad constante y el tiempo. En estas situaciones, aparecen dos series de números, que se representaron en la pizarra por medio de tablas, de forma que los estudiantes podían reconocer la existencia de cierto número (la razón de proporcionalidad) que les permitía escribir cada valor de la segunda serie como producto por dicho número de los valores correspondiente de la primera serie. Se les presentó, también, algunas situaciones de no proporcionalidad, en las que los alumnos debían decidir si lo eran o no y por qué. Por ejemplo, la edad y la altura de un niño. Seguidamente la profesora - investigadora facilitó a los alumnos una hoja de trabajo con nuevas situaciones - problema introductorias. Los alumnos estaban organizados por parejas, siguiendo con la distribución habitual para trabajar en el aula con su profesor.

La segunda configuración didáctica estuvo centrada en la solución colaborativa de la tarea “Laura visita a su tío” (Figura 5). Esta tarea estaba diseñada para estimular la indagación y la discusión por medio de cuestiones dirigidas que sirvieran de acercamiento a la proporcionalidad. La resolución de esta tarea se llevó a cabo en gran grupo: los alumnos

intervienen para completar la tabla de proporcionalidad, argumentando en cada momento la respuesta y discutiendo con los compañeros la estrategia seguida. Se siguen las recomendaciones de diversas investigaciones en relación a un primer acercamiento intuitivo al concepto de proporcionalidad, recurriendo al uso de factores multiplicativos y tablas numéricas.

Figura 5. Tarea introductoria: Laura visita a su tío

Es la fiesta fin de curso y las clases de quinto quieren encargar tartas para celebrarlo. El tío de Laura es pastelero, ¡hace unas tartas deliciosas! Así que Laura ha ido a visitarlo. Esa mañana usó 3 litros de leche para hacer 18 tartas iguales. Laura quiere saber cuántas tartas puede elaborar con 6, 2 y 5 litros de leche.

Laura, que es una chica muy lista, razona de la siguiente manera para formar una tabla como la mostrada a continuación.

- Primero, 6 es el doble de 3 (el número de litros de leche que necesitó para 18 tartas).
- Coloca tú en la tabla el número de tartas que puede hacer con 6 litros de leche.
- Luego piensa que 2 litros es la tercera parte de 6 litros. Pon el siguiente número de tartas en la tabla.
- Por último 5 litros de leche son 2 litros más los 3 litros iniciales.

Termina de llenar la tabla siguiendo estas tres ideas.

Litros de leche	3	6	2	5
Tartas	18			

¿Se te ocurre alguna forma distinta a como lo hizo Laura para completar la tabla?

Fuente: Elaborada por los autores

Al acabar cada actividad se discutieron las ideas de forma grupal, centrando la atención en el concepto de proporcionalidad y las propiedades cuyo conocimiento y comprensión se persiguen desarrollar con la tarea. Los alumnos trabajan sobre la hoja de trabajo de forma colaborativa y la profesora-investigadora podía intervenir para orientar, recordar la información necesaria y dirigir la discusión en gran grupo.

A continuación, se retomó la tarea inicial, con el objetivo de introducir la reducción a la unidad, como procedimiento para resolver una situación de proporcionalidad (Figura 6). El alumno reconoce que dadas dos magnitudes proporcionales (en este caso, el número de litros de leche y el número de tartas), conocida una de las dos cantidades de magnitud cuando la otra tiene el valor 1, el problema es multiplicativo (tasa).

Figura 6. Laura sigue pensando

Regresemos a la situación anterior en la que Laura estaba tratando de calcular los litros de leche que necesita su tío para hacer varias tartas. A Laura se le ocurre una idea genial (¡ya hemos dicho que es muy lista!): si puedo calcular el número de tartas que hace mi tío con un solo litro de leche, el cálculo para los otros litros de leche es más fácil. Para esto incluyó el 1 extra en la fila de los litros de leche:

Litros de leche	3	1	6	2	5
Tartas	18				

Ahora, intenta responder a estas preguntas:

- Si sabes el número de litros de leche de que dispone el pastelero, ¿de qué forma explicarías a un amigo cuantas tartas puede hacer?
- ¿Cuántos litros de leche necesita el pastelero para hacer 4 tartas?
- Si sabes el número de tartas que le han encargado hacer al pastelero, ¿cómo le explicarías al pastelero cuántos litros de leche necesita comprar?

Fuente: Elaborada por los autores

Después de esta sesión de trabajo colaborativo, la profesora-investigadora entregó a los alumnos una hoja de trabajo sobre las que los alumnos debían trabajar de forma personal. Se trataba de evaluar el aprendizaje logrado por medio de este modelo de introducción de la proporcionalidad.

Una de las tareas que se emplearon para evaluar los aprendizajes logrados fue la tarea del puzle de Brousseau (1997, p. 177) (Figura 7).

Figura 6. Situación del puzle propuesta a los alumnos

En la figura se presentan las piezas de un puzle. Los números escritos junto a los lados de los polígonos corresponden a las medidas de dichos lados expresadas en centímetros.

Queremos construir en cartulina este puzle, pero de mayor tamaño, de tal manera que el lado de 4 cm tenga una longitud de 7 cm.

¿Sabrías que medida hay que darle a cada lado?
Explica cómo lo has obtenido.

Fuente: Elaborado por los autores

La situación del puzle es parte de una secuencia de 65 lecciones experimentadas por Guy y Nadine Brousseau sobre fracciones y números decimales (Brousseau, 1997, Capítulo 4), cuyo fin es que los estudiantes construyan la única *estrategia ganadora* mediante una interacción con

el medio en el que interviene el conocimiento matemático pretendido (en este caso, la proporcionalidad) que los estudiantes deben poner en juego.

En nuestra experiencia, el 70% de los estudiantes resolvieron correctamente la tarea del puzle y la estrategia de resolución predominante fue la reducción a la unidad; además, algunos estudiantes usaron estrategias de construcción progresiva (Lamon, 2007). Como mencionan Burgos y Godino (2019), parece deducirse de la aplicación de un modelo dialógico-colaborativo, que comenzar con tareas guiadas de proporcionalidad aritmética evita el uso de estrategias aditivas incorrectas reconocidas en investigaciones previas en la tarea del puzle: los estudiantes tienden de manera espontánea a construir las piezas mayores añadiendo 3 cm a todos los lados conocidos, ya que 7 cm es 3 cm más que 4 cm (Miyakawa & Winsløw, 2009). Así, parece que este modelo de diálogo y colaboración entre el profesor y los estudiantes, en relación a la situación-problema que se pretende resolver y el contenido matemático puesto en juego, permite detectar estrategias intuitivas y aquellas que los alumnos desarrollan con poca guía por parte del profesor, aumentar el grado de implicación e interés del alumnado, e identificar conflictos semióticos y resolverlos.

Reflexiones finales

En este trabajo hemos entrado en la discusión sobre la idoneidad de distintos modelos didácticos para el aprendizaje de las matemáticas y las ciencias experimentales en la que se constata una tensión entre los modelos centrados en el estudiante y los centrados en el profesor. Hemos considerado que los primeros enfatizan el descubrimiento y la indagación autónoma del estudiante, mientras que los segundos atribuyen un papel clave a la transmisión cuando se trata del aprendizaje de contenidos nuevos para los estudiantes. Según la opinión de Kirschner et al., (2006) cuando se trata de información nueva “se debería mostrar a los aprendices qué hacer y cómo hacerlo” (p. 79). Apoyados en los supuestos antropológicos y pragmatistas sobre el conocimiento matemático y científico del EOS sostenemos que los argumentos cognitivos que apoyan la transmisión de conocimientos pueden ser complementados con razones de índole ontosemiótica, sobre todo en los momentos de “primer encuentro” del estudiante con el contenido pretendido: lo que tienen que aprender los estudiantes son, en una gran dosis, reglas epistémicas/culturales, las circunstancias de su aplicación y las condiciones requeridas para una aplicación pertinente. El aprendiz parte de reglas conocidas (conceptos, proposiciones,

procedimientos) y produce otras, que deben ser compartidas y compatibles con las ya establecidas en la cultura matemática. Tales reglas tienen que ser almacenadas en la memoria a largo plazo del sujeto y puestas a funcionar en el momento oportuno en la memoria a corto plazo.

El postulado del aprendizaje constructivista con poca guía por parte del docente puede llevar a procesos instruccionales con baja idoneidad cognitiva y afectiva para los sujetos reales, y con baja idoneidad ecológica (adaptación al contexto) al no tener en cuenta la complejidad ontosemiótica del conocimiento matemático ni la zona de desarrollo potencial (Vygotsky, 1993) de los sujetos implicados.

Los niños no pueden descubrir las propiedades y regularidades del mundo cultural por la vía de su propia exploración independiente. Sólo pueden hacerlo por medio de la interacción y el diálogo con otros. La confianza de los niños en el testimonio, su habilidad para formular preguntas, su respeto hacia el uso de herramientas y símbolos opacos, y su selección entre informantes, avalan el hecho de que la naturaleza los ha preparado para el aprendizaje cultural (Harris, 2012, p. 267).

Consideramos que la optimización del aprendizaje implica una combinación dialéctica y compleja entre los roles del profesor como instructor (transmisor) y facilitador (gestor) y los roles del estudiante como constructor de conocimiento y receptor activo de información significativa. La idoneidad de este modelo mixto viene reforzada por la necesidad de adecuar el proyecto educativo a las restricciones temporales y la diversidad de modos y ritmos de aprendizaje en grupos de estudiantes numerosos. “Dada la miríada de situaciones potenciales de diseño, la “mejor” aproximación al diseño puede que nunca sea idéntica a ninguna otra previa, sino que verdaderamente “dependa del contexto” (Ertmer & Newby, 1993, p. 62).

Hudson, Miller y Butler (2006) justifican la implementación de modelos instruccionales mixtos que adapten y mezclen la instrucción explícita (centrada en el profesor) con la instrucción basada en la resolución de problemas (centrada en el aprendiz) por la necesidad de realizar adaptaciones curriculares ante la diversidad de capacidades de los estudiantes. A conclusiones similares llega Steele (2005), para quien, “la mejor enseñanza a menudo integra ideas de principios constructivistas y conductistas” (p. 3).

La enseñanza de las matemáticas y de las ciencias experimentales, debe partir y centrarse en el uso de situaciones - problemas, como una estrategia para dar sentido a las técnicas y teorías estudiadas, para propiciar momentos exploratorios de la actividad matemática y desarrollar

competencias investigativas. Sin embargo, en la práctica matemática y científica intervienen configuraciones de objetos matemáticos (conceptos, proposiciones, procedimientos, argumentos) (Font, et al., 2013), que deben ser reconocidos por el profesor para planificar su estudio. Tales objetos deben ser progresivamente dominados por los estudiantes si se desea que progresen hacia sucesivos niveles avanzados de conocimiento y competencia.

Reconocimiento: Investigación realizada como parte del proyecto de investigación PID2019-105601GB-I00, con apoyo del Grupo de Investigación FQM-126 (Junta de Andalucía, Spain).

Referencias

- Alfieri, L., Brooks P. J., Aldrich, N. J. & Tenenbaum, H. R. (2011). Does discovery-based instruction enhance learning? *Journal of Educational Psychology*, 103(1), 1-18.
- Artigue, M., & Blomhøj, M. (2013). Conceptualizing inquiry-based education in mathematics. *ZDM Mathematics Education* 45, 797–810.
- Baker, G. P. & Hacker, P. M. S. (1985). *Wittgenstein. Rules, grammar and necessity. An analytical commentary on the Philosophical Investigations*. Glasgow: Basil Blackwell.
- Ben-Chaim, D., Keret, Y. & Ilany, B. S. (2012). *Ratio and proportion: Research and teaching in mathematics teachers' education*. Rotterdam: Sense Publisher
- Bentley, B. & Yates, G. C. R. (2017). Facilitating proportional reasoning through worked examples: Two classroom-based experiments. *Cogent Education*, 4 (1), 1297213. <https://doi.org/10.1080/2331186X.2017.1297213>
- Bloor, D. (1983). *Wittgenstein. A social theory of knowledge*. London: The Macmillan Press.
- Boghossian, P. (2006). Behaviorism, constructivism, and Socratic pedagogy. *Educational Philosophy and Theory*, 38(6), 713-722.
- Breda, A., Font, V. & Pino-Fan, L.R. (2018). Criterios valorativos y normativos en la Didáctica de las Matemáticas: el caso del constructo idoneidad didáctica. *Bolema*, 32 (60), p. 255 - 278.
- Brousseau, B. (1997). *Theory of didactical situations in mathematics*. Dordrecht: Kluwer A. P.
- Burgos, & Godino, J. D. (2019). Trabajando juntos situaciones introductorias de razonamiento proporcional en primaria. Análisis de una experiencia de enseñanza centrada en el profesor, en el estudiante y en el contenido. *Bolema*, 33 (63), 389-410.
- Burgos, M. & Godino, J. D. (2020). Modelo ontosemiótico de referencia de la proporcionalidad. Implicaciones para la planificación curricular en primaria y secundaria. *Avances de Investigación en Educación Matemática - AIEM* (en prensa).
- Ernest, P. (1994). Varieties of constructivism: Their metaphors, epistemologies, and pedagogical implications. *Hiroshima Journal of Mathematics Education*, 2, 1-14.

- Font, V., Godino, J. D. & Gallardo, J. (2013). The emergence of objects from mathematical practices. *Educational Studies in Mathematics*, 82, 97–124.
- Fox, R. (2001). Constructivism examined. *Oxford Review of Education*, 27 (1), 23-35.
- Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an educational task*. Dordrecht: Reidel.
- Freudenthal, H. (1991). *Revisiting mathematics education. China lectures*. Dordrecht: Kluwer.
- Godino, J. D. (2013). Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 11, 111-132.
- Godino, J. D. (2019). How to teach mathematics and experimental sciences? Solving the inquiring versus transmission dilemma. In K. O. Villalba-Condori, A. Adúriz-Bravo, F. J. García-Peñalvo & J. Lavonen (Eds.), *Proceeding of the Congreso Internacional Sobre Educación y Tecnología en Ciencias - CISETC 2019* (Arequipa, Perú, December 10-12, 2019) (pp. 71-81). Aachen, Germany: CEUR-WS.org.
- Godino, J. D. Aké, L., Gonzato, M. & Wilhelmi, M. R. (2014). Niveles de algebrización de la actividad matemática escolar. Implicaciones para la formación de maestros. *Enseñanza de las Ciencias*, 32.1, 199-219.
- Godino J. D., Batanero C., Cañadas G. R., & Contreras, J. M. (2015). Linking inquiry and transmission in teaching and learning mathematics. En K. Krainer & N. Vondrobá (Eds.), *Proceedings of the Ninth Conference of the European Society for Research in Mathematics Education* (CEME9, 4-8 February 2015) (pp. 2642-2648). Prague, Czech Republic: Charles University in Prague, Faculty of Education and ERME.
- Godino, J. D. Batanero, C. & Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, 39 (1-2), 127-135.
- Godino, J. D., Batanero, C. & Font, V. (2019). The onto-semiotic approach: implications for the prescriptive character of didactics. *For the Learning of Mathematics*, 39 (1), 37- 42.
- Godino, J. D., Contreras, A. & Font, V. (2006). Análisis de procesos de instrucción basado en el enfoque ontológico-semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactiques des Mathématiques*, 26 (1), 39-88.
- Godino, J. D., Font, V., Wilhelmi, M. R. & Castro, C. de (2009). Aproximación a la dimensión normativa en Didáctica de la Matemática desde un enfoque ontosemiótico. *Enseñanza de las Ciencias*, 27(1), 59–76.
- Godino, J. D., Font, V., Wilhelmi, M. R. y Lurduy, O. (2011). Why is the learning of elementary arithmetic concepts difficult? Semiotic tools for understanding the nature of mathematical objects. *Educational Studies in Mathematics*, 77 (2), 247-265.
- Godino, J. D., Neto, T., Wilhelmi, M. R., Aké, L., Etchegaray, S. & Lasa, A. (2015). Niveles de algebrización de las prácticas matemáticas escolares. Articulación de las perspectivas ontosemiótica y antropológica. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 8, 117-142.
- Godino, J. D., Rivas, H., Burgos, M. & Wilhelmi, M. D. (2018). Analysis of didactical trajectories in teaching and learning mathematics: overcoming extreme objectivist and

- constructivist positions. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 14(1), 147-161
- Harris, P. L (2012). The child as anthropologist. *Infancia y Aprendizaje*, 35 (3), 259-277.
- Hmelo-Silver, C. E., Duncan, R. G., & Chinn, C. A. (2007). Scaffolding and achievement in problem-based and inquiry learning: A response to Kirschner, Sweller, and Clark (2006). *Educational Psychologist*, 42(2), 99–107.
- Hudson P., Miller S. P., & Butler F. (2006). Adapting and merging explicit instruction within reform based mathematics classrooms. *American Secondary Education*, 35(1), 19-32
- Jonassen D. H. (1991). Objectivism vs. constructivism: do we need a new philosophical paradigm? *Educational Technology Research & Development*, 39(3), 5-14.
- Kirschner P. A., Sweller J., & Clark R. E. (2006). Why minimal guidance during instruction does not work: An analysis of the failure of constructivist, discovery, problem-based, experiential, and inquiry-based teaching. *Educational Psychologist*, 41(2), 75-86.
- Lamon, S. (2007). Rational number and proportional reasoning. Toward a theoretical framework for research. En, F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 629-667). New York, NY: Information Age Pub Inc.
- Linn, M. C., Clark, D., & Slotta, J. D. (2003). WISE design for knowledge integration. *Science Education*, 87(4), 517–538.
- Mayer, R. E. (2004). Should there be a three-strikes rule against pure discovery learning? *American Psychologist*, 59 (1), 14 - 19.
- Miyakawa, T. y Winsløw, C. (2009). Didactical designs for students’ proportional reasoning: an “open approach” lesson and a “fundamental situation”. *Educational Studies in Mathematics*, 72, 199–218.
- Radford, L. (2006). Introducción. Semiótica y educación matemática. *Revista Latinoamericana de Matemática Educativa*, Número especial, pp. 7-22.
- Radford, L. (2014). De la teoría de la objetivación. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 7(2), 132-150.
- Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense-making in mathematics. In: D. Grouws (Ed.). *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (p. 334-370). New York: MacMillan.
- Simon M. A. (1995). Reconstructing mathematics pedagogy form a constructivist perspective. *Journal for Research in Mathematics Education*, 26, 114-145.
- Simon M. A., & Tzur R. (2004). Explicating the role of mathematical tasks in conceptual learning: An elaboration of the Hypothetical Learning Trajectory. *Mathematical Thinking and Learning*, 6(2), 91-104.
- Steele M. M. (2005). Teaching students with learning disabilities: Constructivism of behaviorism? *Current Issues in Education*, 8(10). Retrieved from <http://cie.ed.asu.edu/come8/number10>
- Sweller J., Kirschner P. A., & Clark R. E. (2007). Why minimally guided teaching techniques do not work: A reply to commentaries. *Educational Psychologist*, 42(2), 115-121.

- Thaler, R. H., & Sunstein, C. R. (2008). *Nudge improving decisions about health, wealth and happiness*. Yale University Press.
- Zhang, L. (2016). Is inquiry-based science teaching worth the effort? Some thoughts worth considering. *Science Education*, 25, 897-915.
- Wilhelmi, M. R. (2017). Proporcionalidad en Educación Primaria y Secundaria. En J. M. Contreras, P. Arteaga, G. R. Cañadas, M. M. Gea, B. Giacomone y M. M. López-Martín (Eds.), *Actas del Segundo Congreso Internacional Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos*.
Disponible en, enfoqueontosemiotico.ugr.es/civeos.html
- Wittgenstein, L. (1953). *Philosophical investigations*. New York, NY: The MacMillan Company.
- Wittgenstein, L. (1978). *Remarks on the foundations of mathematics* (3rd. ed.). Oxford, England: Basil Blackwell.
- Vygotsky, L. S. (1993). *Pensamiento y lenguaje*. [Obras escogidas II, pp. 9-287]. Madrid: Visor.

Una evolución de la mirada sobre la complejidad de los objetos matemáticos

Vicenç Font

vfont@ub.edu

<https://orcid.org/0000-0003-1405-0458>

Universitat de Barcelona (UB)

Barcelona, España.

Luis R. Pino-Fan

luis.pino@ulagos.cl

<https://orcid.org/0000-0003-4060-7408>

Universidad de Los Lagos (UdL)

Osorno, Chile.

Adriana Breda

adriana.breda@ub.edu

<https://orcid.org/0000-0002-7764-0511>

Universitat de Barcelona (UB)

Barcelona, España

Recibido: 28/03/2020 **Aceptado:** 20/04/2020

Resumen

Se explica la evolución de una agenda de investigación que se inició con el artículo “Objetos, prácticas y ostensivos asociados. El caso de la cisoide”, publicado el 2001, donde se pretendía mostrar la ingenuidad del punto de vista que consideraba a las representaciones ostensivas de los objetos matemáticos simplemente como diferentes significantes de objetos a-históricos y también se ponía énfasis en la importancia que tenía, para la Didáctica de la Matemáticas, problematizar la visión platónica sobre los objetos matemáticos. Para ello, se tomó como contexto de reflexión la evolución de las diferentes representaciones de la cisoide. El objetivo del artículo tenía aspectos en común con los principios asumidos por el Enfoque Ontosemiótico, por esta razón, el primer autor se fue interesando en la agenda de investigación que proponía dicho enfoque, en particular en cómo conceptualizar, desde una perspectiva pragmatista, el papel de las representaciones, y participó activamente en dar una respuesta, que no fuese platónica, a una de las preguntas que ha sido el motor de desarrollo del Enfoque Ontosemiótico: ¿qué es un objeto matemático y cuál es su significado en una determinada institución? La respuesta a esta pregunta iba de la mano con otro aspecto: la importancia para la Didáctica de la Matemáticas de tener en cuenta la complejidad de los objetos matemáticos, lo cual llevó a los tres autores de este trabajo a investigar sobre la complejidad de diferentes objetos matemáticos, así como sobre la comprensión que tienen los estudiantes de dicha complejidad. En este artículo, además de explicar el camino recorrido que se acaba de comentar, se explica cómo se ha incorporado la idea de “tener en cuenta la complejidad del objeto matemático a enseñar” en algunas experiencias de formación de profesores, donde han participado los autores.

Palabras clave: Objeto Matemático. Complejidad del Objeto Matemático. Idoneidad Didáctica. Enfoque Ontosemiótico.

Uma evolução da visão sobre a complexidade dos objetos matemáticos

Resumo

Explica-se a evolução de um processo de pesquisa iniciado com o artigo "Objetos, práticas ostensivas associadas. O caso do cissoide", publicado em 2001, pretendia-se mostrar a ingenuidade do ponto de vista que considerava as representações ostensivas de objetos matemáticos simplesmente como diferentes significantes de objetos a-históricos, além de enfatizar a importância que eles tinham, para a Didática da Matemática, de problematizar a visão platônica de objetos matemáticos. Para isso, tomou-se como contexto de reflexão, a evolução das diferentes representações do cissoide, cujo objetivo apresentava aspectos em comum com os princípios assumidos pela Abordagem Ontossemiótica. Por essa razão, o primeiro autor foi interessando-se no processo de pesquisa que propunha dita abordagem, em particular em como conceituar, a partir de uma perspectiva pragmatista, o papel das representações, e participou ativamente em dar uma resposta, que não fosse platônica, a uma das perguntas que foi o motor de desenvolvimento da Abordagem Ontossemiótica: o que é um objeto matemático e qual o seu significado em uma determinada instituição? A resposta a esta pergunta vai ao encontro de outro aspecto: a importância para a Didática da Matemática de se ter em conta a complexidade dos objetos matemáticos, o qual levou aos três autores de este trabalho a investigar sobre a complexidade de diferentes objetos matemáticos, assim como sobre a compreensão de dita complexidade apresentadas pelos estudantes e professores. Neste artigo, além de mostrar o caminho percorrido que se acaba de comentar, explica-se como se incorporou a ideia de "ter em conta a complexidade do objeto matemático a ensinar" em algumas experiências de formação de professores, onde participaram os três autores.

Palavras-chave: Objeto Matemático. Complexidade do Objeto Matemático. Adequação didática. Abordagem Ontosemiótica.

An evolution of the point of view on the complexity of mathematical objects

Abstract

This work explains the evolution of a research agenda that began with the article "Objects, practices and associated ostensive. The cissoids case", published in 2001, which was intended to show the ingenuity of the view that regarded the ostensive representations of mathematical objects simply as different signifiers of objects ahistorical and emphasis is also placed on the importance he had, for the Didactics of Mathematics, problematize the Platonic vision of mathematical objects. For this, the evolution of the different representations of the cissoid was taken as a context of reflection. The objective of the article had aspects in common with the principles assumed by the Ontosemiotic Approach, for this reason, the first author became interested in the research agenda that said approach proposed, particularly in how to conceptualize, from a pragmatist perspective, the role of the representations, and actively participated in giving a non-Platonic answer to one of the questions that has been the driving force behind the development of the Ontosemiotic Approach: what is a mathematical object and what is its meaning in a particular institution? The answer to this question is going to meet another aspect: the importance for didactics of mathematics to take into account the complexity of mathematical objects, which led to the three authors of this work to investigate the complexity of different mathematical objects, as well how about the understanding of this complexity presented by students and teachers. In this article, in addition to showing what has just been

said, it explains how the idea of “taking into account the complexity of the mathematical object to be taught” was incorporated in some teacher training experiences, where the three authors participated.

Keywords: Mathematical Object. Complexity of the Mathematical Object. Didactic suitability. Ontosemiotic Approach.

Introducción

En su conferencia plenaria de apertura en el PME-42, en el año de 2018, Mogens Niss caracterizó el artículo de la revista de educación matemática ideal y, en contraste con él, hizo un llamamiento a la comunidad de educación matemática sobre la importancia de publicar, entre otros, documentos no empíricos que se centran en un tema, en comparar o vincular marcos teóricos, o en presentar y analizar métodos (Niss, 2018). En la misma conferencia plenaria, Niss recordó la distinción de Arcavi (2000) entre investigación dirigida por problemas e investigación teórica en educación matemática. Siguiendo la sugerencia de Niss, este artículo es un documento que se aleja del informe de investigación típico (o ideal) ya que estamos informando sobre nosotros mismos, los autores, en particular de la evolución de la mirada sobre la complejidad de los objetos matemáticos del primer autor del artículo y de su impacto en el grupo de investigación que coordina, del cual forman parte los otros dos autores; ya que se trata de una narrativa de una evolución de la mirada sobre la complejidad de los objetos matemáticos, y de cómo ésta ha incidido en las investigaciones de los autores, en especial sobre las que están relacionadas con la formación de profesores. Este tipo de artículo, que abarca un recorrido sobre un amplio período, nos pareció especialmente adecuado para esta edición de la revista *Paradigma*, que publica un número especial conmemorando sus 40 años de vida.

El punto de partida de la evolución que se narra se inicia con la participación del primer autor de este artículo en la elaboración del artículo *Objetos, prácticas y ostensivos asociados. El caso de la cisoide*, conjuntamente con Rosa Peraire, publicado el año 2001 en la revista *Educación Matemática* (Font y Peraire, 2001). El objetivo de dicho artículo era mostrar la ingenuidad del punto de vista que consideraba a las representaciones ostensivas de los objetos matemáticos simplemente como diferentes significantes de objetos a-históricos, puesto que sus repercusiones didácticas tendían a minusvalorar la importancia de las diferentes representaciones ostensivas y las traducciones entre ellas en la producción de sentido. Para conseguir este objetivo, se realizó una investigación que puso el foco en la evolución histórica de las diferentes representaciones ostensivas de los objetos matemáticos y se tomó el caso de la

cisoide como contexto de reflexión. De este objeto matemático, se estudió la aparición de sus diferentes formas de representación, las traducciones entre ellas, y los diferentes programas de investigación en los que éstas se enmarcaban.

En este artículo, después de esta introducción, hay una segunda sección donde se explica el contexto académico y conceptual en el que se desarrolló la investigación que se describe en el artículo de la cisoide, así como el interés y relevancia del tema en ese entonces. En la siguiente sección se explica la evolución –y adopción de nuevas perspectivas en el marco del Enfoque Ontosemiótico de la Cognición e Instrucción Matemáticos (EOS) (Godino, Batanero y Font, 2007; 2019) – de la problemática iniciada en el artículo sobre la cisoide. En la cuarta sección se explica la relación del contenido del artículo sobre la cisoide con el trabajo actual de los tres autores de este artículo.

La metodología usada tiene aspectos de las siguientes metodologías: 1) narrativa (una mirada a una historia de uno mismo), 2) autoetnografía (una mirada a sí mismo dentro de un contexto más amplio) y autoestudio (una mirada a uno mismo en acción, generalmente dentro de contextos educativos) (Hamilton, Smith & Worthington, 2008), en las que se privilegia el yo/nosotros.

Contexto en el que se desarrolló la investigación sobre la cisoide. interés y relevancia de la problemática abordada

Cuando se escribió este artículo sobre la cisoide, los dos autores estábamos interesados, por una parte, en ampliar la investigación sobre las diferentes representaciones de un objeto matemático con análisis históricos y no limitarla, solamente, a investigaciones cognitivas sobre el efecto que producen las diferentes representaciones sobre la comprensión que genera el alumno y, por otra parte, en focalizar la investigación sobre la complejidad asociada a los objetos matemáticos.

En el año 2001 nos interesaba ilustrar, utilizando como contexto de reflexión el caso de la cisoide, la complejidad de las relaciones que se establecen entre un objeto matemático, sus ostensivos asociados, las técnicas que permiten manipular estos ostensivos y las situaciones en las que se usa el objeto (juntamente a sus ostensivos y técnicas asociadas) para organizar fenómenos.

En el año 2001 nos interesaba generar una línea de investigación, sobre el papel de las diferentes representaciones de los objetos matemáticos en la enseñanza de las matemáticas, de tipo pragmatista que fuese una alternativa a la investigación de tipo cognitivo sobre las representaciones, que era la dominante entonces. En aquella época, las investigaciones en didáctica de las matemáticas de tipo cognitivo entendían la comprensión de un objeto matemático, básicamente, en términos de integración de representaciones mentales, junto con las relaciones funcionales entre ellas. Esta integración es la que aseguraba la competencia en el uso de las representaciones externas asociadas al objeto matemático. Desde esta perspectiva, un objetivo central en la enseñanza de las matemáticas consistía en conseguir que “los estudiantes sean capaces de pasar desde una representación a otra sin caer en contradicciones” (Hitt, 1998, p. 124). Este objetivo era asumido por muchos investigadores en la Didáctica de las Matemáticas y lo podíamos encontrar formulado en términos parecidos, tanto para la enseñanza como para el aprendizaje, en muchas publicaciones. Por ejemplo, con relación al aprendizaje, en Duval (2002, p. 318) se decía: “La conversión de representaciones es un problema crucial en el aprendizaje de las matemáticas”. Para las investigaciones de tipo cognitivo la dualidad interno/externo era una noción clave y las representaciones cognitivas internas (o mentales) se introducían como una herramienta teórica para caracterizar las cogniciones complejas que podían construir los estudiantes sobre las representaciones externas. Las representaciones internas no se podían observar directamente, sino que eran inferidas a partir de conductas observables sobre las representaciones externas.

En cambio, los autores del artículo sobre la cisoide estábamos interesados en el desarrollo de una línea de investigación en la Didáctica de las Matemáticas sobre las representaciones de los objetos matemáticos de tipo pragmatista, que también daba mucha importancia al uso de diferentes representaciones, aunque las razones para ello eran diferentes a las que daban las investigaciones de tipo cognitivo. Mientras que en las segundas las representaciones se analizaban básicamente desde la perspectiva representacional (algo por algo), en las primeras primaba el aspecto instrumental (lo que se podía hacer con la representación). El valor representacional lleva a entender la representación de una manera elemental o unitaria “algo” por “algo”. En cambio, el valor instrumental lleva a entender la representación de una manera sistémica, como el detonante de un sistema complejo de prácticas que dicha representación permite realizar (otra representación diferente permitiría otro tipo de prácticas).

Evolución y adopción de nuevas perspectivas en el marco del EOS de la problemática iniciada en el artículo sobre la cisoide

En el artículo sobre la cisoide del 2001 no había ninguna referencia a investigaciones realizadas usando como marco teórico el Enfoque Ontosemiótico de la Cognición e Instrucción Matemáticas, pero el objetivo del artículo tenía muchos aspectos en común con los principios asumidos por este enfoque. Por esta razón, el primer autor de este artículo se fue interesando en la agenda de investigación que proponía dicho enfoque, en particular en cómo se conceptualizaba el papel de las representaciones en el EOS, lo cual le llevó a colaborar en los siguientes artículos sobre las representaciones desde la perspectiva del EOS: Font, Godino y D'Amore (2007 y 2010) y Godino y Font (2010). En estos artículos se afronta uno de los aspectos clave que plantea el uso de las representaciones: la naturaleza y la diversidad de los objetos que desempeñan el papel de representación y de los objetos representados. En estos artículos se muestra como la noción de función semiótica y la ontología matemática elaborada por el EOS nos permiten dar una respuesta de tipo pragmatista a esta cuestión. En particular, nos permiten afrontar la siguiente problemática: 1) La naturaleza de los objetos que intervienen en las representaciones, 2) La distinción entre representaciones internas y externas. 3) El problema de la representación del elemento genérico. 4) El papel que desempeñan las representaciones de un mismo objeto en su emergencia y 5) Procesos de comprensión y su relación con la traducción entre diferentes representaciones.

Otro aspecto que estaba presente, de manera incipiente, es este artículo sobre la cisoide era la importancia para la Didáctica de la Matemáticas de problematizar la visión platónica sobre los objetos matemáticos. El punto de vista platónico sobre las representaciones ostensivas de los objetos matemáticos considera que éstas son secundarias y relativamente neutras, ya que se consideran como diferentes significantes de objetos matemáticos a-históricos. El efecto que producen las diferentes representaciones ostensivas en la producción de sentido es un tema que no preocupa en demasía a la concepción platónica, ya que este posible efecto corresponde al contexto de descubrimiento y no al contexto de justificación. La problematización del punto de vista platónico iba de la mano con otro aspecto que también estaba presente, de manera incipiente, es este artículo sobre la cisoide: la importancia para la Didáctica de la Matemáticas

de tener en cuenta la complejidad de los objetos matemáticos, entendida como pluralidad de significados.

El hecho de que el EOS fuese uno de los marcos teóricos que más se había interesado en reflexionar sobre la complejidad de los objetos matemáticos y en buscar una explicación de cómo éstos emergen en el aula que no fuese de tipo platónico, llevó al primer autor del artículo sobre la cisoide a reflexionar sobre estos aspectos utilizando como marco teórico el EOS. En concreto, participó activamente en dar una respuesta a una de las preguntas que ha sido el motor de desarrollo del EOS: ¿Qué es un objeto matemático y cuál es su significado en una determinada institución? (Godino, Batanero y Font, 2019).

La emergencia de los objetos matemáticos en el EOS

En Font, Godino y Gallardo (2013) se da una respuesta a la pregunta anterior en la que la noción de complejidad del objeto matemático y la de articulación de los componentes de dicha complejidad juegan un papel esencial. Estos autores consideran que el camino por el cual los objetos matemáticos emergen a partir de las prácticas es complejo y deben ser distinguidos, al menos, dos niveles de emergencia. En un primer nivel, emergen representaciones, definiciones, proposiciones, procedimientos, problemas y argumentos (llamados objetos primarios en el EOS), que se organizan en configuraciones llamadas epistémicas. Con relación a la naturaleza de dichos objetos primarios, en el EOS, en consonancia con la filosofía de la matemática de Wittgenstein (1978), se considera que el tipo de existencia de las definiciones, proposiciones y procedimientos es el que tienen las reglas convencionales. Desde este punto de vista, los enunciados matemáticos son reglas (gramaticales) para el uso de cierto tipo de signos porque de hecho se usan como reglas. No describen propiedades de objetos matemáticos con algún tipo de existencia independiente de las personas que quieren conocerlos y del lenguaje que se usa para conocerlos, aunque lo pueda parecer.

Para explicar cómo emergen los objetos primarios se usa la metáfora *subir una escalera* para resaltar que la práctica matemática se puede considerar como subir una escalera, donde el escalón en el que nos apoyamos para realizar la práctica es una configuración de objetos primarios ya conocida, mientras que el escalón superior al que accedemos, como resultado de la práctica realizada, es una nueva configuración de objetos primarios en la que alguno (o

algunos) de dichos objetos no era conocido antes. Los nuevos objetos primarios aparecen como resultado de la práctica matemática y se convierten en objetos primarios institucionales gracias, entre otros procesos, a procesos de institucionalización.

Si bien es cierto que en el EOS se adopta un punto de vista convencionalista sobre la naturaleza de los objetos matemáticos, no se ignora que implícitamente se está sugiriendo en los procesos de enseñanza, explícita o implícitamente, una visión descriptiva/realista de las matemáticas. Para poder explicar cómo se genera dicha visión es necesario considerar un segundo nivel de emergencia, en el cual emerge un objeto matemático (por ejemplo, el objeto función), que es considerado como un objeto que se representa por diferentes representaciones, que puede tener varias definiciones equivalentes, que tiene propiedades, etc. Esta segunda emergencia es el resultado de diferentes factores. Los principales son los siguientes:

1) *La objetividad de las matemáticas.* En las matemáticas escolares se realiza un discurso sobre las matemáticas que, de manera explícita o implícita, envía a los alumnos el mensaje de que las matemáticas es una ciencia cierta, verdadera, objetiva, etc. Es habitual en el discurso escolar explicar la objetividad de las matemáticas, explícita o implícitamente, sugiriendo que, si bien las matemáticas son el resultado de la actividad de resolución de problemas de las diferentes sociedades humanas, su verdad, objetividad, etc., no depende de las personas que las han desarrollado.

2) *El éxito predictivo de las ciencias que usan las matemáticas.* Este éxito se utiliza, de manera explícita o implícita, como argumento para avalar la existencia de los objetos matemáticos. Con este argumento se está potenciando, sobre todo, el realismo ontológico.

3) *Simplicidad, intencionalidad y reificación.* En la vida cotidiana es útil suponer que las diferentes experiencias que se tienen de un objeto, por ejemplo, una silla, se deben a que existe un objeto silla que es la causa de dichas experiencias. De la misma manera, resulta muy cómodo considerar que existe un objeto matemático que es representado por diferentes representaciones, que se puede definir por varias definiciones equivalentes, que tiene propiedades, etc.

4) *La metáfora del objeto en el discurso del profesor.* Tal como se explica en Font, Godino, Planas y Acevedo (2010), en el EOS se considera que la metáfora objeto juega un papel relevante para considerar a los objetos matemáticos como objetos con un cierto tipo de existencia. Se trata de una metáfora conceptual que tiene sus orígenes en nuestras experiencias con los objetos físicos y permite la interpretación de los eventos, actividades, emociones, ideas...

como si fueran entidades reales con propiedades. La metáfora objeto está siempre presente en el discurso de los profesores, porque en él las entidades matemáticas se presentan como objetos con propiedades. En el discurso matemático es habitual el uso de determinadas expresiones metafóricas de esta metáfora conceptual que sugieren que los objetos matemáticos no son construidos, sino que son objetos preexistentes descubiertos; nos referimos a palabras del tipo *describir, hallar, encontrar, buscar, etc.*

5) *Diferenciación entre ostensivos y no ostensivos.* Tal como se argumenta en Font, Godino, Planas y Acevedo (2010), en el discurso matemático, es posible: a) hablar de un ostensivo que representa un no ostensivo que no existe (por ejemplo, podemos decir que $f'(a)$ no existe debido a que el gráfico de $f(x)$ tiene una forma puntiaguda en $x = a$), y b) la diferenciación del objeto matemático de sus representaciones. Ambos aspectos llevan a los estudiantes a interpretar los objetos matemáticos como diferentes de sus representaciones ostensivas. Este tipo de discurso que producimos dentro de la clase de matemáticas nos lleva a inferir la existencia del objeto como algo independiente de su representación.

Estos cinco factores, entre otros, generan en el aula, implícita o explícitamente, la visión descriptiva-realista de las matemáticas que considera: 1) que las proposiciones matemáticas describen propiedades de objetos matemáticos y 2) que dichos objetos tienen algún tipo de existencia independiente de las personas que los conocen y del lenguaje que se usa para conocerlos. Dicha visión resulta difícil de evitar ya que las razones que llevan a generarla están actuando constantemente y de manera muy sutil. Más que una posición filosófica asumida conscientemente, se trata de una forma de entender los objetos matemáticos que está presente de manera implícita.

Según el EOS, el objeto matemático derivada (por ejemplo) hay que situarlo en el segundo nivel de emergencia de objetos considerado en este enfoque. Se trata de la emergencia de una referencia global asociada a diferentes configuraciones de objetos primarios, las cuales permiten realizar prácticas matemáticas en diferentes contextos –en los cuales, por ejemplo, la derivada se ha interpretado como límite, como pendiente de la recta tangente o como velocidad instantánea, además como un operador que transforma una función en otra–, lo cual lleva a entender que la derivada se puede definir de diversas formas, representar de formas diferentes, etc. El resultado, según el EOS, es que se considera que hay un objeto, llamado derivada, que juega el papel de referencia global de todas las configuraciones de objetos primarios. Ahora

bien, dicha referencia global, en la actividad matemática, se concreta en una configuración de objetos primarios determinada. Por tanto, lo que se puede hacer con este objeto de segundo nivel está determinado por esta configuración. En el EOS, el objeto que juega el papel de referencia global se puede considerar como único por razones de simplicidad y, a la vez, como múltiple ya que, metafóricamente, se puede decir que estalla en una multiplicidad de objetos primarios agrupados en diversas configuraciones.

La mirada sobre la complejidad de los objetos matemáticos que tiene el EOS permite reformular la visión ingenua de que hay un mismo objeto matemático con diferentes representaciones. Lo que hay es un sistema complejo de prácticas, que permiten resolver problemas, en las cuales el objeto matemático (secundario) no aparece directamente, aquello que sí aparece son representaciones del objeto (secundario), diferentes definiciones, proposiciones y propiedades del objeto, procedimientos y técnicas que se aplican al objeto y argumentos sobre el objeto matemático (configuraciones epistémicas de objetos primarios en términos del EOS). Dicho de otro modo, a lo largo de la historia se han ido generando diferentes configuraciones epistémicas de objetos primarios para el estudio del objeto matemático (secundario), algunas de las cuales han servido para generalizar a las preexistentes.

Relación de la evolución de la mirada sobre la complejidad de los objetos matemáticos con la agenda actual de investigación de los autores

En esta sección explicamos la relación de la evolución de la mirada sobre la complejidad de los objetos matemáticos con las investigaciones actuales de los autores. En concreto se explican las investigaciones realizadas sobre la complejidad de diferentes objetos matemáticos, en particular la derivada y la antiderivada, así como la comprensión que tienen los estudiantes de dicha complejidad. También se explica cómo se ha incorporado el componente representatividad de la complejidad del objeto matemático a enseñar en el criterio de idoneidad epistémica, uno de los criterios de idoneidad didáctica propuestos por el EOS para valorar un proceso de instrucción, y algunas experiencias de formación de profesores, donde han participado los autores, en las que se ha enseñado el uso de dicho componente.

Investigaciones sobre la complejidad de diferentes objetos matemáticos

El primer autor de este artículo participó en diferentes investigaciones para profundizar en la complejidad de diferentes objetos matemáticos: números naturales (Godino, Font, Wilhelmi y Arrieche, 2009), media aritmética (Rondero y Font, 2015), límite (Contreras, García y Font, 2012), Optimización (Balcaza, Contreras y Font, 2017) y colaboró, con la tercera autora, para caracterizar la complejidad del Teorema de Thales (Font, Breda y Seckel, 2017) y, con el segundo, para caracterizar la complejidad de la derivada (Pino-Fan, Castro, Godino y Font, 2013; Pino-Fan, Godino y Font, 2011) y de la antiderivada (Gordillo, Pino-Fan, Font y Ponce-Campuzano, 2018); así como la comprensión que tienen los estudiantes de dicha complejidad, con el segundo y tercer autor (Pino-Fan, Font, Gordillo, Larios y Breda, 2018; Pino-Fan, Godino y Font, 2018). A su vez, la tercera autora, profundizó en la complejidad de las inecuaciones (Monje, Seckel y Breda, 2018) y el segundo autor en la antiderivada (Gordillo y Pino-Fan, 2016).

Para el objeto matemático derivada, Pino, Godino y Font (2011) caracterizan su complejidad mediante nueve configuraciones de objetos primarios: 1) tangente en la matemática griega; 2) variación en la edad media; 3) métodos algebraicos para hallar tangentes; 4) concepciones cinemáticas para el trazado de tangentes; 5) ideas intuitivas de límite para el cálculo de máximos y mínimos; 6) métodos infinitesimales en el cálculo de tangentes; 7) cálculo de fluxiones; 8) cálculo de diferencias; y 9) derivada como límite. En Pino, Castro, Godino y Font (2013) se utilizan estas nueve configuraciones para la reconstrucción del significado global de la derivada, el cual es utilizado para valorar la representatividad del significado pretendido en el currículo de Bachillerato de México (a partir de las configuraciones de objetos primarios activadas en las prácticas matemáticas propuestas tanto en el Plan de Estudios como en los libros de texto de dicho nivel).

La caracterización de la complejidad de la derivada realizada en Pino-Fan, Godino y Font (2011) facilita tener elementos para diseñar cuestionarios que permiten caracterizar la comprensión de los estudiantes, futuros profesores o profesores en servicio sobre la derivada. En Pino-Fan, Godino y Font (2018), se diseñó un cuestionario para determinar la comprensión de futuros profesores sobre la derivada en el que se incluyeron tareas que activan los diversos significados parciales de la derivada caracterizados en Pino-Fan, Godino y Font (2011).

En Gordillo y Pino-Fan (2016) la complejidad de la antiderivada se caracteriza mediante cuatro configuraciones de objetos primarios relacionadas con cuatro problemas fundamentales:

a) el problema geométrico de las tangentes de una curva y la cuadratura de la misma; b) el problema de la relación fluxiones - fuentes; c) el problema sobre la relación de los diferenciales y las sumatorias; y d) el problema de la identificación de funciones elementales. La caracterización de dicha complejidad permite tener elementos para diseñar cuestionarios que permiten caracterizar la comprensión de los estudiantes, futuros profesores o profesores en servicio sobre la antiderivada. En Gordillo, Pino-Fan, Font y Ponce (2018) y en Pino-Fan, Font, Gordillo, Larios y Breda (2018), se diseñó un cuestionario para determinar la comprensión de los estudiantes universitarios sobre la antiderivada en el que se incluyeron tareas que activan los diversos significados parciales de la antiderivada caracterizados en Gordillo y Pino (2016).

En estas investigaciones se llegó a la conclusión de que los profesores debían tener en cuenta la complejidad de los objetos matemáticos que enseñaban para conseguir una enseñanza más eficaz, lo cual llevó a los dos autores de este artículo a interesarse por la manera de incorporar la problemática de la complejidad de los objetos matemáticos en la formación de profesores:

Nuestra propuesta de reconstrucción del significado global de la derivada resulta especialmente importante puesto que el diseño, implementación y evaluación de planes de formación matemática y de procesos instruccionales sobre un contenido matemático específico, requieren un estudio en profundidad sobre el significado de los objetos matemáticos que componen dicho contenido. Tal estudio debe aportar criterios para seleccionar los problemas y prácticas matemáticas a incluir en los planes y procesos de formación, según las necesidades sociales y profesionales del grupo de personas a quien se dirigen. Es decir, es a partir del significado holístico de un objeto, que se determina cuál o cuáles serán los significados pretendidos, implementados y evaluados, en una práctica educativa específica. De esta manera, es indudable que el significado global de la derivada es pieza clave del conocimiento didáctico-matemático del profesor (Pino-Fan, Godino y Font, 2011, p. 175).

En particular nos llevó a desarrollar, juntamente con otros investigadores que también utilizan como referente teórico el EOS, el constructo *idoneidad didáctica* de un proceso de instrucción—siendo en la revista *Paradigma* donde se publicó uno de los primeros artículos que desarrollaban dicho constructo (Godino, Bencomo, Font y Wilhelmi, 2006). Dicho constructo se compone en seis criterios de idoneidad parciales, uno de los cuales es el criterio de idoneidad epistémica, desglosados en componentes e indicadores; siendo uno de los componentes del criterio de idoneidad epistémica *tener en cuenta una muestra representativa de la complejidad del objeto que se quiere enseñar* (Breda, Font y Pino-Fan, 2018; Breda, Pino-Fan y Font, 2017).

Complejidad del objeto y criterios de Idoneidad didáctica

La noción de idoneidad didáctica propuesta por el Enfoque Ontosemiótico de la Cognición e Instrucción Matemáticos (Breda, Font y Pino-Fan, 2018; Breda, Font, Lima y Pereira, 2018; Breda, Lima y Font, 2015), es una respuesta parcial a la siguiente problemática: ¿Qué criterios se deben utilizar para diseñar una secuencia de tareas, que permitan evaluar y desarrollar la competencia matemática de los alumnos y qué cambios se deben realizar en su rediseño para mejorar el desarrollo de esta competencia? Los criterios de idoneidad pueden servir primero para guiar los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y, segundo, para valorar sus implementaciones. Los criterios de idoneidad son útiles en dos momentos de los procesos de instrucción. A priori, los criterios de idoneidad son principios que orientan cómo se deben hacer las cosas. A posteriori, los criterios sirven para valorar el proceso de instrucción efectivamente implementado. En el EOS se consideran los siguientes criterios de idoneidad didáctica (Font, Planas y Godino, 2010):

- ✓ *Idoneidad Epistémica*, para valorar si las matemáticas que están siendo enseñadas son “buenas matemáticas”.
- ✓ *Idoneidad Cognitiva*, para valorar, antes de iniciar el proceso de instrucción, si lo que se quiere enseñar está a una distancia razonable de aquello que los alumnos saben, y después del proceso, si los aprendizajes adquiridos están cerca de aquello que se pretendía enseñar.
- ✓ *Idoneidad Interaccional*, para valorar si las interacciones resuelven dudas y dificultades de los alumnos.
- ✓ *Idoneidad Mediacional*, para valorar la adecuación de los recursos materiales y temporales utilizados en el proceso de instrucción.
- ✓ *Idoneidad Emocional*, para valorar la implicación (intereses, motivaciones, ...) de los alumnos durante el proceso de instrucción.
- ✓ *Idoneidad Ecológica*, para valorar la adecuación del proceso de instrucción al proyecto educativo del centro, las directrices curriculares, las condiciones del entorno social y profesional.

La operatividad de los criterios de idoneidad exige definir un conjunto de componentes e indicadores observables, que permitan valorar el grado de idoneidad de cada uno de los criterios. Por ejemplo, todos seguramente estaremos de acuerdo en que es necesario implementar unas “buenas” matemáticas, pero podemos entender cosas muy diferentes por ello. Para algunos criterios, los descriptores son relativamente fáciles de consensuar (por ejemplo, para el criterio de idoneidad de medios), para otros, como es el caso de la idoneidad epistémica es más difícil.

En Breda y Lima (2016), Seckel (2016) y Breda, Pino-Fan y Font (2017), se aporta un sistema de indicadores que sirve de guía de análisis y valoración de la idoneidad didáctica, que está pensado para un proceso de instrucción en cualquier etapa educativa. A continuación, se reproducen los componentes e indicadores del criterio de idoneidad epistémica:

Cuadro 1: Componentes e indicadores de la Idoneidad Epistémica

Componentes	Indicadores
Errores	No se observan prácticas que se consideren incorrectas desde el punto de vista matemático
Ambigüedades	No se observan ambigüedades que puedan llevar a la confusión a los alumnos: definiciones y procedimientos clara y correctamente enunciados, adaptados al nivel educativo al que se dirigen; adecuación de las explicaciones, comprobaciones, demostraciones al nivel educativo a que se dirigen, uso controlado de metáforas, etc.
Riqueza de procesos	La secuencia de tareas contempla la realización de procesos relevantes en la actividad matemática (modelización, argumentación, resolución de problemas, conexiones, etc.).
Representatividad de la complejidad del objeto matemático	<p>Los significados parciales (definiciones, propiedades, procedimientos, etc.) son una muestra representativa de la complejidad de la noción matemática que se quiere enseñar contemplada en el currículo.</p> <p>Los significados parciales (definiciones, propiedades, procedimientos, etc.) son una muestra representativa de la complejidad de la noción matemática que se quiere enseñar.</p> <p>Para uno o varios significados parciales, muestra representativa de problemas.</p> <p>Para uno o varios significados parciales, uso de diferentes modos de expresión (verbal, gráfico, simbólico...), tratamientos y conversiones entre los mismos</p>

Fuente: Breda y Lima (2016, p. 80).

Tanto los componentes como los indicadores de los criterios de idoneidad didáctica se han confeccionado teniendo en cuenta las tendencias, los principios y los resultados de la investigación en el área de Didáctica de las Matemáticas. En particular, para la idoneidad epistémica se ha tenido en cuenta un principio fundamental del EOS que, con los matices propios

de cada enfoque, es (o puede ser) asumido por otros enfoques teóricos del área. Nos referimos al principio que se puede formular de la siguiente manera: los objetos matemáticos emergen de las prácticas, lo cual conlleva su complejidad (Font, Godino y Gallardo, 2013; Rondero y Font, 2015). De este principio se deriva un componente (representatividad de la complejidad del objeto matemático) cuyo objetivo es que se tenga en cuenta, dentro de lo posible, dicha complejidad en el diseño y rediseño de las secuencias didácticas.

Este componente tiene su origen en la manera pragmatista de cómo se entiende el significado de un objeto matemático en el EOS y de cómo se entiende la emergencia de los objetos matemáticos a partir de las prácticas (explicado en la sección tres de este artículo). Desde un punto de vista pragmatista, el significado de un objeto matemático se entiende como el conjunto de prácticas en la que dicho objeto interviene de una manera determinante. Es decir, supone disponer de prácticas con respecto al campo de experiencia que el objeto abarca. Cuando se define el significado de un objeto matemático en términos de prácticas, tal como se propone en el pragmatismo, resulta que el significado de un objeto matemático queda ligado a otros significados y a otros objetos, puesto que en las prácticas interviene dicho objeto conjuntamente con otros objetos matemáticos. Este hecho, permite distinguir dos términos que resultan difíciles de diferenciar, nos referimos a los términos sentido y significado. En efecto, puesto que el objeto se puede relacionar con unos u otros objetos según el contexto, el tipo de notación, etc., para dar lugar a diferentes prácticas, podemos entender el sentido como un significado parcial, esto es, como un subconjunto (sentido) del sistema de prácticas en las que el objeto es determinante (significado).

El significado de un objeto matemático entendido como sistema de prácticas se puede parcelar en diferentes clases de prácticas más específicas que son utilizadas en un determinado contexto y con un determinado tipo de notación produciendo un determinado sentido. Cada contexto ayuda a generar sentido (permite generar un subconjunto de prácticas), pero no genera todos los sentidos.

Un objeto matemático, que se ha originado como un emergente del sistema de prácticas que permite resolver un determinado campo de problemas, con el paso del tiempo queda enmarcado en diferentes programas de investigación. Cada nuevo programa de investigación permite resolver nuevos tipos de problemas, aplicar nuevos procedimientos, relacionar el objeto (y por tanto definir) de una manera diferente, utilizar nuevas representaciones, etc. De esta

manera, con el paso del tiempo aparecen nuevos subconjuntos de prácticas (sentidos) que amplían el significado del objeto.

En el EOS (Font, Godino y Gallardo, 2013) se considera que, para analizar la actividad matemática, sea profesional o escolar, es necesario contemplar como mínimo los siguientes elementos: 1) notaciones, representaciones (lenguaje), 2) situaciones-problema 3) definiciones, 4) procedimientos, técnicas, ..., 5) proposiciones, propiedades, teoremas, etc., y 6) argumentos. Estos seis tipos de objetos primarios se articulan formando configuraciones de objetos llamadas epistémicas, y se pueden entender como un contexto intra matemático. Se trata de una herramienta que puede ser útil para describir la complejidad de los objetos matemáticos y de las prácticas de las cuales emergen. Por otra parte, cada una de estas configuraciones permite resolver un determinado tipo de problemas.

Desde esta perspectiva, un criterio de idoneidad de una trayectoria didáctica de enseñanza y aprendizaje para un objeto matemático es que el conjunto de prácticas implementadas sea un conjunto lo más representativo posible del sistema de prácticas que son el significado del objeto. Dicho en términos de contextos, hay que presentar a los alumnos una muestra de contextos intramatemáticos representativa, una muestra de contextos que permita construir una muestra representativa bien conectada de los diferentes sentidos del objeto. Por otra parte, una vez seleccionada una muestra representativa de contextos intramatemáticos, hay que seleccionar los contextos extra matemáticos que permiten hacer emerger las configuraciones epistémicas en las que se concretan dichos contextos intramatemáticos. Es decir, si se quiere conseguir que el alumno sea competente en la resolución de una variedad de problemas donde el objeto matemático en cuestión tiene un rol determinante, es necesario que el alumno disponga de una red de significados parciales bien conectados entre sí.

La reflexión sobre la complejidad del objeto matemático en la formación de profesores

El componente representatividad de la complejidad del objeto matemático que se quiere enseñar es uno de los componentes del criterio de idoneidad epistémica, que es una de las herramientas que se enseñan en diversos dispositivos formativos para desarrollar en los profesores la subcompetencia de análisis de la idoneidad didáctica de un proceso de instrucción, que a su vez es una de las subcompetencias que participan en la competencia de análisis e intervención didáctica, que es una de las competencias clave del modelo de *Conocimientos y Competencias Didáctico-Matemáticas* (CCDM), el cual ha sido desarrollado en diversos

trabajos³⁷ (Breda, Pino-Fan y Font, 2017; Godino, Giacomone, Batanero y Font, 2017; Pino-Fan, Assis & Castro, 2015; Pino-Fan, Font y Breda, 2017), y que está basado en el Enfoque ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos (Godino, Batanero y Font, 2007; 2019). La subcompetencia de análisis de la idoneidad didáctica, resulta clave para la reflexión global del docente sobre su práctica, en particular para su valoración y mejora progresiva.

En diferentes procesos de formación de profesores de matemáticas de España, México, Brasil, Ecuador, Chile, Panamá, Costa Rica, Venezuela y Argentina (Breda, 2016; Breda, Font y Lima, 2015; Breda y Lima, 2016; Breda, Pino-Fan y Font, 2016 y 2017; Esqué y Breda, 2021; Ferreres y Vanegas, 2015; Giménez, Vanegas, Font y Ferreres, 2012; Giménez, Font y Vanegas, 2013; Hummes, Font y Breda, 2019; Hummes, Font, Breda y Seckel, en prensa; Pino-Fan, Godino y Font, 2018; Morales-Maure, 2019; Morales-Maure, Durán-González y García-Vázquez, 2019; Morales-Maure, Durán-González, Pérez-Maya y Bustamante, 2019; Morales-López y Font, 2017 y 2019; Pochulu, Font y Rodríguez, 2016; Ramos, 2006; Ramos y Font, 2008; Seckel, 2016; Seckel y Font, 2020), se han realizado un conjunto de investigaciones que tienen como finalidad investigar el uso del constructo criterios de idoneidad didáctica, propuestos por el EOS, como herramienta para organizar la reflexión del profesor sobre su práctica, cuando esta reflexión está orientada hacia la valoración y mejora de la práctica, con el objetivo de desarrollar en los profesores la subcompetencia de análisis de la idoneidad didáctica de un proceso de instrucción.

Estas investigaciones han puesto de manifiesto los siguientes aspectos: 1) aunque no se incorpore explícitamente la enseñanza de los componentes e indicadores de los criterios de idoneidad didáctica, algunos de ellos, y en particular el componente <<muestra representativa de la complejidad del objeto matemático>>, están presentes de manera implícita cuando los profesores o futuros profesores hacen valoraciones de propuestas didácticas (suyas o de otros) (Breda, 2016; Breda y Lima, 2016; Breda, Pino-Fan y Font, 2017). 2) Incorporar el componente <<muestra representativa de la complejidad del objeto matemático>> para valorar la idoneidad epistémica de un proceso de enseñanza y aprendizaje, no es tarea fácil, ni para los formadores ni para sus alumnos (futuros profesores o profesores en servicio), pero se puede enseñar como parte del proceso de formación del profesorado (Font, Breda y Pino-Fan, 2017; Calle, Breda y

³⁷ Las publicaciones realizadas en el marco del EOS, aplicando el modelo CCDM, están disponibles en el sitio web <http://enfoqueontosemiotico.ugr.es> (entrada sobre Formación de profesores).

Font, en prensa; Calle y Breda, 2019; Seckel y Font, 2020). En estos dispositivos formativos, se hace hincapié en la necesidad de realizar un estudio preliminar orientado a la reconstrucción de un significado global sobre el objeto matemático que se quiere enseñar para poder ser conscientes de su complejidad.

Los autores de este artículo, conjuntamente con otros investigadores, están desarrollando el diseño y la implementación de recursos formativos que promuevan la realización de este tipo de análisis valorativo por parte de los profesores (en formación o en servicio) utilizando la herramienta criterios de idoneidad didáctica. A continuación, ponemos un ejemplo para ilustrar algunos momentos del proceso de enseñanza y aprendizaje del componente representatividad de la complejidad del objeto matemático realizado en un dispositivo de formación inicial de profesores de matemáticas, implementado en España (Font, Breda y Pino-Fan, 2017). Se trata de un ejemplo que presenta el uso de dicho componente en el proceso de reflexión, explicado en el Trabajo de Fin de Máster (TFM) de una futura profesora, con el fin de mejorar la implementación de una unidad didáctica (UD) diseñada e implementada anteriormente. El uso de los criterios de idoneidad didáctica fue enseñado en el proceso formativo de esta futura profesora como una herramienta metodológica para promover y apoyar la reflexión sobre su práctica.

La futura profesora, en su TFM, presenta la valoración y el rediseño de una propuesta didáctica sobre la función de segundo grado, para un grupo de alumnos del cuarto año de la Enseñanza Secundaria Obligatoria (ESO) de España (15-16 años de edad). En el tercer capítulo, donde realiza la valoración de los seis criterios de idoneidad didáctica, cuando valora la idoneidad epistémica, con relación al componente <<muestra representativa de la complejidad del objeto matemático>> dice que éste se debe mejorar en el rediseño de la unidad didáctica de cara a futuras implementaciones y argumenta su valoración negativa de dicho componente de la manera siguiente:

El principal significado parcial que se ha trabajado en la UD ha sido el de la representación de la función explícita, por lo que no podemos considerarlos como una muestra representativa de la complejidad de la función cuadrática. Han faltado significados parciales y sus conexiones.

La muestra de actividades presentadas en la UD no ha sido representativa. Han faltado problemas de contextos significativos de la aplicación de la

parábola, como pueden ser de tiro parabólico, de fuentes (por ejemplo, Montjuïc), de luz de faros, etc. (Font, Breda y Pino-Fan, 2017, p. 251).

Es importante resaltar que, en los diferentes dispositivos de formación, la necesidad de contemplar la complejidad del objeto matemático que se quiere enseñar se argumenta de varias formas, siendo una de las más importantes el hecho de que, en muchos currículos, se pretende que las matemáticas enseñadas se apliquen a la resolución de problemas (en especial, problemas de contexto extra matemático). Se les hace observar a los participantes que los problemas donde el uso de un determinado objeto matemático es determinante, son de diversos tipos y que, para su resolución, se ponen en funcionamiento diferentes significados parciales del objeto que se pretende enseñar. Por tanto, o bien se enseña una muestra representativa de significados parciales del significado global del objeto matemático en cuestión, o bien sólo los alumnos más creativos pueden aplicar el objeto a los diversos problemas.

Agradecimientos

Trabajo desarrollado en el marco del proyecto de investigación en formación de profesorado: PGC2018-098603-B-I00 (MCIU/AEI/FEDER, UE).

Referencias

- Arcavi, A. (2000). Problem-driven research in mathematics education. *Journal of Mathematical Behavior*, 19, 141–173.
- Balcaza, T., Contreras, A. y Font, V. (2017). Análisis de libros de texto sobre la optimización en el bachillerato. *Bolema*, 31(59), 1061-1081.
- Breda, A. (2016). *Melhorias no ensino de matemática na concepção de professores que realizam o mestrado PROFMAT no Rio Grande do Sul: uma análise dos trabalhos de conclusão de curso* (Tesis doctoral no publicada). Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul.
- Breda, A., Font, V., y Lima, V. M. R. (2015). A noção de idoneidade didática e seu uso na formação de professores de matemática. *Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática*, 8(2), 1-41. doi: 10.17921/2176-5634.2015v8n2p%25p
- Breda, A., Font, V., Lima, V. M. R., Pereira, M. V. (2018). Componentes e indicadores de los criterios de idoneidad didáctica desde la perspectiva del enfoque ontosemiótico. *Transformación*, 14(2), 162-176.
- Breda, A., Font, V., y Pino-Fan, L. (2018). Criterios valorativos y normativos en la Didáctica de las Matemáticas: el caso del constructo idoneidad didáctica. *Bolema*, 32(60), 255 - 278.

- Breda, A., Lima, V. M. R. (2016). Estudio de caso sobre el análisis didáctico realizado en un trabajo final de un máster para profesores de matemáticas en servicio. *REDIMAT - Journal of Research in Mathematics Education*, 5(1), 74-103. doi: 10.4471/redimat.2016.1955
- Breda, A., Pino-Fan, L., y Font, V. (2016). Establishing criteria for teachers' reflection on their own practices. In Csíkos, C., rausch, A., & Sztányi, J. (Eds.), *Proceedings of the 40th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 1, pp. 283). Szeged, Hungary: PME.
- Breda, A., Pino-Fan, L., y Font, V. (2017). Meta didactic-mathematical knowledge of teachers: criteria for the reflection and assessment on teaching practice. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 13(6), 1893-1918. doi: 10.12973/eurasia.2017.01207a.
- Calle, E., Breda, A. (2019). Reflexión sobre la complejidad de los objetos matemáticos en la formación inicial de profesores. En Daniel Aguilar, Martha Cobos, Luis Claudio Cortés, Enma Campozano (Eds), *La Investigación Educativa en un Mundo en Constante Transformación* (pp. 29-50). Cuenca: ASEFIE.
- Calle, E., Breda, A. y Font, V. (en prensa). ¿Qué significado atribuyen a la media aritmética profesores de matemáticas en ejercicio? *Revista Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*.
- Contreras, A., García, M., y Font, V. (2012). Análisis de un proceso de estudio sobre la enseñanza del límite de una función. *Bolema*, 26(42B), 667-690.
- Duval, R. (2002). Representation, vision and visualization: cognitive functions in mathematical thinking. Basic issues for learning. In F. Hitt, (Ed.), *Representations and Mathematics Visualization* (pp. 311-335). North American Chapter of PME: Cinvestav-IPN, México.
- Esqué, D., Breda, A. (2021). Valoración y rediseño de una unidad sobre proporcionalidad, utilizando la herramienta Idoneidad Didáctica. *Uniciencia*, 35(1), 1-19.
- Ferreres, S., y Vanegas, Y. (2015). Uso de criterios de calidad en la reflexión sobre la práctica de los futuros profesores de secundaria de matemáticas. *Procedia*, 196, 219-225.
- Font, V., Breda, A., y Pino-Fan, L. (2017). Análisis didáctico en un trabajo de fin de máster de un futuro profesor. En J. M. Muñoz-Escolano, A. Arnal-Bailera, P. Beltrán-Pellicer, M. L. Callejo y J. Carrillo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXI* (pp. 247-256). Zaragoza: SEIEM.
- Font, V., Breda, A., y Seckel, M. J. (2017). Algunas implicaciones didácticas derivadas de la complejidad de los objetos matemáticos cuando estos se aplican a distintos contextos. *Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia*, 10(2), 1-23.
- Font, V., Godino, J. D., y D'Amore, B. (2007). An onto-semiotic approach to representations in mathematics education. *For the Learning of Mathematics*, 27(2), 1-7.
- Font, V., Godino, J. D., y D'Amore, B. (2010). Representations in mathematics education. An onto-semiotic approach. *Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática*, 2, 58-86.
- Font, V., Godino, J. D., y Gallardo, J. (2013). The emergence of objects from mathematical practices. *Educational Studies in Mathematics*, 82, 97-124.

- Font, V., Godino, J. D., Planas, N., y Acevedo, J. I. (2010). The object metaphor and sinecdoque in mathematics classroom discourse. *For the Learning of Mathematics*, 30, 15-19.
- Font, V., Planas, N., y Godino, J. D. (2010). Modelo para el análisis didáctico en educación matemática. *Infancia y Aprendizaje*, 33(1), 89-105.
- Font, V., y Peraire, R. (2001) Objetos, prácticas y ostensivos asociados. el caso de la cisoide, *Educación matemática*, 13(2), 55-67.
- Giménez, J., Font, V., y Vanegas, Y. (2013). Designing professional tasks for didactical analysis as a research process. In Margolinas, C. (Ed.), *Task Design in Mathematics Education*. Proceedings of ICMI Study 22: Oxford, 2013.
- Giménez, J., Vanegas, Y., Font, V., y Ferreres, S. (2012). El papel del trabajo final de máster en la formación del profesorado de matemáticas. *UNO. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 61, 76-86.
- Godino, J. D., Batanero, C., y Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, 39(1), 127-135.
- Godino, J. D., Batanero, C., y Font, V. (2019). The Onto-semiotic Approach: implications for the prescriptive character of didactics. *For the Learning of Mathematics*, 39(1), 37-42.
- Godino, J. D., Bencomo, D., Font, V. y Wilhemi, M. R. (2006). Análisis y Valoración de la Idoneidad Didáctica de Procesos de Estudio de las Matemáticas. *Paradigma*, 27(2), 221-252.
- Godino, J. D., y Font, V. (2010). The theory of representations as viewed from the onto-semiotic approach to mathematics education. *Mediterranean Journal for Research in Mathematics Education*, 9(1), 189-210.
- Godino, J. D., Font, V., Wilhelmi, M. R., y Arrieche, M. (2009). ¿Alguien sabe qué es el número?. *Unión*, 19, 34-46.
- Godino, J. D., Giacomone, B., Batanero, C., y Font, V. (2017). Enfoque ontosemiótico de los conocimientos y competencias del profesor de matemáticas. *Bolema*, 31(57), 90-113.
- Gordillo, W., y Pino-Fan, L. (2016). Una propuesta de reconstrucción del significado holístico de la antiderivada. *BOLEMA*, 30(55), 535-558.
- Gordillo, W., Pino-Fan, L., Font, V. y Ponce-Campuzano, J. (2018). Algunas tareas para evaluar la comprensión sobre el objeto matemático antiderivada. *Academia y virtualidad*, 11(2), 1-17.
- Hamilton, M. L., Smith, L. & Worthington, K. (2008) Fitting the Methodology with the Research: An exploration of narrative, self-study and auto-ethnography, *Studying Teacher Education*, 4(1), 17-28, DOI: 10.1080/17425960801976321
- Hitt, F. (1998). Difficulties in the articulation of different representations linked to the concept of function. *Journal of Mathematical Behavior*, 17(1), 123-134.
- Hummes, V. B., Font, V., Breda, A., (2019). Combined Use of the Lesson Study and the Criteria of Didactical Suitability for the Development of the Reflection on the own Practice in the Training of Mathematics Teachers, *Acta Scientiae*, 21(1), 64-82.

- Hummes, V. B., Font, V., Breda, A. y Seckel, M. J. (en prensa). Criterios de idoneidad didáctica en una clase basada en el Lesson Study. *Praxis & Saber*.
- Monje, Y., Seckel, M.J. y Breda, A. (2018). Tratamiento de la Inecuación en el Currículum y Textos Escolares Chilenos. *Bolema*, 32(61), 480-502.
- Morales-López, Y., y Font, V. (2017). Análisis de la reflexión presente en las crónicas de estudiantes en formación inicial en educación matemática durante su periodo de práctica profesional. *Acta Scientiae*, 19(1), 122-137.
- Morales-López, Y., y Font, V. (2019). Evaluation by a teacher of the suitability of her mathematics class. *Educação e Pesquisa*, 45, e189468.
- Morales-Maure, L. (2019). *Competencia de análisis e intervención didáctica del docente de primaria en Panamá*. Tesis doctoral no publicada). Universidad de Barcelona, España.
- Morales-Maure, L., Durán-González, R., Pérez-Maya, C., & Bustamante, M. (2019). Hallazgos en la formación de profesores para la enseñanza de la matemática desde la idoneidad didáctica. Experiencia en cinco regiones educativas de Panamá. *Inclusiones*, 6(2), 142-162.
- Morales-Maure, L., Durán-González, R., & García-Vázquez, E. (2019). Intervención formativa para el aprendizaje de las matemáticas: una aproximación desde un diplomado. *Conrado*, 15(69), 7-19.
- Niss, M. (2018). The very multi-faceted nature of mathematics education research. In E. Bergqvist, M. Österholm, C. Granberg, & L. Sumpter (Eds.), *Proceedings of the 42th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, (Vol. 1, pp. 35-50). Umeå, Sweden: PME.
- Pino-Fan, L., Assis, A., & Castro, W. F. (2015). Towards a methodology for the characterization of teachers' didactic-mathematical knowledge. *Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education*, 11(6), 1429-1456. doi: 10.12973/eurasia.2015.1403a.
- Pino-Fan, L., Castro, W. F., Godino, J. D., y Font, V. (2013). Idoneidad epistémica del significado de la derivada en el currículo de bachillerato. *Paradigma*, 34(2), 123 – 150.
- Pino-Fan, L., Font, V., y Breda, A. (2017). Mathematics teachers' knowledge and competences model based on the onto-semiotic approach. In B. Kaur, W. K. Ho, T. L. Toh & B. H. Choy (Eds.), *Proceedings of the 41st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 4, pp. 33-40). Singapore: PME.
- Pino-Fan, L., Font, V., Gordillo, W., Larios, V., y Breda (2018). Analysis of the meanings of the antiderivative used by students of the first engineering courses. *International Journal of Science and Mathematics Education*. 16(6), 1091–1113. doi: 10.1007/s10763-01.
- Pino-Fan, L., Godino, J. D., y Font, V. (2018). Assessing key epistemic features of didactic-mathematical knowledge of prospective teachers: the case of the derivative. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 21(1), 63-94.
- Pino-Fan, L., Godino, J. D. y Font, V. (2011). Faceta epistémica del conocimiento didáctico-matemático sobre la derivada. *Educação Matemática Pesquisa*, 13(1), 141-178.
- Pochulu, M., Font, V., Rodríguez, M. (2016). Desarrollo de la competencia en análisis didáctico de formadores de futuros profesores de matemática a través del diseño de tareas. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa-RELIME*, 19(1), 71-98.

- Ramos, A. B. (2006). *Objetos personales, matemáticos y didácticos, del profesorado y cambios institucionales. el caso de la contextualización de las funciones en una facultad de ciencias económicas y sociales* (Tesis doctoral no publicada). Universitat de Barcelona, España.
- Ramos, A. B., y Font, V. (2008). Criterios de idoneidad y valoración de cambios en el proceso de instrucción matemática. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa-RELIME*, 11(2), 233-265.
- Rondero, C., y Font, V. (2015). Articulación de la complejidad matemática de la media aritmética. *Enseñanza de las Ciencias*, 33(2), 29-49.
- Seckel, M. J. (2016). *Competencia en análisis didáctico en la formación inicial de profesores de educación general básica con mención en matemática* (Tesis doctoral no publicada). Universidad de Barcelona, España.
- Seckel, M., & Font, V. (2020). Competencia reflexiva en formadores del profesorado en matemáticas. *Magis*, 12(25), 127-144.
- Wittgenstein, L. (1978). *Remarks on the foundations of mathematics* (3rd. ed.). Oxford, England: Basil Blackwell.

Historia del desarrollo de la Didáctica de la Matemática
Un estudio realizado con los medios teóricos de la EOS (Enfoque Onto-Semiótico)³⁸

Bruno D'Amore^{1 2}

bruno.damore@unibo.it

<https://orcid.org/0000-0002-5834-9438>

Martha Isabel Fandiño Pinilla²

<https://orcid.org/0000-0002-1592-9918>

damore@dm.unibo.it

¹*Universidad Distrital Francisco José de Caldas*
Bogotá, Colombia;

²*Universidad de Bologna, NRD c/o Departamento de Matemática,*
Bologna, Italia

Recibido: 12/01/2020 **Aceptado:** 20/02/2020

Resumen

En este trabajo se presentan y se sintetizan diversas reflexiones sobre las bases teóricas del Enfoque ontosemiótico del conocimiento matemático y de la enseñanza de la matemática, en el marco general de la progresiva consolidación de la Didáctica de la Matemática como disciplina científica. Se comienza presentando algunas características del conocimiento científico en general, los requisitos que se le exigen a la didáctica para su consideración como ciencia y el problema de la proliferación de marcos teóricos. Seguidamente, se describen algunos rasgos característicos desde el punto de vista ontológico y semiótico como una base constitutiva de la Didáctica de la Matemática. Finalmente se hace referencia a otros marcos teóricos y sus conexiones con el enfoque ontosemiótico.

Palabras clave: bases de la didáctica de la matemática, bases del EOS, relaciones entre teorías, didáctica de la matemática como ciencia.

História do desenvolvimento da Didática da Matemática

Um estudo realizado com os médios teóricos do EOS (Enfoque Onto-Semiótico)

Resumo

Neste trabalho são apresentadas e sintetizadas várias reflexões sobre as bases teóricas do Enfoque Ontosemiótico do Conhecimento Matemática e do Ensino da Matemática (EOS), no marco geral da progressiva consolidação da Didática da Matemática como disciplina científica. O artigo inicia-se apresentando algumas características do conhecimento científico em geral, os requisitos que são exigidos à didática para a sua consideração como ciência y o problema da proliferação de marcos teóricos. Logo, são descritas algumas características do ponto de vista ontológico e semiótico como um alicerce constitutivo da Didática da Matemática. Por fim, se faz referência a outros marcos teóricos e suas conexões como o EOS.

³⁸ Este artículo hace referencia, analiza y profundiza trabajos previos, en particular: D'Amore (2000, 2001a, 2001b, 2005, 2007); D'Amore, Fandiño Pinilla (2001, 2013); D'Amore, Font, Godino (2007); D'Amore, Godino (2006, 2007; Font, Godino, D'Amore (2007).

Palavras Chave: Bases da didática da matemática, bases do EOS, relações entre teorias, didática da matemática como ciência.

**History of the development of the Mathematics Education
A study conducted by theoretical means of EOS (Enfoque Onto-Semiotico)**

Abstract

In this paper we summary and extend various reflections on the theoretical bases of the onto-semiotic approach to mathematical knowledge and instruction, in the general framework of the progressive consolidation of Didactic of Mathematics as a scientific discipline. We first present some characteristics of scientific knowledge, the requirements for didactics to be considered as a science, and the problem of proliferation of theoretical bases. Then, we describe some characteristic features of the ontological and semiotic point of view, as a constitutive basis for Didactic of Mathematics. Finally, some reference to other theoretical frameworks and their connections with the onto-semiotic approach is made.

Keywords: bases of didactic of mathematics, bases of OSA, relations between theories, didactic of mathematics as science.

Breves notas sobre el nacimiento de la Didáctica de la Matemática

Establecer una fecha de nacimiento para la Didáctica de la Matemática (DdM), es una empresa titánica y sin un éxito garantizado; sin embargo, creemos que muchos concuerdan en afirmar que, *para como la entendemos hoy*, la DdM como disciplina, nace en los años ‘70 (Artigue, Gras, Laborde, & Tavinot, 1984).

Cuando la DdM inició a delinarse, eran tantas sus interpretaciones como cuantos eran los investigadores que declaraban ocuparse de ésta; pero, ya a finales de los años ‘80, Thomas Romberg, aceptando parámetros “débiles” para la definición de “ciencia consolidada y estable”, declaraba que la DdM podía ser considerada como tal (Romberg, 1988).

Sin embargo, un artículo de Sierpinska y Lerman de 1996 sobre la epistemología de la matemática y sobre la educación matemática evidenciaba una gran cantidad de puntos de vistas teóricos puestos en acto para afrontar la investigación en DdM (Sierpinska, & Lerman, 1996), puntos de vista que son absolutamente vitales aún hoy, veinte años después.

“Pluralidad de puntos de vista” puede significar “enriquecimiento”; sin embargo, para el progreso de una disciplina y para el potenciamiento de sus aplicaciones prácticas, nos parece inevitable deber cumplir el esfuerzo de identificar pocos conceptos y métodos unificadores que, en un inmediato futuro, nos lleven todos a compartir un verdadero *programa de investigación* (Lakatos, & Musgrave, 1960).

Qué entendemos hoy con el término “ciencia”

Sobre este punto queremos proceder con calma, afrontando el tema desde lejos: nos serviremos principalmente de D'Amore (2007).

El término “teoría científica” o “ciencia” generalmente se reserva a toda representación (simbólica, abstracta, escrita, ...) compartida, coherente y plausible, de un conjunto de fenómenos relacionados entre sí por relaciones causales, describibles, significativas (causa – efecto, deducción, inducción, abducción, ...) (Flach, & Hadjiantonis, 2000).

Dejando de lado, por brevedad, el recorrido arcaico de la idea de ciencia, entre las formas actuales de considerar una teoría científica se encuentra la bien conocida y discutida noción de “paradigma” ideada por Thomas Kuhn (Kuhn, 1957); se entiende por “paradigma” el conjunto de las hipótesis teóricas generales y el conjunto de las leyes para sus aplicaciones, aceptadas comúnmente por quienes se declaran pertenecientes a una misma comunidad científica, y que implican un sustancial acuerdo en los juicios profesionales, de mérito y de pertinencia.

En la formación de una nueva comunidad científica, existe un momento a partir del cual se puede hablar precisamente de “paradigma”; la fase precedente está caracterizada por una desorganización, exenta de acuerdos específicos, y con una constante riqueza de debates sobre los fundamentos de la disciplina misma. Como dijimos en precedencia, de forma un poco irónica se puede afirmar que en esta fase hay tantas teorías como investigadores y una continua búsqueda y exigencia de clarificar los puntos de vista propios y las posiciones de los otros. Los trabajos escritos de investigación en este momento están por lo general acompañados de explicaciones sobre las características generales de la investigación misma.

La tesis más famosa de Kuhn (1957) es aquella según la cual el progreso científico procede según “revoluciones”, dado que se presenta un cambio, una evolución, sólo después de una crisis.

Otra contribución fundamental fue la que propuso al inicio de los años '60 Imre Lakatos (Lakatos, & Musgrave, 1960), con la idea de “programa de investigación”, es decir una sucesión de teorías científicas relacionadas entre sí en un desarrollo continuo, que contiene reglas metodológicas de investigación (reglas en positivo, de seguir, reglas en negativo, de evitar). Todo programa debe contener: un núcleo o centro del programa; un sistema de hipótesis auxiliares; una heurística, es decir, los procedimientos que se aplican a la resolución de los problemas. En esta sucesión, una nueva teoría se puede considerar un progreso respecto a la precedente si:

- permite hacer predicciones que la precedente no era en grado de hacer;
- algunas de dichas predicciones se pueden probar como verdaderas;
- la nueva teoría explica hechos que la precedente no podía probar.

Otra notable contribución teórica fue dada a mitad de los años '80 por Mario Bunge (Bunge, 1985): la ciencia es un cuerpo, en constante crecimiento, de conocimientos, caracterizado por el hecho de tratar conocimientos racionales, sistemáticos, exactos, verificables (por tanto, también falibles).

Los conocimientos científicos coinciden con el conjunto de las ideas sobre un determinado argumento, establecidos provisoriamente en un primer momento; pero después, el concurso de cada uno y el intercambio de informaciones y de ideas da lugar a una comunidad científica. Lo que caracteriza la diferencia entre campos de creencias (religiones, ideologías, políticas, ...) y campos de investigación científica es el tipo de modalidades según las cuales se presentan los “cambios” en las ideas. En los primeros, los cambios se presentan a causa de “revelaciones”, controversias, presiones sociales; en los segundos los cambios son continuos a raíz de los resultados de la investigación misma.

Según exigencias “débiles”, una teoría científica se define hoy como tal cuando dispone de un objeto específico de estudio, de un método de investigación propio y de un lenguaje específico compartido; a esta exigencia hacen referencia los teóricos de las ciencias humanas, para llamar “ciencias” precisamente, dichos dominios de estudio.

Esta exigencia “débil” permitió, en las últimas décadas, la proliferación del apelativo de “ciencia” dado a muchas disciplinas. De hecho, cualquier disciplina a cuyo desarrollo concurren estudiosos que se reconozcan y se acepten recíprocamente como expertos de ésta, fundando una comunidad de prácticas compartidas y que hacen uso del mismo lenguaje, antes o después adquiere precisamente las características descritas líneas arriba.

El problema de la posible repetición de los experimentos, de la correcta definición de las variables en juego, del sentido que adquieren términos como “riguroso”, “verdadero”, etc., tiende a desvanecer o, mejor, a sufrir profundas modificaciones.

Lo que existe de común en todas estas interpretaciones es que las teorías científicas no pueden ser creaciones o invenciones de una única persona, sino que debe existir una comunidad de personas entre las cuales rige un sustancial acuerdo sea sobre los problemas significativos de la investigación, sea sobre las modalidades en las cuales dicha investigación se explica, sea sobre el lenguaje usado.

La DdM es una ciencia

Entrando un poco más en la dirección precedentemente delineada, Romberg (1988), para definir las características peculiares de una teoría científica consolidada y estable, afirmaba explícitamente que:

- debe existir un conjunto de investigadores que demuestren interés en aspectos comunes; en otras palabras, deben existir problemáticas centrales que guían el trabajo de los investigadores y que estas problemáticas son compartidas;
- las explicaciones dadas, a estas problemáticas, por los investigadores deben ser del tipo causal;
- el grupo de investigadores debe haber elaborado un vocabulario y una sintaxis común, con la cual el grupo se manifiesta de acuerdo;
- el grupo debe haber elaborado procedimientos propios para aceptar o rechazar los enunciados en una manera considerada por sus miembros objetiva y ampliamente compartida.

Entre las ciencias así entendidas, se incluyen las didácticas disciplinarias y en particular la DdM:

- es evidente la existencia de un numeroso grupo internacional de investigadores en las diversas didácticas disciplinarias que tienen intereses comunes,
- para quienes existen problemáticas consideradas centrales y compartidas,
- que dan (desde hace unas cuatro décadas) explicaciones de carácter causal,
- que han elaborado un vocabulario común, siempre más compartido.

Estos investigadores tienen congresos y revistas específicas, al interior de las cuales las propuestas de comunicaciones o de publicaciones son analizadas sobre la base de procedimientos ampliamente compartidas. Estamos, por tanto, plenamente en las condiciones propuestas por Romberg para poder afirmar que muchas didácticas disciplinarias tienen todas las características para poder ser consideradas ciencias consolidadas y estables.

Además: nos parece necesario e inevitable que quien se ocupa de DdM deba ser óptimo conocedor de la matemática; el hecho es que no se puede ni pensar de entender problemas de falta de comprensión del concepto de límite (por ejemplo) por parte de un estudiante, si quien cumple este análisis no domina él mismo el concepto de límite. No solo conoce la matemática necesaria para entender esta noción, pero la conoce profundamente desde un punto de vista histórico-crítico, epistemológico, didáctico, hasta hacerla propia, es decir, no solo una noción aprendida en cursos, sino una “construcción personal”, elaborada en propio.

Por tanto, el estudio de la DdM y aún más la investigación en este campo requiere una fuerte interrelación de base sobre la competencia en matemática por parte de quien la realiza

(este tema es mucho más estudiado y analizado en Fandino Pinilla, 2011, texto al cual reenviamos).³⁹

Desde hace tiempo sugerimos que se puede interpretar la DdM como una disciplina interna a la matemática misma, una matemática aplicada, precisando aún más: aplicada a la problemática de la enseñanza – aprendizaje de la matemática. Nos parece que esta pertenencia sea cónsona, lógica, adecuada, funcional que no la de presentar la DdM dentro del ámbito de las ciencias de la formación o de la didáctica general (D'Amore, & Frabboni, 1996; 2005; D'Amore, & Fandiño Pinilla, 2007, 2020).

Consideramos oportuno y genial que, el 6 de julio de 2006, en el congreso Joint Meeting of UMI-SIMAI/SMAI-SMF: *Mathematics and its Applications*, que se llevó a cabo en el Departamento de Matemática de la Universidad de Turín, Italia, se haya incluido como temática precisamente la DdM con un amplio Panel on Didactics of Mathematics. Y que las actas de aquel panel hayan sido publicadas sobre una revista de DdM (AA. VV., 2007).

Volviendo, por tanto, a la teoría de una didáctica disciplinar, debemos en primer lugar hacer el esfuerzo de afrontar los problemas meta-disciplinarios; para nosotros, entre éstos, está la urgente necesidad de clarificar las nociones teóricas que se utilizan en DdM, en particular las nociones usadas para analizar los fenómenos del aprendizaje y la cognición.

Sobre este tema, no existe un consenso incluso al interno de aquella corriente que se suele llamar “epistemológica” o “didáctica fundamental” (Brousseau, 1989; Gascón, 1998). Para dar cuenta de lo que estamos afirmando, es suficiente observar la variedad de nociones (y de sus interpretaciones) que son usadas sin que haya habido un análisis previo, una confrontación, una clarificación, una limpieza.

Entre los términos que consideramos mayormente abusados, encontramos: conocimiento, saber, concepciones, conceptos, esquemas, invariantes operatorias, significado, praxeología, ... Se trata de nociones de base, de los instrumentos, de las herramientas, cada uno con potencialidades y límites, según la interpretación que de éstos se haga.

³⁹ Esto no excluye que en el pasado y/o en la actualidad encontremos estudiosos de otras disciplinas, no matemáticos de profesión, que aportaron o estén aportando a la investigación en DdM una contribución extraordinaria; pero ciertamente esto es un hecho inusitado. Queremos recordar explícitamente a tres psicólogos que ayudaron y siguen ayudando a crear las bases mismas de la DdM: Efraím Fischbein, Gérard Vergnaud y Raymond Duval.

El problema interesante que se delineó en los últimos veinte años fue el de la necesidad de la elaboración de nuevos constructos cognitivos que superen eventuales limitaciones de aquellos existentes, utilizados a veces de forma acrítica, partiendo de lo que tenemos actualmente a disposición. Sólo así será posible una operación fundamental de reconocimiento de concordancias, complementariedades, redundancias, discordancias, ... entre las diversas posiciones.

En particular, si el objetivo fuese el de interpretar la DdM como una matemática aplicada, es evidente que cada término debería ser definido de forma unívoca y precisa. La tarea parece gravosa, pero, la matemática afrontó en precedencia ese tipo de dificultades, logrando dar definiciones de ideas que parecían escapar a todo intento de clasificación terminológica; pensemos, por ejemplo, en la idea de infinito que necesitó más de dos milenios de intentos (D'Amore, 1996a; 1996b).

El uso del término “cognitivo”, por ejemplo, es en sí mismo conflictual. Se encuentra en varias ocasiones para indicar conocimientos subjetivos, pero en ocasiones también para procesos mentales que las personas ponen en acto en el momento de afrontar un problema.

Desde el punto de vista psicológico de la cognición matemática, dichos procesos mentales, que tienen lugar en el cerebro de los seres humanos, son los únicos constituyentes del conocimiento que deben ser considerados. Pero esta afirmación limitativa no tiene en cuenta el hecho que los sujetos dialogan entre sí, encontrando o buscando acuerdos, regulan las formas de expresión y de actuación frente a determinadas clases de problemas; y que de estos “sistemas de prácticas compartidas” emergen objetos institucionales los cuales, a su vez, condicionan las formas de pensar y de actuar de los miembros de dichas instituciones.

Por tanto, junto a los conocimientos subjetivos que emergen de las formas de pensar y de actuar de los sujetos entendidos de forma individual, es necesario considerar los conocimientos institucionales, a los cuales se debe atribuir un cierto grado de objetividad.

Esto lleva inmediatamente a distinguir, en la cognición individual y en la cognición general, la dualidad “cognición individual” - “cognición institucional”, entre las cuales se instauran relaciones dialécticas complejas.

Cognición individual: resultado del pensamiento y de la acción de un sujeto pensado como individuo frente a una cierta clase de problemas;

Cognición institucional: resultado del diálogo, del acuerdo y de la regulación de las acciones al interior de un grupo de individuos, frente a una cierta clase de problemas.

Una cognición individual no necesariamente coincide con la cognición institucional; se puede identificar la cognición personal con el término “cognitivo”, como se hace en psicología cognitiva (Neisser, 1967); y la cognición institucional con el término “epistémico”, dado que se ocupa de un conocimiento institucional.

Esta distinción es necesaria para afrontar dos puntos de vista de la investigación, el punto de vista *antropológico* (Chevallard, 1992; 1999) y el punto de vista *ontosemiótico* (Godino. & Batanero, 1994; Godino, 2002).

No trataremos aquí el punto de vista antropológico, reenviando al análisis detallado propuesto en D’Amore y Godino (2006).

Interpretación de las bases constitutivas de la DdM desde los puntos de vista ontológico y semiótico

Las aplicaciones de los supuestos ontológicos de la semántica realista a la matemática nos llevan a una visión platónica de los objetos matemáticos (conceptos, proposiciones, teorías, contextos, ...) (D’Amore, & Godino, 2006). Según esta posición filosófica, las nociones y las estructuras matemáticas tienen una existencia real, independiente del ser humano y de sus actividades, privadas o sociales, en algún dominio real. El conocimiento matemático consiste en *descubrir* relaciones pre-existentes que relacionan entre sí dichos objetos.

Dicha concepción implica además una visión absolutista del conocimiento matemático, en el sentido que es considerado como un sistema de verdades seguras, ciertas e inmutables. Con este presupuesto, por ejemplo, el significado del término “función” coincide con el concepto de función delineado, explicitado, externalizado por una oportuna y “correcta” definición matemática.

Desde un punto de vista epistemológico, la definición pragmatista del significado es

[...] mucho más satisfactoria que aquella dada al interior de la teoría realista: con la desaparición de los conceptos y de las proposiciones como datos independientes de la lengua, se disipa también el problema de cómo puedan ser conocidas estas entidades, y nos acercamos a los fenómenos que justifican la dependencia del pensamiento y de la experiencia respecto al lenguaje (Kutschera, 1979; p. 148).

Desde nuestro punto de vista, los supuestos ontológicos del constructivismo social como filosofía de la matemática (Ernest, 1998) implican, entre otras cosas, la adopción de las teorías pragmatistas del significado. Los objetos matemáticos deben/pueden ser considerados como símbolos de unidades culturales, emergentes de un sistema de usos ligados a las actividades matemáticas que realizan grupos de personas y que, por tanto, evolucionan con el transcurrir del tiempo.

En nuestra concepción, lo que determina el emerger progresivo de los “objetos matemáticos” es el hecho de que, en el seno de ciertas instituciones, se realizan determinados tipos de prácticas y que el “significado” de dichos objetos está íntimamente relacionado con los problemas afrontados y con las actividades realizadas por los seres humanos, no pudiéndose reducir el significado del objeto matemático a su mera definición matemática. La definición sintetiza un significado que es debido a la actividad, no es *el* significado o su expresión unívoca.

Siguiendo lo dicho hasta ahora, tomemos en examen las consideraciones de Ullmann (1978) que abren el camino a las siguientes prospectivas: las posiciones realistas y pragmatistas no son contradictorias; por tanto, la posición antropológica no está en contradicción con la realista.

En Ullman las teorías realistas son llamadas “referenciales” mientras las pragmatistas son llamadas “operacionales o contextuales”; desde su punto de vista, las teorías pragmatistas son un complemento de las teorías realistas:

El significado de una palabra se puede verificar *sólo* estudiando su uso [y aquí nos recuerda Wittgenstein]. No existe ningún atajo hacia el significado mediante la introspección o algún otro método. El investigador debe, en primer lugar, organizar una muestra adecuada de contextos y afrontarlos con un espíritu abierto, permitiendo que el significado o los significados emerjan de los contextos mismos. Una vez concluida esta fase, se puede pasar a la fase “referencial” y formular el significado o los significados evidenciados de esta forma. (Ullman, 1962, p. 76).

Puede ser iluminante en este punto citar la llamada “máxima pragmática” de Peirce: «Considerar cuáles son los efectos prácticos que nosotros pensamos puedan ser productos del objeto en nuestra concepción. La concepción de todos estos efectos es la concepción completa del Objeto» (Peirce, CP, 5.18, en Pierce, 1960). [Traducción nuestra].

Volvamos a Ullman:

La relación entre los dos métodos o, mejor, entre las dos fases de la investigación, es, en definitiva, la misma que se tiene entre el idioma y su expresión oral: la teoría operacional trata del significado en el hablado; aquella referencial, del significado en el idioma. No existe, absolutamente, necesidad de colocar las dos formas de acceso en oposición, uno frente al otro: cada uno conduce a su propio lado del problema y ninguno está completo sin el otro. (Ullman, 1962, pp. 76-77)

Recogiendo esta significativa observación de Ullman, y volviendo al campo que nos interesa, creemos poder afirmar que el significado de los objetos matemáticos inicia como pragmatista, relativo al contexto; pero, entre los tipos de uso relativos a dicho significado, existen algunos que permiten orientar los procesos de enseñanza – aprendizaje de la matemática. En la Didáctica de la Matemática, estos tipos de usos se objetivan a través del lenguaje y terminan constituyendo referencias específicas del léxico institucional.

Lo aquí delineado es el punto de partida de una visión de la DdM que amplía el punto de vista antropológico, elimina los límites, se acerca a la “práctica” compartida en aula, supera la supuesta dicotomía entre realismo y pragmatismo, así como entre antropología y psicología.

Los marcos teóricos en DdM como desarrollo de diversas teorías

Una de las tareas de mayor urgencia e importancia que deben ser afrontadas por los investigadores en DdM, como habíamos sugerido precedentemente (en 1.), es la clarificación, la comparación y la articulación de los marcos teóricos que se están usando actualmente. El problema es urgente y crítico, dado que, nuestra disciplina está ligada a otras, como la epistemología, la psicología, la matemática, la semiótica etc., y se están usando instrumentos y presupuestos teóricos divergentes, cuya coherencia y utilidad no es de hecho obvia y no puede ser dada por descontada.

En el actual panorama de la DdM observamos un cierto absolutismo teórico (cerrado en sí mismo) y una desarticulación conceptual y metodológica. Este problema se observa no sólo entre paradigmas y escuelas de pensamiento lejano (pragmatismo, realismo, constructivismo, cognitivismo, etc.), sino incluso dentro de las teorías emergentes de nivel intermedio que comparten un mismo paradigma epistemológico de base.

Por ejemplo, en el caso de la TAD, ¿qué relaciones existen con la teoría de las situaciones de Brousseau, o con la teoría de los campos conceptuales de Vergnaud, o con la teoría de la dialéctica instrumento – objeto de Douady? ¿Qué relaciones existen entre estas teorías y la teoría

de los registros de representación semiótica de Duval? ¿O con la teoría APOS de Dubinsky? Etc.

Para poder hacer estas comparaciones y estas articulaciones es necesario construir un sistema de referencia global que permita situar cada una de las teorías en el panorama integral de la DdM. Es necesario tener presente simultáneamente las diferentes dimensiones implicadas en los problemas de enseñanza y de aprendizaje de la matemática (dimensión epistémica, cognitiva, instruccional, política, etc.) y de los diversos niveles de análisis.

El punto de vista ontosemiótico (EOS) nació alrededor del 1994 (Godino y Batanero, 1994) con el objetivo de iniciar este camino de reflexión meta-didáctica, partiendo de la constatación de algunos límites en el punto de vista antropológico que había iniciado a formular Chevallard (1991; 1992). En particular, se trató de rectificar la elección anti-psicológica inicial, que se consolidó en los trabajos sucesivos, y su divergencia de otras teorías precedentes, como la teoría de las situaciones o aquella de los campos conceptuales (Vergnaud, 1990).

Pero no podemos olvidar el recorrido, el largo recorrido teórico de la DdM y de las teorías que decretaron su surgimiento y después la aceptación como teoría científica (D'Amore, & Fandiño Pinilla, 2013).

La teoría de las situaciones didácticas fue la primera en nacer; todos nosotros, investigadores en DdM, ya veteranos, fuimos fascinados por su forma de entender el aprendizaje; era la primera vez que los matemáticos hacían reflexiones de este tipo y en esta dirección.

Pero después la DdM evolucionó, y surgieron otras tantas teorías, inútil hacer una lista aquí: citaremos algunas líneas abajo. Muchas de estas teorías son evoluciones de la teoría de las situaciones, otras examinan cuestiones diferentes; algunas nacieron y murieron, otras se desarrollaron de forma impensable.

Las teorías nacen y mueren, se puede establecer un contraste entre ellas o buscar conexiones entre estas o incluso hacer que colimen incluyéndolas en otras teorías. Son muchos los estudios en esta dirección; nosotros nos limitamos reenviar a: Prediger, Bikner-Ahsbahs y Arzarello (2008), Radford (2008a; b; 2011), Bikner-Ahsbahs, Dreyfus, Kidron, Arzarello, Radford, Artigue y Sabena (2010).

Pero las teorías nuevas nacen con objetivos bien precisos, no sólo para absorber o incluir las teorías precedentes, sino también para estudiar factores que a las precedentes se les escapaban o para estudiar hechos que a las precedentes no les interesaban (D'Amore, 2007).

Así, teorías construidas sucesivamente a la teoría de las situaciones tuvieron objetivos diversos, fueron bien aceptadas en el panorama de los investigadores internacionales, pero no sustituyen la teoría de situaciones porque estas nuevas teorías tienen objetivos diversos.

Por ejemplo, la teoría APOS (que describe cómo las Acciones se interiorizan en Procesos que después son encapsuladas como Objetos mentales, que toman su puesto en más sofisticados Esquemas cognitivos) (Tall, 1999), creada por Ed Dubinsky en los años '80, tuvo un gran éxito internacional (y también grandes críticas), pero entre sus objetivos no estaba el de entender las situaciones de aula, como sí lo logra hacer la teoría de las situaciones (Dubinsky, 1991a, b).

Por ejemplo, el gran aparato introducido por Raymond Duval en 1993 para mostrar cómo las actividades de enseñanza – aprendizaje de la matemática en aula están fuertemente conexas con las tres acciones cognitivas de representar, tratar, convertir típicas de la semiótica, trajo a nuestra disciplina excelentes resultados, pero nada tiene que ver con las descripciones que la teoría de las situaciones nos enseña a observar y reconocer (Duval, 1993;1995).⁴⁰

Por ejemplo, la teoría EOS (Enfoque Onto Semiótico) tuvo un gran éxito internacionalmente desde cuando fue creada en los años '90 por uno de los grupos de investigación con sede en la Universidad de Granada, el grupo dirigido por Juan D. Godino; dicha teoría engloba en cierto sentido la llamada TAD (teoría antropológica de la didáctica) creada por Yves Chevallard en los primeros años '90, pero con objetivos declarados manifiestamente diversos de los objetivos perseguidos por la teoría de situaciones (Chevallard, 1991, 1992; D'Amore, & Godino, 2006; 2007; Font, Godino, & D'Amore, 2007), aún sin estar en antítesis y teniendo importantes puntos de comunión, como veremos en este mismo artículo.

Por ejemplo, la teoría semiótico cultural de Luis Radford tiene la capacidad de explicar modalidades de aprendizaje relacionadas con actividades semióticas por parte de estudiantes, por ejemplo, en el aprendizaje de la generalización o del álgebra precoz, que ninguna otra teoría precedente tiene. Pero no incluye el estudio general de las situaciones de aula, las cuales, dentro

⁴⁰ En verdad, las cosas no son así totalmente; para un intento de consolidación entre estas dos teorías, véase: D'Amore (2003).

de esta teoría, son aceptadas como elementos normativos. Un análisis comparativo entre teoría de las situaciones y teoría de la objetivación se puede ver en Asenova, D'Amore, Fandiño Pinilla, Iori y Santi (2020).

Indudablemente se trata de una de las teorías que, más que ninguna otra, cambió nuestra actitud frente al aprendizaje y a la DdM; en pocos años se impuso con fuerte sustentamiento que nos sorprende a todos, tanto, que no es fácil reconstruir su historia (cosa que nosotros hicimos, incluso pidiendo ayuda al mismo creador: Radford, 1998, 2000a, b, 2001, 2003, 2006a, b; véase: D'Amore, & Radford, 2017).

Y así sucesivamente, podríamos continuar citando teorías que siguieron a la teoría de situaciones, con sus características innovadoras y funcionales, a veces sólo descriptivas, a veces operativas.

Ahora bien, la actitud que se encuentra en algunos centros de investigación y en algunos investigadores y docentes de DdM de opacar las primeras teorías en favor de las nuevas es, por decir poco, ridículo. Uno de los artículos de Radford, enviado para su publicación en 1998 salió sólo en el 2003 porque en aquel tiempo algunas revistas de didáctica rechazaban sin apelación los artículos que hablaban de semiótica. Debemos decir que, aún en 2005, uno de los autores de este artículo encontró cierta dificultad para publicar un artículo porque, según uno de los árbitros que lo leyó, “se cita demasiadas veces a Raymond Duval” (conservamos esta carta).⁴¹

Pero esto es lo que sucede siempre a los anticipadores; Guy Brousseau inició a elaborar su teoría, que después tuvo fama internacional, en los años '60 y, en los años '70, ya era madura; pero tuvo que esperar hasta 1986 para ver publicado su famoso artículo, tal vez el más citado en el mundo en nuestro sector (Brousseau, 1986).

El hecho es que en los años '60 y '70 las revistas de, digamos así, enseñanza de la matemática, rechazaban estos artículos considerados “bizarros y extraños” como eran calificados los escritos por Brousseau; ¡tan es así que tuvo que publicar un artículo sobre una *Revue de laryngologie, otologie, rinologie* (Brousseau, 1980)! En aquellos tiempos, los nombres que dictaban ley eran aquellos de Zoltan Dienes, Georges y Frédérique Papy, ... quienes, más que teorías, proponían sistemas de enseñanza a veces bizarros basados en sus propias intuiciones y sin bases científicas. Los estudios de Brousseau dedicados a demoler duramente estos enfoques de enseñanza de la matemática son bien conocidos y tuvieron un éxito evidente:

⁴¹ El artículo salió de todas formas en 2006.

¿Quién recuerda hoy estos nombres? Sin una teoría científicamente basada en enfoques epistemológicos sensatos y bien fundamentados, estos episodios están condenados a desaparecer.

Pero las teorías sólidas, aquellas que dan resultados, aquellas que permiten entender la actitud de los estudiantes y de los docentes en las situaciones de aula, no son olvidadas. Es más, deben ser colocadas en la base, al inicio, de cualquier curso que pueda servir a quien de estas teorías debe hacer uso concreto en aula, los docentes, y a los futuros investigadores (estamos hablando, respectivamente, de cursos para docentes en formación inicial o en servicio, y de cursos de maestría y de doctorado). De lo contrario, un día, alguien creará descubrir aquellas cosas, ignorando que ya habían sido estudiadas, dará a estos estudios un nombre nuevo, creyendo de estar proponiendo un avance en el estudio de la didáctica de la matemática. Lo cual sería bastante ridículo.

Sería como re-descubrir que existen fórmulas generales que usan sólo operaciones racionales y la extracción de raíz cuadrada para encontrar las raíces de las ecuaciones algebraicas generales de III grado con coeficientes enteros o racionales, con buena paz de Tartaglia (Tartamudo) y Cardan.

Relaciones del EOS con la teoría de las situaciones

El objetivo de continuar en la comparación y en la articulación de diferentes modelos teóricos, llevaron al EOS a formular algunas “nociones primitivas” con un alto grado de generalidad, como son “práctica matemática”, “institución”, “objeto matemático”, “función semiótica” y las dualidades cognitivo-antropológico (persona-institución, elemental-sistémico, ostensivo-no ostensivo, extensiva-intensiva, expresión-contenido). Estos instrumentos ofrecen una plataforma unificada a partir de la cual es posible afrontar las ya recordadas tareas de comparación y de articulación de los marcos teóricos usados en DdM.

Muchas de las propuestas estrictamente didácticas desarrolladas en los años dentro del EOS son compatibles totalmente con las bases de la teoría de las situaciones como se ve explícitamente enunciado en Godino y Batanero (2016):

La teoría de las situaciones didácticas formulada por Brousseau constituye, desde nuestro punto de vista, una teoría del aprendizaje organizado de la matemática, es decir, una teoría de la enseñanza de la matemática, en acuerdo con los presupuestos epistemológicos y psicológicos evidenciados en precedencia. Describe un ambiente de aprendizaje potente en el cual no sólo se

presta atención al saber matemático puesto en juego en la propuesta de trabajo sino también a las actividades de comunicación en aula, todo esto en una secuencia ordenada de situaciones didácticas. (...) la teoría de las situaciones didácticas [y aquí se citan los trabajos de G. Brousseau] que nos sirve de referencia evidencia el papel de las situaciones de acción para hacer que los estudiantes den sentido a las nociones y a los procesos de la matemática.

Efectivamente, algunos de los presupuestos de base de las dos teorías son similares:

- la elección de situaciones de aprendizaje significativas preparadas por el docente;
- el papel del docente como un director (de teatro) de la actividad de los estudiantes implicados en situaciones a-didácticas;
- el papel importante del conocimiento matemático (el Saber) para poder proceder a la transposición didáctica;
- la importantísima fase de la institucionalización que, en la teoría de las situaciones, es aquella final en el uso de situaciones a-didácticas;
- etc.

En D'Amore, Font y Godino (2007) se muestra cómo, con instrumentos del EOS y de la sociología, es posible evidenciar cómo el fenómeno del contrato didáctico, introducido por la teoría de las situaciones de Guy Brousseau, puede tener explicaciones de carácter sociológico. De otra parte, estos aspectos habían sido puestos en evidencia en D'Amore (2005) y en Bagni y D'Amore (2005).

Como podemos ver la red constructiva entre teorías es decididamente fuerte y significativa.

Conclusiones

Como en toda ciencia consolidada, también en DdM existen desarrollos teóricos, procesos de desarrollo, arrestos momentáneos e ideas brillantes que permiten reflexiones críticas maduras.

Pensamos que el EOS es una de aquellas teorías que determinaron el nacimiento de formas nuevas de pensamiento y de reflexión en el panorama de la DdM en el mundo. Sin embargo, aún hoy, si se desea describirla y evidenciar sus bases filosóficas, se debe hacer referencia a teorías precedentes que indudablemente fueron las bases para esta innovadora creación. Nada nace de la nada y las “espaldas de los gigantes” que nos precedieron están siempre ahí, listas para fungir de apoyo a nuevos investigadores de poco legados al litoral del mar a contemplar su vastedad.

Nosotros somos partidarios de la necesidad, en los límites de lo posible (en realidad: más allá de estos límites), de estudiar siempre la posibilidad de la unificación de las teorías o por lo menos su correlación sistematizada; casi nunca nos ha sucedido de tener que aceptar una falta total de nexos o constituyentes comunes entre dos teorías, por muy distantes que aparezcan a simple vista.

Referencias

- AA. VV. (2007). Actas del: Joint Meeting of UMI-SIMAI/SMAI-SMF: *Mathematics and its Applications*. Panel on Didactics of Mathematics. Departamento de Matemática, Universidad de Turín, 6 julio 2006. *La matematica e la sua didattica*, 21(1).
- Artigue, M., Gras, R., Laborde, C., & Tavignot, P. (1984). *Vingt ans de didactique des mathématiques en France*. Grenoble: La pensée sauvage.
- Asenova, M., D'Amore, B., Fandiño Pinilla, M. I., Iori, M., & Santi, G. (2020). La teoria dell'oggettivazione e la teoria delle situazioni didattiche: Un esempio di confronto tra teorie in didattica della matematica. *La matematica e la sua didattica*, 28(1). *En curso de impresión*.
- Bagni, G. T., & D'Amore, B. (2005). Epistemologia, sociologia, semiótica: la prospettiva socio-culturale. *La matematica e la sua didattica*, 19(1), 73-89.
- Blumer, H. (1969). *Symbolic interactionism. Perspective and method*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall.
- Bikner-Ahsbahs, A., Dreyfus, T., Kidron, I., Arzarello, F., Radford, L., Artigue, M., & Sabena, C. (2010). Networking of Theories in Mathematics Education. En: M. F. Pinto M.F. y T. F. Kawasaki (Compiladores). *Proceedings of the 34th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. Vol. 1, 145-175. Bello Horizonte, Brasil: PME.
- Brousseau G. (1980). Les échecs électifs dans l'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire. *Revue de laryngologie, otologie, rinologie*, 101(3-4), 107-131.
- Brousseau, G. (1986). Fondements et Méthodes de la Didactique des Mathématiques. *Recherches en didactique des mathématiques*, 7(2), 33-115.
- Brousseau, G. (1989). La tour de Babel. *Études en didactiques des mathématiques*. 2. Irem de Bordeaux.
- Bunge, M. (1985). *Pseudociencia e ideología*. Madrid: Alianza.
- Chevallard, Y. (1991). Dimension instrumentale, dimension sémiotique de l'activité mathématique. *Séminaire de Didactique des Mathématiques et de l'Informatique de Grenoble*. LSD2, IMAG, Université J. Fourier, Grenoble.
- Chevallard, Y. (1992). Concepts fondamentaux de la didactique: perspectives apportées par une approche anthropologique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 12 (1), 73-112.

- Chevallard, Y. (1999). L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 19 (2), 221-266.
- D'Amore, B. (1996a). L'infinito: storia di conflitti, di sorprese, di dubbi. Un fertile campo per la ricerca in Didattica della Matematica. *La matematica e la sua didattica*, 10(3), 322-335. [Este texto fue republicado en idioma español, con bibliografía completa: El infinito: una historia de conflictos, de sorpresas, de dudas. *Epsilon*, 12(36), 1996, 341-360. Este artículo fue republicado, con bibliografía completa en: *Bollettino dei docenti di Matematica*, 17(33), 1996, 1-10].
- D'Amore, B. (1996b). Infinite processes throughout the curriculum. *Proceedings of the 8th ICME International Congress on Mathematical Education*. Sevilla 14-21 Julio 1996, 309-311. (Se trata de la conferencia inaugural del Topic Group del cual el autor era el Chief Organizer).
- D'Amore, B. (1996c). *Elementi di didattica della matematica*. Prefacio de Colette Laborde. Bologna: Pitagora. [Versión en idioma español ampliada y actualizada: 2006, *Didáctica de la matemática*. Prefacios de Colette Laborde, Guy Brousseau y Luis Rico Romero. Bogotá: Magisterio]. [Versión en idioma portugués ampliada y actualizada: 2007, *Elementos de didáctica da matemática*. Prefacios de Colette Laborde, Guy Brousseau, Luis Rico Romero y Ubiratan D'Ambrosio. São Paulo: Livraria da Física].
- D'Amore, B. (2000). "Concetti" e "oggetti" in Matematica. *Rivista di Matematica dell'Università di Parma*, 6(3), 143-151.
- D'Amore, B. (2001a). Conceptualisation, registres de représentations sémiotiques et noétique: interactions constructivistes dans l'apprentissage des concepts mathématiques et hypothèse sur quelques facteurs inhibant la dévolution. *Scientia Paedagogica Experimentalis* [Gent, Bélgica], 38(2), 143-168.
- D'Amore, B. (2001b). Un contributo al dibattito su concetti e oggetti matematici: la posizione "ingenua" in una teoria "realista" vs il modello "antropologico" in una teoria "pragmatica". *La matematica e la sua didattica*, 15(1), 4-30.
- D'Amore, B. (2001c). *Scritti di Epistemologia matematica. 1980-2001*. Bologna: Pitagora.
- D'Amore, B. (2003). *Le basi filosofiche, pedagogiche, epistemologiche e concettuali della Didattica della Matematica*. Prefacio de Guy Brousseau. Bologna: Pitagora. [Versión en idioma español: D'Amore, B. (2005). *Bases filosóficas, pedagógicas, epistemológicas y conceptuales de la Didáctica de la Matemática*. Prefacios de Guy Brousseau y Ricardo Cantoral. México DF, México: Reverté-Relime. Traducción de Martha Isabel Fandiño Pinilla].
- D'Amore, B. (2005). Pratiche e metapratiche nell'attività matematica della classe intesa come società. Alcuni elementi rilevanti della didattica della matematica interpretati in chiave sociologica. *La matematica e la sua didattica*, 19(3), 325-336.
- D'Amore, B. (2007). Voces para el diccionario: Frabboni F., Wallnöfer G., Belardi N., Wiater W. (Compiladores) (2007). *Le parole della pedagogia. Teorie italiane e tedesche a confronto*. Turín: Bollati Boringhieri. Voces: Didattica disciplinare (72-75), Formazione in scienze naturali (140-142), Formazione in matematica (145-147), Scienza (335-337).

- D'Amore, B., & Fandiño Pinilla, M. I. (2001). Concepts et objets mathématiques. En: Gagatsis A. (compilador.) (2001). *Learning in Mathematics and Sciences and Educational Technology*. Vol. 1. Nicosia: Intercollege Press. 111-130.
- D'Amore, B., & Fandiño Pinilla, M. I. (2007). *Le didattiche disciplinari*. Prefacio de Franco Frabboni. Trento: Erickson.
- D'Amore, B., & Fandiño Pinilla, M. I. (2013). Il passo più lungo. Sulla necessità di non buttare a mare (in nome di un vacuo modernismo) teorie di didattica della matematica che spiegano, in maniera perfetta, situazioni d'aula reali. *Bollettino dei docenti di matematica*, [Bellinzona, Suiza], 34(66), 43-52.
- D'Amore, B., & Fandiño Pinilla, M. I. (2020). *Per una teoria delle didattiche disciplinari. Saggio per docenti e ricercatori*. Prefazione di Maura Iori. Bologna: Pitagora.
- D'Amore, B., Fandiño Pinilla, M. I., Marazzani I., & Sarrazy, B. (2018). *El contrato didáctico en Educación Matemática*. Prólogo y epílogo de Guy Brousseau. Bogotá: Magisterio. [Edición en italiano: D'Amore, B., & Fandiño Pinilla, M. I., & Marazzani, I., & Sarrazy, B. (2020). Gli effetti del contratto didattico in aula. Uno strumento concreto per gli insegnanti di Matematica. Prefacio y posfacio de Guy Brousseau. Bologna: Pitagora].
- D'Amore, B., Font, V., & Godino, J. D. (2007). La dimensión meta-didáctica en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática. *Relime*, 38(2), 49-77.
- D'Amore, B., & Frabboni, F. (1996). *Didattica generale e didattiche disciplinari*. Milán: Angeli.
- D'Amore, B., & Frabboni, F. (2005). *Didattica generale e didattica disciplinare*. Milán: Bruno Mondadori.
- D'Amore, B., & Franchini, D., & Gabellini, G., & Mancini, M., & Masi, F., & Matteucci, A., & Pascucci, N., & Sandri, P. (1995). La ri-formulazione dei testi dei problemi scolastici standard. *L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate*, 18A (2), 131-146. [Este artículo fue republicado en idioma inglés en: A. Gagatsis y L. Rogers (Compiladores) (1996), *Didactics and History of Mathematics*. Erasmus ICP 954 G 2011/11. Thessaloniki. 53-72].
- D'Amore, B., & Godino, D. J. (2006). Puntos de vista antropológico ed ontosemiótico en Didáctica de la Matemática. *La matematica e la sua didattica*, 21(1), 9-38.
- D'Amore, B., & Godino, D. J. (2007). El enfoque ontosemiótico como un desarrollo de la teoría antropológica en Didáctica de la Matemática. *Relime*, 10(2), 191-218.
- D'Amore, B., & Radford, L. (2017). *Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas: problemas semióticos, epistemológicos y prácticos*. Bogotá: Editorial Universidad Distrital Francisco José de Caldas.
- D'Amore, B., & Sandri, P. (1993). Una classificazione dei problemi cosiddetti impossibili. *La matematica e la sua didattica*, 16(3), 344-346. [Este artículo fue republicado en: A. Gagatsis (Compilador) (1994), *Didactiché ton Mathematicon*. Erasmus ICP 93G 2011/II. Thessaloniki. 247-252 (en griego), 579-584 (en francés). Este artículo fue además restampado en: *Cahiers de Didactique des Mathématiques*. 16-17, Junio 1995, 11-28 (en griego), 103-110 (en francés)].

- Dubinsky, E. (1991a). Reflective Abstraction in Advanced Mathematical Thinking. En D. Tall (Compilador.), *Advanced Mathematical Thinking* (pp. 95–126). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer.
- Dubinsky, E. (1991b). The Constructive Aspects of Reflective Abstraction in Advanced Mathematics. En L. P. Steffe (Compilador.), *Epistemological Foundations of Mathematical Experiences*, (pp. 160–202). New York: Springer-Verlag.
- Duval, R. (1993). Registres de représentations sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives* [ULP, IREM Strasbourg], 5(5), 37-65.
- Duval, R. (1995). *Sémiosis et pensée humaine. Registres sémiotiques et apprentissages intellectuels*. Berne: Peter Lang.
- Duval, R. (1998). Signe et objet (I). Trois grandes étapes dans la problématique des rapports entre représentations et objet. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, 6(6), 139-163.
- Eco, U. (1979). *Trattato di semiotica generale*. Milán: Bompiani.
- Ernest, P. (1991). *The philosophy of mathematics education*. Londres: Falmer Press.
- Fandiño Pinilla, M. I. (2011). Per una buona didattica è necessario un buon Sapere. *Bollettino dei docenti di matematica*, 32(62), 51-58.
- Flach, P. A., & Hadjiantonis, A. M. (Compiladores.) (2000). *Abduction and Induction: Essays on their Relation and Integration*. Dordrecht: Springer.
- Font, V., Godino, D. J., & D'Amore, B. (2007). Ontosemiotic approach of representation in mathematics education. *For the learning of mathematics*, 27(2), 2-7 y 14.
- Gascón, J. (1998). Evolución de la didáctica de las matemáticas como disciplina científica. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 18(1), 7-33.
- Godino, J. D. (2002). Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 22(2-3), 237-284.
- Godino, J. D., & Batanero, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 14(3), 325-355.
- Godino, J. D., & Batanero, C. (1998). Clarifying the meaning of mathematical objects as a priority area of research in mathematics education. En: A. Sierpiska e J. Kilpatrick (Compiladores.) (1998). *Mathematics Education as a Research Domain: A Search for Identity*. (177-195). Dordrecht: Kluwer A. P.
- Godino, J. D., & Batanero, C. (2016). Implicazioni delle relazioni fra epistemologia e insegnamento della matematica per lo sviluppo curricolare: il caso della combinatoria. *La matematica e la sua didattica*, 24(1-2), 19-41.
- Godino, J. D., Batanero, C., & Roa, R. (2005). An onto-semiotic analysis of combinatorial problems and the solving processes by university students. *Educational Studies in Mathematics*, 60(1), 3-36.

- Hjemslev, L. (1943). *Omkring sprogteoriens grundlæggelse*. Ed. original en idioma danés. Traducción en inglés: *Prolegomena to a Theory of Language*. 1961. Madison: University of Wisconsin.
- Kuhn, T. S. (1957). *The Copernican Revolution*. Cambridge (Mass): Harvard Univ. Press.
- Kutschera, F. Von (1979). *Filosofía del lenguaje*. Madrid: Gredos.
- Lakatos, I. y Musgrave, A. (Compiladores.) (1960). *Criticism and the Growth of Knowledge*. Cambridge: Cambridge Univ. Press.
- Moore, G.E. (1903). The refutation of idealism. *Mind*. 12, 433-453.
- Neisser, U. (1967) *Cognitive Psychology*. New York: Appleton-Century-Crofts.
- Peirce, C. S. 1931-1958. *Collected Papers*, vols. 1-8. En C. Hartshorne, P. Weiss, A. W. Burks (Compiladores.). Cambridge, MA: Harvard University Press.
- Peirce, C. S. (1960). *Collected papers of Charles Sanders Peirce (CP, Vol. I-VI)*. En C. Hartshorne & P. Weiss (Compiladores.). Cambridge, MA: The Belknap Press of Harvard University Press.
- Prediger, S., Bikner-Ahsbahr, A., & Arzarello, F. (2008). Networking strategies and methods for connecting theoretical approaches: first steps towards a conceptual framework. *ZDM Mathematics Education*, 38(40), 165-178.
- Radford, L. (1998). On Signs and Representations. A Cultural Account. *Scientia Paedagogica Experimentalis*, 35(1), 277-302.
- Radford, L. (2000a). Signs and meanings in students' emergent algebraic thinking: A semiotic analysis. *Educational Studies in Mathematics*, 42(3), 237-268.
- Radford, L. (2000b). Students' processes of symbolizing in algebra. A semiotic analysis of the production of signs in generalizing tasks. En: T. Nakahara y M. Koyama (Compiladores) (2000), *Proceedings of the 24th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME-24)*. Hiroshima University, Japón. 4, 81-88
- Radford, L. (2001). Factual, Contextual and Symbolic Generalizations in Algebra. En: Marja van den Huevel-Panhuizen (Compiladora) (2001). *Proceedings of the 25th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. Freudental Institute, Utrecht University, The Netherlands. 4, 81-88.
- Radford, L. (2003). On Culture and Mind. A post-Vygotskian Semiotic Perspective, with an Example from Greek Mathematical Thought. En: M. Anderson, A. Sáenz-Ludlow, S. Zellweger, V. Cifarelli (Compiladores) (2003), *Educational Perspectives on Mathematics as Semiosis: From Thinking to Interpreting to Knowing*. Ottawa: Legas Publishing. 49-79.
- Radford, L. (2006a). Elements of a Cultural Theory of Objectification. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, Special Issue on Semiotics*. L. Radford y B. D'Amore (Compiladores.), *Culture and Mathematical Thinking*. 103-129.
- Radford, L. (2006b). Semiótica y educación matemática. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, Special Issue on Semiotics*. L. Radford y B. D'Amore (Compiladores), *Culture and Mathematical Thinking*. 7-21.

- Radford, L. (2008a). Theories in mathematics education: A brief inquiry into their conceptual differences. ICMI 11 Survey Team 7. *The notion and role of theory in mathematics education research*. Working paper.
- Radford, L. (2008b). Connecting theories in mathematics education: challenges and possibilities. *ZDM Mathematics Education*. 40, 317–327.
- Radford, L. (2011). La evolución de paradigmas y perspectivas en la investigación. El caso de la didáctica de las matemáticas [The evolution of paradigms and perspectives in research. The case of mathematics education]. En: J. Vallès, D. Álvarez y R. Rickenmann (Compiladores) (2011), *L'activitat docente: intervenció, innovació, investigació* [Teacher's activity: Intervention, innovation, research]. Girona (Español): Documenta Universitaria. 33-49.
- Romberg, T. (1988). Necessary ingredients for a theory of mathematics education. En: H. G. Steiner y A. Vermandel (Compiladores) (1988), *Foundations and methodology of the discipline Mathematics Education*. Proceedings of the 2nd TME. Bielefeld.
- Schuppe, W. (1894). *Grundriss der Erkenntnistheorie und Logik*. Berlin: R. Gaertners.
- Sierpinska, A., & Lerman, S. (1996). Epistemologies of mathematics and of mathematics education. En: A. J. Bishop et al. (Compiladores) (1996), *International Handbook of Mathematics Education*. (827-876). Dordrecht, HL: Kluwer A. P.
- Tall, D. (1991). Reflections on APOS theory in Elementary and Advanced Mathematical Thinking. En: O. Zaslavsky (Compilador) (1991), *Proceedings of the 23rd Conference of PME, July 1999*. Haifa, Israel. 1, 111–118.
- Ullmann, S. (1978). *Semántica. Introducción a la ciencia del significado*. Madrid: Aguilar. (I edición: 1962).
- Vergnaud, G. (1990). La théorie des champs conceptuels. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, (10)2, 133-170.
- Wittgenstein, L. (1976). *Observaciones sobre los fundamentos de las matemáticas*. Madrid: Alianza.

Sobre las propuestas curriculares STEM y STEAM⁴² y el Programa de Etnomatemática

Ubiratan D'Ambrosio

ubi@usp.br

<https://orcid.org/0000-0003-0564-158X>

*Professor Emérito de Matemática da
Universidade Estadual de Campinas / UNICAMP.*

Recibido: 22/04/2020 Aceptado: 07/05/2020

Resumen

En este ensayo, se realizan reflexiones sobre los movimientos STEM y STEAM, desde la perspectiva de la Etnomatemática. En primer lugar, el asunto se ubica en el contexto de la urgencia que está experimentando la humanidad, debido a la aparición de un nuevo virus corona que generó el COVID-19, que ha propiciado la pandemia que el mundo ha sufrido desde fines de 2019 y que para el momento de la aparición de este número de la Revista Paradigma (junio de 2020) ha causado cientos de miles de muertes en casi todos los países. Posteriormente, se ofrece una visión crítica del movimiento STEM que generó la propuesta STEAM, que difiere de STEM al incluir la A de Artes. Con respecto a este cambio, el autor del ensayo, desde la Filosofía de las Matemáticas, se pregunta si hay un lugar para la ficción y la fantasía en las Matemáticas, que son esenciales en las Artes. Para responder esto se necesitan algunas preguntas preliminares: ¿qué es el conocimiento? ¿Cómo se genera ¿cómo está organizado? ¿Cómo se comparte y se transmite? que el autor responde desde el Programa de Etnomatemáticas y plantea su perspectiva personal para introducir el concepto de STEAM.

Palabras clave. Historia de la matemática. Filosofía de la matemática. Dinámica de los encuentros culturales.

Sobre as propostas curriculares STEM e STEAM e o Programa Etnomatemática

Resumo

Neste ensaio são realizadas reflexões sobre os movimentos STEM e STEAM, na perspectiva da Etnomatemática. Em primeiro lugar é posicionado o assunto no contexto da urgência que está vivendo a Humanidade toda pelo aparecimento de um novo corona vírus gerador da COVID-19 que propiciou a pandemia que o mundo sofre desde finais de 2019 e que para o momento da aparecimento deste número da revista Paradigma (junho 2020) tem causado centenas de milhares de óbitos em quase todos os países. Após é oferecida uma visão crítica do movimento STEM que gerou a proposta STEAM que diferencia-se do STEM ao incluir A das Artes. Relativo com essa mudança, o autor do ensaio, desde a Filosofia da Matemática pergunta-se se existe lugar para ficção e fantasia em Matemática, que são essenciais nas Artes? Responder isso precisa de algumas perguntas preliminares: o que é conhecimento? como é gerado? como é organizado? como é compartilhado e transmitido? Que o autor responde desde o Programa Etnomatemática e plantea sua perspectiva pessoal para introduzir o conceito de STEAM.

Palavras Chave. História da Matemática. Filosofia da Matemática. Dinâmica dos Encontros Culturais.

⁴² STEM (\approx Science, Technology, Engineering, Mathematics) e STEAM (\approx Science, Technology, Engineering, Arts, Mathematics)

About STEM and STEAM curricular proposals and the Ethnomathematics Program

Abstract

In this essay, reflections on the STEM and STEAM movements are carried out, from the perspective of Ethnomathematics. In the first place, the matter is placed in the context of the urgency that humanity is experiencing, due to the appearance of a new corona virus that generates COVID-19, which has propitiated the pandemic that the world has suffered since the end of 2019 and that for the moment of the appearance of this edition of the *Revista Paradigma* (June 2020) has caused hundreds of thousands of deaths in almost all countries. Afterwards, it is offered a critical view of the STEM movement that generated the STEAM proposal, which differs from STEM by including A (Artes). Regarding this change, the author of the essay, since the Philosophy of Mathematics, wonders if there is a place for fiction and fantasy in Mathematics, which are essential in the Arts? Answering this needs some preliminary questions: what is knowledge? how is it generated? how is it organized? how is it shared and transmitted? That the author responds from the Ethnomathematics Program and plans his personal perspective to introduce the concept of STEAM.

Key words. History of Mathematics. Philosophy of Mathematics. Dynamics of Cultural Encounters.

Introdução

O movimento **STEM: Science, Technology, Engineering, Mathematics** é uma tendência marcante na Educação. Vem ganhando crescente visibilidade internacional a partir da década de 1980. **STEM** é um currículo baseado na ideia de educar os alunos em quatro disciplinas específicas — ciência, tecnologia, engenharia e matemática — com uma abordagem interdisciplinar e aplicada. Mais do que ensinar as quatro disciplinas como disciplinas separadas e discretas, **STEM** integra-as em associação íntima baseada em aplicações reais. Essa ideia se mostra ainda mais urgente ao enfrentarmos uma pandemia do porte da COVID-19. Todas as disciplinas deverão estar interligadas para enfrentarmos essa crise.

Um movimento também emergente é STS: *Science, Technology and Society*. Fazer referência especial à sociedade é redundante, pois ao tratar Ciência, Tecnologia, Engenharia e Matemática, a sociedade está implícita nas quatro. Interpretando STS como apelando para maior ênfase nas implicações sociais e culturais permeando todas as disciplinas dos programas, nas ciências puras e aplicadas, nas artes, nas humanidades e nos esportes. Em suma, tudo que se trata na escola e na sociedade. Isto levou a ampliar o movimento STEM para **STEAM: Science, Technology, Engineering, Arts, Mathematics**

Ao refletirmos sobre a história das culturas e civilizações desde os tempos pré-históricos, passando pela Antiguidade, pela Renascença, pela Modernidade, pelo Iluminismo até a nossa era Contemporânea, fica evidente o caráter humanista da Matemática. Muitos teóricos incluem

matemática na grande área de Filosofia. O valor intrínseco da Matemática como uma manifestação nobre da inteligência humana complementa seu caráter de aplicabilidade e de apoio à ciência, tecnologia e engenharia. A história mostra claramente que a Matemática é apoio fundamental das Artes, no sentido de conjunto de meios e procedimentos através dos quais é possível a obtenção habilidades, a produção de objetos e a incursão em reflexões sobre qualquer atividade humana. Particularmente para as ciências, a engenharia e a tecnologia.

É inegável que há um caráter utilitário da Matemática no dia-a-dia, em todos os afazeres dos cidadãos e também na organização, gerenciamento e condução das coisas públicas, atributos essenciais da administração e da política. Lamentavelmente, apenas o caráter utilitário da Matemática, e o mesmo podemos dizer de Ciência, Engenharia e Tecnologia, têm sido trabalhados na educação. A proposta do **Programa Etnomatemática** é recuperar o caráter humanístico, social e cultural de todas as áreas do conhecimento, num sentido amplo.

Em especial, falo em sentido amplo da Matemática como as capacidades próprias do ser humano de observar, classificar e ordenar, avaliar, medir e quantificar e inferir. O objetivo maior de ativar essas capacidades é lidar com todos os problemas e situações do dia-a-dia e, ao mesmo tempo, compreender e explicar fatos e fenômenos da realidade no sentido mais amplo, o que inclui estado mental e questionamentos espirituais. A História da Matemática nos mostra que para atingir esse objetivo tão amplo, ela tem recorrido a mitos, à linguagem, ao espiritual, ao simbólico e ao representacional (artes).

O Programa Etnomatemática é uma resposta ao desafio recorrente, desde as primeiras academias da Antiguidade até as modernas universidades e academias, de como integrar a teoria e a prática de todas as áreas de conhecimento, como as Ciências, Tecnologia, Engenharia, Artes, Humanidades, Filosofia, Religião, Cultura em geral e outras. A abordagem para discutir o conhecimento integrado deve ser **transdisciplinar**. E deve, naturalmente, contemplar a espécie humana em todos os tempos e espaços, ao longo da história e da ocupação geográfica do planeta. Deve, portanto, ser **transcultural**. Somos uma mesma espécie, evoluindo no tempo e ocupando espaços distintos.

Reconhecemos que a Matemática, considerada no sentido muito amplo, tem uma posição essencial em todas as áreas de conhecimento. Em todas elas encontramos bases matemáticas de suporte. A História da Matemática nos mostra que em todas as fases do seu desenvolvimento, em todas as culturas, ela recorre à razão, ao mítico, ao sensorial, ao intuitivo e ao emocional. A

Matemática está presente nas práticas espirituais e religiosas em todos os ambientes naturais e socioculturais. A Matemática Sagrada tem sido e continua sendo uma importante área de estudo. A Matemática nas Artes é, igualmente, uma importante área de pesquisa. Ela oferece meios e procedimentos através dos quais é possível a desenvolver habilidades, produzir objetos e incursionar em reflexões teóricas e ações práticas sobre qualquer atividade humana. O avanço da Matemática como instrumento para o progresso da humanidade tem uma dimensão intelectual que ampara e justifica sua aplicabilidade.

Particularmente para as ciências, a engenharia e a tecnologia e para as Artes como direitos humanos básicos. Sugiro a leitura do livro *Promoting Language and STEAM as Human Rights in Education. Science, Technology, Engineering, Arts and Mathematics*, editor Zehlia Babaci-Wilhite (2019)⁴³.

Assim justifico as reflexões que faço a seguir sobre a origem e evolução dos movimentos STEM e STEAM.

Primeiros estudos sobre STEM.

Em 1992, a *National Science Foundation* dos EUA convidou seis pesquisadores de diferentes partes do mundo - todos com experiência em ensino de ciências e matemática - para participarem de um Simpósio de quatro semanas em tempo integral, sobre Perspectivas Internacionais em Ciência, Matemática, Engenharia e Educação tecnológica. O projeto foi elaborado pelo Dr. Kenneth J. Travers, Diretor da Divisão de Pesquisa, Avaliação e Divulgação, com o aval do Dr. Luther Williams, Diretor Assistente da Diretoria de Educação e Recursos Humanos. Tive o privilégio de presidir o grupo formado por Paul Black da Inglaterra, Mohamed El-Tom do Sudão, Bienvenido Nebres das Filipinas, Tibor Nemetz da Hungria e Michael Matthews da Austrália [1].

O simpósio foi único de várias maneiras. Provavelmente a característica mais inovadora foi sua natureza interdisciplinar e internacional. Provavelmente a conclusão mais relevante foi o reconhecimento de indicações claras de que, nos desenhos curriculares do futuro, a educação

⁴³ Babaci-Wilhite, Zehlia (Ed.). (2019). *Promoting Language and STEAM as Human Rights in Education. Science, Technology, Engineering, Arts and Mathematics*. ISBN 978-981-13-2879-4 ISBN 978-981-13-2880-0 (eBook). Singapore: Springer Nature Singapore Pte Ltd. 2019 <https://doi.org/10.1007/978-981-13-2880-0>

em ciências, matemática, engenharia e tecnologia provavelmente aparecerá como um campo de estudo unificado.

Muito do nosso trabalho no simpósio lidou com o futuro. Tentamos investigar bem o século XXI - até o ano de 2061, quando o cometa Halley reaparecerá - em um futuro em que as crianças de hoje estarão no comando e lidando com os efeitos de nossas decisões. Dado o ritmo acelerado de mudança e a crescente interdependência das nações, as decisões que tomamos hoje parecem de certa forma mais críticas do que as tomadas por nossos antecessores, gerações atrás. Durante as quatro semanas, tivemos a oportunidade de nos reunir com representantes das principais sociedades profissionais, como a Associação Americana para o Avanço da Ciência, a Associação Nacional de Professores de Ciências, a Associação Nacional de Professores de Ciências, a Associação Matemática da América, o Conselho Nacional de Professores de Matemática. e interagir com o pessoal da NSF.

Mais de dez anos após esse simpósio pioneiro, a proposta educacional STEM tornou-se, como previsto, uma questão importante na Educação, em todo o mundo. Ao remover as barreiras tradicionais entre as quatro disciplinas, a proposta STEM dá oportunidade de entender o mundo diante de sua complexidade.

Embora não explicitamente, as artes estavam permeando todas as nossas discussões. Reconheceu-se que o desenvolvimento das habilidades de comunicação deve ser aprofundado e enriquecido à medida que as crianças se familiarizam e desenvolvem a apreciação das artes, incluindo literatura, música, teatro, pintura, escultura e também esportes. Uma análise histórica e uma compreensão cuidadosa dessas áreas do conhecimento revelam que a arte é intrínseca a todas elas. Isso justifica dar um passo adiante e discutir o STEAM / Ciência, Tecnologia, Engenharia, Artes, Matemática como uma proposta transdisciplinar e transcultural para a Educação.

Uma visão crítica do movimento STEM e a proposta STEAM.

STEM é um acrônimo para "Ciência, Tecnologia, Engenharia e Matemática", é um movimento educacional que espera preparar os jovens para um futuro competitivo. O STEM não ensina apenas habilidades de matemática e ciências isoladamente, mas incentiva os alunos a enfrentar e tentar resolver problemas da vida real por meio de projetos que integram várias disciplinas, experiências práticas e pensamento de ordem superior. STEM visa preparar cientistas e engenheiros que promoverão inovações vitais para competir na produção, mercado

e economia globais do mundo. É resultado da economia competitiva da civilização atual. Como consequência do imediatismo dos objetivos do movimento, a matemática é relegada a um papel subsidiário de apoio à ciência, tecnologia e engenharia. Não se pode negar que o aspecto técnico, aplicável e científico da matemática é importante. Mas essa é uma visão muito limitada da matemática. A história de todas as culturas e civilizações desde a antiguidade e até nos tempos pré-históricos distingue claramente o caráter humanista da matemática. O valor intrínseco da matemática, como uma nobre manifestação da inteligência humana, é mais importante que seu caráter de aplicabilidade e apoio à ciência, tecnologia e engenharia. A matemática tem como objetivo principal entender, explicar fatos e fenômenos da realidade, no sentido mais amplo, o estado de espírito dos seres humanos, recorrendo frequentemente aos mitos, à linguagem, ao simbólico e ao espiritual. A matemática está presente nas práticas espirituais e religiosas e a matemática sagrada é bem estudada desde a Antiguidade em todos os ambientes naturais e socioculturais. Essa é uma dimensão intelectual superior à sua aplicabilidade, que lamentavelmente não é considerada nas propostas do Movimento STEM.

A matemática no currículo deve ser mais ampla. Como educadores, temos papéis complementares de ação nas salas de aula e a promoção do avanço de nossa disciplina, uma vez que é um instrumento para o progresso da humanidade. Isso é verdade também para as demais áreas contempladas no Movimento STEM, as ciências, a tecnologia e a engenharia. Para cumprir nossos compromissos com a humanidade, precisamos transmitir aos estudantes a ética no domínio desses instrumentos. Isso requer uma visão crítica de suas potencialidades e do risco envolvido no mau uso delas. Não podemos evitar alertar as crianças e jovens que as Ciências, a Tecnologia e a Engenharia são propensas a serem instrumentos que podem aumentar a desigualdade, a destruição e até a guerra. Para fazer esse alerta, o maior recurso é a História, especialmente a História das Ciências e da Matemática.

Inegavelmente, a matemática fornece um importante instrumento para análises sociais. A civilização ocidental depende inteiramente do controle e gerenciamento de dados. "O mundo do século XXI é um mundo repleto de números" [2]. A análise social é praticamente impossível sem a compreensão da matemática quantitativa básica. Mas, a matemática quantitativa não é suficiente. Eu argumento contra uma ênfase excessiva no quantitativo. O aspecto quantitativo da matemática baseado numa escolha rápida e subjetiva, como por exemplo a marcação de quadradinhos num gabarito ou a perfuração de cartões, é prejudicial, pois, na escolha, aspectos

qualitativos muito importantes são ignorados. Por isso, sem suporte qualitativo o controle e gerenciamento de dados podem fornecer impressões e interpretações falsas e serem manipulados pelos avaliadores

Desde os tempos medievais e o Renascimento, a Matemática se tornou o principal suporte da ciência moderna emergente e logo da moderna tecnologia e engenharia. Recentemente, as teorias de múltiplas inteligências, especialmente inteligência emocional, inteligência espiritual e inúmeras abordagens de cognição, incluindo novos desenvolvimentos em inteligência artificial e neurocognição, devem ser levadas em consideração.

Com relação Artes, o eminente matemático Stephen Smale define claramente sua posição [3]:

Costumo pensar que a matemática se parece mais com a arte do que com outras ciências. Mas acho que há uma diferença especial: a matemática tende a ser correta. Erros em matemática raramente são significativos por muito tempo. Mas também a matemática tende a ser mais irrelevante. Há muita matemática que tende a sair em direções que são apreciadas por muito poucos, irrelevantes até para o resto da matemática.⁴⁴ (Tradução nossa)

Smale levanta várias questões na Filosofia da Matemática, na forma de perguntas: como decidir sobre a relevância da matemática? quão universal é a matemática? o que significa, em matemática, ser "correto" e "rigoroso"?

Parafrasear Smale, um artista poderia perguntar sobre a relevância, a universalidade e a correção da arte. E o mesmo pode ser perguntado sobre todas as formas de conhecimento.

Abordarei essas questões de uma maneira diferente, perguntando se existe lugar para ficção e fantasia em Matemática, que são essenciais nas Artes.

Sobre ficção, fantasia e motivação.

Muitos dizem que estas considerações são enganosas, uma vez que não tratam de razão objetiva. De fato, como professores de matemática, especialmente na metodologia STEM,

⁴⁴ *Symposium on the Current State and Prospects of Mathematics Barcelona, June 1991 Round-Table Discussion. Invited Participants: Main Connes, Gerd Faltings, Vaughan Jones, Stephen Smale, René Thom. Moderator: Jorge Wagensberg. In Casacuberta; Castellet (1992, pp 88, 89) J. Wagensberg: [...] That is, what is the difference between the kind of knowledge called mathematics and other kinds of knowledge like science, art, etc? S. Smale: More than most mathematicians, I tend to think that mathematics is more like art than other sciences. But there is one special difference, I find, which is that mathematics tends to be correct. Mistakes in mathematics are rarely significant for very long. But also mathematics tends to be more irrelevant. There is so much of mathematics that tends to go off in directions which are appreciated only by a very few, irrelevant even to the rest of mathematics.*

somos informados de que precisamos ensinar uma razão objetiva, para estimular o pensamento racional em nossos alunos. Mas a mente humana é um complexo de percepções racionais, emocionais, intuitivas, sensoriais e míticas, envolvendo tudo ao mesmo tempo, sem hierarquia entre essas dimensões. Todos eles têm uma interação e influência mútua. Infelizmente, tem sido dado ênfase excessiva na dimensão racional, em detrimento das outras dimensões, que às vezes são negadas, até rejeitadas e reprimidas. Dou um exemplo. Não é incomum ver uma criança punida por ser "muito feliz" na sala de aula. E sabemos de professores dizendo a um menino: "Pare de chorar, menino. Homens não choram!" Essa total rejeição e repressão do emocional da criança pode desestruturá-la completamente, levando em casos extremos ao suicídio de jovens, que aumenta em todo o mundo.

Não é possível construir conhecimento dissociando as dimensões racional, mítica, sensorial, intuitiva e emocional. Na História da Matemática, reconhecemos, a todo momento, que o avanço do conhecimento se dá na conjugação do racional, do mítico, do sensorial, do intuitivo e do emocional. Lamentavelmente, porém, isso é frequentemente ignorado por muitos historiadores da matemática e sobretudo por educadores matemáticos.

Felizmente, começa a ressurgir interesse nos aspectos intuitivos, sensoriais (práticas manuais e artesanais, *hands-on*) e nos aspectos afetivos da Educação Matemática, incluindo o espiritual e o místico. O Método de Projetos é um exemplo. Todos os aspectos do comportamento individual, toda estrutura interna, revela o que vem de dentro de cada indivíduo e é contextualizado. Isso é bem discutido por Hassler Whitney quando diz que os números tornam-se uma ferramenta quando se usa para um propósito. E dá como exemplo uma classe de crianças de 6 anos quando o professor tenta explicar, no quadro negro, como encontrar a soma de 3 mais 5 desenhando patinhos, mas não nota a conversa de dois alunos: "Ontem eu te dei 10 cartas; agora você me deu 7, então você ainda me deve 3." [4]

Tanto a voz interior quanto a motivação do contexto e do ambiente, em seus amplos sentidos culturais, sociais e naturais, são parceiras na definição do comportamento individual. Isso leva à compreensão da condição humana. Como é possível entender a geração e aquisição de conhecimento por um indivíduo, se não relacionado ao seu comportamento? O pesquisador e educador matemático Klaus Witz fez uma pesquisa interessante, entre estudantes e pesquisadores matemáticos, sobre a relação entre criatividade matemática e espiritualidade e

religião [5]. O ponto chave é a relação entre conhecimento e comportamento, que considero a essência da condição humana.

As raízes genéticas e culturais dos indivíduos e o desenvolvimento do pensamento matemático têm sido ignorados. Como a motivação e as necessidades, os sentimentos emocionais e internos, o imaginário e a fantasia, o mítico, desempenham um papel na construção do conhecimento matemático? O que Gustave Flaubert tinha em mente quando escreveu "Matemática: que seca o coração"? [6]

A ficção merece atenção especial, pois lida com os avanços científicos contemporâneos em uma narrativa acessível ao público em geral e estimula a fantasia e a criatividade. Reconhece-se que a ficção pode ser um suporte para criar e aprofundar a compreensão histórica, mesmo que venha da pura imaginação, da fantasia. As percepções conscientes e inconscientes da realidade, mesmo partindo *ex nihilo*, estão por trás da ficção. De acordo com Richard van Oort (1995) “a ficção parece criar um mundo *ex nihilo*, isto é, parece desafiar condições normais de referência que restringem os atos convencionais da fala a um mundo empírico”. [7]

De fato, mesmo ideias *ex nihilo*, que são típicas da fantasia, podem levar à criatividade matemática relevante, como claramente afirmou o ilustre matemático norueguês Sophus Lie (1842-1899). Numa carta escrita em 1893 a seu amigo Bjornson, Lie diz: “Sem a fantasia, nunca se tornaria um matemático, e o que me deu um lugar entre os matemáticos de nossos dias, apesar da minha falta de conhecimento e forma, foi a audácia do meu pensamento”. [8]

A questão básica é a relação de diferentes formas de conhecimento, como relacionar Matemática e Artes. Isso precisa de algumas perguntas preliminares: o que é conhecimento? como é gerado? como é organizado? como é compartilhado e transmitido?

Uma resposta a essas considerações é explícita no Programa Etnomatemática. É uma visão mais ampla da matemática, que visa entender o comportamento humano em resposta às necessidades básicas de sobrevivência [comum a todas as outras espécies vivas] e de transcendência [apenas na espécie humana, até agora não reconhecida em outras espécies]. Leva, naturalmente, a reflexões sobre matemática e artes.

Na luta pela sobrevivência, as espécies desenvolvem formas de lidar com o ambiente imediato, que fornece ar, água, nutrição, o reconhecimento de um(a) parceiro(a) para acasalamento e tudo o mais necessário para a sobrevivência do indivíduo e a continuidade da espécie. Essas são formas e estilos de comportamento individual e coletivo de todos os animais

e recorrem a objetos e atitudes muito simples. A espécie humana foi além e desenvolveu maneiras de abrigar, controlar o fogo e fabricar ferramentas, com objetivos específicos, utilizando de matérias-primas da natureza. Um exemplo de um passo primordial foi a utilização de pedras desde o paleolítico e a fabricação de instrumentos sofisticados no neolítico, um primeiro passo em direção à tecnologia. Outro passo muito importante no surgimento da espécie humana foi o desenvolvimento de um sistema sofisticado e muito elaborado de comunicação, que é a linguagem. Foi um passo essencial nas relações humanas, no desenvolvimento e controle do emocional.

Em quanto a sobrevivência do indivíduo e a continuidade da espécie dependem de ações instantâneas, é o aqui e agora, as espécies *homo* superaram esse imediatismo. O onde e quando superaram o aqui e agora. Essa diferença primária leva a transcender o pulsão de sobrevivência. Nasce, unicamente na espécie humana, o pusão da transcendência. Perguntar como e por que é o primeiro passo para ir além da sobrevivência, transcendendo o aqui e agora. As espécies humanas desenvolveram percepções do passado, presente e futuro e seus encadeamentos, e os meios de explicar fatos e fenômenos. Esses meios geram estratégias [artes e técnicas], memória, individual e coletiva e representações do real [e elaboração dessas representações, como imagens e modelos], e a criação de estratégias que recorrem ao passado e aos mitos para dizer algo sobre o futuro, o que eu chamo as artes divinatórias. A organização de memórias e mitos resulta em história e tradições, que incluem religiões e sistemas de valores. O conjunto de fatos resultantes das imagens resultou nas artes. A modelagem resultou em engenharia. As artes divinatórias deram origem a sistemas de explicações, como astrologia, oráculos, lógicas, a matemática e as ciências

Todas essas formas de comportamento humano são integradas como resultado da busca pela sobrevivência e transcendência.

Tanto na busca de sobrevivência quanto de transcendência, os seres humanos desenvolvem estratégias e estilos de quantificar, de qualificar, de classificar, de inferir e adquirem capacidades que são identificadas como numerosidade, espacialidade, sequencialidade, essenciais para lidar com o mundo real concreto.

Igualmente importante na evolução da espécie humana é a capacidade de raciocinar sobre representações do real, ampliando para o imaginário abstrato. A transição do concreto para o abstrato é a aquisição de conhecimento. Estes são os componentes básicos que tornaram

possível a arte e a matemática na espécie humana. Por que isso só foi possível na espécie humana é uma questão aberta e das mais intrigantes nas ciências e nas religiões.

A arte e a matemática têm sido fundamentais no desenvolvimento dos meios de sobrevivência e de transcendência. Esses desenvolvimentos seguem diferentes formas, padrões e estilos, condicionados ao ambiente natural e sociocultural, que é chamado o etno. A arte tem, implicitamente, o reconhecimento dos etno condicionadores. Tanto a Matemática quanto a Arte caminham juntas como estratégias para lidar com a realidade e as representações da realidade em um determinado etno, isto é, ambiente natural e sociocultural.

A recuperação do conhecimento das pessoas, principalmente da Arte, é uma importante estratégia de conscientização política, que é um dos principais objetivos da Educação. É importante transmitir conhecimento matemático, necessário para a vida nas sociedades modernas, mas é importante basear esse conhecimento na leitura multicultural do conhecimento produzido pelo povo, presente e fortemente representado nas artes. Há cerca de 30 anos, um grupo de artistas, antropólogos, cientistas, historiadores e outros profissionais nos Estados Unidos resolveram divulgar entre o povo, nas comunidades, a sua história, que é “oficialmente” e academicamente ignorada, muitas vezes até reprimidas. Criaram o grupo *REPOhistory*, cujo objetivo é desenvolver instrumentos de informação informais e acessíveis à população em geral, sobre a história do comércio popular, das classes trabalhadoras, de minorias, de crianças e de indivíduos marginalizados, que fizeram a história de cada comunidade⁴⁵. Os instrumentos produzidos são obras de arte visual colocados em lugares de grande circulação, como ruas, estações de metrô, pontos de ônibus e praças públicas. Todos passam e veem. Agora, com a introdução e amplo uso da Internet, essa metodologia toma uma dimensão maior⁴⁶ [9].

A maneira como eu introduzo o conceito de STEAM.

O foco deste trabalho é uma reflexão histórica sobre a evolução do comportamento e do conhecimento humanos, resultantes das estratégias de nossos ancestrais para lidar com a realidade e suas representações. A história nos mostra maneiras sobre como os seres humanos, desde o nascimento até a morte, lidam com esses mesmos problemas no presente. O estudo dessas maneiras é o objetivo da proposta STEAM. Portanto, o foco principal da educação, em

⁴⁵ Essa abordagem foi posta em prática para alertar, motivar e explicar para a população a crise do HIV, desenvolvendo o Project REPOhistory.

⁴⁶ Essa prática seria um excelente auxiliar para motivar e alertar a população sobre os perigos do COVID-19 e outros vírus e as medidas de proteção.

todos os níveis, deve ser transmitir uma percepção do surgimento e do papel fundamental de STEAM em todos os momentos da vida humana.

Evito afirmar o significado exato das cinco categorias, Ciência, Técnicas, Engenharia, Artes, Matemática. Para o objetivo deste artigo, basta assumir a essência desses significados e conceitos, como geralmente entendido nos círculos acadêmicos e não acadêmicos, o mesmo que o conceito de realidade em um sentido muito amplo. Ocasionalmente, apelo a alguns detalhes sobre essas categorias para o benefício da narrativa, mas não como tentativas de qualquer tipo de definição.

No último quartel do século XIX, Edwin A. Abbot escreveu uma bela fábula sobre um universo imaginário, o *Flatland* (Planolândia), no qual a realidade e todas as criaturas são planas. O *Square*, que é o narrador da fábula de Abbott, foi autorizado a sair do plano e se aventurar na terceira dimensão. Abbot introduz sua ficção como uma metáfora para superar as limitações intrínsecas à vida, no caso uma realidade plana. Muito parecido com o *Square*, os homens investem em espaços dimensionais mais altos, em outros níveis de realidade, para explicar, entender, prever e criar. O objetivo é a busca de um *omni-*, um ser onisciente, onipresente, onipotente, cujo habitat transcende a realidade planar. A religião emerge com a identificação de tais *omni-*, como uma possibilidade única, múltipla, próxima, distante, concreta, abstrata. É o reconhecimento do Deus, do monoteísmo [10].

Os seres humanos agem de acordo com estratégias inteligentes de conhecimento e comportamento e enriquecem o instinto, comum a todas as espécies, com consciência que, ao que tudo indica no estado atual das ciências, é um atributo unicamente nas espécies *homo*. Neste texto, eu uso os conceitos de conhecimento e de consciência de diferentes maneiras. Todas são equivalentes e as diferentes opções, convenientes para a fluência do texto, mantêm coerência.

É importante esclarecer, como fica claro nas discussões acima, que frequentemente apelo à ficção. Ficção e não-ficção são formas diferentes de narrativa, sempre com o objetivo de discutir a verdade. Os escritores de não-ficção não devem discutir o que não é conhecido por eles ou por outros credenciados e estão restritos ao universo de fatos e a fontes, acessadas com rigor, recorrendo frequentemente a narrativas anteriores e a referências e citações de autores de prestígio, endossadas por instituições credenciadas. O não-ficcionista às vezes apela, timidamente, à intuição ou à suspeita, sempre muito cautelosamente para evitar a censura de colegas. Ao contrário dessa situação, o escritor de ficção não está sujeito a essas limitações. Ele

pode dar espaço à sua própria imaginação, apelando até a argumentos *ex-nihilo*. Em minhas tentativas de analisar o que pode ter acontecido no passado e de construir narrativas coerentes de cenários passados, o recurso é a literatura de fontes não-ficcionistas. Mas muitas vezes eu recorro a narrativas ficcionistas, e mesmo ousar a aventurar-me na criação de cenários fictícios, mas prováveis. Há personagens, eventos, fatos e fenômenos que embora tenham escapado à observação e não tenham sido registrados na documentação da época, fazem parte da memória cultural e das tradições dos povos. Essas duas categoria de eventos, fatos e fenômenos é o que o historiador Bernard Bailyn chama história manifesta e história latente [11]. Os historiadores do presente tem mais vistas do velho do que do novo, olham para o presente recorrendo a seu conhecimento do passado.

Isso é particularmente importante quando tento entender e explicar como a espécie *homo* gerou, organizou e transmitiu, individual e socialmente, as estratégias de resposta ao problema. pulsão de sobrevivência, essencialmente como permanecer vivo e garantir a continuação das espécies, e à pulsão de transcendência, essencialmente por que essas estratégias funcionam, refletindo, entendendo, explicando-as. Vejo a satisfação das pulsões de sobrevivência e de transcendência a quintessência de ser humano.

Existem evidências de que a vida no planeta Terra remonta a cerca de 4×10^9 anos. A vida é caracterizada pela capacidade de continuidade através da auto-reprodução. Cerca de 10^9 anos atrás, ocorreu diferenciação sexual de formas de vida mais complexas e são evidências de formas iniciais de vida animal, cerca de meio bilhão de anos atrás. O primeiros homínídeos apareceram cerca de 6 milhões de anos atrás, talvez com o surgimento do *Orrorin tugenensis*, cujo fóssil foi encontrado nas colinas de Tugen, no Quênia, considerado, por evidências inconclusivas, provavelmente a primeira espécie de homíníneo bípede. De quando em quando, fósseis são encontrados e fornecem novos elementos para teorias controversas da evolução humana. O *Australopithecus*, que existia de 4 a 2 milhões de anos atrás, evoluiu como *homo erectus*, migrou da África há cerca de 2 milhões de anos e se espalhou por toda a Eurásia e para outras regiões do planeta. Nessas regiões, evoluíram, levando, entre outras, a espécies como *homo neandertalense*, *homo denisovan* e outras espécies, inclusive *homo sapiens*. A espécie *homo sapiens* é mais tardia e parece ter emigrado da África há cerca de 200.000 anos. Essas espécie se adaptaram a ambientes mais frios e moravam em abrigos, principalmente cavernas, confeccionavam e usavam roupas e controlaram o fogo. Caçavam animais grandes e

desenvolviam ferramentas e instrumentos para ajudar nessas caças. Enterravam os mortos e faziam objetos ornamentais e simbólicos. Praticavam cultos e desenvolveram mitos. Este é o surgimento do pensamento simbólico. Eles se mudavam extensivamente para procurar ambientes mais favoráveis. Diferentes espécies *homo* coexistiram, possivelmente compartilhando habitats e começando a ter relacionamento mais complexo, envolvendo concorrência e talvez cruzamento entre indivíduos de diferentes espécies, como mostram estudos recentes de DNA de fósseis. Possivelmente deram início ao desenvolvimento da linguagem. Eventualmente, chegaram à Europa e à Ásia e outras regiões do planeta. Existe um interesse crescente em aprender mais sobre essas várias espécies. Particularmente interessantes são os resultados recentes sobre o comportamento simbólico e ritualístico, que coloca as origens da arte e o surgimento de mitos quase ao mesmo tempo que as origens das primeiras ferramentas. Um exemplo A cultura Howiesons Poort, que floresceu cerca de 60.000 a.C. na província de Eastern Cape, na África do Sul, é um exemplo de tecnologia lítica e o surgimento de artes decorativas, característica da cultura simbólica primitiva e até mostra um protomarket, com uma troca de matérias essenciais, como matérias primas e alimentares, por presentes com significado simbólico. Essas várias espécies conviveram aproximadamente de 400.000 anos até 40.000 anos atrás, quando foram extintas, exceto o *homo sapiens*, que deu origem à sub-espécie *homo sapiens sapiens*, que somos nós.

Essas etapas mostram que a busca de sobrevivência e transcendência estão associadas desde os primeiros sinais de comportamento inteligente de nossa espécie, principalmente na criação de mitos e da arte. A representação de mitos e a cultura simbólica primitiva, presente na troca de presentes com significado simbólico, acompanha a evolução da espécie.

Na espécie humana, a ação manifesta-se basicamente de duas maneiras:

- ações que levam à sobrevivência do indivíduo e das espécies e à satisfação de necessidades, que são realizadas por todos os seres vivos no instante, aqui e agora, geralmente chamado instinto, que eu chamo o pulsão de sobrevivência;
- ações que satisfazem necessidades, mas que vão além da sobrevivência, buscando explicações, compreensão, previsões e subordinando a sobrevivência a vontades, desejos e preferências, indo além do aqui para onde e do agora para quando, transcendendo espaço e tempo, superando o instante com reflexões sobre o passado e indagações sobre o futuro, o que eu chamo o pulsão de transcendência.

A espécie *homo* parece ser a única que desenvolveu um senso de passado e de futuro, transcendendo o presente. Como afirmado acima, as espécies humanas são caracterizadas pela

associação do pulsão de sobrevivência, comuns a todos os seres vivos, e do pulsão de transcendência, unicamente nas espécie *homo*.

Uma consequência foi a invenção de instrumento materiais, como ferramentas, equipamentos e técnicas que passaram a desempenhar um papel fundamental nas nas relações humanas, como critérios de capacidade de utilizar nstrumentos e de possuir instrumento. Isso causa um novo relacionamento entre os indivíduos e a natureza, bem como entre indivíduos, isto é, como cada indivíduo se relaciona com outros indivíduos de seu grupo social. Começa a se desenvolver. .

O conhecimento da espécie humana é reconhecido na aquisição de habilidades, capacidades, maneiras de fazer, de explicar, de entender e de lidar com as necessidades cotidianas de sobrevivência, o que leva à invenção de diferentes instrumentos de transcendência e assume a forma de formas distintas de transcendendo, o que leva a representar e comunicar fatos e fenômenos naturais. As representações são uma forma primitiva da arte. O gregário leva à aceitação de maneiras distintas de organizar grupos, de dividir trabalho e liderança.

Conhecimento é resultado da ação gerada por um indivíduo, que processa as informações recebidas da realidade. Em vez de revisar inúmeras tentativas de definir a realidade, que tomou a energia intelectual dos filósofos de todos os tempos, simplesmente considero a realidade como tudo, isto é, fenômenos e fatos naturais e sobrenaturais, reações fisiológicas e sensoriais, emocionais e psíquicas, interação social, de fato tudo, que está mudando permanentemente.

A espécie *homo* é nova na evolução da vida. O comportamento humano é a resposta a pulsões de sobrevivência e de transcendência. No curso de sua evolução, as espécies desenvolveram sistemas de conhecimento, no amplo sentido de respostas às necessidades e à vontade, levando em consideração as motivações práticas e míticas. Diferentes sistemas de conhecimento foram desenvolvidos, com os mesmos objetivos, em resposta a diferentes ambientes naturais. Esses sistemas incluem, invariavelmente, estratégias de observação, comparação, classificação, avaliação, quantificação e mensuração, representação e dedução e comunicação. Essas estratégias dão origem a línguas, mitos e religiões e a um conjunto de valores que regulam o comportamento. O complexo de estratégias e suas consequências constituem uma cultura. Este é um dos inúmeros conceitos de cultura, o que funciona para essa narrativa. Como podemos deduzir facilmente da elaboração de meu conceito de cultura, as estratégias são contextualizadas no ambiente natural, social e mitológico. Podem ocorrer

estratégias semelhantes em diferentes ambientes, mas é inegável a essência contextual de uma cultura.

Meu principal interesse é entender as origens e a evolução das estratégias que levam a uma cultura. Um método para fazer isso é procurar a evolução de todo o ciclo de geração, de organização intelectual e social e de transmissão e difusão de conhecimento nesse contexto. Certamente, esse ciclo muda, como resultado de sua evolução interna das práticas e teorias agrupadas em linguagens, mitos, religiões e o conjunto de valores. Eles não são estáticos. Mas há claramente um encontro de diferentes culturas, motivado por vários fatores, como disputas territoriais e aquisição de recursos naturais, busca de parceiros de acasalamento, motivação mítica, trocas comerciais, guerras de conquista e outras razões. Existe na exposição mútua do encontro de culturas, um processo dinâmico de mudança. Uma cultura influencia e é influenciada pela outra. Eu chamo esse processo de **dinâmica de encontros culturais**.

A dinâmica do encontro de culturas pode resultar em vários graus de assimilação, subordinação e até supressão de uma delas. O que ocorre, na maioria dos casos, é um sincretismo, dando origem a novos sistemas de conhecimento. Todo encontro revela problemas e conflitos ideológicos e é impossível remover completamente os traços do sistema assimilado ou suprimido. Traços existentes das culturas originais nos encontros estão sempre presentes. As formas de fazer e de conhecer sempre revelam peculiaridades sutis e identificá-las é um grande desafio para os pesquisadores. A cultura é um complexo de muitos fatores, com uma imprecisão intrínseca.

Referências

- [1] *Science, Mathematics, Engineering, and Technology Education for the 21st Century*, Summer Symposium on Educating for Citizenship in the 21st Century, Ubiratan D'Ambrosio et al., Final Report, July 1992; National Science Foundation, Directorate for Education and Human Resources, Division of Research, Evaluation and Dissemination, Washington DC, 1993 [ED 373 993SE 054 763 ; NSF -94 -67]
- [2] Lynn A. Steen: *Mathematics and democracy: the case for quantitative literacy*. Princeton, NJ: National Council on Education and the Disciplines, 2001; p.1.
- [3] C. Casacuberta and M. Castellet, editors: *Mathematical Research Today and Tomorrow, Viewpoints of Seven Field Medalists*, Springer-Verlag, Berlin, 1992; p. 88.
- [4] Hassler Whitney: *apud* Fred M. Hechinger: about education; learning math by thinking, *The New York Times*, June 10, 1986, Section C, Page 1.

- [5] Klaus G. Witz: *Spiritual aspirations connected with mathematics: the experience of American University students*, The Edwin Mellen Press, Lewiston NY, 2007.
- [6] Gustave Flaubert: *Bouvard et Pecuchet with the Dictionary of Received Ideas*, London: Penguin Books, 1987.
- [7] Richard van Oort: The Anthropology of Speech-Act Literary Criticism: A Review Article, *Anthropoetics I*, no. 2 (December 1995), p.8.
- [8] Arild Stubhaug: *The Mathematician Sophus Lie*, New York: Springer Verlag, 2000; p.143.
- [9] Jim Costanzo: REPOhistory's Circulation: The Migration of Public Art to the Internet, *Art Journal*, vol.59, nº4, 2000, pp.32-37. Essa abordagem foi posta em prática para alertar, motivar e explicar para a população a crise do HIV, desenvolvendo o Project REPOhistory. Circulation, *Art Journal*, vol.59, nº4, 2000, pp.38-53.
- [10] Edwin A. Abbott: *Flatland. A Romance of Many Dimensions* (orig.edn.1884), reprinted with an Introduction by A.K.Dewdney, New American Library Inc., New York, 1984.
- [11] Bernard Bailyn: The Challenge of Modern Historiography. *The American Historical Review*, Vol. 87, No. 1 (Feb., 1982), pp. 1-24; p.10

Una visión general de la investigación sobre la enseñanza de las matemáticas en la educación de los estudiantes sordos

Sani de Carvalho Rutz da Silva¹

sani@utfpr.edu.br

<https://orcid.org/0000-0002-1548-5739>

Elsa Midori Shimazaki²

emshimazaki@uem.br

<https://orcid.org/0000-0002-2225-5667>

Renata da Silva Dessbesel¹

renatadessbesel@utfpr.edu.br

<https://orcid.org/0000-0002-2781-2397>

¹Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR)

Ponta Grossa, Brasil

²Universidade Estadual de Maringá (UEM)

Maringá, Brasil

Recibido: 10/04/2020 Aceptado: 19/05/2020

Resumen

El avance de la tecnología combinado con el desarrollo de nuevos recursos y la rapidez con que fluye la información, mantienen a la sociedad en un constante movimiento, y consecuentemente, la escuela como uno de los elementos de la sociedad sufre continuos cambios. Considerando este escenario, planteamos como objetivo del presente estudio diseñar un panorama de las investigaciones referentes la enseñanza de las matemáticas en la educación de personas sordas. Para este propósito utilizamos, como metodología de revisión la *Methodi Ordinatio*, para la selección y análisis de los artículos disponibles en la base de datos Scopus, Scielo, DOAJ y ERIC, a través de los descriptores: sordo, matemáticas, lenguaje de señas, escuela, tecnología y bilingüismo. Constatándose que la educación de los sordos se presenta en un ambiente de muchas posibilidades y, por lo tanto, diversos factores interfieren en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas de estas personas en el aula. Los resultados revelaron que entre los factores que influyen, los puntos convergentes son la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en el lenguaje de señas, con el desarrollo de herramientas visuales y la construcción de un ambiente accesible para los sordos, con respeto y valorización a la cultura sorda.

Palabras clave: Lenguaje de señas. Enseñanza y aprendizaje. Sordez

Um panorama das investigações sobre o ensino de matemática na educação de surdos

Resumo

O avanço da tecnologia aliado ao desenvolvimento de novos recursos e a rapidez de informações mantêm a sociedade em constante movimento e, consequentemente, a escola como um dos segmentos sociais, passa por contínuas mudanças. Ao considerar tal fato, o objetivo deste estudo é desenhar um panorama das investigações sobre o ensino de matemática na educação de surdos. Para tanto, utilizou-se, como metodologia de revisão, a *Methodi Ordinatio* para seleção e análise dos artigos disponíveis nas bases de dados Scopus, Scielo, DOAJ e ERIC, por meio dos

descritores: surdos, matemática, língua de sinais, escola, tecnologia e bilinguismo. Constatou-se que a educação de surdos se apresenta em um ambiente de muitas possibilidades e por conseguinte, diversos fatores interferem no processo de ensino e aprendizagem de matemática em sala de aula a essas pessoas. Os resultados revelaram que dentre os fatores que influenciam, os pontos convergentes são, o ensino e a aprendizagem de matemática em língua de sinais, com desenvolvimento de ferramentas visuais e a construção de um ambiente acessível para os surdos, com respeito e valorização à cultura surda.

Palavras chave: Língua de sinais. Ensino e aprendizagem. Surdez.

An overview of research on the teaching of mathematics in deaf students' education

Abstract

The technology advances combined with the development of new resources and the speed of information keep the society in constant movement and, therefore, the school as a social segment undergoes continuous changes. Considering this fact, this study aims to draw a research panorama about mathematics teaching in deaf students' education. The *Methodi Ordinatio* was used as review methodology to select and analyze the articles available on *Scopus*, *Scielo*, *DOAJ* and *ERIC* databases, throughout the descriptors: deaf, mathematics, sign language, school, technology and bilingualism. The deaf people's education, was concluded, is presented in an environment with many possibilities and thus various factors which interfere in mathematics teaching-learning process in classroom of these students. The results showed that among the factors which influence, the convergent aspects are the mathematics teaching-learning in sign language, development of visual tools and the constructions of an accessible environment to deaf people and respect and appreciation for deaf culture.

Keywords: Sign language. Teaching-learning. Deafness.

Considerações iniciais

A matemática contempla diversos contextos de aplicação nos campos das ciências e das engenharias, e, como aliado, os avanços tecnológicos permitem a exploração destes contextos de modo dinâmico e eficiente. De acordo com D'Ambrosio (2018) novos estilos de matemática são emergentes, de modo que a tecnologia possa auxiliar no processo de ensino e aprendizagem de conceitos científicos e promover uma educação voltada às práticas sociais.

A pesquisa em sala de aula constitui um meio de investigar as possibilidades e as fragilidades para a aprendizagem de matemática, como afirmam Borba, Almeida e Gracias (2018), a pesquisa é um dos elementos que possibilita as mudanças no ambiente escolar. Dessa forma, a investigação surge da necessidade, dos desafios e dos obstáculos vivenciados por professores e pesquisadores, cujo objetivo é provocar transformações nas metodologias e nas práticas da escola (Borba et al., 2018).

O processo de ensino e aprendizagem de matemática requer atenção da comunidade acadêmica no que se refere à inclusão, especialmente a metodologias de ensino que se possam

ter acesso ao currículo e estrutura didático-pedagógica para atender a diversidade, de forma que todos se apropriem do conhecimento escolar necessários ao desenvolvimento do homem e, por sua vez, da cidadania. No caso desta pesquisa, especificamente, refere-se às pessoas surdas, que compartilham da comunidade surda por suas características culturais, no entanto, na análise dos resultados são considerados os termos originais dos autores surdos e deficientes auditivos. Muitos avanços foram conquistados na educação de surdos, Scheetz (2012) explica que, ao longo da história, os surdos vivenciaram muitas mudanças devido à redução de barreiras globais, ao avanço tecnológico e ao acesso aos dados de pesquisas em uma esfera mundial.

As pesquisas proporcionam discussões em torno da educação de surdos, como as barreiras de comunicação e a influência da língua de sinais no processo de ensino e aprendizagem, temas centrais, que necessitam da compreensão dos educadores. A comunicação possibilita a expressão da história, das imagens e da interpretação do mundo, assim e, “A língua de sinais é para os surdos uma adaptação única a um outro modo sensorial; mas é, também, e igualmente, uma corporificação da identidade pessoal e cultural dessas pessoas” (Sacks, 2010, p. 105).

Os estudantes surdos, assim como os ouvintes, carregam uma bagagem cultural e linguística que requer respeito e conhecimento dos professores ao planejar suas práticas, de modo que é necessário sua implementação no currículo (Scheetz, 2012). Ao encontro dessa ideia, Soares e Sales (2018) afirmam que a aprendizagem de matemática na educação de surdos é beneficiada com a incorporação dos recursos visuais. Os autores alertam que a falta da relação entre o conteúdo de matemática e a vida cotidiana, provoca um distanciamento entre a escola, a matemática e a realidade dos alunos.

Diante desse cenário, apresenta-se, neste texto, um panorama das investigações direcionadas ao ensino de matemática na educação de surdos. O estudo partiu das seguintes questões de pesquisa:

- Quais temas são investigados e publicados sobre a interface educação de surdos e ensino de matemática?
- Quais fatores influenciam o processo de ensino e aprendizagem de matemática para estudantes surdos?

Espera-se com este estudo contribuir para que professores e pesquisadores interessados nesta abordagem ampliem seu conhecimento na interface educação de surdos e ensino de matemática.

Aporte teórico

O avanço da tecnologia aliado ao desenvolvimento de novos recursos e à rapidez de informações promove mudanças significativas no contexto escolar. A matemática, por sua vez, tem papel essencial nesse momento e, conseqüentemente, altera as competências necessárias para os alunos perante a sociedade (Gravemeijer; Stephan; Julie; Lin; Ohtani, 2017).

Ambientes tecnológicos para o ensino de matemática são uma das possibilidades na educação de surdos, pois, como destacado por Adamo-Villani e Wilbur (2010), foram desenvolvidos com um *design* visual atraente, com estratégias de *games*, a envolver os estudantes e estimular a participação. Como exemplo, os autores apresentam o SMILE, ambiente de aprendizagem virtual imersivo para crianças, projetado com o objetivo para disciplinas no campo da matemática, ciências e tecnologia, com a interação em Língua de Sinais Americana (ASL).

De acordo com Mendes, Bueno, Dessbesel e Silva (2019), a gamificação também pode ser uma estratégia viável na educação de surdos, ao potencializar aspectos como motivação e interação nas aulas, como, também, trazer a possibilidade do trabalho inclusivo e a aprendizagem da Língua Brasileira de Sinais (Libras). Outras possibilidades, como o uso de materiais concretos e visuais, foram apontados em Dessbesel, Silva e Shimazaki (2018) como facilitadores, ao analisarem pesquisas sobre o ensino de matemática para estudantes surdos.

Da mesma forma, Sales (2009) observou que o uso de recursos tecnológicos favorece a comunicação, a atender as necessidades dos educandos, assim como o uso de estratégias visuais colabora com o trabalho do professor e auxilia no domínio dos conceitos formais de matemática. A autora destaca que, nesse trabalho, alguns aspectos necessários, tais como o uso de imagens, textos curtos e a Libras para tornar o ambiente virtual acessível aos surdos.

Karnopp, Pokorski e Zanini (2019, p. 3) consideram “[...] os surdos como sujeitos pertencentes a uma minoria linguística, vinculados a uma comunidade que compartilha códigos culturais”. Nesse sentido ressalta-se a importância da comunicação em sala de aula a partir da primeira língua dos surdos, isto é, a língua de sinais e o conhecimento dos aspectos da cultura, que influenciam a aprendizagem.

A língua de sinais apresenta uma relação estreita com o processo de ensino e aprendizagem dos estudantes surdos. Nesse sentido, a pesquisa de Costa e Silveira (2019) mostra que a apresentação de conteúdo em Libras aliado aos aspectos visuais, auxilia na

compreensão dos conceitos pelos estudantes surdos. Ao encontro Karnopp et al. (2019) explicam que a língua de sinais está no centro dos objetivos da comunidade surda e na luta por escolas bilíngues.

De acordo com Costa e Silveira (2019) no contexto das aulas inclusivas decorre que muitos docentes desconhecem a língua de sinais, desse modo, torna-se essencial que usem de estratégias e metodologias que valorizem o visual. Assim, os apoiam o processo de interpretação e tradução dos conceitos para Libras, pelos profissionais intérpretes que, na maioria dos casos, não possuem formação em Matemática. Para Segadas, Bernardo, Moreira, Barbosa, Santos e Garcez (2018) somente a presença do intérprete e a tradução para língua de sinais não são aspectos suficientes para a aprendizagem, de modo que o trabalho conjunto entre professor e intérprete no planejamento das atividades é fundamental.

No ensino de matemática de qualidade para os estudantes surdos, precisa-se considerar questões como acesso ao conteúdo em Libras, a atenção aos sinais utilizados, que, muitas vezes, não apresentam sinais para termos específicos dos conteúdos, além de estar apoiado na tríade língua de sinais, conhecimento matemática e metodologia apropriada (Arroio; Pereira; Pinto; Esquincalha, 2016).

O contato com a língua de sinais e a cultura surda é essencial na formação dos estudantes surdos, Holcomb (2011) explica que, em sua maioria, os surdos são filhos de pais ouvintes não fluentes em língua de sinais, o que dificulta o acesso às informações do mundo exterior. O autor traz uma crítica às escolas, ao afirmar que muitas das políticas educacionais são organizadas por pessoas com pouco conhecimento sobre a comunidade surda, como reflexo, a falta da língua de sinais ser amplamente adotada no ambiente escolar, a torná-la uma situação difícil para os surdos. Também complementa: “Em razão de ambientes linguísticos e comunicativos empobrecidos em casa e na escola, muitas crianças surdas crescem com habilidade de leitura e escrita relativamente deficientes” (Holcomb, 2011, p. 141).

Na perspectiva da inclusão Arroio et al. (2016) explicam que os professores precisam se dedicar ao planejar suas atividades para a aula de Matemática, de modo a conhecer a cultura e as especificidades da comunicação para o sucesso do processo de ensino e aprendizagem de matemática, como, por exemplo, explorar as competências visual-espacial para a construção do conhecimento. Os autores destacam estratégias como o uso das tecnologias, por meio de vídeos

e de softwares de matemática, a tornar as aulas mais dinâmicas e facilitando a comunicação entre professor e aluno.

Nesse sentido, considera-se que a escola tem um papel fundamental, a configurar-se como um ambiente em que os surdos compartilham conhecimento de sua cultura, em muitas situações sendo o único lugar que isto acontece (Karnopp et al., 2019). Tal situação ocorre uma vez que as crianças surdas apresentam, de acordo com Segadas et al. (2018), graus diferentes de conhecimentos e fluências da língua de sinais, o que depende das experiências que vivenciaram em diversos contextos em que convivem.

Metodologia

Este estudo consiste em uma Revisão Sistemática da Literatura, a partir das orientações de Pagani, Kovalski e Resende (2015) denominada *Methodi Ordinatio*, que compreende nove etapas para a constituição de um portfólio bibliográfico, a levar em consideração o ano de publicação, o número de citações e o fator de impacto dos artigos publicados em periódicos, de maneira a classificar os melhores estudos na temática que se pretende pesquisar. A seguir apresenta-se as nove etapas:

Etapa 1 – Estabelecimento da intenção de pesquisa: neste estudo, objetiva-se desenhar um panorama das investigações sobre o ensino de matemática na educação de surdos, de modo a estabelecer os principais autores, temas e considerações, a contribuir para o avanço das pesquisas no âmbito da educação de surdos.

Etapa 2 – Pesquisa preliminar: foram selecionadas e testadas combinações de palavras em diferentes bases, para se estabelecer a busca definitiva.

Etapa 3 – Definição das palavras – chave e bases de dados: como filtros nas bases de dados foram selecionados somente artigos em periódicos e a busca foi realizada nos campos títulos, resumo e palavras-chave. Palavras-chave: a) *deaf** AND *math** AND "*sign language*", b) *deaf** AND *math** AND *school*, c) *deaf** AND *math** AND *technology* d) *deaf** AND *math** AND *bilingual**. Bases: *Scientific Electronic Library Online* (SciELO), *Scopus*, *Education Resources Information Center* (ERIC), *Web of Science*, *Directory of Open Access Journals* (DOAJ).

Etapa 4 – Pesquisa final nas bases: a pesquisa foi realizada em janeiro de 2020. Resultou em 429 artigos, sendo 22 SciELO; 185 *Scopus*; 39 ERIC; 112 *Web of Science*; 71 DOAJ.

Etapa 5 – Filtragem: foram aplicados procedimentos de filtragem dos dados a partir de critérios pré-estabelecidos, artigos duplicados, artigos com caráter de entrevistas, estudos clínicos, resumos não localizados e pesquisas não direcionadas ao ensino de matemática para estudantes surdos. Na Tabela 1 sintetizaram-se os resultados dos dados:

Tabela 1
Filtragem dos artigos

Pesquisas/critérios	Quantidade	%
Total de artigos	429	100%
Eliminados por duplicação	178	41,49%
Eliminados por entrevistas e estudos clínicos	6	1,40%
Eliminados por resumos não localizados	3	0,70%
Eliminados por não estar de acordo com o foco da investigação	132	30,77%
Total de artigos descartados	319	74,36%
Total de artigos do portfólio	110	25,64%

Fonte: Elaboração dos autores

Etapa 6 – Identificação do Fator de Impacto e do número de citações: após o portfólio constituído por 110 pesquisas, identificou-se o *Journal Citation Reports* (JCR), e ao não existir, empregou-se a métrica *CiteScore*, para os estudos selecionados. Para o número de citações foi utilizado o Google Acadêmico.

Etapa 7 – *Ranking*: aplicou-se a equação *InOrdinatio*, proposta por Pagani et al. (2015) como $InOrdinatio = (IF/1000) + \alpha * [10 - (\text{ano da pesquisa} - \text{ano da publicação})] + (\sum Ci)$, em que α corresponde ao fator de ponderação de 1 à 10 e afeta o grau de importância do critério ano, IF é o fator de impacto do periódico e C_i número de citações do artigo. De acordo com Pagani et al. (2015) esta equação estabelece uma relação entre as métricas: número de citações, fator de impacto e ano de publicação; com o propósito de estabelecer um *ranking* entre os artigos que compõem o portfólio. Neste estudo, utilizou-se $\alpha = 5$, por considerar a importância de pesquisas recentes, mas, também, incluir os estudos clássicos. Como explicado por Pagani, Kowaleski e Resende (2018), os estudos que têm um número elevado de citações colaboram no fator de impacto atual das revistas, mesmo que seja um artigo antigo.

Etapa 8 – Busca dos artigos completos: todos os artigos foram armazenados em sua versão completa.

Etapa 9 – Leitura e análise dos artigos: das pesquisas que constituem o portfólio, foram extraídos dados quantitativos que estabelecem a primeira parte da análise, isto é, a visão geral

das publicações, com os 110 estudos localizados e escolhidos. Na segunda parte, foram considerados para a análise qualitativa os artigos com *InOrdinatio* no *ranking* > 47,4 (valor obtido a partir da média aritmética dos valores positivos, como ponto de corte), justifica-se esse corte por incluir os estudos com expressivo número de citações, como, também englobar os estudos mais recentes. Ao todo foram incluídos, na segunda parte, 24 estudos.

A seguir, discorrem-se sobre os resultados do estudo de revisão.

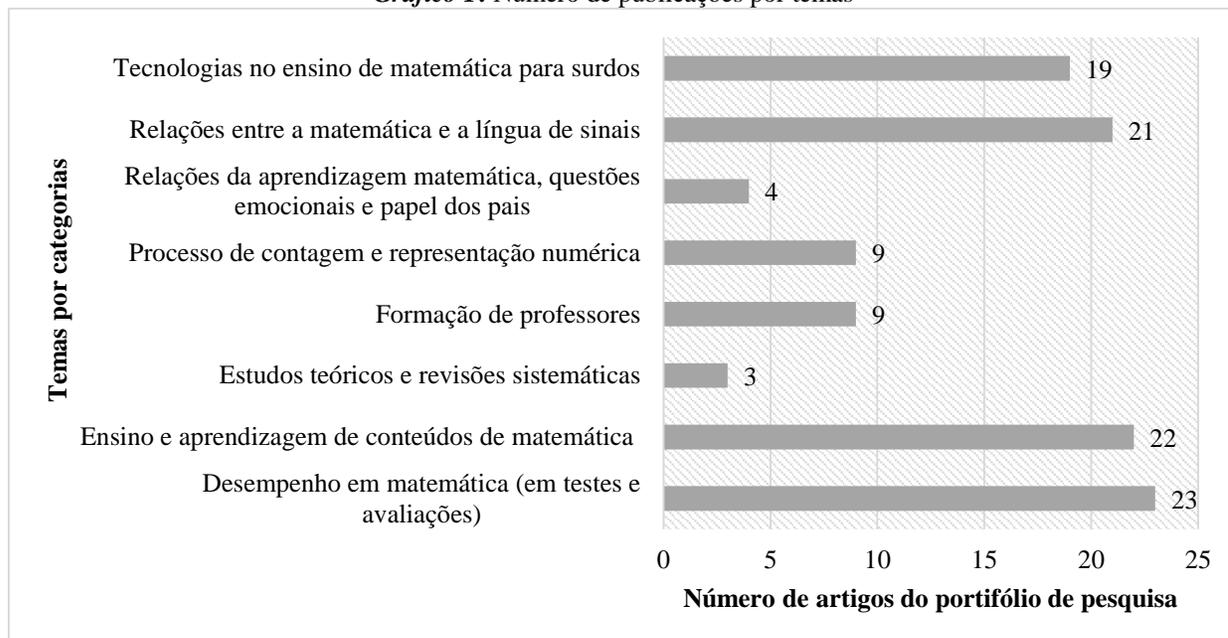
Resultados e Discussões

No século XX houve um crescimento no interesse em relação ao desempenho dos alunos surdos, o que possibilitou descobertas, especialmente em resultados de testes padronizados, a mostra que os estudantes tendem a ter resultado inferior comparado aos seus pares ouvintes (Moore, 2017). As pesquisas de Kritzer e Pagliaro (2013) mostraram um baixo desempenho dos alunos surdos no desenvolvimento de atividades que envolvem resolução de problemas. Do mesmo modo Barbosa (2014), ao trabalhar com crianças surdas observou um desempenho menor ao ser comparado com o de crianças ouvintes.

Os recursos tecnológicos, o uso de recursos materiais para sala de aula, as discussões sobre a fluência da língua de sinais e seus reflexos na aprendizagem, assim como a formação de professores são temas encontrados a partir da análise dos dados. Como ponto convergente, os estudos apresentam resultados sobre o ensino e aprendizagem de matemática na educação de surdos.

Dessa forma, observaram-se as características dos estudos sobre a educação de surdos, como os temas principais que foram abordados, número de publicações por revistas e principais autores, nos 110 artigos que compõem o portfólio deste estudo. No Gráfico 1, apresentam-se as publicações por temas, a partir de categorias pré-organizadas e observa-se que o primeiro estudo incluído foi publicado em 1974, por Culbertson com uma abordagem do uso da Instrução Assistida por Computador (CAI), com estudantes surdos em 15 escolas diferentes, durante 3 anos. De acordo com Culbertson (1974) foi observado, a partir da aplicação de testes, que o desempenho dos estudantes surdos em matemática era maior após o treinamento com CAI, a constituir-se em uma ferramenta efetiva para o ensino.

Gráfico 1: Número de publicações por temas



Fonte: Elaboração dos autores, 2020

O tema de investigação mais presente nas pesquisas é o desempenho em matemática, principalmente oriundos de pesquisadores dos Estados Unidos e com base em testes nacionais padronizados. As crianças surdas, podem apresentar, mesmo antes da etapa de escolarização formal, atrasos acadêmicos (Kritzer, 2009). Nessa mesma linha Marschark, Shaver, Nagle e Newman (2015) mostram que o desempenho dos estudantes surdos e deficientes auditivos nos testes, tem uma série de fatores envolvidos, como suas experiências escolares e ambiente familiar.

As tecnologias no ensino de matemática para surdos apresentam um valor significativo e crescente (de 5 para 10 pesquisas) nos últimos cinco anos, como mostra a Tabela 2. Esses estudos apresentam entre outros temas, o uso de avatares para auxiliar o processo de ensino e aprendizagem e facilitar a comunicação em sala de aula. Os avatares fazem uso de um personagem animado 3D em língua de sinais, podendo ser usado por estudantes e seus pais ouvintes, a tornar acessível os conteúdos digitais nessa língua, como também ampliar a interação com os materiais de aprendizagem (Adamo-Villani; Hayward, 2011).

Tabela 2
Número de publicações por temas e ano

Temas x Número de publicações no período de 5 anos	1974 a 1979	1980 a 1985	1986 a 1991	1992 a 1997	1998 a 2003	2004 a 2009	2010 a 2015	2016 a 2020
--	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------

Desempenho em matemática (em testes e avaliações)		2	1	2	1	6	6	5
Ensino e aprendizagem de conteúdos de matemática	1	1			2	5	5	8
Estudos teóricos e revisões sistemáticas	1					1		1
Formação de professores					2	1	4	2
Processo de contagem e representação numérica					1	3	5	
Relações da aprendizagem matemática, questões emocionais e papel dos pais			1			1		2
Relações entre a matemática e a língua de sinais				1	1	3	9	7
Tecnologias no ensino de matemática para surdos	1	1				2	5	10
Total	3	4	2	3	7	22	34	35

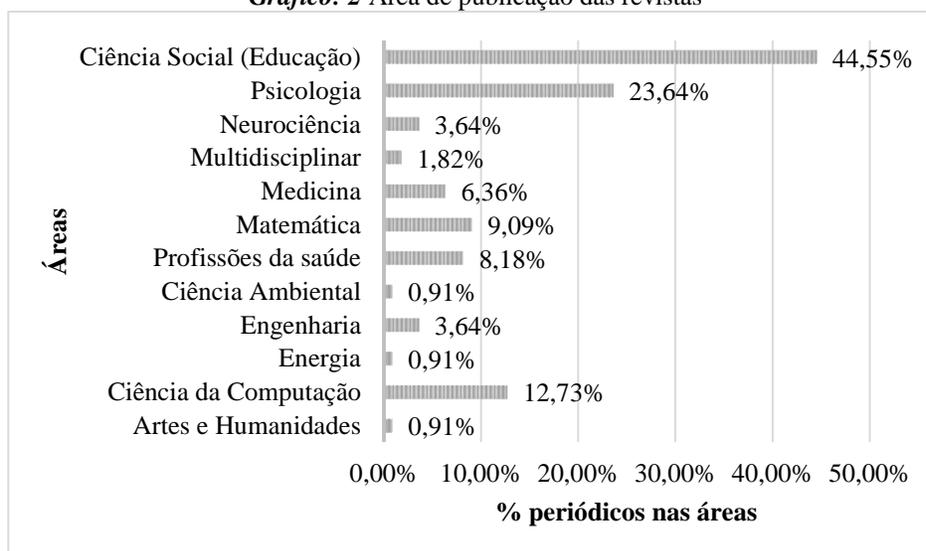
Fonte: Elaboração dos autores

As mudanças são necessárias para o avanço no campo de pesquisa, assim entre os temas, verifica-se que, atualmente, há uma ênfase com relação ao processo de ensino e aprendizagem de matemática a partir da abordagem de diversos conteúdos de álgebra, geometria, número e operações e sistemas de medidas, como, também, o uso de tecnologias e as relações entre a matemática e a língua de sinais.

As pesquisas mostram alternativas para a educação de surdos, como as experiências de Jannahe e Prahmana (2019), ao relatar sobre o uso de um contexto aplicado, com situações reais a favorecer a compreensão do conceito de fração e apresentar melhoria no desempenho dos estudantes surdos. Outro exemplo é a falta de sinais específico em Libras para a matemática, apontado como obstáculo com atividades de geometria, no entanto, a negociação de sinais em sala de aula torna-se uma importante ferramenta (Sales; Penteadó; Moura, 2015).

No Gráfico 2 os estudos foram divididos por área de investigação de acordo com a classificação da Revista na plataforma da *Scopus* (a considerar que a mesma revista pode estar em mais de uma área), para as revistas que não possuem tal classificação, foi realizada pelos autores de acordo com o escopo publicado na página da revista.

Gráfico: 2 Área de publicação das revistas



Fonte: Elaboração dos autores, 2020

Observa-se no Gráfico 2 que a maior parte das pesquisas foi publicada em periódicos classificados na área de Educação (38%) e Psicologia (20%), nesta última, em especial as pesquisas sobre a influência da língua de sinais. Ao mesmo tempo, a outra parcela é dividida em diversas áreas, com destaque para a Ciência da Computação, com contribuições tecnológicas, como o uso de avatares que fazem a tradução para a língua de sinais.

A Tabela 3 apresenta as cinco revistas selecionadas que mais publicaram sobre o tema a compor esta pesquisa em relação ao número de publicações por ano, considerando o foco central sobre educação de surdos e ensino de matemática.

Tabela 3

Número de publicações por revista por ano

Revistas	1974 a 1979	1980 a 1985	1986 a 1991	1992 a 1997	1998 a 2003	2004 a 2009	2010 a 2015	2016 a 2020
<i>American Annals of the Deaf</i>	3	2		2	4	7	1	1
<i>Caderno CEDES</i>							3	
<i>Cognition</i>							3	
<i>Exceptional Children</i>		1	1				1	
<i>Journal of Deaf Studies and Deaf Education</i>						10	5	3

Fonte: Elaboração dos autores

As duas revistas com maior número de publicações na interface educação de surdos e ensino de matemática são *American Annals of the Deaf and Journal* e *Deaf Studies and Deaf Education*, ambas com espaço direcionado à temática da educação de surdos e possuir fator de impacto, *Journal Citation Reports* (JCR) 0,638 e 1,556 respectivamente, o que mostra que as

pesquisas publicadas envolvem estudos relevantes no campo. Esta informação torna-se importante para que professores e pesquisadores envolvidos com o tema encontrem resultados de estudos ao longo dos anos e que fundamentem as suas pesquisas.

Com relação aos autores principais, na Tabela 4, apresenta-se a relação de autoria e coautoria, a considerar os primeiros autores das publicações com dois ou mais artigos no portfólio. Esses dados contribuem aos pesquisadores da área para o acesso as pesquisas em educação de surdos e ensino de matemática.

Tabela 4
Número de publicações como autor principal e em coautorias no portfólio

Nome	Filiação	País	Autor Principal	Coautorias
Carrie Lou Garberoglio	Universidade do Texas em Austin	Estados Unidos	1	1
Claudia M. Pagliaro	Universidade do Estado de Michigan	Estados Unidos	5	3
Elizabet Spaepen	Universidade de Chicago	Estados Unidos	1	1
Ellen Ansell	Universidade de Pittsburgh	Estados Unidos	1	1
Evelyn Silvia	Universidade da Califórnia	Estados Unidos	1	1
Gary Blatto-Vallee	Universidade de Aberdeen	Escócia	1	2
Georgianna Borgna	Instituto Técnico Nacional para Surdos	Estados Unidos	1	1
Heloiza H. Barbosa	Universidade Federal de Santa Catarina	Brasil	2	0
Judy Vesel	TERC	Estados Unidos	2	0
Karen Kritzer	Universidade do Estado de Kent	Estados Unidos	2	2
Katherine Nagle	SRI Internacional	Estados Unidos	1	1
Lynn A. Newman	SRI Internacional	Estados Unidos	1	2
Marc Marschark	Instituto Técnico Nacional para Surdos	Estados Unidos	3	3
Marrie Coppola	Universidade de Connecticut	Estados Unidos	1	1
Nicoletta Adamo-Villani	Purdue University	Estados Unidos	4	0
Nohemy Marcela Bedoya Rios	Universidade Federal do Rio Grande do Sul	Brasil	2	0
Rebecca Bull	Universidade de Aberdeen	Escócia	2	1
Ronald R. Kelly	Instituto Técnico Nacional para Surdos	Estados Unidos	1	2
Stephanie W. Cawthon	Universidade do Texas em Austin	Estados Unidos	4	2
Suriza van der Sandt	Faculdade de New Jersey	Estados Unidos	1	1
Susan Goldin-Meadow	Universidade de Chicago	Estados Unidos	1	2
Susan R. Easterbrooks	Universidade do Estado de Georgia	Estados Unidos	1	1
Terezinha Nunes	Universidade de Londres	Londres	2	1

Fonte: Elaboração dos autores

Os pesquisadores dos Estados Unidos aparecem em maior número, como também há muitas colaborações entre si nas diversas pesquisas da Universidade do Texas, da Universidade Michigan, da Universidade de Gallaudet e do *National Technical Institute for the Deaf*, entre outros. No Brasil pesquisas de Barbosa (2013, 2014) trazem importantes contribuições sobre o desempenho em testes e atividades de sala de aula na educação de surdos, como também a pesquisa de Ríos e colaboradores (Ríos; Guimarães; Dorneles, 2018; Ríos; López; Gallo, 2013). Como complemento, no cenário brasileiro de pesquisa, outras pesquisas também compõem o portfólio deste estudo, entre elas Fernandes e Healy (2013), Peixoto (2015), Sales et. al (2015), Madalena, Correa e Spinillo (2020) de modo que trazem contribuições sobre práticas em sala de aula com estudantes surdos.

Com o objetivo de responder à segunda questão de pesquisa, com relação aos fatores que influenciam o processo de ensino e aprendizagem de matemática na educação de surdos, foram selecionados 24 artigos, como consta no Quadro 1, a partir do uso da metodologia de revisão *Methodi Ordinatio*.

Nesta seleção foram contemplados os artigos mais citados, como também os estudos recentes, como justificado por Paganí et al. (2017), com tais pesquisas tem-se um contexto provável em que novos avanços foram publicados sobre o tema e em consequência novas contribuições.

Quadro 1: Estudos com melhor classificação no portfólio

N°	Autor	Título
1	Holt (1994)	Classroom attributes and achievement test scores for deaf and hard of hearing students.
2	Zarfaty, Nunes, Bryant (2004)	The performance of young deaf children in spatial and temporal number tasks.
3	Bull, Marschark, Blatto-Vallee (2005)	SNARC hunting: Examining number representation in deaf students
4	Easterbrooks, Stephenson (2006)	An examination of twenty literacy, science, and mathematics practices used to educate students who are deaf or hard of hearing
5	Ansell, Pagliaro (2006)	The relative difficulty of signed arithmetic story problems for primary level deaf and hard-of-hearing students
6	Blatto-Vallee et al. (2007)	Visual-spatial representation in mathematical problem solving by deaf and hearing students
7	Kelly, Gaustad (2007)	Deaf college students' mathematical skills relative to morphological knowledge, reading level, and language proficiency
8	Antia et al. (2009)	Academic status and progress of deaf and hard-of-hearing students in general education classrooms
9	Kritzer (2009)	Barely Started and Already Left Behind: A Descriptive Analysis of the Mathematics Ability Demonstrated by Young Deaf Children

10	Nunes et al. (2009)	Deaf children's informal knowledge of multiplicative reasoning
11	Domahs et al. (2010)	Embodied numerosity: Implicit hand-based representations influence symbolic number processing across cultures

Continúa

Quadro 1: Estudos com melhor classificação no portfólio (continuação)

12	Cannon, Fredrick, Easterbrooks (2010)	Vocabulary instruction through books read in American sign language for English-language learners with hearing loss
13	Spaepen et al. (2011)	Number without a language model
14	Qi, Mitchell (2012)	Large-Scale Academic Achievement Testing of Deaf and Hard-of-Hearing Students: Past, Present, and Future
15	Garberoglio, Gobble, Cawthon (2012)	A National Perspective on Teachers' Efficacy Beliefs in Deaf Education
16	Pagliaro, Kritzer (2013)	The Math Gap: A Description of the Mathematics Performance of Preschool-aged Deaf/Hard-of-Hearing Children
17	Marscharke et al. (2013)	Are deaf students visual learners?
18	Lange, Lane-Outlaw, Lange y Sherwood (2013)	American sign language/english bilingual model: A longitudinal study of academic growth
19	Marschark et al. (2015)	Predicting the Academic Achievement of Deaf and Hard-of-Hearing Students From Individual, Household, Communication, and Educational Factors
20	Hrastinski, Wilbur (2016)	Academic achievement of deaf and hard-of-hearing students in an ASL/English bilingual program
21	Jannah, Prahmana (2019)	Learning fraction using the context of pipettes for seventh-grade deaf-mute student
22	Elsayed, Rakza (2020)	The Relationship between Hyperactivity and Mathematics Learning among a Child with Deep Deafness
23	Cuenca, Cervan, Cuberos (2020)	Do Deaf Learners Reach the Necessary Linguistic Comprehension?
24	Madalena, Correa, Spinillo (2020)	Mathematical knowledge and language in deaf students: The relationship between the recitation of a numerical sequence and Brazilian sign language proficiency

Fonte: Elaboração dos autores, 2020

Na relação estabelecida em sala de aula, Soares e Sales (2018) destacam que o professor precisa ter sensibilidade para estreitar os laços de confiança, incentivo, motivação e reciprocidade com o aluno surdo. Em outras palavras, verifica-se que o cenário, em que o surdo está inserido, é circunscrito por diferentes fatores que podem influenciar em seu desenvolvimento.

Na educação de surdos, a falta de conhecimento da língua de sinais no ambiente familiar traz limitações para o acesso à informação (Sales; Soares, 2018). Nesse sentido as pesquisas demonstraram, a partir dos seus resultados que a fluência em língua de sinais (Hrastinski; Wilbur, 2016), o contato desde cedo com a língua (Madalena et al., 2020), a relação

entre o nível de leitura e o conhecimento das palavras (Kelly; Gaustad 2007) e a educação bilíngue (Lange et al., 2013) proporcionam melhores resultados no desempenho em sala de aula.

A comparação entre o desempenho dos estudantes surdos e seus pares ouvintes aponta atraso em habilidades matemáticas (Bull et al., 2005), dificuldades nas operações básicas (Elsayed & Rakza, 2020) e na interpretação de situações problemas (Blatto-Vallee et al., 2007; Kritzer, 2009; Pagliaro; Kritzer, 2013; Cuenca et al., 2020), fraco desempenho em raciocínio multiplicativo (Nunes et al., 2009).

De acordo com Blatto Vallee et al. (2007), em todos os níveis, o desempenho em matemática dos alunos ouvintes foi melhor do que os estudantes surdos. Diante dos testes padronizados, Qi e Mitchell (2012) afirmam que é preciso um olhar atento e um exame minucioso em relação aos resultados, pois leva-se em conta o que é abordado no currículo e de que forma, como também quais são as condições de ensino para os estudantes surdos.

O desempenho em matemática dos alunos surdos, segundo Holt (1994), que estudavam em escolas regulares, foi superior. Nas pesquisas de Antia et al. (2009) e Marschark et al. (2015), os autores constataram que os estudantes das escolas regulares apresentaram um bom aproveitamento, a relacioná-lo a uma série de fatores complexos envolvidos na aprendizagem, como a participação em sala de aula, os meio de comunicação e a participação dos pais, nas atividades e experiências no ambiente acadêmico.

A falta de convívio com colegas reduz o contato com a língua de sinais, como ensinam Soares e Sales (2018), pois reflete em um deslocamento social e interfere na aprendizagem e na compreensão do mundo que os rodeia. Como complementam Segadas et al. (2018), nem todos os surdos têm conhecimento, contatos com a língua de sinais e acessos à comunidade surda. Os estudos de Spaepen et al. (2011) mostraram que, mesmo diante de uma cultura numerada, aos indivíduos não receberem contribuições de uma língua convencional, afeta-se a compreensão de números exatos grandes.

A exploração dos recursos visuais aliada à comunicação em língua de sinais, ou seja à pedagogia visual, são caminhos para que a educação dos surdos contemple o processo de ensino e aprendizagem (Karnopp et al., 2019). Os alunos surdos apresentaram desempenho superior em tarefas com representação espaciais (Zarfaty et al., 2004), também experiências corporais, como a habilidade de contagem nos dedos, apresentou influência na representação numérica abstrata para surdos adultos (Domahs et al., 2010).

De acordo com Marscharke et al. (2013) são necessárias pesquisas mais profundas sobre como a habilidade visual-espacial afeta o aprendizado, para, a partir disto, obter direcionamentos a utilizar os pontos fortes desta situação. Os autores explicam que os estudantes surdos não apresentam tais habilidades superiores aos estudantes ouvintes, e complementam: “Os resultados encontrados sugerem que a preferência dos alunos surdos pela apresentação visual de informações não significa necessariamente que elas apoiam seu aprendizado mais do que os ouvintes” (Marschark et al., 2013, p. 161).

Para Ansell e Pagliaro (2006) os estudantes surdos e deficientes auditivos apresentam maneiras diferentes de responder às situações problemas em relação aos pares ouvintes. Os alunos surdos apresentam dificuldades na decisão de quais operações deveriam usar na resolução do problema e não na história que compõe o problema.

A interação entre professores e alunos e o uso de recursos tecnológicos possibilitam a compreensão dos conteúdos do currículo, aliada às ferramentas visuais que potencializam a aprendizagem (Arroio et al., 2016). O uso de materiais concretos e os contextos aplicados que façam parte da realidade dos estudantes surdos, potencializam as experiências em sala de aula (Jannah & Prahmana, 2019). As tecnologias também ampliam as possibilidades para o domínio de vocabulário, importante para a aprendizagem, como foi utilizado por Cannon et al. (2010) ao explorar DVD com histórias em língua de sinais para a área da Matemática.

Na formação inicial e continuada de professores diversas competências são discutidas, e cada vez mais isso se torna um desafio ao considerar os processos de inclusão dos estudantes. No contexto da educação de surdos, Easterbrooks e Stephenson (2006) mostraram que abordagem bilíngue, a qualificação do professor, a aprendizagem ativa com o uso de estratégias visuais e ferramentas que desafiem os estudantes, os recursos tecnológicos e as instruções a partir de situações problema, assim como o desenvolvimento do pensamento crítico, a ampliação do vocabulário e mediação são práticas de sucesso na sala de aula. As crenças coletivas de eficácia dos docentes na educação de surdos mostram resultados significativos para a importância das relações estabelecidas no ambiente escolar, como o clima, o poder de decisão e a colaboração entre os envolvidos (Garberoglio et al., 2012).

Diante do cenário descrito, verifica-se que a educação de surdos transita em um ambiente de múltiplas possibilidades e fatores que interferem diretamente no processo de ensino e aprendizagem de matemática em sala de aula. As pesquisas contribuem ao apontar as falhas e

os possíveis caminhos para o futuro da educação, bem como as conquistas e aos exemplos que são mais explorados.

Considerações Finais

Neste artigo, investigaram-se as abordagens das pesquisas na interface ensino de matemática e a educação de surdos, a partir de uma revisão sistemática da literatura para a seleção de construção do portfólio final de estudo. Nesse sentido foram levantadas duas questões de pesquisa: Quais temas são investigados e publicados sobre a interface educação de surdos e ensino de matemática? Quais fatores influenciam o processo de ensino e aprendizagem de matemática para estudantes surdos?

Este estudo de revisão sistemática da literatura apresentou o panorama dos estudos sobre o ensino de matemática na educação de estudantes surdos, de modo a contribuir para o campo de pesquisa, a sistematizar os principais autores e periódicos sobre o tema, assim como as discussões que permeiam o campo de estudo.

Para responder à primeira questão foram analisados 110 estudos sobre a educação de surdos e o ensino de matemática, a demonstrar que os temas mais abordados são o desempenho em matemática, o processo de ensino e aprendizagem de matemática na sala de aula, o uso dos recursos tecnológicos e suas diversas possibilidades que auxiliam a aprendizagem, como também a relação entre a fluência de língua de sinais e a matemática. Os estudos, em sua maioria, são de pesquisadores dos Estados Unidos, com destaque também para a abordagem com relação ao desempenho dos estudantes surdos e deficientes auditivos em testes padronizados.

Com relação à segunda questão, foram selecionados 24 estudos mais relevantes no portfólio e dentre os fatores que influenciam, os pontos convergentes são, o ensino e a aprendizagem de matemática em língua de sinais, com desenvolvimento de ferramentas visuais e a construção de um ambiente acessível para os alunos surdos, com respeito e valorização da cultura surda.

Diante desse contexto, compreende-se que mais pesquisas devem ser realizadas, a explorar os diferentes ambientes de aprendizagem e as condições dos espaços escolares, a usar a literatura já produzida como base para avanços na publicação científica e seus reflexos na sala de aula. Como indagações futuras a serem desenvolvidas, apresentam-se: Em quais condições

as avaliações externas, a partir de testes padronizados, são aplicadas para estes estudantes? Como tornar esta avaliação acessível para os alunos surdos? A tradução e a interpretação para língua de sinais satisfazem as condições para a avaliação do desempenho escolar dos estudantes surdos? Estas são questões que necessitam ser discutidas e exploradas dentro do ambiente escolar, por toda a comunidade acadêmica.

Agradecimentos

À UTFPR pelo apoio no desenvolvimento da pesquisa.

O presente trabalho foi realizado com o apoio do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), Brasil. Bolsista do CNPq, Brasil.

Referências

- Adamo-Villani, N., & Wilbur, R. (2010). Software for math and science education for the deaf. *Disability and Rehabilitation Assistive Technology*, 5(2), 115-124. doi: 10.3109/17483100903387499
- Adamo-Villani, N., & Hayward, K. (2011). Signing Avatars. In: S. Hai-Jew. (Ed.), *Virtual Immersive and 3D Learning Spaces: emerging technologies and trends*. (pp. 249-267). New York, Estados Unidos: Information Science Reference.
- Ansell, E., & Pagliaro, C. M. (2006). The relative difficulty of signed arithmetic story problems for primary level deaf and hard-of-hearing students. *Journal of Deaf Studies and Deaf Education*, 11(2), 153-170. doi: 10.1093/deafed/enj030
- Antia, S. D., Jones, P. B., Reed, S., & Kreimeyer, K. H. (2009). Academic status and progress of deaf and hard-of-hearing students in general education classrooms. *The Journal of Deaf Studies and Deaf Education*, 14(3), 293-311. doi: 10.1093/deafed/enp009
- Arroio, R. dos S., Pereira, A. L. M., Pinto, G. M. da F., & Esquincalha, A. da C. (2016). Ensino de Matemática para o aluno surdo: revendo concepções e construindo paradigmas. *Revista Paranaense de Educação Matemática*, 5(9), 248-269.
- Barbosa, H. H. (2013). Habilidades matemáticas iniciais em crianças surdas e ouvintes. *Caderno Cedes*, 33(91), 333-347. doi: 10.1590/S0101-32622013000300003
- Barbosa, H. H. (2014). Conceitos matemáticos iniciais e linguagem: um estudo comparativo entre crianças surdas e ouvintes. *Educação e Pesquisa*, 40(1), 163-179. doi: 10.1590/S1517-97022014000100011
- Blatto-Vallee, G., Kelly, R. R., Gaustad, M. G., Porter, J. & Fonzi, J. (2007). Visual-spatial representation in mathematical problem solving by deaf and hearing students. *Journal of Deaf Studies and Deaf Education*, 12(4), 432-448. doi: /10.1093/deafed/enm022
- Borba, M. C., Almeida, H. R. F. L., & Gracias, T. A. de S. (2018). *Pesquisa em ensino e sala de aula: diferentes vozes em uma investigação*. Belo Horizonte, Brasil: Autêntica editora.

- Bull, R., Marschark, M., & Blatto-Vallee, G. (2005). SNARC hunting: Examining number representation in deaf students. *Learning and Individual Differences, 15*(3), 223-236. doi: 10.1016/j.lindif.2005.01.004
- Cannon, J. E., Fredrick, L. D., & Easterbrooks, S. R. (2010). Vocabulary instruction through books read in American Sign Language for English-language learners with hearing loss. *Communication Disorders Quarterly, 31*(2), 98-112. doi: 10.1177/1525740109332832
- Costa, W., C. L. da, & Silveira, M. R. A. da. (2019). Aprendizagem das operações matemáticas fundamentais por alunos surdos usuários da Libras. *Educação Matemática em Revista, 24*(65), 128-142.
- Cuenca, A. G., Cervan, R. L., & Cuberos, M. P. (2020). Do Deaf Learners Reach the Necessary Linguistic Comprehension? *International Journal of Disability, Development and Education, 67*(1), 92-106. doi: 10.1080/1034912X.2019.1682527
- Culbertson, L. (1974). CAI—Beneficial Teaching Tool at Texas School for the Deaf. *American Annals of the Deaf, 119*(1), 34-40.
- D'Ambrosio, U. (2018). To think in a New Way in Mathematics Education. In: A. J. Riberio, L. Healy, R. E. de S. R. Borba, S. H. A. A. Fernandes (Eds.). *Mathematics Education in Brasil*, (pp 1-20), Springer.
- Dessbesel, R. da S., Silva, S. de C. R. da, & Shimazaki, E. M. (2018). O processo de ensino e aprendizagem de Matemática para alunos surdos: uma revisão sistemática. *Ciência & Educação (Bauru), 24*(2), 481-500. doi: 10.1590/1516-731320180020014
- Domahs, F., Moeller, K., Huber, S., Willmes, K., & Nuerk, H. C. (2010). Embodied numerosity: implicit hand-based representations influence symbolic number processing across cultures. *Cognition, 116*(2), 251-266. doi: 10.1016/j.cognition.2010.05.007
- Easterbrooks, S. R., & Stephenson, B. (2006). An examination of twenty literacy, science, and mathematics practices used to educate students who are deaf or hard of hearing. *American annals of the deaf, 151*(4), 385-397.
- Elsayed, S. A. & Rakza, S. M. (2019). The Relationship between Hyperactivity and Mathematics Learning among a Child with Deep Deafness. *International Electronic Journal of Mathematics Education, 15*(1), em0562. doi: 10.29333/iejme/5951
- Fernandes, S. H., & Healy, L. (2013). Expressando generalizações em Libras: álgebra nas mãos de aprendizes surdos. *Cadernos Cedes, 33*(91), 349-368. doi: 10.1590/S0101-32622013000300004
- Garberoglio, C. L., Gobble, M. E., & Cawthon, S. W. (2012). A national perspective on teachers' efficacy beliefs in deaf education. *Journal of deaf studies and deaf education, 17*(3), 367-383. doi: 10.1093/deafed/ens014
- Gravemeijer, K., Stephan, M., Julie, C., Lin, F.-L., & Ohtani, M. (2017). What Mathematics Education May Prepare Students for the Society of the Future?. *International Journal of Science and Mathematics Education 15*, 105–123. doi: 10.1007/s10763-017-9814-6
- Hrastinski, I., & Wilbur, R. B. (2016). Academic achievement of deaf and hard-of-hearing students in an ASL/English bilingual program. *Journal of Deaf Studies and Deaf Education, 21*(2), 156-170. doi: 10.1093/deafed/env072

- Holcomb, T. K. (2011). Compartilhamento de informações: um valor cultural universal dos surdos. En: L. B. Karnopp, M. Klein, M. L. Lunardi-Lazzarin. *Cultura na contemporaneidade: negociações, intercorrências e provocações*. (pp. 139-149). Canoas: Ulbra.
- Holt, J. A. (1994). Classroom attributes and achievement test scores for deaf and hard of hearing students. *American Annals of the Deaf*, 139(4), 430-437.
- Jannah, A. F., & Prahmana, R. C. I. (2019). Learning fraction using the context of pipettes for seventh-grade deaf-mute student. *Journal for the Education of Gifted Young Scientists*, 7(2), 299-321. doi: 10.17478/jegys.576234
- Karnopp, L. B., Pokorski, J. de O., & Zanini, J. V. (2019). Narrativas sobre a docência na Educação de Surdos. *The Especialist*, 40, (3), 1-14. doi: 10.23925/2318-7115.2019v40i3a11
- Kelly, R. R., & Gaustad, M. G. (2007). Deaf college students' mathematical skills relative to morphological knowledge, reading level, and language proficiency. *Journal of deaf studies and deaf education*, 12(1), 25-37. doi: doi.org/10.1093/deafed/enl012
- Kritzer, K. L. (2009). Barely started and already left behind: A descriptive analysis of the mathematics ability demonstrated by young deaf children. *Journal of Deaf Studies and Deaf Education*, 14(4), 409-421. doi: 10.1093/deafed/enp015
- Kritzer, K. L., & Pagliaro, C. M. (2013). Matemática: um desafio internacional para estudantes surdos. *Cadernos Cedes*, 33(91), 431-439. doi: 10.1590/S0101-32622013000300008
- Lange, C. M., Lane-Outlaw, S., Lange, W. E., & Sherwood, D. L. (2013). American Sign Language/English bilingual model: A longitudinal study of academic growth. *Journal of Deaf Studies and Deaf Education*, 18(4), 532-544. doi: 10.1093/deafed/ent027
- Madalena, S. P., Correa, J., & Spinillo, A. G. (2020). Mathematical knowledge and language in deaf students: The relationship between the recitation of a numerical sequence and Brazilian Sign Language proficiency. *Estudos de Psicologia*, 37, e180175. doi: 10.1590/1982-0275202037e180175
- Marschark, M., Morrison, C., Lukomski, J., Borgna, G., & Convertino, C. (2013). Are deaf students visual learners? *Learning and individual differences*, 25, 156-162. doi: 10.1016/j.lindif.2013.02.006
- Marschark, M., Shaver, D. M., Nagle, K. M., & Newman, L. A. (2015). Predicting the academic achievement of deaf and hard-of-hearing students from individual, household, communication, and educational factors. *Exceptional children*, 81(3), 350-369. doi: 10.1177/0014402914563700
- Mendes, L. O. R., Bueno, A. J. A., Dessbesel, R. da S., & Silva, S. de C. R. da. (2019). Gamificação no Processo de Ensino e Aprendizagem de Estudantes Surdos: uma revisão sistemática. *RENOTE-Revista Novas Tecnologias na Educação*, 17(3), 132-141. doi: 10.22456/1679-1916.99434
- Moore, D. F. (2017). Research Methodology in Deaf Education early efforts. In: S. W. Cawthon, C. R. Garberoglio. *Research in Deaf Education: contexts, challenges, and considerations*. (pp.35-53). New York, Estados Unidos: Oxford University Press.

- Nunes, T., Bryant, P., Burman, D., Bell, D., Evans, D., & Hallett, D. (2009). Deaf children's informal knowledge of multiplicative reasoning. *Journal of deaf studies and deaf education*, 14(2), 260-277. doi: 10.1093/deafed/enn040
- Pagani, R. N., Kovaleski, J. L. & Resende, L. M. (2015). Methodi Ordinatio: a proposed methodology to select and rank relevant scientific papers encompassing the impact factor, number of citation, and year of publication. *Scientometrics*, 105(3), 2109-2135. doi: 10.1007/s11192-015-1744-x
- Pagani, R. N., Kovaleski, J. L., & Resende, L. M. (2018). TICs na composição da Methodi Ordinatio: construção de portfólio bibliográfico sobre Modelos de Transferência de Tecnologia: Brapci 2.0. *Ciência da Informação*, 46(2), p.161-187. doi: 10.18225/ci.inf..v47i1.1886
- Pagliaro, C. M., & Kritzer, K. L. (2013). The math gap: A description of the mathematics performance of preschool-aged deaf/hard-of-hearing children. *Journal of deaf studies and deaf education*, 18(2), 139-160. doi: 10.1093/deafed/ens070
- Peixoto, J. (2015). Gestos, sinais e esquemas de aprendizes surdos na multiplicação. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 18(3), 359-386. doi: 10.12802/relime.13.1833.
- Qi, S., & Mitchell, R. E. (2012). Large-scale academic achievement testing of deaf and hard-of-hearing students: Past, present, and future. *Journal of deaf studies and deaf education*, 17(1), 1-18. doi: 10.1093/deafed/enr028
- Ríos, N. M. B., López, D. F. G., & Gallo, E. A. (2013). Representación de problemas matemáticos asociados al uso del algoritmo de signación en población sorda. *Pensamiento Psicológico*, 11(2), 39-52.
- Ríos, N. M. B., Guimarães, L. S. P. & Dorneles, B. V. (2018). Achievement in estimation of deaf students: a comparison between students from Brazil and Colombia. *Educação*, 43(4), 843-866.
- Sacks, O. W. (2010). *Vendo Vozes: uma viagem ao mundo dos surdos*. Tradução Laura Teixeira Motta. São Paulo: Companhia das Letras.
- Spaepen, E., Coppola, M., Spelke, E. S., Carey, S. E., & Golsin-Meadow, S. (2011). Number without a language model. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 108(8), 3163-3168. doi: 10.1073/pnas.1015975108
- Sales, L. M. (2009). *Tecnologias digitais na educação matemática de surdos em uma escola pública regular: possibilidades e limites* (dissertação de mestrado). Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Belo Horizonte, Brasil.
- Sales, E. R. de., Penteado, M. G., & Moura, A. Q. (2015). A Negociação de Sinais em Libras como Possibilidade de Ensino e de Aprendizagem de Geometria . *Bolema*, 29(53), 1268-1286. doi: 10.1590/1980-4415v29n53a23
- Segadas, C., Bernardo, F. G., Moreira, C. dos S., Barbosa, P. M., Santos, R. C. dos., & Garcez, W. R. (2018). *Atividades de contagem com adaptações para alunos surdos e com deficiência visual*. Rio de Janeiro: IM/UFRJ.

- Scheetz, N. A. (2012). *Deaf Education in the 21st century: topics and trends*. 1 ed. New Jersey: Pearson.
- Soares, M. E., & Sales, E. R. (2018). Das memórias às ideias: orientações sobre a visualidade na Educação Matemática para surdos. *REPPE*, 2(1), 61-90.
- Zarfaty, Y., Nunes, T., & Bryant, P. (2004). The performance of young deaf children in spatial and temporal number tasks. *Journal of deaf studies and deaf education*, 9(3), 315-326. doi: 10.1093/deafed/enh034

Más de una década de Estudio de Clases en Chile: hallazgos y avances

Raimundo Olfos¹

raimundo.olfos@pucv.cl

<https://orcid.org/0000-0002-9886-4282>

Masami Isoda

isoda@criced.tsukuba.ac.jp

<https://orcid.org/0000-0002-0017-3935>

Center for Research on International Cooperation in Educational Development

(<http://www.criced.tsukuba.ac.jp/en/>)

University of Tsukuba; Tsukuba

Soledad Estrella¹

soledad.estrella@pucv.cl

<https://orcid.org/0000-0002-4567-2914>

¹Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, Chile

Recibido: 30/04/2020 **Aceptado:** 20/05/2020

Resumen:

Con el propósito de ampliar la comprensión de las bondades del Estudio de Clases en la calidad del aprendizaje del profesorado y de los estudiantes, se precisa la experiencia acaecida en Chile desde 2006 de esta metodología de desarrollo profesional docente. Después de un acuerdo educativo específico entre los Ministerios de Educación de Japón y Chile, algunos especialistas y académicos involucrados en programas de capacitación docente en Matemáticas recibieron capacitación específica sobre esta metodología en Japón. A su regreso, algunos de los participantes se involucraron en la reformulación de los programas de desarrollo de profesores en servicio. Además, varios reconocidos especialistas de Japón ofrecieron clases públicas en muchas ciudades de Chile, para que los profesores locales pudieran observar el estudio de la lección y el enfoque de resolución de problemas. Se relata la experiencia chilena y se muestran tres lecciones de estadística elaboradas en grupos de Estudio de Clases, una para estudiantes de preescolar sobre preferencias de actividades recreativas, otra del grado 3 sobre el tsunami, y otra de energías renovables para el grado 8, todas ellas en el marco de alfabetización estadística. Se vislumbra la necesidad de mayor comprensión a nivel político de una concepción ampliada del Estudio de Clases, como vehículo efectivo en la transformación del aula de clases, la escuela y el sistema escolar.

Palabras claves: Estudio de Clases. Educación Estadística. Plan de clases.

Mais de uma década de Estudo em Classe no Chile: descobertas e avanços

Resumo

Para ampliar a compreensão dos benefícios do Estudo em Classe na qualidade da aprendizagem de professores e alunos, é necessária a experiência que ocorre no Chile desde 2006 com essa

metodología de desenvolvimento profissional de ensino. Após um acordo educacional específico entre os Ministérios da Educação do Japão e Chile, alguns especialistas e acadêmicos envolvidos em programas de treinamento de professores em Matemática receberam treinamento específico sobre essa metodologia no Japão. Ao retornar, alguns dos participantes foram envolvidos na reformulação dos programas de desenvolvimento de professores em serviço. Além disso, vários especialistas renomados do Japão ofereceram aulas públicas em muitos lugares do Chile, para que os professores locais pudessem observar o estudo da lição e a abordagem de solução de problemas. A experiência chilena está relacionada e são mostradas três lições de estatística preparadas nos grupos de Estudo de turma, uma para alunos de pré-escola com preferências por atividades recreativas, outra para a série 3 no tsunami e outra para energia renovável na série 8, todas no âmbito da alfabetização estatística. A necessidade de um maior entendimento no nível político de uma concepção ampliada do Estudo em Classe, como um veículo eficaz na transformação da sala de aula, da escola e do sistema escolar, está à vista. **Palavras Chave:** Estudo da lição. Educação Estatística. Plano de aula.

More than a decade of Lesson Study in Chile: findings and advances

Abstract:

In order to broaden the understanding of the benefits of Lesson Study in the quality of learning for teachers and students, the experience that has occurred in Chile since 2006 with this teaching professional development methodology is required. After a specific educational agreement between the Ministries of Education of Japan and Chile, some specialists and academics involved in teacher training programs in Mathematics received specific training on this methodology in Japan. Upon their return, some of the participants were involved in the reformulation of in-service teacher development programs. In addition, several renowned specialists from Japan offered public classes in many cities in Chile, so that local teachers could observe the lesson study and problem solving approach. The Chilean experience is related and three statistics lessons prepared in Lesson Study groups are shown, one for preschool students on preferences for recreational activities, another for grade 3 on the tsunami, and another for renewable energy for grade 8, all them within the framework of statistical literacy. The need for a greater understanding at the political level of an expanded conception of Lesson Study, as an effective vehicle in the transformation of the classroom, the school and the school system, is in sight.

Keywords: Lesson study. Statistical Education. Lesson plan.

Introducción

En 1873, en la ciudad de Tokio, se inician los enfoques y las teorías japonesas para diseñar y reproducir lecciones ejemplares para compartir y transferir los desafíos y experiencias de Estudio de Clases. Diez años más tarde en Japón, 1883, aparecen progresivamente la filosofía

básica para el desarrollo del aprendizaje de los niños que aprenden matemáticas por sí mismos y la estructura del estudio de las lecciones. Las principales teorías de la educación matemática para diseñar y reproducir se desarrollaron sobre la elaboración de teorías propuestas por varios grupos de profesores que estudiaban las lecciones. Actualmente, tales teorías se enfocan en: precisar los objetivos; distinguir el concepto de enseñanza; establecer la secuencia de tareas; y los enfoques de enseñanza que incluyen evaluación (Isoda, 2020).

Lesson Study, Estudio de Clases (EC) ha sido reconocido como una actividad colaborativa entre profesores e investigadores en procesos de estudio de la lección, con el fin de compartir mejores prácticas. En muchos casos, se ha centrado en la escuela para establecer allí la comunidad de aprendizaje. Por otro lado, el EC japonés generalmente ha estado dirigido por la comunidad que estudia la lección de matemáticas y que se centra en un contenido específico. Asimismo, se han producido teorías para la educación matemática en cuanto al diseño y reproducción de las mejores lecciones para estudiantes que aprenden matemáticas por sí mismos (e.g., Estrella; Zakaryan; Olfos; Espinoza, 2020); logros que se integran en el currículo nacional y en los libros de texto (e.g, Estrella; Mena-Lorca; Olfos, 2018; Estrella; Isoda, 2020; Isoda; Estrella, 2020).

En general, se distinguen dos formas principales en que se ha introducido y desarrollado el EC en el mundo. En algunos países, se han formado espontáneamente grupos de EC en distintos lugares; la evolución de tales grupos es variada, y se la comparte y evalúa en reuniones para ello. En países con un desarrollo comparativamente menor en educación, la introducción y desarrollo del EC suele ser el fruto de cooperación específica del Ministerio de Educación de Japón, MEXT, con el ministerio o secretaría de educación de un país determinado, para hacer una intervención directa en el sistema educacional, con colaboración de la Agencia Internacional de Cooperación del Japón, JICA. Ello comporta por lo general modificación del currículo, entrenamiento específico para profesores locales con apoyo de expertos japoneses, elaboración de textos escolares y distribución a profesores del sistema (Isoda; Arcavi; Mena-Lorca, 2012).

En Chile, desde hace más de 10 años, se ha seguido un camino un tanto diferente de los anteriores. A continuación, en el sentido de Estrella, Mena-Lorca y Olfos (2018), reportamos acerca de la introducción del EC en Chile, y de la labor de las instituciones más destacadas en

ese empeño. Hacemos además un recuento de lo aprendido en estos años, y de las posibilidades de desarrollo ulterior del EC en Chile y la comunidad latinoamericana.

Estudio de Clases en Chile

El Estudio de Clases en Chile comenzó hacia 2006. Chile tiene más de 4000 km de longitud continental; y 19 millones de habitantes, y existen una veintena de universidades que forman profesores.

El país, como fruto de su interés para ingresar a la OCDE y a la vez de progresar en educación, había solicitado a la organización un estudio comprensivo de la realidad educacional de Chile; los resultados fueron entregados oficialmente en un Informe (OCDE 2004). El informe proporcionó información relevante en varias direcciones: la formación inicial docente era excesivamente general, sin suficiente conocimiento de las disciplinas que se imparten; los aspectos disciplinarios y los pedagógicos discurrían por avenidas considerablemente disjuntas, en la esperanza, desmentida por los datos, de que el futuro profesor haría una síntesis armoniosa de ambas vertientes; la inducción de profesores noveles en el sistema educacional frustraba los eventuales intentos de innovación a la que su formación inicial les invitaba –ello tanto por la cultura del establecimiento al que se incorporaban como por el aislamiento en que se encontraban respecto de sus pares–; la investigación educacional era escasa y no tenía mayor impacto en la política educacional. Matemáticas y ciencias en el primer ciclo de educación secundaria eran enseñadas por profesores que no solo desconocían las materias, sino que además carecían de confianza en su propio desempeño. Es interesante considerar desde ya cómo la metodología del Lesson Study permite abordar cada uno de esos elementos de diagnóstico.

Al año siguiente, el *Global Forum on Education* organizado por la OCDE, tuvo lugar en Santiago de Chile. En esa ocasión, representantes de los ministerios de educación de Japón (MEXT) y de Chile (MINEDUC) se reunieron, y firmaron un convenio de colaboración que abordaría los temas del Informe de la OCDE. El convenio establecía el Programa de Colaboración "Mejora de la educación matemática en Chile, con el apoyo de Japón", que permitiría que, en un período de tres años, un total de tres grupos de 10 profesores de matemáticas pertenecientes a once universidades, involucrados en formación inicial y continua de profesores, y dos funcionarios del Centro de Perfeccionamiento, Experimentación e

Investigaciones Pedagógicas (CPEIP) del MINEDUC cada vez, asistieran en Japón a cursos intensivos de capacitación en las metodologías japonesas del Lesson Study, del enfoque abierto en la resolución de problemas, y en otros aspectos del sistema educacional del Japón. Una vez de vuelta en Chile, CPEIP elaboraría términos de referencia en sintonía con lo aprendido en Japón, para diplomas (*postítulos*) de formación continua en Matemáticas, y los académicos participantes diseñarían programas para sus respectivas universidades de acuerdo a aquellos términos de referencia; el MINEDUC financiaría a los profesores del sistema que participaran en los postítulos aprobados.

El Programa fue financiado por JICA y se realizó en el Center for Research on International Collaboration in Educational Development (CRICED), de la Universidad de Tsukuba; el encargado en Japón fue el Dr. Masami Isoda. Los cursos incluyeron, observación de clases en los diferentes niveles, participación en clases públicas y en ciclos de Estudio de Clases; visitas a centros de formación continua de profesores, editoriales de textos de estudio y fabricantes de material de apoyo a la enseñanza; reuniones con representantes de diversas áreas del sistema educativo japonés; visita a un centro de desarrollo profesional de docentes; y otros aspectos de la cultura del Japón.

Los participantes aprendieron métodos de enseñanza japoneses, en particular, el enfoque abierto en la resolución de problemas. Además, conocieron el sistema general de educación del Japón, y su intrincada, participativa y bien regulada estructura, que incluye la formación continuada de profesores, el desarrollo curricular y la política de edición de los libros de texto. Pudieron observar que el desarrollo profesional de profesores es el fruto de un trabajo colaborativo en el que estos desempeñan un papel activo.

A medida que los participantes en el Programa volvían a Chile, se fueron llevando a cabo diversas iniciativas relativas al Lesson Study. En primer lugar y según estaba previsto, los profesionales del CPEIP hicieron sugerencias para modificar los términos de referencia para postítulos financiados por el MINEDUC, incluyendo en ellos, en particular, EC, y los académicos participantes se involucraron en las propuestas de sus respectivas universidades y en la implementación de esos postítulos. Además, en cada año del Programa y en el siguiente visitaron Chile, además del Dr. Isoda, profesores expertos y de renombre del Japón (Tsubota,

Hozomisu, Seiyama y otros), quienes dieron clases públicas a niños chilenos en las sedes de las universidades de los académicos participantes, a lo largo del país.

Por su parte, el CPEIP desarrolló un par de iniciativas adicionales. Una fue una serie de talleres comunales para profesores de primaria, enfocados en lenguaje y en matemáticas. La otra, un Programa de aprendizaje para toda la vida, que se ocupaba de la formación de profesores líderes en servicio, quienes harían talleres para profesores de primer ciclo de enseñanza primaria y de pre-escolar en sus establecimientos educacionales; los talleres estaban destinados a diseñar, realizar, observar y analizar una clase siguiendo la metodología de EC. Cerca de 300 escuelas declaradas emergentes, trabajaron estas metodologías.

Adicionalmente, durante cuatro años se sucedieron al menos un par de reuniones anuales de evaluación y monitoreo del Programa de colaboración, con participación *in situ* o virtual del encargado del Programa por CRICED, Dr. Isoda, y diversas personalidades de JICA, en cuya sede en Santiago se hicieron las reuniones. Hubo un cierre formal del Programa, en septiembre de 2009, ceremonia a la que asistieron el Representante en jefe de la Oficina de JICA en Chile y otros personeros de la oficina, el Jefe de la División de Educación General del MINEDUC, el director del CPEIP y el responsable del Programa en CRICED.

La evaluación interna del Programa fue comunicada y comentada durante la reunión de clausura. Se anunció la instalación del Programa Mundo Matemático Abierto, proyectado a todas las escuelas primarias y secundarias subvencionadas del país, para mejorar el aprendizaje de manera sostenida, en el cual se consideraba la experiencia del Programa de colaboración. Tanto el CPEIP como las universidades valoraron la contribución del Programa a la educación primaria de matemáticas en Chile.

Hubo además una evaluación del Programa realizada por una organización externa, de resultados igualmente positivos. Sus recomendaciones tenían como objetivo dar continuidad a las iniciativas de EC en Chile y mantener intercambios académicos con la Universidad de Tsukuba: se proponía que el CPEIP asumiera más liderazgo y se aprovecharan instancias tales como talleres comunales, la red de “maestros de maestros” (es decir, profesores líderes) que había creado el MINEDUC, y su plataforma de *e-learning*, para ampliar el EC en el país; a las universidades se les recomendaba emplear sistemáticamente EC y el enfoque abierto en la

resolución de problemas en la formación inicial y continua de profesores, establecer acuerdos con las corporaciones municipales –entidades gubernamentales comunales que administran escuelas y colegios del Estado–, e incorporar EC y el enfoque abierto en resolución de problemas en sus programas de investigación y extensión.

La buena evaluación del Programa, unida al diagnóstico de la OCDE ya señalado, al que respondía hecho ostensible de que respondía al diagnóstico de la OCDE citado, hacían también recomendable proseguir indefinidamente los postítulos y aun extender su número, pues había a lo sumo una veintena de instituciones formadoras involucradas para atender a un porcentaje significativo de un total de 63 mil profesores (Cf. Sánchez et al., 2013). Sin embargo, tras elecciones presidenciales, el gobierno entrante suspendió la implementación –en su lugar, se desarrolló el método Singapur–. Sin embargo, en el segundo mandato del actual gobierno, se ha explicitado y fomentado el EC (ver Figura 1) en el marco de la ley 20.903 sobre el Sistema de Desarrollo Profesional Docente (c.f. Estrella; Zakaryan, 2020).

Las actividades de las universidades participantes fueron progresivamente declinando, salvo en algunas de ellas y en otras instituciones que se sumaron a la implementación de metodologías por influencia del Programa.

Dos instituciones se destacan por su desarrollo permanente de las metodologías japonesas y el desarrollo de teoría local: la Pontificia Universidad Católica de Valparaíso (PUCV) y, seguidamente, la Universidad Católica del Maule, UCM; ambas con sede fuera de la capital. Una característica que estas instituciones comparten es que, a la fecha del comienzo del Programa de colaboración con Japón, eran las únicas en el país que ofrecían programas de magíster en Didáctica de la Matemática⁴⁷. Sobre la primera de ellas reportaremos en detalle más adelante.

⁴⁷Actualmente existen en Chile media docena de tales programas.

Figura 1. Iniciativas de desarrollo del profesor en el Sistema de Desarrollo Profesional Docente.



Fuente: CPEIP.

En la UCM, el equipo de investigadores en Didáctica de la Matemática elaboró e implementó exitosos programas de postítulo, de alto impacto en su región. Además, en 2007 creó y luego organizó varias *Jornadas de Lesson Study*, que se realizaron en conjunto con varias otras universidades y colaboración del CPEIP. En ellas, los académicos y profesionales del MINEDUC que habían participado en el Programa dictaron conferencias y talleres, y reportaron acerca de investigaciones en curso. Por otra parte, un grupo de académicos de la Universidad de Antofagasta incorporó a páginas web varios problemas y documentos acerca de EC centrados en resolución de problemas. Además, el Centro de Investigación Avanzada en Educación, CIAE⁴⁸, postuló un par de proyectos en EC ante el Fondo Nacional de Desarrollo Científico y Tecnológico, FONDECYT, y se los adjudicó. Uno de ellos es obra de un investigador de la Universidad de Chile y se denomina “Clases Públicas STEM Integradas”; en ellas que cuenta con un investigador chileno en EC y se ha invitado a expertos japoneses. Adicionalmente, la Universidad Santo Tomás, una universidad privada con presencia en 14 ciudades importantes del país, que no participó del Programa, recibió entrenamiento de un académico de la PUCV, difundió la metodología y la incorporó a su programa de formación inicial y al desarrollo profesional de sus académicos de pedagogía.

⁴⁸El CIAE es una institución creada por la Universidad de Chile, la PUCV y la Universidad de Concepción, esta última en el sur del país.

Por su parte, tras el cambio de gobierno, profesionales salientes del CPEIP que recibieron entrenamiento en Japón durante el Programa de colaboración, lideraron varios proyectos que incluyeron implementación de la estrategia del EC en cursos desde Kínder a grado 4 en Lenguaje y Matemática, a fin de mejorar las prácticas en el aula y contribuir positivamente al aprendizaje de los estudiantes. Para ello, se desarrollaron talleres con los docentes, en los cuales estos se reunían en equipos, cada uno de los cuales se encargaba de: diseñar una clase cada vez con material pertinente; encomendar a uno de sus miembros que la ejecutara; observarla *in situ* o, de ser necesario, vía remota; y analizarla a fin de determinar dificultades y realizar ajustes para rediseño.

De 2011 a 2013, dichos proyectos incluyeron un Plan de apoyo docente en una comuna rural, que abarcó a 160 profesores de aula, 25 jefes técnicos y 23 directores de escuelas y liceos. Al año siguiente, se comenzó un proyecto similar en una comuna de la capital, que involucró a 100 profesores de aula, 12 Jefes Técnicos y 12 directores de escuelas y liceos. En la actualidad el Programa Sumo Primero que se ha proyectado a 2 años en todo Chile, incluye la modalidad del EC, abarca 1753 profesores de aula, 200 jefes técnicos y 200 directores de escuelas. Además, desde este Programa y del MINEDUC se han diseñado y creado un set de libros de matemática de primero a cuarto básico basados en libros japoneses que a la vez son resultado de experiencias japonesas de EC, todos ellos con la asesoría directa del Profesor Masami Isoda.

Estudio de Clases desde la Pontificia Universidad Católica de Valparaíso (PUCV)

Cuatro académicos del Instituto de Matemáticas de la PUCV participaron en el Programa Chile-Japón. Todos han usado este entrenamiento en su trabajo al interior del Instituto y también en su relación con las escuelas y liceos, y líneas de investigación; dos de ellos, autores de este reporte, continúan activos en ello y, desde el año 2008, han fundado el Grupo de Estudio de Clases del Instituto de Matemática de la Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, GEC IMA PUCV. Se han sumado, además, varios otros académicos de la PUCV, desde sus respectivas actividades.

Se pretende que: EC sea objeto de investigación; generar evidencia de su impacto en el desarrollo profesional de los profesores y, más en general, en la educación matemática del país;

que esa metodología forme parte de la formación inicial y continua de profesores; y que su uso se difunda a lo largo del país y, hasta donde sea posible, en Latinoamérica.

Lo que sigue comienza por una explicación de la aproximación del Instituto al Estudio de Clases, continúa con una reseña general de lo que se ha realizado, y termina con una muestra de tres experiencias de lecciones elaboradas en el Instituto con esa metodología de desarrollo profesional.

Lesson Study en el Instituto

La filosofía del Instituto de Matemáticas de la PUCV en educación proviene de su desarrollo de la Didáctica de la Matemática, DM, cuyo único programa de doctorado en Chile y sus alrededores sustenta. El Instituto procura estar atento tanto al desarrollo de la ciencia como a la experiencia internacional, pero su foco está siempre puesto en la necesidad de adquirir experiencia propia y en desarrollar teoría, de modo de abordar de manera adecuada, autónoma, la problemática del país. Consecuencia natural de esa filosofía es que los académicos de la PUCV participantes en el Programa intentaron articular EC con las investigaciones que estaban desarrollando.

El Instituto entiende la DM como una disciplina de carácter experimental, provista de teorías explícitas (Chevallard, 1992; Douady, 1995) que nace de la reflexión, estudio y búsqueda de evidencias a partir de los fenómenos que ocurren cuando personas enseñan y/o aprenden matemáticas, y que ha permitido develar y abordar una serie de fenómenos que habían permanecido ocultos a la investigación educacional general de la matemática. Considera, además, a la DM como un puente sólido que articula de manera disciplinaria los aspectos pedagógicos generales y matemáticos en juego en los aprendizajes y en la formación y en las creencias de los profesores (Montoya; Mena-Lorca; Mena-Lorca, 2015; Olfos; Estrella; Morales, 2015).

El Instituto había estudiado y utilizado la metodología de la *Ingeniería Didáctica*, ID, de origen francés, que surgió al interior de la DM en la década de los 80 (Douady, 1995). La ID se considera fundamental en la DM (Artigue, 1995), y se origina en la consideración de que los métodos habituales de investigación en educación matemática son insuficientes para abordar la

complejidad de la problemática (Artigue, 1995), son además parte de una lógica determinista con la cual se corre el riesgo de desatender el funcionamiento concreto del sistema didáctico (Chevallard, 1982, 1985), y su validación, basada en la comparación estadística del rendimiento de grupos experimentales y de control, es externa (Artigue, 1995). Por el contrario, la validación de la ID es esencialmente interna: las hipótesis formuladas en la investigación se fundamentan en la confrontación entre el *análisis a priori* y el *análisis a posteriori* que ella define (Ibíd.). La ID considera cuatro etapas (Artigue, 2009). El *Análisis preliminar* incluye estudio epistemológico de los contenidos considerados, de su enseñanza habitual y sus efectos, de las concepciones de los estudiantes, de las dificultades y obstáculos que enfrentan, del campo de restricciones en el cual se sitúa la realización didáctica efectiva, etc. En *concepción y análisis apriori* de las situaciones didácticas (Brousseau, 1997), el investigador decide actuar sobre las variables de comando que percibe como pertinentes con relación al problema estudiado. Sigue la etapa de *experimentación*. En la etapa de *análisis a posteriori y evaluación* se revisan los datos recogidos en la experimentación y se completan con frecuencia con otros obtenidos de la utilización de metodologías externas.

Los investigadores del Instituto habían reparado en que la ID, tanto como algunas teorías de la DM, tiene lo que ellos denominan un “dispositivo de vigilancia epistémica” (sic), que resguarda que el estudio se lleve a cabo sin caer en especulación infundada. Como es fácil advertir, el EC posee un dispositivo análogo, con etapas parecidas a las de la ID, siendo la diferencia más ostensible entre ellos que el EC aúna el propósito de investigación y el desarrollo profesional.

Es en esa perspectiva de articulación y estudio que la PUCV desarrolló su participación en sus actividades de difusión y desarrollo de EC, (ver también Clivaz, 2015).

Bien entendido, no se trató de desnaturalizar la metodología de EC, sino de aprovechar la perspectiva teórica y también práctica que es parte de la formación habitual en grados y postgrados en educación en el Instituto, de manera que EC pueda alimentarse también de esos elementos contextuales.

Programas de Estudio

En los postítulos de desarrollo profesional de los años 2006, que fueron relacionados con el Programa Chile-Japón y que financió el CPEIP hasta 2010, se ofrecieron elementos de DM y de EC. Los profesores trabajaron colaborativamente en clases siguiendo la metodología del EC. Actualmente se llevan a cabo cursos de actualización de profesores de educación primaria que promueven el enfoque de resolución de problemas bajo el Estudio de Clases.

Ahora bien, el magíster en DM que el Instituto imparte ha cambiado su orientación a una menos de investigación y más de desarrollo profesional. Se decidió que los trabajos de graduación de los estudiantes ocuparan la metodología del EC: en su segundo año, durante el primer semestre ellos estudian EC y trabajan colaborativamente en un proceso de EC. En el siguiente semestre desarrollan su trabajo de graduación individual utilizando la experiencia de EC y profundizando en algún aspecto teórico, ya sea en el objeto matemático, el desarrollo profesional, la extensión de la clase a otras aulas, el aprendizaje de los estudiantes, u otro tema.

Los estudiantes de pedagogía en Matemáticas del Instituto reciben también formación en DM. En su programa se ha continuado con la introducción de elementos de EC articulados con la DM, y desde hace media docena de años tanto la asignatura Taller de Educación Matemática como las prácticas profesionales se basan en EC.

EC es también un tema de estudio en el programa de Doctorado en Didáctica de la Matemática del Instituto, que tiene casi una década, y varios trabajos doctorales han considerado EC como una herramienta de estudio y de intervención.

Investigación y Desarrollo

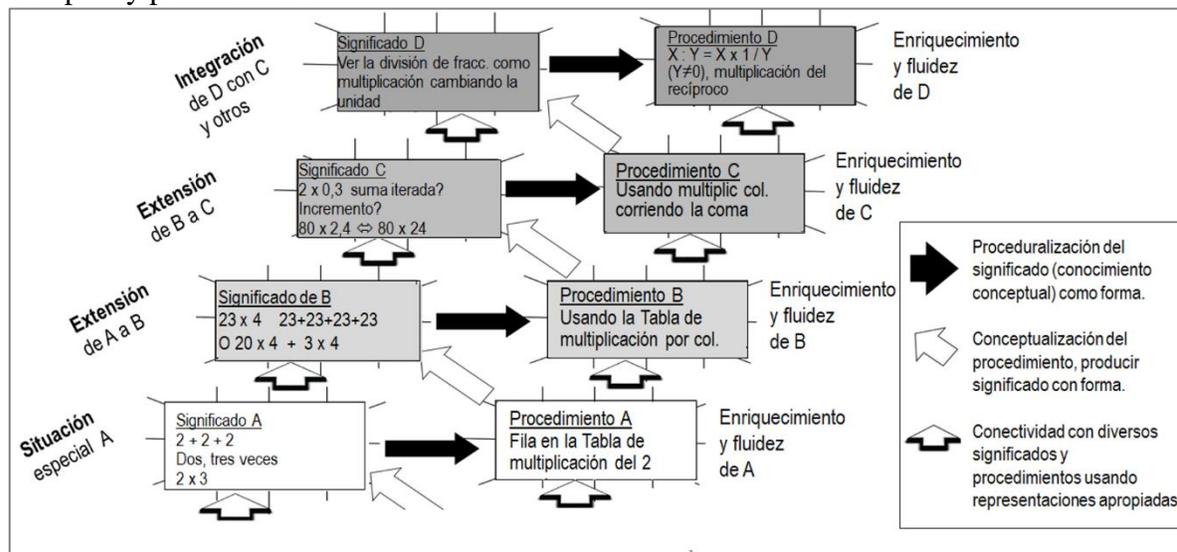
Varios académicos del Instituto dirigen proyectos financiados por el gobierno que utilizan EC como estrategia de investigación y/o desarrollo o bien participan en ellos; sus temas versan sobre la enseñanza de la estadística, matemática para la educación en pre-escolar y primaria, herramientas para formación inicial docente.

En la actualidad, hay dos tesis doctorales en curso sobre EC; una referida al mejoramiento de la formación inicial en la línea del cálculo integral y la otra en relación al desarrollo profesional de profesores en ejercicio.

Desde estadias en Japón, los autores han venido participando, además, en las sucesivas instancias de un proyecto de largo aliento financiado por APEC y que es dirigido por las universidades de Tsukuba en Japón y de Khon Kaen en Tailandia. Últimamente el proyecto se ha ocupado de emergencias y de prepararse para el futuro, lo que ha llevado, en el Instituto, a elaborar clases que hagan referencia a terremotos, tsunamis e incendios, como también a la educación STEAM (*Science, Technology, Engineering, Art, Mathematics*).

Como se señalaba en la Introducción, Isoda (2020) e Isoda y Olfos (2020) han profundizado en la enseñanza de la multiplicación con Estudio de Clases, y desarrollado teorías de secuencias de tareas y del proceso de conceptualización y proceduralización (ver Figura 2).

Figura 2. Esquema de la teoría para la secuenciación de tareas multiplicativas a través de conceptos y procedimientos.



Fuente: traducido desde Isoda (2020).

Desde la perspectiva de metodología de desarrollo profesional docente, el Estudio de Clases impacta en el aprendizaje de los alumnos, en el desarrollo del profesorado, los materiales de enseñanza, el plan de estudios, el aprendizaje profesional y la mejora del sistema (Dudley; Xu; Vermunt; Lang, 2019; Estrella; Zakaryan; Olfos; Espinoza, 2020). Dudley y colaboradores, sugieren en su estudio cuantitativo, que el EC se trate de manera integral como un vehículo para

el desarrollo y la mejora a nivel del aula, la escuela y el sistema escolar, y no como una intervención curricular o pedagógica.

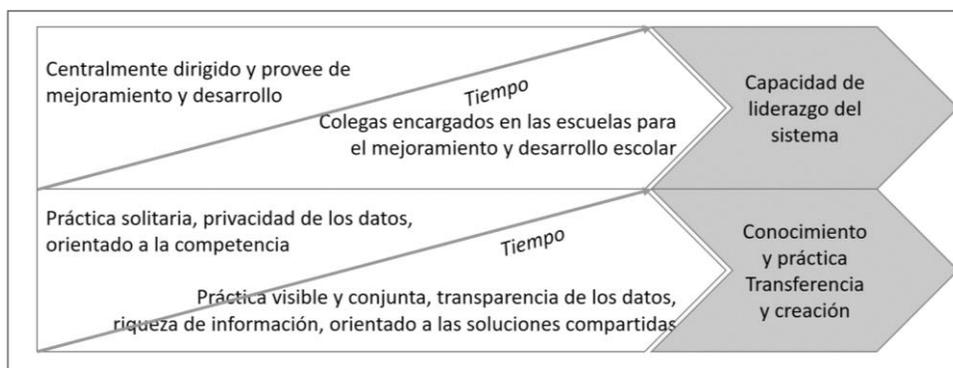


Figura 3. Sistematización de procesos a través de cambios de roles a través de nuevas estructuras y roles.

Fuente: modificado desde Dudley et al. (2019).

Puesto que hay mejora en los aprendizajes de los estudiantes y en la enseñanza ofrecida por los docentes a través del EC (ver Figura 3), aumenta el conocimiento docente que impacta en la práctica dentro del aula escolar y en su futuro desempeño profesional. Vermunt y colaboradores (2019) dan evidencia de los mecanismos a través de los cuales el desarrollo profesional del Estudio de Clases impacta en la calidad del aprendizaje del profesorado.

3.4 El sistema escolar

La transferencia de EC al sistema escolar se ha intentado de diversas maneras. En 2007, académicos del Instituto presentaron un proyecto anual de *Talleres Comunes* al MINEDUC, el cual lo financió. Este venía realizando un proyecto en el que destacaba a los profesores líderes en las comunas –los “maestros de maestros”– a lo largo del país. El proyecto PUCV consistía en el entrenamiento en EC de más de un centenar de tales maestros, provenientes de todo el país: se los convocó a tres períodos de entrenamiento, en Valparaíso y en Santiago, en los cuales aprendieron elementos de DM y trabajaron colaborativamente en EC. Llegados a sus comunas, ellos difundirían la metodología, y liderarían la preparación de clases en equipos en sus respectivas comunas. Habría además una plataforma computacional de apoyo. Cuando los períodos de entrenamiento se completaron, los académicos relatores de los Talleres visitaron a los profesores capacitados en la metodología, que estaban esparcidos a lo largo de 3500 km,

para observar el progreso de las clases cuya preparación lideraban en sus comunas respectivas. El trabajo se estaba realizando acorde a lo planeado, pero se transformó la iniciativa que con el cambio de gobierno terminó. Por otra parte, el Instituto diseñó y realizó cursos a medio centenar de profesores de una veintena de escuelas, en las comunas de Quilpué y Valparaíso.

Actualmente, se mantiene el Grupo GEC que alienta la formación de grupos de EC en escuelas y liceos, comenzados en diversas modalidades (ver Figura 4). Ello se ha realizado de cuatro maneras distintas. Una es la de un liceo en el cual se haya formado espontáneamente un grupo de EC, pero que cuenta con el apoyo del Instituto. Otra es la de algún egresado del postgrado que solicita apoyo para comenzar un grupo de EC en un colegio de otra comuna, grupo que se extiende a un conjunto de colegios y eventualmente a especialidades adicionales a la matemática. Una tercera es la de un académico que haya introducido EC en algún liceo y lidere un grupo de profesores de ese establecimiento. Otra forma de trabajo también incluye experiencias con escuelas de otras regiones o país, como Brasil y EEUU, en las cuales se ha realizado una clase estudiada de STEM en modalidad sincrónica on line.

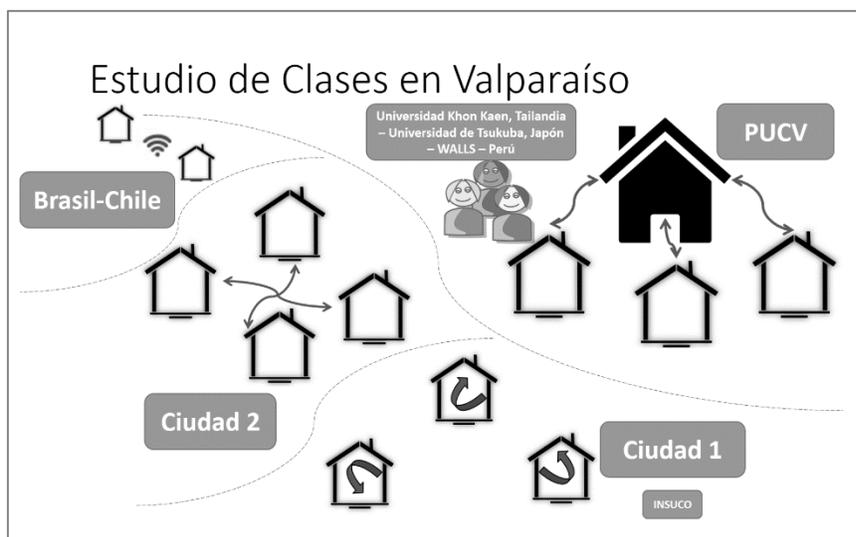


Figura 4. Cuatro tipos de experiencias de Estudio de Clases, tres en modalidad presencial y una en modalidad sincrónica vía on line. Fuente: GEC IMA.

3.5. Actividades de difusión

Por de pronto, y gracias a sendas invitaciones desde el CRICED, los autores han sido *visiting scholars* en la Universidad de Tsukuba, y han escrito varios libros. Uno, que describe EC y el enfoque abierto en resolución de problemas desde varios ángulos (Isoda; Arcavi; Mena,

2013), es una versión comentada de un texto original japonés, que continúa con experiencias realizadas principalmente en Chile y en otros países de Latinoamérica, –las cuales se fueron acumulando en tres ediciones sucesivas–, y análisis de clases públicas realizadas por profesores japoneses en el país. Otro libro, trata de la enseñanza bajo un enfoque abierto de resolución de problemas (Isoda; Olfos, 2009), y un tercero y cuarto, sobre la enseñanza de la multiplicación (Isoda; et al., 2011; Isoda; Olfos, 2020). Estos libros han sido difundidos a varios países de Iberoamérica y han sido utilizados en cursos de iniciación de profesores en la metodología del Estudio de Clases.

Por otra parte, en conjunto con otro investigador del CIAE se tradujo al español un libro sobre pensamiento matemático y su desarrollo en el aula (Isoda; Katagiri, 2014), y además, dos de estos autores han colaborado en versiones en español de textos japoneses de enseñanza primaria realizadas en México (Isoda; Cedillo, 2012), los cuales han servido para continuar con textos escolares chilenos para el estudiante y para el profesor (Estrella; Isoda, 2020a,b,c,d; Isoda; Estrella, 2020a,b,c,d)⁴⁹.

A partir de 2006, se organizó una decena de clases públicas en la región con profesores japoneses que visitaron el país, y luego otras tantas elaboradas por profesores chilenos y académicos del Instituto. En particular, GEC IMA ha venido desarrollando, anualmente y a la fecha, 18 clases públicas de kínder a secundaria (<https://estudiodeclases.cl/clases-publicas-estudio-de-clases/>)

Por lo demás, los autores en conjunto han dado conferencias acerca de EC en más de 20 universidades del país, y en una docena de ciudades latinoamericanas. Una actividad adicional de importancia es la permanente presencia en congresos nacionales y latinoamericanos, desde Argentina hasta México, en que se expone la metodología y se reportan avances de investigación.

4. Estudio de Clases y educación estadística en Valparaíso

Reportamos aquí acerca del Grupo de Estudio de Clases, que se ha abocado a estudiar clases de matemática. Específicamente de lecciones de estadística en educación preescolar y

⁴⁹ Textos de estudiantes y textos escolares del grado 1 al grado 4 en <https://www.sumoprimeroc.cl/manuales-sumo-primeroc/>

primaria; y de clases preparadas por profesores de escuelas de Valparaíso y académicos de la PUCV.

La propuesta de enseñanza adoptada por los profesores, participantes en los grupos de EC en Chile ha estado en concordancia con las recomendaciones del reporte *Statistical Education of Teachers*, SET (Franklin et al., 2015) y otros que le han precedido (ASA, 2005; Franklin et al., 2007; Ben-Zvi; Garfield, 2004); esto es, desarrollar el pensamiento estadístico, promoviendo el conocimiento del contenido estadístico y el conocimiento pedagógico del contenido necesario para la enseñanza de la estadística. Como se señala en Franklin et al. (2015), idealmente, la educación estadística debe propender a desarrollar el pensamiento estadístico y la comprensión conceptual mediante el aprendizaje activo y la exploración de datos reales. Dicho reporte considera que los fundamentos de la alfabetización estadística deben comenzar en los primeros grados, de Pre-K a 5, cuando los estudiantes comienzan a desarrollar el sentido del dato, esto es, la comprensión de que los datos no son simplemente números, categorías, o imágenes, sino entidades en un contexto, que varían, y pueden ser útiles para responder preguntas sobre el mundo que los rodea.

Se han realizado varias experiencias de enseñanza de la estadística en distintas escuelas en Valparaíso (Chile) con la metodología del EC. En estas experiencias, los grupos de profesores han integrado modelos de enseñanza específicos al contenido estadístico, tales como la propuesta por el *Análisis Exploratorio de Datos*, EDA, de Tukey (1977) y el *ciclo investigativo* conocido como PPDAC (Wild; Pfannkuch, 1999), en un ciclo de EC que ha contemplado tres implementaciones de la lección, en un periodo de dos meses, con una sesión semanal. Todas las lecciones han sido planificadas con una duración 45 minutos y los cursos en que se implementaron han tenido un promedio de 35 estudiantes.

Los grupos de profesores e investigadores han trabajado juntos en un ciclo de EC, en el que formulan colaborativamente los objetivos para el aprendizaje y desarrollo de sus estudiantes. Los investigadores han fomentado la puesta en obra de objetivos transversales del currículo (alimentación saludable, actividades físicas, horas de sueño, entre otras) y la toma de conciencia de las características climáticas, geográficas y geológicas de Chile.

Específicamente, cada uno de los grupos de EC planea una lección para ser diseñada para llevar a la práctica los objetivos de aprendizaje, luego un profesor de la escuela la gestiona e implementa según lo planificado, y se reúnen evidencias sobre el aprendizaje y desarrollo de los estudiantes. Posteriormente a aquella lección implementada, el grupo de profesores reflexiona y discute sobre las evidencias reunidas durante la lección, utilizándolas para mejorar la lección y su enseñanza y volver a implementarla (Estrella; Olfos, 2013; Isoda; Arcavi; Mena, 2012; Isoda; Olfos, 2011).

4.1 Integración de modelos de enseñanza en los ciclos de EC

Vistas las bondades del EC, hemos construido planes de clases que integran el análisis exploratorio de datos (AED) y el ciclo investigativo PPDAC (problema, plan, datos, análisis y conclusiones) al problema central de la clase y en que las estrategias de enseñanza permitieron a los profesores involucrarse ellos y a los niños en experiencias de aprendizaje con datos para desarrollar el sentido numérico y el sentido del dato (Estrella, 2018). El objetivo del AED es la exploración sin restricciones de los datos en busca de regularidades interesantes e insospechadas, en que las conclusiones que se obtienen son informales, ya que se basan en lo que se ve en los datos, y sólo se aplican a los sujetos y a las circunstancias para las cuales se obtuvieron dichos datos; AED utiliza representaciones y resúmenes numéricos para describir las variables de un conjunto de datos y sus relaciones (Moore, 2000).

La figura 5 muestra el ciclo de EC efectivamente utilizado con el grupo de profesores, quienes se apoyaron mutuamente en sus consideraciones sobre el aprendizaje de la matemática y la estadística, y tomaron decisiones profesionales para diseñar su Plan de Clases.

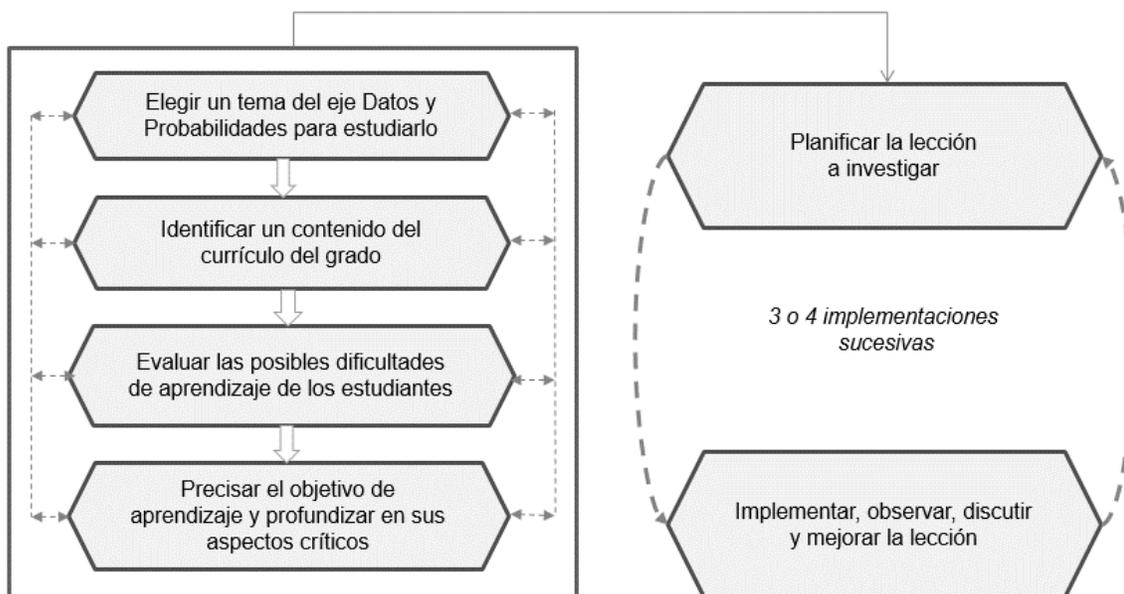


Figura 5. El ciclo de Estudio de Clases implementado. Fuente: elaboración propia.

Los objetivos de aprendizaje de la lección conciernen al eje de estadística de la asignatura de matemática del currículo chileno, y se relacionan con la construcción de representaciones de los datos y la toma de decisiones basadas en el análisis de datos. Como parte del proceso previsto por los profesores, los estudiantes comienzan con la exploración y terminan con la presentación y explicación de las representaciones de sus datos a sus compañeros. Todas las lecciones implementadas por los grupos de profesores de EC han activado las habilidades de modelación de los estudiantes, las que incluyen la capacidad de identificar la pregunta relevante, las variables en juego, las relaciones en el contexto real, y la traducción, interpretación y validación de la solución respecto al contexto de las variables.

A continuación se detallan dos de las lecciones de estadística estudiadas, una trata sobre actividades físicas en kindergarten realizada el año 2015, y la otra sobre el tsunami que afectó a Chile en 2010, realizada en grado 5 en el año 2012.

4.2 Lección de Actividades físicas recreativas preferidas de Kínder

La preparación de la lección fue llevada a cabo por cuatro docentes de aula y cuatro investigadores. La pregunta central de la lección es ¿Cómo podemos organizar los datos de

nuestra actividad recreativa preferida, para saber cuáles son las actividades físicas preferidas del Kínder B?



Figura 6. Cuarta y última implementación de EC en Kínder.

La lección fue diseñada integrando el AED y el ciclo PPDAC, por un grupo de EC cuyas profesoras eran de una misma escuela. Además, las profesoras crearon una situación problema que incorporó algunas de las ideas claves en educación estadística: los datos reales y motivadores y las representaciones, con la particularidad de llegar a ver el dato como agregado (del dato individual al dato grupal). Los estudiantes fueron agrupados en equipos de 3 niños, quienes organizaron los datos, construyeron representaciones y argumentaron sus conclusiones respecto a los datos como agregado, logrando comprender los datos como números en un contexto; ello evidenció que algunos niños pueden lograr un razonamiento estadístico temprano en el aula de enseñanza preescolar.

La profesora propició un ambiente de trabajo libre y de indagación, y aunque no todos los niños de kínder relacionaron los datos con la pregunta, pues solo pudieron representar parte del conjunto de datos disgregados; tampoco lograron pasar del dato individual al dato grupal. Sin embargo, dos de los ocho grupos de estudiantes lograron ver los datos como agregado, y representar gráfica y correctamente todos los datos (ver Figura 6). Estos estudiantes, 6 de 27, pudieron crear una representación y comparar los datos, realizar conteo, escribir la frecuencia y

señalar el cardinal de una categoría de la variable como la frecuencia para responder a la pregunta central y comunicarla al pleno del curso.

La comunicación a los demás estudiantes de su hallazgo y razonamiento con base en la representación y frecuencia, permitió que los restantes estudiantes de la clase tuvieran la oportunidad de dar sentido al número y sentido al dato, pues la representación y la frecuencia les permitiría responder la pregunta de su interés con los propios datos, y así reconocer la actividad recreativa favorita del curso que les permitiría tener un recreo especial para ellos en la escuela.

Esta experiencia de enseñanza de la estadística en educación preescolar ha permitido que los estudiantes aprendan cuestiones significativas en trabajo en equipo y puedan organizar datos y representarlos, y progresivamente adquirir herramientas representar datos. Las profesoras participantes señalan que esta modalidad de trabajo ha permitido hacer una clase de excelencia y que “los estudiantes logran organizar e interpretar datos de diversas formas y participan en su gran mayoría con ideas propias, y presentan al curso”, y consideran que las sucesivas implementaciones de la lección –dos en el grado 1 y dos en el grado K– “nos permitieron mejorar la propuesta de clase”. Para “mejorar [el Plan de Clase], pensamos lograr la participación de todos los niños, y cambiábamos algunas cosas [materiales, pregunta] para que todos fueran capaces de organizar los datos y darlos a conocer de la manera que ellos decidieran”. Así nació la idea de crear una clase previa para presentar la interrogante, motivarlos. Además, las profesoras concluyeron que el proceso de EC les permitió como educadoras “abrir la mente a las matemáticas”, a “trabajar en equipo” y que “siempre se puede mejorar lo ya trabajado”. Una de las profesoras concluyó que esta experiencia de planificar una clase en un grupo de EC “como desafío profesional me motiva a tratar de realizar más clases de este tipo, a relacionar más la asignatura con temas que para los niños sean más interesantes y significativos, y a manejar la ansiedad de guiar a los estudiantes, no entregarles las respuestas y no decirles lo que deben hacer”.

4.3. Lección de Tsunami

El año 2010 Chile fue afectado por un gran terremoto, el cual ha sido considerado el segundo mayor de la historia del país y uno de los cinco más fuertes registrados en el mundo. En los 35 minutos posteriores al terremoto hubo un tsunami, y debido a errores e indecisiones por parte de los organismos encargados de enviar la alarma correspondiente, no se alertó a la población acerca del evento. La falta de cultura frente a terremotos de esta envergadura llevó a que hubiese más muertes por el tsunami que por el terremoto. Algunos mitos del colectivo de los chilenos eran “un tsunami es solo una ola grande” y “hay un periodo fijo entre ola y ola”, los cuales llevaron a algunos habitantes a volver anticipadamente a sus casas en la costa y a las autoridades a minimizar las posibilidades de desastre, contribuyendo a más muertes por las sucesivas olas que entraron en la costa chilena.

Frente a la importancia de educar ante desastres naturales, un grupo de EC eligió el tema del tsunami con tres propósitos, (1) que los niños “hicieran estadística” con representaciones de datos reales, (2) que los niños aprendieran conocimientos que ayuden a su comunidad [ayudar a informar para salvar vidas], y (3) que los profesores modificaran o consolidaran sus creencias respecto a que la enseñanza de la estadística no es exactamente “enseñanza de la matemática”, sino el trabajo con datos como números-en-contexto. El Anexo A muestra el plan de la lección.

La lección se centraba en la imagen de una noticia del tsunami que afectó a Chile en febrero de 2010 (Estrella; Olfos; Morales, 2014; Estrella; Vergara; González, por aparecer). La preparación de la *lección de tsunami* fue llevada a cabo por tres docentes de aula y tres investigadores con el fin de derribar los mitos citados. Durante dos meses el grupo de EC se reunió semanalmente a preparar el Plan de Clases, a ponerlo a prueba, mejorarlo y nuevamente implementarlo. Las reuniones de los profesores participantes en este EC estuvieron focalizadas explícitamente en un marco que promueve planificar una clase centrada en un problema estadístico real, que fomenta la argumentación estadística, facilitando un espacio para la discusión y comunicación de resultados, y favoreciendo el desarrollo de una comprensión más profunda y con significado de la Estadística. Esto les fue propuesto con claridad e impulsaba a los profesores a mantener demandas cognitivas altas con el fin de que los estudiantes llegaran a razonar estadísticamente “haciendo estadística”. Los investigadores promovían el paradigma de

AED de modo que los profesores adquirieran conciencia de que un análisis estadístico comienza con la exploración abierta al descubrimiento y termina con la presentación de los resultados a través de representaciones de los datos; tal exploración involucraba profundizar en el contexto, en el conocimiento de las fuentes de datos y en la inspección de los datos, y en una comunicación al público objetivo de los resultados del análisis en el contexto real.

En la tercera implementación de la Lección de Tsunami, que se detalla a continuación, el profesor comenzó familiarizando a los estudiantes del grado 5 con el tsunami y su efecto. Él les planteó el problema, diciendo: “Encontré esta imagen en un periódico sobre el desastre natural de 2010; tiene muchos datos, así que les solicito que los organicen de la forma más simple”. Luego el profesor planteó y escribió el desafío de “extraer datos y organizarlos para comunicar a las ciudades que se vieron afectadas y podrían verse afectadas por los tsunamis”.

Las competencias de modelar estadísticamente la situación planteada permitieron que tanto los profesores involucrados en el grupo de EC como sus estudiantes desarrollaran la habilidad de identificar preguntas relevantes, las variables en juego, su escala y medición, establecer relaciones con el mundo real, traducir e interpretar representaciones, y validar la información encontrada a través de los datos en relación a la situación dada con el fin de comunicarla como solución al desafío central.

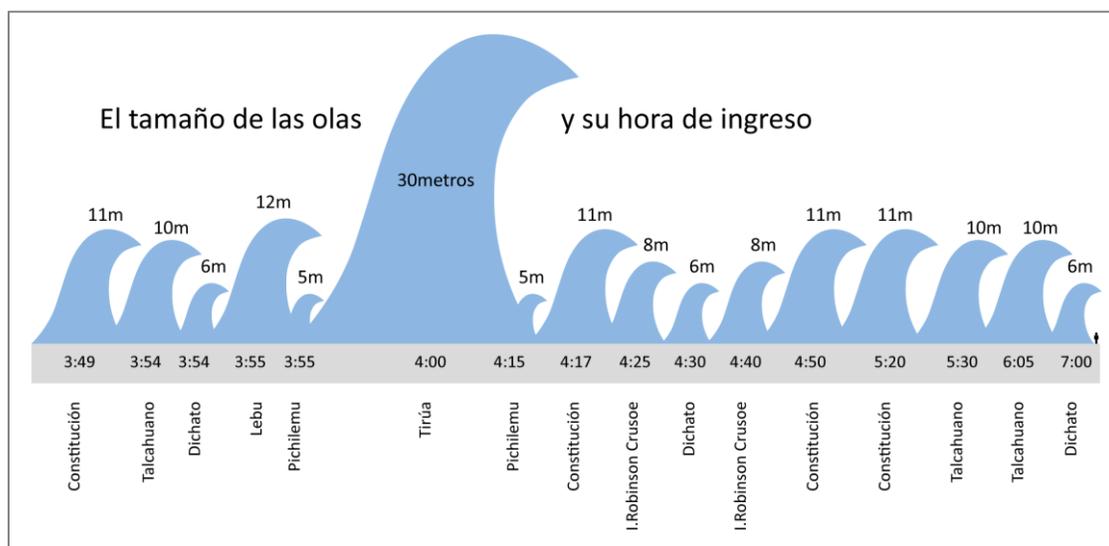


Figure 7. Tamaño de las olas y su hora de ingreso, imagen de un periódico nacional tras tsunami de 2010 en Chile. Fuente: El Mercurio, marzo, 2012.

Para enfrentar aquellos mitos que habían costado vidas en el tsunami, el profesor entregó a cada estudiante una copia de la lámina que muestra la Figura 3. Luego, gestionó el momento de la discusión y la observación de la representación de datos a través de las preguntas: ¿es predecible el número de olas por ciudad?, ¿es predecible el tiempo que transcurre entre una ola y otra?, ¿es posible salvar vidas con estos datos?⁵⁰

Durante la lección, todos los estudiantes construyeron representaciones gráficas y tabulares de distintos tipos, y argumentaron y explicaron sus ideas a sus compañeros. El análisis de los datos que entregaban los estudiantes basados en los datos de la imagen daba cuenta de que el número de olas estuvo entre 1 y 5, y que el tiempo mínimo entre una y otra fue de 5 minutos y el mayor de 180 minutos. Con esta lección enfocada en derribar mitos y proponer el riesgo como tema transversal, el profesor procuró, en particular, promover la toma de decisiones informadas y de protección frente a los desastres naturales.

4.4 Experiencia de Estudio de Clase sincrónica entre dos escuelas de Brasil y Chile

Una de las investigaciones llevada a cabo por los autores, da cuenta de la competencia digital desplegada por una profesora de primaria que implementa una lección cross-border interdisciplinar, diseñada mediante Estudio de Clases entre dos países, Brasil y Chile (Baldin; Isoda; Olfos; Estrella, 2018). Para ello, un grupo de profesores comunicaron dos aulas del sexto grado de escuelas públicas, ampliando sus aulas cotidianas con el uso de tecnologías y comunicación sincrónicas de manera que sus estudiantes participaron de forma remota y presencial (ver Figura 8). Esta lección cross-border involucró los desafíos de diseñar e implementar conjuntamente un plan de lección, en dos idiomas, para dos culturas y contextos escolares distintos, que promovía la comparación y argumentación sobre el uso de energías de cada país.

⁵⁰ Este Plan de Clases fue implementado posteriormente frente a más de 250 profesores en una Clase Pública de la región de Valparaíso, y también fue presentado y vivenciado el año 2013 ante casi mil profesores asistentes al Seminario Internacional “Modelamiento Matemático en las bases Curriculares ¿Cómo enseñarlo?” organizado por el MINEDUC, en Santiago de Chile, en la conferencia del Dr. Masami Isoda y la autora, “¿Qué podemos hacer para la enseñanza de la modelación en el contexto de la matemática escolar?”.

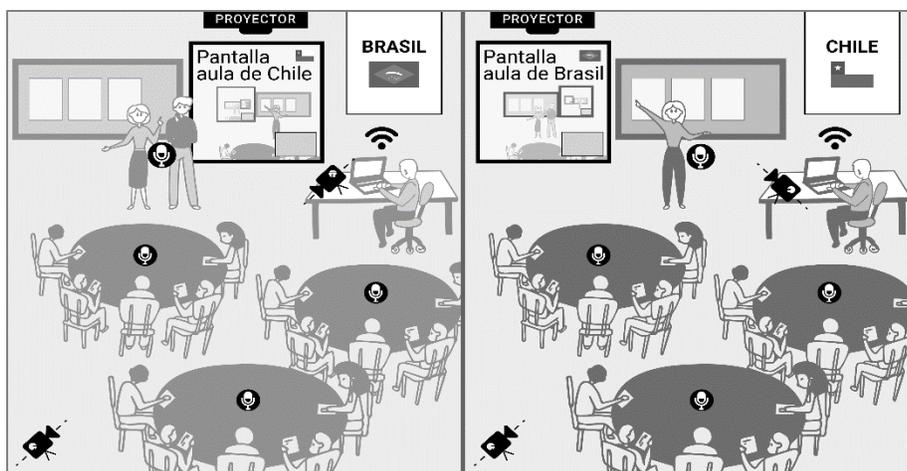


Figura 8. Escenario de aulas ampliadas de Brasil y Chile con dispositivos digitales. Fuente: GEC IMA.

Los datos se recolectaron a través del plan de la lección que desarrolló el grupo de profesores del Estudio de Clases, la videograbación de la lección implementada y un cuestionario. Un marco de competencia digital profesional para profesores proveyó la perspectiva analítica en el análisis de datos. Los resultados mostraron que la profesora pudo desplegar su competencia digital en un ambiente de aprendizaje colaborativo sincrónico, en que tuvo tiempo para reflexionar sobre el valor educativo de las tecnologías y apropiarse de formas didácticas de enseñanza con TIC. Una de las conclusiones de esta investigación es que la lección cross-border, el escenario del aula, la metodología colaborativa del Estudio de Clases, la interdisciplinariedad del plan de la lección, son elementos que podrían favorecer la competencia digital docente, siendo esencial el apoyo tecnológico digital efectivo en el aula.

5. Resultados

5.1 Qué hemos aprendido

En la PUCV nos hemos ocupado de examinar qué significa la metodología del Estudio de Clases para los profesores que participan en ella y, además, en qué medida el EC es una respuesta al diagnóstico general para la educación chilena dado por la OECD en su Informe (OECD, 2014). Para ello, nos basamos principalmente en los testimonios de los profesores que han aprendido la metodología y la han aplicado en sus establecimientos de acuerdo a sus posibilidades. La relación que hacemos a continuación incluye de manera explícita los aspectos principales de ese informe y la experiencia chilena.

- *Formación docente excesivamente general, sin suficiente conocimiento de las disciplinas que se imparten*: los profesores declaran que aprenden matemáticas, y que es interesante aprenderlas eventualmente de sus pares;
- *Falta de conexión de aspectos disciplinarios y pedagógicos*: los profesores valoran especialmente que algunos de ellos conozcan más de la disciplina y otros más de metodología, manejo de curso, conocimiento pedagógico del contenido, conocimiento de las reacciones de los estudiantes, etc.; y aprecian la oportunidad de tener discusiones que no sólo abarcan los aspectos administrativos de su labor.
- *Inducción de profesores noveles en el sistema que frustra sus iniciativas de innovación*: esta variable es difícil de percibir directamente, y, por supuesto, sería necesario tener datos de mayor amplitud; sin embargo, los profesores experimentados consultados consideran, a su vez, que esa dificultad radica en el aislamiento en que trabaja un profesor, respecto de sus pares, y están de acuerdo en que una estrategia de trabajo colaborativo es el escenario que permitiría innovación, aprendizaje entre pares –sobre todo en una circunstancia en que no hay una evaluación a la que haya que responder en ese acto–.
- *Investigación educacional escasa y sin mayor impacto en la política educacional*: el país ha avanzado significativamente en la investigación educacional, y el gobierno financia un Centro de Investigación Avanzada en Educación, a cargo de tres universidades importantes [los dos autores chilenos pertenecen a ese centro]; y, aun cuando en una mirada un tanto más restringida, es interesante notar que los profesores que han tenido mayor entrenamiento en EC invariablemente preguntan cómo pueden publicar sus experiencias y hallazgos colectivos, en beneficio de la comunidad.
- *En primer ciclo de educación secundaria (grados 6 a 8), matemáticas y estadística enseñada por profesores que desconocen la materia y carecen de confianza en su propio desempeño*: si bien el número de profesores con entrenamiento en EC es comparativamente reducido, todos ellos declaran que conocen más matemáticas, independientemente del nivel en que trabajan (prescolar, primario o secundario), que se sienten más seguros respecto de los conocimientos que están a su cargo.

5.2 Perspectivas a futuro

Los autores están convencidos que disponer grupos de profesores que utilicen un par de horas a la semana en EC, es una alternativa de desarrollo profesional que supera ampliamente a otras estrategias de formación continua de los profesores; ello no solo por los aprendizajes profesionales más comprensivos y perdurables que comportan, sino también por la horizontalidad de la metodología –no tienen que aprender lo que dice alguien que se supone que es un experto, sino armar su propio camino colaborativo entre pares– y aún porque genera mayor reflexión, seguridad, protagonismo y compromiso. Así lo han hecho saber en las evaluaciones del Programa de colaboración Chile-Japón, y en ello han insistido en cada ocasión en que el tema ha sido debatido. Si bien hace solo 2 años, Estrella, Olfos y Mena-Lorca (2018) poseían tal convencimiento, y solo expresábamos la expectativa que la autoridad educacional volviese a privilegiar la estrategia del EC para desarrollo profesional de profesores en Chile, hoy comunicamos que ello ha sucedido y aunque se estaba implementando de forma presencial antes de la pandemia COVID-19, en estos momentos siguen desarrollándose importantes programas educativos y cursos a profesores relacionados al Estudio de Clases en modalidad virtual.

Tenemos la expectativa que una mayor comprensión a nivel político de una concepción amplia del Estudio de Clases como vehículo transformador del aula de clases, la escuela y el sistema escolar, no dependa de los gobiernos de turno, sino de la visión de futuro de la educación y de las competencias del s. XXI, y del apoyo a los docentes para la sostenibilidad del Estudio de Clases en el tiempo.

REFERENCIAS

- Agencia de Calidad de la Educación. (2016). *Estudios sobre formación inicial docente (FID) en Chile*. Santiago: Agencia de Calidad de la Educación.
http://www.agenciaeducacion.cl/wp-content/uploads/2016/02/Formacion_inicial_docente_en_Chile.pdf
- Artigue, M. (1995). Ingeniería didáctica. In M. Artigue, R. Doaudy, L. Moreno & P. Gómez (Eds.). *Un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas*. (pp. 33-59). Bogota: Grupo Editorial Iberoamerica.

- Artigue M. (2009). Didactical design in mathematics education. In C. Winslow (Ed.), *Nordic Research in Mathematics Education. Proceedings from NORMA08* in Copenhagen, April, 2008, pp. 7-16. Sense Publishers.
- ASA (2005). American Statistical Association. Guidelines for Assessment and Instruction in Statistics Education: A PreK-12 Curriculum Framework.
- Baldin, Y., Isoda, M., Olfos, R., & Estrella, S. (2018). A STEM cross-border lesson on energy for primary education under APEC lesson study Project. En Hsieh, F. J. (Ed.), (2018). *Proceedings of the 8th ICMI-East Asia Regional Conference on Mathematics Education*, Vol 1, Taipei, Taiwan: EARCOME, pp 236-247. ISBN 978-986-05-5783-1.
- Ben-Zvi, D., & Garfield, J. B. (Eds.). (2004). *The Challenge of Developing Statistical Literacy, Reasoning and Thinking* (pp. 3-16). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Brousseau, G. (1997). *Theory of Didactical Situations*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Chevallard, Y. (1982). Sur l'ingénierie didactique. Presentación en la *Deuxième École d'Été de Didactique des Mathématiques*. Orleans: Juillet.
- Chevallard, Y. (1985). *La transposition Didactique : du savoir savant au savoir enseigné*. Grenoble: La Pensée Sauvage.
- Chevallard, Y. (1992). Concepts fondamentaux de la didactique: Perspectives apportées par une approche anthropologique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 12(1), 77-111.
- Clivaz, S. (2015). French Didactique des Mathématiques and Lesson Study: a profitable dialogue? *International Journal for Lesson and Learning Studies*, 4(3), 245-260.
- Douady, A. (1995). Nacimiento y desarrollo de la didáctica de las matemáticas en Francia: rol de los IREM. En M. Artigue, R. Doaudy, L. Moreno, L., & P. Gómez (Eds.). *Un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas*, pp. 1-6. Bogotá: Grupo Editorial Iberoamerica.
- Dudley, P., Xu, H., Vermunt, J. D., & Lang, J. (2019). Empirical evidence of the impact of lesson study on students' achievement, teachers' professional learning and on institutional and system evolution. *European Journal of education*, 54(2), 202-217.
- Estrella, S. (2018). Data representations in Early Statistics: data sense, meta-representational competence and transnumeration. In A. Leavy, A., M. Meletiou, & E. Pappariotodemou (Eds.). *Statistics in Early Childhood and Primary Education – Supporting early statistical and probabilistic thinking*, (pp. 239-256). Singapur: Springer.

- Estrella, S., Mena-Lorca, A., & Olfos, R. (2018). Lesson Study in Chile: a very promising but still uncertain path. In M. Quaresma, C. Winsløw, S. Clivaz, J. da Ponte, A. Ní Shúilleabháin, and A. Takahashi (Eds.). *Mathematics lesson study around the world: Theoretical and methodological issues*, (pp. 105-122). Cham: SPRINGER. DOI: 10.1007/978-3-319-75696-7
- Estrella, S., Olfos, R., & Morales, S. (2014). What Can We Learn from Natural Disasters to Prevent Loss of Life in the Future? In *Lessons Learned from Across the World-PreK-8*. NCTM, National Council of Teachers of Mathematics. VA: NCTM.
- Estrella, S., & Olfos, R. (2013). Lesson Study para el mejoramiento de la enseñanza de la estadística en Chile. In *Educación Estadística en América Latina: Tendencias y Perspectivas*, A. Salcedo (Ed.), Programa de Cooperación Interfacultades. Universidad Central de Venezuela, 2013. ISBN: 978-980-00-2744-8, pp. 167 – 192.
- Estrella, S., Vergara, A., & González, O. (2020). El desarrollo del sentido del dato: haciendo inferencias desde la variabilidad de los tsunamis en primaria. *Statistics Education Research Journal*. (aceptado).
- Estrella, S., & Zakaryan, D. (2020). Alcances y desafíos en la formación inicial de profesores de educación básica con mención en matemáticas en Chile. En Haanah Dora de Garcia e Lacerda, Daiane dos Santos Correa Cabanha & Marcus Vinicius Maltempi (Eds.), *Formação inicial de professores de matemática em diversos países*. ISBN: 978-85-7861-642-7. São Paulo: Editora Livraria da Física.
- Estrella, S., Zakaryan, D., Olfos, R., & Espinoza, G. (2020). How teachers learn to maintain the cognitive demand of tasks through Lesson Study. *Journal of Mathematics Teacher Education*. (por aparecer).
- Franklin, C., Kader, G., Mewborn, D., Moreno, J., Peck, R., Perry, M., & Scheaffer, R. (2007). Guidelines and Assessment for Instruction in Statistics Education (GAISE) Report: A Pre-K-12 Curriculum Framework. Alexandria, VA: ASA.
- Franklin, C., Bargagliotti, A., Case, C., Kader, G., Scheaffer, R., & Spangler, D. (2015). *The Statistical Education of Teachers*. Alexandria, VA: The American Statistical Association.
- Isoda, M., Arcavi, A., & Mena, A. (Eds.). (2012). *El Lesson Study japonés en Matemáticas*. Valparaíso: Ediciones Universitarias de Valparaíso. (3rd Edition).
- Isoda, M., & Cedillo, T. (2012). *Matemáticas para la Educación Normal (11voEC)*. Secretaría Educación Público (Ministry of Education), México. Estado de México: Pearson.
- Isoda, M., & Katagiri, S. (2014). *Pensamiento matemático: cómo desarrollarlo en la sala de clases*. Santiago: CIAE, Universidad de Chile.

- Isoda, M., & Mena, A. (2009). El Estudio de Clases Japonés. In C. Sotomayor & H. Walker, (Eds.). *Formación Continua de Profesores: ¿Cómo desarrollar competencias docentes para el trabajo escolar?* Santiago: Editorial Universitaria.
- Isoda, M., & Olfos, R. (2009). *El enfoque de resolución de problemas en la enseñanza de la matemática a partir del Estudio de Clases*. Valparaíso. Ediciones Universitarias de Valparaíso.
- Isoda, M., & Olfos, R. (2020). *Teaching multiplication with Lesson Study: Japanese and Ibero-American Theories for Mathematics Education*. Switzerland: Springer. ISBN: 978-3-030-28560-9.
- Isoda, M., Olfos, R., Ubiratan D'Ambrosio, Chamorro, C., Block, D., & Mendes, F. (2011). *Enseñanza de la multiplicación: desde el estudio de clases japonés a las propuestas Iberoamericanas*. (358 p.) Valparaíso, Chile: Ediciones Universitarias.
- Mena-Lorca, A. (2008). Novel aspects of Lesson Study in Chile. *APEC – KHON-KAEN International Conference IV*. Khon-Kaen, July 24-31. Recuperado desde <http://www.crme.kku.ac.th/APEC/PDF%202008/mena-lorca.pdf>
- MINEDUC (2009). *Objetivos Fundamentales y Contenidos Mínimos Obligatorios de la Educación Básica y Media: Actualización 2009*. Santiago de Chile: Ministerio de Educación.
- Miyakawa, T., & Winslow, C. (2009). A Japanese approach to team teaching: Collective study of a lesson. *Education & Didactique*, 3(1), 77-90.
- Montoya, E., Mena-Lorca, A., & Mena-Lorca, J. (2015). Circulaciones y génesis en el Espacio de Trabajo Matemático. *Revista Latinoamericana de Matemática Educativa, RELIME*, 17 (4-I), 181-197.
- Moore, D. S. (2000). *Estadística Aplicada Básica*. Barcelona: Antoni Bosch.
- Noda, N. (2000). Teaching by open-approach method in Japanese Mathematics classroom. In T. Nakahara & M. Koyama (Eds.) *Proceedings of the PME-24 Conference (Vol.1)*, pp. 39–53. Hiroshima University, Japan.
- OECD. (2004). *Revisión de Políticas Nacionales de Educación. Chile*. París: Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos. OECD. (2009). *Revisión de Políticas Nacionales de Educación. La Educación Superior en Chile*. Santiago: MINEDUC.
- Olfos, R., Estrella, S., & Morales, S. (2015). Clase pública de un estudio de clases de estadística: Una instancia de cambio de creencias en los profesores. *Revista Electrónica Educare*, 19(3), 1-17.
- Sánchez, M. J., Gutiérrez, G., Hochschild, H., Medeiros, M. P., Ortiz, M., & Sepúlveda, M. J. (2013). Mercado de profesores en el sistema escolar urbano chileno. *Calidad en la Educación*, 39.

Tukey, J. W. (1977). *Exploratory Data Analysis*. Reading, PA: Addison-Wesley.

Vermunt, J. D., Vrikki, M., van Halem, N., Warwick, P., & Mercer, N. (2019). The impact of Lesson Study professional development on the quality of teacher learning. *Teaching and Teacher Education*, 81, 61-73.

Wild, C. J., & Pfannkuch, M. (1999). Statistical thinking in empirical enquiry (with discussion). *International Statistical Review*, 67(3), 223-265.

AGRADECIMIENTO

Los autores agradecen el financiamiento otorgado por

Proyecto CONICYT FONDECYT N° 1200346

y

Proyecto VRIE-PUCV 039.439/2020

ANEXO A

Plan de la lección de Tsunami en Chile

ACTIVIDAD DE APRENDIZAJE	INTERVENCIÓN DOCENTE	EVALUACIÓN DE LA MARCHA DE LA CLASE	
1. Introducción al tema. a) ¿Recuerdan qué es un tsunami? b) ¿qué definición es adecuada para lo sucedido? c) ¿Qué ciudades fueron afectadas por el tsunami de febrero del 2010 en Chile? d) ¿Podrían leer o ver en los medios de comunicación sobre el tsunami? En un diario, ¿Cómo muestran los datos?	Plantea preguntas previstas al curso Muestra video sobre el tsunami Genera plenario, define tsunami y maremoto. Posibles respuestas: a) una ola grande, el maremoto de Japón, más de una ola, un terremoto en el mar, ... Posibles respuestas: c) "yo estaba en...", "mi abuelo lo sintió en...", en el sur, Constitución, Dichato, ... Posibles respuestas: d) escuché la radio, vi videos en la TV, en internet. En fotos, gráficos, mapas, pictogramas...	¿Los alumnos se motivaron con el tema? Los alumnos comprenden que un tsunami es más de una ola, utilizan el término maremoto. Posibles respuestas: e) Gráfico de barra, de líneas, de puntos, pictogramas y tablas...	8 min.
2. Puesta en juego de conocimientos previos. e) ¿Qué han aprendido para representar datos y comunicar información?	Anota en una parte de la pizarra los tipos de gráficos nombrados.	¿Los alumnos nombran las representaciones gráficas previstas?	
3. Planteamiento del Problema. El profesor proyecta imagen del maremoto que afectó a Chile el 27 de febrero de 2010.  Se entrega imagen de maremoto a cada estudiante. Desafío: Extraer y ordenar información para comunicarla a las localidades que fueron y podrían ser afectadas por maremotos.	"Encontré en un periódico esta imagen sobre el desastre natural del 2010, tiene mucha información, por lo tanto, les pediré a ustedes que me ayuden a organizar en forma más simple los datos y ese material que elaboren lo enviaremos a las localidades afectadas para que sea difundido y puedan salvarse vidas"	¿Los alumnos están interesados en el problema? ¿Los alumnos entienden la tarea?	5 min.
4. Solucionando el Problema. Seleccione información y organízala para comunicarla a las localidades afectadas. [trabajo individual de 5 minutos; luego trabajo en parejas o tríos de 10 minutos] Los alumnos observan y reflexionan individualmente y luego comparten en grupos. Los alumnos extraen algunos datos y generan representaciones para comunicar información usando lo aprendido.	f) ¿Qué observa?, ¿qué información pueden extraer? El profesor observa las producciones de los alumnos en sus mesas, identifica aquellas que muestran diferentes estrategias y variedad de gráficos y tablas.	¿Los alumnos identifican los datos relevantes? (altura, lugar, tiempo) ¿Los alumnos trabajan colaborativamente? ¿Las producciones son coherentes con el desafío?	20 min.
5. Compartir las ideas. Los alumnos fijan en la pizarra sus trabajos. Argumentan sus construcciones y comunican el mensaje a entregar a las localidades.	Selecciona alumnos para compartir su estrategia con el curso.	¿Los alumnos comunican el mensaje a entregar a las localidades a través de sus gráficos y/o tablas? ¿Los alumnos "pueden leer entre los datos"?	15 min.
6. Sintetizar las ideas. A) Sobre el valor de las representaciones estadísticas. B) Sobre desastres naturales en Chile. ¿Qué aprendieron hoy?	El profesor propone preguntas para discutir respecto a: ¿Cuál es la utilidad de las tablas y gráficos realizados? ¿Es predecible el número de olas por localidad? ¿Es predecible el tiempo transcurrido entre ola y ola? ¿Se pueden salvar vidas con esta información?	Las representaciones construidas por los alumnos ¿sirven a las localidades para la toma de decisiones presentes y futuras? ¿Logran "leer más allá de los datos"? ¿Escriben en sus cuadernos lo que aprendieron hoy?	10 min.

La escritura de un buen artículo científico en Educación y el entrenamiento de profesores universitarios en el discurso académico

Adriana Bolívar

Abolivar_2000@yahoo.com

<https://orcid.org/0000-0002-1981-7796>

Universidad Central de Venezuela

Caracas, Venezuela.

Recibido: 28/04/2020 Aceptado: 19/05/2020

Resumen

Desde que se empezó a difundir ampliamente la investigación sobre el discurso académico y profesional en el mundo de habla hispana (Parodi 2010; Bolívar y Parodi 2015), han ido en aumento los cursos sobre escritura académica para estudiantes universitarios en América Latina. No obstante, los profesores en el campo de la educación encuentran dificultades para escribir y publicar artículos científicos en revistas indizadas. El objetivo de este artículo es mostrar la complejidad de un proceso que abarca en la teoría varios planos: a) la definición de artículo científico, b) los tipos de textos que aceptan las revistas como productos de la investigación científica, c) las tradiciones discursivas en educación, y d) las estrategias de los investigadores para cumplir con el requisito de escribir un buen artículo científico. Nos remitimos a la experiencia llevada a cabo con profesores de Universidades y Escuelas Normales mexicanas en cursos y talleres sobre la escritura del artículo científico en educación. Para explicar el problema usamos como referencia teórica el *análisis interaccional del discurso* (AID) (Bolívar 2005a, 2007) y damos especial atención a los conceptos de *género discursivo*, *estructura textual* y *estrategias discursivas*. Los ejemplos se toman de un corpus de artículos de revistas de educación usados en los talleres. Se señalan aspectos discursivos y lingüísticos y las opciones que tienen los docentes para publicar artículos de investigación rigurosos y bien escritos. Se llama la atención sobre la necesidad de fomentar en los talleres la escritura de artículos científicos con investigaciones terminadas y de promover la escritura de otros textos que cubren las distintas etapas de la investigación.

Palabras clave: Artículo Científico. Educación. Talleres. Análisis del Discurso. Discurso Académico. Escritura Académica.

A escritura de um bom artigo científico na Educação e o treinamento em discurso acadêmico de professores universitários

Resumo

Desde que se iniciou a difundir amplamente a pesquisa sobre o discurso acadêmico-profissional no mundo de fala hispânica (Parodi 2010; Bolívar y Parodi 2015), hão aumentado os cursos sobre escrita acadêmica voltada para estudantes universitários na América Latina. Não obstante, no campo da educação, professores/pesquisadores encontram dificuldades para escrever e publicar artigos científicos em revistas indexadas. O objetivo deste artigo é mostrar a complexidade de um processo que abarca, na teoria, vários planos: a) a definição de artigo científico; b) os tipos de textos que as revistas aceitam como produtos de investigação científica;

c) as tradições discursivas na educação e d) as estratégias dos pesquisadores para cumprir com o requisito de escrever um bom artigo científico. Balizamos-nos, aqui, na experiência levada a cabo junto a profesores de universidades e *Escolas Normais* mexicanas em cursos e oficinas sobre a escritura de artigo científico na educación. Para explicar o problema, utilizamos como referencial teórico a *análise interacional do discurso* (AID) (Bolívar 2005a, 2007) e dedicamos especial atenção aos conceitos de *gênero discursivo*, *estrutura textual* e *estratégias discursivas*. Os exemplos são tomados de um *corpus* de artigos de revistas de educação, utilizados nas oficinas. Problemas linguísticos e discursivos são levantados, além de opções que têm os docentes para publicar artigos de investigação, rigorosos e bem elaborados. Apontamos, ao final, a necessidade de se fomentar, nas oficinas, a produção de artigos científicos resultantes de pesquisas concluídas e de se promover a escritura de outros textos que cobrem as distintas etapas da investigação.

Palavras-chaves: Artigo Científico. Educação. Oficinas. Análise de Discurso. Discurso Acadêmico. Escritura Acadêmica.

Writing a good scientific article in Education and training university teachers in academic discourse

Abstract

Since the research on academic and professional discourse began to spread widely in the Hispanic world (Parodi 2010; Bolívar y Parodi 2015), courses for university students aimed at promoting academic writing in various disciplines have continued to grow. However, one of the problems that teachers/researchers in education point out is the difficulty they have to write scientific articles for indexed Journals. In this paper I focus on the experience carried out with teachers in Mexican universities and *Escuela Normales* in courses and workshops on the writing of a scientific article in Education. The objective is to show the complexity of a process that touches upon several dimensions: a) how a scientific article is conceived, b) the types of texts that are accepted by Education Journals as products of scientific research, c) discursive traditions in Education, d) the strategies researchers use to comply with the requirements for writing a scientific article. We focus on the experience with teachers from universities and *Escuelas Normales* in México in courses and workshops on the writing of a scientific article in Education. In order to explain the problem, *Interactional discourse analysis* (IDA) (Bolívar 2005a, 2007) is used as a theoretical framework with attention to the concepts of *discourse genre*, *text structure* and *discourse strategy*. The examples are taken from a corpus of Journals in education. Linguistic and discursive problems are highlighted and the options teachers have for producing rigorous and well written research articles are given. We conclude with the need to promote the writing of articles on finished research projects and with writing other texts that cover the various stages of a research project.

Keywords: Scientific Article. Education. Workshops. Discourse Analysis. Academic Discourse. Academic writing.

Introducción

La escritura de un artículo científico es la última etapa de un proceso de investigación que puede haber durado meses o años, pero el artículo necesita ser publicado lo antes posible para que la investigación sea validada por una comunidad científica y los autores sean

reconocidos y legitimados como investigadores. El acto de publicar se convierte entonces en una necesidad imperiosa para las universidades y para los investigadores, quienes no siempre reciben apoyo sobre la escritura de textos especializados. De ahí que los cursos y talleres para investigadores de escritura académica sean de gran ayuda y, cada vez más, las autoridades toman conciencia de que sus profesores necesitan adquirir esta experticia no solo a través de la práctica con sus pares sino con profesores de lengua, lingüistas o educadores que se han especializado en esta tarea. Los especialistas, por su parte, se enfrentan a un trabajo difícil porque su experticia debe abarcar la escritura en general (para enseñar a escribir de manera coherente), la escritura especializada en una disciplina (conocer los textos académicos de cada área) y el discurso de la investigación (estar enterados de las formas de investigar en cada tradición científica). Por este motivo, basándome en investigaciones previas sobre el discurso escrito en las humanidades (Bolívar 1999, 2004), daré especial atención al proceso de escribir un artículo de investigación en el campo de la educación que, al igual que otras disciplinas, tiene sus propias tradiciones discursivas y formas de construir el conocimiento (Beke 2011; Bolívar 2005b; Beke y Bolívar 2009). Al mismo tiempo, me concentraré en la experiencia personal de talleres llevados a cabo con profesores universitarios del área de educación, cuya meta fue obtener bases y orientación para escribir artículos publicables.

El argumento central que subyace en los talleres es que la escritura del artículo científico en educación no se da en el vacío sino en contextos culturales en los que la investigación es el producto de interacción entre personas que junto con construir conocimiento se construyen a sí mismas discursivamente como grupo y como personas en los textos que escriben (Bolívar 2004, 2005a; Bolívar, Cruz y López 2019; Carlino 2006; Hernández Ramírez 2018; Mostacero 2014). En este sentido, es muy relevante conocer las tradiciones discursivas en educación y sus formas de aproximarse al conocimiento a través de los textos publicados por los miembros de la comunidad científica de educadores. Por lo tanto, necesariamente, debemos dar atención a nociones básicas como: a) los *géneros discursivos*, entendidos como modos relativamente estables de actividad lingüística compartida y reconocida por los participantes (ver Parodi 2008); b) la *estructura textual*, porque los géneros se materializan en patrones textuales o secuencias textuales que tienen funciones semánticas (de contenido) y pragmáticas (acciones discursivas) (Scott & Thompson 2001); y c) las *estrategias discursivas*, porque quien construye

el texto adopta un punto de vista en su disciplina y lo manifiesta escogiendo las marcas lingüísticas de posicionamiento más convincentes (Bolívar, Beke y Shiro 2010).

El artículo está organizado en cuatro secciones que cubren aspectos teóricos y prácticos. Primero, damos atención a la definición de un “buen” artículo científico (AC) y las implicaciones para el entrenamiento de profesores en talleres sobre el discurso científico. Segundo, analizamos un corpus conformado por artículos proporcionados por un grupo de investigación en México, y otros disponibles en INTERNET que fueron localizados al hacer búsquedas relacionadas con los intereses de los participantes. Tercero, examinamos las estrategias de los autores para adaptarse a las exigencias de lo que se considera un buen artículo científico.

La definición de un “buen” artículo científico en educación

Un artículo científico (AC) es un tipo de texto que se diferencia de otros textos académicos en varios aspectos: a) es un texto público cuyo objetivo es presentar ante una comunidad científica los resultados de una investigación (UNESCO 1983); b) sigue en su escritura pautas exigidas por la comunidad científica de pertenencia que, generalmente, adopta el patrón *Introducción, Método, Resultados, Discusión, Conclusión* (IMRD/C), pero puede haber variaciones en cuanto al contenido de cada sección, por ejemplo Discusión y Conclusión pueden ir juntas o separadas dependiendo de la disciplina (Bolívar & Bolet 2011); c) la investigación debe ser empírica, vale decir, debe haber datos cuantitativos, cualitativos, o de ambos tipos, d) la investigación debe ser (idealmente) repetible o replicable, lo que exige que el método y los procedimientos deben estar expuestos de forma clara y explícita (Titscher, Meyer, Wodak y Vetter 2000). El artículo científico (AC) se diferencia de un ensayo científico (EC) en que este es más evaluativo debido a que su objetivo es argumentar o defender una visión personal, preferiblemente con referencia a datos propios o de otros que apoyen los argumentos. Como veremos más adelante, la diferencia entre un AC y un EC a veces se hace borrosa en el campo de la educación.

Existen muchos manuales en inglés sobre lo que significa escribir un artículo científico en distintas disciplinas y también se encuentran bastantes publicaciones en español (Castelló 2007; Cisneros y Olave Arias 2012; Cubo de Severino 2011; Day 2005; Sánchez Upegui 2011, entre otros), pero son pocos los que se concentran exclusivamente en el campo de la educación,

y menos los que dan sugerencias explícitas basadas en la investigación sobre el discurso científico en educación. Por eso, el trabajo de Murillo, Martínez y Belavi (2017) constituye una excepción valiosa y útil para los profesores de educación que desean obtener orientación sobre cómo publicar en revistas científicas. Estos autores ofrecen indicaciones a las que llegaron por tres vías: reflexionando sobre su propia experiencia de muchos años en la investigación pedagógica, revisando y comparando sugerencias hechas en otras disciplinas, y con base en un estudio exploratorio en el que examinaron un corpus de 20 artículos publicados en revistas indizadas de alto impacto escritos en revistas españolas y de otros países de habla hispana.

Lo primero que Murillo et al. (2017) señalan es que el estándar sugerido para estructurar un artículo científico en otras disciplinas como la medicina (IMRD) resulta extraño para los investigadores en educación donde predomina la secuencia IMRC, y que se observan diferencias en la Introducción y la Discusión. De acuerdo con sus datos, la *Introducción* en Educación contiene el problema de investigación y la revisión de la literatura, “que sirve de *Marco teórico*” (p. 8), y se refiere a cómo se estudió el problema y qué se encontró. En más de la mitad de los textos analizados, Murillo et al observaron que la *Presentación* está separada del *Marco teórico* especialmente en los artículos que llamaron “internacionales” (de revistas no españolas), pero ellos lo interpretaron como una cuestión de preferencias. Los datos examinados también mostraron que en Educación la *Discusión* no parece tener el mismo significado que en otras ciencias porque tiende a coincidir con la *Conclusión*. No obstante, señalan que los artículos que incorporaron una sección de Discusión separada de la Conclusión tienden a ser los mejores.

Como resultado del estudio exploratorio, con base en la experiencia y en los datos, Murillo et al (2017, p.8) afirman que un buen artículo científico en Educación tendría las siguientes partes: *Introducción* (o *Presentación*), *Marco teórico* (o *Revisión de la literatura* o *Estado de la cuestión*), *Método* (o *Procedimiento*), *Resultados*, *Discusión*, *Conclusiones*, *Referencias* y que, en consecuencia, la estructura sería IRMRDyC o IMRyC dependiendo de si se hace diferencia entre las partes o no. Los autores dan recomendaciones basadas en sus datos sobre la longitud de cada sección, el estilo, las formas de organizar la escritura, la importancia del título, el problema de la autoría, los resúmenes, las palabras clave, y la escritura de cada una de las partes con ejemplos de los artículos estudiados. Terminan con una toma de posición en defensa de mejorar la investigación para mejorar la educación:

Investigamos en educación para cambiar una realidad que nos rodea y que nos duele, investigamos para que se tomen mejores decisiones en la política educativa, en el centro docente o en el aula, investigamos para construir una mejor sociedad a través de una mejor educación (...) Qué investigamos, con quién y cómo...y cómo difundimos sus resultados son decisiones que reflejan nuestra visión de qué queremos cambiar y hacia dónde, y con ello nuestra visión de sociedad. (Murillo et al 2017, p. 30).

Las sugerencias de Murillo et al tienen muchos aspectos positivos, pero hay un punto sobre el cual es importante llamar la atención ya que se relaciona con las diferencias entre los géneros de investigación en educación. Murillo et al. (2017) equiparan el AC con artículo de investigación empírica (como tiene que ser) y, por eso, estos investigadores evitaron seleccionar “artículos como ensayos y trabajos de meta análisis que, por su tipología, cuentan con características que hacen más compleja su comparación” (p. 6). Lo interesante es que lo que para estos autores fue una decisión metodológica en realidad oculta un problema fundamental para la investigación en educación y tiene implicaciones para la formación de investigadores y buenos escritores Se trata del hecho de que en las revistas científicas en educación (y en otras disciplinas) se da cabida a diferentes tipos de textos, cada uno con propósitos diferentes (reseñas, ensayos, editoriales, obituarios, foros, etc.) y eso no es difícil de observar. Pero el problema radica en que en algunas revistas de educación parecen existir similitudes entre artículos denominados científicos y otros como los foros, que son de discusión o evaluación. Esto se explica en parte porque los educadores tienden a favorecer el estilo más ensayístico en sus textos, vale decir, les interesa dar a conocer sus posturas ante los problemas sociales y de la educación con el fin de cumplir con su misión de orientadores.

Esta tradición discursiva se ha hecho evidente en investigaciones con corpus de artículos de investigación en revistas de educación. Por ejemplo, Beke (2011) encontró más similitudes que diferencias entre artículos de investigación y artículos publicados en la sección Foro de la Revista de Pedagogía, venezolana. Esta afirmación encuentra asidero en otro estudio anterior en el que Beke & Bolívar (2009) estudiaron un corpus de artículos de investigación de varias disciplinas (Filosofía, Lingüística, Educación y Psicología) para averiguar de qué manera los autores construyen los grados de certeza y compromiso en sus afirmaciones mediante el uso de la modalidad epistémica y deóntica. Ellas encontraron que en los artículos de educación se usaba la modalidad deóntica (la del deber ser) mucho más que en las otras disciplinas, y que existían

más semejanzas de estilo con filosofía que con psicología o lingüística. Por consiguiente, la definición de un “buen” artículo de investigación científica en educación tendría que tomar en cuenta esta tradición discursiva y, además, para efectos de entrenar a los profesores, habría que señalar la diferencia discursiva entre artículos de investigación empírica y otros que pueden exhibir variedad de estilos porque corresponden a distintas etapas de la investigación.

Las bases teóricas y metodológicas de los talleres de entrenamiento

Lo talleres de entrenamiento a los que nos referimos en este trabajo fueron dictados en México entre 2017 y 2019 y estuvieron dirigidos a profesores en el campo de la educación en Escuelas Normales y en Universidades⁵¹. Por lo tanto, los participantes tenían una formación heterogénea como profesores de distintas disciplinas (matemática, lengua materna, lengua extranjera, historia, psicología, etc.) y, al mismo tiempo, niveles diferentes de experticia ya que asistían profesores jóvenes que nunca habían escrito un artículo y otros pertenecientes a Grupos de Investigación integrados por doctores o en el proceso de obtener una maestría o doctorado. En ambos casos, era necesario tener en mente que había que dar mucha atención a la experiencia previa de cada uno, así como a las relaciones interpersonales para no afectar la imagen personal y grupal de profesores autorizados en un campo del saber.

Los supuestos teóricos

Los talleres fueron dictados tomando como referencia el *análisis interaccional del discurso* (Bolívar 2005a, 2007) en el que el texto escrito se concibe como una interacción entre el que escribe y el que lee. Por consiguiente, nos interesaba que los profesores/investigadores tomaran conciencia del proceso de construcción y escritura del artículo como dos acciones que se complementan. Por una parte, debían ubicarse en un campo de conocimiento, reflexionar sobre la relevancia de su investigación, tener claro el método que estaban usando, pensar en los interlocutores *óptimos* (a quién iría dirigido) y seleccionar la(s) revista(s) más apropiada(s) para

⁵¹ Agradezco muy sinceramente a la Escuela Normal Oficial de Irapuato (ENOI), la Escuela Normal Superior Oficial de Guanajuato, la Escuela Normal Superior “Prof. Moisés Saenz Garza” de Nuevo León, la Benemérita Centenaria Escuela Normal de Guanajuato, así como a la Universidad Pedagógica Nacional, la Universidad Autónoma de Tlaxcala, la Universidad Autónoma de Querétaro, la Universidad de Quintana Roo, la Universidad Autónoma de Nuevo León y a la Universidad de las Américas Puebla, por sus amables invitaciones que me permitieron aplicar el análisis del discurso a la formación de investigadores y escritores, y al mismo tiempo, crear entrañables lazos de amistad.

enviar su artículo. Por otro lado, tenían que tomar conciencia de que escribir el artículo científico significaba construir un texto que debía cumplir con ciertos requisitos y que, al escribirlo, desplegarían simultáneamente varios roles, especialmente el de escritor que se comunica con un lector a quien le da señales sobre la organización y contenido del texto, el de investigador que reporta sus hallazgos y su posición sobre un problema dado, y el de una persona con una historia propia, individual, cultural e ideológica.

También era importante introducir dos conceptos clave en el análisis del texto escrito, a saber, el *plano de la interacción*, que es lineal (una palabra, frase, oración o segmento tras otro) y el *plano de contenido* que es jerárquico porque se trabaja con temas o tópicos principales y secundarios (unos dentro de otros). En otras palabras, era necesario visualizar la escritura del artículo como proceso y como producto. Esto quiere decir que era importante diferenciar entre el proceso de ir y venir, de avanzar y retroceder en la investigación y el proceso de estructurar linealmente un texto que, en el caso del artículo científico, sigue una secuencia aceptada por la comunidad científica (IMRDyC o IMRC).

Era necesario recalcar que, en términos de las acciones que se llevan a cabo cuando investigamos, se sigue un orden de acciones que incluyen por lo general: i) tener primero escritos los Resultados, ii) luego tener clara la explicación detallada del Método, iii) hacer los ajustes necesarios al Marco teórico, iv) revisar/reescribir la Introducción, el Resumen y el Título. Pero había que tener muy claro que cuando se escribe el texto completo, la actividad es al revés, ya que los lectores verían las partes del artículo muy bien relacionadas desde el inicio: i) Título, ii) Resumen, iii) Introducción (Problema, objetivos, marco teórico, posicionamiento), iv) Planteamiento del problema o contextualización del problema, v) Método, vi) Resultados, vii) Discusión, viii) Conclusiones. A menudo sucede que las dificultades en la escritura del artículo o de trabajos de grado de maestría y tesis de doctorado surgen por no tener clara la diferencia entre proceso y producto, lo que lleva a que la comunicación del resultado de las investigaciones se convierta en un gran reto, no libre de frustración. De ahí que la investigación sobre la escritura de investigadores en formación es muy relevante, especialmente si se toman en cuenta las macro etapas de la investigación (Gonzalez 2014).

En vista de que, en algunos grupos, los asistentes a los talleres no tenían resultados de su investigación, reportaban resultados parciales, o no habían sistematizado los datos de acuerdo con las preguntas de la investigación, surgían problemas que afectaban la escritura del artículo

científico porque se hacía difícil seguir la estructura del AC. También se daba el caso de investigadores a quienes les habían rechazado algún artículo o estaban en proceso de enviar su artículo a una revista y necesitaban revisarlo. El problema mayor era que, aun sin tener la investigación terminada, había profesores que se encontraban ante la imperiosa necesidad de publicar bajo la presión de los requerimientos institucionales. Para resolver este problema teníamos que referirnos a otras posibilidades de escritura, a otros tipos de textos científicos, y la tarea se hacía mucho más compleja debido a la amplia variedad de textos en este campo.

Por ejemplo, Sánchez Upegui (2011), después de examinar formas de comunicación científica en revistas especializadas, hace una división entre tipos textuales investigativos y académicos. Dentro de los textos investigativos incluye, a su vez, dos sub-tipos: el artículo científico, como resultado de proyectos de investigación, y otros textos que son resultados y/o avances de la investigación, entre los cuales se encuentran: artículos de reflexión teórica, de revisión, metodológicos, informes experimentales, balances historiográficos, estudios de caso, ensayos de informes clínicos, sistematización de experiencias (p. 95). Mientras que en los textos de divulgación académica, él hace una lista de variados tipos que, aunque no directamente relacionados con la investigación empírica, constituyen géneros que conducen a generar preguntas y, por ende, a la reflexión sobre la investigación, tales como: artículos analíticos, interpretativos, literarios, expositivos, anales, entrevistas, traducciones, artículos en blogs, reportes de análisis y de proyectos, y otros (p. 95). El foco de los talleres, en todo caso, tenía que ser los textos investigativos porque los textos académicos estarían en teoría más relacionados con la divulgación del conocimiento.

En nuestro caso, para los talleres sobre la escritura del artículo científico, necesitábamos concentrarnos solamente en el artículo científico como resultado de una investigación, y también en la escritura de otros artículos relacionados con el proceso de investigación. De ahí que introdujimos la diferencia entre artículo científico (AC) que sigue fielmente la estructura canónica (IMRC o IMRDyC) y el artículo de investigación (AI) que podría no seguir esta estructura o alterarla. La instructora (en este caso la autora de este artículo) tenía que conocer las investigaciones de los participantes (lo que se hacía conversando con cada uno) para poder orientar la escritura hacia un artículo de investigación cuantitativa, cualitativa, o mixta, en vista de que, en particular, la sección del Método y de los Resultados en los artículos serían diferentes

dependiendo del método empleado (ver Murillo et al. 2017). Igualmente, era necesario tener en mente que no todos los artículos que se encontrarían serían de investigaciones culminadas.

La metodología

Las sugerencias existentes sobre la escritura del artículo científico en educación fueron muy útiles y las usamos en los talleres como marco de referencia global, especialmente las que fueron hechas con base en la investigación de artículos de calidad (Murillo et al. 2017), pero era importante que los profesores se enfrentaran a otros tipos de texto y pudieran comparar la diferencia entre artículos sobre investigaciones terminadas y otros que solo mostraban aspectos del proceso de investigación. Los objetivos eran, primero, identificar artículos científicos (investigaciones terminadas) y segundo, evaluar otros artículos que tenían otros propósitos. Eventualmente, la idea era que los profesores detectaran aciertos y fallas y tomaran conciencia sobre su propio proceso de escritura. Al mismo tiempo, nos propusimos profundizar aspectos relacionados con la investigación de los temas que interesaban a los/las participantes y formas de investigar en educación, lo que generaba discusiones sobre procedimientos en la investigación cuantitativa y cualitativa, y sus efectos en la escritura de los artículos.

Varios de los artículos empleados en los talleres fueron usados, al mismo tiempo, como textos de lectura para la discusión y como objetos de análisis, con el doble propósito de profundizar en los temas de investigación y de evaluar la escritura de sus autores. De forma paralela, cada participante trabajaba en el desarrollo de su propia investigación con diferentes objetivos: definir el título adecuado, precisar la relación entre título, resumen e introducción, revisar el planteamiento del problema, precisar el método, redactar los procedimientos, presentar resultados, escribir conclusiones, revisar las referencias.

Cada taller incluía una serie de tareas previas a la escritura y durante la escritura. La primera tarea de reflexión, para ubicarse como investigadores y explicar el estado de su investigación, consistía en una serie de preguntas como las siguientes, cuya función era obtener material para redactar el título y un resumen provisional (con variación según el grupo):

1. ¿Cuál es mi campo de investigación? ¿Dónde me ubico?
2. ¿Cómo puedo resumir mi investigación? (redactar el título)
3. ¿Para qué investigo esto? (problema, objetivos o preguntas)

4. ¿Cuáles son los conceptos centrales que manejo? (teoría, quiénes son mis autoridades)
5. ¿Cuáles son los métodos que necesito? (relación entre método, objetivos y teoría)
6. ¿Cómo voy a proceder? (descripción de procedimientos)

Esta tarea exigía que revisaran lo que ya habían escrito y reescribieran o rehicieran partes de sus trabajos. Era un ejercicio muy interesante porque ante la pregunta ¿que estás investigando? la tendencia en muchos casos era “yo trabajo investigación-acción” o “yo uso el método etnográfico”, pero les costaba definir el problema y el porqué de la investigación. En general, había más preocupación por hablar del método que de las preguntas que los llevaban a escoger un método. Descubrimos más tarde que este problema derivaba en ocasiones de lineamientos institucionales que favorecían un tipo de investigación en particular (como el caso de investigación-acción).

Tomando en cuenta que los temas de interés que surgieron en los talleres fueron, entre otros, la educación inclusiva, la tecnología educativa, el plagio, la investigación acción, la escritura del artículo científico, para los efectos de este artículo, nos concentraremos en un pequeño corpus de artículos en los que pusimos a prueba los criterios que nos permiten caracterizar un artículo científico como “bueno”. La lista de artículos, obtenidos en su mayoría de internet en búsquedas temáticas se encontraron en *redalyc* y *scielo*, y fueron muy variados en cuanto a su estructura y con respecto del cumplimiento de los requisitos señalados por Murillo et al (2017). También se incluyeron textos publicados por un grupo de investigación en México⁵².

El corpus de textos empleados en los talleres y su categorización

Para categorizar los artículos, partimos del supuesto de que en educación encontraríamos textos ubicables en un continuum entre artículos científicos de investigación empírica (AC) y artículos de investigación (AI), más cerca del género ensayo, aunque enfocados en diferentes etapas de la investigación (antes, durante, después). A continuación, en el Cuadro 1, se presenta un grupo de los artículos empleados en los talleres categorizados por tema, artículo, tipos de texto (AC, AI) y país de la revista:

⁵² Los textos de este tipo fueron obtenidos en comunicación personal con la Universidad de Guadalajara donde un Grupo Académico estaba investigando el plagio. Agradezco al Dr. Antonio Ponce Rojo, Jefe del Departamento de Estudios en Educación, por proporcionarme gentilmente dos de los textos publicados por ellos sobre algunos resultados de la investigación (Hernández Islas et al. 2015 y Hernández Islas 2016).

Cuadro 1. Los artículos del corpus de AC y AI

Tema	Artículo (ver detalles en referencias)	Tipo de texto y país
El plagio (en pregrado)	Hernández Islas, M., Ponce Rojo, A.; Ortiz Lefort, V. y Vergara Fregoso, M. (2015).	AC México
Investigación-acción (revisión métodos)	Fernández, M. B. y Johnson, D. (2015). https://scielo.conycit.cl	AI Chile
El plagio (Actitudes de científicos)	Hernández Islas, M. (2016).	AC México
Tecnología educativa (Historia)	Torres Cañizales, P.C.; Cobo, B. y Kendry, J. (2017). https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=	AI Venezuela
El artículo científico (sugerencias)	Murillo, F. J.; Martínez-Garrido, C. y Belvi, G. (2017). https://doi.org/10.15366/reice2017.15.3.001	AI España

Fuente: Elaborado por la autora

Cuando analizamos detalladamente cada uno de los artículos de este corpus se observó que no todos cumplían con los requisitos de un buen artículo científico. Por consiguiente, las actividades se concentraron en evaluar qué tipos de textos eran, si AC u otros. Puesto que en casi todos los talleres, los participantes leían al inicio el artículo de Murillo et al (2017), este fue el primero en ser examinado. Los demás artículos fueron presentados de acuerdo con su cercanía o no al artículo científico (AC) en tres momentos diferentes (con variaciones según el grupo, si de iniciación o expertos).

Las actividades: tres momentos

Primer momento: Criterios para identificar un AC y diferencias generales con el AI

El primer tema era obviamente los criterios para identificar un artículo científico (investigación empírica). Una primera observación de parte de los profesores fue que el artículo de Murillo et al. (2017), usado para obtener sugerencias sobre la escritura de un buen artículo científico, no cumplía cabalmente con los requisitos de AC en cuanto a su estructura. Efectivamente, se trataba de un artículo de investigación que, aunque incluía un reporte de investigación, su objetivo era presentar “sugerencias” como resultados de la investigación exploratoria y de otras tareas, tal como se indicaba en el título: *Sugerencias para escribir un buen artículo científico en educación*. El artículo era coherente con los objetivos y con el método

empleado para llegar a las sugerencias, pero su estructura indicada en los subtítulos confirmaba el carácter predominante de AI, a saber:

Titulos de las secciones en Murillo et al. (2017)

Introducción

1. El artículo científico y su estructura
2. Unas palabras acerca del estilo
3. Organizar la escritura
4. La importancia del título
5. La autoría: ¿cuántos firman, quiénes y en qué orden?
6. El resumen y las palabras clave
7. Presentación y marco teórico
8. Objetivos
9. Método
10. Resultados
11. Discusión y conclusiones
12. Las referencias como criterio de calidad,
13. Acabado el artículo, ¿dónde lo publico?

Referencias

Como puede observarse, con excepción de las palabras *Introducción* y *Referencias*, que no llevan número, todas las demás secciones corresponden a las partes del artículo científico sobre el que se dan sugerencias apoyadas en datos. Por consiguiente, el artículo se catalogaba como científico por ser producto de la investigación científica (AI), pero su estructura no encajaba con la de artículo científico (AC) que, de acuerdo con la definición, presenta los resultados de una investigación empírica. Esto se puede comprobar lingüísticamente de varias maneras: a) en el título mismo, b) en el resumen que tiene el objetivo de dar “sugerencias útiles” (“aportamos algunas sugerencias”, “estas ideas surgen de tres fuentes”, ... “a lo largo del artículo aparecen recomendaciones”... “aspectos a tener en cuenta por los autores”); c) en el lenguaje evaluativo empleado desde el inicio (“No hay atajos. Un buen artículo de investigación científica es el resultado de una buena investigación. Si no hay ésta, no puede haber aquel...” p. 6); y d) no hay sección Resultados, Discusión, Conclusiones.

Segundo momento: El artículo científico y la variación

El segundo paso consistió en examinar artículos científicos que cumplieran fielmente con los requisitos de un AC y de averiguar qué diferencias había entre ellos. Como uno de los temas escogidos fue el plagio en las universidades mexicanas, revisamos artículos escritos por investigadores de una universidad mexicana, que resultó ser la Universidad de Guadalajara. Por

lo general, en los talleres se analizaba primero un artículo escrito por varios autores (ACG: artículo científico de grupo) y se comparaba con otro escrito por una persona (ACI: artículo científico individual).

El primer artículo, escrito por un grupo (ACG) (Hernández Islas et al. 2015), constaba de 21 páginas, y mostró la siguiente estructura: 1. *Introducción*, 1.1. *Revisión de la literatura*, 1.2. *Preguntas de la investigación*, 2. *Material y método*, 2.1. *Participantes y técnicas de recolección de información*, 2.2. *Método de análisis*, 2.3. *Validez y consistencia*, 3. *Resultados* (12 páginas y media con sub-secciones), 4. *Discusión y Conclusiones. Referencias*. El análisis indicó que este artículo cumplía con todos los requisitos de un artículo científico (AC) y que incorporaba subtítulos muy precisos y detallados para las secciones y sub-secciones. No llevaba número en las Referencias. El segundo artículo, escrito por una sola persona (ACI) (Hernández Islas 2015), tenía 15 páginas y, aunque perteneciente al mismo grupo de investigadores, presentaba diferencias de formato pues no había números en ninguna de las partes y se incorporaron secciones separadas, que en el artículo de grupo iban en la Introducción. Su estructura era: *Introducción. Propósito de la investigación. Revisión de la literatura. El estudio realizado* (Participantes, Abordaje metodológico). *Resultados* (4 páginas y media). *Conclusiones. Referencias*.

La comparación entre los artículos indicó dos cosas. El artículo de grupo cumplía fielmente con las sugerencias para un buen artículo científico (como lo indicaron los datos de Murillo et al. (2017) y el artículo de una persona mostraba diferencias de estilo que, aunque no le quitaban su carácter de científico, despertaba comentarios sobre lo innecesario de poner secciones diferentes para los Objetivos y la Revisión de la literatura y sobre el hecho de no destacar el método en una sección aparte ya que la autora lo había puesto dentro de la sección denominada “El estudio”. Con excepción de estas observaciones, el artículo fue muy bien recibido por los participantes porque presentaba una muy buena revisión bibliográfica y los resultados generaron bastante discusión. Además nos sirvió para explicar aspectos lingüísticos clave como veremos más adelante en la sección 4.

Es importante agregar en este punto que una de las primeras señales de que estamos frente a un artículo científico empírico bien escrito se encuentra en el Título y en el Resumen porque ambos deberían ser coherentes con la estructura global del artículo. El Resumen sigue

también el patrón IMRC. Veamos los resúmenes del ACG y del ACI para apreciar como sucede esto.

Título y Resumen del ACG

Estrategias docentes emergentes para prevenir el plagio en alumnos de pregrado. Un estudio fenomenográfico con profesores experimentados

En este artículo se presentan los resultados de un estudio de corte cualitativo realizado con profesores de pregrado en la segunda universidad pública más importante de México. El objetivo principal ha sido dar cuenta de las estrategias implementadas por los docentes ante el plagio académico, práctica no deseable que se está volviendo cada vez más frecuente en las aulas universitarias como uno de los efectos negativos de la creciente disponibilidad de grandes cúmulos de información en línea. El estudio, de corte cualitativo, se centro en aquellas prácticas que algunos profesores, con una antigüedad en la docencia mayor de 10 años implementan para “regresar” a la enseñanza tradicional bajo la cual fueron formados y con base en la cual también han realizado gran parte de sus labores docentes. La recolección de los datos fue realizada empleando entrevistas a profundidad y como método de análisis se empleó la fenomenografía. Los resultados permitieron establecer dos grandes categorías de prácticas emergentes, la primera tiene que ver con aquellas encaminadas a la prevención del plagio y la segunda, con las que se orientan a la detección y sanción del mismo. Sin embargo, también se pudo identificar como en la práctica, las estrategias implementadas no van realmente dirigidas al plagio, sino a conductas y hábitos que los profesores asumen como relacionadas con este. El análisis da cuenta también de las posibles razones por las cuales se presentan estas prácticas de regreso, entre las que se tiene a los resultados de experiencias previas directas o indirectas y las dificultades para identificar nuevas formas de trabajo a partir de nuevos medios.

Palabras clave: Estrategias docentes, comportamiento no-ético, pregrado, internet (Hernandez Isla et al. 2015)

El resumen del ACG indica con claridad el tipo de estudio (*de corte cualitativo*), el objetivo, el problema (*el plagio, efectos negativos, las prácticas de algunos profesores*), el método (*la recolección de los datos, entrevistas, la fenomenografía*), los resultados, y las conclusiones, que están implícitas (*posibles razones*). Las palabras clave retoman palabras del resumen, con excepción de *internet*, pero alude a *información en línea* que aparece en el texto. Hay relación entre el contenido del título y del resumen. El artículo respeta este orden y proporciona la información anunciada.

Título y Resumen del ACI

El plagio académico en la investigación científica. Consideraciones desde la óptica del investigador de alto nivel

El objetivo principal de esta investigación es contribuir a la comprensión de las formas en que los investigadores conciben el plagio académico y a quienes incurren en acciones de este tipo. Asimismo, busca comprender la manera en que los investigadores toman decisiones ante casos de plagio cuando ellos mismos están implicados como evaluadores o editores de publicaciones científicas. Para esta investigación, de corte cualitativo, se utilizaron entrevistas a profundidad para dar cuenta de la experiencia y percepciones narradas por 51 investigadores mexicanos de alto nivel. Los resultados develan contradicciones entre la importancia que los investigadores dicen conceder al plagio y su percepción de cercanía del fenómeno, con las acciones emprendidas por ellos a propósito de éste y las experiencias vividas a lo largo de su trayectoria. Asimismo, permiten identificar algunos de los criterios que prevalecen para tomar la decisión de no ir a fondo en casos de plagio.

Palabras clave: ética profesional, investigadores, investigación científica, producción científica (Hernández Islas 2015)

En el resumen del ACI, cuyo texto modificó en parte la estructura, encontramos también los objetivos (*el objetivo principal, asimismo*), el método (*cualitativo, entrevistas a profundidad*), los resultados (*contradicciones, criterios que prevalecen*). Pero en este caso, los resultados y las conclusiones se confunden porque no hay referencias explícitas a las conclusiones. Las palabras clave se relacionan con el resumen, aunque *ética profesional* y *producción científica* no se mencionan en el texto. Hay relación clara entre el título y el resumen. El artículo completo sigue el orden anunciado, supera la información dada en el resumen y separa claramente los Resultados de las Conclusiones.

El tercer momento. Artículos de investigación variados (AI)

La revisión de artículos que no encajaban en el patrón recomendado para un AC generó mucha discusión y trajo a luz problemas de diferentes tipos, desde críticas a la rigurosidad de las revistas en cuanto a sus exigencias, las estrategias lingüísticas de los autores para que su texto se adaptara a la secuencia IMRC aunque no se tratara de una investigación empírica terminada, y la organización que pueden tener otros textos. Veamos los siguientes resúmenes y palabras clave de los artículos que catalogamos como AI de tipo *ensayo* de tres tipos: *analítico-argumentativo, revisión de contenidos* y *revisión crítica de la literatura*.

Resumen 1: AI, analítico-argumentativo

De la educación especial a la educación inclusiva

La escuela de integración surge como una opción innovadora frente a la escuela anquilosada tradicional y excluyente; se define por su apertura y aceptación en las aulas regulares, a alumnos sin distinción de sexo, edad, origen social, situación económica, pertenencia social o étnica, así como a alumnos con necesidades especiales de aprendizaje que, tradicionalmente, eran excluidos o expulsados de la escuela regular. El objetivo del artículo es analizar, en una primera parte, la política educativa de los últimos sexenios en relación con la educación especial y su tránsito-retroceso hacia la escuela inclusiva y la manera como ha sido concebida la educación especial y la escuela inclusiva en nuestro país. Posteriormente, tratamos de demostrar el viraje de la política educativa hacia la vieja concepción de la educación especial, en detrimento de los grupos excluidos y más vulnerables socialmente, a pesar de los planteamientos de la necesidad de construir mayores márgenes de equidad, igualdad e inclusión económica, política, social y cultural, dentro de los cuales incluimos la educación por parte de Estado. Finalmente, en un tercer momento, concluimos con la propuesta renovada de una escuela inclusiva.

Palabras clave: educación inclusiva, integración, política educativa, normas de ingreso, discapacidad. (Juárez Núñez et al 2010)

Este resumen es diferente de los anteriores tipo AC ya que se nota inmediatamente que tiene otra finalidad, no en función de ofrecer resultados sino de evaluar una situación, lo que permite que lo categoricemos como ensayo de investigación (EI), diferente del ensayo académico (EA) que es más general (ver Castro, Sánchez y Hernández 2010). En este caso la secuencia textual es del tipo Situación-Problema (*escuela de integración versus escuela anquilosada*), objetivo (*analizar la política educativa, especialmente la educación especial en dos sexenios en “nuestro país”*), Argumentación (*demostrar el viraje hacia la vieja concepción*), Propuesta (*una renovada escuela inclusiva*).

Un punto clave para categorizar el artículo como EI es el contexto en que fue publicado. En este ejemplo, se trata de una revista mexicana y los autores esperan que el lector entienda la situación y que sepa a qué se refieren los “sexenios” (períodos de gobierno que duran seis años en México). Por lo tanto, el tema, el problema planteado y el modo discursivo argumentativo están justificados ya que el artículo apareció en la modalidad *dossier* de la revista, vale decir, un número temático dedicado especialmente a “Procesos educativos en América latina: política, mercado y sociedad”. La meta era analizar los procesos educativos en México y, por eso, en el artículo no hay una sección de método ni resultados. No obstante, es interesante observar que dos de las palabras clave (*normas de ingreso, discapacidad*) no aparecen en el resumen aunque hay referencia indirecta a ellas (*grupos excluidos, educación especial*). El artículo completo

sigue en general la estructura del Resumen. El estudio más detallado de este artículo trajo a la superficie la importancia de que los investigadores sean también buenos argumentadores y manejen bien el léxico referencial y evaluativo en los ensayos de investigación.

Resumen 2: AI, revisión de contenidos

Tecnología educativa y su papel en el logro de los fines de la educación

Este trabajo está dirigido a develar el papel que tiene la tecnología educativa en el logro de los fines de la educación. Para alcanzar esta empresa se aplicó la técnica de análisis de contenidos a diversas obras y publicaciones referidas a la temática del estudio, así como a documentos emitidos por organismos internacionales y nacionales con inherencia en materia educativa. Se determinó que la educación puede lograr sus finalidades más trascendentales mediante el uso sistemático de la tecnología educativa, que emplea diversos medios y recursos para el aprendizaje escolar, ya sean los tradicionales (libros, pizarra, entre otros), o las herramientas que ofrecen las tecnologías de información y comunicación (TIC); concepto que no puede considerarse equivalente al de tecnología educativa.

Palabras clave: Educación, tecnología educativa, tecnologías de información y comunicación, Venezuela. (Torres Cañizales et al, 2017)

Este resumen anuncia un ensayo descriptivo equivalente a una revisión de la literatura, aunque está implícita una toma de posición. La estructura del resumen no está está indicada de manera directa ya que no se usan las palabras objetivo, método (aunque se dice *técnica*), resultados, conclusiones, pero sí se encuentran señales lingüísticas que permiten inferir la organización general: el tema (*la tecnología educativa en educación*), el objetivo (*develar el papel.*), el método (*para alcanzar esta empresa, análisis de contenidos, diversas obras, publicaciones, documentos*), resultados (*se determinó que/ puede lograr...uso sistemático..TIC*), conclusión (*TIC no equivalente a tecnología educativa*). Este texto da evidencia de lo consciente que están los investigadores de la obligatoriedad de seguir la secuencia recomendada (IMRC) aunque sea de manera indirecta en una revisión bibliográfica. La referencia a “análisis de contenidos” en el resumen es imprecisa ya que no hay una fuente que indique el tipo de análisis. Este problema se subsana en la *Introducción* del artículo donde está claro el problema y se indica la forma en que se analizaron los documentos para cumplir con el objetivo indicado, que fue ver la evolución de la tecnología educativa y los fines de la educación tal como están establecidos en la Constitución venezolana. La estructura del artículo confirma que se trata de un AI que se organiza temáticamente, como sigue: *Introducción- Una mirada a la evolución de la tecnología*

educativa- Tecnología educativa en la actualidad-Fines de la educación- Fines de la educación y tecnología educativa- Conclusiones-Referencias bibliográficas.

El artículo está bien documentado y actualizado. Los fines de la educación se analizan y evalúan de acuerdo con organismos internacionales (ONU, UNESCO) y nacionales (Ley Orgánica de educación, Constitución de la República Bolivariana de Venezuela y otros), así como el papel de la tecnología educativa y de la tecnología de la información desde una perspectiva histórica. No obstante, este artículo llama la atención por su carácter más descriptivo que crítico, lo cual se hizo evidente en los títulos y sub-títulos que orientaban a los lectores hacia una relación de contenidos. En el fondo hay un posicionamiento que no se destaca en los sub-títulos porque sus autores favorecen la descripción sobre la toma de posición frente a un problema.

Resumen 3: AI, revisión crítica de la literatura

Investigación-acción en formación de profesores: desarrollo histórico, supuestos epistemológicos y diversidad epistemológica

En el contexto de la formación docente, la investigación-acción ha tenido una importante influencia en las últimas tres décadas siendo usada frecuentemente como herramienta pedagógica. Nuestro objetivo fue analizar el desarrollo histórico de la investigación-acción educacional, conceptualizar sus aspectos comunes y profundizar algunos enfoques particulares. Desde un punto de vista teórico, la investigación-acción reconoce una historia común y una pluralidad metodológica. Metodológicamente realizamos una revisión de la literatura internacional y nacional. El resultado es el análisis y ejemplificación de tres enfoques particulares: autoestudio, indagación sobre la indagación e investigación docente. Concluimos que la investigación-acción educacional, en su unidad y pluralidad metodológica, ofrece diversas posibilidades a formadores de profesores y futuros docentes para reflexionar e indagar acerca del proceso de convertirse en profesor.

Palabras clave: investigación-acción; formación de profesores; autoestudio; indagación; investigación docente (Fernández & Johnson 2015)

Este resumen también corresponde a un ensayo de investigación cuyo propósito es revisar críticamente la literatura sobre investigación-acción. Los autores siguen la estructura IMRC de manera explícita aunque el artículo no puede catalogarse como AC. Se justifica el tema (*la influencia de la investigación- acción como herramienta pedagógica*), se da el objetivo (*analizar...conceptualizar...profundizar*), la metodología (*revisión de la literatura*), el resultado (*ejemplificación de tres enfoques*), la conclusión (*posibilidades para reflexionar e indagar...*).

El artículo es claramente un ensayo en el que la revisión de la literatura se convierte en una metodología que presenta primero los conceptos clave en la investigación - acción y culmina con la lectura detallada y crítica de tres enfoque escogidos. La estructura del artículo es la siguiente: *Introducción- Desarrollo analítico* (incluye siete sub-secciones con sub-títulos, cubre aspectos teóricos)- *Método- Resultados- Discusión y Conclusiones- Notas- Referencias*. El artículo llamó la atención por la meticulosidad de sus autores para explicar la revisión bibliográfica.

De hecho, los enfoques que escogieron fueron analizados con la misma técnica en el mismo orden: descripción del enfoque o movimiento académico, análisis de un estudio como ejemplo (*contexto, objetivos, análisis realizado, resultados, fortalezas y debilidades*). En las Conclusiones, los autores señalan:

Nuestro esfuerzo se ha enfocado en contribuir a la claridad conceptual (epistemológica) y la diversidad metodológica en la investigación-acción educacional en formación docente la cual tiene un fuerte potencial para contribuir al proceso de convertirse en profesor. Así, el objetivo de este artículo ha sido también pedagógico (Fernández & Johnson 2015, p. 105).

En realidad, este es un ensayo riguroso que se plantea un problema epistemológico y obtiene resultados de una lectura profunda que sirve como metodología para revisar las opciones que ofrece un método ampliamente usado en educación. Los profesores asistentes al taller que investigaban este campo aprovecharon este artículo con respecto del contenido y como modo de organizar la revisión de literatura.

Aspectos discursivos y lingüísticos: las estrategias

Como se podía esperar, muchas de las actividades en los talleres fueron dirigidas a la toma de conciencia crítica de los géneros científicos y de los recursos lingüísticos empleados por los autores de los artículos publicados. Aunque no se hizo un estudio para medir los avances entre el antes y el después de los talleres, la experiencia indica que se tomó mayor conciencia sobre lo que significa enfrentarse al discurso científico y académico a partir del análisis de textos “reales” ya publicados y de la evaluación de la escritura propia. Se puso en evidencia que la escritura de un artículo científico está relacionada directamente con la cantidad y la calidad de la investigación llevada a cabo individualmente y en grupo, así como con las prácticas sociales

y discursivas relacionadas con el proceso de investigación (por ejemplo, la práctica social de trabajar solos, aunque formaran parte de un grupo académico y la práctica discursiva de no llevar siempre un registro escrito riguroso del proceso de la investigación, de los datos o de los procedimientos de la investigación). Igualmente, se tomó conciencia de que la escritura de un artículo lleva consigo el manejo de estrategias discursivas y lingüísticas que pueden garantizar una comunicación científica de calidad, porque con ellas se da evidencia de la coherencia global y local, del manejo del conocimiento propio y ajeno y de que el autor o autora tiene conciencia de su persona como investigador(a). A continuación presentamos un breve recuento de algunos de los aspectos discursivos y lingüísticos que fue necesario trabajar de manera especial.

La estructura y organización del texto: coherencia global y local

Aunque los grupos estaban integrados por profesores que ya manejaban la escritura en general, fue necesario llamar la atención sobre las relaciones de coherencia global, especialmente a través de señales léxicas en los títulos y subtítulos de las partes del texto, que mantienen el tópico global. Igualmente, en el nivel local, fue necesario recordar el uso de conectores, especialmente para agregar información o argumentar. Por supuesto que la estructura IMRC fue una de las guías para evaluar tanto los resúmenes como los artículos haciendo la salvedad de que el AC y el AI eran géneros diferentes, pero también se conocieron patrones textuales como Situación-Problema- Evaluación y la estructura básica Inicio-Seguimiento-Cierre para constatar la cohesión textual y la coherencia del discurso (ver Bolívar 2005a). Aspectos estructurales de los textos, relacionados con el uso de la gramática, la retórica y la cognición, han sido útiles para identificar diferencias entre escritores competentes y no competentes (Bustamante 2011).

La construcción del conocimiento propio y ajeno

Este aspecto fue tal vez el más estudiado debido a que había que enfrentarse a dos problemas. Por un lado, la (re)presentación del autor o autores en el texto en sus diferentes roles como *autores, investigadores, argumentadores, evaluadores* (Flotum 2009, p.112) y, por el otro, cómo diferenciar el conocimiento propio del ajeno. Se hicieron ejercicios y lecturas poniendo atención en el uso de los pronombres personales (*yo, nosotros*, tanto incluyente como excluyente, y al uso del *se*) y sobre las citas y referencias, no solamente para seguir normas (APA u otras) sino para comprender la función discursiva de las citas en el texto de modo que

fuera evidente lo que el autor del texto sabía o pensaba y lo que atribuía a otros (Hernández Ramírez 2018). Aquí fueron necesarios y productivos los conceptos de *citas integradas* (con función gramatical en la oración) y *no integradas* (entre paréntesis en cualquier parte del párrafo) (Bolívar 2004, Beke 2011, Swales 1986, 1990). También se tomaron en cuenta otros aspectos como el uso de los verbos, para indicar diferentes procesos semánticos, y la diferencia entre léxico referencial y evaluativo. El uso de los verbos de reporte, en particular, resultó ser un problema debido a que, en ocasiones, el repertorio lingüístico era escaso o no había consciencia de los tipos de verbos y sus funciones en el texto investigativo (por ejemplo, diferenciar entre verbos cognitivos (creer, pensar, determinar), de investigación (averiguar, mostrar, demostrar, medir, recoger, etc.) y de argumentación (plantear, aceptar, rechazar, cuestionar, criticar), ya que no es lo mismo *mostrar* que *demostrar* o *exponer* que *argumentar* o *determinar* que *concluir*. De esta forma se creaba consciencia sobre un proceso de creación científica en el que la voz del autor y las voces de otros interactúan para producir el texto final mediante el manejo experto de recursos lingüísticos clave para mostrar sus resultados, su subjetividad y su posición en un contexto cultural particular (Fløttum 2009, García Negroni 2008, Gee 2008; Mostacero 2014).

La diatriba personal- impersonal

Uno de los aspectos que había que trabajar de forma especial tenía que ver con la creencia casi establecida de que el artículo científico “debe ser impersonal”. Sobre este punto se hacían ejercicios para mostrar que el posicionamiento del autor es ineludible porque en, (casi) cualquier interacción, la evaluación es inevitable (Bolívar 2005a, Bolívar, Beke y Shiro 2010). Igualmente, se mostraban resultados de investigación en los que se estudiaban ejemplos en los que el uso del llamado “se impersonal” no era tal en todos los contextos porque en los casos relacionados con la investigación propia ocultaba el compromiso del autor (Bolívar, Cruz y Lopez 2018). En los talleres se analizó exhaustivamente el artículo de Hernández Islas (2015) porque resultó ser un caso en el que se encontraron diferentes usos del *se*, tanto impersonal como de compromiso personal.

Al mismo tiempo, había que hacer mención al uso del Yo “explícito” (mencionado) e implícito en, por ejemplo, formas verbales en plural (pensamos, creemos) o en el pronombre *nosotros* y otros como *nos*. Este es un tema aparentemente de selección gramatical, pero tiene

un papel fundamental en la construcción discursiva de artículos científicos para fortalecer la agencialidad, la voz propia, y para diferenciarse de otros. El problema se hace mucho más claro al estudiar científicamente el discurso académico porque, cuando examinamos gran variedad de géneros y textos, nos damos cuenta de que el manejo de los pronombres personales como el *yo* (explícito e implícito) varía principalmente de acuerdo con el grado de experiencia de cada investigador, según su posicionamiento teórico en una comunidad científica, y de los géneros en los que escribe (ver Bolívar en prensa).

El estilo científico y el estilo personal

Otra de las creencias que había que enfrentar a menudo era que algunos profesores deseaban defender su estilo personal como parte de su posicionamiento como ser social. No obstante, la buena intención para que el texto luzca “bonito” (Bolívar y Beke 2011), puede redundar a veces en oraciones extremadamente largas, en fallas en el uso del vocabulario especializado y en vaguedad, porque se introduce lenguaje informal (o coloquial) en un texto que debería ser más directo y formal. Aunque es importante diferenciar entre la retórica de la ciencia y otros tipos de retórica (ver Sánchez Upegui 2011) y estudiar lingüísticamente el lenguaje de la ciencia como se hace, por ejemplo, en la perspectiva sistémico-funcional, (Halliday 1994, 2004), en los talleres se mostró que el estilo científico en educación se puede entender mucho mejor a través del análisis cuidadoso de los artículos publicados dentro del espacio que abarca esta comunidad científica. Esta comunidad nos muestra que los estilos personales existen materializados en el uso diferente de los recursos lingüísticos, pero tomando como referencia parámetros generales comunes en la disciplina. Aunque puede parecer elemental, la solución a muchos de los problemas reside en el buen manejo de la puntuación y de los patrones textuales en los que la evaluación tiene un papel central (Bolívar 2001, 2006). La puntuación es otro modo de significación en el que se materializa semióticamente la interacción con el lector porque permite controlar la cantidad de información y las evaluaciones que se hacen a medida que se construye el texto.

Discusión

Como hemos planteado en este artículo, entrenar a profesores a escribir un buen artículo científico en educación es un proceso complejo que trasciende la escritura porque se trata, simultáneamente, de un proceso de construirse como autores y de tomar conciencia de lo que

significa investigar en una comunidad científica y discursiva a la cual se desea tener acceso. Igualmente, se trata de un proceso en el que cada palabra escrita tiene un valor para indicar un contenido y una relación con otros, con los pares (Beke 2011, Bolívar 2004, 2005^a).

Cuando los pares y los interesados en un problema de investigación leen un artículo traen expectativas basadas en acuerdos internos construídos culturalmente con base en supuestos sobre como debe ser la comunicación científica. Una de estas expectativas en educación es que el artículo científico debe seguir una estructura característica de la investigación empírica (IMRC o IMRDyC), pero en la práctica la fórmula parece extenderse a otros tipos de textos que no son producto de una investigación empírica culminada. Pensamos que aquí hay un tema importante para la discusión porque, después de examinar textos publicados en las revistas de educación, encontramos que el deseo de aplicar esta estructura a otros textos relacionados con el proceso de la investigación podría llevar a artículos mal organizados o confusos, con excepciones interesantes.

Nos preguntamos ¿hasta qué punto están claros los investigadores sobre la diferencia entre artículo de investigación y ensayos de investigación? La secuencia IMRC fue fijada por comunidades científicas para asegurarse de que los métodos y resultados estén claros, pero no aplica siempre a textos cuyo objetivo es, por ejemplo, revisar críticamente la literatura o evaluar políticas educativas, en los que se necesita argumentar de otra manera, aunque deberá darse evidencia. En términos teóricos esto implica investigar más a fondo el discurso de los variados tipos de artículos de investigación científica en educación en proyectos sobre el discurso académico y profesional similares a los llevados a cabo en Chile con distintas disciplinas (Parodi 2008; Parodi y Burdiles 2015). También significa comparar las prácticas discursivas y los métodos en la investigación educativa con las de otras disciplinas para ampliar la perspectiva crítica desde la inter y multidisciplinariedad (ver Adoumieh 2014).

Al mismo tiempo, en relación con la competencia lingüística y discursiva de los profesores universitarios, podemos preguntarnos ¿que tipo de entrenamiento formal están recibiendo los investigadores para usar el discurso argumentativo y los recursos lingüísticos que les permiten fortalecer su voz propia? Los talleres trajeron a luz una serie de supuestos de los profesores sobre lo que significa la escritura científica, especialmente sobre el posicionamiento y la impersonalidad, lo cual es un aspecto que también se abre a la discusión porque, por un lado, hay que estudiar las creencias de los profesores sobre su rol de investigadores y los rasgos

que deben tener los textos y, por otro, contrastar esas creencias con lo que en realidad se encuentra cuando se analizan rigurosamente los textos publicados en las revistas de calidad o las más consultadas. De hecho, un tema que valdría la pena continuar estudiando es el de los recursos lingüísticos que traen a la superficie las distintas formas de impersonalidad, especialmente la descripción de los usos del *se* que es uno de los problemas todavía no resueltos en las gramáticas del español (Montes Giraldo 2003) y que, aunque recomendado como “impersonal”, oculta también la voz del investigador (Bolívar, Cruz y López 2019).

Conclusiones

Una de las conclusiones más importantes después de estudiar sugerencias sobre como escribir un buen artículo en educación y de llevar a cabo talleres con profesores universitarios y de Escuelas Normales en México, a quienes se les exige publicar “artículos científicos”, es que esta tarea no es posible si no hay una investigación empírica terminada, lo cual es el primer punto en las sugerencias para escribir artículos de calidad en educación (Murillo et al. 2017). Pero, al mismo tiempo, hay otra conclusión fundamental relacionada con el entrenamiento de los profesores universitarios en el discurso académico, y tiene que ver con el hecho de que tanto los profesores/investigadores como los instructores deben estar preparados para enfrentarse a la amplia variedad de textos que se construyen en el proceso de la investigación. Esto es clave porque cuando hacemos búsquedas temáticas por internet nos vamos a encontrar con todo tipo de artículos, no siempre de investigaciones empíricas terminadas (que sirven como modelos), y los investigadores deben saber que tienen distintas opciones para publicar (ver Sánchez Upegui 2011). Esta es una realidad, especialmente en el caso de estudiantes de doctorado a quienes se les exige publicar artículos mientras están cursando los estudios. También sucede en Grupos Académicos que presentan avances y se involucran en discusiones teóricas y metodológicas.

Lo anterior puede tener importantes implicaciones. Una de ellas se relaciona con la evaluación de los artículos por los pares. Existe evidencia empírica de que los arbitrajes en educación son bastante severos y que exigen rigurosidad científica mediante el uso de la negación (*no tiene, no muestra, no aclara, etc.*) (Bolívar 2011), pero no sabemos hasta qué punto las instrucciones de las revistas incluyen orientaciones precisas sobre otros textos. Aparentemente no, porque en la práctica se observa que los profesores tratan de ajustarse a la estructura de artículo científico en casos de ensayos científicos, que podrían tener secuencias argumentativas bien definidas y darían a los investigadores mayor libertad y confianza para

escribir. Tal vez, el mayor problema que habría que abordar es el de las formas en que los educadores representan lo que significa escribir en la universidad (Bigi, García Romero y Chacón 2018; Martins 2018) e incluso en la escuela, en Educación Básica, donde se construyen inicialmente esas representaciones (Silva-Peña, Tapia e Ibáñez 2016).

Otra implicación es que la escritura de un buen artículo científico en educación requiere el trabajo en equipo de investigadores en educación, la experticia de lingüistas y/o analista del discurso que sean investigadores del discurso académico y científico, y el apoyo de las autoridades cuyo papel es promover la investigación. Una buena parte del trabajo en manuales sobre cómo escribir artículos científicos apunta a explicar el lenguaje científico, a menudo con base en investigaciones y son muy bienvenidos. Pero existe un vacío en educación en cuanto a cómo aproximarse a la gran variedad de textos que no son AC sino ensayos científicos. Pienso que este vacío se puede llenar en gran parte con el trabajo interdisciplinar y esto puede lograrse en talleres especializados en el entrenamiento de buenos escritores y de buenos investigadores al mismo tiempo. Así como en los talleres me he familiarizado, por ejemplo, con lo que significa innovar en educación en México, evaluar aprendizajes, estudiar al plagio, evaluar críticamente políticas educativas en distintos ámbitos, los profesores han aprendido a tomar conciencia crítica de su lenguaje, del valor de un punto aparte y de una coma, de lo que significa posicionarse para tener voz propia y adquirir confianza y, sobre todo, de la importancia de ser cuidadosos porque cada palabra y cada signo de puntuación tiene un valor para otro que lee y juzga la calidad de la investigación y de lo escrito.

Referencias

- Adoumieh, N. (2014). Escribir desde las disciplinas: una experiencia pedagógica en Ciencias Sociales. *Paradigma*, 35(1), 183-213.
- Beke, R. (2008). El discurso académico: la atribución del conocimiento en la investigación educativa. *Núcleo*, 20 (25), 13-35.
- Beke, R. (2011). *Las voces de los otros en el discurso académico*. Caracas: Universidad Central de Venezuela.
- Beke, R. y Bolívar, A. (2009). Certainty and commitment in the construction of academic knowledge in the humanities. En E. Suomela-Salmi y F. Dervin (Eds.), *Cross linguistic and cross cultural perspectives on Academic Discourse*, pp.33-47. Amsterdam. John Benjamins.
- Bigi Osorio, E.; García Romero, M.; & Chacón Guerrero, E. (2018). Una mirada a las concepciones docentes respecto a las tareas de escritura en la universidad. *Akademias* 20, 1 y 2, 163-185.

- Bolívar, A. & Bolet, F. (2011). La introducción y la conclusión en el artículo de investigación. En A. Bolívar y R. Beke (2011). *Lectura y escritura para la investigación*, pp.93-129. Caracas: Universidad Central de Venezuela. 1 ed. 1ª re-impresión 2014.
- Bolívar, A. (1999). Los resúmenes para eventos científicos en lingüística aplicada en América Latina: estructura e interacción. *Opción*, 29, 61-81.
- Bolívar, A. (2001). The negotiation of evaluation in written text. En M. Scott y G. Thompson (Eds.), *Patterns of text. In honour of Michael Hoey* (pp. 129-158). Amsterdam/Philadelphia: John Benjamins.
- Bolívar, A. (2004). Análisis crítico del discurso de los académicos. *Revista Signos*, 37 (55), 7-18.
- Bolívar, A. (2005a). *Discurso e interacción en el texto escrito*. Caracas: Universidad Central de Venezuela, 2ª ed. 1ª ed. 1994.
- Bolívar, A. (2005b). Tradiciones discursivas y construcción del conocimiento en las humanidades. *Signo y Señal* 14: 67-91.
- Bolívar, A. (2006). La función de la evaluación en artículos y ensayos humanísticos. En J. Falk, J. Gille y F. Weichmeister Bermúdez (Coords.) *Discurso, interacción e identidad*, pp. 109-136. Estocolmo: Universidad de Estocolmo.
- Bolívar, A. (2011). Funciones discursivas de la evaluación negativa en informes de arbitraje de artículos de investigación en educación. *Revista Núcleo* 28, 59-89.
- Bolívar, A. (en prensa). El plagio y la construcción del conocimiento propio y ajeno en los textos académicos. Monográfico sobre Formas de prevenir el plagio. México: Universidad de las Americas Puebla.
- Bolívar, A. Beke, R. y Shiro, M. (2010). Las marcas lingüísticas del posicionamiento en las disciplinas: Estructuras, voces y perspectivas discursivas. En G. Parodi (Ed.). *Alfabetización académica y profesional en el siglo XXI: leer y escribir en las disciplinas*, pp.95-125. Santiago de Chile: Grupo editorial Planeta Chilena S.A.
- Bolívar, A. Cruz Martínez, A. y López Franco, S. (2018). La voz autoral explícita, implícita y oculta en Introducciones y Conclusiones de tesis doctorales. *Boletín de Lingüística XXX* /49- 50/Ene-Dic. 8-28.
- Bolívar, A. y G. Parodi (2015). “Academic and professional discourse”. En M. Lacorte (Ed.). *The Routledge Handbook of Hispanic Applied Linguistics*, pp. 459- 476. New York and London: Routledge.
- Bolívar, A. y R. Beke (Eds.) (2011). *Lectura y escritura para la investigación*. Caracas: Universidad Central de Venezuela. 1 ed. 1ª re-impresión 2014.
- Bustamante, S. (2011). La escritura de textos: un problema gramatical, retórico y psicológico. *Paradigma*, 32 (2), 39-52.
- Carlino, P. (2005). *Escribir, leer y aprender en la universidad. Una introducción a la alfabetización académica*. Buenos Aires: Fondo de Cultura Económica.
- Carlino, P. (2006). La escritura en la investigación. Disponible en <http://www.udesa.edu.ar/files/EscEdu/DT/DT19-Carlino.pdf>

- Castelló, M. (Coord.) (2007). *Escribir y comunicarse en contextos científicos y académicos: Conocimientos y estrategias*. Barcelona: Graó.
- Castro, M. C. y Sánchez, M. (2016). La formación de investigadores en el área de humanidades: Los retos de la construcción de la voz autoral en la escritura de la tesis de doctorado. *Signos* 49, 30-51.
- Castro, M. C.; Hernández, L.A. y Sánchez, M. (2010). El ensayo como género académico. Una aproximación a las prácticas de escritura en la universidad pública mexicana. En Parodi, G. (Ed.). (2010), *Alfabetización académica y profesional en el siglo XXI: Leer y escribir desde las disciplinas*, pp.49-70. Santiago de Chile: Editorial Planeta chilena.
- Cisneros, M. y Olave Arias, G. (2012). *Redacción y publicación de artículos científicos. Enfoque discursivo*. Bogotá: Ecoe Ediciones.
- Cubo de Severino, L. (Coord.). (2005). *Los textos de la ciencia. Principales clases de discurso académico-científico*. Córdoba: Comunicarte.
- Day, R.A. (2005). *Cómo escribir y publicar artículos científicos*. 3ª ed. En español. M. Sáenz (Trad.). Washington: Organización Panamericana de la Salud.
- Fernández, M. B. y Johnson, D. (2015). Investigación-acción en formación de profesores: desarrollo histórico, supuestos epistemológicos y diversidad epistemológica. *Perspectivas*, 14 (3), 93-105. <https://scielo.conycit.cl>
- Fløttum, K. (2009). Academic voices in the research article. En E. Suomela- Salmi y F. Dervin (Eds.), *Cross-Linguistic and Cross Cultural Perspectives on Academic Discourse*, pp. 109-122. Amsterdam/Philadelphia: John Benjamins.
- García Negroni, M.M. (2008). Subjetividad y discurso científico-académico: acerca de algunas manifestaciones en el artículo de investigación en español. *Revista Signos* 41, 66: 9-31.
- Gee, P. J. (2008). *Social linguistics and literacies. Ideology in discourses*. London and New York: Routledge. (1ª ed. 1990, red. 1996).
- González, F. (2014). Dificultades en la realización de trabajos de investigación: cómo afrontarlas. *Práxis educativa*, 1 (18), 275-300.
- Halliday, M.A.K. (1994). *An introduction to functional grammar*. London. Edward Arnold. 2ª ed.
- Halliday, M.A.K. (2004). *The language of science*. London: Continuum.
- Hernández Islas, M. (2016). El plagio académico en la investigación científica. Consideraciones desde la óptica del investigador de alto nivel. *Perfiles educativos*, 38 (153), 120-135.
- Hernández Islas, M., Ponce Rojo, A.; Ortiz Lefort, V. y Vergara Fregoso, M. (2015). Estrategias docentes emergentes para prevenir el plagio académico en alumnos de pregrado. Un estudio fenomenográfico con profesores experimentados. *Consensus*, 20 (22), 41-62.
- Hernández Ramírez, L.A. (2018). Formas de atribución y grados de argumentabilidad en la postura autoral en las Conclusiones de artículos científicos. *Akademos*, 20,1-2, 123-147.
- Júarez Núñez, J.M.; Comboni Salinas, S. y Garnique Castro, F. (2010). De la educación especial a la educación inclusiva. Dossier: Procesos educativos en América latina: política, mercado y sociedad. *Argumentos* (Mx), 23, 62, enero-abril. www.scielo.org.mx/scielo

- Martins, I. (2018). Leer y escribir en la Universidad Simón Bolívar. *Akademios* 20, 1 y 2, 187-206.
- Montes Giraldo, J. J. (2003). El “se” del español y sus problemas. *Estudios Filológicos*, 38, 121-137.
- Mostaceiro, R. (2014). La construcción de la escritura personal a partir del discurso del otro. *Lingua Americana*, 8(15), 63-79.
- Murillo, F. J.; Martínez-Garrido, C. y Belvi, G. (2017). Sugerencias para escribir un buen artículo científico en educación. REICE. *Revista Iberoamericana sobre calidad, eficacia y cambios en educación*, 15 (3), 5-34. <https://doi.org/10.15366/reice2017.15.3.001>
- Parodi, G. (Ed.) (2008). *Géneros académicos y géneros profesionales: Accesos discursivos para saber y hacer*. Valparaíso, Chile: Ediciones Universitarias de Valparaíso, Pontificia Universidad Católica de Chile.
- Parodi, G. (Ed.) (2010). *Alfabetización académica y profesional en el siglo XXI: leer y escribir desde las disciplinas*. Santiago de Chile: Editorial Planeta Chilena S.A.
- Parodi, G. y Burdiles, G. (2015). *Leer y escribir en contextos académicos y profesionales. Géneros, corpus y métodos*. Santiago de Chile: Ariel Planeta Chilena S.A.
- Scott, M. & Thompson, G. (Eds.) (2001). *Patterns of text. In honour of Michael Hoey*. Amsterdam/Philadelphia: John Benjamins Publishing Company.
- Silva-Peña, I.; Tapia, R. & Ibáñez, M. (2016). Concepciones docentes sobre la escritura en Primer año de Educación Básica. *Paradigma*, 37 (1), 46-20.
- Suomela-Salmi, E. y Dervin, F. (Eds.) (2009). *Cross-Linguistic and Cross-cultural perspectives on Academic discourse*. Amsterdam/Philadelphia: John Benjamins Publishing Company.
- Swales, J. (1986). Citation analysis and discourse analysis. *Applied Linguistics*, 7, 39-56.
- Swales, J. (1990). *Genre analysis: English in academic and research settings*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Titscher, S., Meyer, M., Wodak, R. y Vetter, E. (2000). *Methods of text and discourse analysis*. London: Sage Publications.
- Torres Cañizalez, P.C.; Cobo, B. y Kendry, J. (2017). Tecnología educativa y su papel en el logro de los fines de la educación. *EDUCERE*, 21 (68), 31-40. <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=>
- UNESCO. (1983). *Guía para la redacción de artículos científico destinados a la publicación*. Paris: UNESCO.

Problematización y conocimiento especializado del formador de profesores de Matemáticas

Hugo Parra-Sandoval
hugoparras@hdes.luz.edu.ve
<https://orcid.org/0000-0002-4484-2619>
Universidad del Zulia (LUZ)
Maracaibo, Venezuela

Recibido: 29/04/2020 **Aceptado:** 20/05/2020

Resumen

Se presenta una reflexión sobre el lugar que ocupa la problematización en el conocimiento del formador de profesores de matemáticas. Tanto la problematización de saberes como los estudios sobre el formador de profesores son temas que se han trabajado escasamente y mucho menos se ha visto cómo ellos se pueden articular para mejorar los procesos de formación de profesores de matemáticas. La problematización es un término bastante utilizado en la formación de docentes; sin embargo, poco se ha profundizado sobre su naturaleza y desarrollo en los procesos formativos; de igual manera, los avances en el tema del conocimiento del formador de profesores no han sido tampoco muy trabajados, a pesar de la importancia que se le reconoce a este actor en los procesos de transformación educativa. Para abordar la relación entre la problematización y el conocimiento especializado del profesor en los procesos de formación, desarrollamos algunas ideas sobre los tipos de conocimientos que un formador de profesores de matemáticas debería tener; luego se aclara lo que se entiende por problematización, su caracterización y las condiciones para que ésta se desarrolle en los procesos formativos. Finalmente se reconoce que son los espacios formativos donde la problematización y el conocimiento del formador de profesores se complementan para lograr procesos formativos caracterizados por la reflexión sobre la práctica. Concluimos con una serie de ideas de lo que podría ser una agenda de investigación sobre estos dos aspectos: el de la problematización y el conocimiento del formador de profesores

Palabras claves: Formador de Profesores, Problematización, Conocimiento del profesor

Problematização e conhecimento especializado do professor de Matemática

Resumo

É apresentada uma reflexão sobre o lugar que a problematização ocupa no conhecimento do formador de professores de matemática. Tanto a problematização do conhecimento quanto os estudos sobre o professor formador são assuntos pouco trabalhados, muito menos visto como eles podem ser articulados para melhorar os processos de formação de professores de matemática. Problematização é um termo amplamente utilizado na formação de professores; no entanto, pouco foi feito sobre sua natureza e desenvolvimento nos processos de treinamento; Da mesma forma, os avanços no tema do conhecimento do professor formador também não foram muito trabalhados, apesar da importância que esse ator é reconhecido nos processos de transformação educacional. Para abordar a relação entre problematização e conhecimento especializado de professores em processos de treinamento, algumas idéias são desenvolvidas sobre os tipos de conhecimento que um professor de matemática deve ter; Em seguida, esclarece-se o que se entende por problematização, sua caracterização e as condições para que

ele se desenvolva nos processos de treinamento. Por fim, reconhece-se que são os espaços de formação em que a problematização e o conhecimento do professor formador se complementam para alcançar processos de formação caracterizados pela reflexão sobre a prática. Conclui com uma série de idéias do que poderia ser uma agenda de pesquisa sobre esses dois aspectos: o da problematização e o conhecimento do professor formador

Palavras chaves: Formador de Professores, Problematização, Conhecimento do professor

Problematization and specialized knowledge of the Mathematics Teacher's Educator

Abstract

A reflection is presented on the place that problematization occupies in the knowledge of the mathematics teacher trainer. Both the problematization of knowledge and studies on the teacher educator are subjects that have been scarcely worked on, much less seen how they can be articulated to improve the training processes of mathematics teachers. Problematization is a term widely used in teacher training; however, little has been done about its nature and development in the training processes; in the same way, the advances in the subject of the knowledge of the teacher educator have not been much worked either, in spite of the importance that this actor is recognized in the processes of educational transformation. To address the relationship between problematization and specialized teacher knowledge in training processes, some ideas are developed about the types of knowledge that a mathematics teacher educator should have; Then it is clarified what is meant by problematization, its characterization and the conditions for it to develop in training processes. Finally, it is recognized that they are the training spaces where the problematization and the knowledge of the teacher educator complement each other to achieve training processes characterized by reflection on practice. It concludes with a series of ideas of what could be a research agenda on these two aspects: that of problematization and the knowledge of the teacher educator

Keywords: Teacher Educator, Problematization, Teacher knowledge

Introducción

El presente escrito aborda la problematización de los saberes como modo de proceder del formador de profesores de matemáticas. Aunque el formador de profesores es considerado un actor clave de la calidad educativa, las investigaciones sobre la conformación de su conocimiento profesional y su actuación han sido escasas. Una revisión de las publicaciones que abordan el tema del formador de profesores en tres de las revistas de Latinoamérica dedicadas a la Educación Matemática presentes en *Scopus*, muestra que entre los años 2014 y 2019 sólo fueron reseñados ocho trabajos. Esta cantidad representa tan solo un 6,4% en relación al total de artículos de formación de profesores y el 1,7% del total de trabajos publicados en esas mismas revistas (Ver tabla 1)

Tabla 1.
Artículos relacionados con la formación de profesores y formadores de profesores.
(2014-2019)

Revista	Total artículos	Artículos de formación de profesores		Artículos del formador de profesores		
		Número artículos	% Respecto al total	Número artículos	% respecto al total de art	% respecto al total art de formación de profesores
BOLEMA	311	102	32,8%	6	1,93%	5,88
Educación Matemática	99	14	14,14%	1	1,01%	7,14%
RELIME	60	9	15%	1	1,66%	11,11%
Total	470	125	26,6%	8	1,7%	6,4%

Fuente: elaborado por el autor

Esta poca presencia en los trabajos publicados contrasta con lo afirmado en diferentes documentos institucionales (UNESCO, 2016). En ellos se manifiesta que el formador de profesores es un actor clave, por ser él uno de los principales responsables del diseño e implementación de los programas de formación y su labor incide directa e indirectamente en la calidad educativa (González-Vallejo, 2018; UNESCO, 2016; Vaillant y Marcelo, 2015)).

Aunque se ha estudiado muy poco al formador de profesores, no se puede decir lo mismo del profesor de los niveles preuniversitario (Educación inicial, primaria y media). Desde la década de los ochenta Shulman (1986) formuló su tesis en la que señalaba que el conocimiento del profesor estaba conformado por tres grandes dominios: conocimiento del contenido a enseñar, conocimiento didáctico del contenido y conocimiento curricular. A partir de entonces surgió un interés cada vez más creciente por investigar al profesor y éste no ha dejado de crecer. Un ejemplo del interés por estudiar al profesor ha sido la Educación Matemática; en los últimos quince años se han venido desarrollando diferentes modelos que buscan representar el conocimiento del profesor de matemáticas. Ejemplos de ellos encontramos en el modelo denominado *knowledge quartet* (KQ) desarrollado por Rowland, T., Huckstep, P., & Thwaites (2005). De igual manera, Ball y sus colaboradores han presentado su modelo denominado MKT (Mathematical Knowledge for Teaching) (Ball & al., 2008; Hill & al., 2008; Ball & Bass, 2009).

También, hallamos el modelo del “Conocimiento Especializado del Profesor” o MTSK por sus siglas en inglés, desarrollado por un equipo de profesores de la universidad de Huelva en España bajo el liderazgo del profesor José Carrillo (Carrillo, Climent, Contreras y Muñoz-Catalán, 2013) o, el modelo denominado Conocimientos y Competencias Didáctico-Matemáticos (CCDM) desarrollado por Godino, Giacomone, Font y Pino-Fan (2018) que deriva del enfoque Ontosemiótico creado originalmente por un equipo liderado por el profesor Juan Godino. Todos estos modelos comparten su interés por el estudio del profesor de matemáticas y todos tomaron como referencia de origen a Shulman (1986). Estos modelos, han fijado particularmente su atención en dos de los dominios presentados por Shulman: el Conocimiento del Contenido a enseñar y el Conocimiento Pedagógico del Contenido.

Estos modelos que abordan el conocimiento del profesor de matemáticas en general son insuficientes para explicar el conocimiento profesional del formador de profesores. Hay la convicción de que el conocimiento del formador de profesores incluye otros conocimientos, además de los contemplados para el profesor de matemáticas en general (Chick and Beswick, 2017; Sánchez y García, 2004). Entre aquellos otros conocimientos que debe tener el formador de profesores, Sánchez y García (2004) hacen referencia a uno que particularmente nos interesa para el tema que deseamos abordar, se trata del conocimiento que el formador de profesores debe tener para poder “*crear situaciones en las que se pueda producir una reflexión sobre los procesos de aprender a enseñar matemáticas*” (Sánchez y García, 2004: p. 486).

Esta creación de espacios y momentos para la reflexión están acompañados por la problematización de situaciones relacionadas con los proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Aun cuando la problematización, es un término bastante común en la literatura de las Ciencias Sociales, poco se ha discutido acerca de su naturaleza (Fabre, 2005). No obstante, la problematización de la práctica de los profesores es un elemento clave en el desarrollo de procesos formativos caracterizados por la reflexión (Borjas, Ortiz, Rodríguez, Soto, 2015; Shön, 1998)

Ante la poca investigación sobre el formador de profesores y las posibilidades que ofrece la problematización para generar procesos formativos caracterizados por la reflexión sobre la práctica, cabe preguntarse cuál será el lugar de la problematización en el marco del conocimiento del formador de profesores de matemáticas. Para responder a esta interrogante abordamos en primer lugar algunas premisas sobre los conocimientos que un formador de

profesores de matemáticas debería tener; luego pasamos a aclarar lo que entendemos por problematización, su caracterización y las condiciones para que ésta se desarrolle en los procesos formativos. Finalmente, abordamos el lugar que ocupa la problematización en el conocimiento del formador de profesores.

Conocimiento Profesional del Formador de Profesores

Tres décadas después de que Shulman (1986) planteara que el conocimiento del profesor tiene sus propias características, han surgido diferentes modelos que buscan representarlo. En el caso del profesor de matemáticas citábamos los modelos de Rowland et al. (2005), Ball et al (2008), Carrillo y col. (2013) y Godino y col. (2017). Sin embargo, con el transcurrir del tiempo los estudios han hecho evidente que dentro de esta comunidad los formadores de estos profesores, no están del todo bien representados en los modelos mencionados.

Una primera aproximación para establecer la diferencia entre el conocimiento del profesor de matemáticas y el profesor que los forma, podría pensarse en términos de cantidad de conocimiento; es decir, que el formador de profesores debe saber más que el profesor que ha formado o está formando. Sin embargo, esta idea es muy vaga ¿Qué significa “saber más que el profesor a quien ha formado o está formando? Este planteamiento reduce la diferencia a un problema de acumulación de conocimientos, lo cual no es suficiente. La diferencia no es solo de cantidad; la diferencia abarca también la incorporación de otros tipos de conocimientos propios de la acción del profesor que forma a otros profesores; por esa razón, si bien es necesario que un formador de profesores de matemáticas haya sido o sea un buen profesor de matemáticas en los niveles pre-universitarios, esto no es suficiente. El formador de profesores debe poseer otros conocimientos que lo diferencian del buen profesor de matemáticas (Chick & Bewuick, 2017; Sánchez y García, 2004).

En la idea de buscar modelos o referentes que puedan caracterizar el conocimiento del formador, Chick y Beswick (2017) han planteado que el formador de profesores de matemática debe tener un conocimiento pedagógico del contenido diferente al conocimiento pedagógico del contenido del profesor de los niveles pre-universitarios; de alguna manera éste debe poseer un meta-conocimiento pedagógico del contenido. En ese sentido plantean que el formador de profesores posee básicamente tres tipos o dominios de conocimientos:

- Conocimiento pedagógico del contenido de las matemáticas escolares
- Conocimiento del contenido matemático en contextos pedagógicos
- Conocimiento pedagógico en un contexto matemático

Entre los tres tipos de conocimientos Chick y Beswick (2017) plantean veintidós categorías, de las cuales retomaremos más adelante algunas para explicar la presencia de la problematización en el conocimiento del formador de profesores.

El *conocimiento pedagógico del contenido de las matemáticas escolares* en el formador de profesores permite plantear situaciones donde sus estudiantes puedan ver claramente la relación estrecha que debe haber entre el conocimiento matemático y cómo éste se aprende y se enseña. Por ejemplo, en el momento que un estudiante para profesor responda de manera errada, el formador de profesores debe tener la capacidad de hacerle ver el error a través de ejemplos, contraejemplos o preguntas, de manera que se percate de su falla; pero esta toma de conciencia por parte del futuro profesor debe estar acompañada de una reflexión acerca de las causas que pudieron haber producido el error y cómo este error debe ser tratado en caso de que el futuro profesor se le presente una situación semejante al momento de ejercer de su profesión.

Un segundo tipo de conocimiento es el que Chick y Beswick llaman *conocimiento del contenido matemático en contextos pedagógicos*. El formador de profesores deberá identificar aspectos críticos del conocimiento del contenido, como por ejemplo, la demanda cognitiva que una nueva operación representa para los estudiantes y los errores más comunes asociados a esta.

Por último Chick y Beswick (2017) presentan lo que ellos llaman *conocimiento pedagógico en un contexto matemático*. Se trata de hacer uso de conocimientos pedagógicos generales como la planificación de una clase o la evaluación de un tema y contextualizarlos en un ambiente de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas; pudiera ser el caso de una propuesta de evaluación que hay que analizar estableciendo si está bien o no formulada de acuerdo a criterios didácticos matemáticos.

En grandes rasgos, estos tres tipos de conocimientos permitirían al formador de profesores de matemática trabajar con sus participantes diferentes situaciones propias del contexto de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, en los niveles donde ejercerá la profesión docente.

Problematización

Tal y como ya señalamos, el término “problematización” es y ha sido muy utilizado en la literatura de las ciencias sociales; Kosik (1967) en la década de los años sesenta del siglo pasado hacía mención al término en el campo de la filosofía, cuando realizó un estudio sobre la cotidianidad. Para esa misma época, Freire (1970) lo incorporó con fuerza en el campo de la educación crítica. Luego D’Ambrosio en la década de los años setenta del siglo XX incorporó el término en las primeras publicaciones que se hicieron sobre la etnomatemática (Peña-Rincón, Hueitra-Santibañez, 2016). De la misma manera, Skovsmose y Valero (2007), Cantoral, Reyes-Gasperini y Montiel (2015) y Baez y Farfán (2017) entre otros, han venido incorporando el término en la literatura de nuestra disciplina.

Sin embargo, aunque el término “problematización” ha sido bastante mencionado, pocas veces se aclara su significado preciso. Al respecto Fabre (2005) señala que *“Hoy, en la enseñanza y la formación de adultos, la idea del problema, la problemática y la problematización se convoca masivamente como si estas nociones fueran evidentes”* (p. 1, traducción propia). A pesar de que es común dejar por sobreentendido el término problematización, autores como Rodríguez (2015), Bless y Diaz (2010), Musquer (2009), Diaz (2008), Foucault (1984) y Dewey (1920, citado por Fabre, 2006) han trabajado su conceptualización desde perspectivas diferentes; aunque en su mayoría, desde los contextos de formación.

Al adentrarse en el significado de la problematización de estos autores, hallamos que Foucault (1984) plantea la problematización como un conjunto de prácticas, discursivas o no, que hace al individuo preguntarse qué es lo verdadero o lo falso de una situación. Para Foucault, la problematización no es la representación de un objeto inexistente sino un objeto cognoscible, relacionado con la reflexión que hace el sujeto que se plantea el dilema entre lo que percibe como cierto y lo que percibe como falso. Esta asunción de dilemas genera datos y condiciones (Fabre y Musquer, 2009) que, al relacionarse con las experiencias de quienes problematizan, generan procesos de reflexión importantes (Diaz, 2008). En el caso de la formación de docentes, la problematización se nutre de dos fuentes; por una parte, en la formación inicial el futuro profesor establece una relación con las experiencias de su vida estudiantil y por otra, en el caso de los profesores que ya están ejerciendo su profesión, se le une a su experiencia de vida, como estudiante, las experiencias derivadas propiamente de su práctica como docente. Al tener su

origen en la experiencia, la problematización adquiere un sentido histórico en los sujetos que la practican, carácter que Freire (2002) ya lo señalaba y que Bless y Diaz (2010) lo reafirman cuando indican que *“la problematización es una actividad orientada al cuestionamiento de lo que damos por cierto. Se trata de una actividad que busca develar el origen histórico-cultural de los conceptos que creamos para nombrar fenómenos y de las prácticas que inventamos para manejarlos”* (p. 12).

La problematización de los saberes constituye una actividad clave en cualquier proceso formativo de los profesores; ella busca cuestionar lo aparentemente cierto, creando en los sujetos situaciones dilemáticas que generan reflexión a partir de datos y condiciones que surgen de la misma situación, lo que se enriquece con las experiencias de vida de estos mismos sujetos involucrados en la actividad.

Características de la Problematización

Fabre (2005), quien ha trabajado la problematización en el contexto del aula, señala cinco características: la primera es que es un proceso multidimensional que implica posicionamiento, construcción y resolución por parte de los sujetos ante la situación planteada. Veamos el siguiente ejemplo de una sesión formativa de maestros en ejercicio, donde se discutían diferentes maneras de enseñar las fracciones. Una maestra afirmó lo siguiente:

"Yo por ejemplo, a veces, cuando quería representar un quinto, algunos niños dividían el círculo en cuatro partes iguales y luego agarraban una de las partes y le pasaban una rayita por el medio y se supone que una fracción debe ser dividida en cinco partes iguales...en ese aspecto se debe sugerir (al niño) que se debe seleccionar la figura adecuada y decir cuales figuras geométricas se pueden dividir en partes iguales y cuáles no"

El grupo de docentes que escuchaba quedó en silencio sin objetar lo dicho por la docente. En ese momento el facilitador intervino diciendo:

“¿Quiere decir que un círculo no puede ser dividido en cinco partes iguales? ...”

Y la maestra asintiendo, respondió:

Si, así es

El facilitador, dirigiéndose al resto de los participantes preguntó:

¿Los demás qué opinan? ¿Están de acuerdo?

A partir de estas dos últimas preguntas hubo posicionamiento por parte de los participantes porque se desencadenaron una serie de opiniones a favor y en contra, cada una con

sus respectivas argumentaciones. Con el desarrollo de las opiniones se fue construyendo un consenso en torno a la inexactitud de lo afirmado por la maestra y de esta manera, se llegó a una resolución de la problemática planteada.

La segunda característica de un proceso de problematización es que va de una situación desconocida a una conocida; en el episodio reseñado, el facilitador creó -a través de las interrogantes- una duda, un problema (lo desconocido) y en el transcurso del intercambio de ideas por parte de todos los participantes se buscó resolver la situación, hasta llegar a concluir que lo afirmado inicialmente era matemáticamente incorrecto (lo conocido). Pero esta transición de lo “desconocido” a lo “conocido” no se da de manera lineal y automática, sino a través de una dialéctica entre los hechos, la experiencia de los participantes y la o las teorías que se ponen en juego en este proceso; esta dialéctica es la tercera característica de la problematización; sin ella, no hay reflexión.

La cuarta característica señalada por Fabre es la presencia de un pensamiento controlado por normas (intelectuales, éticas, técnicas, pragmáticas...), siendo estas normas algunas veces predefinidas y otras construidas; En el caso de la formación de profesores hay ambos tipos de normas implícitas y explícitas; por momentos hay lo que se llama un contrato didáctico que implícitamente le otorga al formador un rol dominante, por más que éste dé muestra de confianza y libertad para que se puedan expresar. En el ejemplo citado el hecho de que el facilitador o formador formulara una pregunta inmediatamente después de la errónea afirmación, marcó una ruta en la reflexión de los participantes. Si no hubiese intervenido el facilitador, lo más probable es que la ruta de la sesión habría sido diferente, bien porque todos hubiesen aceptado lo afirmado por la maestra o porque otro participante lo cuestionara. En cualquier caso, la intervención del facilitador o el de los participantes implicarían rutas diferentes porque ambos difieren en su rol y la normativa implícita o explícita define el camino a seguir. También se puede ver la presencia de estas normas desde la mirada de los participantes; muchos de ellos, seguramente la mayoría, tenían claro desde la teoría, que la fracción un quinto si podía ser representada a través de un círculo y su discurso trató de atenerse a esta “normativa” que las matemáticas establecen.

La quinta y última característica se refiere a la existencia de una esquematización funcional de la realidad por parte del individuo que está problematizando, de manera que va construyendo herramientas para pensar y actuar sobre el hecho cuestionado. Fabre (2005) aludiendo a Dewey indica que una persona ante una situación problemática debe asumir una

posición y ésta la hace desde un punto de vista funcional. En el caso de los participantes, ellos van tomando datos de la discusión generada por las preguntas formuladas por el facilitador y en función de ellas, van interviniendo porque ven que la solución al dilema va por el camino que pauta el intercambio de ideas. Es en función de las intervenciones que los participantes van asumiendo posiciones.

Dispositivos Generadores de la Problematización

La problematización de saberes no es producto del azar, al contrario, es intencional. La problematización es un proceso complejo que está conformado por un conjunto de operaciones que buscan determinar datos y condiciones y generar una serie de hipótesis que puedan ser corroboradas por esos mismos aspectos. La problematización tiene características procesuales no lineales, sino heurísticas, es un ir y venir de los datos y de las condiciones a las hipótesis formuladas (Dewey, 1993). Este proceso se da si hay la presencia de ciertas condiciones que permitan una conducción adecuada del proceso (Fabre y Musquer, 2009).

Borjas y colaboradores (2015) hacen mención a la presencia de dispositivos que permitan deconstruir y reconstruir los saberes de los participantes; Fabre y Musquer (2009), por su parte, indican que en todo proceso de problematización existen una serie de “inductores” que la posibilitan. Sin embargo, tal y como lo advierten estos autores, la idea de inductor no está supeditada a una relación “estímulo-respuesta” porque resultaría contradictorio con el característico ir y venir de este proceso. Cuando Fabre y Musquer hacen mención a la existencia de unos inductores, se refieren a un conjunto de acciones discursivas, o no, que orientan la reflexión y que están relacionadas con los procesos de interacción entre el formador y los participantes. Al estar relacionado con las interacciones entre los actores del proceso, la problematización dependerá en gran parte de la habilidad del formador de profesores para que estas interacciones generen procesos de cuestionamiento y movilicen sus saberes. La ausencia o no de una pregunta, la emergencia de un ejemplo o contraejemplo adecuado a los intereses y necesidades de los participantes por parte del formador de profesores, podría movilizar, o no, los saberes de los participantes. Regresemos al episodio formativo de las maestras y maestros descrito anteriormente. Cuando la maestra afirma que no puede representarse en un círculo una fracción que tenga como denominador al número cinco, el facilitador aprovecha la circunstancia y no la deja pasar por alto ya que sabe que podría haber algunos participantes que piensen lo mismo o, no tienen la certeza de si tal afirmación es o no correcta.

Esa capacidad de captar la oportunidad para lograr efectos formativos a través de su problematización dio origen a que el formador planteara a la docente una interrogante que, posteriormente, él mismo redirige a los demás participantes. Estas acciones del facilitador, junto a otras interrogantes, ejemplos y contraejemplos que promueven la reflexión entre los docentes, es lo que Fabre y Musquer (2009) denomina inductores.

Los Procesos Formativos como Lugar de Encuentro entre el Formador de Profesores y la Problematización

Los procesos formativos son por excelencia el espacio de trabajo privilegiado para el formador de profesores. En estos espacios de interacción, los participantes se nutren de los conocimientos del formador y viceversa.

En los procesos verdaderamente formativos hace su aparición la reflexión, aspecto clave para el aprendizaje (Zaslavsky y Leikin, 1999), pero esta reflexión debe estar sustentada en el análisis de las prácticas escolares (Chapman, 2011) y este análisis viene acompañado de su problematización.

La reflexión en y sobre las prácticas escolares debe ser el resultado de la problematización guiada por el formador de profesores, aunque hay que resaltar que las intervenciones de los diferentes participantes contribuyen en esta empresa. El formador tiene la responsabilidad de que sus estudiantes descubran sus conocimientos previos sobre el tema, amplíen sus conocimientos y los confronten con sus pares, con otros autores con el saber matemático y el saber didáctico matemático (Borjas y col., 2015: p. 106; Llinares, 2013).

En estos procesos, el formador de profesores debe configurar un entorno de aprendizaje que posibilite la reflexión, seleccionando, diseñando y secuenciando tareas matemáticamente relevantes para el aprendizaje de sus estudiantes (Ivars, Fernández, Llinares, 2016; Llinares, 2013); de esta manera los futuros docentes podrán dotar de significado todos los conceptos e ideas relacionados con los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

En este proceso de dotar de significado los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, el formador deberá poner en juego sus conocimientos que, de acuerdo a Chick y Beswick (2017), conforman su conocimiento pedagógico del contenido como formador de profesores. Recordemos que eran tres los conocimientos esenciales que identificaban al formador de profesores: conocimiento pedagógico del contenido de las matemáticas escolares; conocimiento del contenido matemático en contextos pedagógicos y conocimiento pedagógico

en un contexto matemático. De esos tres dominios del conocimiento, proponían veintidós categorías. En lo que sigue se considerarán los tres dominios del conocimiento planteados por Chick y Bewick (2017), pero solo se tomarán y adaptarán siete categorías porque ellas responden directamente a la problematización (ver Cuadro2)

Cuadro 2.

Dominios del Conocimiento del Formador de Profesores

CONOCIMIENTO	CATEGORÍAS
Conocimiento Pedagógico del contenido de las matemáticas escolar	<ul style="list-style-type: none">• Conocimiento de situaciones ejemplares• Conocimientos erróneos del estudiante para profesor
Conocimiento del contenido matemático en contextos pedagógicos	<ul style="list-style-type: none">• Comprensión profunda del contenido fundamental• Deconstrucción del contenido en sus componentes claves• Estructuras y conexiones
Conocimiento pedagógico en un contexto matemático	<ul style="list-style-type: none">• Enfoques de la evaluación• Diseño de actividades

Fuente: elaborado por el autor

La experiencia compartida como punto de encuentro entre la problematización y el conocimiento pedagógico del contenido de las matemáticas escolares

Tanto el formador de profesores como sus estudiantes comparten vivencias relacionadas con los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, bien como estudiantes o como profesores. Esta experiencia común es el punto de encuentro entre el formador de profesores y los futuros docentes o docentes en ejercicio; pero a la vez, es el punto de partida de todo proceso de problematización de los saberes del profesor (Bless y Díaz, 2010; Freire, 2002). Está de parte del formador identificar esas experiencias de manera que resulten significativas para los participantes.

La selección por parte del formador no es una tarea sencilla, es una de las características de su conocimiento especializado (Chick y Beswick, 2017; Sánchez y García, 2004). No es un conocimiento propio del profesor de matemáticas de los niveles pre-universitarios, ni tampoco es un conocimiento que deba tener un matemático.

El formador de profesores debe poseer una amplia gama de conocimientos de situaciones ejemplares que puedan ser motivo de interés para sus estudiantes. Esta capacidad de identificarlas es parte de lo que Chick y Beswick (2017) llaman *Conocimiento Pedagógico del*

Contenido de las Matemáticas Escolares y que en este caso se ubicaron en la categoría de *conocimiento de situaciones ejemplares*. Veamos un ejemplo:

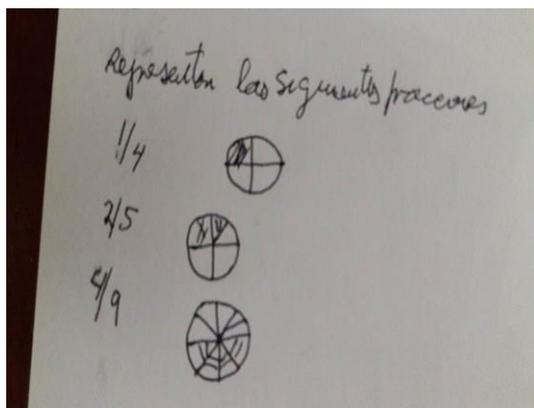
En una sesión formativa donde el tema era la enseñanza de las fracciones, se les pidió a los participantes que dieran su opinión respecto a la siguiente situación de clase:

Una maestra escribe en el pizarrón el siguiente ejercicio:

Dadas las siguientes fracciones representarlas gráficamente

$$\frac{1}{4}, \quad \frac{2}{5}, \quad \frac{4}{9}$$

Al finalizar la maestra recogió las hojas y un niño respondió de la siguiente manera



¿Qué opinas acerca de las respuestas de este niño?

El formador pide a los participantes que en un lapso de unos diez minutos, de manera individual, escriban sus argumentos para luego ser compartidos en una plenaria. Finalizado el tiempo de trabajo individual, el formador abre el derecho de palabra y comienza el intercambio de ideas.

En la experiencia registrada se evidencia que esta tarea captó la atención de los participantes desde el primer momento. La respuesta del niño con sus respectivos errores es muy común cuando se inician en la representación gráfica de las fracciones. La selección no fue hecha al azar. Se sabía por un diagnóstico previo realizado en las escuelas participantes, que este era un error que se repetía entre los niños y niñas y se seleccionó este ejemplo por considerarlo significativo desde el punto de vista educativo matemático.

Otro aspecto que se dio en este episodio y se comentó anteriormente es la afirmación de la maestra, quien manifestaba que un quinto como fracción no podía ser representado en un círculo. En el episodio el formador de esa sesión logró captar el error de la maestra y lo trabajó de tal manera que mediante una serie de preguntas y contraejemplos pudo lograr que la maestra y aquellos que probablemente pensaban igual pero que no lo manifestaron, pudieran caer en conciencia del error y rectificar. El formador manejó pedagógicamente el contenido con sus participantes.

El conocimiento del contenido matemático a enseñar en el contexto escolar

Uno de los conocimientos especializados de formador de profesores es el conocer los diferentes temas o contenidos que se trabajan en el ámbito escolar. Este conocimiento no es solo nominal, es decir, no se trata solamente de identificar la lista de contenidos matemáticos establecidos en los currículos escolares; el formador de profesores debe poseer una comprensión profunda de esos contenidos, de sus componentes, de la estructura y sub-estructura a la cual pertenece y a sus conexiones intra y extra matemáticas.

Consideremos el mismo episodio de la respuesta del niño a la tarea que le asignó la maestra. El formador de profesores debe tener muy claro que cuando nos referimos a una fracción en el contexto escolar hablamos de una cantidad relativa, en la que su naturaleza es diferente a la de un número entero. Debe tener claro que una fracción es la expresión de la relación entre una parte y un todo, donde el todo es considerado como unidad y que la fracción puede ser planteada de diferentes maneras: como una relación parte-todo, como razón, como división de dos cantidades enteras o como un número racional. Igualmente, debe tener claro que la fracción en la escuela está en conexión con otros temas ya trabajados en grados anteriores o en conexión con contenidos de los grados que le siguen. También debe estar claro que las fracciones están relacionadas a experiencias que se viven fuera de la escuela y que por ser conocidas por los niños deben ser tomadas en cuenta, nos referimos por ejemplo a términos y procedimientos como “la mitad de...” o “un cuarto de...” que son utilizados muchas veces en gestiones de compra-venta o actividades de reparto; estas actividades extraescolares pueden variar en cuanto a sus niveles de formalidad, pero son igualmente importantes aunque muchas veces no se les valore desde la institución escolar (Parra-Sandoval y Villa-Ochoa, 2017). Todo este conocimiento y muchos más debe poseerlo el formador de profesores.

Al ser conocedor del tema matemático escolar en profundidad, en el ejemplo citado: la representación gráfica de las fracciones, el formador de profesores está en la capacidad de aprovechar el ejemplo y adentrarse en los componentes esenciales de dicho concepto, conectando la representación de las fracciones con otros conceptos matemáticos, como la equivalencia de fracciones o la expresión decimal de un número fraccionario. Todo esto sin embargo no se haría de manera expositiva magistral, sino que se plantearía a través de la problematización de saberes matemáticos, preguntando, formulando contra ejemplos, de manera que determinadas certezas se cuestionen y permitan generar procesos reflexivos que lleven a los estudiantes para profesor o a los docentes en ejercicio a cuestionar concepciones erróneas o a reafirmar conocimientos verdaderos desde el punto de vista matemático. La problematización posibilitaría la captación de la esencia y fundamentos de los conceptos relacionados con la representación gráfica de las fracciones. Este proceso de problematización estaría enmarcado en las tres categorías relativas al conocimiento del contenido matemático en contextos pedagógicos, en particular a los que hacen mención las categorías *comprensión profunda del contenido fundamental*, *deconstrucción del contenido en sus componentes claves y estructuras* y *conexiones* planteados por Chick y Beswick (2017).

Lo pedagógico visto en el contexto matemático escolar

El conocimiento pedagógico en muchos países no goza de mayor prestigio, probablemente porque se redujo a una serie de indicaciones técnicas, vacías de contenido que no responden a las necesidades de las didácticas específicas, como la didáctica de las matemáticas. Sin embargo, no se trata de descartar el pensamiento pedagógico, lo que se busca es un replanteamiento de lo pedagógico a la luz de las necesidades formativas de los que se están formando para ser profesores.

En el caso que nos concierne se propone que el formador de profesores conozca de aspectos pedagógicos, como por ejemplo: la planificación y la evaluación, pero contextualizados a los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. El formador de profesores deberá conocer de ellos y aplicarlos adecuadamente atendiendo las necesidades e intereses de los que se están formando.

En una actividad con profesores de Matemáticas de Educación Media se les presentó un ejemplo de una evaluación planteada en una institución escolar. El formador quería con ella evaluar el conocimiento colocando como ejemplo una prueba escrita (ver figura 1)

Nombres y apellidos: _____ N° de lista: _____
Fecha: _____ Grado/Sección: _____
Prueba Escrita de Números Racionales!

PARTE I: Verdadero – Falso

Lea detenidamente cada proposición y señale con una (V) en caso de ser verdadero o con una (F) en caso de ser falso, los siguientes enunciados. Para cualquier caso justifique su respuesta. (1 pt c/u)

Es lo mismo escribir $1/4$ que $4/1$. ()

Las fracciones y los números racionales son iguales ()

Existen fracciones negativas ()

El conjunto Q presenta limitados elementos ()

PARTE II: Completación (4 pts.)

De las siguientes proposiciones exprese alguna representación (la representación debe ser distinta para cada caso) y organícelas de mayor a menor

$1/4$:

$5/8$:

$7/16$:

$14/5$:

PARTE III: Desarrollo (5 pts.)

Expresé la definición de a/b como razón.

Realiza una breve reseña el nacimiento histórico de los números racionales

PARTE IV: Resolución de problema (7 pts.)

En la siguiente proposición, lea detenidamente y dé repuesta a la interrogante.

Mi tío tiene una granja que representa una cuarta parte de la de mi abuelo, por lo que decide comprar una granja de al lado que representa catorce novenas partes de la de mi abuelo ¿Cuál de los dos tendrá una mayor extensión del terreno? Justifica

Figura 1. Modelo de prueba

A partir de la presentación del ejemplo de evaluación, el formador de profesores preguntó si el problema planteado podía ser un ejemplo o no de la conexión de las matemáticas con la realidad. Esta pregunta inicial dio lugar a un conjunto de intervenciones que ubicaron a los participantes a favor o en contra. La discusión coincidió con los planteamientos que se han hecho en el campo de la didáctica de las matemáticas sobre este tipo de problemas, es decir, la discusión se separó entre aquellos que consideraban al problema como “real” y aquellos que manifestaban que el hecho de hablar de un terreno no significaba que aquel planteamiento fuese real.

El formador en estas intervenciones mostró dominio de ese tipo de discusión acerca de si un problema es o no real. Había profesores que manifestaban que el problema era “real” porque contenía enunciados que hacían referencia a una mínima información extramatemática (“Mi tío tiene una granja”, “comprar una granja al lado”,...), otros, por el contrario manifestaron que no lo era, sobre todo porque no les parecía real el uso de expresiones como “comprar una granja de al lado que representa catorce novenas partes de la de mi abuelo”. La dirección de este debate llevada por el formador permitió incorporar términos como “problema auténtico”, “problema real”, “problema situado” que, a decir de Beswick (2011) reflejan diferentes grados de distinción de la realidad en la presentación de los problemas matemáticos.

La adecuada intervención del formador en cuanto a mostrar un dominio del conocimiento pedagógico en un contexto matemático, más la conducción que realizó planteando preguntas, ejemplos y contraejemplos que desencadenaran una discusión, son la muestra de que la

problematización es un recurso metodológico adecuado para la formación de profesores de matemáticas.

Reflexiones Finales

En lo expuesto se ha visto que el conocimiento especializado que debe poseer todo formador de profesores consigue en la problematización un modo privilegiado para aplicarlo en sus espacios formativos. La conjugación de ambos permite promover una formación caracterizada por la reflexión sobre la práctica educativa matemática.

Esta complementariedad de la problematización con los conocimientos del formador de profesores de matemáticas, da respuesta a la necesidad que se tiene de implementar procesos formativos que permitan egresar de nuestras instituciones profesores de matemáticas que respondan a las demandas laborales y sociales que se les plantean. Esto se afirma porque es común que muchos recién egresados como profesores se percaten que gran parte de lo que estudiaron en las aulas para ser profesor no responde a las demandas sociales y laborales que se le hacen. Esta sensación de no ver el sentido a muchos de los cursos que vieron en su formación obedece a que estos no se vincularon con la reflexión sobre la práctica educativa.

A través de la problematización de la práctica educativa matemática se contextualizan tanto la matemática como la pedagogía que debe conocer el estudiante para profesor, dándole sentido a los diferentes conocimientos que se imparten en las instituciones de formación de profesores.

Sin embargo queda aún mucho camino por recorrer. En el caso de la problematización como metodología de trabajo para fortalecer los procesos formativos de profesores aún hay muchas aristas desconocidas; por ejemplo, no se conoce con exactitud hasta qué punto la toma de conciencia a partir de la problematización permanece en el tiempo. Tampoco está claro qué tanto las creencias personales del formador como la de los que se forman, afectan el proceso de problematización o no.

En el caso del formador de profesores también hay muchas interrogantes. La parte afectiva, la manera como enfrenta los imprevistos en el aula o la forma como estos conocimientos se articulan con la investigación, son campos aún muy desconocidos

Estos aciertos y estas dudas son las que animan a continuar el estudio del formador de profesores y la problematización. La problematización es un camino aun largo de recorrer y el del formador de profesores, también. Queda continuar con esta empresa que todavía tiene mucho que avanzar si queremos ir mejorando los procesos formativos de los profesores, aspecto clave en la calidad educativa.

Referencias

Baez Melendres, Mayra; Farfán Márquez, Rosa María (2017) Reflexionar sobre la matemática escolar. Una ruta socioepistemológica. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* Vol. 30, pp. 1037-1045.

- Ball, D. L. , Sleep, L., Boerst, T., & Bass, H. (2009). Combining the development of practice and the practice of development in teacher education. *Elementary School Journal*. Vol. 109, pp. 458-476.
- Ball, Deborah Loewenberg; Thames, Mark Hoover and Phelps, Geoffrey (2008) Content Knowledge for Teaching: What Makes It Special? *Journal of Teacher Education*. Vol. 59 (5), pp. 389-407
- Beswick, Kim (2011) Teachers' beliefs about school mathematics and mathematicians' mathematics and their relationship to practice. *Educational Studies in Mathematics*. Vol. 79 (1), pp. 127-147
- Bless Gutierrez, Victor; Diaz Columbié, Yamicela (2010). La problematización de las ciencias escolares como desafío posible: enfoque a una educación científica de calidad desde la concepción científica del aprendizaje basado en problemas. *Cuadernos de Educación y Desarrollo*. Vol. 2 (22). Recuperado de <http://www.eumed.net/rev/ced/index.htm>
- Borjas, Beatriz; Ortiz, Marielsa; Rodríguez, Elvis; Soto, María Cristina (2015) *La formación de educadoras y educadores populares. Una propuesta para la transformación de las prácticas*. Colombia. Federación Internacional de Fe y Alegría
- Cantoral, Ricardo; Montiel, Gisela; Reyes-Gasperini, Daniela (2015). El programa socioepistemológico de investigación en matemática educativa: el caso de Latinoamérica. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*. Vol. 18 (1), pp.5-17. DOI: 10.12802/relime.13.1810
- Carrillo, J.; Climent, N.; Contreras, L.C.; Muñoz-Catalán, M. C. Mathematics Teacher Specialized Knowledge. In: Proceedings of the Eighth Congress of the European Society for Research in Mathematics, 8th, 2013, Antalya. *CERME 8*, Antalya, Turquía: CERME 8, pp. 2985-2994.
- Chapman, O. (2011). The field of research in mathematics teacher education. *Journal of Mathematics Teacher Education*. Vol. 14, pp. 247–249.
- Chick, Helen & Beswick, Kim (2017) *Teaching teachers to teach Boris: a framework for mathematics teacher educator pedagogical content knowledge*. Springer
- Dewey (1920) citado por Fabre, Michael (2006) Qu'est-ce que problématiser ? L'apport de John Dewey en Fabre, Michael et Vellas, Etienne (éditeurs) *Situations de formation et problématisation*. Édition de Boeckx Université. France. ISBN 2-8041-5245-6 pp. 17-30
- Dewey, John (1993). *Logique, la théorie de l'enquête*. France. PUF
- Diaz Marsá, Marcos (2008) ¿Qué quiere decir pensar? Acerca de la noción de problematización en Michel Foucault. *Revista de Filosofía*. Vol 43, pp.51-70
- Fabre, Michael (2005) Qu'est-ce que problématiser ? L'apport de John Dewey en Fabre, Michael et Vellas, Etienne (éditeurs) *Situations de formation et problématisation*. ISBN 2-8041-5245-6 pp. 17-30 France. Édition de Boeckx Université
- Fabre, Michel ; Musquer, Agnès (2009) Les inducteurs de problématisation. Les Sciences de l'éducation - *Pour l'Ère nouvelle*. 42 (3) : 11-129. Recuperado de <https://www.cairn.info/revue-les-sciences-de-l-education-pour-l-ere-nouvelle-2009-3-page-111.htm>

- Foucault, Michel.(1984) Polémica, política y problematizaciones, en Estética, ética y hermenéutica. *Obras Esenciales. III* (353-361). España. Paidós.
- Freire, Paulo (2002). *Concientización: Teoría y práctica de una educación liberadora*. Buenos Aires. Galerna
- Freire, Paulo. (1970). *Pedagogía del oprimido*. México: Siglo XXI
- Godino, J. D.; Giacomone, B.; Font, V. y Pino-Fan, L. (2018). Conocimientos profesionales en el diseño y gestión de una clase sobre semejanza de triángulos. *Análisis con herramientas del modelo CCDM. Avances de Investigación en Educación Matemática*. No. 13, pp. 63 - 83.
- González-Vallejos, María Paz (2018). El estudio del formador latinoamericano: un campo de investigación ‘en construcción’. *magis, Revista Internacional de Investigación en Educación*. Vol. 10 (21), pp. 35-54. DOI: 10.11144/Javeriana.m10-21.eflc
- Ivars, Pere; Fernández, Ceneida; Llinares, Salvador (2016) Cómo estudiantes para maestros miran de manera estructurada la enseñanza de las matemáticas al escribir narrativas. *La matematica e la sua didattica*. Vol. 24 (1-2), pp. 79-96
- Kosik, Karel (1967) *Dialéctica de lo concreto. Estudio sobre los problemas del hombre y del mundo*. México. Editorial Grijalbo
- Llinares, Salvador (2013). El desarrollo de la competencia docente “mirar profesionalmente” la enseñanza- aprendizaje de las matemáticas. *Educación em*. Vol. 50, pp. 117-133 Recuperado de: <http://www.redalyc.org/articulo.oa>
- Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura, UNESCO (2016). *Estrategia regional sobre docentes: Estado del arte y criterios orientadores para la elaboración de políticas de formación y desarrollo profesional de docentes de primera infancia en América Latina y el Caribe*. Santiago de Chile: Oficina Regional de Educación para América Latina y el Caribe de la Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura, OREALC-UNESCO. Disponible en: <http://unesdoc.unesco.org/images/0024/002451/245157s.pdf>
- Parra-Sandoval y Villa-Ochoa, Jhony Alexander (2017) Vinculación de las matemáticas con la realidad. Implicaciones en la conformación del pensamiento profesional del docente. *Paradigma Vol. XXXVIII, N° Extraordinario*, pp. 288-312. Disponible en <http://revistas.upel.edu.ve/index.php/paradigma/issue/view/448>
- Peña-Rincón, Pilar-Alejandra, Hueitra-Santibañez, Yolanda Conocimientos [matemáticos] mapuche desde la perspectiva de los educadores tradicionales de la comuna de El Bosque. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática* [en línea]. 2016, 9(1), 8-25[fecha de Consulta 20 de Abril de 2020]. ISSN: . Disponible en: <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=274044103002>
- Rodríguez Arocho, Wanda (2015) Reflexividad histórica, problematización e indagación dialógica como herramientas para repensar el concepto vygotkiano de zona de desarrollo próximo. *Revista Puertorriqueña de Psicología*. Vol. 26 (1), pp. 10-24

- Rowland, T., Huckstep, P., & Thwaites, A. (2005). Elementary teachers' mathematics subject knowledge: The knowledge quartet and the case of Naomi. *Journal of Mathematics Teacher Education*. Vol. 8, pp. 255–281.
- Sánchez García, Victoria; García Blanco, Mercedes (2004) Formadores de profesores de matemáticas. Una aproximación teórica a su conocimiento profesional. *Revista de Educación*. No. 333, pp. 481-493
- Shön, Donal (1998). *El profesional reflexivo. Cómo piensan los profesionales cuando actúan*. Barcelona: Paidós.
- Zaslavsky, O., & Leikin, R. (2004). Professional development of mathematics teacher educators: Growth through practice. *Journal of Mathematics Teacher Education*. No. 7, pp. 5–32.

La Formación Didáctico-Matemática de Docentes: resultados teóricos

Nancy Montes de Oca Recio

nancymontesde@gmail.com

<https://orcid.org/0000-0002-5651-3927>

Universidad de Camagüey Ignacio Agramonte Loynaz (UCIAL)
Camagüey, Cuba

Recibido: 26/04/2020 Aceptado: 20/05/2020

Resumen

El objetivo del presente artículo es comunicar el proceso y los resultados teóricos de una investigación relacionada con la formación didáctico matemática de docentes, generada a partir de las insuficiencias detectadas en el desempeño de docentes de Matemática en el ejercicio de la profesión. La investigación aborda aspectos relacionados con: la comprensión de los objetos de la Geometría Plana; la gestión didáctica de las demostraciones matemáticas, la promoción de una valoración positiva hacia la Matemática, la producción de problemas, el dominio de conceptos básicos del Álgebra Lineal y la expresión al comunicarse en matemática, desde una perspectiva teórica que integra el enfoque histórico cultural del desarrollo humano y los enfoques ontosemiótico, comunicativo y contextualizado de la enseñanza-aprendizaje de la Matemática. Los resultados responden a la labor realizada por un equipo de trabajo constituido por profesores que imparten docencia en carreras de formación de docentes de Matemática, maestrías y doctorados de la Universidad de Camagüey y la Universidad Autónoma de Santo Domingo.

Palabras clave: Formación Didáctico-Matemática, Educación Matemática, Docentes de Matemática, Gestión Didáctica

A Formação Didático-Matemática de Pedagogos: implicações teóricas

Abstract

O objetivo deste artigo presente é comunicar o processo e os resultados teóricos de uma investigação relacionados com o processo de aprendizagem didático-matemático de pedagogos; este estudo começou a levar em conta as insuficiências descobriu no processo de ensino-aprendizagem de Matemática administrado por professores escolares. Esta investigação chega aspectos relacionados com: a compreensão de objetos de Geometria Planos; a administração didática de demonstrações de Matemáticas, a promoção de uma estimativa positiva para Matemática, a geração de problemas didáticos, o dominando de conceitos básicos de Álgebra Linear e comunicação matemática, de uma perspectiva teórica que integra a aproximação histórica cultural de desenvolvimento humano e o ontosemiotico, comunicativo e contextual focaliza do ensino-aprendizagem de Matemática. Os resultados apresentados são um resultado do trabalho levado a cabo por um time constituiu por professores que ensinam Matemática em pre-serviço, mestres e cursos de doutorado em Universidade de Camagüey e a Universidade Autónoma de Santo Domingo.

Palavras chave: Formação Didático-Matemática, Educação Matemática, Educação de Matemática, Administração didática.

The Didactic and Mathematical Formation of Teachers: theoretic results

Abstract

The objective of this present article is to communicate the process and the theoretical results of an investigation related with the didactic-mathematical learning process of educators; this study began taking into account the inadequacies detected in the teaching-learning process of Mathematics managed by school teachers. This investigation approaches aspects related with: the understanding of Plane Geometry objects; the didactic management of Maths demonstrations, the promotion of a positive valuation towards Mathematics, the generation of didactic problems, the mastering of basic concepts of Lineal Algebra and mathematical communication, from a theoretical perspective that integrates the cultural historical approach of human development and the ontosemiotic, communicative and contextual focuses of the teaching-learning of Mathematics. The results presented is a result of the work carried out by a team constituted by professors that teach Mathematics in pre-service, masters and doctorates courses at Camaguey University and the Autonomous University of Santo Domingo.

Key words: Didactic-Mathematical Formation, Mathematical Education, Education of Mathematics, Didactic Management.

Introducción

En la actualidad los desempeños de los docentes de Matemática son cuestionados en muchos casos, por no responder adecuadamente a las necesidades de aprendizaje de sus estudiantes y a la formación integral en su sentido más amplio.

Lo expresado es avalado por diversas investigaciones (Font y Godino, 2006; Godino, 2009, 2013; Font, 2011) que han corroborado, desde la práctica, las insuficiencias que presentan los docentes de Matemática en la gestión de la clase, en la utilización de métodos y estrategias eficaces, ajustados a las exigencias de una Didáctica de la Matemática centrada en las características específicas del aprendizaje matemático, de sus objetos y métodos particulares; así como de las particularidades de los docentes. Al respecto expresan la necesidad de un tipo de formación que integre lo didáctico y lo disciplinar (matemático).

Ello ha conllevado que en estos últimos años se trabaje tenazmente para que estos trasciendan en su actuación mediante una gestión didáctica novedosa, que propicie un aprendizaje formativo, para proponerse logros en el valor y sentido de lo que se aprende y la forma en que se aprende; que implique poner al estudiante en contacto con la realidad que lo rodea, para que desarrolle habilidades, valores y actitudes mediante tareas y proyectos que lo motiven a la investigación y a la búsqueda de conocimientos de una manera crítica y reflexiva (Montes de Oca y Machado, 2014).

Es reconocido que diversas instituciones ofrecen a los docentes de esta área programas de capacitación académica, pero no siempre a la medida de esas necesidades, ni fundamentadas científicamente a partir de modelos que devalen una lógica integradora de lo matemático y lo didáctico; de ahí que, desafortunadamente, no se lleve a cabo un verdadero mejoramiento de la práctica cotidiana.

Los seminarios, talleres, cursos o diplomados proporcionan de alguna manera una preparación sobre las nuevas tendencias curriculares, metodológicas o pedagógicas que se implantan paulatinamente, tanto en el nivel internacional como nacional; sin embargo, esa preparación sigue siendo, en ocasiones, fragmentada y carente de una perspectiva clara del hecho formativo contextualizado, lo que la hace no siempre relevante y pertinente.

Además, los aspectos a trabajar se quedan, en muchos casos, en lo general y no se observa un proceso formativo sistémico, sistemático y ajustado a las particularidades de la Didáctica de la Matemática en la actualidad.

Desde una perspectiva similar Moura (2011, p, 57) plantea que “...el saber específico de matemática encierra un saber pedagógico...” y puntualiza en la necesidad de una formación didáctico-matemática, la cual no se lleva a cabo espontáneamente, ni solo a través de cursos de didáctica que en la mayoría de los casos no ejercen la influencia necesaria en la actuación de los docentes.

Aunque existe consenso al considerar que la formación didáctico-matemática de los docentes requiere contemplar diversos contenidos didácticos y matemáticos que están estrechamente relacionados entre sí, la selección y organización de los mismos es una problemática aún no resuelta en las Ciencias Pedagógicas por la dificultad epistemológica que posee el discriminar y relacionar los saberes generales con los específicos.

En ese sentido, como parte del proyecto “Perfeccionamiento de la enseñanza de la Matemática” del Programa Nacional “Problemas Actuales del Sistema Educativo Cubano” y con la participación de un grupo de docentes investigadores de la Universidad de Camagüey, Cuba y de la Universidad Autónoma de Santo Domingo de la República Dominicana se desarrolló a partir del año 2014 una investigación para dar respuesta al problema relacionado con las insuficiencias en el desempeño de estudiantes y docentes en el ejercicio de la profesión desde una perspectiva didáctico-matemática.

En atención a esas carencias, el objetivo de la investigación estuvo encaminado a contribuir a mejorar el desempeño de docentes en ejercicio y de los estudiantes de las carreras de Educación Matemática, mediante la implementación de estrategias, entrenamientos y metodologías sustentadas en modelos teóricos novedosos que integren lo didáctico y lo disciplinar (matemático).

En este artículo se presenta el marco de referencia que dio sustento a los referidos modelos, derivado del proceso investigativo, a partir de la sistematización teórica realizada y que articula la perspectiva histórico-cultural del desarrollo humano, con los enfoques ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática (EOS), comunicativo y contextualizado de la enseñanza-aprendizaje de la Matemática.

Para cumplimentar el objetivo y alcanzar los resultados científicos fueron utilizados métodos del nivel teórico y empíricos, tales como: la revisión documental, el análisis del producto de la actividad, la modelación sistémico-estructural, el hipotético-deductivo, el análisis-síntesis, la abstracción-concreción y la inducción-deducción.

Para desarrollar la investigación se siguió una metodología de trabajo que contó con las fases que se detallan a continuación:

Fase 1: Determinación de un marco de referencia para la formación didáctico-matemática de los docentes.

Esta fase estuvo orientada a precisar el marco de referencia y el cuerpo categorial de la investigación desde el contexto específico en que se desarrolla. A continuación, se expone una síntesis de los principales resultados y aportes obtenidos en esta fase de la investigación:

Los fundamentos se expresan; a través de la articulación de diferentes propuestas teóricas sustentadas desde lo más general en el enfoque histórico cultural del desarrollo humano (Vigotsky, 1987) el enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática (Godino, 2009), el enfoque comunicativo (Roméu, 2011; González 2010, Rincón, 2018) y el contextualizado (Camarena, 2009) de la enseñanza-aprendizaje de la Matemática.

De Vigotsky (1987), se asume especialmente lo relacionado con la importancia del medio social en el desarrollo humano, la unidad de lo cognitivo y lo afectivo y la importancia de la actividad mediada, donde en interacción con su contexto sociocultural el sujeto internaliza las funciones psicológicas superiores a través del intercambio de significados y experiencias con

la participación crítica y activa en espacios comunicativos, concibiéndose el aprendizaje de la Matemática desde una perspectiva social, a partir de las interacciones entre los sujetos implicados, donde los objetos y procesos matemáticos se pueden considerar como entes que emergen progresivamente de sistemas de prácticas socialmente compartidas en la clase.

Además, se considera la importancia del lenguaje matemático como una herramienta para la comunicación, el cual se enseña y se utiliza en diferentes contextos, donde los procesos de comprensión y argumentación juegan un papel fundamental. Se priorizan los procesos de análisis y comprensión mediante la realización de situaciones didáctico-matemáticas teniendo en cuenta el contexto donde se producen y una intención comunicativa.

A la vez se tiene en cuenta a la Matemática como herramienta y disciplina formativa, desde la que se considera que la contextualización se expresa en la integración, interacción, relaciones y nexos de los contenidos con los procesos y fenómenos de la vida cotidiana o con los problemas de la actividad profesional expresados en el contenido de las asignaturas de la profesión.

Desde esos presupuestos y desde los estudios de Byas y Blanco (2017) se asumen los elementos que caracterizan la ontología y epistemología de la Matemática, que son fundamentales para la formación didáctico-matemática de los docentes por ser necesarios para gestionar el proceso de enseñanza-aprendizaje y que a continuación se enuncian:

- Carácter no ostensivo de los objetos matemáticos.
- Carácter relativo de la verdad matemática.
- La matemática medio y objeto en sí misma.
- Posee un lenguaje propio.
- Tiene una estructura sistémica y una lógica de desarrollo intrínseca.

Se definen o redefinen conceptos esenciales, que se constituyen en las categorías principales del marco declarado, entre los que se destacan:

Formación didáctico-matemática de los docentes como el "proceso y resultado con un carácter transformador, orientado a mejorar el desempeño de los docentes a través de una gestión didáctica que tenga en cuenta el manejo de situaciones y criterios de idoneidad en correspondencia con las exigencias del contexto y los elementos que caracterizan las tendencias actuales de la Didáctica de la Matemática".

La gestión didáctica como el "proceso de orientación, planeación, organización y ejecución, donde el control y la valoración se conciben transversalmente; se concreta en un contenido y se desarrolla a través del sistema de relaciones e interacciones que se establecen entre

estudiantes, estudiantes y docentes, entre docentes y otras fuentes humanas o tecnológicas, con un carácter dinámico que privilegia la comunicación para alcanzar los objetivos de aprendizaje”.

El contenido matemático en sentido amplio, que incluye, “los objetos matemáticos (conceptos, términos, expresiones, relaciones, propiedades, algoritmos), procesos generales (comprensión, argumentación, generalización, sistematización, gestión) y los propios de la matemática que se articulan o integran con los generales (resolución de problemas matemáticos, modelación matemática, la argumentación matemática, entre otros).”

Las situaciones didáctico-matemáticas como “formas de presentación del contenido y un recurso metodológico que coadyuva a una participación activa, reflexiva, responsable y crítica de los estudiantes y docentes, pues posibilitan prestar atención a los requerimientos que constituyen el núcleo fundamental de cada uno de los campos de acción del docente en el tratamiento didáctico de los objetos y procesos matemáticos, con especial atención a los relacionados con la comunicación que se lleva a cabo en el contexto del aula, el trabajo con los diferentes registros de representación semiótica y la utilización del lenguaje matemático, entre otros.

Como resultado del estudio realizado se declaran como características fundamentales de las *situaciones didáctico-matemáticas*, en el marco de la presente investigación las siguientes:

- Permiten organizar el tratamiento didáctico de los objetos y procesos matemáticos en atención a los diferentes contextos.
- Otorgan prioridad a los procesos cognitivos-comunicativos y socioculturales en los que el lenguaje matemático participa.
- Permiten la articulación entre los diferentes registros de representación de los objetos matemáticos y la transferencia del conocimiento utilizado en un contexto a otro contexto diferente.
- En ellas se concreta la orientación comunicativa y contextualizada de los objetivos, contenidos y métodos.
- Permiten valorar las interacciones de los docentes, los alumnos y de estos con los recursos didácticos.
- Propician la gestión del conocimiento a través de múltiples fuentes y en especial a partir del empleo de las tecnologías de la información y las comunicaciones.
- Se fundamentan los *desempeños idóneos del docente universitario* como expresión de las competencias que deben desarrollar en el escenario actual a partir de la propuesta de Machado y Montes de Oca (2016), entre los que se destacan:

- Gestionar el proceso de enseñanza-aprendizaje utilizando métodos y procedimientos del aprender a aprender y aprender a enseñar promoviendo el aprendizaje colaborativo, cooperativo, significativo y desarrollador.
- Aplicar las herramientas técnicas y tecnológicas de punta en el proceso formativo y la investigación, adoptando una posición abierta para su incorporación en todos los planos de su labor profesional.
- Dirigir su labor hacia la mejora contextual, con compromiso social y retribuyendo con responsabilidad a los beneficios de su formación en el entorno social.

Otro constructo de vital importancia fue el de “*idoneidad didáctica*”, utilizado como un medio o guía para la valoración, ya que posee un dimensionamiento teórico, criterios y una operacionalización que se encuentra argumentada en diversas investigaciones (Godino, 2009; 2013; Godino, Bencomo, Font y Wilhelmi, 2007; Font, 2011). Ella, según sus autores, es *una herramienta que permite establecer criterios valorativos de la gestión didáctica de la actividad matemática de los docentes desde una perspectiva consensual, posibilitando el paso a una didáctica que se orienta sistémicamente hacia la intervención efectiva en el aula desde las dimensiones epistémica, ecológica, cognitiva, afectiva, interaccional y mediacional, insertas en los procesos de estudio de la Matemática.*

En el presente estudio, luego de un proceso de observación, análisis y síntesis se agruparon en dos las dimensiones y se determinaron indicadores a partir de los criterios establecidos por Pino-Fan, Castro, Godino, y Font (2013) y Breda, Font y Pino-Fan (2018) y que a continuación se resumen:

Idoneidad epistémica-ecológica-cognitiva se manifiesta en:

- La utilización de definiciones y procedimientos correctamente enunciados y adaptados al nivel educativo al que se dirigen.
- La adecuación de las explicaciones.
- La adecuada selección y utilización de la secuencia de tareas o situaciones didácticas que potencien la realización de procesos relevantes en la actividad matemática, así como de otros procesos cognitivos y metacognitivos.
- La adecuada selección, implementación y evaluación de los contenidos de acuerdo a las directrices curriculares, así como en la innovación didáctica.
- *Idoneidad afectiva-interaccional-mediacional está asociada a:*
- La conducción y comprensión de situaciones didácticas en el aula.
- La capacidad de relacionarse constructivamente con los estudiantes.

- Interactuar de manera cooperada en condiciones de una marcada diversidad, heterogeneidad.
- Manejar las tecnologías de la información las comunicaciones.
- La resolución de conflictos que inciden en el aprendizaje.
- La toma de decisiones en el contexto educativo y del entorno social, relacionadas con la promoción de metodologías colaborativas y la búsqueda de alternativas para superar las dificultades que surgen durante el desarrollo de las actividades docentes con apertura y flexibilidad.

Específicamente para esta dimensión se determinaron criterios para evaluar el desempeño del profesor al comunicarse en matemática (Sobrado, Sarduy y Montes de Oca, 2016) y que a continuación se enuncian:

- **Precisión:** Atribuir a cada término y símbolo matemático usado, el significado exacto y un sentido determinado. No existe ambigüedad, indeterminación, confusión en cuanto al objeto matemático al que se refiere o la forma de usarlo.
- **Argumentación:** Dar razones para afirmar o refutar la veracidad de un juicio dado, a partir del cumplimiento de los elementos necesarios y suficientes.
- **Jerarquización:** Exponer las ideas importantes ordenadamente.
- **Concreción:** Declarar lo esencial de las ideas.

Teniendo en cuenta las dimensiones y criterios declarados, se realizó, un diagnóstico de la situación actual del desempeño de los docentes en la Universidad Autónoma de Santo Domingo, República Dominicana. Para ello se utilizaron métodos tales como, el análisis del producto de la actividad y la revisión documental (Rincón, 2018; Núñez, 2018; Pérez, 2018; Báez, 2018; Almonte, 2018; Lachapell, 2018).

Los resultados del diagnóstico corroboraron que existen insuficiencias en el desempeño de los docentes, relacionados con la atención a los problemas afectivos matemáticos de los estudiantes, con el tratamiento didáctico de la comprensión de los objetos de la Geometría Plana y de las demostraciones matemáticas; también se encontraron insuficiencias en el dominio de conceptos básicos y producción de problemas del Álgebra Lineal, todo lo cual fundamenta de manera particular y contextualizada las insuficiencias declaradas en la introducción y así dar paso a la siguiente fase de la investigación.

Fase 2: Determinación de los ejes particulares de la formación didáctico-matemática y elaboración de modelos teóricos.

A partir de la caracterización epistemológica y el diagnóstico realizado, se establecieron como ejes particulares de la formación didáctico-matemática los siguientes:

- El tratamiento didáctico del desarrollo de la comprensión de objetos geométricos.
- La gestión didáctica de las demostraciones matemáticas.
- La formación de la competencia docente promoción de la valoración positiva de la matemática.
- La competencia formación de conceptos básicos del Álgebra Lineal.
- La producción de problemas durante el proceso de enseñanza aprendizaje del Álgebra Lineal.
- La formación integrada (matemático-didáctica) del maestro de Educación Primaria.

Cada uno de estos ejes generó una investigación particular que concluyó con la defensa de seis tesis en opción al Grado Científico de Doctor en Ciencias Pedagógicas (Rincón, 2018; Núñez, 2018; Pérez, 2018; Báez, 2018; Almonte, 2018; Lachapell, 2018). De esta manera, las tesis poseen un núcleo conceptual-metodológico integrador; en este caso la *formación didáctico-matemática* de los docentes, el marco de referencia argumentado constituye la base metodológica de las mismas, pero siempre con la flexibilidad necesaria que permitiría que cada investigador pudiera adaptar las principales categorías a las condiciones específicas del contexto donde se realizaría la intervención y los objetivos particulares que se perseguían.

Las mismas, contribuyen, como síntesis, a la elevación del conocimiento y de la praxis en un plano determinado de desarrollo y cuyos resultados teóricos fundamentales se presentan de forma sucinta a continuación:

Modelo didáctico del desarrollo de la comprensión de los objetos de la Geometría Plana (Rincón, 2018), en el mismo se aporta una concepción del desarrollo de la comprensión de los objetos de la Geometría Plana, en la que se devela la lógica didáctica entre los procesos de orientación motivacional-pedagógica de la comprensión de los objetos de la Geometría Plana; el manejo didáctico-situacional de los objetos de la Geometría Plana, y la valoración profesionalizante de la comprensión de los objetos de la geometría plana en el desempeño.

A continuación, se expresan las ideas que se derivan de la modelación realizada para el tratamiento didáctico de la comprensión de los objetos de la Geometría Plana:

- Atender la enseñanza de la comprensión de los objetos de la Geometría Plana centrada en los procesos cognitivos, comunicativos y socioculturales en los que el lenguaje matemático es una herramienta útil para la comunicación, el cual se enseña y se utiliza en diferentes contextos, enfatizándose en su uso en los ambientes propios del estudiante, donde los procesos de significación y representación juegan un papel fundamental.
- Favorecer el proceso de comprensión de los objetos de la Geometría Plana como componente funcional del contenido geométrico, a través de situaciones didáctico-matemáticas que generen conflictos cognitivos y permitan analizar los objetos de la Geometría Plana, significar en ellos lo esencial, establecer relaciones y operar con estos en la medida que se utilizan diferentes registros de representación y se argumenta matemáticamente teniendo en cuenta el contexto donde se utilicen.
- Favorecer la utilización de métodos y estrategias que hagan posible el desarrollo de motivos e intereses con énfasis en aquellos relacionados con la actividad profesional de los futuros egresados y un clima que favorezca las interacciones y la comunicación.
- Propiciar el desarrollo de una cultura valorativa de la comprensión en el desempeño mediante diferentes formas de evaluación, con énfasis en la autovaloración, covaloración utilizando criterios.

En la propuesta, a partir de los criterios valorativos generales para la idoneidad afectiva-interaccional-mediacional, se definen criterios particulares para evaluar el desarrollo de la comprensión de los objetos de la Geometría Plana de los estudiantes de la carrera de educación, Mención Matemática (Rincón, Valenzuela, 2017).

Modelo orientado a la gestión didáctica de las demostraciones matemáticas (Núñez, 2018), en este se aporta una novedosa concepción de la gestión didáctica de las demostraciones matemáticas que tiene en cuenta los factores socioculturales que inciden en el desarrollo de las demostraciones matemáticas y en la que se devela la lógica didáctica entre los procesos de orientación-autoformativa del contenido didáctico-matemático para el tratamiento de las demostraciones matemáticas, proyección didáctico-situacional de la enseñanza-aprendizaje de las demostraciones matemáticas y el de valoración reflexiva- contextualizada del desempeño donde se precisan los criterios para evaluar el desempeño del profesor en la gestión didáctica de las demostraciones matemáticas.

El diseño de *situaciones didáctico-matemáticas*, se concibe como el núcleo de la gestión didáctica de las demostraciones matemáticas, y son expresión de un proceso de reconstrucción de las concepciones y relaciones didáctico-matemáticas en el trabajo con el contenido específico de las asignaturas (Núñez, Montes de Oca 2017).

De esta forma las *situaciones didáctico-matemáticas* constituyen un recurso metodológico importante para la formación didáctico-matemática de los docentes, ya que estas tienen una intencionalidad didáctica en correspondencia con el contenido didáctico-matemático específico; que, en este caso, está relacionado con la enseñanza-aprendizaje de las demostraciones matemáticas y con la práctica reflexiva como elemento consustancial de esta formación.

En el contexto de la investigación, las *situaciones didáctico-matemáticas* que se diseñaron, estuvieron orientadas a sensibilizar sobre el significado de las demostraciones y su importancia, identificar los conocimientos necesarios y recursos didácticos que garantizan la comprensión de las demostraciones matemáticas, construir y reconstruir estrategias didácticas para el trabajo con las demostraciones matemáticas, utilizar preguntas guías que orienten el trabajo con diferentes métodos de demostración, utilizar los asistentes matemáticos para la exploración, formulación de conjeturas y la visualización, y propiciar la contrastación de opiniones a través del diálogo para reflexionar sobre los errores en el proceso de demostración (intercambiar, preguntar, discutir, socializar).

En la propuesta a partir de los criterios valorativos generales para la idoneidad epistémica-ecológica-cognitiva se definen criterios específicos para valorar el desempeño del profesor en la gestión didáctica de las demostraciones matemáticas (Núñez, Montes de Oca, 2016).

Modelo didáctico de producción de problemas durante el proceso de enseñanza aprendizaje del Álgebra Lineal (Pérez, 2018), constituye un sistema estructurado a través de los procesos de cimentación del contenido, de variación de problemas de Álgebra Lineal y de distinción de los problemas en producción. La sinergia entre los componentes del modelo se manifiesta en la significatividad lógica funcional, como nueva cualidad del sistema que expresa la formación del educando en el proceso, donde se considera el aprovechamiento de la potencialidad de los modelos algebraicos para la obtención de problemas significativos en la variación de problemas del Álgebra Lineal, como la solución a la contradicción relativa al conocimiento de la base de contenido; por medio del tratamiento didáctico, de manera progresiva, de la célula generadora del contenido del proceso de enseñanza aprendizaje y de la obtención de problemas (con su oportuna distinción) por los estudiantes.

De la modelación realizada se infiere que es necesario tomar en cuenta la base de contenido propia del estudiante para su realización, y debe estar dirigido a la obtención de problemas significativos para un estudiante que se prepara como futuro maestro de Matemática. Aquí se muestra que se puede aprovechar la funcionalidad de los objetos del Álgebra Lineal, específicamente de los modelos algebraicos, para realizar las transformaciones en los problemas y para caracterizar al problema transformado.

Modelo de formación de la competencia docente promoción de la valoración positiva de la matemática (Báez, 2018), el mismo se estructura a través de tres subsistemas: procesos formativos aprehensivos de la problemática afectiva matemática; actuacional-áulico para la educación afectiva matemática; actuacional-contextual para la educación afectiva matemática y formativo de la afectividad matemática, de cuyas relaciones resulta la idoneidad pedagógica del estudiante para maestro como promotor de valoraciones positivas de la Matemática, como cualidad para identificar e interpretar los problemas afectivos matemáticos de sus estudiantes y propios, así como las características del contexto, para diseñar, implementar y valorar soluciones a estos problemas tanto desde el aula como desde la familia y escuela, para que en ese accionar ir fomentando una visión y una competencia percibida positiva de la matemática.

Como resultado de la investigación se ofrecen las dimensiones esenciales de la competencia docente *promoción de la valoración positiva de la matemática*, que se expresan a continuación:

- *Comprensión de los problemas afectivos matemáticos*: Relacionada con la identificación e interpretación de los problemas asociados al dominio afectivo de la matemática de los alumnos y del contexto familiar y escolar. Implica la formación en los ámbitos del dominio afectivo matemático, su problemática y el diagnóstico de la misma.
- *Actuación didáctica en la dimensión afectiva*: Relacionada con el diseño, implementación y valoración de la solución de los problemas de los alumnos identificados en el dominio afectivo en el espacio áulico. Implica su formación en los ámbitos del dominio afectivo matemático, su problemática y el tratamiento didáctico y psicológico para la solución de este tipo de problemas.
- *Intervención en el contexto para la educación afectiva*: Relacionada con el diseño, implementación y valoración de la solución de los problemas de los alumnos y del contexto familiar y escolar, fuera del espacio áulico. Implica la formación en los ámbitos del dominio afectivo matemático, su problemática y el tratamiento didáctico, psicológico y sociológico para la solución de este tipo de problemas.

- *Alfabetización afectiva matemática*: Relacionada con la conceptualización del dominio afectivo de la matemática y su enseñanza; y la identificación, regulación y utilización que hace el docente de sus propias creencias, actitudes y emociones en este ámbito. Implica la formación en los ámbitos del dominio afectivo matemático, su problemática, la metacognición, la autorreflexión, la autorregulación y la reflexión sobre la práctica.

En la propuesta, a partir de los criterios valorativos generales para la idoneidad afectiva-interaccional-mediacional, se definen criterios específicos para valorar el desempeño del profesor en la promoción de la valoración positiva de la Matemática.

Modelo didáctico de formación de la competencia dominio de conceptos básicos del Álgebra Lineal en la licenciatura en educación mención Matemática (Almonte, 2018), incluye los subsistemas representación cognitiva-actitudinal de conceptos básicos e instrumentación didáctico-técnica del dominio de los conceptos algebraicos, que constituyen respectivamente la representación teórico e instrumental de la formación de la competencia. Modela la aprehensión de los saberes algebraicos al ofrecer herramientas de aprendizaje a los estudiantes que facilitan la asimilación de lo esencial y la aplicación de los conceptos, de forma que se resalta lo afectivo. Se argumenta la elaboración de situaciones de aprendizaje por parte del docente para que los estudiantes construyan tareas específicas relacionadas con su aprendizaje y el vínculo profesional, de manera protagónica y responsable. Se connota que, de las relaciones de coordinación establecidas entre los subsistemas y componentes del modelo, se sistematiza la problematización de los conceptos algebraicos.

En el proceso investigativo se delimitaron como unidades que componen esta competencia, las siguientes:

- *La comprensión del concepto escolar*: Relacionada con la identificación de los conceptos algebraicos del Álgebra Lineal que se estudian en la Educación Media, las características y propiedades que los forman, mediante el empleo de medios de aprendizaje virtuales, el análisis de los objetos algebraicos en sus diferentes representaciones de forma crítica y creativa, la identificación de las características necesarias y suficientes que los definen, a través de herramientas tecnológicas.
- *La generalización del concepto*: Relacionada con la construcción de ejemplos y contra ejemplos, casos límites y especiales, a determinación de relaciones existentes entre objetos algebraicos, la utilización del contenido y extensión del concepto, a comparación crítica de varias definiciones del concepto, e establecimiento de relaciones entre concepto superior y concepto subordinado y la clasificación de los objetos algebraicos estudiados a partir de sus características esenciales, con el uso de las tecnologías de la información y las comunicaciones.

- *Aplicación del concepto*: Relacionada con la elección con rigor y seguridad de las propiedades adecuadas que facilitan la toma de decisiones en la selección de la vía de solución, y con el empleo del concepto en diversas situaciones y la solución de problemas con creatividad y responsabilidad

El modelo toma en consideración las implicaciones de las representaciones semióticas en la realización de actividades matemáticas, su influencia en el mejoramiento del desempeño de los estudiantes en el dominio de los conceptos en su aprendizaje matemático y para su ejercicio profesional. Se tiene en cuenta la mediación de la tecnología para facilitar la dirección del proceso de apropiación de los conceptos (Almonte; García, 2016).

En la propuesta a partir de los criterios valorativos generales para la idoneidad epistémica-ecológica-cognitiva se definen criterios específicos para valorar el desempeño del en el dominio de conceptos básicos del Álgebra Lineal.

Modelo didáctico de la formación matemática didáctica del docente en Educación Primaria (Lachapell, 2018), constituye un sistema que se estructura en tres subsistemas: procesos de formación en los contenidos matemáticos, procesos de formación en los contenidos didácticos de la matemática del nivel primario y procesos de análisis integrador de la práctica matemático-didáctica, de cuya sinergia resulta la interactividad cognitiva matemático didáctica, como nueva cualidad del sistema que posibilita que el docente en formación se ubique en las acciones que debe realizar para lograr la consecución de los objetivos de aprendizaje y apropiarse del contenido matemático y didáctico en unidad dialéctica, mediante la aplicación de un pensamiento y razonamiento matemático junto con un dominio de las operaciones matemáticas simbólicas y formales para desarrollar nuevas estrategias y para enfrentarse a resolver situaciones nuevas.

En el contexto de la investigación las *situaciones didáctico-matemáticas* constituyen la célula del proceso, a través de la cual se va generando la formación. A partir de estas, la integración del contenido matemático y el contenido didáctico se desarrolla desde la interpretación particular y contextual que los futuros docentes hacen de la situación a partir de sus creencias, intuiciones, experiencias, vivencias, saberes, en una estrecha relación con el grupo que posibilita sucesivas reinterpretaciones en dicha integración.

De esa forma las *situaciones didáctico-matemáticas* permiten la elaboración del conocimiento, la planificación de sus recursos funcionales y estratégicos y, analizar a qué obedece la selección estratégica realizada mediante la ejecución de las situaciones que ellos

deben resolver. A su vez, deben permitir la reflexión didáctica sobre el contenido matemático, el estudio de las investigaciones didácticas sobre errores y dificultades de aprendizaje; sobre métodos y recursos de enseñanza y su realización práctica. Así como, la confrontación y validación de las propias creencias y concepciones frente a los resultados producidos por la investigación didáctica.

En la propuesta, a partir de los criterios valorativos generales para la idoneidad didáctica, se definen criterios específicos para valorar la formación matemática didáctica del docente de Educación Primaria.

Reflexiones finales

La novedad de los resultados se expresa en develar la concepción de la formación didáctico-matemática, integrando la perspectiva histórico – cultural del desarrollo humano, con los enfoques ontosemiótico, de los cambios de registros de representación semiótica, comunicativo y contextualizado de la enseñanza-aprendizaje de la Matemática.

De las tesis en opción al grado de Doctor en Ciencias Pedagógicas (Rincón, 2018; Núñez, 2018; Pérez, 2018; Báez, 2018; Almonte, 2018; Lachapell, 2018) resultantes de la investigación, se derivaron estrategias que contribuyeron a mejorar el desempeño de estudiantes y docentes en la gestión didáctica de objetos y procesos matemáticos, en la promoción de una valoración positiva de la Matemática, en la comprensión y resolución de problemas de Geometría Plana y de Álgebra Lineal y en la expresión al comunicarse en Matemática en diversos contextos y escenarios educativos.

Los resultados de la investigación fueron sometidos a la valoración de la Comisión de Ciencias Sociales de la Academia de Ciencias de Cuba, y fue seleccionada Premio Nacional a los resultados de la investigación científica del año 2019.

Por la importancia del tema, es preciso continuar profundizando en los constructos aportados y su necesaria articulación para lograr cada vez más la precisión que requiere su introducción en la práctica dentro de los programas de formación de docentes.

Los resultados responden a la labor realizada por un grupo de investigadores del Proyecto Perfeccionamiento de la enseñanza de la Matemática del Programa Nacional Problemas Actuales del Sistema Educativo Cubano, perspectivas de desarrollo.

Agradecimientos

Gracias a Isabel Yordi González por compartir conmigo el liderazgo de esta investigación, a Olga Lidia Pérez González por la excelente coordinación del proyecto, a Delia Sarduy Nápoles por su incondicional ayuda y a todos los que participaron por haber hecho posible esta publicación.

Referencias

- Almonte, R.M. (2018). *Formación de la competencia dominio de conceptos básicos del álgebra lineal en la Licenciatura en Educación mención Matemática*. Camagüey: (Tesis doctoral). Universidad de Camagüey Ignacio Agramonte Loynaz.
- Almonte, R.M. (2016). Descripción de la competencia dominio de conceptos básicos en estudiantes de educación matemática. *Revista IPLAC*. No 5. www.revista.iplac.rimed.cu
- Almonte, R.M. y García, J. (2016). Panorama de la integración de la tecnología de la información y la comunicación (TIC) en el proceso enseñanza aprendizaje en la República Dominicana. *Revista IPLAC*, No.1.
- Báez, I. (2018). *Formación de la competencia docente promoción de la valoración positiva de la matemática en la formación inicial de maestros del nivel primario*. Camagüey: (Tesis doctoral). Universidad de Camagüey Ignacio Agramonte Loynaz.
- Báez, I., Legañoa, M., y García, J. (2017). Las competencias de los maestros para resolver los problemas afectivos matemáticos de los estudiantes. *Pedagogía Profesional*, 15(2)
- Báez, I., Legañoa, M., y García, J. (2018). Formación inicial de maestros en la competencia promoción de la valoración positiva de la matemática: un estudio de casos. *Transformación*, 14 (2): 262- 271..
- Báez, I. (2016). Nuevo enfoque de la formación inicial pedagógica matemática de maestros de educación primaria. *Revista IPLAC*, No. 5.
- Breda, A., Font, V. y Pino-Fan, L. (2018). Criterios valorativos y normativos en la Didáctica de las Matemáticas: el caso del constructo idoneidad didáctica. *BOLEMA*, 60(1): 255 – 278.
- Byas, R y Blanco, R. (2017). *Didáctica de la Matemática en la formación docente*. Santo Domingo: Editora universitaria.
- Camarena, P. (2009) La Matemática en el contexto de la ciencia. México. *Revista Innovación educativa: Las Matemáticas y la educación*. 9 (46): 15-23.
- Duval, R. (1999). Registros de representación semiótica y funcionamiento cognitivo del pensamiento. *Investigaciones en Matemática Educativa II*, 173-201. México: Grupo Editorial Iberoamérica.
- Duval, R. (2006). Un tema crucial en la educación matemática: La habilidad para cambiar el registro de representación. *La Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española*, 9 (1): 143 – 168.
- Font, V. y Godino, J. (2006). La noción de configuración epistémica como herramienta de análisis de textos matemáticos: su uso en la formación de docentes. Brasil: *Educação Matemática Pesquisa*. 8 (1): 67-98.

- Font, V. (2011). Competencias profesionales en la formación inicial de docentes de matemáticas de secundaria. San Cristóbal de La Laguna: *Revista Iberoamericana de educación matemática. Unión*. (26): 9-25.
- Godino, J., Bencomo, D., Font, V., y Wilhelmi, M. (2007). Análisis y valoración de la idoneidad didáctica de procesos de estudio de las matemáticas. *Paradigma*, 27 (2): 221-252.
- Godino, J. (2009). Categorías de Análisis de los conocimientos del Docente de Matemáticas. España: *Revista Iberoamericana de educación matemática. Unión*, (20): 13-31.
- Godino, J. (2013). Indicadores de idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 8(11): 111-132.
- González, M. (2010). *Estrategia didáctica sustentada en un modelo matemático-comunicativo para favorecer la argumentación en matemática*. Camagüey: (tesis doctoral). Universidad de Camagüey Ignacio Agramonte Loynaz.
- Lachapell, Y.A. (2018). *La formación matemática didáctica del docente en educación primaria de la República Dominicana*. Camagüey: (Tesis doctoral). Universidad de Camagüey Ignacio Agramonte Loynaz. Cuba.
- Lachapell, Y. (2017). La formación didáctico matemática del docente de la República Dominicana. *Transformación*, 13 (3): 364-373.
- Lachapell, Y., Mola, C. y Quintero, G. (2016). Tareas de aprendizaje para la sistematización formativa del conocimiento didáctico matemático en la educación inicial del maestro dominicano. *Revista IPLAC*. No. 3.
- Legañoa, M., Baez, I. y García, J. (2017). Las actitudes hacia la matemática: preparación de los maestros para considerarlas. *Transformación*, 13 (1): 57-66.
- Machado, E. y Montes de Oca, N. (2016). Formación profesional y desempeños idóneos del docente universitario. *Humanidades Médicas*. 16 (1): 1-20
- Montes de Oca, N. y Machado, E. (2014). Formación y desarrollo de competencias en la educación superior cubana. *Humanidades Médicas*. 14 (1): 1-20.
- Moura, M. (2011). Educar con las matemáticas: saber específico y saber pedagógico. *Educación y Pedagogía*. 23(59): 47-57.
- Núñez, G. (2018). *La formación didáctico-matemática de los docentes desde el ejercicio de la profesión orientada a la gestión didáctica de las demostraciones matemáticas*. Camagüey: (Tesis doctoral). Universidad de Camagüey Ignacio Agramonte Loynaz.
- Núñez, G. y Montes de Oca, N. (2016). Criterios para evaluar el desempeño docente en la gestión didáctica de las demostraciones matemáticas. *Revista IPLAC*. No 3.
- Núñez, G. y Montes de Oca, N. (2017). Las demostraciones matemáticas y su gestión didáctica. *Revista IPLAC*. No. 5.
- Pérez, A. (2017). Concepción y diseño de tareas asociadas a las aplicaciones del contenido de Álgebra superior en carreras de Educación Matemática. *Revista IPLAC*. No. 4.

- Pérez, A. (2018). *Producción de problemas de álgebra lineal para futuros maestros de matemática*. Camagüey: (Tesis doctoral). Universidad de Camagüey Ignacio Agramonte Loynaz.
- Pérez, A., Yordi, I. y García, J. (2018). Algebra for the initial training of Mathematics teachers at Autonomia University of Santo Domingo. *Journal Magazine of Education and Social Policy* (JESP). 1: 97- 99.
- Pino-Fan, L. Castro, W. Godino, J. y Font, V. (2013). Idoneidad epistémica del significado de la derivada en el currículo de bachillerato. *Paradigma*. 34 (2): 123-150.
- Rincón, E. (2018). *El desarrollo de la comprensión de los objetos de la geometría plana en los estudiantes de la carrera de educación, mención Matemática*. Camagüey: (Tesis doctoral). Universidad de Camagüey Ignacio Agramonte Loynaz.
- Rincón, E., Montes de Oca, N. y Mola, C. (2017). Estrategia para la comprensión de los objetos de la Geometría Plana en la carrera de Educación mención Matemática. *Didasc@lia: Didáctica y Educación*. VIII (4): 179-189.
- Rincón, E. y Valenzuela Y. (2017). Niveles y criterios de logro para evaluar el desarrollo de la comprensión de los objetos de la Geometría.
- Rincón, E., Montes de Oca, N. y Mola, C. (2018) Estrategia para la comprensión de los objetos geométricos, en la carrera de Educación, mención Matemática. *Didasc@lia: Didáctica y Educación*. VIII (4): 179-197.
- Roméu, A. (2011). *El enfoque cognitivo, comunicativo y sociocultural de la enseñanza de la lengua: periodización y aportes*. Habana: (tesis doctoral) UCP “Enrique José Varona”.
- Sobrado, E., Sarduy, D. y Montes de Oca, N (2016). Evaluación de la expresión del profesor en formación al comunicarse en matemática. *Transformación*. 12 (1). 101-111.
- Sobrado, E., Sarduy, D. y Espíndola, A. (2018). Estrategia didáctica para mejorar la calidad de la comunicación en matemática. *Transformación*. 14 (2): 272-285.
- Valenzuela, Y., Montes de Oca N. y Pérez, O. (2019). Entrenamiento para la formación didáctico-matemática de los docentes del nivel secundario *Didasc@lia: Didáctica y Educación*. X(2). 165-179
- Vigotsky, L. S. (1987). *Historia del desarrollo de las funciones psíquicas superiores*. La Habana: Editorial Científico Técnica.

La Formación de Profesores en Matemática a través de 40 años de la Revista Paradigma

Natalia Sgreccia

sgreccia@fceia.unr.edu.ar

<https://orcid.org/0000-0003-2988-7410>

Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura (FCEIA)

Universidad Nacional de Rosario (UNR)

Rosario, Argentina.

Recibido: 30/04/2020 **Aceptado:** 21/05/2020

Resumen

Se realiza un recorrido por las publicaciones en la Revista a través de todos sus volúmenes y números, con especial atención a las relativas a la formación inicial de profesores en Matemática. A partir de la revisión efectuada, se identifican 12 artículos de interés, de autores iberoamericanos provenientes de seis países. Se reconocen dos principales asuntos centrales de tratamiento, relativos a perspectivas conceptuales relativas a la formación inicial de profesores en Matemática, con propuestas hacia planes institucionales, así como dispositivos específicos de formación inicial de profesores en Matemática, con especial énfasis en las TIC. Se comparte una síntesis del contenido de cada una de las obras ensayándose además relaciones conceptuales, a modo esquemático, entre las mismas. Finalmente, se comenta brevemente la línea de trabajo actual de la autora y su equipo de investigación en Argentina, que se encuentra en correspondencia con el tópico abordado.

Palabras clave: Formación inicial. Profesorado en Matemática. Planes de estudio. Dispositivos de formación.

A Formação de Professores de Matemática através de 40 anos da Revista Paradigma

Resumo

Uma leitura pelas publicações da Revista é realizado em todos os seus volumes e números, com atenção especial às relacionadas à formação inicial de professores de Matemática. A partir da revisão realizada, foram identificados 12 artigos de interesse, por autores ibero-americanos de seis países. São reconhecidas duas questões centrais de tratamento, relativas às perspectivas conceituais relacionadas à formação inicial de professores de Matemática, com propostas de planos institucionais, bem como dispositivos específicos para a formação inicial de professores de Matemática, com ênfase especial nas TIC. Uma síntese do conteúdo de cada uma das obras é compartilhada, e as relações conceituais são esquematicamente testadas entre elas. Por fim, é discutida brevemente a atual linha de trabalho da autora e de sua equipe de pesquisa na Argentina, que corresponde ao tópico abordado.

Palavras-chave: Formação inicial. Professores de Matemática. Planos de estudo. Dispositivos de formação.

The Mathematic Teachers's Education through 40 years of *Revista Paradigma*⁵³

Abstract

A reading of the published papers in the Journal related to pre-service training of teachers of Mathematics is made through all its volumes and numbers, with special attention to those related to the initial training of teachers in Mathematics. From the review carried out, 12 articles of interest were identified, by Ibero-American authors from six countries. Two main central issues of treatment are recognized, relative to conceptual perspectives related to initial teacher training in Mathematics, with proposals for institutional plans, as well as specific devices for initial teacher training in Mathematics, with special emphasis on ICT. A synthesis of the content of each of the works is shared, and conceptual relationships are schematically tested between them. Finally, the current line of work of the author and her research team in Argentina, which is in correspondence with the topic addressed, is briefly shared.

Keywords: Pre-service training. Career of Mathematics. Curriculum. Training's devices.

Presentación

Esta ocasión resulta un gran motivo para celebrar: cuatro décadas de publicación sistemática de la producción académica de calidad de investigaciones educativas en el contexto iberoamericano; particularmente con un espacio sostenido desde 1998 relativo a los trabajos desarrollados en la propia universidad donde radica la Revista (“La investigación en la UPEL”; con una primera aparición en 1982).

Fue una gran alegría haber sido invitada a esta celebración y mi primera tentación fue recorrer retrospectivamente la Revista, del último al primer artículo, como si fuera gradualmente retrocediendo en el tiempo.

Allí encontré un espectro ampliamente valioso de contribuciones y fui focalizando en las que están vinculadas con mi línea de trabajo actual: “la formación inicial de Profesores en Matemática”.

En ese marco, he reconocido a 12 artículos que han tratado el tema en la Revista Paradigma. En lo que sigue procuraré compartir sus contribuciones, luego de haberlos agrupados según mi interpretación de los principales tópicos asumidos en el asunto de interés.

Este aporte constituye mi humilde regalo del 40 cumpleaños de Paradigma para el día 30 de julio del año 2020. Felicitaciones a la Universidad, al Equipo Editorial, a los autores, árbitros, lectores... Sostener estos espacios de encuentro de la comunidad de educadores iberoamericanos es altamente loable. ¡Y que vengan muchos años más!

⁵³ Revista periódica semestral, arbitrada, producida en el Centro de Investigaciones Educativas Paradigma (CIEP) de la UPEL (Maracay, Venezuela).
<http://revistaparadigma.online/ojs/index.php/paradigma/index>

Tópicos emergentes

Los 12 artículos reconocidos relativos a la línea de investigación vinculada con la formación inicial de profesores en Matemática datan del año 1999 al año 2019 y fueron agrupados en dos tópicos, con igual cantidad de artículos cada uno, de acuerdo al principal asunto de tratamiento que asumen. Puntualmente se trata de perspectivas conceptuales relativas a la formación inicial de profesores en Matemática, con propuestas hacia planes institucionales, y de dispositivos específicos de formación inicial de profesores en Matemática, con especial énfasis en las TIC.

Estos dos temas entretienen las principales dimensiones por las que la línea investigativa se ha estado preocupando y ocupando: cómo conceptualizar y encuadrar en marcos teóricos lo relativo a roles, conocimientos, saberes e imaginarios en torno al profesor en Matemática y su formación esperada; de qué modo los planes de formación de las carreras para profesor en Matemática van amalgamando los cambios contextuales con las perspectivas teóricas, y van dando respuesta fundada a las necesidades sociales; en qué sentido acciones específicas del profesor en Matemática como la observación de clases, planificación de clases y vinculación de la disciplina con la realidad son potenciadas desde dispositivos orientados a ello; finalmente, y de manera puntual, de qué manera se integra la formación docente con la incorporación de las TIC para la promoción de actividades de enseñanza-aprendizaje-evaluación de la Matemática que puedan emplearlas sustanciosamente.

Perspectivas conceptuales relativas a la formación inicial de profesores en Matemática, con propuestas hacia planes institucionales

En este agrupamiento se encuentran seis artículos que reflexionan sobre la importancia de visitar el currículo de la formación inicial de profesores en Matemática en función a varios factores, tales como las necesidades contextuales en términos sociales, culturales, tecnológicos, económicos, las reformas educativas en los niveles educativos de desempeño, los avances en investigación educativa especializada así como la propia autoevaluación institucional.

Los aportes provienen de colegas de Brasil, Chile, Colombia, Cuba, España y Venezuela, que desarrollan la línea investigativa en correspondencia con acciones de docencia y gestión en sus espacios de trabajo.

Es así que León Gómez (1999), de Venezuela, recomienda que los cambios que se dan en un cierto nivel educativo, como la educación básica, se correspondan con cambios en las carreras de Profesorado destinados a ese nivel.

En particular en la reforma venezolana de cara al siglo XXI se ideó un curriculum orientado hacia una enseñanza comprensiva, con centro en el estudiante, para propiciar el desarrollo de competencias que atiendan al ser, conocer, hacer y convivir.

Este enfoque propicia la interdisciplinariedad, particularmente desde ejes transversales de contenidos como son lenguaje, valores, desarrollo del pensamiento, trabajo y ambiente, para la formación de ciudadanos integrales, críticos y comprometidos con su entorno.

La autora comparte que, paralelamente, desde la UPEL se ha ejecutado un proceso de revisión curricular que considera a dicha reforma en el nivel básico de educación. La estructura general sigue contemplando cuatro componentes de formación: general, pedagógica, especializada y práctica profesional. En ellos se desarrollan asuntos relativos a los ejes transversales de la educación básica, pero de manera disjunta, con un enfoque solo teórico predominantemente y siguiendo en muchos casos el modelo tradicional de enseñanza.

Además, indica que cada docente desde sus acciones enseña a sus estudiantes una forma de ver la vida, de actuar y de pensar. Este accionar muchas veces tiene más peso sobre ellos que los conocimientos teóricos, científicos y didácticos. Es por ello que recomienda profundizar en la compaginación entre ser-hacer, acción-reflexión, teoría-práctica, trabajando a partir de situaciones específicas que se resuelvan con Matemática desde la transversalidad, desde las instancias de formación docente inicial y continua.

En esta línea González (2000), de Venezuela, comparte los principales retos que visualiza para la formación de profesores en Matemática de cara al siglo XXI. Comienza señalando el fenómeno mundial de la globalización y en ese contexto reconoce como uno de los desafíos primordiales lograr que los ciudadanos desarrollen capacidades robustas para tratar criteriosamente la abundante y dinámica información circulante por múltiples canales. Esto conlleva, a su vez, nuevos requerimientos matemáticos para los ciudadanos.

Se trata de una alfabetización matemática que, más allá de conocimientos y razonamientos básicos, comprende también habilidades para comunicar matemáticamente a otros y emplear convenientemente las TIC para hacer Matemática. En este sentido, se trata de una Matemática que ayuda a las personas a comprender la realidad.

Una forma de lograrlo es ofreciéndoles problemas relevantes, que sean matemáticamente ricos y enriquecedores, abordables desde multiplicidad de disciplinas y vinculados con el entorno. El encargado de fomentarlo es el profesor en Matemática, para lo que está llamado a asumir nuevos roles en una escuela que crea nexos con personas e instituciones, si bien cercanas, externas a la misma (como padres, profesionales, clubes, empresas).

Se espera que el aprender Matemática sea parte de la autodisciplina de aprender para la vida, no solo para la escuela, con base en el trabajo colaborativo hacia metas compartidas así como el aprovechamiento del potencial de las tecnologías para el acceso y uso con sentido de la información. Acorde a ello, el profesor tiene él mismo desarrolladas estas habilidades y se constituye en investigador de su propia práctica. Se trata de un profesor que da oportunidades a sus estudiantes para comunicarse matemáticamente, para producir argumentaciones coherentes con base a información, para profundizar sus conocimientos matemáticos, para vincular la Matemática con otras áreas, entre ellas las humanísticas, así como con el entorno.

Es efecto, entre estas acciones se encuentra la labor esperada del profesor en Matemática que se está formando para desempeñarse laboralmente en el siglo XXI. Los planes de estudio de las carreras de grado quedan convocados a estar a la altura. Aquí radica uno de los retos identificados por el autor y no solo ello, los formadores de formadores también están llamados al cambio. Puntualmente convoca a realizar cambios en la formación inicial de profesores en Matemática a partir de los resultados de la investigación especializada y los llamados a realizar la transposición didáctica de tales resultados son los formadores de formadores.

Dado que la formación inicial de profesores en Matemática se caracteriza como un proceso de cambio conceptual y contextual, propone que los futuros profesores vivencien en primera persona las formas de hacer Matemática que se pretende que ellos luego lleven a cabo, mediante situaciones de enseñanza-aprendizaje-evaluación acordes.

Un estudiante para profesor en Matemática puede repetir correctamente las definiciones que va estudiando durante la carrera, pero apelará a su propia imagen conceptual producto de su experiencia previa al momento de tomar decisiones que, por lo general, está teñida de

obstáculos epistemológicos. De allí la relevancia de las experiencias con la Matemática que adquiriera durante la carrera, ya que sus creencias se irán reforzando a partir de tales experiencias renovadas.

Acerca de las propias prácticas de enseñanza de la Matemática que va llevando a cabo el futuro profesor, estas no resultarán significativas si no se reflexiona sobre las mismas. Es en este sentido, y con base en una publicación previa, que el autor prioriza tareas intelectualmente exigentes en el período de formación. Sugiere, para ello, que las propuestas se sustenten en concepciones actuales de enseñanza-aprendizaje-evaluación de la Matemática y que en el aula de formación se produzcan situaciones análogas a las esperadas que el futuro profesor afronte. Todo ello con el fin de fortalecer el componente principal de los saberes de un profesor en Matemática: su conocimiento didáctico del contenido, constructo teórico propuesto por Lee S. Shulman (1986).

Un profesor en Matemática del tercer milenio prioriza interactuar con sus estudiantes a partir de interrogantes que promueven reflexión más que en el cúmulo de información. Requiere haberse apropiado de una visión histórico-social de la Matemática que le otorga relevancia a los procesos de la disciplina y le permita superar obstáculos epistemológicos. Como se viene insistiendo, lo que vivencie en el aula de formación estará alineado con lo que se espera de él.

También, resulta imperativo que un profesor en Matemática conozca él mismo las razones poderosas para estudiar Matemática y pueda ir asimilando los cambios contextuales en los que se desarrollan sus alumnos.

Por su parte, Pino-Fan y Godino (2015), de Chile y España, reconocen un creciente interés en el ámbito de investigadores en Educación Matemática por conocer más acerca de los conocimientos didácticos y matemáticos esperables en un profesor en Matemática para que enseñe de la manera más idónea posible. Al respecto, conviven distintos modelos teóricos que indican diferentes componentes a considerar como parte del conocimiento de un profesor en Matemática. Los autores consideran que se requieren análisis más detallados de los tipos de conocimiento puestos en juego por un profesor en Matemática, lo que redundará a su vez en fortalecer propuestas de formación inicial así como de evaluación de desempeño docente.

Se detienen en una versión ampliada, en términos de refinamientos y matizaciones, del modelo de conocimientos didáctico-matemáticos del profesor, bajo el enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemáticos. Este modelo contempla tres dimensiones:

matemática (conocimientos común y ampliado del contenido), didáctica (facetas epistémica, cognitiva, afectiva, interaccional, mediacional y ecológica) y meta didáctico-matemática (idoneidad didáctica, normas y metanormas). Estas dimensiones se entretajan en las cuatro fases del proceso metodológico (estudio preliminar, diseño, implementación y evaluación) específicas de diseños instruccionales del tipo ingeniería didáctica.

Los autores indican que particularmente las seis facetas de la dimensión didáctica del conocimiento del profesor en Matemática sirven para comprender así como para promover a desarrollar dicho conocimiento del profesor, en tanto integración cognitiva de los conocimientos científico y práctico. Esto tanto desde las propuestas formativas de las carreras así como para ayudar a los profesores en Matemática a tener un nivel de conciencia explícito sobre los mismos. Señalan como una línea abierta de investigación al análisis de los criterios de idoneidad didáctica a objetos matemáticos concretos.

En particular, Parra-Sandoval y Villa-Ochoa (2017), de Venezuela y Colombia, indagan sobre la posibilidad de incluir una Matemática no institucionalizada en los modelos que describen el pensamiento de los profesores en Matemática, dado que han encontrado algunas limitaciones en los existentes. Se trata de una Matemática que no está presente en la cultura escolar pero sí en la cotidianidad. Se preguntan por la factibilidad de incorporación en el currículo escolar de esa Matemática y sus modos de proceder. También reconocen que en muchos de los intentos de llevar la realidad al aula de Matemática se trató de una realidad falseada o artificial.

A partir de varios ejemplos, observan que en la escuela muchas veces las decisiones matemáticas omiten factores extra-matemáticos que son importantes a tener en cuenta en el contexto real de la situación a resolver. Un primer punto pasa por valorar esos otros factores, consistentes en prácticas sociales no escolarizadas, otorgándoles valor tanto como a la Matemática institucionalizada.

No ven posible adicionarlo como componente disjunto en los modelos existentes, dado que entienden el conocimiento del profesor como una conjunción de saberes, conocimientos, procedimientos y valores que se plasman en su hacer profesional diario. Sugieren prioritariamente discutir qué se entiende por Matemática y su aprendizaje, para desde allí continuar ahondando en el conocimiento profesional del profesor.

En este sentido, Fernández Peró, Hernández Murias, Sobrado Cárdenas y Sampedro Ruiz (2018), de Cuba, ofrecen fundamentos teórico-metodológicos para poner en diálogo a las disciplinas relativas a formación pedagógica general, Didáctica de la Matemática y formación laboral investigativa.

Puntualizan en las potencialidades del enfoque profesional pedagógico como alternativa para dicha integración. Sostienen que la integración entre las ciencias ha conllevado desafíos acordes a una nueva visión de la realidad dado que cambian los perímetros de las disciplinas. Esto también se asocia con la necesidad de experiencias que propicien una comprensión más reflexiva y crítica de la realidad.

De este modo sugieren que se disponga de orientaciones metodológicas para la planificación e implementación que estén dirigidas a los procesos de enseñanza-aprendizaje-evaluación de saberes de manera integrada. Convocan a la investigación educativa a realizar aportes en este sentido.

Particularmente llaman a consolidar el núcleo integrador de formación laboral investigativa que tienen en la carrera, que propende a desarrollar habilidades profesionales que, al ser sistematizadas, brindan herramientas al futuro profesional para interactuar y transformar su objeto de trabajo a un nivel profesional.

Sucintamente se trata de la puesta en juego de conocimientos y habilidades de distintas asignaturas para idear soluciones interdisciplinarias a actividades vinculadas con la práctica laboral mediante la búsqueda, indagación, investigación y descubrimiento, con el uso de TIC.

En efecto, sugieren propiciar acciones orientadas a acercar el aula universitaria y la escuela, comunicarse con el entorno profesional, buscar respuestas científicas a los problemas de actuación profesional, concebir a lo profesional como elemento integrador en la carrera, sistematizar conocimientos y habilidades que se han integrado al dar solución a los problemas profesionales, propiciar la investigación educativa para abordar la realidad, desarrollar interés por la profesión, interrogar los contenidos, fomentar autoevaluaciones para reconocer errores con sus posibles causas didácticas.

Es en este marco que proponen tareas para la comprensión y dominio del nuevo contenido, para la sistematización así como para la aplicación del contenido. Reconocen a la práctica como una fuente importante de conocimiento para una teoría más enriquecida y también recíprocamente a la teoría para enriquecer la práctica, su aplicación y generalización.

Al respecto, Gomes de Oliveira y da Silva (2019), de Brasil, se preguntan cuál es el profesor en Matemática deseable constituido por el discurso de la Educación Matemática Crítica. También cuestionan cómo esta idea se plasma en la propia identidad del curriculum, producido social e históricamente, en tanto operación de poder.

De acuerdo a esta perspectiva, la Matemática se constituye en un medio mediante el cual el profesor ayuda al estudiante a ser un sujeto más consciente, crítico y humano, con capacidad para participar en la democratización de la sociedad, con autonomía intelectual y personal.

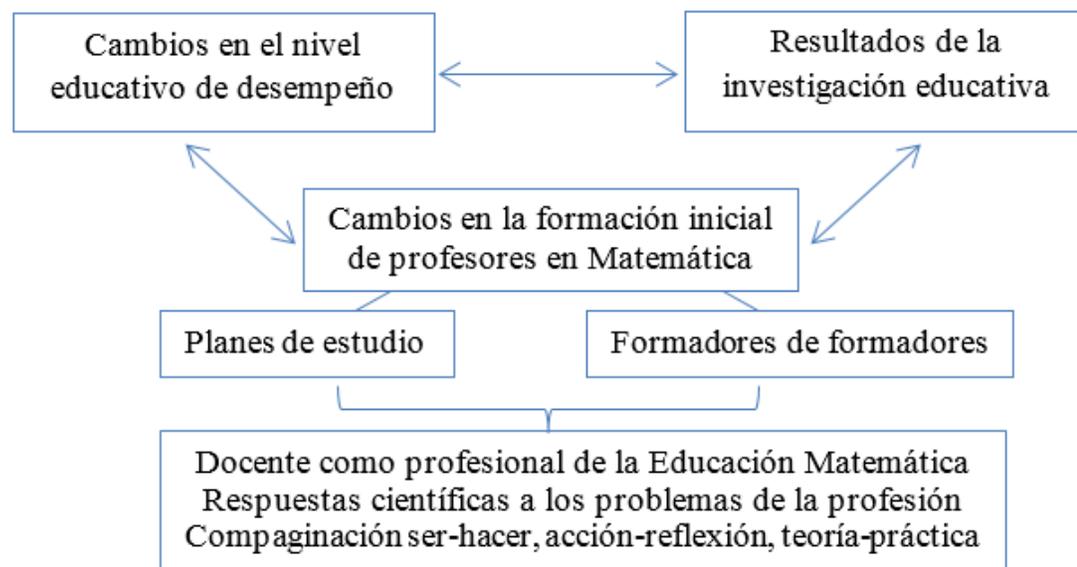
Esto incumbe a un profesor en Matemática que repiensa su práctica docente desde la perspectiva de los estudiantes. En efecto, construye un proceso de comunicación centrado en ellos, los escucha y minimiza relaciones arbitrarias de poder que pudieran inhibirlos.

Resumidamente, cuando un profesor en Matemática se ha ido configurando de acuerdo al discurso del currículo crítico, repiensa los contenidos matemáticos desde una postura de enseñanza crítica, que problematiza cuestiones sociales y políticas involucrando la Matemática.

A continuación se comparten tres esquemas (Fig. 1 a 3) que procuran sintetizar las contribuciones en este primer grupo de artículos.

En la Figura 1 se comparten los apuntes relativos a la necesidad de articulación de cambios en los distintos niveles implicados en las reformas curriculares.

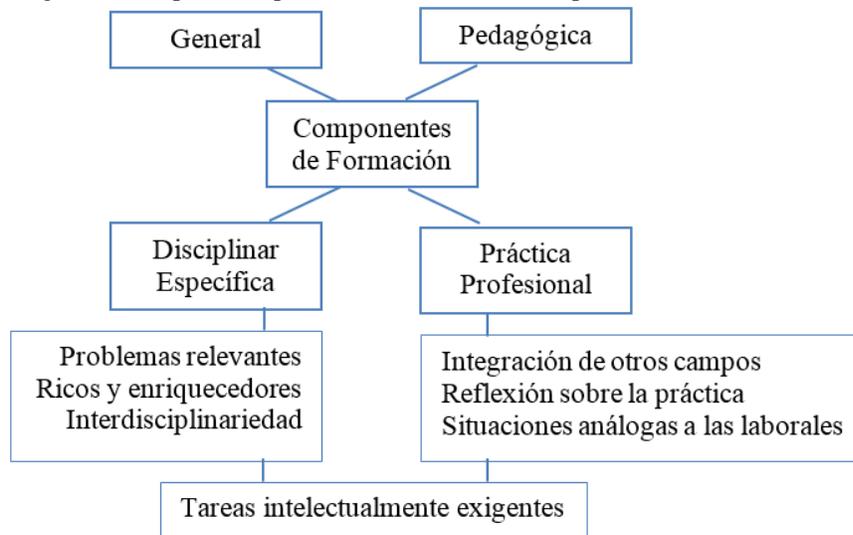
Figura 1. Articulación de cambios entre los diversos estratos implicados en los cambios educativos



Fuente: Elaboración Propia

En la Fig. 2 se repasan los diversos componentes de formación inicial de profesores en Matemática desde los diseños curriculares, resumiendo a su vez algunas características y expectativas.

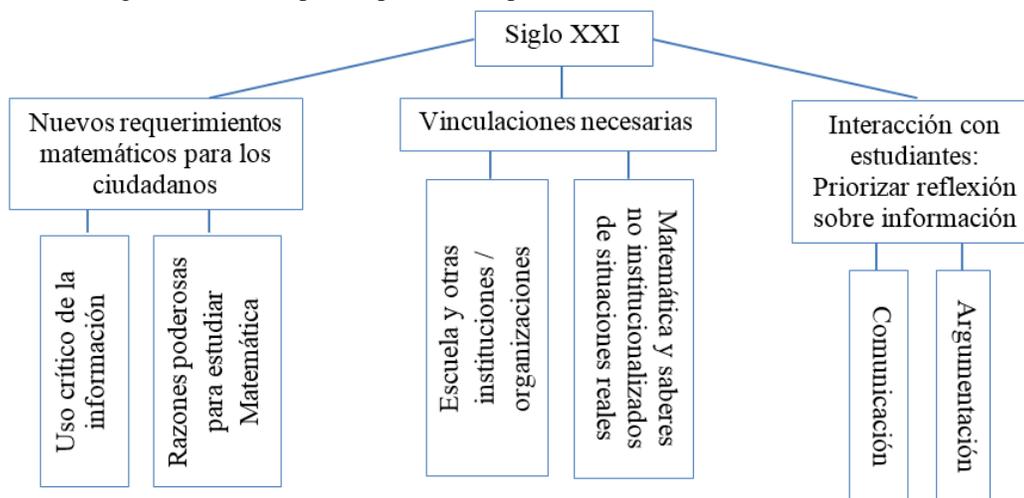
Figura 2. Componentes para la formación inicial de profesores en Matemática



Fuente: Elaboración propia

En la Fig. 3 se procuran amalgamar los principales desafíos en estos tiempos identificados por los colegas que han publicado en Paradigma en relación con perspectivas para conceptualizar la formación inicial de profesores en Matemática.

Figura 3. Desafíos para la práctica del profesor en Matemática en la actualidad



Fuente: Elaboración Propia

Dispositivos específicos de formación inicial de profesores en Matemática, con especial énfasis en las TIC

Las restantes seis publicaciones son de colegas de Brasil, Colombia, España y Venezuela. Tienen en común la puesta en valor de mecanismos que se consideran especialmente poderosos para empoderar a los futuros profesores en tareas de su labor que se consideran esenciales. Entre ellas va cobrando cada vez más presencia la integración de las TIC en los procesos de enseñanza-aprendizaje-evaluación de la Matemática.

Entre estos trabajos se encuentra el de Oliveira Groenwald y Moreno Ruiz (2006), de Brasil y España, quienes trabajan en pos a desarrollar en futuros profesores en Matemática habilidades para utilizar las TIC en su labor futura. Esto tanto en términos comunicacionales como didácticos específicos, empleando para ello mapas conceptuales y plataformas educativas.

Convocan a que en la formación inicial se brinden propuestas para realizar transposiciones didácticas que permitan transformar la Matemática que se estudia en la Universidad a una adecuada a las necesidades de la Enseñanza Básica donde trabajará el futuro profesor. Estas propuestas tendrán como foco reflexionar, evaluar y desarrollar la capacidad de un trabajo didáctico innovador de calidad, con el uso de las TIC atendiendo a la realidad de los estudiantes.

En sintonía con estas ideas, Richit y Maltempi (2009), de Brasil, parten considerando que la apropiación del conocimiento matemático requiere articularse con el uso didáctico de las TIC con el objetivo de favorecer las prácticas docentes de los futuros profesores. Analizan ambientes en los que el profesor en formación precisa motivar la investigación y reflexión en tanto mediador de la interacción que se da entre los estudiantes y las TIC en pos a la producción matemática.

Ven como una actividad favorable para ello el trabajo mediante proyectos y recogen testimonios de futuros profesores en Matemática que experimentaron este tipo de dispositivo. Entre las virtudes que sobresalen se encuentran el fomento de la autonomía, de la autoestima y del interés de los involucrados al poder estudiar temas que les gustan y que asumen con un valor intrínseco.

Apuntan que, mediante esta estrategia didáctica, los estudiantes desarrollan simultáneamente componentes de la formación específica, pedagógica y tecnológica, integrándolos desde la puesta en acción. También señalan que las habilidades de visualización de relaciones, experimentación, verificación de conjeturas y demostración de propiedades se ven altamente favorecidas.

En este sentido, recalcan la importancia de incorporar TIC en la formación de los profesores en Matemática, acompañadas de nociones de uso pedagógico de las tecnologías. Advierten que las comprensiones de los futuros profesores en Matemática acerca del papel de las TIC en la enseñanza están influenciadas por sus vivencias educativas. Se trata de concepciones que, a su vez, son dinámicas dado que se van modificando a medida que se amplían las experiencias al explorar nuevos modos de uso. De allí la relevancia que tiene trabajar con ellas en el período de formación inicial.

Puntualmente identifican seis etapas del proyecto llevado a cabo empleando TIC: elaborar un plan inicial, planificar la construcción de las representaciones, construir las representaciones respectivas, sistematizar las actividades elaboradas, evaluar lo desarrollado y socializar con la comunidad. Concluyen que este tipo de experiencias favorece la formación integral de los futuros profesores en Matemática.

También, Rojas Torres y Parra Sandoval (2009), de Venezuela, presentan elementos a tener en cuenta para la implementación de software educativo atendiendo a la comunicación y construcción del conocimiento didáctico matemático del profesor en Matemática en formación. Se preguntan, entonces, acerca de los tipos de experiencias formativas que estarían propiciando su construcción, de las maneras de integrarlas en las fases de planificación, gestión y evaluación que la tarea docente comprende y de las prioridades a focalizar para fomentar profesionales competentes, prácticos y coherentes.

Básicamente indagan en posibilidades de formación de profesores en Matemática para que aprendan a enseñar atendiendo a los procesos de aprendizaje. Entre los problemas advierten que muchas veces se produce desarticulación entre los distintos espacios de la carrera. Proponen, para mejorar el panorama, establecer canales a través de la didáctica específica.

También visionan en el diálogo en clase una posibilidad didáctica para dinamizar conjeturas y argumentaciones cuando se emplea software educativo, así como para situar al estudiante en diferentes contextos, resoluciones y contenidos. Se manifiestan a favor de aprovechar entre todos en las clases las diversas potencialidades del software y le otorgan importancia al discurso en la configuración del conocimiento didáctico matemático a través de formas de pensamiento que propicien un pensamiento crítico compuesto por razonamientos a favor y en contra de una cierta idea.

Finalmente expresan que una formación articulada en el sentido que se fue desarrollando contribuye a un educador actualizado a la altura de la Educación Matemática contemporánea, pudiendo integrar Didáctica, Matemática y Tecnología a partir de reflexionar en y sobre su práctica para poder ir transformándola.

Es en este sentido que León Gómez, Bara y Azocar (2013), de Venezuela, comentan que un profesor en Matemática requiere, además de conocimiento matemático a nivel superior, habilidades para planificar, gestionar y evaluar el contenido matemático. Pero, por lo general, resultan escasas las oportunidades que se brindan durante la formación inicial para aprender a enseñar Matemática desde la perspectiva de aprender una práctica. Para su análisis, se detienen en las categorías de conocimiento matemático escolar, conocimiento profesional y competencias profesionales del profesor de Matemática.

Con respecto al conocimiento matemático escolar, aclaran que este es un conocimiento proyectivo, en el sentido de que no es para su uso exclusivo, sino para hacerlo llegar a otros a través de la enseñanza. Advierten que muchas veces el profesor en Matemática, incluso con dominio disciplinar, presenta limitaciones en su comprensión cuando es puesto en situación de favorecer aprendizaje en un nivel básico en términos de Matemática escolar. Concluyen que dilucidar los significados de un concepto matemático es tarea fundamental en la planificación de la enseñanza y aprendizaje, constituyéndose en elemento clave de la formación del profesor en Matemática.

Acerca del conocimiento profesional, acuerdan con otros autores en que aglutina distintos tipos de conocimientos propios del profesor que lo ayudan a sostener enseñanzas en pos al aprendizaje de la Matemática y resaltan como esperable el análisis didáctico de un tema matemático dentro de la planificación.

Por su parte, las competencias profesionales del profesor en Matemática involucran posibilidad de realización de tareas tales como asumir proyectos de investigación en Educación Matemática, valorar los antecedentes históricos de la producción científica en Matemática y Educación Matemática, elaborar unidades didácticas específicas, crear nuevos escenarios para la enseñanza de la Matemática potenciados por una multiplicidad de entornos de la mano de las TIC, comunicar ampliamente resultados en clave de investigación en Educación Matemática, dominar con profundidad los saberes matemáticos, resolver problemas mediante estrategias cognitivas y metacognitivas.

Con base en otras investigaciones, consideran herramientas, como los mapas de enseñanza-aprendizaje y el análisis didáctico, para favorecer las planificaciones en términos de procesos no necesariamente lineales en manos de docentes reflexivos.

Específicamente, Carmona-Mesa y Villa-Ochoa (2017), de Colombia, identifican necesidades en la formación docente con respecto al uso de TIC, basándose en una revisión de estudios empíricos, y que puedan aportar a los procesos formativos del profesor en Matemática. Fue así que identificaron seis tipos de necesidades: experiencial, funcional, actitudinal, ética, crítica y pragmática. Además, proponen comprender su génesis y evolución.

Como experiencias significativas para orientar procesos formativos de futuros profesores en el uso de TIC apuntan diseño, planificación y elaboración de lecciones, fortalecimiento de habilidades para manipular tecnologías educativas, implementación de diseños de clase en contextos reales, análisis de registro de prácticas, abordaje de elementos pedagógicos y didácticos para el uso de tecnología y evaluación de los procesos de formación.

En la necesidad funcional advirtieron que, por un lado, los profesores en formación poseen saberes tecnológicos previos pero no necesariamente de uso en el campo educativo. Por otro lado, encuentran que el factor edad también condiciona el desempeño con TIC, con mejores resultados en los más jóvenes. Por ello sugieren que formar en los aspectos técnicos no se restrinja solo al tramo de formación inicial de profesores en Matemática.

En cuanto a la necesidad de formación actitudinal, al indagar y transformar los modos de actuar al usar TIC, resaltan las creencias y confianza del futuro profesor. Identifican creencias de uso diversificadas, potentes y subversivas, que se corresponden con prácticas del tipo integrativas, incrementales, incidentales y hostiles, respectivamente.

Esto conlleva a una necesidad de formación ética profesional, en términos de una relación dialógica. Se presenta la necesidad de formar profesores reflexivos que se autoevalúen con respecto al uso de las TIC en su tarea docente y que sepan nutrirse colectivamente de conocimientos y experiencias a partir del trabajo colaborativo.

De este modo, la necesidad de formación crítica se refiere a poner en valor tanto potencialidades y fortalezas como debilidades en el uso de TIC en el tramo de formación inicial. Se requieren profesionales reflexivos en los contextos situados de desempeño laboral, que analicen con criterio la pertinencia y funcionalidad de las propuestas con TIC.

Esto se condice con una necesidad de formación pragmática, entendida como la proyección de la tarea laboral del ejercicio profesional mediante experiencias reales en instituciones educativas durante la carrera, previo a recibirse.

Luego del recorrido realizado, sugieren incluir propuestas transversales durante la carrera que integren el uso de TIC en los cursos específicos.

Por su parte, Oliveira Groenwald y Llinares (2019), de Brasil y España, ponen en valor el desarrollo en el futuro profesor en Matemática de la competencia observar con sentido, reconociendo que mientras más experiencias hayan vivido y más formados estén, más jugosa harán dicha observación. Entienden a esta competencia como la capacidad de acción del profesor en condiciones específicas, en el marco de una profesión compleja, esto es, en la que el profesional requiere ir renovándose periódicamente.

Particularmente, poder observar con sentido comprende la capacidad de identificar y comprender la situación que se esté observando, como por ejemplo producciones estudiantiles. Abarca las habilidades de identificar los aspectos relevantes de la situación, interpretar las interacciones en el aula dentro del contexto y tomar decisiones de acción. Precisamente implica que el profesor sea capaz de reconocer acontecimientos en el aula que puedan ser relevantes para explicar el aprendizaje de conceptos matemáticos. Esto es, además de conocimientos, requiere tener información adecuada para decidir con sensatez acerca de su enseñanza.

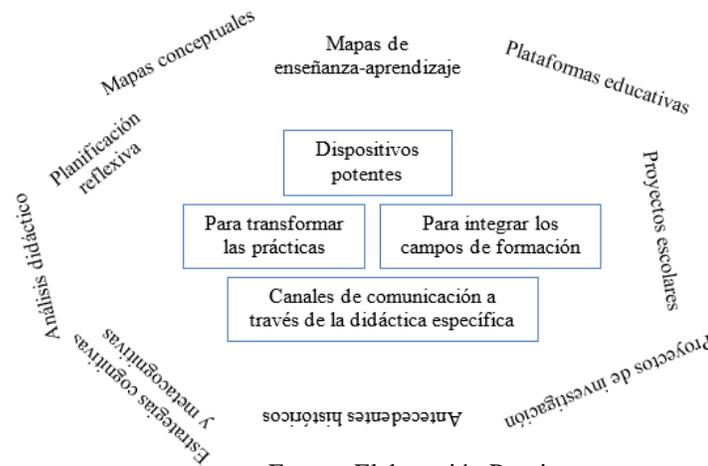
Advierten que esta competencia de observar con sentido se desarrolla gradualmente, provocándose su comienzo en la formación inicial y continuando durante toda la trayectoria profesional docente. En la misma resulta fundamental discernir cuál es la demanda cognitiva de la situación de enseñanza que, con base en otros autores, resumen en cuatro posibles niveles: de reproducción y memorización, de aplicación de información, de establecimiento de relaciones y de comprensión conceptual.

Finalmente indican que para desarrollar la competencia en cuestión sirve mucho analizar los registros de las prácticas, tanto propias como ajenas, durante la formación inicial del profesor en Matemática.

A continuación, mediante las Fig. 4 a 6, se procuran ilustrar esquemáticamente los aportes de las publicaciones consideradas con relación a dispositivos específicos de formación inicial de profesores en Matemática, con especial énfasis en las TIC.

De este modo, en la Fig. 4 se compendian los principales dispositivos indicados como especialmente favorables para una formación de calidad de los profesores en Matemática. En todos ellos se comparten experiencias llevadas a cabo en instituciones iberoamericanas y se reconoce que a través de los mismos se integran los diversos campos de formación de la carrera. No solo sirven en la instancia de formación inicial sino como modelos factibles a ser implementados luego en los niveles educativos de desempeño de los profesores en Matemática.

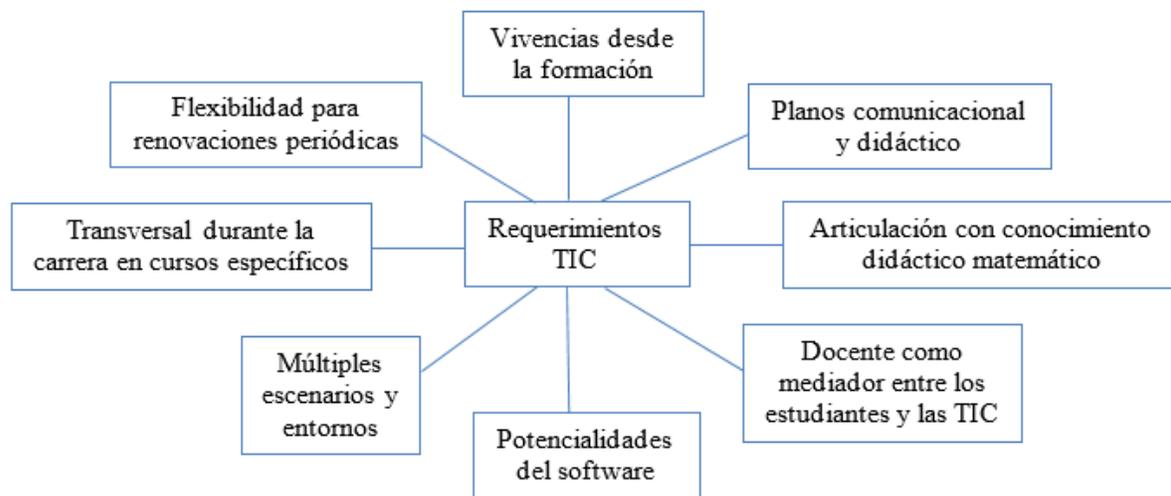
Figura 4. Ejemplos de dispositivos de formación especialmente potentes



Fuente: Elaboración Propia

Específicamente en la Fig. 5 confluyen las condiciones que se han ido señalando para una incorporación consciente de las TIC al trabajo del futuro docente. Se subraya la vivencia en primera persona de experiencias formativas para que se pueda integrar con los conocimientos didáctico y matemático trascendiendo una faceta técnica o descontextualizada.

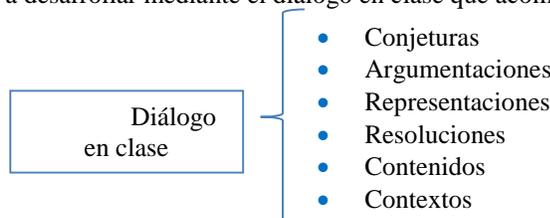
Figura 5. Requerimientos para la apropiación de las TIC en la formación del profesor en Matemática



Fuente: Elaboración Propia

Todo ello debe ir acompañado de un diálogo en la clase (Fig. 6), a modo de interrogatorio didáctico, en el que docentes y estudiantes interactúan entre sí para favorecer el desarrollo de habilidades de pensamiento. Esto es, el dispositivo o recurso que se emplee dependerá del trabajo que los involucrados realicen para aprovecharlo en todo su potencial.

Figura 6. Posibilidades a desarrollar mediante el diálogo en clase que acompaña el uso de dispositivos



Fuente: Elaboración Propia

A modo de cierre

Actualmente me encuentro trabajando junto a un equipo de jóvenes investigadores en el Proyecto de Investigación: “El trayecto de la Práctica Profesional Docente en el Profesorado en Matemática. El caso de la Universidad Nacional de Rosario (Argentina)” así como en Plan de Posdoctoración “El campo de formación en la Práctica Profesional Docente en los Profesorados en Matemática de las Universidades Nacionales”, ambos de la Universidad Nacional de Rosario (Argentina).

Nos hemos abocado a analizar tanto los planes de estudio de las carreras en cuestión de nuestro país, Argentina, como los dispositivos de formación inicial de profesores en Matemática. También, hemos estudiado la configuración del conocimiento matemático para la enseñanza en ramas específicas y fuimos reconociendo, ya desde proyectos anteriores, marcas de docentes memorables en la biografía escolar de los futuros profesores en Matemática.

Nuestros hallazgos, en correlación con los aquí reportados, convocan a interpelar el aula de formación en los distintos planos del curriculum: planes de estudio, programas académicos y dispositivos de formación. Cómo nutrir las prácticas de los formadores de formadores con los resultados de la investigación educativa en Matemática, de qué modo propiciar la vivencia de las innovaciones didácticas en Matemática desde el aula de formación, mediante qué instrumentos articular convenientemente la evaluación en Matemática con los procesos de enseñanza y aprendizaje... son cuestiones que están en nuestra mira. Todo ello, a su vez, propiciando el foco de formación de profesionales que proyecten en sus estudiantes una

ciudadanía plena, de personas críticas que se valgan convenientemente de la Matemática para desempeñarse en contextos altamente tecnologizados y cambiantes.

Por ello considero que sostener e ir mejorando estos espacios colectivos de puesta en valor de los trabajos investigativos de educadores no es una tarea automática. Me refiero a las Revistas así como a los Congresos, Posgrados, Redes, Proyectos... Esta sostenibilidad requiere convicción, colegialidad, decisión, esfuerzo, visión, compromiso... De allí mi especial reconocimiento a esta querida Revista Paradigma. ¡A celebrar!

Referencias

- Carmona-Mesa, J.A. y Villa-Ochoa, J.A. (2017). Necesidades de Formación en Futuros Profesores para el Uso de Tecnologías. Resultados de un Estudio Documental. *Paradigma*, 38(1), 169-185. Recuperado de <http://revistaparadigma.online/ojs/index.php/paradigma/article/view/606/603>.
- Fernández Peró, M., Hernández Murias, G., Sobrado Cárdenas, E. y Sampedro Ruiz, R. (2018). La Tarea Integradora desde un Enfoque Profesional Pedagógico en la Formación de Docentes. *Paradigma*, 39(1), 125-137. Recuperado de <http://revistaparadigma.online/ojs/index.php/paradigma/article/view/646/643>.
- Gomes de Oliveira, J.C. y da Silva, M.A. (2019). El Profesor de Matemática Idealizado por el Discurso de la Educación Matemática Crítica. *Paradigma*, 40(2), 31-51. Recuperado de <http://revistaparadigma.online/ojs/index.php/paradigma/article/view/759/750>.
- González, F. (2000). Los Nuevos Roles del Profesor de Matemática. Retos de la Formación de Docentes para el Siglo XXI. *Paradigma*, 21(1), 139-172. Recuperado de <http://revistaparadigma.online/ojs/index.php/paradigma/article/view/246/244>.
- León Gómez, N.A. (1999). La Formación del Docente de Matemática y la Reforma de la Educación Básica Venezolana. *Paradigma*, 20(2), 73-86. Recuperado de <http://revistaparadigma.online/ojs/index.php/paradigma/article/view/235/233>.
- León Gómez, N., Bara, M. y Azocar, K. (2013). Planificación de la Matemática Escolar como Elemento Clave en la Formación del Docente. *Paradigma*, 34(2), 177-200. Recuperado de <http://revistaparadigma.online/ojs/index.php/paradigma/article/view/524/521>.
- Oliveira Groenwald, C.L. y Llinares, S. (2019). Competencia Docente de Observar con Sentido Situaciones de Enseñanza. *Paradigma*, 40(1e), 29-46. Recuperado de <http://revistaparadigma.online/ojs/index.php/paradigma/article/view/740/736>.
- Oliveira Groenwald, C.L. y Moreno Ruiz, L. (2006). Una Propuesta Metodológica para la Formación de Profesores de Matemáticas, utilizando Nuevas Tecnologías. *Paradigma*, 27(1), 209-223. Recuperado de <http://revistaparadigma.online/ojs/index.php/paradigma/article/view/353/351>.
- Parra-Sandoval, H. y Villa-Ochoa, J.A. (2017). Vinculación de las Matemáticas con la Realidad. Implicaciones en la Conformación del Pensamiento Profesional del Docente. *Paradigma*,

- 38(1), 288-311. Recuperado de <http://revistaparadigma.online/ojs/index.php/paradigma/article/view/611/608>.
- Pino-Fan, L.R. y Godino, J.D. (2015). Perspectiva Ampliada del Conocimiento Didáctico-Matemático del Profesor. *Paradigma*, 36(1), 87-109. Recuperado de <http://revistaparadigma.online/ojs/index.php/paradigma/article/view/552/549>.
- Richit, A. y Maltempi, M.V. (2009). Tecnologías Informáticas, Constructivismo y Enseñanza por Proyectos: Perspectivas de Formación Inicial para Profesores de Matemática. *Paradigma*, 30(1), 183-204. Recuperado de <http://revistaparadigma.online/ojs/index.php/paradigma/article/view/431/428>.
- Rojas Torres, A. C. y Parra Sandoval, H. (2009). La Construcción del Conocimiento Didáctico Matemático al Utilizar Software Educativos. *Paradigma*, 30(1), 169-182. Recuperado de <http://revistaparadigma.online/ojs/index.php/paradigma/article/view/430/427>.
- SHULMAN, L. S. (1986). Those Who Understand: Knowledge Growth in Teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14. Recuperado de: [https://journals.sagepub.com/doi/10.3102/0013189X015002004#articleCitationDownload Container](https://journals.sagepub.com/doi/10.3102/0013189X015002004#articleCitationDownloadContainer) <https://doi.org/10.3102/0013189X015002004>

Una Reflexión sobre el Aprendizaje de la Matemática fuera del Espacio Escolar

Silvia N. Retamal Cisterna¹

silvia.retamal@ulagos.cl

<https://orcid.org/0000-0001-6515-8501>

Luis R. Pino-Fan¹

luis.pino@ulagos.cl

<https://orcid.org/0000-0003-4060-7408>

Sonia Salas-Salinas²

sbsalass.doc@gmail.com

<https://orcid.org/0000-0001-6888-7638>

¹Universidad de Los Lagos (ULagos), Osorno, Chile.

²Corporación Municipal de Quilpué; Quilpué, Chile.

Recibido: 24/03/2020 Aceptado: 30/04/2020

Resumen

Desde hace aproximadamente 25 años, los resultados en matemáticas, según la Agencia de la Calidad de la Educación en Chile, confirman la amplia brecha existente entre los estudiantes más favorecidos socioeconómicamente y los menos favorecidos. Lo anterior nos lleva a reflexionar sobre la visión sociopolítica de la enseñanza de la matemática escolar. Algunas premisas que se analizan al respecto son: la matemática como asignatura de la excelencia; la educación matemática como un dispositivo de poder; el sistema escolar como monopolio de la enseñanza de las matemáticas; restarse en el mundo de la matemática; y la matemática necesaria fuera del espacio escolar. El objetivo de este artículo es reflexionar sobre tales premisas, ubicando el escenario chileno en ellas, para entender los mecanismos por los que se reproducen desigualdades desfavorables para los estudiantes más vulnerables de nuestra sociedad y con ello identificar directrices para contribuir con la justicia social desde el ámbito educativo.

Palabras clave: Espacio Escolar. Prácticas Matemáticas. Matemática Crítica. Segregación. Exclusión. Enfoque Ontosemiótico.

Uma reflexão sobre a aprendizagem de matemática fora do espaço escolar

Resumo

Por aproximadamente 25 anos, os resultados em matemática, de acordo com a Agência para a Qualidade da Educação no Chile, confirmam a grande diferença entre os alunos mais socioeconomicamente favorecidos e os menos favorecidos. Isso nos leva a refletir sobre a visão sociopolítica do ensino de matemática nas escolas. Algumas premissas analisadas a esse respeito são: a matemática como objeto de excelência; educação matemática como dispositivo de poder; o sistema escolar como monopólio do ensino da matemática; subtrair-se no mundo da matemática; e a matemática necessária fora do espaço escolar. O objetivo deste artigo é refletir sobre essas premissas, localizando o cenário chileno nelas, entender os mecanismos pelos quais as desigualdades desfavoráveis são reproduzidas para os alunos mais vulneráveis de nossa

sociedade e, assim, identificar diretrizes para contribuir com a justiça social desde o âmbito educacional.

Palavras-chave: Espaço escolar. Práticas Matemáticas. Matemática Crítica. Segregação. Exclusão. Abordagem ontosemiótica.

A Reflection on the Learning of Mathematics Outside School Space

Abstract

For approximately 25 years, the results in mathematics, according to the Education Quality Agency in Chile, confirm the wide gap between the more and less socioeconomically favored students. This leads us to reflect on the sociopolitical vision of teaching school mathematics. Some premises that are noticed in this regard are mathematics as a subject of excellence; mathematical education as a power device; the school system as a monopoly of the teaching of mathematics; subtract yourself in the world of mathematics; and the necessary mathematics outside the school space. The objective of this article is to reflect on these premises, locating the Chilean scenario in them, to understand the mechanisms by which unfavorable inequalities are reproduced for the most vulnerable students in our society and thereby identify guidelines to contribute to social justice from the educational field.

Keywords: School Space. Mathematical Practice. Critical Mathematics. Segregation. Exclusion. Ontosemiotic Approach.

Introducción

Este trabajo se sitúa en el paradigma de la educación matemática crítica, cuyo campo de análisis se centra en la premisa de que la educación matemática es una práctica política (Skovmose, 1999; Vithal y Skovmose, 1997; Bishop, 2015; Valero y García, 2014; Popkewitz, 2013), y como tal, es posible su estudio en el ámbito educativo desde una perspectiva sociopolítica. Esto requiere una revisión y análisis crítico de los diversos discursos educativos que forman parte de los instrumentos curriculares de la educación matemática, de sus procesos de enseñanza-aprendizaje, así como su función social dentro y fuera de los sistemas educativos.

Nuestro objetivo en este artículo es reflexionar sobre los espacios y entornos no legitimados para el aprendizaje de las matemáticas, y con ello comprender por qué en la institución escolar se monopoliza la enseñanza de las matemáticas a tal grado que su aprendizaje está restringido a un cierto espacio y a un determinado rango etario (edad escolar), descartando cualquier otra posibilidad de aprendizaje matemático. Goñi (2006) plantea que el conocimiento matemático tiene una implicación de naturaleza social y, como tal, se configura como un instrumento sociopolítico que genera desigualdades. Es decir, la visión sociopolítica de la enseñanza de la matemática, permite comprender como las matemáticas, en tanto ‘disciplina

escolar' técnico-instrumental, en términos de Oliva y Gascón (2016) y Oliva (2019), están al servicio de la 'política educativa' para mantener en el tiempo distintas formas de exclusión (Salas, Godino y Oliveras, 2015; Salas, Godino y Quintriqueo, 2016; D'Ambrosio, 1999; Skovsmose, 1999). El estudio social del alcance que genera la enseñanza de las matemáticas en las instituciones escolares puede conducir a explicar más profundamente el origen de esas desigualdades. Salas-Salinas (2018b) evidencia, en su estudio, que la reproducción de la desigualdad y la segregación social se inicia desde el Sistema Educativo, con su política educativa, que apunta a homogeneizar al ciudadano, para responder a las demandas del actual orden mundial.

Para esta reflexión haremos una revisión sucinta de las premisas planteadas en la literatura científica, lo cual nos dará pautas que permitirán la comprensión del escenario actual de la enseñanza de las matemáticas en espacios informales y la supremacía de los espacios formales en nuestro Sistema Educativo. En la última sección, planteamos algunos comentarios finales en términos de expectativas de investigación.

La matemática como asignatura de la excelencia

Los contenidos matemáticos y objetivos de aprendizaje, que componen los currículos de matemáticas en el mundo, se seleccionan con base en los intereses de quienes determinan las directrices en el nivel más general desde la comunidad internacional y nacional. Estas directrices se formulan en torno a lo que Skovsmose y Valero (2012) llaman 'ideas matemáticas poderosas', como la abstracción desde un punto de vista lógico y que podemos apreciar en la idea dominante de que "los currículos matemáticos alrededor del mundo se han estructurado en listas de ideas matemáticas (como objetos matemáticos) poderosas que deben ser aprendidos" (Skovsmose y Valero, 2012, p. 37). El currículo, al ser un constructo social, no está desprovisto de conflictos y tensiones, por tanto, "la selección de los contenidos no constituye un acto únicamente técnico pedagógico, sino que también es un acto político" (Magendzo, 2008, p.113). Es así, que organismos tales como National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) y Organisation for Economic Co-operation and Development' (OCDE), influyen fuertemente en los currículos y las formas de regulación de estos en el mundo (Salas-Salinas, 2018b). Este acto de selección privilegia ciertos contenidos por sobre otros. De esta forma, la educación matemática se

posiciona como la asignatura curricular fundamental dentro de los sistemas educativos en el mundo.

Esta misma importancia que se le asigna a la matemática, como disciplina escolar, es la que, desde una mirada crítica, ha llegado a configurarse como la asignatura de la exclusión. Esto tiene su explicación en gran medida cuando se constata que son los estudiantes de los sectores sociales más privilegiados quienes alcanzan mejores logros en el aprendizaje de las matemáticas; y las instituciones educativas de excelencia, quienes ostentan los mejores rendimientos en matemáticas, lo son con base en la selección y la concentración de los mejores estudiantes (Allende y Valenzuela, 2016). Al referirnos a ‘exclusión’, lo hacemos en el más amplio sentido, es decir, también hablamos de exclusión epistémica, en tanto el currículo monocultural excluye cualquier otro conocimiento que no esté ‘occidentalizado’ (D’Ambrosio, 2000; Salas-Salinas, 2018a). Los bajos rendimientos en matemáticas no sólo reflejan el fracaso de los modelos monoculturales de educación matemática sino, además, reflejan la discriminación social existente en relación a la distribución democrática del conocimiento matemático y el fracaso del Sistema Educativo neoliberal y mercantilista (Salas-Salinas, 2018b). No obstante, el acceso democrático a las ideas matemáticas poderosas “designa la posibilidad de ingresar a un tipo de educación matemática que favorezca la consolidación de las relaciones sociales democráticas” (Skovsmose y Valero, 2012, p.48). La propuesta curricular para Matemáticas en nuestro país, introduce las categorías que promueve el Programme for International Student Assessment (PISA) en cuanto a objetivos y prácticas (Unidad de Currículum y Evaluación, 2011). El informe PISA indica que aquellos estudiantes que no alcanzan las competencias mínimas matemáticas no están preparados para participar plenamente en la sociedad moderna. En el caso de los estudiantes chilenos el 72% está en esta situación y pertenecen al grupo socioeconómico más bajo de la población (Agencia de la calidad de la educación, 2015). Esto augura una escasa participación de estas generaciones en la sociedad moderna y peor aún, la mitad de los estudiantes chilenos no tiene posibilidades de un futuro mejor.

Lo descrito anteriormente se contrasta con el discurso aparentemente inclusivo que promueve nuestro Sistema Educativo, que insta a una educación matemática para todos (Valero y García, 2014). El proceso de enseñanza y de aprendizaje de la matemática, tal como se plantea en el currículo, está lejos de ser neutral. En tanto, el discurso internacional en educación

matemática, que se replica en la educación nacional, funciona sobre la base de valoraciones cognitivas, económicas y culturales de los estudiantes, atribuyendo marcadas diferencias entre aquellos que tienen éxito en matemáticas y aquellos que fracasan (Valero, Andrade-Molina y Montero, 2015). Para Santos (2014),

El conocimiento científico no es socialmente distribuido de un modo equitativo; no podría serlo; fue diseñado originalmente para convertir este lado de la línea en un sujeto de conocimiento, y el otro lado en un objeto de conocimiento. Las intervenciones del mundo real que favorece, tienden a ser aquellas que abastecen a los grupos sociales que tienen mayor acceso al conocimiento científico. (Santos, 2014; p. 55)

En un escenario donde los resultados de las pruebas estandarizadas representan el argumento más poderoso para las decisiones en materia educativa, cobra sentido lo planteado por Foucault (2008, p. 215), al señalar que “el examen constituye un dispositivo normalizador que establece sobre los individuos una visibilidad a través de la cual se los diferencia y se los sanciona”. La exclusión se explicaría, entonces, como “una condición de las relaciones de poder desplegadas en la institución de la escuela moderna y de las matemáticas escolares y no precisamente como la consecuencia de las desventajas individuales y culturales de los estudiantes” (Valero y García, 2014, p. 510).

La enseñanza de la matemática como dispositivo de poder

La enseñanza de las matemáticas, ha sido objeto de análisis dentro de una vertiente más crítica, al plantear las prácticas escolares como dispositivos de poder que elaboran realidades sobre los estudiantes, producto de políticas educativas cuyas orientaciones neoliberales intervienen en el sistema escolar y condicionan los procesos de enseñanza y aprendizaje. Esta mirada crítica implica poner atención en los discursos oficiales que ilustran las matemáticas como la asignatura escolar capaz de suministrar al estudiante una serie de competencias que le asegurarán una participación fructífera en la sociedad. Valero y García (2014) señalan que:

el currículo de matemáticas encarna y pone a disposición de todos quienes lo operan las formas cosmopolitas de razonamiento, que se basan en la creencia de que la razón humana, basada en la ciencia, tiene una capacidad universal emancipadora para controlar y cambiar al mundo y a la sociedad. (Valero y García, 2014, p. 504)

En esta idea, se construye una confianza en que la formación para el progreso, basado en los valores objetivos de la ciencia, convierten al niño en un ser racional preparado para enfrentarse exitosamente a la vida moderna. La norma para este tipo de estudiantes es que, la adquisición de los contenidos mínimos en matemáticas lo legitima como un alumno de buen rendimiento y, por tanto, le asegura alcanzar el éxito en la sociedad moderna. Quien no logra esos contenidos mínimos, queda fuera de la norma esperada y es catalogado como deficitario (Inostroza, 2016).

Esto genera un ambiente propicio para que se vayan construyendo “verdades” sobre los atributos que le son propios a un estudiante de buen rendimiento en matemáticas, tales como: una habilidad matemática de naturaleza innata, que sólo algunos tienen el privilegio de poseer; una racionalidad propia del sujeto cartesiano que posee un nivel de inteligencia lógico-matemática más elevada que sus pares; la importancia de la autorregulación de la conducta, tales como el orden y la rapidez en el cálculo, cumpliendo así con los criterios de eficacia en los que se basa el currículo nacional; y por último, la pertenencia a una familia bien constituida, por cuanto una familia disfuncional sería una limitante para lograr el anhelado rendimiento en matemática (Inostroza, 2016). Este último punto es relevante, en la medida que se vincula con los factores que inciden en los malos resultados de la prueba PISA. Directores de establecimientos educacionales señalan componentes del entorno privado y el comportamiento de los estudiantes, tales como la inasistencia, la falta de respeto, uso de drogas y violencia, como limitantes para el buen rendimiento en matemáticas (Unidad de Currículum y Evaluación, 2011). Podría considerarse que la forma en que se aborda, se evalúa y se utiliza la matemática escolar, produce los mismos efectos del ejercicio del poder disciplinario cuya función principal es “enderezar conductas” (Foucault, 2008), y fabricar individuos con un conocimiento funcional a un solo tipo de sociedad.

En este caso, la diversidad sociocultural de los estudiantes representa un obstáculo para el sistema, que impide conectar la riqueza de sus experiencias con el conocimiento matemático y, por tanto, que se incorporen al aula de matemáticas. Es decir, un obstáculo en términos de Skovsmose (2012), que plantea que la noción clásica de obstáculo podría ser un disfraz de exclusión. Entonces, se hace ineludible una discusión del valor de esas experiencias fuera de aula y la conexión con los saberes matemáticos, para que logren legitimidad dentro del plano escolar (Goñi, 2006). Otra mirada para la transformación del conocimiento matemático

institucionalizado es ponerlo a disposición de la comunidad para cuestionar las estructuras de poder instaladas en la sociedad, como una forma de resistencia frente a las desigualdades y a las injusticias sociales, no tan sólo para adquirir las competencias básicas requeridas para el mercado laboral (Valero, Andrade-Molina y Montero, 2015). Es decir, tenemos que ver a nuestros estudiantes no sólo desde el punto de vista cognitivo, sino también desde el punto de vista sociocultural, territorial e histórico, es decir como un sujeto ‘político’ (Valero, 2002). Para la matemática crítica el énfasis está en seguir comprendiendo por qué las prácticas de la educación matemática representan mecanismos de poder dentro de la sociedad y con ello deconstruir los conceptos mesiánicos sobre el poder salvador que tienen para el empoderamiento del individuo (Di Franco, Ferreyra y Di Franco, 2016).

El sistema escolar como monopolio de la enseñanza de las matemáticas

Matemáticas es una de las asignaturas del currículo oficial que más horas lectivas destina a la enseñanza obligatoria. Su presencia en el currículo no sólo ha permanecido incuestionable, sino que además ha ido en aumento en los últimos años. No sucede lo mismo con otras asignaturas que lidian permanentemente con la amenaza de desaparecer o de disminuir su presencia en el currículo, como Educación cívica, Filosofía, Ciencias Naturales, entre otras. Tal y como señala Morin (2005 en Rivas, 2008), las prácticas pedagógicas propuestas en el currículo de matemáticas no han contribuido a que se promuevan otras formas de racionalidad (por ejemplo, a través de la Didáctica de la Matemática), tal como se hace en literatura, arte o poesía, aunque éstas últimas no siempre son fomentadas ni privilegiadas en el currículo. Sin embargo, fuera del espacio escolar, literatura, arte o poesía, resultan ser áreas que sí se familiarizan y tienen una cercanía con la población, ya sea a través de libros, charlas, coloquios y otras expresiones culturales o de otra índole. Son áreas que no poseen una animadversión a la hora de difundirlas, de explorarlas o adecuarlas a otros espacios, independiente de la complejidad con la que se aborden.

De lo anterior, es natural preguntarnos ¿qué hace que el aprendizaje de las matemáticas esté confinado solo al espacio escolar?, ¿existen otros espacios no escolares para aprender matemáticas?, ¿por qué existe poco interés en el aprendizaje de las matemáticas fuera del espacio escolar? La primera interrogante nos lleva a plantearnos otra, que tiene relación con lo que se enseña y se aprende en la matemática escolar, ¿tendría sentido aprender matemáticas

fuera de las normas que asigna la institución escolar para esa área del conocimiento? La gran parte de lo que sabemos, lo aprendemos fuera de la escuela y sin la interferencia de un profesor (Illich, 2012). Mucho del conocimiento matemático que hemos adquirido, lo aplicamos a la vida cotidiana sin ser conscientes de la matemática que estamos empleando. Desde luego, no ser consciente de la matemática que utilizamos para resolver problemas, no sería un inconveniente para seguir aplicándolas. El punto está en otra cuestión: ¿cuándo soy consciente de que mi conocimiento tiene un límite y necesito resarcirme de más conocimiento? O bien, ¿dónde recurro si quisiera aprender matemáticas por el sólo placer de seguir aprendiendo del mundo? Es ahí donde el aprendizaje de la matemática no está al alcance de cualquiera. Tal y como afirma Illich (2012, p. 63) “la escuela prepara para la alienante institucionalización de la vida al enseñar las necesidades de ser enseñado”. Dicho de otro modo, se pierde la motivación para aprender con independencia y determinar lo que queremos aprender, a menos que esté predeterminada por otra institución.

Si la matemática escolar prepara al estudiante para la vida, ¿qué me estoy perdiendo cuando no aprendo matemáticas en la escuela? La tecnología de la escuela, en asignaturas escolares, disemina la vida en parcelas de conocimiento que se enseñan de manera aislada unas de otras, ya sea por razones prácticas o políticas. Para Morris (1998), esto representa una distorsión del verdadero conocimiento, ya que el conocimiento es un todo y las matemáticas son una parte del todo. Siguiendo con este autor, “Cada materia representa una aproximación al conocimiento, y cualquier mezcla o superposición que sean conveniente y pedagógicamente útil es deseable y debe ser bienvenida” (Ibíd., p. 166).

De esta forma, modelaríamos y enseñaríamos más allá de las propias matemáticas, las relaciones de las matemáticas con otros intereses humanos; en otras palabras, un plan de matemática culturalmente amplio que buscaría su íntima unión con las principales corrientes del pensamiento y de nuestra herencia cultural. (Morris, 1998, p. 167)

Paradójicamente la experiencia de la matemática fuera del espacio escolar, sigue poniendo el foco en la institución escolar, es decir, considera espacios de formación fuera de la escuela, pero con personas que están siendo escolarizadas. Los cursos de matemáticas ofrecidos se enfocan a profesores y a personas que necesiten perfeccionar la formación para rendir en algún sistema académico. Es decir, continúa en el campo más formal de la enseñanza. La mayoría de la bibliografía para el aprendizaje de las matemáticas está enfocada a los estudiantes

escolares, a la formación y preparación docente. La oferta de cursos, apuntan al aprendizaje individual más que al aprendizaje dialógico, lo que constituye un complemento o un refuerzo a la enseñanza formal, esto es, apuntan directamente a lo esperado por el sistema educativo.

Restarse en el mundo de la matemática

Al ser la escuela, la institución por excelencia encargada de la formación matemática desde la más temprana infancia, donde los niños y jóvenes pasan la mayor parte de su tiempo, se podría aseverar que, al terminar la enseñanza formal, los estudiantes han adquirido una serie de habilidades matemáticas, de razonamiento y de resolución de problemas, acorde a las exigidas en las pruebas estandarizadas. Por tanto, los resultados de estas pruebas deberían demostrar que con tanto énfasis puesto en la educación matemática, se han adquirido las competencias mínimas y una eficaz movilidad de esos aprendizajes. Pero eso no es así, los resultados en las pruebas estandarizadas demuestran lo contrario. Esto, entre otros factores, ha naturalizado la idea de que las matemáticas son una disciplina de ‘genios’. El matemático Alfred Pringsheim señala que “la experiencia, sin embargo, enseña que, para la mayoría de la gente culta, e incluso de los científicos, las matemáticas siguen siendo la ciencia de lo incomprensible” (Pringsheim, citado en Morris 1998, p. 21).

Morris (1998) expone una mirada muy particular al aseverar que “las matemáticas no atraen, y puede que no deban atraer, al 98 por 100 de los estudiantes. Son un estudio esotérico, de atractivo exclusivamente intelectual y carente del atractivo emocional que poseen, por ejemplo, la música y la pintura” (p. 171). Visto así, los estudiantes no obtienen las compensaciones emocionales que puede tener un matemático creador, no provoca grandes satisfacciones en los estudiantes, por lo menos, no las suficientes para tenerlos altamente motivados. El grado de abstracción que requiere la comprensión de la matemática, puede que haya contribuido a naturalizarla como un espacio reservado, solo para algunas personas. Como señala Paulo Freire en una entrevista con Urbiratán D’Ambrosio “es un asunto de dioses” (Freire, 2004). La matemática despierta el miedo a no entenderla, al estar ligada fuertemente a una tradición de progreso intelectual.

Paulo Freire (Freire, 2004) plantea que los brasileños pagan muy caro no saber matemáticas. Todas las personas tienen derecho a descifrar, entender y crear el mundo, pero un conocimiento negado o no comprendido es una manera de no estar presente en todos los aspectos

de la vida, es una forma de no estar en el mundo. Para muchos, las matemáticas funcionan como un dispositivo para saberse ignorante ante un conocimiento que no se puede adquirir en cualquier parte y que siempre es tarde para aprenderlo. No conocer el lenguaje matemático significaría no participar del “mundo de la matemática”. La puesta en escena de las prácticas pedagógicas matemáticas, impone la idea de que sólo es posible enseñarla desde la formalización de la ciencia (Rivas, 2008).

Paulo Freire señala de este modo, que dentro de él se esconde un matemático que no tuvo la oportunidad de despertar, “moriré sin haber despertado a ese buen matemático que probablemente pude haber sido. De una cosa estoy seguro: si ese matemático dormido en mí hubiese despertado, habría sido un buen profesor de matemáticas” (Freire, 2004, p. 2). La matemática se volvió tremendamente refinada y las personas, al tener un mínimo de competencias en la materia, se limitan en la acción y en la solución de innumerables cuestiones. Al naturalizar y al posibilitar la matemática se construye ciudadanía y se combate el elitismo que tienen los estudios matemáticos.

La matemática es una de las disciplinas que ostenta, históricamente, de ser ‘magnífica’; no obstante, compartimos la idea de Oliveras (2006) que define a las ‘matemáticas’ como una ciencia, un producto social y cultural, un modo personal de pensar. Entonces, es en este punto en el que nos situamos en la ‘Etnomatemática’, como bien lo define Ubiratán D’Ambrosio (2002), no sólo refiriéndose a las matemáticas indígenas, sino más bien a cualquier forma de pensar las matemáticas. Este autor, conocido como el padre de la etnomatemática, plantea que éstas son: Etno, como contextos socioculturales, simbologías, prácticas; Matema, como conocimiento, explicación, comprensión; y tica (etimología: techne), como técnica, arte. Es decir, las matemáticas sin cultura, sería una herramienta o un apéndice, inútil (D’Ambrosio, 1999).

Las matemáticas necesarias fuera del espacio escolar

Para (Morris, 2009), la forma más notable y suprema del poder de la mente para enfrentar y resolver problemas son las matemáticas, y por eso vale la pena estudiarla. Diversos tipos de problemas, prácticos, científicos, filosóficos, artísticos, han profundizado en la exploración y en la valoración de las matemáticas. Pero hay un motivo supremo y que tiene relación con la búsqueda de la belleza, esto significa para Morris que las matemáticas “ofrecen los mismos

placeres que cualquiera de las ramas artísticas” (Morris, 2009, p.78). Las motivaciones para conocer, estudiar y vivir las matemáticas pueden ser muchas, entender cómo las personas participan del mundo de las matemáticas, cómo las viven, no sólo en función de las matemáticas que necesitan, sino de qué manera están presentes en la vida de las personas. El conocimiento matemático también puede significar un instrumento de participación, resistencia y transformación social (Valero, Andrade-Molina y Montero, 2015). Al respecto, el pedagogo Paulo Freire comprobó que la alfabetización de un adulto se puede llevar a cabo si las primeras palabras que descifra están cargadas de significado político. Desde las prácticas del profesorado se construyen propuestas para la enseñanza de las matemáticas que han resultado verdaderos escenarios educativos y potentes ambientes de aprendizaje, destacando el conflicto y las necesidades sociales que colaboran con la construcción de conceptos matemáticos, fortaleciendo las conexiones entre matemática, educación e igualdad (Di Franco, Ferreyra y Di Franco, 2016). Una de las preocupaciones de la Educación Matemática Crítica es insistir en generar acciones tendientes a que la alfabetización matemática puede vincularse con los principios de democracia, equidad, justicia social y exclusión, como parte de las prácticas sociales de la educación matemática. Por tanto, entender la educación matemática como parte de procesos sociales, políticos y culturales, debe ser un desafío de quienes se vinculan con el mundo educativo (Valero, Andrade-Molina y Montero, 2015). Ante lo expuesto, cabe preguntarse con qué herramientas cuenta la sociedad para matematizar a la población no escolarizada.

Una de las ideas que guía esta reflexión es analizar la posibilidad del aprendizaje de las matemáticas fuera del espacio escolar. En efecto surge la siguiente interrogante: ¿existe una necesidad de aprender matemáticas fuera del espacio escolar ya sea a través de métodos no tradicionales, como tertulias, talleres, círculos matemáticos (Kennedy y Smolinsky, 2016), aulas comunitarias y/o aprendizaje dialógico? Sí fuera así: a) ¿quién podría enseñar o dinamizar esos procesos?; b) ¿Cuál podría ser el objeto, método y naturaleza de las matemáticas en el espacio no formal?; y c) ¿Cuál sería la mejor forma de aprender las matemáticas fuera del aula? Estos planteamientos dan cuenta de la necesidad de seguir profundizando y discutiendo sobre la importancia del saber matemático para estar presente en el mundo. Entonces, un desafío al respecto es entender la alfabetización de las matemáticas fuera del espacio escolar y, con ello, profundizar acerca de la enseñanza ‘informal’ de las matemáticas y su utilización en entornos no escolarizados. Además de definir los tipos de espacios no institucionalizados donde se

movilizan las matemáticas y el enfoque que los mismos sujetos le dan a las matemáticas que utilizan, para entender y profundizar en el conocimiento de su entorno inmediato. En consecuencia, analizar las representaciones sociales que tienen las matemáticas para un grupo de personas y considerar la posibilidad de que esos espacios constituyan instancias para el aprendizaje dialógico de la matemática.

Es significativo evidenciar el aporte de otras experiencias, de personas que no fueron llamados a construir el conocimiento matemático, pero siguen inventando el mundo y ejerciendo ciudadanía. Se quiere con ellos, significar y entender las encrucijadas que tiene la alfabetización matemática fuera del sistema educativo a través de diferentes situaciones y prácticas matemáticas en el marco de las actividades laborales. Ávila (2013) dice al respecto:

Una revisión somera de las tareas o problemas comunes en la vida de muchos adultos urbanos es suficiente para revelar la diversidad y riqueza de situaciones donde estos tipos de habilidades se necesitan: la compra de alimentos, el llenado de formatos bancarios y fiscales, el manejo de las finanzas personales, el uso de mapas y planos, las mediciones necesarias para arreglar o reparar una casa, la lectura de noticias que incluyen datos estadísticos y resultados de encuestas, la lectura de informaciones médicas, la ayuda a los niños con los trabajos escolares, entre otras". (Ávila, 2013; p. 33)

Una de las investigaciones relevantes en esta temática, es la de Carraher, Carraher y Schliemann (1999), en su libro 'en la vida diez, en la escuela cero', en el cual evidencian cómo los niños de Brasil que venden en la calle son expertos en sus matemáticas. Sin embargo, en la escuela, son matemáticos frustrados, pues no logran rendir lo que el sistema establece como buen rendimiento. Luego, tenemos en Chile, un estudio reciente sobre el conocimiento matemático del pueblo mapuche, el que ha develado la incoherencia entre el discurso de 'inclusión' de saberes indígenas en el discurso de la 'política educativa' y el currículo escolar de matemáticas para las escuelas situadas en comunidades mapuche en el Sur de Chile (Salas-Salinas, 2018b). Esta autora, plantea un modelo de 'inclusión' epistémico basado en la noción de 'significados' del enfoque teórico de Godino y Batanero (1994).

Dos países distintos (Brasil y Chile), pero que tienen en común que el foco en el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas siempre ha estado en la escuela, pues ésta tiende a homogeneizar el pensamiento, el modo de aprehender, el modo de enseñar. Ampliar el foco hacia las prácticas fuera de la escuela y que atesoran un cúmulo de experiencias y saberes matemáticos basados en su vida cotidiana y laboral, sería un acto de justicia social y valoración

de la etnomatemática viva de distintos grupos socioculturales. Esto permitiría a su vez, no sólo explorar procesos de enseñanza dialógicos para la matemática, sino también, favorecer la reflexión sobre las prácticas tradicionales de las matemáticas en la escuela y abrir posibilidades a las matemáticas situadas, en contextos y cultura.

Discusión

Pensar el aprendizaje de la matemática fuera del espacio escolar, no es lo mismo que pensar la historia, la literatura, el arte o la música. El sistema escolar se ha arrogado la facultad de impartirla estableciendo sus alcances y límites desde los primeros años de vida. Resulta poco usual que se den espacios áulicos de matemáticas abiertos a la población, también son escasos dentro de la misma academia. Se dan charlas de difusión y divulgación de la antropología, sociología, psicología, incluso astronomía, para todo tipo de público en espacios eclécticos, porque se entiende que forman parte del pensamiento y del entendimiento del mundo, pero ¿qué pasa con las matemáticas? La enseñanza y el aprendizaje de la matemática están fuertemente ligadas al rendimiento académico, es decir, no se aprende porque sí, a menos que requiera ser utilizado/evaluado, en el contexto de una política educativa normalizadora.

El prestigio escolar tiene un vínculo directo con el mérito académico individual y quien tiene mejor rendimiento en educación matemática es quien más goza de ese prestigio porque está estrechamente unido a los valores de eficiencia y eficacia, altamente apreciados por el Sistema Educativo y, más aún, en la actual sociedad altamente ‘tecnologizada’. De esta visión de las matemáticas, se alejan los conceptos de inclusión, participación, justicia, equidad y democracia, restándole infinitas posibilidades de exploración dentro del ámbito de la ciudadanía. Su enseñanza se circunscribe a mecanismos normalizadores como los estándares globales, que utilizan fuertes procedimientos de selección y competición, sin reparar ni profundizar en los resultados sociales que esto produce. Es decir, la matemática escolar se utiliza y se produce a espaldas de las decisiones y circunstancias de los propios contextos. No profundiza en las desigualdades y ni las relaciones de poder que se dan en un sistema altamente segregado, responsabilizando a los estudiantes y a sus familias del fracaso escolar. Asumir lo que Valero denomina una ‘postura política’, es sinónimo de rescatar esta complejidad y ubicarla en el centro de nuestra reflexión como investigadores (Salas-Salinas, 2018b).

Existe un campo de aplicación que no utiliza el lenguaje de las matemáticas para su desarrollo. Se puede plantear como una mirada a la alfabetización de las matemáticas fuera del espacio escolar y con ello, aproximarnos al campo de la enseñanza informal de las matemáticas y su utilización en entornos no escolarizados (e.g., Briggs-Hale, Judd, Martindill y Parsley, 2006; Kennedy y Smolinsky, 2016). Analizar y describir cómo se ponen en juego los procesos de escolaridad, la experiencia de vida y el aprendizaje laboral en personas que movilizan las matemáticas en espacios no escolares ni académicos, representaría un desafío mayor a la vez que instiga a ampliar y democratizar el espacio para el aprendizaje y desarrollo del pensamiento matemático. Para ello, es necesario: descolonizar el currículo de matemáticas; situar el aprendizaje de matemáticas; generara alianzas entre el Sistema Educativo y las instituciones escolares; alianza entre la escuela y la comunidad en que está inserta; entre otras. Lo anterior con el fin de que las prácticas que se lleven a cabo en los espacios escolares y no escolares, puedan acoplarse dialógicamente en función de una igualdad epistémica para una comprensión del mundo actual y de ser ciudadanos críticos, matemáticamente competentes. Además, debemos ser conscientes de que:

Las cuestiones de índole política, económica y social ligadas y derivadas del estudio de las matemáticas en la escuela son efectos derivados del “poder” que las matemáticas conceden a los grupos o culturas que dominan las herramientas conceptuales y metodológicas de las matemáticas, entendidas en el sentido de la cultura occidental. Tales instrumentos que están en la base del desarrollo tecnológico del “mundo desarrollado” con frecuencia han sido y siguen siendo usados para dominar a otros pueblos. (Oliveras y Godino, 2015, p. 441)

Una manera de contribuir en esta materia, sería poder indagar sobre las nociones matemáticas que se ponen en juego en las prácticas matemáticas en contextos específicos, fuera del espacio escolar, y analizar los significados personales e institucionales de estas prácticas matemáticas y así, deconstruir los significados de referencia situados en contexto y cultura. Para ellos debemos asumir el relativismo científico y sumarnos al cambio de paradigma absolutista, pues el conocimiento es un constructo social y cultural (Oliveras y Godino, 2015). Las prácticas matemáticas pueden ser idiosincrásicas de una persona (prácticas personales) o compartidas en el seno de una institución (prácticas institucionales). Es decir, se concibe a las instituciones como ‘comunidades de prácticas’ que incluye grupos étnicos, profesionales, grupos culturales y sociales, entre otros (Godino y Batanero, 1994; Salas-Salinas, 2018b).

Oliveras y Godino (2015) sugieren al respecto que “la clave es cómo se relacionan las distintas ‘variedades epistémicas’ de las matemáticas, las relaciones ecológicas que se pueden establecer entre las distintas, prácticas, formas de vida y juegos de lenguajes” (p. 446). Esto conlleva, sin lugar a dudas, a la necesidad imperante de observar y caracterizar las prácticas matemáticas desarrolladas en diferentes escenarios sociales, para la comprensión de los objetos matemáticos en tales escenarios y contextos. Así, a partir de esta comprensión, elaborar diseños didáctico-matemáticos situados (Salas-Salinas y Quintriqueo, 2018). Autores como Gee (1999), nos plantean cuestiones como el discurso y el lenguaje social, significados situados y análisis del discurso entre otras cuestiones, que son relevantes para comprender el juego de lenguaje en que situamos la enseñanza de los objetos matemáticos.

Conclusión

Del análisis y discusiones anteriores, se pueden obtener las siguientes conclusiones: la matemática dentro del sistema escolar se constituye como una asignatura de excelencia cuando se utiliza para seleccionar y concentrar a los estudiantes con mejores logros en el aprendizaje de la matemática y relegar, por el contrario, a quienes no logran buenos resultados. El estudio de la matemática escolar crítica, plantea que la asignatura puede utilizarse como un dispositivo disciplinario para producir ciertas conductas contrarias a la diversidad cultural de los estudiantes y así promover un tipo estandarizado de sujeto.

La manera en que el sistema escolar dispone las normas de enseñanza de la matemática asignada para un determinado espacio escolarizado, limita las posibilidades de un aprendizaje más democrático y participativo de la matemática fuera de ese espacio; el lenguaje de las matemáticas puede en cierta medida limitar las posibilidades de participación y una comprensión matemática del mundo en su variedad más compleja, partiendo de la base que un conocimiento que es negado o incomprendido es una manera de restarse de los diferentes aspectos de la vida. El acceso al conocimiento matemático, por tanto, también puede significar un instrumento de participación, resistencia y transformación social. Se plantea por último una necesidad de democratizar el espacio de la enseñanza de la matemática, para transformarlo en un espacio de inclusión y de integración social y epistémica.

Agradecimientos

Este trabajo ha sido realizado parcialmente en el marco del proyecto Fondecyt 1200005 financiado por el Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONICYT) de Chile.

Referencias

- Agencia de la Calidad de la Educación (2015). *Programa para la Evaluación Internacional de Estudiantes OCDE. PISA 2015*. Recuperado de http://archivos.agenciaeducacion.cl/Resultados_PISA2015.pdf
- Allende, C. y Valenzuela, J.P. (2016). *Efectividad de los liceos públicos de excelencia en Chile. Centro de Investigación Avanzada en Educación*. Documento de trabajo N° 20. Universidad de Chile. Santiago de Chile.
- Andréu, J. (2002). *Las técnicas de Análisis de Contenido*. Centro de Estudios Andaluces. Granada.
- Ávila, A. (2013). La alfabetización matemática y su relación con el intercambio comercial, la escolaridad elemental y el trabajo. *Bolema*, 27 (45), 31-53.
- Bishop, A. (2015). *Aproximación sociocultural a la educación matemática*. Universidad del Valle: Santiago de Cali, Colombia.
- Briggs-Hale, C., Judd, A., Martindill, H., y Pasley, D. (2006). *Afterschool mathematics practices: A review of supporting literature*. Aurora, CO: McREL.
- Carraher, T., Carraher, D., y Schliemann, A. (1999). *En la vida diez, en la escuela cero*. Siglo XXI: Madrid.
- D'Ambrosio, U. (1999). La transferencia del conocimiento matemático a las colonias: factores sociales, políticos y culturales. *Llull*, 22(44), 347-380.
- D'Ambrosio, U. (2000). Las dimensiones políticas y educacionales de la etnomatemática. *Números*, (43), 439-444.
- D'Ambrosio, U. (2002). *Etnomatemática. Eslabón entre las tradiciones y la modernidad*. Belo Horizonte: Autentica.
- Di Franco, N. B., Ferreyra, N. y Di Franco, M.G. (2016). Prácticas educativas en matemática desde perspectivas sociopolíticas. La ESI y los DDHH como ambientes de aprendizaje y como escenarios de investigación. *Praxis educativa*, 20 (2), 41-57.
- Foucault, M. (2008). *Vigilar y Castigar. Nacimiento de la prisión*. Buenos Aires: Siglo XXI. Editores.
- Freire (2004). Paulo Freire y la Enseñanza Matemática. *Revista Nuestra Palabra. Educación y Cultura del Instituto Interdisciplinario de Especialización*, 1 (2), 157-164.
- Gee, J. P. (1999). *An introduction to discourse analysis*. New York: Routledge.
- Godino, J. D., y Batanero, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 14(3), 325-355.
- Goñi, J. (Ed.). (2006). *Matemáticas e Interculturalidad*. Barcelona: Graó.

- Illich, I. (2012). *La sociedad desescolarizada*. Buenos Aires: Ediciones Godot
- Inostroza, F. (2016). Análisis crítico del discurso de profesores de matemáticas y sus estudiantes: subjetividades y saberes en aulas heterogéneas. *Estudios Pedagógicos*, 17 (3), 233-251.
- Kennedy, E., y Smolinsky, L. (2016). Math Circles: A tool for promoting engagement among middle school minority males. *Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology*, 12(4), 717-732. doi: 10.12973/Eurasia.2016.1223a
- Magendzo, A. (2008). *Dilemas del currículum y la pedagogía. Analizando la Reforma Curricular desde una perspectiva crítica*. Santiago: LOM Ediciones.
- MINEDUC (2011). *Fundamentos Bases Curriculares 2011. Educación Básica*. Propuesta presentada para aprobación al Consejo Nacional de Educación. Unidad de Currículum y Evaluación.
- Morris, K. (1998). *El fracaso de la matemática moderna. Por qué Juanito no sabe sumar*. Buenos Aires: Siglo XXI Ediciones.
- Morris, K. (2009). *Matemáticas para los estudiantes de humanidades*. Ciencias, 102, 78.
- Oliva, M. A. (2019). Seis epígrafes para la disciplina escolar. *Revista Lusófona de Educación* (Lisboa), 43, 11-26.
- Oliva, M. A., y Gascón, F. (2016). Normalization and neoliberal political rationality: National Curriculum Foundations in Chile. *Cadernos CEDES*, 36(100), 301-318.
- Oliveras, M. L. (2006). Etnomatemáticas: de la multiculturalidad al mestizaje. En Goñi, J., Albertí, M., Burgos, S., Díaz, R., Domínguez, G., Fioriti, G., et al. (Ed.), *Matemática e Interculturalidad*. (p. 117-149). Barcelona: Editorial GRAÓ.
- Oliveras, M. L., & Godino, J. D. (2015). Comparando el programa etnomatemático y el enfoque ontosemiótico: Un esbozo de análisis mutuo. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 8(2), 432-449.
- Popkewitz, T. (2013). Pisa: Números, estandarización de la conducta y la alquimia de las materias escolares. *Revista de currículum y formación del profesorado*, 17 (2), 47-64.
- Rivas, P.J. (2008). La educación matemática en la franja crítica de la escolaridad y el currículo de la educación básica. *EDUCERE La conferencia*. 12 (40), 151-158.
- Salas-Salinas, S. (2018a). Conocimiento matemático Mapuche en libros de textos de lengua Mapuzugun. En Medrano, C., Soto, M. y Domínguez, M (Eds). (2018). *La humanidad al centro: variaciones del ser en la educación*. ReDIE: Durango, México.
- Salas-Salinas (2018b) *Articulación de las matemáticas mapuche y escolar en el caso de los conocimientos aritméticos*. Tesis Doctoral. Universidad de Granada. Disponible en <http://digibug.ugr.es/bitstream/handle/10481/54976/29157808.pdf?sequence=4&isAllowed=y>
- Salas-Salinas, S. y Quintriqueo, S. (2018). *Hacia un modelo de articulación del conocimiento matemático mapuche y el escolar*. XXI Jornada Nacionales Educación Matemática, Universidad de Tarapacá. Arica, Chile. (En prensa).

- Salas, S. S., Godino, J. D., y Oliveras, M. L. (2015). Números mapuches en el currículo de la lengua mapuzugun en la educación básica chilena. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 8(2), 194-213.
- Salas, S. S., Godino, J. D. y Quintriqueo, S. (2016). Análisis exploratorio de las prácticas matemáticas de dos estudiantes mapuches en colegios con y sin Educación Intercultural Bilingüe. *Bolema*, 30(55), 481-501.
- Santos, B. S. (2014). *Descolonizar el saber, reinventar el poder*. Santiago: Ediciones LOM.
- Skovsmose, O. (1999). *Hacia una filosofía de la educación matemática crítica*. Traducción de VALERO, P. Bogotá: Una Empresa Docente.
- Skovsmose, O. (2012). Porvenir y política de los obstáculos de aprendizaje. En, P. Valero y O. Skovsmose, (Eds.). *Educación matemática crítica. Una visión sociopolítica del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas*. Bogotá: Una Empresa Docente, 2012. p. 131-147.
- Skovsmose, O. y Valero, P. (2012). Acceso democrático a ideas matemáticas poderosas. En P. Valero y OP. Skovsmose, (Eds.), *Educación matemática crítica. Una visión sociopolítica del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas* (pp. 25-61). Bogotá: una empresa docente.
- Valero, P. (2002). Consideraciones sobre el contexto y la educación matemática para la democracia. *Cuadrante*, 11(1), 49-59.
- Valero, P. y García, G. (2014). El Currículo de las Matemáticas Escolares y el Gobierno del Sujeto Moderno. *Bolema*, Río Claro (SP), 28 (49), 491-515.
- Valero, P., Andrade-Molina, M. y Montero, A. (2015). Lo político en la educación matemática: de la educación matemática crítica a la política cultural de la educación matemática. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 18 (3), 7-20.
- Vithal, R., y Skovsmose, O. (1997). The end of innocence: a critique of 'ethnomathematics'. *Educational Studies in Mathematics*, 34(2), 131-157.

Instrumento para evaluar competencias matemáticas y científicas del alumnado que inicia Educación Primaria, mediante juegos

María José Espigares-Gómez¹

mery46@correo.ugr.es <https://orcid.org/0000-0002-0330-4507>

Alicia Fernández-Oliveras¹

alilia@ugr.es <https://orcid.org/0000-0001-5965-3389>

María Luisa Oliveras¹

oliveras@ugr.es <https://orcid.org/0000-0002-8335-698X>

Universidad de Granada (UGR)

Granada, España.

Recibido: 08/04/2020 Aceptado: 20/05/2020

Resumen

En el presente artículo se muestra una investigación cuyo resultado es un singular instrumento de evaluación educativa, para aplicar a niños que comienzan la Educación Primaria, formado por 40 juegos infantiles tradicionales, tomados como herramienta evaluadora y los 50 ítems del test Boehm de Conceptos Básicos (Boehm, 1983), tomados como contenidos para la evaluación de competencias matemáticas y científicas de niños de 5 a 6 años. El estudio fue realizado en Granada (España) entre los años 2018 y 2020. Se parte de que existen capacidades matemáticas y científicas en los jugadores, que se pueden poner de manifiesto cuando se juegan, con rigor y éxito, juegos con potencialidades matemáticas y científicas. Para determinar éstas, se realizó el análisis de un conjunto de juegos tradicionales pertenecientes a diversas culturas y países del mundo, desde una perspectiva etnomatemática. Se analizaron las potencialidades matemáticas y científicas de los juegos, mediante un análisis de contenido de las reglas de juego y un análisis etnográfico de los materiales y el contexto del juego, estableciendo un catálogo de 40 juegos válidos para aprender y evaluar matemáticas y ciencias al ser jugados. Fue seleccionada una muestra de 4 juegos con potencialidades altas y fue realizado un estudio de casos, cuyos resultados permitieron validar el catálogo. Por otra parte se había analizado el test Boehm, cuando se introdujo en España, encontrando en todos sus ítems contenidos matemáticos, propios del pensamiento infantil preescolar, y obteniendo índices de dificultad para cada concepto del test (Oliveras 1984). Los resultados de ambos estudios junto al análisis de contenido de las relaciones entre los juegos con potencialidad matemática y científica y los ítems del test citado, nos han permitido crear un instrumento de evaluación de las capacidades matemáticas y científicas infantiles, que mostramos aquí.

Palabras clave: Aprendizaje a través de juegos, Etnomatemáticas, Evaluación, Educación Primaria, Test Boehm.

Instrumento para avaliar as competências matemáticas e científicas dos alunos que iniciam o Ensino Fundamental, por meio de jogos

Resumo

Este artigo mostra uma investigação cujo resultado é um instrumento único de avaliação educacional, a ser aplicado a crianças que iniciam o Ensino Fundamental, composto por 40 jogos tradicionais para crianças, utilizados como ferramenta de avaliação e pelos 50 itens do teste de Conceitos Básicos de Boehm (Boehm, 1983), tomado como conteúdo para a avaliação de habilidades matemáticas e científicas de crianças de 5 a 6 anos. O estudo foi realizado em Granada (Espanha) entre os anos de 2018 e 2020. Supõe-se que haja habilidades matemáticas e científicas nos jogadores, o que pode ser revelado quando jogos com potencial matemático e científico são jogados, com rigor e sucesso. Para determinar isso, foi realizada a análise de um conjunto de jogos tradicionais pertencentes a diferentes culturas e países do mundo, sob uma perspectiva etnomatemática. O potencial matemático e científico dos jogos foi analisado, através de uma análise de conteúdo das regras do jogo e uma análise etnográfica dos materiais e do contexto do jogo, estabelecendo um catálogo de 40 jogos válidos para aprender e avaliar matemática e ciências enquanto são jogadas. Uma amostra de 4 jogos com altas potencialidades foi selecionada e foi realizado um estudo de caso, cujos resultados validaram o catálogo. Por outro lado, o teste de Boehm foi analisado quando foi introduzido na Espanha, encontrando em todos os seus itens conteúdo matemático, típico do pensamento infantil pré-escolar, e obtendo índices de dificuldade para cada conceito do teste (Oliveras, 1984). Os resultados de ambos os estudos, juntamente com a análise de conteúdo das relações entre jogos com potencial matemático e científico e os itens do teste mencionado, permitiram criar um instrumento para avaliar as habilidades matemáticas e científicas das crianças, que mostramos aqui.

Palavras chave: Aprendizagem através de jogos, Etnomatemática, Avaliação, Ensino Fundamental, Teste de Boehm.

Instrument to evaluate mathematical and scientific competences of the students who start Primary Education, through games

Abstract

This article shows an investigation whose result is a unique educational evaluation instrument to apply to children starting Primary Education, made up of 40 traditional children's games, taken as an evaluation tool and the 50 items of the Boehm test of Basic Concepts (Boehm, 1983), taken as content for the evaluation of mathematical and scientific skills of children from 5 to 6 years old. The study was carried out in Granada (Spain) between the years 2018 and 2020. It is assumed that there are mathematical and scientific abilities in the players, which can be demonstrated when games with mathematical and scientific potential are played, with rigor and success. To determine these, the analysis of a set of traditional games belonging to different cultures and countries of the world was carried out, from an ethnomathematical perspective. The mathematical and scientific potential of the games were analyzed, through a content analysis of the game rules and an ethnographic analysis of the materials and the context of the game, establishing a catalog of 40 valid games to learn and evaluate mathematics and science by being played. A sample of 4 games with high potentialities was selected and a case study was carried out, the results of which validated the catalog. On the other hand, the Boehm test had been analyzed when it was introduced in Spain, finding in all its items mathematical content, typical of preschool childhood thinking, and obtaining difficulty indices for each concept of the test (Oliveras 1984). The results of both studies together with the content analysis of the

relationships between games with mathematical and scientific potential and the items of the aforementioned test, have allowed us to create an instrument for evaluating children's mathematical and scientific abilities, which we show here.

Keywords: Learning through games, Ethnomathematics, Evaluation, Primary Education, Boehm test.

Introducción

El juego es un elemento esencial en la vida de cualquier persona. No solo nos aporta diversión, entretenimiento y una serie de valores positivos, sino que también puede ser un gran recurso de enseñanza y sobre todo un método de aprendizaje. Esta concepción toma aún más relevancia durante las primeras etapas educativas, donde el alumnado requiere de una serie de dinámicas que le faciliten el aprendizaje, la atención y también en gran medida, la motivación. Teniendo estas ideas en mente, es necesario destacar el punto de vista ofrecido por Morris, Croker, Zimmerman, Gill y Romig (2013). Estos autores ponen de manifiesto cómo, a pesar de su importancia en la sociedad actual y futura, con frecuencia, las destrezas asociadas al pensamiento científico y matemático no se desarrollan en las aulas, por lo que deben ser favorecidas a través de herramientas educativas y culturales, como son los juegos. Por ello, con esta investigación, también se pretende desterrar la creencia de que las matemáticas y las ciencias son materias aisladas del contexto social y de las metodologías lúdicas, generando en los estudiantes una actitud negativa hacia ellas.

En las próximas líneas nos centraremos en el juego como actividad cultural y, sobre todo, educativa, apoyándonos en los principios del aprendizaje lúdico y basado en juegos (Resnick, 2004; Kangas, 2010), con especial interés en su repercusión sobre la educación científica y matemática (Bergen, 2009; Chang, 2013; Vázquez-Alonso y Manassero-Mas, 2017). Tal y como afirmaba Piaget (1973), todo pensamiento surge de acciones y los conceptos matemáticos tienen su origen en los actos que el niño lleva a cabo con los objetos, de tal manera que los actos comienzan a ser interiorizados dando lugar a un conocimiento práctico. Es decir, la práctica del juego puede generar en el alumnado la creación de una serie de habilidades o competencias que desarrollen el pensamiento matemático y científico. Entendemos por competencia la pericia, aptitud o idoneidad para hacer o desarrollar actividades, es una capacidad activa para desempeñar tareas con éxito, que construye al propio sujeto humano.

Tomando estas ideas como referencia, queremos plantear que una de nuestras

preocupaciones de investigación es destacar la importancia del juego en la educación, en este caso como factor determinante para la adquisición de competencias matemáticas y científicas, siendo a su vez el juego, un elemento que fomenta el desarrollo de las capacidades sociales y personales del sujeto, tanto como sus capacidades matemáticas y científicas.

El otro interrogante que nos asalta, es cómo se pueden poner de manifiesto esas capacidades para tener una evaluación de cada niño al finalizar la etapa de Educación Infantil de cara al inicio de la Educación Primaria. La respuesta ha sido: a la hora de jugar; mediante la práctica de juegos podemos observar las destrezas, conceptos y competencias que poseen. Jugando y mediante otros procesos de aprendizaje, han llegado a lograr diversas capacidades y jugando podemos apreciar cuales son estas. Algo que también se plantearon Rosas, Ceric, Aparicio, Arango, Arroyo, Benavente, Escobar, Olguín, Pizarro, Ramírez, Tenorio y Véliz en 2015, preguntándose si era posible evaluar por medio de juegos dominios cognitivos en niños que atraviesan los primeros años de educación formal.

Por ello el objeto de estudio es elaborar un instrumento que permita evaluar ciertas competencias matemáticas y científicas, logradas por el alumnado al finalizar la Educación Infantil o al iniciar la Educación Primaria, mediante el uso de determinados juegos, en conjunción con otro elemento diseñado por Ann E Boehm para manifestar aprendizajes infantiles: el “Test Boehm de Conceptos Básicos” (Boehm, 1971, 1980, 2012), que fue estudiado por Oliveras (1984), demostrando su relación con conceptos y procesos matemáticos. En aquellos años se realizaron otros estudios interesantes sobre este test, como los de Narváez, (1987) y Powers, (1986).

Fundamentación teórica

Tratando de establecer un recurso apto para evaluar capacidades matemáticas iniciales es importante conocer el concepto al que nos referimos cuando hablamos de evaluación, en este caso, citando a Gil (1999) que consideraba la evaluación como una serie de reglas sociales de validación que tienen que ver con las disciplinas del conocimiento, buscamos apoyo en dos elementos clave: la importancia de las investigaciones previas sobre evaluación, y el juego, con sus reglas sociales, como método de aprendizaje. Complementa este marco de fundamentos teóricos la Etnomatemática, paradigma desde el cual enfocamos nuestra investigación.

Durante los años ochenta, el tema de la evaluación de la calidad de la Educación Infantil y su influencia en el desarrollo del alumnado, motivó numerosas investigaciones que planteaban

instrumentos para evaluarla. En el caso de España, es destacable el estudio realizado en Sevilla (Lera-Rodríguez, 1994) donde se aplicó en todo el alumnado el test de Preescolar (De la Cruz, 1988). Este test ofrecía diferentes medidas sobre el vocabulario, conceptos matemáticos, memoria auditiva, discriminación visual, orientación espacial, y coordinación motriz. (Lera-Rodríguez, 2007). Por otro lado, también se ha comprobado que cuando se ha relacionado el rendimiento de los niños, con la calidad del aula, medida mediante el instrumento: Early Childhood Environmental Rating Scale (ECERS), (Harms y Clifford, 1980), el test de conceptos matemáticos es el que muestra más y mejor que dicha calidad de la enseñanza y el rendimiento infantil se relacionan. Lo cual, nos indica que las aulas con calidad, en las cuales se realizan actividades lúdicas, dinámicas y creativas, favorecen el desarrollo de capacidades matemáticas en el alumnado. Todo ello, presenta la misma idea que plantearon Barba-Martín y López-Pastor en 2017, y De Castro Hernández en 2007, cuyos estudios pretenden ampliar una vía de trabajo que permita instaurar procesos de Evaluación Formativa y compartida en las aulas de Educación Infantil, así como instaurar propuestas educativas de calidad para Educación Infantil, basadas en la idoneidad didáctica. En este sentido, la mayoría de autores coinciden en la necesidad de realizar una evaluación a edades tempranas con el fin de mejorar la calidad educativa.

De acuerdo con esta necesidad de educación de calidad y esta forma de propiciarla, proponemos que la evaluación debe hacerse a través de diferentes fuentes de información e instrumentos de evaluación, entre los que se cuentan cuestionarios con preguntas abiertas, cuestionarios de opción múltiple, conversaciones, bitácoras o diarios y portafolios (National Council of Teachers of Mathematics NCTM, 2000; Garrison y Ehringhaus, 2008 y Gómez, 2007). Por otro lado, el National Council of Teachers of Mathematics (2000), presenta cinco estándares de procesos para favorecer la comprensión y el uso de los contenidos en diversos contextos significativos, siendo estos: la resolución de problemas, el razonamiento y la prueba, la comunicación, las conexiones y la representación. Todos ellos, elementos presentes a su vez en el juego.

Por otro lado, podemos afirmar que el juego es un elemento que favorece el aprendizaje ya que el aprendizaje se desarrolla mediante una acción y el juego lo es, pues Huizinga (1968), (citado en Toro 2013), indica que el juego es una acción y ocupación libre, que se desarrolla dentro de unos límites temporales y espaciales determinados, y Piaget (citado por Ruiz, 2005) propone que el aprendizaje se apoya en la acción del sujeto que aprende, o que juega. Teniendo

estas ideas en mente, es importante destacar el origen de esta tendencia, que pretende innovar dentro del ámbito educativo, proponiendo el juego como metodología.

Durante finales del siglo XX y principios del XXI, la creatividad ha tenido un papel creciente en la educación (Craft, 2008). Enseñar de manera creativa significa adoptar enfoques imaginativos para hacer el aprendizaje más interesante, emocionante y efectivo (National Advisory Committee on Creative and Cultural Education, 1999). Por ello, el aprendizaje basado en juegos (Game-based Learning o GBL, en inglés) es una buena opción para estimular este tipo de enseñanza creativa. El uso de juegos en el marco escolar puede tomar como finalidad la comprensión de conceptos o la mejora de técnicas –juegos de conocimiento–, o bien la adquisición de métodos de resolución de problemas –juegos de estrategia– (Corbalán, 1997 y Deulofeu, 2001). Zhao y Linaza (2015) destacan las ventajas del uso de juegos, en su análisis del impacto positivo en la capacidad de razonamiento de escolares de educación infantil que realizan juegos. Igualmente la aportación de Evans (2009), indicando que son los rendimientos en matemáticas y ciencias los que mejoran significativamente con este tipo de aprendizaje, lo que es clave en nuestra investigación.

Haciendo referencia al ámbito científico, se puede decir que el aprendizaje basado en juegos favorece el desarrollo del pensamiento, posibilitando aprendizajes significativos (Glenberg y Robertson, 1999), también ponen de manifiesto una serie de habilidades asociadas al pensamiento lúdico, de tal forma que a través de los juegos se pueden abordar aspectos como planteamiento de objetivos y análisis de la situación actual, pasando por la divergencia o generación de ideas, hasta la convergencia en soluciones prácticas, por lo que no solo el pensamiento científico se ve “afectado” con este tipo de metodología, sino que permite además, romper las barreras y mejorar la comunicación en el grupo y generar nuevas ideas, visiones y estrategias. Es por tanto, una potente herramienta para trabajar el pensamiento innovador y desarrollar la creatividad (González-González, 2015). Además, el juego tiene una componente psicológica y muchos autores coinciden en que jugar resulta fundamental para el desarrollo de la personalidad del niño (Gallardo y Fernández, 2010; Gómez, 2012 y Montero, 2017 citados en Gallardo-López, 2018). A lo largo de la historia, el juego ha estado siempre presente en todas las culturas y sociedades, incluso en las más primitivas. Forma parte de la genética de la persona. Se nace, crece, evoluciona y vive con el juego (Paredes, 2003, p. 32). De forma que demuestra la evidencia de que esta metodología (Game based learning, GBL) rescata las componentes

psicológica y social del juego para potenciar habilidades personales, valores culturales y sociales (Gros, 2000). Luego es necesario cierto control de las adquisiciones logradas por los niños, explicitarlas y relacionarlas con los currículos educativos, sin olvidar el poder educativo y evaluador del juego, como nos proponemos aquí.

Complementando este marco de fundamentos teóricos consideramos el enfoque desde la Etnomatemática como base imprescindible de nuestra investigación, ya que incide en el concepto de Matemáticas cuyas competencias pretendemos medir (Oliveras, 2006, 2005, 1996). Entendemos las matemáticas como un elemento triangular, con tres componentes indisociables: una ciencia formal, un producto social y cultural y un modelo personal de pensamiento (Oliveras, 2006), en esta investigación de corte Etnomatemático (Fernández-Oliveras, Oliveras, Albizu, 2014) tratamos de identificar ciertos componentes del modo personal de pensar de los estudiantes, tomando ciertos conceptos de la ciencia formal e introduciéndolos en el instrumento, que construimos siendo conscientes de su influencia sociocultural, en el sentido de estar constituido por juegos tradicionales de diversas culturas, con los que tratamos de observar cómo el modelo de pensamiento de cada niño incluye versiones personales de los conceptos científicos seleccionados.

Los juegos que incluimos en el instrumento han sido estudiados también desde un enfoque etnomatemático, detectando su poder de explicitación de elementos matemáticos (Espigares-Gómez et al., 2019 y Fernández-Oliveras et al., 2019) con la intención de poderlos aplicar después a la elaboración de “Microproyectos lúdicos” (MPL) para desarrollar aprendizajes matemáticos y científicos en contextos educativos formales (escuelas, institutos) y no formales (ludotecas, talleres, clubs). Por ello, definimos los microproyectos como propuestas didácticas interdisciplinarias que pretenden el desarrollo de competencias desde una perspectiva constructivista generando actividades basadas en signos relevantes para una o varias culturas (Fernández-Oliveras y Oliveras, 2015). En un microproyecto intervienen tanto elementos pre-activos, como son objetivos y contenidos, como otros elementos mediadores del aprendizaje, que son los contextos y recursos. De ahí su importancia, que reside en su respuesta a las necesidades, intereses y exigencias del desarrollo del niño y en que posibilita la intervención educativa. Según Delgado (2011), el método de proyectos, con carácter globalizador tiene en cuenta los conocimientos e intereses del alumnado, se basa en situaciones reales y es previamente planificado. Algo muy similar a lo establecido por Muñoz y Díaz (2009), quienes ponen de

manifiesto la importancia de este tipo de aprendizaje como opción metodológica basada en la investigación-acción, cuyo objetivo es organizar los contenidos curriculares bajo un enfoque globalizador y significativo, relacionando los conocimientos escolares con los de la vida cotidiana.

Respondiendo así, a nuestra concepción de matemáticas etno y de educación mediante enculturación creativa, vivenciando los elementos científicos y matemáticos en contextos de la vida cotidiana y lúdicos, que hemos desarrollado en nuestras investigaciones previas (Espigares-Gámez, 2018).

Metodología

En el ámbito de las diferentes concepciones teóricas sobre el aprendizaje matemático temprano, se justifica la necesidad de contar con un instrumento de evaluación de los niveles de desarrollo matemático en alumnos y alumnas de Educación Infantil (Navarro-Guzmán et al., 2010). Por ello, tomando las ideas anteriores como referencia y base de nuestro estudio pretendemos materializarlas en forma de instrumento que permita conocer las capacidades matemáticas existentes en el alumnado que inicia Educación Primaria.

Como se ha comentado con anterioridad, para elaborar el instrumento se parte de dos elementos diferenciados, pero confluyentes y que se complementan. Por un lado tenemos nuestro propio catálogo de juegos, el cual fue obtenido como resultado de una revisión bibliográfica realizada entre los años 2018 y 2020, y un estudio de la muestra seleccionada mediante análisis de contenido, explicitando los elementos matemáticos que se incluyen en sus reglas de juegos y sus elementos materiales: fichas, tableros, espacios, tiempos. Este análisis se inició con una serie de juegos tradicionales de la cultura jamaicana recopilados en un estudio anterior (Espigares-Gámez et al., 2019 y Fernández-Oliveras et al., 2019) y posteriormente fue ampliado con el resto de juegos tradicionales de diversas culturas, obtenido también a través de una revisión bibliográfica y el análisis de la segunda muestra seleccionada (Fernández-Oliveras et al., 2019). De esta forma, se logró obtener un catálogo de 40 juegos tradicionales de todo el mundo, pertenecientes a diferentes países y culturas, y tras la realización de un análisis de las potencialidades matemáticas y científicas que se prevé serán activadas al ponerlos en práctica, mostraron tener en común que ponen de manifiesto una gran variedad de competencias matemáticas y científicas que cada juego requiere para ser jugado con éxito. Existen muchas coincidencias en los aprendizajes posibles de potenciar durante su realización, a pesar de sus

diferencias individuales.

Cabe puntualizar que muchos juegos provienen de un lugar pero se diseminan por el mundo, siendo los lugares expresados en el cuadro (Cuadro 1, dividido en C1a, C1b, C1c, C1d, C1e, por su extensión) aquellos en los que se originaron, según las fuentes consultadas, y que suelen coincidir con países en que se practican actualmente. Entre los juegos mostrados hay siete europeos, seis americanos, tres africanos, uno asiático y uno de Oceanía, por lo que están representados los cinco continentes, para promover una educación intercultural con enfoque etnomatemático (Oliveras, 2005 y Espigares-Gámez et al., 2019).

En el citado estudio de los juegos, realizamos una parte teórica consistente en generar un nuevo sistema de clasificación de juegos, (Fernández-Oliveras et al., 2019) y otra práctica consistente en su aplicación a la selección de juegos de todo el mundo elaborada mediante revisión bibliográfica, (Fernández-Oliveras et al., 2019) con lo cual obtuvimos mucha información (tipo de juego: edad, cuerpo-mente, cantidad de jugadores, entorno interior-exterior, populares-tradicionales, competitivos, cooperativos, de rol, su origen, su potencial de desarrollo científico o matemático) sobre estos, que nos permite ahora convertirlos en un instrumento evaluador de competencias científicas y matemáticas, asociadas al test Boehm.

Los datos del estudio sobre el origen geopolítico de cada juego, sus materiales y las competencias matemáticas y científicas implicadas aparecen sintetizados en el Cuadro1, se aporta web-grafía donde encontrar la descripción detallada de cada juego, (la numeración es la correspondiente al juego del Catálogo elaborado), presentado en este Cuadro 1:

Cuadro 1. C1a: Catálogo de juegos tradicionales analizados

Número y nombre del Juego	Origen o lugar de uso actual	Competencias matemáticas	Competencias científicas
1. ¿Qué hora es señor lobo? No materiales. Más de 3 jugadores	Inglaterra	Aritmética Estimación Números naturales Medida de distancias	Observación Formulación de hipótesis Evaluación de suposiciones Concepto de velocidad
2. 20-20 Baraja española de 40 cartas y 6 fichas para cada jugador. Jugadores 2 o más	España	Números naturales Orden. Aritmética Cálculo mental. Estimación. Estrategia Distribución del plano	Observación Formulación de hipótesis Planificación Control de los efectos de variables. Toma de decisiones
3. Ajutatut Pelota. Jugadores 4 o más	América del sur	Aritmética Cálculo mental Números naturales Resolución de problemas Situación espacial	Observación Planificación Formulación de hipótesis Evaluación de suposiciones Conceptos de dinámica

Continúa...

Cuadro 1. C1b: Catálogo de juegos tradicionales analizados (Continuación)

Número y nombre del Juego	Origen o lugar de uso actual	Competencias matemáticas	Competencias científicas
4. Awale Semillero como tablero y Semillas o fichas. Jugadores 2	Sur de África	Comparación Aritmética. Fracciones Cálculo mental Geometría. Medida. Resolución de problemas Uso de la lógica	Observación. Formulación de hipótesis. Planificación Control de los efectos de variables. Evaluación de suposiciones Toma de decisiones
5. Beggar my neighbour Baraja de póker. Jugadores, 2 o más	Jamaica	Números naturales Aritmética Patrones Coordinabilidad	Observación. Planificación Formulación de hipótesis Evaluación de suposiciones Conceptos de dinámica
6. Bluebird No materiales. Jugadores 3 o más	Jamaica	Probabilidad. Uso de lógica Resolución de problemas	Observación Planificación
7. Brown Girl in the ring No materiales. Jugadores 3 o más	Jamaica	Aritmética Cálculo mental Números naturales Resolución de problemas Situación espacial	Observación. Análisis Formulación de hipótesis Evaluación de suposiciones Medida de distancias Concepto de velocidad
8. Bruck rock Stone Piedra o pelota. Jugadores 3 o más	Jamaica	Patrones Resolución de problemas Sentido espacial Concepto de par	Observación. Planificación Formulación de hipótesis Evaluación de suposiciones Conceptos de dinámica
9. Bull inna pen No materiales. Jugadores 3 o más	Jamaica	Probabilidad Resolución de problemas Uso de la lógica Medida de distancias	Observación. Análisis Formulación de hipótesis Evaluación de suposiciones Concepto de velocidad
10. Buzz Fizz No materiales. Jugadores 2 o más	América del norte	Números naturales. Patrones Aritmética. Coordinabilidad	Observación Planificación
11. Cierra la caja (shut the box). Caja con pestañas del 1 al 10 y dado. Jugadores 2 o más	Australia	Estimación. Aritmética Números naturales Cálculo mental Probabilidad. Patrones. Uso de la lógica	Observación. Análisis Formulación de hipótesis Evaluación de suposiciones Predicción Elaboración de conclusiones
12. Chinese skip Goma elástica. Jugadores 3 o más	Jamaica	Números naturales. Probabilidad Interpretación de códigos	Observación. Planificación. Formulación de hipótesis. Evaluación de suposiciones
13. Damas chinas Tablero de 6 puntas fichas de 6 colores. De 2 a 6 jugadores	Alemania	Categorización. Creatividad Estrategia. Uso de la lógica Control de variables Ángulos. Medida	Observación. Predicción. Análisis. Planificación Evaluación de suposiciones Toma de decisiones

Continúa...

Cuadro 1. C1c: Catálogo de juegos tradicionales analizados (*Continuación*)

Número y nombre del Juego	Origen o lugar de uso actual	Competencias matemáticas	Competencias científicas
14. Dandy Shandy Pelota. 6 jugadores o más, en dos equipos.	Jamaica	Organización y distribución espacial. Vectores Direcciones en el espacio	Observación. Análisis Formulación de hipótesis Predicción. Fuerza
15. Daruma Otoshi Jugadores 2	Japón	Número natural. Vectores Resolución de problemas	Observación. Planificación Uso de la lógica
16. Dog n' bone Pañuelo. 6 jugadores o más, en dos equipos	Jamaica	Categorización. Estrategia Uso de lógica. Ángulos. Medida de distancia	Observación. Análisis Formulación de hipótesis Concepto de velocidad
17. Domino (Versión French) Fichas de dominó. Jugadores 2 o más	Jamaica	Estimación. Números naturales. Lado y rectángulo Patrones. Probabilidad Resolución de problemas Uso de la lógica	Observación Predicción. Análisis Formulación de hipótesis Evaluación de suposiciones Elaboración de conclusiones
18. Fanorona Tablero y fichas. Jugadores 2	Madagascar	Comparación. Estimación Patrones. Probabilidad Resolución de problemas Uso de la lógica Uso de la creatividad	Observación. Predicción Formulación de hipótesis. Planificación. Toma de decisiones. Control de los efectos de variables Elaboración de conclusiones
19. Farmers in the dell No materiales. Jugadores 2 o más	Jamaica	Comparación. Estimación Dirección en el espacio Vectores Resolución de problemas	Observación. Planificación Formulación de hipótesis Evaluación de suposiciones Concepto de fuerza
20. Follow the arrow Tablero y fichas. Jugadores 2	Jamaica	Números naturales Probabilidad	Observación Planificación
21. Gig spinning Peonza. Jugadores 2 o más	Jamaica	Números naturales Probabilidad	Observación. Planificación Formulación de hipótesis Evaluación de suposiciones
22. Hide an 'seek No materiales. Jugadores 2 o más	Jamaica	Números naturales Probabilidad Medida de distancias	Observación. Análisis Formulación de hipótesis Evaluación de suposiciones Concepto de velocidad
23. Hopscatch Piedra. A partir de 1 jugador	Jamaica	Aritmética. Cálculo mental Estimación. Probabilidad Números naturales. Patrones Resolución de problemas	Observación. Planificación Formulación de hipótesis Evaluación de suposiciones Interpretación de códigos

Continúa..

Cuadro 1. C1d: Catálogo de juegos tradicionales analizados (*Continuación*)

Número y nombre del Juego	Origen o lugar de uso actual	Competencias matemáticas	Competencias científicas
24. Hundir la flota Tablero de juego y fichas o papel y lápiz. Jugadores 2	América del norte	Coordenadas. Par ordenado. Estrategia. Creatividad. Números naturales. Lado. Uso de la lógica	Observación. Recopilación de datos. Formulación de hipótesis. Planificación. Evaluación de suposiciones. Tomar decisiones
25. La Mamba No materiales. Jugadores 4 o más	Norte de África	Patrones Resolución de problemas Sentido espacial Concepto de par	Observación. Planificación Formulación de hipótesis Evaluación de suposiciones Interpretación de códigos
26. Loodi Tablero y fichas. Jugadores 4	Jamaica	Aritmética. Cálculo mental Estimación. Probabilidad Números naturales. Patrones Resolución de problemas Uso de la lógica Uso de la creatividad	Observación. Planificación Formulación de hipótesis. Predicción. Control de los efectos de variables. Evaluación. Elaboración de conclusiones Toma de decisiones
27. Marbles Canicas. Jugadores 2 o más	Jamaica	Comparación. Estimación Dirección en el espacio Vectores Resolución de problemas	Observación. Análisis. Predicción. Formulación de hipótesis. Evaluación. Elaboración de conclusiones
28. Mijnlieff. Tablero cuadrado y 8 fichas de distinto color para cada uno de los 2 jugadores	Norte de Escandinavia	Simetría. Categorización Direcciones en el plano Ángulos. Medidas Figuras geométricas. Resolución de problemas	Observación. Análisis Formulación de hipótesis Planificación Elaboración de conclusiones Uso de la creatividad
29. Molino de 9 Fichas y tablero cuadrado. Jugadores 2	Imperio Romano	Cálculo mental. Estimación Razonamiento. Estrategia Distribución del espacio plano	Observación. Análisis. Planificación. Formulación de hipótesis. Control de los efectos de variables. Tomar decisions. Elaboración de conclusions
30. Morra. Manos. Jugadores 2	España	Números naturales Probabilidad	Observación Predicción. Formulación de hipótesis
31. Mummy Lashy No materiales. Jugadores 2	Jamaica	Simetría. Observación. Planificación. Resolución de problemas	Observación. Planificación. Formulación de hipótesis. Evaluación de suposiciones

Continúa...

Cuadro 1. C1e: Catálogo de juegos tradicionales analizados (*Continuación*)

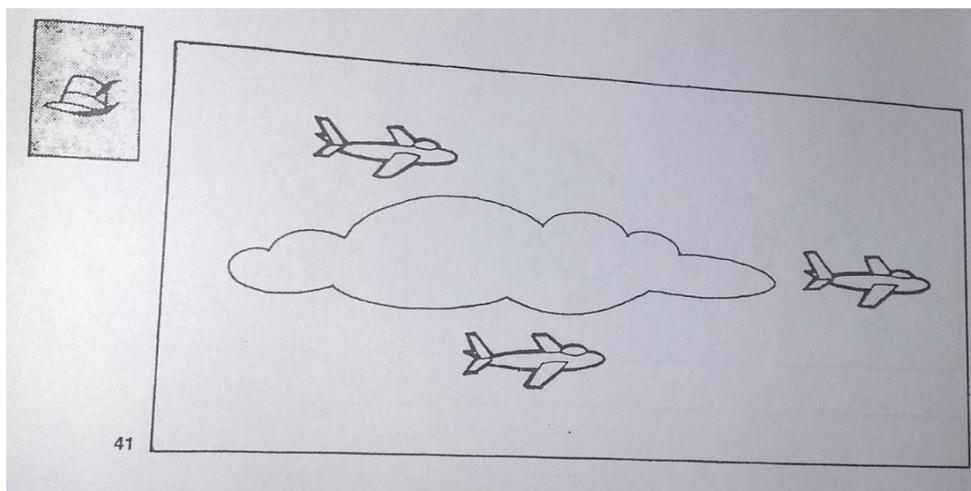
Número y nombre del Juego	Origen o lugar de uso actual	Competencias matemáticas	Competencias científicas
32. My mother, your mother. No material. Jugadores 2	Jamaica	Simetría Resolución de problemas	Observación. Planificación. Formulación de hipótesis. Evaluación de suposiciones
33. Pajaritos (o 31) Baraja española. Jugadores 2 o más	Venezuela	Números naturales. Patrones Aritmética. Cálculo mental Estimación. Probabilidad Resolución de problemas Uso de la lógica	Observación. Recopilación de datos. Análisis. Predicción Formulación de hipótesis Evaluación de suposiciones Toma de decisiones
34. Pasar por el aro Aros. Jugadores 4 o más	El Salvador	Distribución del espacio. Resolución de problemas Uso de la lógica	Observación. Planificación Formulación de hipótesis Evaluación de suposiciones
35. Pass di ball Pelota. Jugadores 2 o más	Jamaica	Coordenadas. Par ordenado Números naturales Estrategia. Uso de la lógica	Observación. Planificación Formulación de hipótesis Evaluación de suposiciones
36. Pass round donkey (Burro) No materiales. Jugadores 2 o más	Jamaica	Categorización. Estrategia Uso de la lógica Control de variables Ángulos. Medida	Planificación. Evaluación. Predicción. Elaboración de conclusiones. Uso de la creatividad. Toma de decisiones
37. Rayuela Piedra y suelo. A partir de 1 jugador	Sur de Europa	Estimación de distancias Números naturales Distribución del espacio	Observación. Planificación Formulación de hipótesis Evaluación de suposiciones
38. River bank game No materiales. Jugadores 4 o más	Jamaica	Direcciones en el plano Ángulos. Medidas Formas geométricas. Lado Interpretación de códigos	Observación Formulación de hipótesis. Planificación Evaluación de suposiciones
39. Saca yunya Piedras o semillas. Jugadores 3 o más	Perú	Comparación. Estimación Dirección en el espacio Vectores Resolución de problemas	Observación. Formulación de hipótesis. Planificación. Control. Evaluación de suposiciones Concepto de fuerza
40.S-T-O-P Pelota. Jugadores 3 o más	Jamaica	Coordenadas. Números naturales. Estrategia Uso de la lógica Uso de la creatividad	Observación. Planificación. Predicción. Formulación de hipótesis. Elaboración de conclusiones. Toma de decisions

Variables que se exponen: origen o lugar de uso actual y competencias matemáticas y científicas que cada juego requiere para ser jugado con éxito. (Fuente: Elaboración propia de las autoras).

Se toman los juegos presentados sucintamente en este cuadro 1 para elaborar el instrumento de evaluación, se pueden consultar más detalles de la dinámica de dichos juegos en las páginas webs incluidas en la webgrafía del final de este documento.

Por otro lado, se toma como referencia el test Boehm. Este instrumento creado por Ann E Boehm en 1967, fue elaborado para apreciar el dominio que los niños poseen de cierto número de conceptos que parecen fundamentales para la escuela durante los primeros años (Boehm, 2000). Los conceptos seleccionados se desarrollan desde muy temprana edad y resultan esenciales para la adquisición posterior de conceptos más complejos (Boehm, 2012). El test, consta de 50 ítems, uno para cada concepto, tiene un formato gráfico constituido por dibujos trazados sobre papel blanco representando situaciones en las que se involucra un concepto, las representaciones de cada ítem se presentan repartidas en dos cuadernillos, cada uno de 25 ítems, que se implementan mediante preguntas orales relacionadas con cada dibujo, realizadas en grupo a los niños por un adulto, un ejemplo de ítems y sus preguntas se muestra en las figuras 1, 2, 3, 4.

Figura 1: Representación de uno de los ítems más fáciles. Ítem 41 "Por encima"



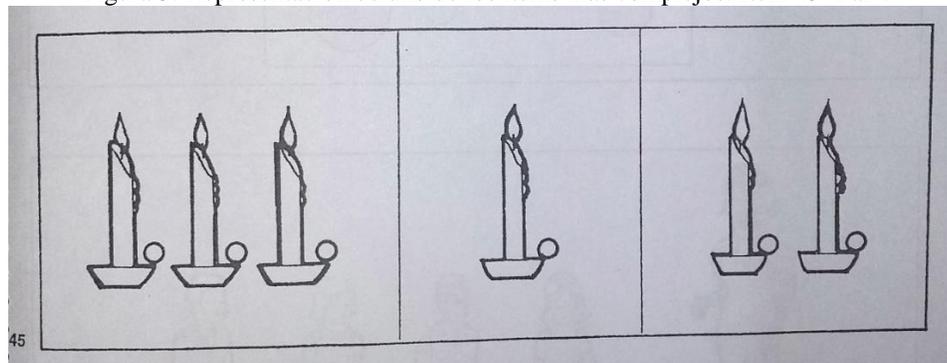
Fuente: Test Boehm

Figura 2: Instrucción oral de uno de los ítems más fáciles. Ítem 41 "Por encima".

41. "FIJAOS EN LA NUBE Y LOS AVIONES. MARCAD EL AVIÓN QUE VA POR ENCIMA DE LA NUBE ... MARCAD EL AVIÓN QUE VA POR ENCIMA DE LA NUBE."

Fuente: Test Boehm

Figura 3: Representación de uno de los ítems más complejos. Ítem 45 "Par".



Fuente: Test Boehm

Figura 4: Instrucción oral de uno de los ítems más complejos. Ítem 45 "Par".

45. "FIJAOS EN LOS CUADROS DONDE HAY VELAS DIBUJADAS. MARCAD EL CUADRO DONDE HAY UN PAR DE VELAS ... MARCAD EL CUADRO DONDE HAY UN PAR DE VELAS."

Fuente: Test Boehm

Este instrumento, diseñado en Estados Unidos y validado en España en los años ochenta, que mediante un estudio realizado por Oliveras (1984) fue considerado válido para detectar capacidades matemáticas establecidas en el currículo escolar de Educación Infantil español, pensamos que tiene el valor de haber seleccionado rigurosamente 50 contenidos matemáticos básicos de carácter universal o común a todas las culturas.

Este test, también aclara cómo establecer y llevar a cabo programas de evaluación del desarrollo, de base amplia (Brassard y Boehm, 2007). Es decir, el test de conceptos básicos evalúa los conceptos fundamentales para poder seguir las instrucciones del profesor, así como para desarrollar actividades lingüísticas y matemáticas, entre otras actualmente denominadas STEAM (Boehm, 2012).

En el citado estudio de la relación de los ítems del test Boehm con elementos de las matemáticas escolares, en el punto 5.2, se mostró que "todos los ítems del test se refieren a conceptos básicos matemáticos" (Oliveras, 1984, p.118). También se observó que los tres bloques temáticos de matemáticas del currículo de Educación Infantil de entonces, denominados 'Programas Renovados', consistentes en: Lógica, relaciones, orden y equivalencia; Espacio, regiones, situaciones y referencias; Números, cantidades y medida, estaban representados en el test, aunque con diferente extensión, respectivamente 12, 21 y 17 ítems, es decir el 24%, el 42% y el 34% del total de los ítems. La tabla 1 recoge los datos de Oliveras 1984 (pp.119, 120):

Tabla 1*Índices de dificultad I.D. de cada ítem del Test Boehm, definidos en % de aciertos.*

DATOS OBTENIDOS AL APLICAR EL TEST BOEHM EN GRANADA, 1983.			
(INFANTIL, N=273) (PRIMERO, N=623)			
ITEM	CONCEPTO	INFANTIL N=273 _I.D. %	PRIMERO E.G.B. N=623 _I.D.%
1	Arriba	86,81	91,81
2	A través	82,05	89,24
3	Lejos	83,88	89,72
4	Junto a	91,57	95,82
5	Dentro	94,87	95,98
6	Algunas, pero pocas	92,30	95,34
7	Medio	92,67	97,75
8	Pocas	78,02	82,50
9	Más lejos	93,40	98,07
10	Alrededor	93,97	97,11
11	Encima	95,98	97,91
12	Más ancha	46,88	52,00
13	Más	83,51	92,13
14	Entre	84,61	78,65
15	Entera	98,53	97,75
16	Más cerca	91,94	97,59
17	Segundo	82,78	94,54
18	Esquina	79,12	87,31
19	Varios	86,08	95,96
20	Detrás	90,10	95,18
21	Fila	84,24	86,31
22	Diferente	63,36	78,65
23	Después	67,76	61,79
24	Casi	71,79	80,09
25	Mitad	75,82	86,03
26	Centro	80,95	90,36
27	Tantas	80,21	87,80
28	Lado	73,62	70,30
29	Empezado	57,87	65,97
30	Otro	80,58	89,88
31	Semejante	62,27	65,00
32	Ni primero ni último	88,64	90,85
33	Nunca	85,34	85,23
34	Debajo	95,23	96,95
35	Hace pareja	65,56	76,24
36	Siempre	79,85	82,98
37	Tamaño mediano	87,17	90,69
38	Derecha	61,90	74,15
39	Delante	69,23	78,00
40	Cero	78,75	91,33
41	Por encima	91,47	98,07
42	Cada	73,99	70,46
43	Separadas	83,51	87,64
44	Izquierda	62,63	71,74
45	Par	43,58	25,68
46	Saltarse	50,91	75,28
47	Igual	63,03	75,28
48	En orden	52,38	69,18
49	Tercero	45,05	43,33
50	Menos	74,35	90,20

Se consideran Idóneos para la edad y nivel escolar los ítems cuyo I.D. es superior al 70%, y difíciles o muy difíciles aquellos de I.D. inferior, que aparecen coloreados en la tabla. (Fuente: Oliveras, 1984)

Se estudió el índice de dificultad de cada ítem, en términos de % de aciertos en las dos muestras de alumnado de Preescolar y 1º de Primaria, obteniéndose los resultados expuestos.

Se han coloreado, en dicha tabla 1, los ítems que resultaron no idóneos, o sea difíciles (50%-70% de aciertos) o muy difíciles (I.D. inferiores al 50%), en cada muestra o nivel escolar, que por su menor tanto por ciento de aciertos requieren una especial atención en las actividades de aprendizaje, o bien en el momento de su evaluación, siendo conveniente comprobar su logro mediante varios elementos de control, ya que pudiera depender su éxito del instrumento evaluador. Los restantes ítems muestran porcentajes elevados de acierto y son conceptualizados como conceptos básicos que resultan fáciles (80%-90%) o muy fáciles (90% de aciertos en adelante).

Se puede observar que algunos ítems tienen un I.D. más bajo en primero de Primaria que en Educación Infantil (Tabla 2), ocurriendo esto en cinco ítems idóneos y en tres difíciles, lo que indica que esta diferencia de porcentaje de aciertos no es imputable a la dificultad de los conceptos medidos. Las diferencias son poco significativas sin embargo ponen de manifiesto una realidad captada por el profesorado: el efecto vacaciones produce en los niños olvidos o disminución de la atención escolar, ya que las pruebas del test se efectuaron al final del curso en Infantil y al comienzo del curso en Primaria, mediando las vacaciones de verano, las más largas en el calendario escolar español. También puede ocurrir que algunos niños de primer curso de Primaria no hayan tenido escolarización en Infantil, ya que no era obligatoria en esa fecha.

Tabla 2

Ítems que tienen un I.D más bajo en Primero de Educación Primaria que en Educación Infantil

ÍTEM	CONCEPTO	INFANTIL N=273 _ I.D. %	PRIMERO E.G.B. N=623 _I.D.%
14	Entre	84,61	78,65
15	Entera	98,53	97,75
23	Después	67,76	61,79
28	Lado	73,62	70,30
33	Nunca	85,34	85,23
42	Cada	73,99	70,46
45	Par	43,58	25,68
49	Tercero	45,05	43,33

Se consideran Difíciles los ítems cuyo I.D. es inferior al 70%, que aparecen coloreados en la tabla 2, siendo más difíciles en primero de Primaria que al finalizar Infantil. (Fuente: Oliveras1984)

El test Boehm presenta a nuestro entender un fallo grave consistente en pretender evaluar mediante representaciones planas realidades que son tridimensionales, en una edad en que los niños no tienen construido el espacio proyectivo, lo que condiciona las interpretaciones de dibujos que tratan de representar el mundo tridimensional en que vivimos.

En Oliveras 1984, (pp.116) también se indica que hay que realizar una revisión completa del test ya que presenta serias dificultades en cuanto a la forma de implementarlo pues requiere explicaciones orales acordes con las fichas que presentan una situación representada de forma gráfica y estos dos elementos ya no son tan universales ni independientes del énfasis del encuestador. Por estos motivos hemos ido concibiendo la idea de elaborar una alternativa a los aspectos oral y gráfico del test, manteniendo los conceptos a evaluar, y hemos llegado a concluir que el mejor recurso para esa alternativa son los juegos.

Combinando estos dos elementos: Test Boehm y Catálogo de juegos, mediante un análisis de contenido que permita el establecimiento de relaciones recíprocas, se pretende conocer qué ítems del test poseen los juegos seleccionados, como ‘potencial de desarrollo matemático’, incluido en lo que llamamos potencial de desarrollo STEAM (PDS) y que está concebido dentro del pensamiento matemático-científico (Fernández-Oliveras, Espigares-Gómez y Oliveras, 2020). Con el fin de afirmar que se dominan los conceptos matemáticos del test que han resultado asociados a su PDS (Fernández-Oliveras y Oliveras, 2014, 2015; Espigares-Gómez, Fernández-Oliveras y Oliveras, 2019).

Realizamos ambos análisis de contenido, de los juegos en las investigaciones previas citadas y del test en esta, mediante estudio de los aspectos matemáticos de las interrogantes orales y de las representaciones pictóricas, de modo que puedan ser puestas en relación con un solo concepto y establecimos las relaciones pertinentes entre ambas componentes, test y catálogo de juegos, obteniendo unas relaciones múltiples muy prometedoras de cara a la evaluación de las capacidades infantiles, la representación de estas relaciones se presenta en el cuadro 2, como resultados, a continuación.

En último lugar hay que hacer constar que somos conscientes de que en el estudio de los juegos establecimos habilidades, destrezas o competencias matemáticas y científicas, y no conceptos o contenidos, que estuvieran implícitos en la práctica de los juegos. Mientras que el test trata de conceptos. Sin embargo no existe disidencia al relacionarlos, ya que consideramos que el dominio de un concepto por un niño no se explicita mediante declaraciones definitorias

del mismo, sino a través de destrezas, habilidades o competencias, que son observables, y que involucren a dicho concepto.

En este sentido consideramos que hay una relación inclusiva de los conceptos en las habilidades y destrezas y de estas en las competencias, que es conveniente establecer sucintamente, indicando lo que significan para nosotros. Creemos que las competencias son un conjunto de destrezas, habilidades, conocimientos y actitudes propias de una persona, que se movilizan conjuntamente para lograr una acción eficaz.

Este concepto que surgió en el ámbito laboral, pasó al didáctico, donde una de las concepciones es la del enfoque socioeducativo, en el que se plantea una competencia como una actuación integral para identificar, interpretar, argumentar y resolver problemas del contexto con idoneidad y compromiso ético, articulando el saber ser, el saber hacer y el saber conocer (García Fraile y Tobón, 2009).

También las competencias son entendidas como un *saber hacer* en situaciones concretas que requieren la aplicación creativa, de conocimientos, habilidades y destrezas (Delors, 1996). Para Perrenoud: ‘El concepto de competencia se refiere a la manera que permite hacer frente, regular y adecuadamente, a un conjunto de tareas y de situaciones, haciendo apelación a las nociones, los conocimientos, a las informaciones, a los procedimientos, los métodos, las técnicas y también a las otras competencias más específicas’ (Perrenoud, 2008, p. 3).

En nuestro caso las competencias son específicamente matemáticas y científicas por lo que incluyen conceptos, procedimientos y actitudes propias de las ciencias experimentales y de las matemáticas.

Resultados y discusión

Aclarada la inclusión de los conceptos en las competencias, aludimos a que hemos establecido el conjunto de conceptos y competencias matemáticas y científicas que reúne el conjunto de juegos (presentados en el Cuadro 1), según los estudios previos realizados sobre ellos.

En el presente estudio hemos clasificado los conceptos y competencias matemáticas y científicas en bloques correspondientes a distintos campos de las matemáticas, y asignado a cada elemento matemático o científico los ítems del test que corresponden a ese campo. Es decir en el siguiente cuadro (Cuadro 2), mostramos el resultado del análisis de contenido de las relaciones entre los ítems del test y las competencias de los juegos, lo que nos permite establecer

qué juegos pueden evaluar cada ítem, por tener afinidad de campo conceptual, siendo esta relación el fundamento del instrumento evaluador.

El instrumento evaluador está constituido por:

1. El Cuadro 3, dividido en Cuadro 3a y Cuadro3b, (su extensión obliga a dividirlo) que muestra la relación de los ítems con los juegos del catálogo elaborado;
2. El Protocolo de observación, la Ficha de reflexión y la Rúbrica de valoración, que son los recursos diseñados para hacer operativa la aplicación del cuadro 3.

Cuadro 2: Competencias matemáticas y científicas del conjunto de juegos agrupadas en Campos, e ítems del test Boehm que corresponden a cada Campo

Competencias matemáticas y científicas /Ítems	Ítems del Test Boehm	
<p>Campo Numérico: Aritmética: 6, 8, 19 Coordinabilidad: 27, 42 Estimación: 13, 24 Números naturales: 40 Medida: 37, 50 Medida de distancias: 12, 16 Fracciones: 7,15, 25 Concepto de par: 35, 42, 45</p> <p>Campo Lógico: Uso de la lógica Comparación: 22 Patrones: 48 Interpretación de códigos: 33 Orden: 17, 21, 23, 29, 32, 46, 49 Categorización: 30, 31, 33, 36, 47</p> <p>Campo Espacial y Geométrico: Sentido espacial: 1, 2 Dirección en el espacio. Vector: 38, 39, 44 Situación espacial: 3, 4, 5, 9, 11, 20, 34, 41 Distribución del espacio: 10, 14, 43 Figuras geométricas, elementos: 18, 26, 28</p> <p>Campo Científico-experimental Conceptos de dinámica: 39, 41, 46 Concepto de fuerza (y dirección): 2 Observación: todos los ítems Análisis: todos los ítems Toma de decisiones: todos los ítems</p>	1. Arriba 2. A través 3. Lejos 4. Junto a 5. Dentro 6. Alguna, pero pocas 7. Medio 8. Pocas 9. Más Lejos 10. Alrededor 11. Encima 12. Más ancha 13. Más 14. Entre 15. Entera 16. Más cerca 17. Segundo. 18. Esquina 19. Varios 20. Detrás 21. Fila 22. Diferente 23. Después 24. Casi 25. Mitad 26. Centro	27. Tantas 28. Lado 29. Empezando 30. Otro 31. Semejante 32. Ni primero, ni último 33. Nunca 34. Debajo 35. Hace pareja 36. Siempre 37. Tamaño mediano 38. Derecha 39. Adelante 40. Cero 41. Por encima 42. Cada 43. Separadas 44. Izquierda 45. Par 46. Saltarse 47. Igual 48. En orden 49. Tercero 50. Menos

Conceptos y competencias matemáticas y científicas clasificados en los siguientes campos: Numérico, Lógico, Espacial y Geométrico, Científico-experimental. Hay varios ítems que corresponden a dos campos a la vez, lo que hemos significado con su número en negrita. Fuente: Elaboración propia de las autoras

Aunque en los juegos (según el estudio de ellos) hay más competencias agrupadas en campos matemáticos y científicos que no se asocian con ítems del test, solo hemos representado en el cuadro 2 los campos que tienen asociado algún ítem de dicho test.

Queremos resaltar que todos los ítems del test requieren, para ser contestados

adecuadamente, elementos que corresponden al campo científico, como son: la observación, el análisis y la toma de decisiones; también que hay varios ítems que corresponden a dos campos a la vez, lo que hemos significado poniendo su número en negrita en el cuadro, y especialmente importa resaltar que todos los ítems encuentran su significado en alguno de los conceptos o competencias de los campos extraídos de los juegos.

Se observan pocos ítems correspondientes a conceptos científicos, mientras que hay tres elementos metodológicos de la ciencia (Observación, Análisis, Toma de decisiones), relacionados con todos los ítems. Sin embargo lo importante es que todos los ítems guardan relación con al menos uno de los campos científico o matemáticos emanados de los juegos, como ya hemos indicado, lo que nos garantiza que puede ser evaluada la adquisición del concepto del ítem mediante la práctica de alguno de dichos juegos.

Tenemos que mostrar cuales son los juegos adecuados para realizar la evaluación de cada uno de los ítems, lo que hacemos a continuación, mediante el Cuadro 3, que hemos dividido en dos: Cuadro 3a que representa a los 20 primeros juegos y Cuadro 3b que representa a los juegos numerados desde el 21 al 40 (del Cuadro 1).

La evaluación del cumplimiento de los ítems, se realizará mediante la práctica organizada de cada juego con la guía de un monitor o profesor y con elementos de recogida de información, como el Protocolo de Observación del éxito en el desarrollo del juego (Cuadro 5), y la Ficha de Reflexión y representación de la vivencia experimentada al jugar (Cuadro 6), que serán valorados mediante una Rúbrica, diseñada para ello (Cuadro 7), todo elaborado como parte de esta investigación y que mostraremos a continuación.

En el siguiente Cuadro 3 (dividido en dos por su extensión: Cuadro 3a y Cuadro 3b) aparecen reflejados el Catálogo con los 40 juegos tradicionales, situados en el eje de abscisas y el test Boehm, con sus 50 ítems en el eje de ordenadas. En la intersección entre estos aparecen reflejadas mediante el icono “X”, las relaciones entre los ítems y los juegos, es decir los conceptos del test que se ponen de manifiesto en cada juego popular. En la parte inferior del cuadro, en la última fila, aparece el recuento de los ítems que se han manifestado en cada juego. A su vez en la última columna, a la derecha, se muestra el recuento de cuantos juegos del catálogo permiten evaluar cada ítem del test Boehm. Los siguientes Cuadros C3a y C3b, se sintetizarán en el Cuadro 4 para realizar un análisis numérico de sus datos. En las figuras: 5, 6, 7, se muestran fotos de ejemplos de juegos del Catálogo elaborado (Cuadro 1).

Cuadro 3. C 3a: Relaciones entre los juegos tradicionales del catálogo elaborado y los conceptos del test Boehm

Ítems	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	Total	
1. Arriba								X														1
2. A través								X														1
3. Lejos			X				X							X								3
4. Junto a			X				X							X								3
5. Dentro			X				X							X								3
6. Algunas, pero pocas	X		X	X	X		X			X	X											7
7. Medio				X																		1
8. Pocas	X		X	X	X		X			X	X											7
9. Más Lejos			X				X							X								3
10. Alrededor														X								1
11. Encima			X				X							X								3
12. Más ancha	X								X							X						3
13. Más	X	X									X						X	X	X			6
14. Entre														X								1
15. Entera				X																		1
16. Más cerca	X								X							X						3
17 Segundo.		X																				1
18. Esquina													X				X					2
19. Varios	X		X	X	X		X			X	X											7
20. Detrás			X				X							X								3
21. Fila		X																				1
22. Diferente																		X	X			2
23. Después		X																				1
24. Casi	X	X									X						X	X	X			6
25. Mitad				X																		1
26. Centro													X				X					2
27. Tantas					X					X												2
28. Lado													X				X					2
29. Empezado		X																				1
30. Otro													X			X						2
31. Semejante													X			X						2
32. Niprimero, ni último		X																				1
33. Nunca												X	X			X						3
34. Debajo			X				X							X								3
35. Hace pareja								X														1
36. Siempre													X			X						2
37. Tamaño mediano				X									X									2
38. Derecha														X								1
39. Adelante			X		X			X						X								4
40. Cero	X	X	X		X		X			X	X	X			X		X				X	11
41. Por encima			X		X		X	X						X								5
42. Cada					X			X		X												3
43. Separadas														X								1
44. Izquierda														X								1
45. Par								X														1
46. Saltarse		X	X		X			X														4
47. Igual													X			X						2
48. En orden								X		X	X						X	X				5
49. Tercero		X																				1
50. Menos				X									X									2
Total ítem/J	8	10	14	8	9	0	12	9	2	7	7	2	10	14	1	7	7	4	3	1		

Resultados del análisis de contenido. Fuente: Elaboración propia de las autoras

Cuadro 3. C 3b: Relaciones entre los juegos tradicionales del catálogo elaborado y los conceptos del test Boehm

Cuadro 3b	Juegos tradicionales analizados, presentados en el Cuadro 1																				Total
Ítems	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	Total
1. Arriba					X																1
2. A través					X																1
3. Lejos																					0
4. Junto a																					0
5. Dentro																					0
6. Algunas, pero pocas			X			X															2
7. Medio																					0
8. Pocas			X			X															2
9. Más Lejos																					0
10. Alrededor									X					X							2
11. Encima																					0
12. Más ancha		X																			1
13. Más			X			X	X		X				X				X		X		7
14. Entre									X					X							2
15. Entera																					0
16. Más cerca		X																			1
17 Segundo				X											X					X	3
18. Esquina				X				X									X				3
19. Varios			X			X															2
20. Detrás																					0
21. Fila				X											X					X	3
22. Diferente							X												X		2
23. Después				X											X					X	3
24. Casi			X			X	X		X				X				X		X		7
25. Mitad																					0
26. Centro				X				X									X				3
27. Tantas																					0
28. Lado				X				X									X	X			4
29. Empezando				X											X					X	3
30. Otro								X								X					2
31. Semejante								X								X					2
32. Ni primero, ni último				X											X					X	3
33. Nunca			X		X			X								X		X			5
34. Debajo			X					X						X							3
35. Hace pareja				X											X					X	3
36. Siempre								X								X					2
37. Tamaño mediano																X		X			2
38. Derecha								X										X			2
39. Adelante								X										X			2
40. Cero	X	X	X	X		X				X			X		X		X			X	10
41. Por encima																					0
42. Cada				X											X					X	3
43. Separadas									X					X							2
44. Izquierda								X										X			2
45. Par				X											X					X	3
46. Saltarse				X											X					X	3
47. Igual								X								X					2
48. En orden			X		X	X							X								4
49. Tercero				X											X					X	3
50. Menos																X		X			2
Total	1	3	9	14	4	7	4	11	5	1	0	0	4	4	11	7	6	7	3	11	

Resultados del análisis de contenido. Fuente: Elaboración propia de las autoras

Ejemplos de juegos del Catálogo elaborado, que se describió en el Cuadro 1:

Figura 5: Juego Damas Chinas.



Fuente: Google imágenes

Figura 6: Juego Mijnlieff.



Fuente: Google imágenes

Figura 7: Juego Rayuela.



Fuente: Google imágenes

Los cuadros C 3a y C 3b, se sintetizan en el siguiente Cuadro 4, para realizar su análisis numérico:

Cuadro 4: Cantidad de Juegos que evalúa cada ítem. Síntesis de los Cuadros C3a y C3b

Ítems test Boehm	Cantidad de Juegos que evalúa cada ítem		
	Total C3 a	Total C3 b	Total de Juegos
1. Arriba	1	1	2
2. A través	1	1	2
3. Lejos	3	0	3
4. Junto a	3	0	3
5. Dentro	3	0	3
6. Algunas, pero pocas	7	2	9
7. Medio	1	0	1
8. Pocas	7	2	9
9. Más Lejos	3	0	3
10. Alrededor	1	2	3
11. Encima	3	0	3
12. Más ancha	3	1	4
13. Más	6	7	13
14. Entre	1	2	3
15. Entera	1	0	1
16. Más cerca	3	1	4
17. Segundo.	1	3	4
18. Esquina	2	3	5
19. Varios	7	2	9
20. Detrás	3	0	3
21. Fila	1	3	4
22. Diferente	2	2	4
23. Después	1	3	4
24. Casi	6	7	13
25. Mitad	1	0	1
26. Centro	2	3	5
27. Tantas	2	0	2
28. Lado	2	4	6
29. Empezando	1	3	4
30. Otro	2	2	4
31. Semejante	2	2	4
32. Ni primero, ni último	1	3	4
33. Nunca	3	5	8
34. Debajo	3	3	6
35. Hace pareja	1	3	4
36. Siempre	2	2	4
37. Tamaño mediano	2	2	4
38. Derecha	1	2	3
39. Adelante	4	2	6
40. Cero	11	10	21
41. Por encima	5	0	5
42. Cada	3	3	6
43. Separadas	1	2	3
44. Izquierda	1	2	3
45. Par	1	3	4
46. Saltarse	4	3	7
47. Igual	2	2	4
48. En orden	5	4	9
49. Tercero	1	3	4
50. Menos	2	2	4

Fuente: Elaboración propia de las autoras

En cuanto a los resultados obtenidos en el estudio, tras el análisis de los datos de C 3a, C 3b y Cuadro 4, se aprecia que: 1) todos los ítems cuentan con al menos un juego que permite evaluarlo; 2) los juegos 6, 31 y 32 no conectan explícitamente con ningún ítem, sin embargo tienen en común la: Observación. Planificación y Resolución de problemas, por lo que se pueden utilizar para evaluar estas competencias, que son tanto matemáticas como científicas, y transversales a todos los ítems, como ya indicamos anteriormente.

La media de ítems que se manifiestan por cada juego es de 6, una cifra muy favorable para la investigación puesto que supone más de un ítems del test por juego, siendo 4 los juegos que tienen solo 1 ítem y 3 los juegos que contabilizando 0 ítem sin embargo representan las competencias metodológicas implícitas en todos los ítems. Mientras que la media de juegos por ítem es 4, sin tener en cuenta los tres casos de ítems atípicos con 13 o 21 juegos relacionados, lo que significa que se pueden evaluar todos los ítems con al menos un juego y la mayoría con varios juegos, lo que permitirá elegir el más afín con cada cultura, ya que tenemos cierta referencia a la cultura o zona geográfica en la que usa, en el cuadro 1.

Por otro lado, basándonos en los juegos como elementos que potencian capacidades matemáticas y científicas, hemos podido comprobar como los juegos con más potencial, ya que representan a 10 o más ítems son: 2 (20-20), 3 (Ajutatut), 7 (Brown girl in the ring), 13 (Damas Chinas), 14 (Dandy Shandy), 24 (Hundir la flota), 28 (Molino de 9), 35 (Pass di ball) y 40 (S-T-O-P). Se observa como de estos 9 juegos 5 son psicomotores y 4 son de tablero, algo que también nos parece interesante, puesto que indican que estos dos tipos de capacidades están presentes en juegos con alto PMC, y también se demuestra que las capacidades matemáticas se manifiestan jugando, independientemente de la naturaleza del juego. Lo cual, potencia el valor educativo del juego como elemento de aprendizaje y evaluación de competencias matemáticas y científicas en alumnado de Educación Infantil.

Para llevar a cabo la evaluación de los estudiantes con este instrumento hemos construido los elementos operativos del mismo, denominados: Protocolo de Observación, Ficha de Reflexión y Rúbrica de Evaluación, que también son resultados de la investigación y presentamos a continuación (Cuadros 5, 6, 7):

Cuadro 5: Protocolo de Observación, válido para todos los juegos

PROTOCOLO DE OBSERVACIÓN				
Atiende a las órdenes del monitor sobre las normas previas de organización del juego	Respeto su turno en el juego	Respeto al compañero o los compañeros de juego relacionándose correctamente	Comprende las reglas del juego	Termina el juego en el tiempo indicado y utilizando las reglas adecuadamente

El Protocolo de observación, la ficha de reflexión y la Rúbrica, son instrumentos que hacen operativa la evaluación del dominio de cada contenido por el estudiante, y se han diseñado de forma que sean válidas para todos los juegos. Van dirigidas al evaluador o profesor y la Ficha es también para el alumno-jugador, que debe realizarla bajo la observación del evaluador, del mismo modo que cada juego desarrollado para evaluar. El protocolo guía las notas de campo, que realizará el evaluador mientras se desarrolla el juego, pudiendo recibir ayuda de un colaborador, o filmando en video el desarrollo de la actividad lúdica.

La ficha de reflexión (Cuadro 6) permite observar la internalización del concepto tratado en el juego e ítem y constituye a su vez la dimensión dos de la Rúbrica de evaluación del dominio del contenido de los ítems (dimensión 2: éxito en la representación del ítem mediante un dibujo del juego, elaborado con posterioridad a la realización del juego).

Cuadro 6: Ficha de reflexión, válida para todos los juegos

FICHA DE REFLEXIÓN y representación de la vivencia experimentada al jugar			
Realizar un dibujo de la actividad realizada en el juego, incluyendo todos los elementos del juego, (Por ejemplo: pelota, cancha de juego, canasta, jugadores, etc.)	(El espacio aconsejable para esta ficha es la hoja de papel habitual en las tareas escolares, Din A4 cuartilla o similar)	Señalar en el dibujo la situación o contenido solicitado en el ítem, (por ejemplo: la pelota pasando “a través de” la canasta)	(Se puede hacer un ensayo solicitando que señale el elemento más importante del dibujo y a continuación solicitar que señale el contenido del ítem)

Estos instrumentos de recogida de datos permiten evaluar los diferentes aspectos considerados relevantes para explicitar los niveles del éxito en el desarrollo del juego y del dominio de los conceptos de cada ítem, y especialmente pueden ser valorados directamente con la siguiente Rúbrica, que incluye dos dimensiones, siete criterios cualitativos y cuantificados y cinco niveles de éxito, explicitados de forma cualitativa (Cuadro 7).

Cuadro 7: Rúbrica para la evaluación del dominio de los contenidos del test Boehm por jugadores de juegos con potencial matemático y científico PMC, válida para todos los juegos

DIMENSIÓN 1: ÉXITO EN EL JUEGO					
CRITERIOS	Muy baja (1-2)	Baja (3-4)	Media (5-6)	Alta (7-8)	Muy alta (9-10)
Atención a las órdenes del monitor sobre las normas previas de juego	Hay que repetirle las normas varias veces y no se interesa por el juego	Hay que repetirle las normas dos veces y se confunde, mostrando	Hay que repetirle las normas una vez y las sigue con cierto desinterés	Hay que repetirle las normas una vez y las sigue, sin destacar	Hay que repetirle las normas una vez y las comprende y sigue perfectamente con
15%					
Respeto su turno en el juego	No	Pocas veces	La mayor parte de las veces	Sí, salvo algún despiste	Siempre
15%					
Respeto al compañero o los compañeros de juego	No	Pocas veces	La mayor parte de las veces	Sí, salvo algún despiste	Siempre
15%					
Comprende las reglas del juego	Hay que repetirle las reglas varias veces y no las comprende	Hay que repetirle la explicación de las reglas dos veces y las sigue a medias	Hay que repetirle la explicación de las reglas una vez y las sigue a medias con	Hay que repetirle la explicación de las reglas una vez y las sigue, con algún error por despiste	Hay que repetirle la explicación de las reglas una vez y las sigue, sin ningún error perfectamente
15%					
Termina el juego en el tiempo indicado y logrando el objetivo	No logra el objetivo en el tiempo indicado y deja el juego a medias, sin terminar	No logra el objetivo en el tiempo indicado y lo termina en un tiempo mayor, pero sin lograr el	En el tiempo indicado lo termina aunque sin lograr el objetivo completamente	Logra el objetivo en un tiempo algo mayor que el indicado y lo termina correctamente	Logra el objetivo en el tiempo indicado y lo termina correctamente
15%					
DIMENSIÓN 2: ÉXITO EN LA REPRESENTACIÓN DEL ÍTEM MEDIANTE UN DIBUJO DEL JUEGO, REALIZADO CON POSTERIORIDAD AJUGARLO					
CRITERIOS	Muy baja (1-2)	Baja (3-4)	Media (5-6)	Alta (7-8)	Muy alta (9-10)
Realiza un dibujo de su actividad en el juego, incluyendo todos los elementos del juego	No realiza el dibujo	Sí realiza el dibujo pero incompleto	Sí realiza el dibujo con la mayoría de elementos implicados, pero no completo	Sí realiza el dibujo con todos los elementos implicados, pero falta él como jugador para estar completo	Sí realiza el dibujo con todos los elementos implicados, y él como jugador, todo completo
12,5%					
Realiza un dibujo de su actividad en el juego y señala en él la situación	No	No señala lo indicado en el ítem sino cualquier cosa	Señala lo solicitado pero de forma inadecuada	Señala lo solicitado de forma adecuada	Señala lo solicitado de forma adecuada y lo explica
12,5%					
Calificación Dimensión 1		Calificación Dimensión 2		Calificación Final	

La calificación final del alumno-jugador en cada ítem se puede contrastar con el índice de dificultad del ítem, obtenido en Oliveras (1984) y mostrado en la Tabla 1.

Sería deseable elaborar una evaluación cualitativa que indique las competencias más afianzadas y las menos o las inexistentes y redactar un perfil matemático-científico del niño, a tener en cuenta por el docente que trabaje con él en el primer curso de Primaria, para encauzar su aprendizaje de una forma personalizada, a la par que grupal, que le permita no fracasar en estas áreas, en las que el fracaso inicial propicia el abandono del aprecio a estas materias y las dificultades de aprendizaje en el futuro escolar.

Todo ello es posible mediante este instrumento de evaluación, que cumple con creces el objetivo del estudio planteado desde un inicio: elaborar un instrumento que permita evaluar las competencias matemáticas del alumnado que inicia Educación Primaria, mediante el test Boehm y los juegos tradicionales que hemos estudiado, pudiendo elegir aquellos que estén a su alcance en el centro escolar o en centros de educación no formal como las Ludotecas y talleres del entorno social o familiar.

Referencias bibliográficas

- Barba-Martín, R. A., y López-Pastor, V. M. (2017). Evaluación formativa y compartida en los proyectos de trabajo tutorado, un ejemplo de buena práctica. *Revista Infancia, Educación y Aprendizaje*, 3 (2), pp.66-70.
- Bergen, D. (2009). Play as the Learning Medium for Future Scientists, Mathematicians, and Engineers. *American Journal of Play*, 1 (4), pp. 413-428.
- Boehm, A. (1971). *Boehm Test of Basic Concepts*. New York: The Psychological Corporation.
- Boehm, A. (1980). *Test Boehm de Conceptos Básicos*. Madrid: TEA.
- Boehm, A. E. (2012). *Boehm-3. Test Boehm de Conceptos Básicos - 3*. Madrid: Pearson.
- Brassard, MR y Boehm, AE (2007). *Evaluación preescolar: principios y prácticas*. Guilford Press.
- Corbalán, F. (1997). *Juegos de estrategia y resolución de problemas: Análisis de estrategias y tipología de jugadores en el alumnado de secundaria*. (Tesis doctoral). Universitat Autònoma de Barcelona. Bellaterra (Barcelona).
- Craft, A. (2008). *Creativity in the School*. London: UK Department for Children, Schools and Families' Beyond Current Horizons Project
- Chang, C. P. (2013). Relationships between playfulness and creativity among students gifted in mathematics and science. *Creative Education*, 4(02), p.101.
- De Castro Hernández, Carlos (2007) La evaluación de métodos para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en la Educación Infantil. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática* (11). pp. 59-77. ISSN 1815-0640 (2018)

- De la Cruz, V. (1988): *Pruebas de Diagnóstico de Preescolar*. Madrid, TEA.
- Delgado, I. (2011). *¿A qué jugamos? Los juegos, clasificación y funciones*. En: El juego infantil y su metodología, (pp. 158-159). Madrid. España: Paraninfo.
- Delors, J. (1996.): Los cuatro pilares de la educación, en: *La educación encierra un tesoro*. Informe a la UNESCO de la Comisión internacional sobre la educación para el siglo XXI, Madrid, España: Santillana/UNESCO. pp. 91-103.
- Deulofeu, J. (2001). *Una recreación matemática: historias, en el alumnado de secundaria*. (Tesis doctoral). Universitat Autònoma de Barcelona. Bellaterra (Barcelona).
- Espigares-Gámez, M. J. (2018). *Juegos tradicionales jamaicanos como potenciadores del conocimiento matemático-científico en Educación Infantil y Primaria*. (Trabajo fin de Máster). Universidad de Granada.
- Espigares-Gámez, M. J., Fernández-Oliveras, A., y Oliveras, M. L. (2019). *Compilation of traditional games played in Jamaica. An ethnomathematical study for STEAM education*. ICERI 2019.
- Espigares-Gámez, M.-J., Fernández-Oliveras, A., y Oliveras, M.-L. (2019). Análisis de juegos. Catálogo de juegos tradicionales para trabajar áreas científicas y matemáticas. En: Sola, T; García; Fuentes, A; Rodríguez-García, A.M. y Belmonte, J. *Innovación Educativa en la Sociedad Digital* (pp. 2186-2200). Granada. Dykinson.
- Evans, M.A. (2009). Mobility, Games and Education. In R.E. Ferdig (ed.), *Handbook of Research on Effective Electronic Gaming in Education New York: Information Science Reference* (pp. 96-110).
- Fernández-Oliveras A y Oliveras M.L (2015). Formación de maestros y Microproyectos curriculares, *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 8 (2), pp. 472-495.
- Fernández-Oliveras, A., Espigares-Gámez, M. J., y Oliveras, M. L. (2019). *Gamification and game-based learning for the development of STEAM skills in kindergarten, primary and secondary education. Updating initial teacher training*. Simposio llevado a cabo en el seminario Innovation in Learning and teaching in Science, Technology, Engineering and Mathematics (STEM) fields. COIMBRA. Granada.
- Fernández-Oliveras, A., Espigares-Gámez, M.-J., y Oliveras, M.-L. (2019). Teorizaciones para la tipificación de juegos con potencial educativo STEAM. En: Sola, T; García; Fuentes, A; Rodríguez-García, A.M y Belmonte, J. *Innovación Educativa en la Sociedad Digital: Vol. VII*. Innovación e investigación educativa (pp. 1645-1658). Dykinson.
- Gallardo, P. y Fernández, J. (2010). *El juego como recurso didáctico en educación física*. Sevilla: Wanceulen.
- García Fraile, J. A. y Tobón, S. (2009). *Estrategias didácticas para la formación por competencias*. Lima: A. B. Representaciones Generales
- Garrison, C. y M. Ehringhaus (2008), *Formative and Summative Assessments in the Classroom*, tomado de <http://www.nmsa.org/Default.aspx>, página web de la National Middle School Association

- Gil, F. (1999). *Marco conceptual y creencias de los profesores sobre evaluación en matemáticas*. (Tesis doctoral). Granada, España: Universidad de Granada.
- Glenberg, A. M. y Robertson, D. A. (1999). Indexical understanding of instructions. *Discourse Processes*, 28 (1), pp.1-26. Doi:10.1080/01638539909545067.
- Gómez, A. (2007). *La evaluación en actividades de aprendizaje con uso de tecnología*. (Tesis de maestría con especialidad en Matemática Educativa), Cicata-IPN, México
- Gómez, J. F. (2012). *El juego infantil y su importancia en el desarrollo*. CCAP, 10 (4), 5-13.
- González González, C. S. (2015). Estrategias para trabajar la creatividad en la Educación Superior: pensamiento de diseño, aprendizaje basado en juegos y en proyectos. *Revista de Educación a Distancia*, 40. Recuperado a partir de <https://revistas.um.es/red/article/view/234291>.
- Gros, B. (2000). La dimensión socioeducativa de los videojuegos. *EduTec. Revista Electrónica de Tecnología Educativa*, 12, pp.1-11. Recuperado de: <http://edutec.rediris.es/Revelec2/Revelec12/gros.pdf>
- Harms, T. y Clifford, D. (1980). *Early Childhood Environment Rating Scale*. New York, Teachers College Press.
- Kangas, M. (2010). Creative and playful learning: Learning through game co-creation and games in a playful learning environment. *Thinking skills and Creativity*, 5 (1), pp.1-15.
- Lera-Rodríguez, M.J (1994): *Las ideas de los profesores y su práctica educativa, un estudio en preescolar*. (Unpublished Tesis Doctoral), Universidad de Sevilla. Sevilla.
- Lera-Rodríguez, M.J. (2007). Calidad de la Educación Infantil: instrumentos de evaluación. *Revista de Educación*, 343, pp.301-323.
- Morris, B., Croker, S., Zimmerman, C., Gill, D., y Romig, C. (2013). Gaming science: the “Gamification” of scientific thinking. *Frontiers in psychology*, 4, p.607.
- Muñoz, A y Díaz M.R. (2009): Metodología por proyectos en el área de conocimiento del medio. *Revista Docencia e Investigación*, 19, pp.101- 126.
- Narváez, A. (1987). *Prueba de Conceptos Básicos de Boehm: Estudio Comparativo en niños de diferente nivel socioeconómico de Lima y Callao*. (Tesis de Bachiller). PUC. Lima.
- National Advisory Committee on Creative and Cultural Education (1999). *All Our Futures: Creativity, Culture and Education*. Report to the Secretary of State for Education and Employment the Secretary of State for Culture, Media and Sport, UK
- National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, Va.: The National Council of Teachers of Mathematics
- Navarro Guzmán, J. I., Aguilar Villagrán, M., Marchena Consejero, E., Alcalde Cuevas, C., y García Gallardo, J. (2010). Evaluación del conocimiento matemático temprano en una muestra de 3º de Educación Infantil. *Revista de Educación*, 352, pp. 601-615
- Oliveras, M. L. (1984). Dominio del área de Matemáticas en niños de preescolar de Granada. *Escuela de maestros* 1, (pp. 115-124). Universidad de Granada.

- Oliveras, M. L. (1996). *Etnomatemáticas. Formación de profesores e innovación curricular*. Granada: Comares
- Oliveras, M. L. (2005). Microproyectos para la educación intercultural en Europa. *Uno: Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 38 (11), pp.70-81.
- Oliveras, M. L. (2006). Etnomatemáticas de la multiculturalidad al mestizaje. En: *Matemáticas e interculturalidad*. pp. 117-149. Biblioteca de UNO, Número 232. Barcelona: Graó.
- Paredes, J. (2003). *Juego, luego soy. Teoría de la actividad lúdica*. Sevilla: Wanceulen
- Perrenoud, P. (2008). Construir las competencias, ¿es darle la espalda a los saberes? *Revista de docencia universitaria*, 6(2), pp.2-8. Núm. monograf. II
www.redu.um.es/Red_U/m2
- Piaget, J. (1973). *Psicología y Pedagogía*. Ciudad de la Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- Powers, B. (1986). Reliability of the Boehm Test of Basic Concepts for hispanic and non hispanic kindergarten pupils. *Psychology in the Schools*, 23, pp.34-36.
- Resnick, M. (2004). *Edutainment? No thanks. I prefer playful learning*. Associazione Civita Report on Edutainment, 14, pp.1-4.
- Rosas, R, Ceric, F, Aparicio, A, Arango, P, Arroyo, R, Benavente, C, Escobar, P, Olguín, P, Pizarro, M, Ramírez, M.P, Tenorio, M, y Véliz, S. (2015). Traditional Assessment or Invisible Assessment Using Games? New Frontiers in Cognitive Assessment. *Psykhé* (Santiago), 24 (1), pp. (s/p). Versión On-line ISSN 0718-2228.
<http://dx.doi.org/10.7764/psykhe.23.2.724>.
- Ruiz, L. (2005). *Aprendizaje y matemáticas. La construcción del conocimiento matemático en la Escuela Infantil*. Madrid: Pearson.
- Tobón, S. (2006). *Aspectos básicos de la formación basada en competencias*. Proyecto Mesesup, 1, pp.1-16. Talca: Mesesup.
- Toro, V. (2013). El juego como herramienta educativa del Educador Social en actividades de Animación Sociocultural y de Ocio y Tiempo libre con niños con Discapacidad. *Revista de educación social*, 16. pp.1-13
- Vázquez-Alonso, A., Manassero-Mas, M. A. (2017). Juegos para enseñar la naturaleza del conocimiento científico y tecnológico. *Educar*, 53(1), pp.149-170.
- Zhao, Z. y Linaza, J.L. (2015). La importancia de los videojuegos en el aprendizaje y el desarrollo de niños de temprana edad. *Electronic Journal of Research in Educational Psychology*, 13(2), pp.301-318. Doi: 10.14204/ejrep

Webgrafía.

(La numeración corresponde con la de cada juego del Catálogo presentado en el Cuadro 1)

1. ¿Qué hora es señor lobo? Juegos Educación Física. [JuegosEF]. (2015.Enero.12) QUÉ HORA ES SEÑOR LOBO?-Juegos Educación Física [Archivo de vídeo]. Recuperado de https://www.youtube.com/watch?v=_36pzVxoLZI
2. 20-20. Kamii. C (1989). 20-20 Baraja Matemática. Madrid. Diario Educación. <https://diarioeducacion.com/20-20-baraja-matematica/>
3. Ajutatut. Santana., D [David Santana]. (2013, Noviembre 27). DIAPO11.1 [Archivo de vídeo] Recuperado de https://www.youtube.com/watch?v=5u3fDh_Gc3o
4. Awale. Matemáticas [¡¡¡MATE-MATE-MÁTICAS!!!] (2017, Octubre 24). ¡¡MATE-MATE- MÁTICAS!! PRESENTA: EL AWALÉ. [Archivo de vídeo] Recuperado de <https://www.youtube.com/watch?v=t6dyDIe-Ihk>
5. Beggar my neighbour. [Royds2oscn] (2013, Octubre 2) How to play Beggar my Neighbour [Archivo de vídeo] Recuperado de <https://www.youtube.com/watch?v=iMTMXRaICvE>
6. Bluebird. Distefano, D [Danielle Distefano] (2016, Febrero 4) Here Comes Bluebird GAME (Elem Methods) Danielle Distefano. [Archivo de vídeo] Recuperado de <https://www.youtube.com/watch?v=c9iD4xthe2k>
7. Brown Girl in the Ring. [JAFSProyect] (2018, Diciembre 15) Brown Girl in the Ring [Archivo de vídeo] Recuperado de <https://www.youtube.com/watch?v=7Rg5XfLJLx0>
8. Bruck Rock Stone [LearnVision10] (2012, Febrero,23). Go down a Enmanuel Road [Archivo de vídeo] Recuperado de : <https://www.youtube.com/watch?v=YDYcNVGwrAg>
9. Bull inna pen. Bull inna pen (s.f) Tafisa Recall. <http://recallgames.com/games/90>
10. Buzz Fizz. Hartley ,M. (s.f) Dr Mike's Math Games for Kids. <http://www.dr-mikes-math-games-for-kids.com/fizz-buzz.html>
11. Shut the box. [Wilder Math Adventures] (2017, Septiembre 27) How to play Shut the Box [Archivo de vídeo] Recuperado de <https://www.youtube.com/watch?v=aiYUFUbc3wE>
12. Chinese skip. [Eze Congco Dancehall Grung] (2018, Abril 1) Chiny/Chinese Skip (Game) [Archivo de vídeo] Recuperado de <https://www.youtube.com/watch?v=Zn-bFFx73Bw>
13. Damas Chinas. Poma, D [David Poma Huanca] (2014) Damas Chinas [Archivo de vídeo] Recuperado de <https://www.youtube.com/watch?v=1s8VCq2Z5NE>
14. Dandy Shandy. Mckenzie, P [Patrick Mckenzie] (2011, Agosto 22) Dandy Shandy Glen Island Park [Archivo de vídeo] Recuperado de <https://www.youtube.com/watch?v=iR2rubdJOho>
15. Daruma Otoshi. [JapanToy Mania] (2014, Julio 17) Daruma Otoshi! Stacked Daruma Game! だるま落としゲーム [Archivo de vídeo] Recuperado de <https://www.youtube.com/watch?v=G0UbuQJ4mNQ>
16. Doga n bone. [Blooming Kids Madhira] (20118, Diciembre 11) Dog and bone game [Archivo de vídeo] Recuperado de <https://www.youtube.com/watch?v=u48KVRegAKg>
17. Dominó. [JamDomDotCom] (2017, Mayo 17) How to Play French Dominoes- Jam Dom. Com [Archivo de vídeo] Recuperado de <https://www.youtube.com/watch?v=u48KVRegAKg>
18. Fanorona.[Rincón Lúdco] (2016, Sptiembre 17). Fanororna [Archivo de vídeo]

- Recuperado de <https://www.youtube.com/watch?v=vd0-6Zbr9QE>
19. Farmers in the dell. Dozet, GN [George N. Dozet] (2009) The Farmer in the Dell [Archivo de vídeo] Recuperado de <https://www.youtube.com/watch?v=mibD51R4Kco>
 20. Follow the arrow. (s.f) BBG. <https://boardgamegeek.com/boardgame/126530/follow-arrow>
 21. Gig Spinning. Juego tradicional. El trompo (2017). Guía Infantil.com. <https://www.guiainfantil.com/articulos/educacion/juegos/juego-tradicional-de-la-peonza-el-trompo/>
 22. Hide n´seek. Juego del escondite (s.f) Con mis hijos. <https://www.conmishijos.com/ninos/ocio/juego-del-escondite-juegos-tradicionales-para-ninos/>
 - 23., 37. Hopscatch. Juego de la Rayuela. (s.f) Con mis hijos. <https://www.conmishijos.com/ninos/ocio/juego-de-la-rayuela-como-jugar-con-los-ninos/>
 24. Hundir la flota. [juguetes review] (2019, Julio 12) BATTLESHIP JUEGO como jugar/ juguetes review [Archivo de vídeo] Recuperado de <https://www.youtube.com/watch?v=IR6MFrq50-M>
 25. La Mamba. Cuentanos África (s.f) http://cuentanosafrika.blogspot.com/2014/01/juegos_12.html
 26. Loodi. Anderson, T [Mr Talique Anderson] (2018, Julio 22) How To Play LOODI (Caribbean Game) [Archivo de vídeo] Recuperado de <https://www.youtube.com/watch?v=46Te9Hyk1y4>
 27. Marbles. [Howcast] (2017) How to play Marbles [Archivo de vídeo] Recuperado de <https://www.youtube.com/watch?v=ewqFhNw9k7g>
 28. Mijnlieff. [Exacting Games] (2018, Febrero 4) Mijnlieff: Gameplay (Standard Board Setup)- EG [Archivo de vídeo] Recuperado de <https://www.youtube.com/watch?v=610gRd5Mh98>
 29. Molino de 9. [La Jirafa de Madera] (2019, Julio 27) ¿Cómo jugar Molino? (9 hombres Morris) [La Jirafa de Madera] [Archivo de vídeo] Recuperado de <https://www.youtube.com/watch?v=eX0QE1HBo2g>
 30. Morra. [El juego de la Morra] (2017, Agosto 7) La partida de morra más multitudinaria de la historia (68 jugadores) [Arxhivo de vídeo] Recuperado de https://www.youtube.com/watch?v=ZdKRNxhIb_s
 - 31., 32 Mummy Lashy. Clapping games (s.f). <https://www.wgtn.ac.nz/lals/research/projects/language-in-the-playground-project/publications/lip70.pdf>
 33. Pajaritos. Juego 31. (s.f) <https://www.juegossolitario.com/juego/Treinta+y+uno+%2831%29>
 - 34., 35 Pass di ball / Pasa el aro. Classroom games. (2019) <https://games4esl.com/pass-the-ball/>
 36. Pass round donkey (Burro). [https://en.wikipedia.org/wiki/Donkey_\(card_game\)](https://en.wikipedia.org/wiki/Donkey_(card_game))
 38. River bank game. [Teachers Hub] (2018, Diciembre 21) River Bank / Party Games / Classroom Games / Fun games [Archivo de vídeo] Recuperado de <https://www.youtube.com/watch?v=Xk9K1jGeL0g>
 39. Saca Yunya. El juego andino. (2008). <https://es.slideshare.net/mediadora/el-juego-en-el-nio-andino>
 40. S-T-O-P. Busy Teacher. (s.f) <https://busyteacher.org/25070-stop-game.html>

LA MOVILIZACIÓN DE COMPETENCIAS Y EL DESARROLLO COGNITIVO UNIVERSAL-BILATERAL DEL APRENDIZAJE EN LA ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS

Everton Bedin

bedin.everton@gmail.com

<https://orcid.org/0000-0002-5636-0908>

Universidade Federal do Paraná, Brasil

José Claudio Del Pino

delpinojc@yahoo.com.br

<https://orcid.org/0000-0002-8321-9774>

Universidade do Vale do Taquari, Brasil

Recibido: 02/04/2020 **Aceptado:** 25/05/2020

Resumen

Este artículo tiene como objetivos, presentar una metodología de enseñanza llamada DICUMBA (Desarrollo Cognitivo Universal-Bilateral del Aprendizaje), y reflexionar sobre cómo el aprendizaje a través de la investigación centrada en el estudiante (Aprender pela Pesquisa Centrada no Aluno, APCA), cuando se desarrolla a partir del interés y la inserción activa de éste en el aula, permite la movilización de habilidades para la formación crítica y ética. En esta investigación cualitativa que se desarrolló en cinco pasos, participaron 3 maestros y 85 estudiantes. Para la recolección de información, además de la observación participante, se utilizó un cuestionario de validación. Al final, después de un análisis detallado de las respuestas al cuestionario dadas por los estudiantes y docentes en el cuestionario, así como de la interpretación empírica y transversal de la investigación desarrollada por los estudiantes a la luz del APCA, queda claro que el Desarrollo Cognitivo Universal-Bilateral del Aprendizaje (DICUMBA) en la educación científica se configura como una acción que motiva y estimula a los estudiantes a enseñar, haciéndolos participar en múltiples acciones que requieren la movilización de habilidades para organizar diferentes niveles del dominio cognitivo.

Palabras clave: Aprendizaje por investigación. DICUMBA. Movilización de habilidades.

MOBILIZAÇÃO DE COMPETÊNCIAS E O DESENVOLVIMENTO COGNITIVO UNIVERSAL-BILATERAL DA APRENDIZAGEM NO ENSINO DE CIÊNCIAS

Resumo

Este artigo tem como objetivos apresentar um método de aprendizagem chamado DICUMBA (Desenvolvimento Cognitivo Universal-Bilateral da Aprendizagem) e refletir sobre como Aprender pela Pesquisa Centrada no Aluno (APCA), quando se desenvolve a partir dos interesses e da sua inserção ativa na sala de aula, permite a mobilização de habilidades para a própria formação crítica e ética. Nesta pesquisa qualitativa, realizada em cinco etapas, participaram 3 professores e 85 alunos. Para a coleta de informações, além da observação participante, foi utilizado um questionário de validação. Por fim, após uma análise detalhada das respostas dadas pelos alunos e professores ao questionário, bem como a interpretação empírica e transversal da pesquisa realizada pelos alunos à luz da APCA, fica claro que o Desenvolvimento Cognitivo Universal-Bilateral da Aprendizagem (DICUMBA) no ensino de

ciências se configura como uma ação que motiva e estimula os alunos a aprender, participando de múltiplas ações que exigem a mobilização de habilidades para organizar diferentes níveis de domínio cognitivo.

Palavras-chave: Aprendizagem em pesquisa. DICUMBA Mobilização de habilidades.

MOBILIZATION OF COMPETENCES AND THE DEVELOPMENT COGNITIVE UNIVERSAL-BILATERAL LEARNING IN SCIENCE TEACHING

Abstract

This article aims to present a learning method called DICUMBA (Universal-Bilateral Cognitive Development of Learning) and reflect on how to Learn through Student-Centered Research (APCA), when it develops from the interests and its active insertion in the classroom, allows the mobilization of skills for critical and ethical training. In this qualitative research, carried out in five stages, 3 teachers and 85 students participated. For the collection of information, in addition to participant observation, a validation questionnaire was used. Finally, after a detailed analysis of the answers given by the students and teachers to the questionnaire, as well as the empirical and transversal interpretation of the research carried out by the students in the light of the APCA, it is clear that the Universal-Bilateral Cognitive Development of Learning (DICUMBA) in teaching of sciences is configured as an action that motivates and encourages students to learn, participating in multiple actions that require the mobilization of skills to organize different levels of cognitive domain.

Keywords: Research learning. DICUMBA Mobilization of skills.

Introdução

Historicamente, o ensino das Ciências da Natureza tem sofrido com a forma em que vem sendo desenvolvido, principalmente, na Educação Básica. Afinal, por se constituir em uma das principais áreas para a formação do aluno, os componentes curriculares química, física e biologia, de uma forma geral e a partir da prática pedagógica, têm sido, predominantemente, desenvolvidos e interpretados apenas a partir da ação de memorizar os conteúdos, os símbolos, as fórmulas e os códigos e linguagens específicas, ficando a cargo dos professores a transmissão de informações, muitas vezes, irrelevantes, não significativas e descontextualizadas à vivência do aluno (Bedin, 2019).

Nesta perspectiva, tem-se a falta de interesse, a baixa curiosidade e a ilusória perspectiva em aprender pelo aluno da Educação Básica não simplesmente em relação aos conteúdos específicos destes componentes curriculares, mas aqueles em que deles fazem parte. De outra forma, o saber científico relacionado as Ciências da Natureza não têm provocado no aluno o desejo e a vontade de aprender, despertando nos professores a noção da necessidade de refletir

e de agir sobre os próprios métodos utilizados na transposição dos conteúdos e dos conceitos científicos durante os ambientes de aprendizagem.

Nass e Fischer (2016, p. 23), em especial à química, afirmam que a forma em que “vem sendo abordada nas escolas privilegia a memorização de fórmulas e conceitos, além de que há professores que só trabalham com o quadro e giz, [...] sem estabelecer uma relação com algo concreto para o aluno, do seu cotidiano”. Em consequência desta ação, validando a atuação do professor como um transmissor de informação científica sem vínculo contextual com o aluno, com vistas a aprovação em provas e em exames, percebe-se a minimização desta área do conhecimento em múltiplas esferas sociais, políticas e culturais.

Neste desenho, entende-se que ao final do Ensino Médio o aluno não tem condições de mobilizar competências e de acionar habilidades para resolver uma situação-problema contextualizada, situações diárias e, até mesmo, problemas relacionados com a própria vivência. Isto é, por não ter um ensino de qualidade e contextualizado durante os três últimos anos de sua formação na Educação Básica, de acordo com Nass e Fischer (2016), a grande maioria dos alunos não tem condição de exercer um papel científico na sociedade, já que está saindo da instituição de ensino sem conhecimento mínimo necessário para atuar de forma científica.

Diante do exposto, acredita-se ser necessário, urgentemente na Educação Básica, em especial no ensino das Ciências da Natureza, uma mudança significativa em relação a metodologia dos professores e a forma e a maneira como estes desenvolvem seus ambientes de aprendizagem à luz da ciência, a fim de que se possa instigar o aluno cognitivamente para além de entender a química, a física e a biologia como carros chefe do seu desenvolvimento social, cultural e econômico, compreendê-las como ciências para além de explicar fenômenos naturais e artificiais que fazem parte do seu contexto.

De outra forma, acredita-se que a inserção de novas metodologias de ensino, ou o aperfeiçoamento da prática pedagógica à luz de ações inovadoras e contemporâneas, as quais possam contribuir para o desenvolvimento de habilidades e a mobilização de competências necessárias para preparar o aluno para a vida social e científica, constituindo-o através dos conhecimentos específicos da área das Ciências da Natureza, seja de extrema urgência para permitir ao aluno a possibilidade de construir seus próprios conceitos e descobrir uma forma de aprender dinamicamente (Filho et al., 2011).

Assim, este artigo tem por objetivo, além de apresentar uma metodologia de ensino denominada DICUMBA – Desenvolvimento Cognitivo Universal-Bilateral da Aprendizagem –, refletir sobre como o Aprender pela Pesquisa Centrada no Aluno (APCA), ação derivada da DICUMBA, quando desenvolvida a partir do desejo, da curiosidade e da inserção ativa e argumentativa do aluno em sala, lhe possibilita a mobilização de competências para a formação cidadã, crítica e ética, bem como o aperfeiçoamento pedagógico e curricular dos professores participantes.

A Metodologia DICUMBA e a Mobilização de Competências

A metodologia DICUMBA é uma proposta de ensino desenvolvida pelos autores a partir de consecutivas pesquisas, reflexões e discussões sobre o modelo egocêntrico e hegemônico de desenvolver os processos de ensino e aprendizagem à luz do ensino das ciências na Educação Básica, tendo como motivação e princípio de emersão as angústias, as incertezas e os sentimentos envolvidos em pesquisas *lato sensu* (especialização) e *stricto sensu* (mestrado e doutorado) realizadas por um dos autores. Basicamente, a proposta da metodologia é desenvolver o ensino de ciências (em especial o ensino de química) a partir daquilo que o aluno tem interesse e desejo em Aprender pela Pesquisa, pois, assim, acredita-se que o mesmo será capaz de constituir habilidades e de mobilizar competências necessárias à ressignificação de saberes e a inclusão de novas sapiências; a metodologia proporciona ao professor diferentes formas de ressignificar o saber prévio-contextual do aluno, despertando no mesmo a motivação pela aquisição dos saberes específicos dos componentes curriculares que compõem uma área (Bedin & Del Pino, 2018a, b).

De outra forma, a DICUMBA proporciona ao aluno o papel de sujeito adjunto no desenvolvimento do ensino de Ciências da Natureza, pois os conceitos e os conteúdos dos componentes curriculares são inseridos após o aluno selecionar um tema norteador para o desenvolvimento de uma pesquisa que transita entre o social e o científico. Ou seja, o aluno decide sobre o que quer estudar e, então, os professores realizam conexões com o conteúdo de química, física e biologia, não necessariamente para aquela determinada série do Ensino Médio onde o aluno se encontra, mas de uma forma abrangente, complexa e profunda, a fim de que o estudante consiga, no desenvolver de suas atividades, Aprender pela Pesquisa, retomar o conteúdo e significar o conhecimento científico ao seu contexto, como explícito no pentagrama abaixo (Figura 1).

Figura 1. Pentagrama das ações desenvolvidas na metodologia DICUMBA



Fonte: Bedin & Del Pino (2019a, p. 17).

Esta metodologia tira o papel central (no sentido de detentor do conhecimento) do professor na Educação Básica, fazendo com que este se torne um facilitador do processo de construção de conhecimentos do aluno a partir do Aprender pela Pesquisa. O professor deixa de ser o detentor do saber, o transmissor de informações prontas e acabadas, e faz com que o aluno, enquanto sujeito significativo em construção, passe a construir e a internalizar um perfil científico a partir da pesquisa realizada. Esta ação requer a constituição de habilidades e a mobilização de múltiplas competências por parte do aluno; é um processo contínuo de construção e reconstrução, fazendo com que este sujeito se aprofunde naquilo que quer entender e acabe assimilando e distinguindo os conteúdos gerais das ciências, bem como se apropriando da argumentação crítica e do raciocínio lógico reflexivo (Bedin & Del Pino, 2019b).

Nesta perspectiva, a metodologia DICUMBA proporciona a interlocução de saberes científicos, àqueles advindos dos saberes curricular e profissional dos professores, com os saberes sociais, àqueles derivados da relação com a sociedade e com o mundo do aluno, fazendo com que a aprendizagem ocorra de forma universal-bilateral, como demonstrado na Figura 2. Nesta relação exigente entre a mobilização e a interlocução cognitiva de saberes científicos e

sociais, como ressalva Masetto (2013, p. 151), a competência docente passa a ser vista como “a atitude, o comportamento do professor que se coloca como um facilitador, incentivador ou motivador da aprendizagem, que se apresenta com a disposição de ser uma ponte entre o aprendiz e sua aprendizagem”.

Figura 2. A ressignificação dos saberes a partir da metodologia DICUMBA



Fonte: Autores, 2020.

A partir da interpretação do conteúdo da Figura 2, pode-se perceber que a proposta da metodologia DICUMBA, derivando-se na ação do Aprender pela Pesquisa Centrada no Aluno (APCA), implica na interligação efetiva entre os saberes do aluno e os saberes dos professores, sujeitos envolvidos nos processos de ensino e aprendizagem, de forma ativa, conjunta e colaborativa, contemplando um objeto de estudo real que deriva do interesse do aluno para a constituição de um único saber, aquele ressignificado cientificamente à realidade do sujeito.

Nesta perspectiva, percebe-se que, a partir da aplicação da metodologia DICUMBA, o aluno começa a mobilizar suas competências para entender o conteúdo científico relacionado ao seu interesse. Esta ação individual do sujeito exige, além de uma organização de ideias e otimização de espaço/tempo, segurança significativa em relação a criticidade e a autonomia para a pesquisa; logo, tem-se a formação de uma argumentação e de uma consciência crítica para expressar conhecimento específico na (re)construção de saberes e na produção de novos conhecimentos, os quais ocorrem a partir da fusão entre o saber social e o saber científico.

Contudo, ressalva-se que a ideia de pesquisar a partir do desejo e da curiosidade do aluno para desenvolver os conceitos e os conteúdos dos componentes curriculares associados a área das Ciências da Natureza não é reajustar uma informação ao conjunto ou ao contexto do aluno,

pois, como afirma Ens (2006, p. 1), “o conhecimento, para o seu desenvolvimento, precisa usar de forma ampla e irrestrita a curiosidade intelectual do ser humano, ampliando o espírito de investigação”. Ens (2006) ainda complementa que:

[...] no processo de pesquisar surge a indagação sobre como unir experiência pessoal, atitude científica, atitude crítica, a própria crítica, a atitude empírica, pois a razão, a experiência, a crítica, a crítica da crítica, a práxis, a comunicação, a reflexão são ações necessárias umas às outras, tanto num processo de pesquisa, como num ato dialógico, em que o conhecimento emerge de um problema voltado ao objeto de estudo durante a investigação. (Ens, 2006, p. 1)

A reflexão que surge a partir das colocações de Ens (2006), e do entendimento da funcionalidade da metodologia DICUMBA, é que os professores precisam ter um corpus teórico de suas disciplinas, significativamente amplo e conciso, para analisar, encaixar, orientar e ressignificar o saber social do aluno à luz dos conteúdos e dos conceitos da ciência. Em outras palavras, a metodologia DICUMBA não proporciona a mobilização de competências e a constituição de novas sapiências somente ao aluno, mas intensifica a forma de os professores conseguirem entender e estudar a sua área do saber, pois a pesquisa, por ser centrada no aluno e desenvolvida a partir do interesse e da curiosidade do mesmo, requer que os professores, apesar de possuírem os conteúdos mínimos pré-estabelecidos para uma determinada série do Ensino Médio, consigam trabalhar de forma inter e intradisciplinar, agregando conhecimentos e saberes muitas vezes esquecidos e/ou não estudados.

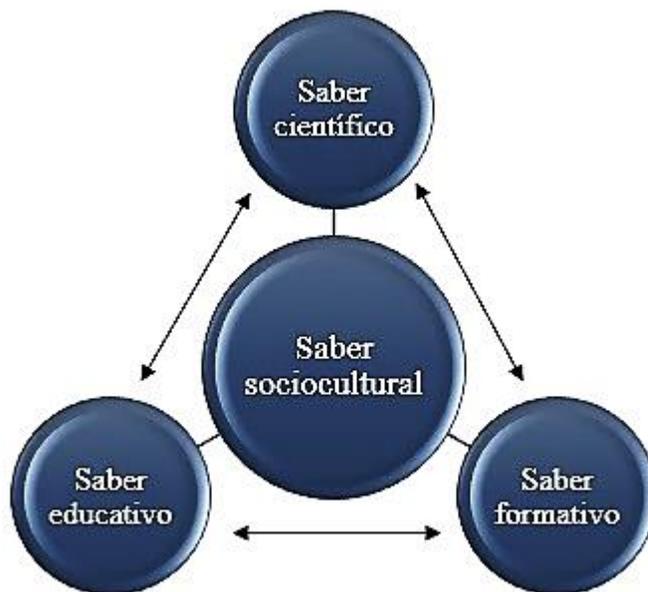
É neste sentido que a metodologia DICUMBA, realçada no APCA, deve ser entendida como uma tríade de princípios: 1. Princípio pedagógico-científico; 2. Princípio formativo-articulador; e 3. Princípio educativo-crítico, na formação do sujeito da Educação Básica e da formação continuada dos professores de Ciências da Natureza. Assim, no princípio pedagógico-científico, a metodologia passa a ser compreendida como uma forma de ressignificar os saberes científicos do professor ao contexto sociocultural do aluno, sendo “um elemento-chave para a formação emancipatória” (Cunha, 2003, p. 3) dos sujeitos. Como princípio formativo-articulado, a metodologia passa a ser considerada um mecanismo de formação de identidade do sujeito e de argumentação crítica, pois busca constituir-se a partir da própria autonomia de escolha. Além do mais, como um princípio educativo-crítico, a metodologia passa a ser

interpretada como uma forma de maximizar os processos de ensino e aprendizagem à qualificação do interesse, da dedicação e do desejo em aprender pelo aluno.

Nesta esfera, a metodologia que aqui se apresenta é significativamente potente para mudar, ou ao menos tentar mudar, o cenário do ensino de Ciências da Natureza nas escolas públicas de hoje, pois a ação de pesquisar tem/terá um caráter investigativo quando o sujeito conseguir, no decorrer do próprio processo de formação, realizar “uma triangulação entre os princípios científico, formativo e educativo da pesquisa” (Ens, 2006, p. 1). Nesta triangulação específica do APCA, pode-se perceber que o professor, além de se encontrar ativamente em processo de formação, aperfeiçoando-se constantemente a partir da troca, do estudo e da autorreflexão, poderá alimentar e conduzir os alunos ao processo de aprender a aprender cientificamente.

A triangulação representada na Figura 3 é uma forma de demonstrar como a ação entre os professores e o aluno, mediada pela metodologia DICUMBA, favorece a mobilização de competências e de atitudes no aluno, uma vez que este precisa, a partir do saber sociocultural, internalizar os saberes educativos, formativos e científicos, reconstruindo-os à luz do seu contexto. Ademais, Bedin (2017) reflete que quando se proporciona uma atividade na Educação Básica que demanda uma ação conjunta entre o professor e o aluno para ser desenvolvida, esta atividade também propicia um avanço significativo na relação professor-aluno.

Figura 3: Saberes relacionados e ressignificados a partir da mobilização de competências.



Fonte: Autores, 2020.

A mobilização de competências é uma ação fundamental para a aprendizagem do aluno, pois é só a partir dela que é possível diagnosticar efetivamente a aprendizagem adquirida. Em outras palavras, fazer com que o aluno mobilize competências para conseguir chegar a um resultado desejado, a partir da ação docente e da pesquisa centrada em seu interesse, é um instrumento significativo para diagnosticar lacunas na aprendizagem, facilitar o planejamento de ações pedagógicas para maximizar a ensinagem e, em consequência, melhorar o desempenho dos alunos frente a maneira de aprender a aprender.

Mobilização de competência diz respeito a ideia de o aluno conseguir realizar uma atividade, em um determinado contexto e frente a diferentes situações, de forma satisfatória e eficaz (Zabala & Arnau, 2010); é uma forma interconectada de mobilizar carâteres, agilidades e saberes ao mesmo tempo. No Brasil, por meio da Lei de Diretrizes e Bases (LDB), nº 9.394/1996, o conceito de competências foi introduzido ao assegurar que o currículo na Educação Básica, em especial no Ensino Médio, deveria guiar o desenvolvimento de competências para cidadania. No parecer CNE/CEB 16/995, que trata das Diretrizes Curriculares para a Educação Profissional, o conceito de competências é entendido como “[...] a capacidade de articular, mobilizar e colocar em ação valores, conhecimentos e habilidades necessários para o desenvolvimento eficiente e eficaz de atividades requeridas pela natureza do trabalho” (Brasil, 1999, p. 2). No ano de 2001, o parecer CNE/CP 9/20016, mesmo referente a formação de professores, traz o conceito afirmando que “não basta a um profissional ter conhecimentos sobre seu trabalho. É fundamental que saiba mobilizar esses conhecimentos, transformando-os em ação” (Brasil, 2001, p. 29).

Não obstante, o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), realizado anualmente pelo Ministério da Educação desde o ano de 1998, é aplicado como fim de avaliação do desempenho dos estudantes a partir de áreas do conhecimento e de cinco competências. 1 - Dominar linguagens; 2 - Compreender fenômenos; 3 - Enfrentar situações-problema; 4 - Construir argumentações; e 5 - Elaborar propostas. Nesta mescla de conceitos e direções sobre o que são as competências e como mobiliza-las, a única certeza que se encontrar é de que estas são, a partir de um corpus teórico, uma construção específica, individual e singular de cada sujeito, sendo moldada a partir da realidade, da situação e da vivência de cada indivíduo; uma competência não tem como ser vista, apenas pode-se analisar os seus efeitos (Rey, 2005).

Entre os diversos conceitos estabelecidos na literatura sobre a ideia central de competência, neste artigo, adotou-se o significado apresentado por Cruz (2001), pois este autor define a competência como um conceito que acolhe conhecimentos, atitudes e perspectivas, envolvendo o espaço do self (saber-ser), o espaço cognitivo (saber formalizado) e o espaço comportamental (saber-fazer). Em sintonia, Alves (2005) ajuíza o conceito de competência como a forma em que o sujeito estrutura, articula e relaciona os diferentes saberes, atitudes e valores; é uma ação cognitiva em que o sujeito a aprimora e maximiza na medida em que ressignifica os saberes universais com o auxílio dos professores de forma bilateral, isto é, a metodologia DICUMBA.

Portanto, em conformidade com as ideias de Cruz (2001) e a própria natureza da mobilização de competências necessária ao Ensino Médio, adotou-se, como mecanismo de avaliação, as competências estabelecidas na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (Brasil, 2018), pois neste documento se esclarece a continuação das competências adquiridas e mobilizadas no Ensino Fundamental. Ressalta-se que não se fará jus no artigo sobre as certezas e incertezas, construções e desconstruções, acertos e erros da BNCC, muito menos quaisquer comentários que possam desvincular o real objetivo deste trabalho; logo, adotou-se as competências da BNCC apenas como critérios de logística e organização de dados por apresentar-se em área de conhecimento.

Metodologia da Pesquisa

O trabalho, o qual foi tecido como ponte para a coleta dos dados da pesquisa, foi proposto pelos professores da área das Ciências da Natureza, o qual derivou do intuito de fazer com que o estudante entendesse alguns conteúdos e conceitos das diferentes disciplinas que compõem esta área dentro do seu contexto, significando algo que, realmente, fosse/é interessante e importante para ele. Ao tocante, os três professores da área das Ciências da Natureza (química, física e biologia), a fim de mobilizarem múltiplas competências e constituírem diferentes habilidades nos alunos, desenvolveram a atividade à luz da metodologia DICUMBA. Para tal ação, os professores seguiram os seguintes passos:

1º – problematizaram o ensino de ciências, fazendo com que os estudantes refletissem sobre os conteúdos e conceitos curriculares presentes no contexto de cada um; 2º – instigaram o aluno a pensar qualquer tema/assunto relacionado ao seu contexto sociocultural, algo que realmente despertasse o interesse e a curiosidade em estudar, enfatizando situações-problemas;

3º – solicitaram ao aluno que justificasse o interesse pelo tema e, aos poucos, conectavam, em forma de dúvidas e problemas, um conteúdo/conceito de cada disciplina dentro do tema apresentado pelo aluno; 4º – estimularam o aluno a fazer uma pesquisa centrada nos conteúdos e nos conceitos problematizados por cada professor relacionados à temática; e 5º – propuseram ao aluno apresentar/socializar seu trabalho a turma e, em meio a esta ação, complementaram de forma explicativa e científica os conteúdos que foram determinados para a pesquisa.

Após essa ação, um dos professores da área dialogou com os alunos sobre o que são as competências e as habilidades que, supostamente, eles haviam mobilizado e desenvolvido ao realizar o trabalho, refletindo sobre a importância de o aluno pesquisar e aprender por meio da pesquisa como princípio pedagógico, já que esta prática o faz ser mais autônomo, ativo e crítico nos processos de ensino e aprendizagem. Posteriormente, este mesmo professor aplicou um questionário aos alunos e aos professores da área das Ciências da Natureza. No questionário, apresentou-se as três competências para a área de Ciências da Natureza presentes na BNCC; os estudantes, assim como os professores, deveriam assinalar com um “x” as competências mobilizadas pelos alunos no desenvolvimento do trabalho.

Neste desenho, tem-se que o questionário, na visão de Gil (1999, p. 128), é uma “técnica de investigação composta por um número mais ou menos elevado de questões apresentadas por escrito às pessoas, tendo por objetivo o conhecimento de opiniões, crenças, sentimentos, interesses, expectativas, situações vivenciadas, etc”. O questionário, para Parasuraman (1991), é um contíguo de questões elencadas para garantir o alcance de uma pesquisa; logo, um instrumento com questões cientificamente elaboradas e criteriosamente ordenadas devendo ser respondido na presença do entrevistador (Marconi & Lakatos, 1999).

Quanto as vantagens da utilização do questionário, autores como Marconi e Lakatos (1999), bem como Hair e seus colaboradores (2004), afirmam que encontram-se a economia de tempo, o grande número de dados, a obtenção de respostas rápidas, diretas e precisas, o anonimato do respondente, a não influência do pesquisador e a não necessidade de sua presença a campo e, dentre outras, o alcance de um grupo específico e a escolha do momento ideal para o respondente responder.

Assim, esta pesquisa apresenta um caráter descritivo de cunho qualitativo; a pesquisa é de cunho descritivo-qualitativo porque, além do questionário, todo o desenvolvimento do trabalho pelos alunos foi supervisionado pelos três professores da área, o que significa que as

reflexões e os argumentos sobre a análise deste questionário estão abluídos as considerações destes professores, bem como descritos de forma qualitativa; logo, buscou-se descrever as especificidades e as características de uma determinada população (Gil, 1999).

Ao término, ajuíza-se que o trabalho foi desenvolvido com, aproximadamente, 85 alunos de três terceiros anos do Ensino Médio, mas a aplicação do questionário e a validação das competências mobilizadas por estes foram extensivas a uma parcela desta amostra, pois buscou-se, no viés do estudo de caso, o aprofundamento daquela realidade específica, a fim de lograr satisfação legível sobre as explicações e as interpretações do grupo (Gil, 2008). Portanto, as respostas presentes neste trabalho são extensíveis a 27 alunos do terceiro ano do Ensino Médio de uma escola pública do município de São Leopoldo, município metropolitano de Porto Alegre, capital do Estado do Rio Grande do Sul/Brasil.

Resultados e Discussão

A análise e a interpretação dos dados se pautaram em uma abordagem qualitativa. Ou seja, apesar de abaixo aparecerem alguns dados percentuais sobre a mobilização de competências do universo da pesquisa, acredita-se que estes não são o suficiente para determinar a pesquisa em um viés quantitativo. Afinal, como supracitado, foi por meio da prática de observação participante do professor, da descrição e da crítica analítica, que tornou-se possível realizar uma avaliação do comportamento dos sujeitos durante o desenvolvimento do trabalho e mensurar os dados à luz da metodologia DICUMBA.

Neste sentido, alguns passos foram considerados importantes e sequenciais durante a explicação e o desenvolvimento da atividade aos alunos, tais como: i) motivação em realizar a atividade e selecionar um tema de interesse e de impacto sociocultural; ii) dedicação para pesquisar e resolver as incógnitas explanadas pelos professores; iii) argumentação crítica e reflexiva durante a socialização das pesquisas para os demais colegas, enfatizando os comentários direcionados aos conteúdos.

Assim, torna-se fundamental, antes de apresentar o percentual de competências mobilizadas pelos alunos na perspectiva destes e dos professores, algumas considerações de um dos professores da área, o qual norteou todo o desenvolvimento da atividade. De acordo com o professor, o principal impacto da atividade desenvolvida à luz da DICUMBA foi a relação das áreas na constituição de um único saber aos alunos, mostrando-lhes que a ciência é um saber

abrangente que conecta e se bifurca em diversos vieses; não é uma verdade ou um dogma, mas algo construído historicamente a partir de estudos, fenômenos e experiências.

Além disso, segundo o professor, a metodologia DICUMBA proporcionou uma troca de saberes dentro da sala de aula de forma significativa, pois os alunos puderam no viés de cada componente curricular, dentro de suas especificidades e temas de pesquisa, ressignificar conceitos, retomar conhecimentos, intensificar os conteúdos, maximizar os saberes e, para além do científico, mobilizar competências, desenvolver interesse inter e intrapessoal e social pelo tema, compartilhar opiniões, ideias e concepções em relação ao próprio tema e ao do colega, bem como argumentar cientificamente sobre algo.

Desta forma, percebe-se que a atividade do APCA se constitui em uma relevante estratégia de ensino, uma vez que contribui satisfatoriamente para a aprendizagem num ambiente cooperativo e dialógico, motivando os estudantes a entenderem ciências a partir de um tema de interesse e de curiosidade própria de estudo. Logo, tem-se a formação de um sujeito ativo, autônomo e crítico durante o processo de desenvolvimento da Alfabetização Científica e da argumentação crítica na Educação Básica, pois a atividade, além de concentrar-se no científico, foi significativamente importante para fazer do aluno um sujeito adjunto no processo de ensinagem, desenvolvendo um espírito crítico de pesquisador. Afinal, de acordo com Rangel, Bedin e Del Pino (2019), “a DICUMBA visa desenvolver autonomia, argumentação crítica e senso de expressão no aluno, permitindo-o se perceber como membro da construção de sua aprendizagem a partir da constituição de saberes científicos via interesses pessoal e social”.

Neste viés, relacionando-se as colocações do professor, o qual participou ativamente do processo, percebe-se que a funcionalidade da atividade ultrapassou o desejo de fazer com que o estudante estudasse a partir do próprio interesse, motivando-se e dedicando-se por inteiro neste processo de mobilizar competências para compreender novos e restaurar velhos significados. Afinal, “a necessidade incide na motivação e quanto mais motivado o aluno estiver mais aproveitará os recursos de que dispõe para aprender, mais estratégias utilizará para conseguir seu objetivo e quantas mais utilizar, mais rápido e melhor aprenderá” (Benítez, 2010, p. 3).

Ademais, para intensificar detalhadamente as competências mobilizadas pelos sujeitos no desenvolvimento da atividade, apresentando as contribuições da metodologia DICUMBA neste processo, como supracitado, dados emergentes de um questionário aplicado aos alunos e aos professores possibilitou a verificação de alguns indicadores. Portanto, após o

desenvolvimento de toda a atividade, os alunos, assim como os professores, pontuaram as competências que foram mobilizadas à aplicação e a eficácia da atividade desenvolvida, buscando-se subsídios de competências a partir daquelas explanadas na BNCC, conforme Quadro 1.

Quadro 1: Competências Gerais Presentes na Base Nacional Comum Curricular para a Área das Ciências da Natureza na Educação Básica no Ensino Médio.

Competências Gerais	
C1	Analisar fenômenos naturais e processos tecnológicos , com base nas relações entre matéria e energia , para propor ações individuais e coletivas que aperfeiçoem processos produtivos , minimizem impactos socioambientais e melhorem as condições de vida em âmbito local, regional e/ou global.
C2	Construir e utilizar interpretações sobre a dinâmica da Vida, da Terra e do Cosmos para elaborar argumentos , realizar previsões sobre o funcionamento e a evolução dos seres vivos e do Universo, e fundamentar decisões éticas e responsáveis .
C3	Analisar situações-problema e avaliar aplicações do conhecimento científico e tecnológico e suas implicações no mundo, utilizando procedimentos e linguagens próprios das Ciências da Natureza, para propor soluções que considerem demandas locais, regionais e/ou globais, e comunicar suas descobertas e conclusões a públicos variados , em diversos contextos e por meio de diferentes mídias e tecnologias digitais de informação e comunicação (TDIC).

Fonte: Brasil (2018, p. 534) – **grifo nosso**.

Portanto, após a realização do trabalho, buscou-se interpretar e validar as ações da metodologia quanto a mobilização de competências dos alunos com vistas ao Quadro 1, traçando-se um perfil significativo da ação da metodologia na constituição/mobilização destas competências; confia-se que a metodologia DICUMBA, por proporcionar o desenvolvimento dos processos de ensino e aprendizagem a partir do interesse e das perspectivas de estudo do aluno, seja uma forma significativa para desenvolver uma nova forma de aprender e ensinar na Educação Básica brasileira.

Com base nas colocações dos sujeitos no questionário, tanto dos professores quanto dos 27 alunos, elaborou-se a Tabela 1. Nela é possível averiguar a quantidade em porcentagem de alunos que mobilizou cada competência, na visão destes e dos professores.

Tabela 1: Percentual e Competências Mobilizadas Na Percepção De Alunos E Professores.

Competências	Alunos	Professores
C1	70,3%	88,9%
C2	85,2%	92,6%
C3	92,6%	100%

Fonte: Dados da pesquisa, 2019.

Buscando intensificar os dados da tabela acima, apresenta-se no Quadro 2, cinco pesquisas realizadas pelos alunos, dando-se ênfase aos temas de pesquisa escolhidos por eles e as incógnitas, direcionamento de trabalho, individuais de cada professor.

Quadro 2: Temas Escolhidos Pelos Alunos e as Relações Estabelecidas pelos Professores da Área das Ciências da Natureza Relativas as Três Disciplinas para a Pesquisa.

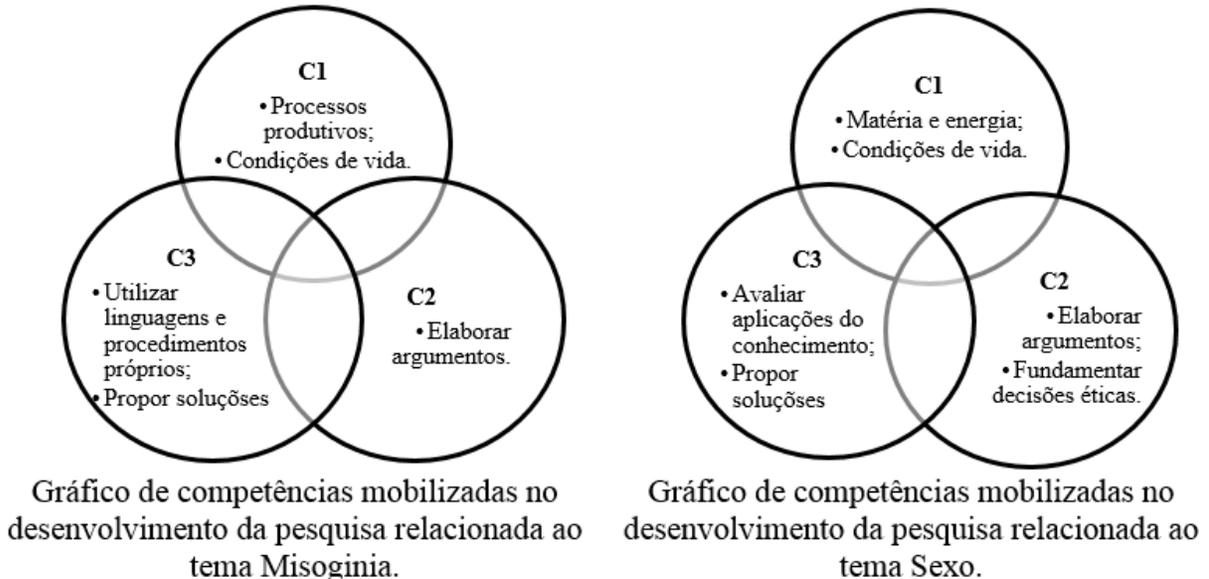
Tema	Química	Física	Biologia
Basquete	Reações, estrutura química e grupos funcionais do hormônio da adrenalina.	Comparação entre homem e mulher em relação a energia – calorías – gasta no esporte.	Atuação e feitos da adrenalina no corpo humano em movimento.
Sexo	Hormônios liberados no corpo durante o ato sexual; estruturas e grupos funcionais.	Comparação em gráfico dos valores energéticos perdidos em práticas de esporte e sexual.	Métodos contraceptivos e seus efeitos no corpo humano.
Drogas (crack)	Reação química no corpo humano; produção, composição, fórmulas e grupos funcionais do crack.	Forças intermoleculares do crack e suas reações físicas no corpo humano.	Efeitos do crack no cérebro e no corpo humano.
Depressão (serotonina)	Reação, fórmula e grupos funcionais no princípio ativo da serotonina.	Terapia musical para depressão; efeitos sonoros no cérebro.	Características da serotonina e efeitos no organismo humano.
Misoginia	Hormônio liberado no momento da raiva; produção do medicamento e reações.	Energia no/do corpo liberada pelo hormônio.	Herança no DNA mitocondrial; efeitos e danos no organismo humano.

Fonte: Dados da pesquisa, 2019.

Com base na Tabela 1 e no Quadro 2, para maximizar a discussão sobre as competências mobilizadas a partir das pesquisas realizadas à luz da metodologia DICUMBA, buscou-se analisar, interpretar e compreender os 27 trabalhos de pesquisa realizados pelos alunos, a fim de entender e de pontuar o número próximo ou certo de competências mobilizadas. Ou seja, depois de analisar os questionários disponibilizados aos sujeitos da pesquisa (professores e alunos), interpretaram-se na íntegra os 27 trabalhos desenvolvidos pelos alunos e, com base nas competências presentes no Quadro 1, especificamente os destaques em negrito, fez-se um SmartArt para cada trabalho.

Como critério de curiosidade, abaixo apresenta-se dois SmartArt (Figura 4), arquitetados a partir da leitura empírica dos trabalhos. Neles é possível ver como se categorizou as competências a partir do tema e da pesquisa do aluno. A exemplo disso, o primeiro SmartArt (esquerda da Figura 4) que diz respeito a pesquisa sobre Misoginia, apresenta as três competências mobilizadas e, dentro de cada competência, as ações realizadas a partir da interpretação da escrita e da pesquisa do aluno.

Figura 4. Competências Mobilizadas pelos Alunos a Partir da Metodologia DICUMBA.



Fonte: Autores, 2020.

Assim, ao se interpretar os dois SmartArt, percebe-se que a C2, por exemplo, é uma competência que não foi mobilizada por inteira no tema Misoginia, assim como a competência C1 no tema Sexo. As competências explícitas na BNCC são significativamente satisfatórias a

uma aprendizagem específica à área das Ciências da Natureza, pois contemplam apenas questões pontuais desta área científico-tecnológica, minimizando as ações discentes a partir de áreas mais amplas do conhecimento ou, até mesmo, do próprio meio sociocultural. Isto é, há uma dificuldade expressiva para mobilizar competências da área das Ciências da Natureza apenas, quando o tema escolhido pelo aluno é da área das Humanas.

Ajuíza-se que o saber do aluno não é fragmentado para que ele mobilize uma parte específica de uma competência ao desenvolver um trabalho, pois temas sociais e abrangentes que fogem do viés científico da Área das Ciências da Natureza, o que muitas vezes desperta o interesse de o aluno estudar, por exemplo, misoginia e sexo, apesar de poderem ser estudados em disciplinas que compõem a área a partir da metodologia DICUMBA, fazem com que o aluno mobilize inúmeras competências, para além daquelas descritas para a Área de Ciências da Natureza; é um “transbordar os limites disciplinares” (Brasil, 2000, p. 9), propondo-se uma formação de “uma visão integradora das disciplinas de modo a se reconhecer a relação entre aquelas de uma mesma área e entre as de áreas diversas” (Brasil, 2006, p. 16).

Assim, tem-se que, apesar de os alunos terem mobilizado, grosso modo, partes específicas das competências resguardadas a área de desenvolvimento do trabalho, pode-se identificar competências de outras áreas do conhecimento, tais como Linguagens e Humanas. Este desenho é significativo para demonstrar como um trabalho desenvolvido a partir do interesse e do desejo do aluno em estudar é assaz importante para ele, pois o faz mobilizar diferentes competências, de diversas áreas do conhecimento, em um único momento; ação que dificilmente ocorreria se, porventura, a pesquisa partisse do interesse do professor ou, simplesmente, estivesse vinculada a um tema ou conteúdo relacionado ao currículo daquela série para aquele momento, desvalorizando o real interesse de pesquisa do sujeito.

Afinal, como expõe Ricardo (2010),

o problema maior não está no acúmulo de conhecimentos em si, mas na falta de estratégias e situações que levem os alunos a se servirem desses conhecimentos em suas vidas. Ou seja, o que está em discussão não é propriamente a pertinência dos saberes escolares, mas a ignorância em gerenciá-los, mobilizá-los em situações cotidianas. As competências não se opõem aos saberes, mas ao mero acúmulo de informações e de pré-requisitos como fim. Além disso, capacidades descontextualizadas e com alto grau de abstração, supostamente ensinadas, como raciocinar, negociar, procurar informações, formular hipóteses, argumentar, entre outras, não dão consistência suficiente aos programas. Em muitos casos,

mascaram práticas antigas, fazendo apenas referências a uma ação ou a uma aplicabilidade. (Ricardo, 2010, p. 618).

Em relação ao número de competências mobilizadas, após a interpretação detalhada dos 27 trabalhos, chegou-se à conclusão presente na coluna denominada SmartArt. Ressalva-se que não se minimiza os resultados apresentados pelos professores e pelos alunos, mas fez-se uma interpretação mais apurada e concisa das competências da BNCC em relação aos trabalhos desenvolvidos, entregues e apresentados pelos alunos.

Tabela 2: Percentual de Competências Mobilizadas na Percepção dos Alunos, dos Professores e Após Análise e Interpretação Empírica de cada Trabalho.

Competências	Alunos	Professores	SmartArt
C1	70,3%	88,9%	85,2%
C2	85,2%	92,6%	100%
C3	92,6%	100%	100%

Fonte: Dados da pesquisa, 2019.

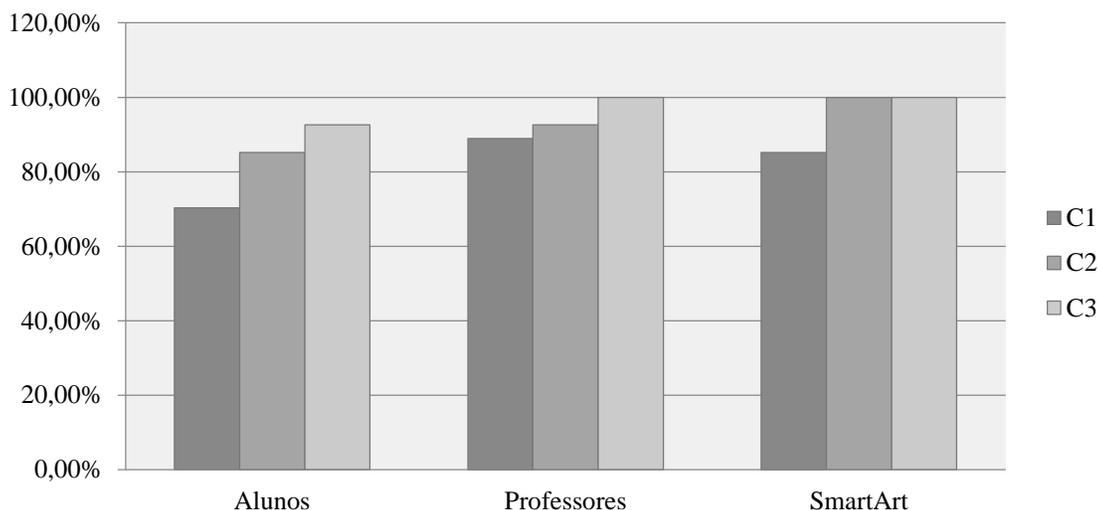
As discussões permearão os resultados apresentados na Tabela 2, pois é exatamente onde se caracterizam as colocações dos alunos, dos professores e da interpretação de todos os trabalhos com um viés mais acadêmico-científico centrado na BNCC, dando-se ênfase a um sentido de somar e de aproximar esses resultados, pois, de acordo com o PCNEM – Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio – (Brasil, 2000), tem-se que competências se referem à:

[...] capacidade de abstração, do desenvolvimento do pensamento sistêmico, ao contrário da compreensão parcial e fragmentada dos fenômenos, da criatividade, da curiosidade, da capacidade de pensar múltiplas alternativas para a solução de um problema, ou seja, do desenvolvimento do pensamento divergente, da capacidade de trabalhar em equipe, da disposição para procurar e aceitar críticas, da disposição para o risco, do desenvolvimento do pensamento crítico, do saber comunicar-se, da capacidade de buscar conhecimento. Estas são competências que devem estar presentes na esfera social, cultural, nas atividades políticas e sociais como um todo, e que são condições para o exercício da cidadania num contexto democrático. (Brasil, 2000, p. 11-12).

Ademais, a interpretação SmartArt traz uma visão mais abrangente das competências mobilizadas pelos alunos, deixando aflorar àquelas, também, presentes no PCNEM. Assim, para

averiguar as colocações das três interpretações, elaborou-se o gráfico abaixo, o qual apresenta o percentual de competências mobilizadas pelos sujeitos.

Gráfico 1: Percentual de Competências Mobilizadas pelos Sujeitos e a partir da Análise no SmartArt.



Fonte: Autores, 2020.

Quanto a C1, a qual reflete as principais ações de analisar os fenômenos da natureza, os processos de matéria e energia, as condições de vida e os processos produtivos, tem-se na colocação dos alunos que 70,3% destes conseguiram mobilizar esta competência. Para os professores, tem-se que 88,9% do grupo mobilizou estas ações, mas, a partir de uma leitura empírica sobre os trabalhos à luz da C1, dando-se ênfase a pesquisa do aluno e os dados apresentados pelo mesmo, chegou-se a 85,2% do grupo, como pontuado na Tabela 2.

Estes valores, por mais que se aproximam, mostram que os alunos não conseguem perceber ou diagnosticar todas as competências que mobilizam ao desenvolverem uma pesquisa, talvez pelo questionário trazê-las especificamente como aparecem na BNCC, específicas e afuniladas em uma determinada área, ou, até mesmo, por alguns trabalhos que os alunos desenvolveram não estarem, mesmo que os professores tenham feito ligações científicas específicas aos conteúdos e aos conceitos da matéria, inteiramente relacionada à área das Ciências da Natureza.

Todavia, tem-se que 85% dos alunos conseguiram mobilizar as ações extensíveis a esta competência, o que implica afirmar, à luz de Bernstein (2003), que:

[...] refere-se aos procedimentos para fazer parte do mundo e construí-lo. As competências são intrinsecamente criativas e se adquirem tacitamente por meio de interações informais. São realizações práticas. [...] Nessa perspectiva, os procedimentos que constituem uma determinada competência podem ser considerados como sociais: a negociação da ordem social como prática, estruturação cognitiva, aquisição da linguagem e novas elaborações culturais com base nas que já existiam. (Bernstein, 2003, p. 77).

Em relação a competência C2, referente às ações de construir e utilizar interpretações, elaborar argumentos e fundamentar decisões éticas e responsáveis, mesmo os alunos apresentando 85,2% e os professores 92,6%, após uma interpretação realista das competências explícitas nos trabalhos dos alunos, chegou-se a 100% dos sujeitos que, dentro de suas especificidades e de suas particularidades, conseguiram mobilizar esta competência, uma vez que a C2 se direciona expressivamente as incógnitas científicas norteadas pelos professores. Afinal, ao interpretar a Quadro 2, pode-se averiguar as direções realizadas pelos professores de forma significativa aos processos de construir uma ideia a partir da pesquisa, desenvolver a argumentação crítica a partir da leitura e da resignificação dos saberes e, em especial, fundamentar-se cientificamente para a tomada de decisões.

De outra forma, ações como interpretar, elaborar argumentos e fundamentar decisões são processos que ocorrem com facilidade no processo de ensinagem à luz da metodologia DICUMBA com ênfase no APCA, pois os alunos são instigados a desenvolverem quaisquer processos a partir do desejo e do saber-fazer. Isto é, as competências, que promovidas a partir da atividade desenvolvida no ensino das Ciências da Natureza, estão “estritamente vinculadas aos conteúdos a serem desenvolvidos, sendo parte indissociável desses conteúdos” (Brasil, 2000, p. 37); logo, estes “passam a ser trabalhados com mais profundidade e com significado para os alunos, pois terão alguma relação com situações para as quais são instrumentos fundamentais na busca de soluções” (Ricardo, 2010, p. 619).

A competência C3, por sua vez, também foi mobilizada por todos os alunos, contemplando a visão dos professores e, também, da interpretação SmartArt. Com outras palavras, ações como analisar situação-problema, utilizar procedimentos e linguagens próprias da ciência, propor soluções e comunicar seus achados e descobertas, foram realizadas por meio do saber formalizado pelos alunos. Logo, pode-se perceber que realizar uma pesquisa centrada no interesse do aluno é uma forma deste despertar-se curiosamente para as ciências, pois fazer

com que o aluno proponha ações para resolver problemas a partir de um tema macro para identificar processos, conceitos e conteúdos do micro é uma estratégia satisfatória de promover e de enriquecer a aprendizagem do sujeito a partir de um domínio cognitivo amplo.

Destarte, ajuíza-se que:

[...] alguém tem competência quando constitui, articula e mobiliza valores, conhecimentos e habilidades diante de situações e problemas não só rotineiros, mas também imprevistos em sua vida cotidiana. Assim, age eficazmente diante do inesperado e do não habitual, superando a experiência acumulada transformada em hábito e liberando-se para a criatividade e a atuação transformadora (Brasil, 2006, p. 116).

Nesta esfera, por meio dos resultados, pode-se ajuizar que utilizar a metodologia DICUMBA no ensino de ciências para mobilizar competências é uma forma relevante de fazer com que o aluno seja adjunto do processo de aprendizagem, uma vez que a DICUMBA propicia um conjunto expressivo de informações e conhecimentos organizados a partir do APCA, o qual pode ser contextualizado por meio de habilidades docentes de forma inovadora. Seu uso impulsiona a relação entre os componentes curriculares, não especificamente a uma determinada área do saber, assim como a inserção da tecnologia na escola, maximizando os processos de ensino e aprendizagem e, em especial, servindo como um ponto de partida significativo na construção do conhecimento associado à motivação do aprender a aprender e do saber-ser.

Considerações Finais

Nesse artigo, demonstraram-se as contribuições da metodologia DICUMBA para a mobilização de competências na Educação Básica à luz dos componentes curriculares de química, física e biologia, no intuito de consolidar uma proposta metodológica de ensino contextualizada ao interesse e a curiosidade do aluno por meio do Aprender pela Pesquisa Centrada no Aluno, em substituição às práticas tradicionais de memorização de leis, códigos, símbolos e conceitos destas ciências, além da passividade e do pouco estímulo dos alunos para o aprendizado dos conteúdos e a constituição da argumentação crítica.

Como demonstrado nos resultados deste artigo, por meio da metodologia DICUMBA foi possível proporcionar aos alunos uma nova forma de aprender e se compor de conhecimentos científicos a partir daquilo que vivenciam na própria realidade. Estes processos se configuraram a partir de pesquisas realizadas pela motivação e estimuladas pelo interesse de investigar o

assunto, intercalando-o em três disciplinas diferentes, envolvendo díspares ações que exigiram a mobilização de competências para organizar distintos níveis do domínio cognitivo.

Além do mais, os resultados demonstram subsídios satisfatórios na aprendizagem dos conteúdos, dos conceitos e na mobilização de competências cognitivas complexas seja por meio da memorização de conceitos, da pesquisa centrada no interesse, da assimilação de conteúdos, da análise de procedimentos, da ressignificação dos saberes ou da utilização da linguagem própria das ciências, com vistas às críticas conjuntas das questões propostas pelos professores aos temas selecionados pelos alunos; o desenho da atividade proposta pelos professores, isto é, a retomada dos conteúdos, a incitação à iniciativa de pesquisar e propor solução, bem como a socialização dos trabalhos realizados por meio de práticas interativas e de colaboração, favoreceram à mobilização de inúmeras competências, principalmente àquelas adotadas para a análise de dados neste trabalho.

Neste desenho, é cabível destacar que a metodologia DICUMBA é uma forma de organizar, quiçá, o currículo escolar, podendo ser extensível a outras disciplinas ou áreas do conhecimento, uma vez que é uma metodologia de ensino factível, podendo ser replicada em outros contextos e finalidades. Assim, o professor poderá contextualizar o conteúdo a partir do desejo do aluno, o que favorece para a mobilização de competências necessárias à sua formação ética e reflexiva; a inovação metodológica, o aperfeiçoamento das práticas pedagógicas, o incentivo à criatividade no ensino de ciências, o estimula à constituição da argumentação crítica, assim como a maximização do desenvolvimento de habilidades com o APCA, são resultados significativos da atividade desenvolvida.

Ao término, acredita-se que a aplicação da metodologia no ensino de ciências seja uma forma de maximizar os conteúdos científicos de forma contextualizada e dinâmica, entrelaçando saberes docentes e discentes, o que potencializa a formação dos sujeitos (professor e alunos) na interlocução social e científica. Assim, tem-se que o desenvolvimento da atividade com vistas à mobilização de competências é um recurso significativo para qualificar o processo de ensinagem por meio da retomada de conhecimentos, maximizando os conceitos referentes ao ensino de ciências na Educação Básica. Portanto, na conjetura atual, acredita-se que o uso da DICUMBA seja um recurso motivacional e diferenciado no ensino de Ciências da Natureza, consubstanciando uma proposta metodológica capaz de mobilizar as competências dos alunos por meio de pesquisas centradas em temas autênticos e de relevância aos sujeitos.

Referências

- Alves, P. (2005). Dos objetivos às competências: implicações para a avaliação de um programa de formação de professores. In: Morgado, J. C., & Alves, M. P. (Orgs.), *Mudanças educativas e curriculares e os educadores/professores? Actas do Colóquio sobre Formação de professores*. Braga: Universidade do Minho: Centro de Investigação em Educação - Departamento de Currículo e Tecnologia Educativa, pp. 29-42.
- Bedin, E. (2017). O uso das tecnologias como processo cooperativo: uma avaliação docente-discente nas redes sociais. *Revista Areté/ Revista Amazônica de Ensino de Ciências*, 10(22), 166-178. Recuperado de: <http://periodicos.uea.edu.br/index.php/arete/article/view/640/608>
- Bedin, E. (2019). Filme, experiência e tecnologia no ensino de ciências química: uma sequência didática. *Revista de Educação, Ciências e Matemática*, 9(1). Recuperado de: <http://publicacoes.unigranrio.edu.br/index.php/recm/article/view/4280>
- Bedin, E., & Del Pino, J. (2018a). A metodologia DICUMBA como uma tempestade de possibilidades para o desenvolvimento do ensino de Química. *Revista Brasileira De Ensino De Ciências E Matemática*, 1(1). Recuperado de: <https://doi.org/10.5335/rbecm.v1i1.8479>
- Bedin, E., & Del Pino, J. C. (2018b). DICUMBA—o aprender pela pesquisa em sala de aula: os saberes científicos de química no contexto sociocultural do aluno. *Góndola, Enseñanza y Aprendizaje de las Ciencias: Góndola, Ens Aprend Cienc*, 13(2), 338-352. Recuperado de: <https://doi.org/10.14483/23464712.13055>
- Bedin, E., & Del Pino, J. C. (2019a). DICUMBA: uma proposta metodológica de ensino a partir da pesquisa em sala de aula. *Ensaio Pesquisa em Educação em Ciências (Belo Horizonte)*, 21. Recuperado de: <http://dx.doi.org/10.1590/1983-21172019210103>
- Bedin, E., & Del Pino, J. C. (2019b). Das Incertezas às Certezas da Pesquisa não Arbitrária em Sala De Aula Via Metodologia DICUMBA. *Currículo sem Fronteiras*, 19(3), 1358-1378. Recuperado de: <https://www.curriculosemfronteiras.org/vol19iss3articles/bedin-delpino.pdf>
- Benítez, G. S. (2010). Las estrategias de aprendizaje a través del componente lúdico. *marcoELE. Revista de Didáctica Español Lengua Extranjera*, (11*), 1-68. Recuperado de: <https://www.redalyc.org/pdf/921/92152537016.pdf>
- Bernstein, B. (2003). A pedagogização do conhecimento: estudos sobre recontextualização. *Cadernos de pesquisa*, (120), 75-110. Recuperado de: <http://www.scielo.br/pdf/cp/n120/a06n120.pdf>
- Brasil. (018). *Base Nacional Comum Curricular*. Educação é a Base: Ensino Médio. Brasília: Ministério da Educação, Conselho Nacional de Secretários de Educação, União Nacional dos Dirigentes Municipais de Educação.
- Brasil. (1996). Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996. *Diretrizes e Bases da Educação Nacional*. Brasília, DF. p. 1-31. Recuperado de: <http://portal.mec.gov.br/seed/arquivos/pdf/tvescola/leis/lein9394.pdf>.
- Brasil. (1999). *Parecer CNE/CEB n ° 16/99*. Trata das Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação Profissional de Nível Técnico. Brasília: Ministério da Educação.
- Brasil. (2000). Ministério da Educação (MEC), Secretaria de Educação Média e Tecnológica. *Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio*. Parte III - Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: MEC/Semtec, 2000.

- Brasil. (2001). *Parecer CNE/CP 9/2001*. Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação de Professores da Educação Básica, em nível superior, curso de licenciatura, de graduação plena. Brasília: Ministério da Educação.
- Brasil. (2002). Ministério da Educação (MEC), Secretaria de Educação Média e Tecnológica (Semtec). *PCN + Ensino médio: orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais – Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias*. Brasília: MEC/Semtec.
- Cruz, C. (2001). *Competências e habilidades: da proposta à prática*. São Paulo: Edições Loyola.
- Da Cunha, M. I. (2003). Pesquisa e pós-graduação: o sentido político e pedagógico da formação. *Cadernos de Educação*, (21). Recuperado de: <https://periodicos.ufpel.edu.br/ojs2/index.php/caduc/article/view/1463>
- Ens, R. T. (2006). O significado da pesquisa segundo professores formadores. In: *29 Reunião da ANPED*, Caxumba, Minas Gerais. Recuperado de: <http://29reuniao.anped.org.br/trabalhos/posteres/GT08-1746--Int.pdf>
- Filho, F. D. S., Cunha, F. P., Carvalho, F. D. S., & Soares, M. (2011). A importância do uso de recursos didáticos alternativos no ensino de química: Uma abordagem sobre novas metodologias. *Enciclopédia Biosfera, Centro Científico Conhecer, Goiânia*, 7(12), 166-172.
- Gil, A. C. (1999). *Métodos e técnicas de pesquisa social*. 5. ed. São Paulo: Atlas.
- Gil, A. C. (2008). *Como elaborar projetos de pesquisa*. 4. ed. São Paulo: Atlas.
- Hair, J. F., Babin, B., Money, A. H., & Samuel, P. (2005). *Fundamentos métodos de pesquisa em administração*. Porto Alegre: Bookman.
- Marconi. M. A., & Lakatos, E. M. (1999). *Técnicas de pesquisa*. São Paulo: Atlas.
- Masetto, M. T. (2013). Mediação Pedagógica e o Uso da Tecnologia. In Moran, J. M., Masetto, M. T., & Behrens, M. A. *Novas tecnologias e mediação pedagógica*. 21.ed. Campinas: Papyrus. p. 141-171.
- Nass, S., & Fischer, J. (016). *Tecnologias da informação e comunicação (TIC): possibilidade de uma aprendizagem significativa*. Curitiba: Appris.
- Parasuraman, A. (1991). *Marketing research*. 2. ed. Addison Wesley Publishing Company.
- Rangel, F. Z., Bedin, E., & Del Pino, J. C. (2019). DICUMBA-uma metodologia para o Ensino de Química: avaliação, tendência e perspectiva. *XII Encontro Nacional de Pesquisa em Educação em Ciências – XIIENPEC Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, RN*. Recuperado de: <http://abrapecnet.org.br/enpec/xii-enpec/anais/resumos/1/R0598-1.pdf>
- Rey, B., Carette, V., Defrance, A., & Kahn, S. (2005). *As competências na escola. Aprendizagem e avaliação*. Vila Nova de Gaia, Portugal: Gailivro.
- Ricardo, E. C. (2010). Discussão acerca do ensino por competências: problemas e alternativas. *Cadernos de pesquisa*, 40(140), 605-628. Recuperado de: <http://www.scielo.br/pdf/cp/v40n140/a1540140.pdf>
- Zabala, A., & Arnau, L. (2010). *Como aprender e ensinar competências*. Porto Alegre: Artmed.

Literatura Infantil y Géneros Textuales: La Contribución de las Fábulas a la Enseñanza de la Ciencia em los Primeros Años de la Educación Fundamental

Letícia Ferreira

leticiah.ferreira2010@gmail.com

<https://orcid.org/0000-0002-9365-3478>

*Universidade Estadual do Paraná (UNESPAR)
Paranavaí, Brasil.*

Lucila Akiko Nagashima

lucilanagashima@uol.com.br

<https://orcid.org/0000-0001-8197-9668>

*Universidade Estadual do Paraná (UNESPAR)
Paranavaí, Brasil.*

Recibido: 15/02/2020 **Aceptado:** 25/03/2020

Resumen

La presente investigación buscó articular a la literatura infantil algunas de las características de la enseñanza de animales y ciencias basadas en referencias teóricas de literatura y educación antropológica. Por lo tanto, para el desarrollo de la investigación, partimos de la siguiente indagación: "¿Cómo pueden los maestros asociar la enseñanza de las ciencias con las narraciones literarias trabajadas em el aula?" Con este fin, se llevó a cabo una investigación empírica y cualitativa enfatizando las contribuciones de las fábulas a la enseñanza de la ciencia em los primeros años de la Educación Primaria. Teniendo em cuenta el papel lúdico de este género textual, sus características estimulantes para la literatura y las transposiciones imaginarias y didácticas se llevaron a cabo com la interpretación de esta narrativa como facilitador de la enseñanza de las ciencias em la serie inicial de Educación Básica. Se determinaron dos fábulas para el desarrollo del estudio: "El león y el ratón" y "La cigarra y las hormigas", ambas por Esopo y transcritas por el escritor francés Jean de La Fontaine. Los datos cualitativos fueron analizados y recopilados de la representación artística a través del dibujo del niño y sus consideraciones sobre el estudio. El análisis de los datos cualitativos y los resultados obtenidos muestran que los estudiantes se sorprendieron al encontrar contenido de ciencias em textos característicos de la Lengua Portuguesa.

Palabras clave: Enseñanza de las Ciencias. Literatura Infantil. Transposición Didáctica. Fábulas.

Literatura Infantil e Gêneros Textuais: A Contribuição das Fábulas para o Ensino de Ciências nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental

Resumo

A presente pesquisa buscou articular à literatura infantil algumas das características dos animais e do ensino de Ciências embasadas em referenciais teóricos da literatura e do ensino antropológico. Assim, para o desenvolvimento da pesquisa, partimos da seguinte indagação: "De que forma os professores podem associar o ensino de Ciências com narrativas literárias

trabalhadas em sala de aula?" Para tanto, realizou-se uma pesquisa empírica e qualitativa enfatizando as contribuições das fábulas para o ensino de Ciências nos anos Iniciais do Ensino Fundamental. Considerando o papel lúdico deste gênero textual, suas características estimulantes à literatura e ao imaginário, foram realizadas transposições didáticas com a interpretação desta narrativa como meio facilitador para o ensino de Ciências nas séries iniciais da Educação Básica. Foram determinadas duas fábulas para o desenvolvimento do estudo: “O Leão e o Ratinho” e “A Cigarra e as Formigas”, ambas de Esopo e transcritas pelo escritor francês Jean de La Fontaine. Os dados qualitativos foram analisados e coletados a partir da representação artística por meio do desenho da criança e suas considerações acerca do estudo realizado. A análise dos dados qualitativos e os resultados obtidos denotam que os alunos se surpreenderam por encontrar conteúdos de ciências em textos característicos da Língua Portuguesa.

Palavras chave: Ensino de Ciências. Literatura Infantil. Transposição Didática. Fábulas.

Children's Literature and Text Genres: The Contribution of Fables to Science Teaching in the Early Years of Elementary School

Abstract

The present research sought to articulate children's literature with some characteristics of animals and Science teaching based on theoretical references from literature and anthropological teaching. Thus, for the development of the research, we start from the following question: "How can teachers associate science teaching with literary narratives worked in the classroom?" To this end, an empirical and qualitative research was carried out emphasizing the contributions of fables to the Science teaching in the early years of elementary school. Considering the playful role of this text genre, its stimulating characteristics to literature and the imaginary, didactic transpositions were carried out with the interpretation of this type of narrative as a facilitator of Science teaching in the initial grades of basic education. Two fables were determined for the development of the study: “The Lion and the Mouse” and “The grasshopper and the Ant”, both by Aesop and transcribed by the French writer Jean de La Fontaine. Qualitative data were analyzed and collected from the artistic representation through the child's drawing and their considerations about the study. The analysis of the qualitative data and the results obtained show that students were surprised to find science content in characteristic texts from Portuguese Language.

Keywords: Science teaching. Children's literature. Didactic Transposition. Fables.

Introdução

O interesse pela pesquisa surgiu a partir de observações de capacitações de formação continuada para professores dos anos iniciais do ensino fundamental, sobre metodologias facilitadoras para a promoção da alfabetização. No decurso das capacitações, percebemos a utilização de animais como exemplificações às letras alfabéticas, quanto a isso, citamos os recursos visuais utilizados em sala de aula para a representação do alfabeto.

É tomado como ponto reflexivo que as exigências burocráticas estabelecidas para o preenchimento do quadro de educadores para o Ensino Fundamental I fixam-se nos saberes

pedagógicos que incluem lecionar para os alunos do primeiro ao quinto ano, saberes esses que envolvem áreas do conhecimento as quais eles podem não ter o grau de formação específica, como o caso das disciplinas de Matemática, História, Geografia e Ciências. Assim, faz-se necessários que esses profissionais recorram a materiais de apoio e pesquisas para ampliação e aprofundamento de conteúdos, como também para reformulações de suas práticas docentes.

Pensando nessas questões, é esperado que a pesquisa desenvolvida contribua com os estudos sobre a formação de professores para ensino fundamental I e suas práticas de ensino, desde a alfabetização até o letramento científico das áreas específicas do conhecimento.

Para tanto, na primeira parte do material, estruturado no item dois, tomamos como área de concentração as concepções acerca da importância do trabalho docente com as obras literárias que desenvolvem papel importante no processo de leitura, imaginação e escrita.

No tópico seguinte, disposto no item três, apresentamos um breve referencial bibliográfico referente às obras literárias determinadas para a pesquisa, as narrativas de fábulas, em que relatamos a origem desse gênero textual e alguns dos seus principais autores como Esopo, Jean de La Fontaine (1621-1695) e Monteiro Lobato (1882- 1948).

As fábulas utilizam os animais em suas narrativas como personagens dotados de características humanas, representando os desejos, os saberes, as virtudes e as imperfeições dos homens que precedem às situações e ações cotidianas, assim, são narrações de cunho educativo para memorização e aprendizado dos valores morais da sociedade. Desse modo, podemos refletir acerca da atividade humana de comparar-se aos animais, fato que é citado no item quatro, em que se abordam sucintamente alguns autores que fazem uso de comparações entre espécies animais e os seres humanos, como Harry Braverman (1977), Erasmo de Rotterdam (1996), Alexis Leontiev (2004) e Célestin Freinet (2004).

Em sequência, estruturado ao item cinco, abordamos alguns indicativos das representações antropológicas possíveis de serem associadas ao trabalho interpretativo das fábulas *O Leão e o Ratinho* e *A Cigarra e as Formigas*, enfatizando modos explicativos de inclusão de conceitos científicos aos clássicos infanto-juvenis. Essa atividade foi desenvolvida com alunos do quinto ano de uma escola municipal do noroeste do Paraná, Brasil, e que cuja metodologia adotada e os resultados obtidos com a prática realizada estruturamos no item seis.

Para as relações conceituais, foram utilizados os objetos de conhecimento estabelecidos pela Base Nacional Comum Curricular, aprovada em 2018, integrados às concepções de autores

específicos e conhecidos das áreas das Ciências da Natureza como Eugene Odum (2012), Sônia Lopes e Sérgio Rosso (2005), José Arnaldo Favaretto e Clarinda Mercadante (2005), Charles Triplehorn e Norman Johnson (2015).

A importância do estudo narrativo com as fábulas

A prática e as atividades docentes nos anos iniciais do ensino fundamental com o estudo do texto narrativo devem ser desenvolvidas gradativamente em sala de aula. Desde as cantigas de roda, os clássicos infantis até os gêneros textuais mais complexos, essa prática requer demasiada atenção a cada série escolar, principalmente para a estrutura e elementos narrativos que se pretende trabalhar.

Para os primeiros anos do ensino fundamental da educação básica, o foco pedagógico é a alfabetização, para que os alunos possam se apropriar do sistema de escrita alfabética de modo articulado ao desenvolvimento de outras habilidades de leitura e de escrita (Brasil, 2018), bem como seus envoltórios facilitadores para as aprendizagens das demais áreas do conhecimento.

As fábulas são narrativas que apresentam temática em que a história se desenvolverá. Geralmente são textos curtos apresentando personagens, em sua maioria animais com caracteres humanos cujas ações na história transmitem a ideia principal marcada pela moral; assim, são ferramentas pedagógicas importantes para o desenvolvimento da linguagem oral e da escrita dos alunos (Lima & Rosa, 2012).

Dessa forma, como esses contos representam situações sociais educativas e afetivas, essas narrativas são tidas como um forte meio estimulante à literatura e à imaginação.

Segundo Scandelai (2009), as fábulas existiam há mais de dois mil anos quando o homem mantinha sua incessante procura por explicar os acontecimentos e os fenômenos da natureza. Nesse cenário, surgiram as fábulas com histórias “vivas por animais, plantas ou objetos que falam e agem” (p. 07) como os humanos.

A moralidade da história contida nesse gênero textual trata das virtudes e “atitudes humanas como a disputa entre fortes e fracos, a esperteza de alguns, a ganância, a gratidão, o ser bondoso, o não ser tolo” (Scandelai, 2009, p.07), “a inveja, a astúcia, o orgulho, a sabedoria e a injustiça” (Lobato, 2010, p. 09) e recriações de situações do cotidiano humano para retratar questões do mundo, da vida e da natureza humana (Lobato, 2010).

O autor Bagno (2006) cita que a moral anexada ao final dessas narrativas é como um provérbio que revela uma “visão estática do mundo” (p. 86), expressando características sociais culturalmente conhecidas devido “à sua ligação com a sabedoria popular” (p. 51). Assim, as fábulas eram usadas com objetivos educativos de aprendizagem para fixar e memorizar os valores morais da sociedade (Bagno, 2006), permitindo refletir sobre os inúmeros modos de pensamento popular, de padrões de comportamento e das relações de poder (Abílio & Mattos, 2006).

Dessa forma, as obras de fábulas representam um gênero textual narrativo que tem por objetivos explicar modos corretos e incorretos do comportamento, instruindo a consciência ética tornando a leitura um ato crítico e prazeroso (Abílio & Mattos, 2006).

Alguns autores fabulosos: Esopo, Jean de La Fontaine e Monteiro Lobato

A arte de oralizar e escrever fábulas começou no século VI a.C. por Esopo e elas passaram a ser (re)escritas por outros autores como, por exemplo, o escritor francês Jean de La Fontaine, no século XVII (Abílio & Mattos, 2006).

Acredita-se que as fábulas de Esopo são frutos da tradição humana de expor e contar histórias: o autor teria sido um grande contador de histórias sem deixar manuscritos, suas obras teriam sido registradas por outros autores, em especial, seu admirador Fedro (15 a.C.– 50 d.C.), que além de reescrever as fábulas de Esopo, também tinha as de própria autoria (Bagno, 2006).

Não se sabe ao certo a biografia de Esopo, dados referem-no como escravo de campo em Samos (Duarte, 2015), oriundo da Grécia, e algumas lendas retratam-no como “corcunda, gago e dono de uma rara inteligência” (Scandelai, 2009, p. 08). Suas narrativas contavam histórias simples e moralistas, retratando as más atitudes e maus comportamentos humanos com os animais como personagens, em algumas delas o próprio autor se encontrava como personagem (Duarte, 2015).

Essas singelas narrativas de Esopo inspiravam confiança às situações e aos homens humildes e seus ensinamentos provinham da linguagem formal das fábulas e aconselhavam os seus ouvintes (Lobato, 2010).

Com a popularidade e a transmissão das histórias, o escritor francês Jean de La Fontaine (1621-1695) reescreveu algumas das fábulas de Esopo e criou suas próprias narrações no século XVII, aproximadamente nos anos de 1600 (Scandelai, 2009).

Filho de burgueses, o autor não teve obstáculos para se dedicar aos trabalhos literários de sua criação, como as poesias e as comédias adaptadas. Assim como Esopo, também utilizava os animais como meio de instrução para os homens ao relatar as características da sociedade com seus problemas e diversidades sociais. Foram as fábulas escritas em verso, aproximadamente entre os anos de 1668 e 1694, que deram ao autor seu reconhecimento mundial (Scandelai, 2009).

No Brasil, quem se dedicou aos escritos de fábulas foi o paulista Monteiro Lobato (1882-1948), um dos escritores brasileiros mais conhecidos, com suas clássicas obras do Sítio do Pica Pau Amarelo, que inovaram a literatura infanto-juvenil com as aventuras de seus personagens: Narizinho, Pedrinho, Dona Benta, Tia Anastácia e a boneca de pano Emília.

Os escritos de Lobato surgiram com o nascimento de seus filhos, quando o autor “percebeu que faltavam boas histórias para as crianças brasileiras” (Lobato, 2010, p.08), pois o que havia na literatura eram apenas traduções de obras estrangeiras que relatavam ambientes fora da realidade do Brasil. Assim, inventou a turma do Pica Pau Amarelo no ano de 1920, o qual recontou clássicos dos contos de fadas, das fábulas de Esopo e La Fontaine, das aventuras e perigos de Dom Quixote, Peter Pan e da mitologia do Minotauro e Hércules (Lobato, 2010).

Monteiro Lobato também aconselhava os ouvintes por meios dos ensinamentos das narrativas, entretanto, também fez uso das obras para “criticar, satirizar e divertir” (Scandelai, 2009, p. 13), já que viveu em uma época de valores e preocupações distintas daquelas da época de Esopo.

Assim, pode-se considerar que as fábulas transmitem conhecimentos e reflexões de atitudes, valores e costumes de acordo com a época em que é escrita e “com a intenção do autor e do público a quem se dirige” (Scandelai, 2009, p. 14).

As obras de Lobato possuem alternâncias de comportamentos dos personagens com relações às obras e acontecimentos contemporâneos (Abílio & Mattos, 2006). Partindo-se dessa reflexão, Camenietzki (1988) acredita que suas criações apresentam a Ciência de forma distorcida, mesmo que inclua fantasias e imaginações às narrativas, abordam uma Ciência misturada a sentidos psicológicos, morais, sociais, culturais e humorísticos, com resquícios pedagógicos e coloridos que os tornam acessíveis, agradáveis, atrativos e interessantes por parte das crianças, jovens e adultos.

Assim, ao relacionar as trajetórias das narrativas aos aspectos educativos e científicos que abordam, observam-se potencialidades de conexões e possibilidades de ensino favoráveis e passíveis de serem utilizadas em sala de aula (Lopes, Valduga & Dal-Farra, 2018).

A arte de comparar homens a animais

Em sua maioria, as fábulas apresentam-se com personagens animais dotados de características humanas, essas que foram definidas pelo próprio homem a partir de suas visões, observações e reflexões sobre os comportamentos e instintos desses animais.

As comparações das ações humanas com as características dos animais não é novidade, o costume de comparar homens a animais é antigo, os relatos de superioridade da espécie humana e as teorias evolutivas abordam e retratam os homens como animais, porém, dotados de uma característica e capacidade cognitiva superior às outras espécies: a racionalidade.

Alguns autores trazem essas analogias ao estabelecer seus pressupostos e teorizações, podemos citar os trabalhos realizados por Harry Braverman (1977) ao estabelecer suas ideias sobre o trabalho e a força de trabalho, em que compara homens e animais. O autor faz uso de exemplos abordando o trabalho instintivo dos animais em adquirir recursos da natureza para se apropriarem de produtos necessários à sobrevivência com o trabalho desenvolvido pelos homens, os quais fazem uso de suas capacidades psíquicas de produção de ferramentas para desempenhar determinada função.

Outro autor que faz uso de comparações entre homens e animais é Erasmo de Rotterdam (1996), seus estudos fazem comparações e até críticas aos cuidados parentais presentes na grande maioria dos grupos de espécies do reino animal; assim, o autor questiona os cuidados paternos e maternos dos homens como necessários, refletores e influenciadores no processo de desenvolvimento educativo da criança.

A teoria proposta por Alexis Leontiev (2004) também aborda esses comparativos, suas concepções relatam que o desenvolvimento do psiquismo humano se desenvolveria a partir da relação social e cultural dos indivíduos, assim, o homem provém de características biológicas dos seus antepassados animais, porém, faz uso de um diferencial, o qual lhe confere o status de humano (humanização), as características sócio-históricas em que os indivíduos mais velhos transferem os comportamentos e assimilações intelectuais aos membros mais jovens por meio da cultura e do trabalho.

Assim, para fixação e compreensão representativa e significativa dos comportamentos do homem pelos jovens e pelas crianças, há que se fazerem comparações às atitudes grotescas pelas quais precedem situações cotidianas de uma sociedade, que também são relatadas empiricamente pelas fábulas.

Citamos também escritos de Célestin Freinet (2004), em que o autor menciona a “história do cavalo que não está com sede” (p.16) para abordar questões educativas e pedagógicas em que adquire-se como reflexão que um cavalo não bebe água se não em função de sua sede, da mesma forma em que um aluno só aprende se prevalecer com a “sede de conhecimentos” (p.19).

Desse modo, tomando-se a concepção de Freinet (2004) como explicativa ao que o professor desenvolve em seu processo de ensino, um aluno não pode ser educado cientificamente se não for de seu próprio consentimento. Nessa situação, cabe ao profissional de educação mediar os mecanismos de ensino e aprendizagem para atrair e desenvolver o interesse do estudante pela busca e aceitação do conhecimento.

Pensando-se nesses aspectos, a pesquisa desenvolvida sugere incluir aos textos literários conceituações amplas e específicas das outras áreas do conhecimento, assim, o conhecimento tem possibilidades de transitar transversalmente pelo processo de ensino e aprendizagem do estudante.

As fábulas e o ensino de Ciências

As fábulas selecionadas para a pesquisa se justificam pela sua popularização e utilização em sala de aula como recurso introdutório a linguagem alfabética e de representação aos estudos das características fisiológicas, ecológicas e biológicas dos animais que são citados como personagens. A seguir, abordamos um breve relato de duas fábulas e suas assimilações conceituais possíveis de serem trabalhadas de modo interdisciplinar às áreas das Ciências da Natureza, na sessão anexo da pesquisa incluímos a fábula na íntegra para facilitar a compreensão e associação dos conceitos.

A primeira fábula que citamos é *O Leão e o Ratinho*, de autoria de Esopo e transcrita por Jean de La Fontaine. Dos animais citados nessa obra, o leão apresenta-se como o rei da selva, respeitado e temido por todos os outros animais. É visto como o mais poderoso e mais forte (Scandelai, 2009), enquanto o ratinho é tido como um animal de porte pequeno e, por consequência, o mais frágil. Mesmo desprovido de forças físicas, o rato faz uso de sua

inteligência e esperteza para resolver as situações em que se encontra ameaçado (Scandelai, 2009).

O início da fábula relata o leão como o rei da selva, essa associação é proveniente das conceituações biológicas da cadeia alimentar. As categorias taxonômicas e biológicas informam que esse mamífero, pertence ao grupo dos carnívoros com "dentes caninos bem desenvolvidos, adaptados a rasgar e a perfurar a carne de outros animais que usam como alimento" (Lopes & Rosso, 2005, p.371). Assim, esse felino encontra-se no topo ecológico da cadeia alimentar, na qual se observa uma sequência "em que um ser vivo serve de alimento para outro" (Lopes & Rosso, 2005, p.22) para a transferência e o fluxo de matéria e energia entre os produtores e os consumidores, essencial para o equilíbrio ecológico e as interações entre os seres (Favaretto & Mercadante, 2005).

As cadeias ou teias alimentares são conceituações conhecidas pelos alunos, já que reconhecem que nos alimentamos da carne da vaca, que comeu o capim, que "fixou a energia solar" (Odum, 2012, p. 85) para realizar a fotossíntese. Assim, associar conceitos referentes a essa temática não se distancia de exemplificações que sejam vigentes no cotidiano.

Ao prender o rato sob sua pata, o leão orgulha-se do seu status e inferioriza o rato, animal de pequeno porte e que apresenta os "dois pares de dentes incisivos adaptados para roer o alimento" (Lopes & Rosso, 2005, p.371). Mesmo com suas características distintas, os dois animais são pertencentes ao mesmo filo dos mamíferos, o roedor também possui relevância ecológica na cadeia alimentar como presa a certos carnívoros de porte médio como cobras, serpentes e águias.

Os personagens da fábula, inclusos no mesmo grupo taxonômico, cada qual com sua característica, remetem-nos a reflexão de que o animal mais poderoso do reino dos seres vivos foi vítima de uma ação do homem, e o rato, minúsculo e desprovido de força, mas dotado de esperteza, usufruiu dos seus dentes afiados para roer as cordas da armadilha humana e libertar o rei da selva. Esse aspecto leva-nos a observar as obras humanas em meio à natureza, denotando que os instrumentos criados e utilizados pelo homem são mais poderosas que a força do próprio rei da selva. Essa analogia, do ser humano como pertencente ao reino animal dos vertebrados, dotado de uma característica biológica única, a qual lhe confere o reconhecimento de superioridade perante aos outros animais, fica exposta nas entrelinhas da narrativa.

A segunda fábula selecionada para a análise da pesquisa foi *A Cigarra e as Formigas* de Monteiro Lobato.

Algumas características dadas aos personagens da fábula são a formiga como sendo responsável e dedicada ao trabalho, com capacidades sociais de organização e cooperação. Já sobre a cigarra, figura uma imagem despreocupada e preguiçosa, que age pensando em aproveitar a vida e a cantar sem as preocupações com os acontecimentos e necessidades futuras (Scandelai, 2010).

A narrativa gera abertura para tratar de informações que valorizam e reconhecem o grupo dos insetos como parte integrante do sistema ecológico em que homem está inserido (Lopes, Valduga & Dal-Farra, 2018). A princípio, observam-se as preocupações dos personagens com as estações do ano, assim, pode-se ter um ponto de menção com os alunos sobre as estações do ano e os hábitos dos homens, dos animais e dos vegetais durante a variação de cada estação.

Os insetos são valiosos para os humanos, pois são responsáveis por atividades de polinização; assim, favorecem o cultivo de inúmeros vegetais pelos homens. Fornecem produtos alimentícios e comerciais como o mel, a cera das abelhas e a seda. Também servem de alimentos para outros animais, atuando para o equilíbrio das cadeias ecológicas (Triplehorn & Johnson, 2015).

As formigas, por exemplo, representam um sucesso ecológico, pois são usadas para indicar o grau conservativo dos ecossistemas terrestres por apresentarem sensibilidade às variações de temperatura, clima e as mudanças sofridas em decorrência das alterações vegetais, assim, são tidas como forte indicadoras de monitoramento ambiental (Bilce et al., 2011).

A personagem apresentada na história é de ambiente natural, assim, faz uso dos recursos vegetais para sua alimentação. Alguns insetos atuam como seres detritivos (Triplehorn & Johnson, 2015), sendo então importantes por atuarem na decomposição de substâncias orgânicas, contribuindo para os processos de reciclagem dos nutrientes no solo. Essas menções abrem espaço para citar as concepções de absorção de nutrientes pelos vegetais ao realizarem a fotossíntese, pois essa ação depende dos nutrientes dispostos pelo solo e que também foram deixados pelos seres decompositores.

Na sociedade das formigas, a grande maioria são as operárias, duas ou apenas uma fêmea é definida para a função reprodutora de aumentar a colônia, em processo no qual os filhotes

passam pelos estágios de desenvolvimento de ovos, larvas, pupas e adulto (Melo, Aguiar & Garcette-Barrett, 2012).

Esse aspecto abre o campo de conhecimento para explicações com exemplos diversificados sobre as transformações do corpo dos animais, como, por exemplo, na metamorfose. Geralmente os exemplos mais utilizados para tratar desse conteúdo são a metamorfose do sapo e da borboleta; pensando na utilização interdisciplinar da fábula, há uma nova abertura a ser referenciada em sala de aula, além de citar a metamorfose da formiga (*Hymenoptera*) (Lopes & Rosso, 2005), pode-se citar também a metamorfose do mosquito, que é similar na classe *Insecta*, e associar ao ciclo de vida do *Aedes aegypti* para informar dados de saúde a respeito das doenças causadas por vírus transmitidas por esse inseto, a dengue, o vírus zika e chikungunya.

Cada membro do formigueiro possui sua função, as operárias se encarregam dos cuidados com as larvas, com reparos do ninho e a busca de alimento, as rainhas são designadas com exclusividade à reprodução e os machos apenas para inseminar as rainhas durante o voo nupcial, morrendo após alguns dias (Baccaro et al., 2015); esse e outros comportamentos dos insetos são reconhecidos por Triplehorn e Johnson (2015) como semelhantes às atividades humanas, pois são incrivelmente civilizados.

Tomando-se como reflexão os aspectos dos instintos naturais das formigas, observamos que esses insetos desempenham suas atividades no ambiente com o propósito de adquirir seus produtos para o bem próprio da população (Braverman, 1997). Assim, percebemos que o homem também desempenha tal função e se assemelha aos animais, porque atua em busca de matéria e recursos próprios para o bem e necessidades particulares, porém, faz uso de suas capacidades cognitivas para construir ferramentas e desenvolver o seu trabalho (Braverman, 1997).

As séries iniciais do ensino fundamental podem não apresentar maturidade suficiente para compreender todos os exemplos e associações aqui apresentados, entretanto, fazer usos desses conhecimentos em sala de aula pode servir de meio atrativo para os alunos desenvolverem ainda mais o interesse pelo mundo animal e suas relações e comparações com os humanos.

Dessa maneira, são estabelecidos os conteúdos das áreas de Ciências passíveis de serem trabalhados após ou simultaneamente ao trabalho desenvolvido com a leitura e a interpretação de narrativas literárias.

Além das interpretações linguísticas da estrutura da narrativa propostos pelo ensino da Língua Portuguesa, para as Ciências da Natureza, o documento da Base Nacional Comum Curricular (Brasil, 2018) informa que os alunos possuem "vivências, saberes, interesses e curiosidades sobre o mundo natural e tecnológico que devem ser valorizados e trabalhados" (p. 331), tendo-os "como ponto de partida de atividades que assegurem a eles construir conhecimentos sistematizados de Ciências, oferecendo-lhes elementos para que compreendam desde fenômenos de seu ambiente imediato até temáticas mais amplas" (Brasil, 2018, p. 331).

Desse modo, levando-se em conta que "para os dois primeiros anos da escolaridade básica" (Brasil, 2018, p. 331) voltam-se ao processo de alfabetização e o uso do desenvolvimento do imaginário, as habilidades previstas para o ensino de Ciências apontam também para esse fim, assim, o letramento científico adotado para a utilização das fábulas associa-se com os conteúdos previstos para os terceiro (Quadro 1) e quarto (Quadro 2) anos do ensino fundamental I, mas nada impede que sejam pelo menos citados nos outros anos do ensino fundamental, principalmente quando o professor tiver conhecimento das relações e considerar viável tal associação.

Foram catalogados os conceitos disciplinares para a pesquisa conforme instruções da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), e os conteúdos específicos de Ciências podem ser consultados nos Quadros 1 e 2.

Quadro 1. Conteúdos previstos para o terceiro ano do ensino fundamental I conforme BNCC aprovada em 2018.

Unidades temáticas/objetos do conhecimento	Habilidades a serem desenvolvidas (BRASIL, 2018, p. 336-337)
Vida e evolução/ características e desenvolvimento dos animais	(EF03CI04) ⁵⁴ Identificar características sobre o modo de vida (o que comem, como se reproduzem, como se deslocam, etc.) dos animais mais comuns no ambiente próximo. (EF03CI05) Descrever e comunicar as alterações que ocorrem desde o nascimento em animais de diferentes meios terrestres ou aquáticos, inclusive o homem. (EF03CI06) Comparar alguns animais e organizar grupos com base em características externas comuns (presença de penas, pelos, escamas, bico, garras, antenas, patas, etc.).
Indicativo conceitual a ser abordado pelas fábulas citadas	1. Alimentação dos animais: herbívoros, onívoros e carnívoros; 2. Reprodução dos animais: ovíparos, vivíparos e ovovivíparos; 3. O revestimento do corpo dos animais: pelos, garras, antenas, patas, pelos e asas. 4. Classificação dos animais: mamíferos e insetos. 5. Transformações no corpo dos animais: metamorfose.

Fonte: BRASIL (2018).

Quadro 2. Conteúdos previstos para o quarto ano do ensino fundamental I conforme BNCC aprovada em 2018.

Unidades temáticas/objetos do conhecimento	Habilidades a serem desenvolvidas (BRASIL, 2018, p. 338-339)
Vida e evolução/cadeias alimentares simples e microrganismos	(EF04CI04) Analisar e construir cadeias alimentares simples, reconhecendo a posição ocupada pelos seres vivos nessas cadeias e o papel do Sol como fonte primária de energia na produção de alimentos. (EF04CI05) Descrever e destacar semelhanças e diferenças entre o ciclo da matéria e o fluxo de energia entre os componentes vivos e não vivos de um ecossistema. (EF04CI06) Relacionar a participação de fungos e bactérias no processo de decomposição, reconhecendo a importância ambiental desse processo. (EF04CI07) Verificar a participação de microrganismos na produção de alimentos, combustíveis, medicamentos, entre outros. (EF04CI08) Propor, a partir do conhecimento das formas de transmissão de alguns microrganismos (vírus, bactérias e protozoários), atitudes e medidas adequadas para prevenção de doenças a eles associadas.
Indicativo conceitual a ser abordado pelas fábulas citadas	1. Cadeia alimentar: herbívoros, onívoros e carnívoros. 2. Seres produtores, consumidores primários e consumidores secundários, seres decompositores. 3. Fluxo da energia entre os seres vivos. 4. Equilíbrio ecológico. 5. Doenças: propagação e perpetuadores de vermes. 6. Doenças causadas por vírus transmitidos por insetos: dengue.

Fonte: BRASIL (2018).

⁵⁴ Sequenciamento das aprendizagens expresso por códigos. O primeiro par de letras indica a etapa de ensino (EF: ensino fundamental). O primeiro par de números indica o ano (ou bloco de anos) a que se refere à aprendizagem ou habilidade (03 – terceiro ano). O segundo par de letras é uma abreviação do componente curricular (CI: Ciências da Natureza). O último par de números indica a posição da aprendizagem ou da habilidade na numeração sequencial do ano. Fonte: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/a-base>. Acesso em: 24 nov.2019.

Pode-se observar que os conceitos associados aos personagens e as características citadas nas fábulas estão presentes na grade curricular estabelecida para os terceiro e quarto anos da educação básica, porém muitos deles podem estar omitidos nas informações contidas nos referenciais disciplinares da BNCC; assim, fica a cargo do professor identificá-los e associá-los às suas ações docentes e a cargo também das instituições de ensino de definir no aprofundamento dos conceitos a serem trabalhadas em cada nível de ensino.

Metodologia, coleta e análise dos dados: a ciência escondida nas fábulas

A pesquisa aqui apresentada foi realizada com 18 alunos, com aproximadamente dez anos de idade, integrantes do quinto ano do ensino fundamental de uma escola municipal da região noroeste do Paraná, Brasil. Foi realizada uma sequência didática de atividades conforme abordamos os estudos de Ciências nas fábulas exemplificadas na seção acima.

No primeiro momento, foi trabalhada coletivamente com os alunos a fábula *O Leão e o Ratinho*. Em outro momento, realizado em outro dia de aula, foram desenvolvidos os estudos referentes à fábula *A Cigarra e as Formigas*. Os estudos foram organizados a partir da leitura e a interpretação oral das fábulas, seguidas das analogias aos contextos passíveis de serem abordados para as aulas de Ciências.

A escolha da turma para o desenvolvimento do trabalho se justifica pelo ano anterior ela ter sido instruída por uma das autoras da pesquisa como professora regente e que, seguindo as normas dos planejamentos anuais letivos, desenvolveu aulas de Ciências com os estudantes referentes aos conteúdos que foram abordados nas fábulas.

Desse modo, após os estudos teóricos e coletivos com os alunos sobre as fábulas e seus contextos possíveis de associação, os estudantes foram convidados a representar seus aprendizados por meio do desenho e por meio de registro de suas considerações acerca da “Ciência escondida na fábula”, como assim o chamaram. Para manter o sigilo e o anonimato, utilizou-se a denominação E1, E2, E3..., sucessivamente para os participantes da pesquisa.

Partindo-se dos princípios de Ferreira (1998) acerca da representação do desenho da criança pela perspectiva teórica de Vygotsky, consideramos que a ilustração da criança reflete seu conhecimento adquirido após ter sua realidade conceituada (Ferreira, 1998 apud Zopelari, 2007) e os seus conhecimentos internalizados. Assim, a criança atribui significados à sua figura

desenhada e, quando faz uso da palavra para explicá-la, é capaz de interpretar aquilo que criou (Ferreira, 1998).

A Figura 1 representa uma dessas associações determinadas por um dos alunos participantes da referida atividade.

Figura 1. Ilustração de aluno, E11, sobre a fábula *O leão e o ratinho*.



Fonte: Dados da pesquisa

Ao ilustrar os personagens da fábula, o E11 demonstra sua interação com seu imaginário, compreensão e representação de vivências e aprendizados internalizados. Ao expor sua ilustração (figura 1), o E11 afirma “eu entendi que o ratinho é pequeno e o leão é grande, mas o homem usa seu trabalho em equipe para capturá-lo. Eu entendi hoje que uma fábula pode conter conteúdos de ciência escondida e eu achei muito interessante porque eu vi que a ciência está em todo lugar”.

De acordo com Natividade, Coutinho e Zanella (2008), o desenho infantil deve ser compreendido como uma linguagem associada a uma explicação da criança sobre a própria ilustração, assim, pelas considerações dos estudantes, pode-se perceber que os alunos associaram os conteúdos de Ciências às fábulas trabalhadas. Alguns se lembraram dos termos utilizados nas aulas de Ciências e compartilharam durante a aula.

Entretanto, alguns alunos, como o E7, sentiram dificuldades em associar a história reconhecida como sendo da disciplina de Língua Portuguesa aos assuntos das áreas das Ciências da Natureza.

Figura 2. Ilustração de aluno E7, sobre a fábula *O leão e o ratinho*.



Fonte: Dados da pesquisa

O aluno apresenta sua ilustração (Figura 2) considerando que “entendi da fábula que o leão é o rei das selvas porque ele está no topo da cadeia alimentar, também é chamado de majestade das selvas porque todos os animais o respeitam por ele ser o melhor. Primeira vez que eu vejo ciências em um texto. Eu não entendi muito bem, mas eu gostei de estudar isso”.

Dessa maneira, pode-se observar pelo desenho e pela explicação do estudante E7 que a criança não representa apenas os significados que se apropriou, ela também evidencia as dificuldades encontradas durante o processo de compreensão. Ela não se sentiu envergonhada em expor suas inquietações, pelo contrário, fez uso de sua autonomia para fornecer informativos pelo modo como percebeu sua realidade (Natividade; Coutinho & Zanella, 2008).

O mesmo acontece com as considerações apresentadas pelo estudante E15, em que expõe seus apontamentos partindo-se dos princípios preconceituosos do animal grande perante o animal de porte pequeno.

Figura 3. Ilustração de aluno E15, sobre a fábula *O leão e o ratinho*.



Fonte: Dados da pesquisa

Na Figura 3, o E15 expôs sua opinião acerca da atividade desenvolvida dizendo que “eu desenhei o leão porque ele achava que só os grandes poderiam ajudar, porque ele é o mais forte da selva animal e eu entendi que nem sempre os pequenos pedem ajuda”. Assim, pode-se perceber o modo pelo qual a criança expressa suas opiniões seguindo as visões que possui de sua própria realidade.

Por meio do seu desenho (Figura 3), a representação do leão como o rei da selva, caracterizado pela coroa desenhada em sua cabeça, destaca o ser forte e poderoso, mas que nem sempre se encontra nesse patamar, pois, conforme a subjetividade da criança, os poderosos também necessitam de ajuda e, assim, podem se tornar fracos. No entanto, essa fraqueza pode ser interpretada como as representações de vivências entre os seres, nas quais ninguém é capaz de sobreviver ou viver sozinho. É notória a existência de um instinto de ajudar o próximo e também de solicitar ajuda na sociedade dos homens, assim como há uma relação de interdependência nas interações ecológicas do reino animal.

A partir das considerações dos alunos representados no Quadro 3, observamos que esse momento de estudos relacionando fábulas ao ensino de Ciências foi considerado como o primeiro aprendizado com essa estratégia de ensino.

Quadro 3. Considerações dos alunos sobre os estudos com a fábula *O leão e o ratinho*.

Exemplos de respostas sobre a atividade realizada	Estudantes participantes
“Não sabia que o texto tem uma ciência”.	E1
“O leão é o rei da selva por isso está no topo da cadeia alimentar. É por isso que temos que ler a ciência no texto”.	E4
“Eu vi que tem ciência escondida nas fábulas de português. Essa fábula fala sobre um leão que é o rei da selva, essa frase é uma ciência escondida”.	E5
“O exercício é legal, só que é difícil”.	E9
“Mesmo em uma história de português tem ciência escondida, e como essa foi a minha primeira história com ciências, eu adorei”.	E10
“A ciência que tem na fábula é que o leão é o rei da selva porque ele é forte e rápido e está no topo da cadeia alimentar”.	E1, E4, E5, E6, E7, E9, E13, E14, E16, E18
“Primeira vez que vi ciência no texto”.	E18

Fonte: Autoras

Alguns o consideraram complexo, talvez por ser o primeiro momento de associação com a metodologia, entretanto, é notória a satisfação dos mesmos em encontrar “ciência escondida” em textos ditos como sendo da disciplina de Língua Portuguesa. Essa satisfação acontece, talvez pelo fato de associarem às outras disciplinas escolares, aquilo que foi estudado no ano letivo de modo fragmentado.

Na aula seguinte, em que foram desenvolvidos os estudos sobre a fábula *A Cigarra e as Formigas*, os alunos já apresentavam maior familiarização com a atividade e, assim, alguns determinaram essa prática mais fácil do que com a primeira fábula.

Figura 4. Ilustração de aluno, E10, sobre a fábula *A cigarra e as formigas*.



Fonte: Dados da pesquisa

Ao representar seu aprendizado por meio do desenho (Figura 4), o E10 afirma que “eu adorei, foi muito fácil e legal aprender ciências desse jeito”.

Do mesmo modo, o E4 compartilha suas considerações sobre os estudos realizados na aula afirmando (Figura 5): “eu entendi que a formiga é um pequeno inseto muito trabalhador e eu não sabia que tinha ciência em texto, foi mais fácil que a outra fábula”.

A partir da representação artística das crianças, colocando a imagem da formiga em um momento de trabalho em que coleta folhas de árvores e as transporta para o formigueiro, percebe-se a visão infantil de reconhecer e representar a realidade que o cerca, caracterizando a formiga, por suas atividades que são comuns de visualizar em nosso cotidiano: um inseto que carrega seu alimento nas costas.

Figura 5. Ilustração de aluno, E4, sobre a fábula *A cigarra e as formigas*.



Fonte: Dados da pesquisa.

De modo geral, as considerações socializadas pelos alunos sobre o segundo estudo se pautaram por considerá-lo mais fácil do que o estudo com a primeira fábula. Pelo Quadro 4 é possível observar também a satisfação por desempenhar momentos de aprendizagens com o uso da fábula para o ensino de Ciências.

Quadro 4. Considerações dos alunos sobre os estudos com a fábula *A cigarra e as formigas*.

Exemplos de respostas sobre a atividade realizada	Estudantes participantes
“Eu achei legal, fácil e divertida. Ia ser legal se a gente estudasse isso todo dia”.	E1, E9
“Eu achei um pouco difícil de achar a Ciência na história, mas foi legal. Eu acho que tem Ciência em mais textos como nos de português, história e geografia”.	E3
“Seria muito bom estudar com isso, tenho certeza que encontro em todos os textos a Ciência”.	E14
“Esse texto foi mais ou menos para entender a Ciência escondida”.	E17
“Eu não entendi muita coisa, pois não achei tão fácil, mas foi interessante ver a Ciência nos textos”.	E16
“Não foi nem fácil e nem difícil descobrir a Ciência da fábula. Depois que eu descobri a Ciência ficou mais fácil de entender o texto. Gostei muito e espero aprender mais”.	E18

Fonte: Autoras.

É evidente que os alunos sentiram-se inseguros em compreender o assunto trabalhado em sua totalidade, entretanto, mesmo ao modo singelo das palavras, é possível observar que uma atividade de ensino desenvolvida com assuntos diversificados e interdisciplinares, como o caso da associação das fábulas ao ensino de Ciências, promoveu o instinto de novidade para os estudantes com capacidade para despertar a curiosidade e a descoberta.

Considerações Finais

A proposta aqui exemplificada é observar a possibilidade de utilização do máximo possível de informações das fábulas para relatar os conceitos científicos das áreas das Ciências da Natureza. Assim, o aluno associa e obtém informações interdisciplinares a respeito da vida biológica e animal, expandindo seus conhecimentos e interesses pelas áreas científicas ao mesmo passo em que desenvolve sua oralidade linguística e escrita pela interpretação das obras literárias.

Os dados da pesquisa mostraram que a associação interdisciplinar da fábula ao ensino de Ciências é visto como complexo pelos alunos em um primeiro momento de seus estudos, entretanto, quando familiarizados com a atividade, como foi o caso da realização do segundo estudo com a outra fábula, sentem-se mais seguros para desempenhar momentos de aprendizagem e associação de contextos disciplinares.

É evidente a surpresa dos estudantes em perceber que os textos estudados na disciplina de Língua Portuguesa são fundamentados por aspectos específicos das Ciências da Natureza. Promover momentos de estudos como esses podem expandir as redes de conhecimentos dos alunos de modo favorável à aprendizagem crítica e ampla de um mesmo conceito.

Referências

- ABÍLIO, E. C., & MATTOS, M. S. (2006). Letramento e leitura da literatura. *Práticas de Leitura e Escrita* (pp. 84-89). Brasília, Brasil: Ministério da Educação.
- BACCARO, F. B., FEITOSA, R. M., FERNANDEZ, F., FERNANDES, I. O., IZZO, T. J., & SOLAR, R. (2015). *Guia para os gêneros de formigas do Brasil*. Manaus, Brasil: INPA.
- BAGNO, M. (2006). Fábulas fabulosas. *Práticas de Leitura e Escrita* (p. 50-52). Brasília, Brasil: Ministério da Educação. obs
- BILCE, J. M., SILVA, S. A. A., GALDÊNCIO, R. E. L., ROMERA, A. F., BRITES, A., & MARTINS, E. (2011, Dezembro 14). Contribuição ao conhecimento da fauna de formigas (*Hymenoptera, Formicidae*) em bordas de fragmentos florestais do norte do Mato Grosso, Brasil. *Revista de Ciências Agro-Ambientais*, Alta Floresta-MT, v (9), pp. 191-209.

- BRAVERMAN, H. (1977). *Trabalho e capital Monopolista: a degradação do trabalho no século XX*. Tradução: Nathanael C. Caixeiro. Rio de Janeiro, Brasil: Zahar.
- BRASIL, *Base nacional comum curricular: educação é a base*. (2018). Brasília, DF: Ministério da Educação. Recuperado de: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 15 set. 2019.
- CAMENIETZKI, C. Z. (1988). *O saber impotente: estudo da noção de ciência na obra infantil de Monteiro Lobato*. [Dissertação de Mestrado]. Instituto de Estudos Avançados em Educação. Departamento de Filosofia da Educação - Fundação Getúlio Vargas, Rio de Janeiro, Brasil.
- DUARTE, A. S. (2015). O lugar da fábula em vida de Esopo. *Estudos clássicos e seus desdobramentos: artigos em homenagem à professora Maria Celeste Consolim Dezotti*. (pp. 17-29). São Paulo, Brasil: Cultura Acadêmica.
- FAVARETTO, J. A., & MERCADANTE, C. (2005). *Biologia: único*. São Paulo, Brasil: Moderna.
- FERREIRA, S. (1998). *Imaginação e Linguagem no desenho da criança*. Campinas, SP, Brasil: Papirus.
- FREINET, C. (2004). *Pedagogia do Bom Senso*. São Paulo, Brasil: Martins Fontes.
- FONTAINE, J. L. (1998). *Fábulas de Esopo*. São Paulo, Brasil: Scipione.
- LEONTIEV, A. (2004). *O desenvolvimento do Psiquismo*. São Paulo, Brasil: Centauro.
- LIMA, R. M. R., & ROSA L. R. L. (2012, Maio). O uso das fábulas no ensino fundamental para o desenvolvimento da linguagem oral e escrita. *Revista Unilassale*. v(1), pp. 153-169.
- LOBATO, M. (2010). *Fábulas*. São Paulo, Brasil: Globo Livros.
- LOPES, S., & ROSSO, S. (2005). *Biologia: único*. São Paulo, Brasil: Saraiva.
- LOPES, L. A.; VALDUGA, M.; DAL-FARRA, R. A. (2018, Abril 9). Insetos e o ser humano: o olhar de estudantes do ensino fundamental em produções textuais. *Revista Educere et Educare*, v(13), p. 22. DOI: <http://dx.doi.org/10.17648/educare.v13i28.14098>.
- MELO, G. A. R., AGUIAR, A. P., & GARCETE-BARRET, B. R. (2012). *Hymenoptera. Insetos do Brasil: Diversidade e Taxonomia* (pp. 553-612). Ribeirão Preto, Brasil: Holos.
- NATIVIDADE, M. R., COUTINHO, M. C., & ZANELLA, A. V.; (2008, Junho 10). Desenho na pesquisa com crianças: análise na perspectiva histórico-cultural. *Contextos Clínicos*, v(1), pp. 9-18.
- ODUM, E. P. (2012). *Ecologia*. Rio de Janeiro, Brasil: Guanabara Koogan.
- SCANDELAI, R. H. R. (2009). *Pelo fantástico mundo das fábulas. O professor PDE e os desafios da escola paranaense: Produção didático-pedagógica*. (pp.1-29). Governo do Paraná, Brasil: Cadernos PDE.
- ROTTERDAM, E. De Pueris. (1996). *Revista Intermeio*. Campo Grande, Brasil: UFMS. Recuperado de: http://www.laifi.com/laifi.php?id_laifi=501&idC=91773#>. Acesso em: 03. set. 2019.
- TRIPLEHORN, C. A., & JOHNSON, N. F. (2015). *Estudo dos Insetos*. São Paulo, Brasil: Cengage Learning.
- ZOPELARI, L. F. P. (2007). *Desenho: uma forma e desenvolvimento infantil*. Jaboticabal, SP, Brasil: Faculdade de Educação São Luis. Recuperado de: http://www.portaldosprofessores.ufscar.br/biblioteca/112/artigo_desenho_livre_lauri_2_1_.pdf>. Acesso em: 24. nov. 2019.

ANEXOS

Fábulas completas utilizadas na pesquisa.

Anexo 1 ***O Leão e o Ratinho***

O rei das selvas dormia sob a sombra de um carvalho. Aproveitando a ocasião, um bando de ratos resolveu passar por cima dele para encurtar caminho.

- *Vamos, vamos, não há tempo a perder* – disse o líder do bando.

Quando faltava apenas um rato passar, o leão acordou e prendeu-o debaixo de sua pata.

- *Por favor, Majestade das selvas, não me esmague!* Implorou o ratinho.

- *E você tem alguma boa razão para que eu não faça isso?*

- *Bem... Talvez um dia eu possa ajudá-lo!* – disse o ratinho.

O leão deu uma sonora gargalhada:

- *Você? Minúsculo desse jeito? Essa é boa!*

- *Por favor, por favor, por favor não me esmague!* – insistiu o ratinho.

Diante de tamanha insistência, o leão, que estava mesmo com o estômago cheio, deixou que o ratinho se fosse.

Alguns dias depois, o leão ficou preso numa rede deixada na floresta por alguns caçadores. Fez de tudo para se soltar, mas não conseguiu. Seus urros de raiva fizeram a terra tremer. Ao ouvi-los, o ratinho veio em seu socorro. Com seus dentes pequeninos e afiados, roeu as cordas da rede e soltou o leão.

*Uma boa ação ganha à outra.

*Pequenos amigos podem ser grandes amigos.

Fonte: LA FONTAINE, Jean de. *Fábulas de Esopo*. (1998). São Paulo, Brasil: Scipione, p.8.

Anexo 2 ***A cigarra e as Formigas***

Era uma vez uma jovem cigarra que não fazia outra coisa na vida a não ser cantar.

Entoava as mais lindas canções perto de um formigueiro.

Enquanto isso, as formigas trabalhavam sem parar.

Colhiam pedaços de folhas para forrar o berçário das formigas recém-nascidas. Transportavam grãos para que no inverno tivessem o que comer. Enfim, viviam atarefadas, entrando e saindo do formigueiro.

O inverno chegou. O frio era tanto que a cigarra quase ficou congelada. Então, bateu na porta do formigueiro à procura de um lugar quentinho para se abrigar.

- Olá! Será que posso entrar? Estou com frio e com fome!

A guardiã do formigueiro não se conteve:

- O quê? Enquanto nós trabalhávamos duro, você só pensava em se divertir. Pois agora: boa diversão! – disse.

E bateu a porta na cara da cigarra, que foi obrigada a cantar em outra freguesia.

Moral da história: os preguiçosos nada têm a colher.

Fonte: LA FONTAINE, Jean de. (1998). **Fábulas de Esopo**. São Paulo, Brasil: Scipione, p. 13.

La Investigación Científica en la Formación de Estudiantes Universitarios

Ligia Sánchez

ligia.uc@gmail.com

<https://orcid.org/0000-0003-1410-9309>

*Universidad de Carabobo. Campus La Morita
Maracay, Venezuela.*

Maidelis Herrera

maidelis16@gmail.com

<https://orcid.org/0000-0003-0634-3779>

*Universidad de Carabobo
Maracay, Venezuela.*

Mairene Sánchez

mairenesanchez@gmail.com

<https://orcid.org/0000-0001-9795-3075>

*Universidad Bicentenario de Aragua
Maracay, Venezuela.*

Recibido: 15/04/2020 **Aceptado:** 25/05/2020

Resumen

Se indagó respecto a la resistencia que tienen los estudiantes universitarios de involucrarse en la actividad investigativa durante su proceso de formación universitaria. Se desarrolló una investigación de campo, desde una perspectiva cualitativa, soportada en la Fenomenología con estudiantes de la Facultad de Ciencias Económicas y Sociales, de la Universidad de Carabobo (Venezuela). Para la captura de la información se recurrió a los grupos de discusión y la observación participante. Se organizaron cinco grupos en total, tres con siete participantes y dos con seis; todos cursantes de las Escuelas de Administración Comercial y de Contaduría Pública. De los resultados emergió que la formación para la investigación científica, durante la carrera, se efectúa a través de las asignaturas del componente de investigación. Se captó que resistencia de los estudiantes a la actividad investigativa, durante su formación universitaria, está anclada a la existencia de una brecha, que se ha gestado entre la actividad investigativa que desarrollan los docentes en la institución y la actividad que los estudiantes realizan en sus TEG. Los estudiantes tienen poco conocimiento respecto a la actividad científica que se desarrolla en la universidad, lo cual limita su participación e involucramiento en dichas actividades y genera cierta aprehensión y temor producto de miedos e inseguridades, ya que la investigación se ve como algo reservado para los *elegidos*. Además, la poca motivación hacia la investigación, apareció relacionada a la experiencia vivida en las asignaturas del componente de investigación, la dinámica y la didáctica utilizada por la mayoría de los docentes; así como a la desarticulación entre estas asignaturas con las asignaturas del área disciplinar. A pesar de ello, los estudiantes consideraron que el ejecutar el proyecto de investigación, del Trabajo Especial de Grado, es relevante en su formación profesional, por su utilidad académica y su potencial para fortificar el conocimiento disciplinar.

Palabras clave: Investigación en la universidad, formación en investigación, Trabajo de grado

Pesquisa Científica na Formação de Estudantes Universitários.

Resumo

Foi pesquisado sobre a resistência dos estudantes universitários, no envolvimento das atividades de pesquisa, durante seu processo de formação universitária. Foi realizada uma pesquisa de campo, desde a abordagem qualitativa, com base na fenomenologia, com estudantes da *Facultad de Ciencias Económicas y Sociales*, da *Universidad de Carabobo* (Venezuela). A coleta de dados foi realizada com grupos de discussão e a observação participante. Foram organizados cinco grupos no total, sendo três com sete participantes e dois com seis. Todos estudantes das *Escuelas de Administración Comercial y de Contaduría Pública*. Os resultados apontam que a formação em pesquisa científica, durante a graduação, acontece por meio dos conteúdos das disciplinas de pesquisa. Os dados apontam que a resistência dos estudantes à atividade de pesquisa durante a sua formação universitária está associada à existência de uma lacuna que se criou entre a atividade de pesquisa, desenvolvida pelos docentes na instituição, e a atividade que os estudantes realizam em seus *Trabajo Especial de Grado (TEG)*. Os estudantes possuem pouco conhecimento sobre a atividade científica que se desenvolve na universidade. Este fato limita sua participação e envolvimento nessas atividades e gera certa apreensão e temor, consequência de medos e inseguranças, já que a pesquisa é entendida como algo reservado aos escolhidos. Além disso, a pouca motivação para a pesquisa apareceu relacionada à experiência vivida nas disciplinas dos conteúdos de pesquisa, a dinâmica e a didática utilizada pela maioria dos professores, assim como a desarticulação entre estas disciplinas, com as disciplinas da área disciplinar. Apesar disto, os estudantes consideram que realizar o projeto de pesquisa do *TEG* é relevante na sua formação profissional, por sua utilidade acadêmica e seu potencial para fortalecer o conhecimento disciplinar.

Palavras-chaves: Pesquisa na Universidade; Formação em Pesquisa; Trabalho de Conclusão de Curso

Scientific Research in the Training of University Students

Abstract

I was investigated regarding the resistance that university students have to get involved in research activity during their university training process. A field research was developed, from a qualitative perspective, supported in Phenomenology with students from the Faculty of Economic and Social Sciences, from the University of Carabobo (Venezuela). Discussion groups and participant observation were used to capture the information. A total of five groups were organized, three with seven participants and two with six; all students from the Schools of Commercial Administration and Public Accounting. From the results it emerged that the training for scientific research, during the career, is carried out through the lectureships of the research component. It was noted that student resistance to research activity, during their university training, is anchored to the existence of a gap, which has arisen between the research activity carried out by professors in the institution and the activity that students carry out in their Special Degree Work. Students have little knowledge regarding the scientific activity that takes place in the university, which limits their participation and involvement in these activities and generates a certain apprehension and fear due to the unknown and insecurities, since research is seen as something reserved for the "chosen ones". Furthermore, the low motivation towards

research appeared related to the experience lived in the lectureships of the research component, the dynamics and didactics used by most of the professors; as well as the disarticulation between these lectureships with the ones of the disciplinary area. Despite this, the students considered that executing the final research project of the Special Degree Work is relevant in their professional training, due to its academic usefulness and its potential to strengthen disciplinary knowledge.

Keywords: Research at University, Research Training, Undergraduate work

Introducción

El acercamiento a la investigación científica de los estudiantes, durante el proceso de formación universitaria, constituye uno de los retos que se deben afrontar en la universidad, para lograr despertar el interés de los futuros profesionales por el quehacer investigativo y además impactar favorablemente la producción científica en las universidades. La incorporación de la investigación al proceso de formación universitaria de pregrado, nace en 1810 con la creación de la Universidad de Berlín, por iniciativa de Wilhelm von Humboldt (Barsky, 2017). Esto le agregó a la universidad un nuevo valor. A partir de su puesta en práctica se enriquecería la producción científica y a la vez que se robustecería la formación de los estudiantes universitarios, en virtud que la práctica científica va a favorecer su involucramiento con la generación de ciencia y les acercaría a la aplicación de procedimientos metodológicos científicos en la búsqueda de soluciones a problemas de su entorno.

Es decir, al ser la investigación uno de los ejes fundamentales del quehacer de la universidad, ésta se constituye en el espacio idóneo para la generación no solo de una cultura científica, sino además, de productos científicos vinculados con las necesidades del contexto social. En este sentido, el proceso de formación de profesionales universitarios necesariamente debería estar articulado a la acción investigativa, de modo que estas instituciones se constituyan en los principales entes potenciadores de la cultura científica, generadoras de la producción científica que la sociedad requiera en cada momento histórico. Es decir, se presupone que en la formación universitaria se forman los sujetos capaces de dar respuesta a los requerimientos que la sociedad demanda. (Flores & Villegas, 2008).

En la realidad universitaria, casi en términos generales, el acercamiento de los estudiantes al quehacer científico, durante su formación disciplinar en las universidades, se logra fundamentalmente a través de la elaboración del Trabajo Especial de Grado (TEG). En Venezuela, el TEG constituye un requisito académico obligatorio, para lograr la obtención del grado de licenciatura en la mayoría de las instituciones de Educación Superior. Su realización

abre la posibilidad de involucrar a los estudiantes en el desarrollo de un proyecto de investigación científica, donde se integra la revisión de avances teóricos con la aplicación de procedimientos metodológicos rigurosos, con el propósito de generar un producto intelectual concreto.

La preparación del estudiante para el ejercicio de su actividad investigativa se logra con el apoyo académico que se ofrece en las asignaturas del componente de investigación. En éstas el docente recurre a estrategias de aprendizaje para la enseñanza de cómo investigar las cuales, según Fernández (2015), son un factor de gran importancia al momento de favorecer el estímulo de los estudiantes para involucrarse en la ejecución del proyecto de investigación, orientado al TEG. Es importante destacar que la valoración de la producción de conocimientos, a través del TEG, queda expresado en la significación que los estudiantes le otorgan al proceso investigativo y al producto intelectual que de éste se genera, en su formación disciplinar (Herrera & Sánchez).

Sin embargo, la realidad nos devela que la situación resulta compleja, tomando en cuenta que en ese proceso interactúan sinérgicamente diversos factores: los docentes, los estudiantes y las instituciones propiamente dichas. Una mirada hacia el factor docente, queda evidenciada en diversas investigaciones (Martínez, 1989; Castro-Silva 1997; Sabino, 2000 y Arias, 2008), en las cuales se señala que en las universidades venezolanas, los docentes universitarios no han considerado la investigación como un elemento fundamental, dentro de las actividades propias que deben desempeñar, además de la docencia, extensión y servicio; esto, por supuesto, incluye a los profesores de las asignaturas de metodología de la investigación. Sin embargo, resulta aun difícil la articulación de estos campos de acción con la investigación; en particular pues persiste en algunos docentes la creencia que es posible “...la docencia sin investigación, sin elementos de incorporación novedosos y, sobre todo, sin querer entender que la realidad nacional y mundial se mueve más rápido que nuestro campo de percepción...” (Flores & Villegas 2008, p. 67). En este sentido, al no hacer investigación, se dificulta la efectividad del acto de enseñar a investigar. Por esta razón, se puede afirmar que éste es uno de los factores que limitan el involucramiento de los estudiantes con la actividad investigativa.

Por otro lado, no solamente se ha constatado la poca experiencia en investigación que tienen los docentes universitarios, sino además, éstos se aferran a esquemas rígidos al momento de hacer el seguimiento de los proyectos de investigación de sus estudiantes (Yapu, 2017). Cuando se recurre al “...principio de formar-investigando e investigar-formando se llega

también a formar o fortalecer las competencias cognoscitivas o teóricas, técnicas y sociales e, incluso, éticas” (Yapu, ob.cit, p.34). Asimismo, no menos importante resulta el abordaje de esta problemática a partir de la consideración de las concepciones (Martínez, Harrington & Bolívar, 2011) y representaciones (Sivira, 2014) que, sobre la investigación, arrastran los estudiantes. Éstas evidentemente también condicionan el acercamiento a la investigación científica de los estudiantes de educación superior. Es importante acotar que en el proceso formativo no solo se integra, apropia y transmite conocimientos (Páez, 2010), sino que además, este proceso se enriquece cuando se desarrolla de la mano de la actividad investigativa generadora de producción académica (Argüello, 2010).

El acercamiento de los estudiantes al quehacer científico, durante su formación universitaria, resulta en muchos casos una tarea traumática. Diferentes investigaciones lo han puesto de manifiesto (Abreu, 2015; Morales Rincón & Tona, 2005) al ahondar en el síndrome de “todo menos tesis” (TMT). En este sentido, se ha develado que las causas del abandono de la formación universitaria han estado marcadas por la imposibilidad de culminar la realización del TEG. En este marco resalta la importancia de considerar la manera cómo se lleva a cabo la enseñanza del proceso de investigación (Sánchez, 2014) y los contenidos que se imparten en las asignaturas del componente investigativo. Al respecto hay quienes sostienen (Rodríguez, Méndez, González, Cantalapiedra & González Polo, 2016), que se debe considerar no solo lo concerniente a la estructura o esquema del camino a recorrer para el diseño de un proyecto de investigación, sino además aspectos relativos a la comunicación de los resultados, es decir redacción, escritura de artículos científicos y también la presentación pública en eventos. Por otro lado, también es menester tomar en cuenta el impacto que tiene, durante el desarrollo del proyecto de investigación el acompañamiento al estudiante, bien sea bajo la forma de tutoría o asesoría, pues el rol del tutor es decisivo en el modo cómo se asume un proceso investigativo durante la formación universitaria (Gamero, 2014; Salinas, 1995). Es decir, dependiendo de esta experiencia se puede favorecer o no la valoración del acto investigativo. Este planteamiento se refuerza en lo expuesto por Castro-Gamero (2014), quien además agrega que el uso de la estrategia de tutoría en pequeños grupos, al momento de realizar el Trabajo de fin de carrera, deja muy buenos resultados en los estudiantes, en la medida que se acude al trabajo cooperativo y la discusión grupal, lo cual le otorga un valor agregado al proceso, pues los estudiantes aprenden a trabajar, identificar problemas y buscar soluciones a los mismos cooperativamente.

Es importante resaltar el valor que cobra el rol del docente durante el proceso de involucramiento del estudiante con el quehacer científico, visto que su figura, en esta etapa de formación universitaria se perfila como articulador de la formación académica disciplinar con la formación científica, al lograr que el estudiante vincule los conocimientos adquiridos en las asignaturas del componente de investigación con la práctica científica en su disciplina. Asimismo, en este marco entra en juego, lo que Bolívar (2014), desde la Teoría de la Valoración reveló, al considerar de gran importancia los factores afectivos en la actitud de los estudiantes en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la investigación. Este planteamiento, igualmente coloca el foco en el rol del docente, como factor determinante durante la formación investigativa de los estudiantes universitarios. De allí su consideración respecto a que en la enseñanza del proceso de investigación no solo es importante considerar "... la cognición, sino también los afectos, valoraciones, los juicios y apreciaciones que los aprendices puedan desarrollar..." (p.24)

Es evidente que la actitud de los estudiantes hacia las asignaturas del componente investigativo, a lo largo de su formación universitaria, constituye un elemento importante a considerar para lograr hurgar respecto a la resistencia que manifiestan éstos al momento de acercarse, como investigadores, al saber científico e identificar problemas de investigación, relacionados con la disciplina donde se desempeñarán, al culminar sus estudios universitarios.

De acuerdo a Yapu (2017), esta resistencia o rechazo a involucrarse con el quehacer investigativo responde, por una parte, a la forma cómo los docentes mantienen una actitud inflexible en el seguimiento de protocolos y esquemas que orientan su mirada o posición epistémica que asumen, los cuales se convierten en "camisas de fuerza", que actúan como líneas paradigmáticas o pautas perfectas e inalterables en el proceso de investigación. En este mismo orden de ideas, Chacón (2018) identificó dos aspectos importantes, por una parte que los docentes del componente de investigación no despiertan mayor interés hacia la investigación en los alumnos, pues las estrategias didácticas no involucran de manera práctica a los estudiantes en el quehacer investigativo. Asimismo, se ha podido develar la existencia de temores atávicos en los estudiantes, que bloquean la aproximación espontánea a la búsqueda de respuestas a problemas reales, en el campo de la disciplina donde ejercerán como profesionales, desde el saber científico (Herrera & Sánchez, 2019). Es decir, los estudiantes no solo enfrentan problemas respecto a cómo se les enseña investigar, lo cual se transmite en las asignaturas del

componente investigativo sino que, además, esto viene acompañado por los temores o mitos que socialmente se han construido sobre lo que representa investigar, todo lo cual genera aprehensión hacia todo lo que involucre la investigación científica.

Tomando en consideración los planteamientos anteriores se efectuó un acercamiento a la realidad de los estudiantes de los últimos semestres de la Facultad de Ciencias Económicas y Sociales de la Universidad de Carabobo (UC)-Campus La Morita, específicamente de la Escuela de Administración Comercial y Contaduría Pública, y se ha podido constatar desde la observación participante cierta resistencia o actitud, de los estudiantes, poco favorable a involucrarse en el proceso de investigación que obliga la realización del TEG. Sensibilizados ante esa realidad, que afecta tanto a los estudiantes como a la institución, se desarrolla la presente investigación con el propósito de hurgar respecto a los factores que están condicionando el interés de los estudiantes de participar en la actividad científica, a través de la realización del TEG. Es decir, develar elementos que sirven de asidero a la resistencia que tienen los estudiantes universitarios de involucrarse en la actividad investigativa, durante su proceso de formación disciplinar, tomando en cuenta que, estando la universidad enmarcada en el aprendizaje por competencias, los estudiantes deberán desarrollar, de acuerdo a lo señalado por Castro-Gamero, (2014, p.271), "...la capacidad para aplicar la formación adquirida en contextos nuevos que requieren de una intervención creativa e innovadora...". Es decir, como bien agrega la autora, en la formación universitaria los estudiantes deberían lograr alcanzar las capacidades que les permita aportar respuestas a los requerimientos que la sociedad demande, desde el saber científico. De ahí la importancia que tiene el TEG, como parte del pensum académico, puesto que representa el cierre de la formación universitaria. Por lo tanto, ocupa un lugar fundamental dentro del proceso formativo.

Aproximación a la realidad

Para el acercamiento a la realidad se recurrió a la observación participante y a los grupos de discusión (Callejo, 2001; Valles, 2000). En tal sentido, se logró conformar cinco grupos, tres con siete participantes y dos con seis. Todos fueron estructurados a partir de la incorporación voluntaria de estudiantes cursantes del noveno y décimo semestre de Administración Comercial y Contaduría Pública del Campus La Morita. Como criterio de inclusión se mantuvo que los estudiantes hubiesen cursado las asignaturas del componente investigativo (Metodología de Investigación I, Metodología de Investigación II e Investigación Aplicada). La recogida de la

información tuvo lugar en los espacios del Campus, durante tres semestres académicos de los años lectivos 2016, 2017 y 2018. Todas las sesiones de discusión fueron grabadas, respetando la privacidad, confidencialidad y previo consentimiento informado de los participantes, con lo que se garantizó el cumplimiento de los criterios éticos de protección de los estudiantes que participaron. (Valles, 2000).

Es importante acotar que la problemática emerge del propio sentir de los docentes de las asignaturas del componente de investigación, quienes han podido percibir poco interés en los estudiantes respecto a la realización del TEG, a pesar que éste es un condicionante para alcanzar el grado académico de licenciatura. En este sentido, surge la necesidad de develar las razones de la resistencia de los estudiantes a involucrarse en la actividad científica, durante su proceso formación disciplinar, a través de la ejecución del TEG, lo cual no solo impacta negativamente a los estudiantes sino también a la institución, en virtud que los TEG constituyen parte del producto intelectual que se genera desde las universidades.

La información recogida en los grupos de discusión fue procesada manualmente, codificando, categorizando y comparando de forma continua la información recogida en el discurso de los estudiantes.

Resultados

A efectos de garantizar el anonimato de los participantes, los fragmentos de los discursos se identificaron con nombres ficticios.

Al abordar en los grupos de discusión el tema de la investigación en su formación universitaria, emergió del discurso cinco dimensiones resaltantes y de gran interés para los estudiantes. Estas dimensiones fueron: 1) percepción que tienen los estudiantes sobre la investigación en la universidad, 2) valoración del involucramiento en un proyecto de investigación, 3) significado del TEG, para su formación disciplinar, 4) pertinencia de los contenidos de las asignaturas del componente de investigación, 5) la orientación académica para el diseño del proyecto de investigación y 6) divulgación de la actividad científica y sus productos. A continuación se recogen los discursos referidos a los aspectos antes mencionados:

1. Percepción que tienen los estudiantes sobre la investigación en la universidad

Al hurgar en el sentir de los estudiantes respecto a cómo ellos perciben la actividad investigativa en el Campus, en general se captó desconocimiento sobre lo que se investiga en la universidad. Esto llama la atención, pues en el campus se cuenta con figuras docentes

acreditadas como investigadores con la más alta categoría en el Programa Nacional de Promoción y Estímulo a la Investigación y la Innovación (PEII) del Ministerio del Poder Popular de Ciencia, Tecnología e Innovación. En el Cuadro 1, se hace referencia a expresiones que destacan lo antes señalado.

Cuadro 1. Percepción de los estudiantes sobre la investigación en la universidad

Dimensión	Expresión discursiva de los estudiantes
Investigación en la universidad	<p>“...A veces dicen algunos compañeros...esa profesora o profesor dicen que es investigador o investigadora. Y yo les pregunto, ¿pero qué hace? Y me responden yo no sé, escribe artículos en revistas científicas. (Diamante)</p>
	<p>“...Es verdad... a mí el otro día me mostraron a uno (Profesor)... que no conozco, ... porque él no me dio clase... y me dijeron que escribió un libro. Pero yo me quedé en el sitio, ... What??. Y le dije: ¿por qué ni siquiera ponen eso en venta aquí?, ... o dicen algo... Hay no sé... es que esas cosas son como de ellos. A uno no le dicen en clase nada de eso. Como por ejemplo: miren muchachos, busquen este libro que es del profe tal , o...léete este artículo que es del profe X ...Sí, tenemos buenos profesores, investigan, pero no nos involucran en nada de eso...queda como en un círculo cerrado y reducido...” (Perla)</p>
	<p>“... Yo creo que aquí, ni los docentes le dan mucha importancia a eso de investigar y escribir libros, artículos científicos o tener un grupo de investigación, porque... es que nunca se habla de eso... Bueno al menos yo no tengo información sobre eso...(Rubi).</p>
	<p>“Disculpa...Bueno... Yo sé que se hace una, que otra cosa de investigación... En una cartelera del hexágono siempre colocan un cronograma de charlas, ...o algo así. Es un seminario. Mi profe de Métodos nos ha invitado. Allí discuten sobre investigaciones que hacen... Yo asistí a una charla y me gustó. Pero había más gente de otras universidades que del Campus. Eso me llamó la atención... también es que no nos enteramos. Fíjate quiénes de los que estamos aquí han visto esa cartelera?. (Oro)</p>
<p>“Verdad, yo no leo carteleras...Es que eso de investigar creo que a mí no se... es como mucho. Para uno en la universidad no creo que deje mucho. Pienso en eso y me da flojera, ...Ayyy no!! ... porque es que de eso se habla solamente cuando comenzamos en primer semestre y después más nunca se habla de eso, sino en el octavo semestre, cuando cursamos Metodología de la Investigación II...” (Zafiro)</p>	

Continúa ...

Cuadro 1. Percepción de los estudiantes sobre la investigación en la universidad (Continuación)

Dimensión	Expresión discursiva de los estudiantes
Investigación en la universidad	<p><i>“Bueno... aquí de eso no se habla mucho es verdad. Tú me preguntas en qué línea de investigación vas a hacer tu proyecto de TEG y...mira yo te juro que no sé qué responder... Dime quién de ustedes lo sabe?... (Risas) El que lo sepa es el genio de la lámpara....(risas)”(Amatista)</i></p>
	<p><i>“En relación a las líneas de investigación... creo que, hay líneas de investigación, eso lo dijo una vez el profe de Métodos, ... creo que son como quince, ... no estoy seguro. Me mostraron el otro día una lista. Yo no soy el genio... Pero más o menos séen lo que lo hare... (TEG) en algo de recursos humanos...eso me gusta. Y sobre eso hay una línea, yo lo vi en la lista. El problema es buscar el profesor que trabaje en esa línea. Eso... sí... es verdad que se desconoce Mmmm...falta que nos informen más sobre eso también...” (Oro)</i></p>
	<p><i>“Me das la razón... genio de la lámpara!!! (risas)... Qué tanto sabes!! Por lo que dices es Muy poco. Esa respuesta me dice que sabes tanto como yo, ... y ya estamos terminando octavo semestre!!. Eso es preocupante. Bueno a mí me preocupa, no se a ti. No sé aún qué haré, ni quien será mi tutor!!!... Es que el problema es no saber nada sobre lo que investigan los profes... Ese es el problema... Y ellos (los docentes) son los que saben de eso(investigar)”(Amatista)</i></p>
	<p><i>“Mira, mira...perdón...sí se está investigando en el Campus..., pero el problemas es, que no sabemos quiénes investigan, cuáles son los grupos que existen, dónde están? ... Eso es muy importante que lo sepamos...porque eso nos ayudaría mucho cuando vamos a identificar el problema de investigación y luego a desarrollar el proyecto. Eso de estar solos en el proyecto no nos gusta. Fíjate que Nosotros siempre buscamos hacerlo de tres. Esoes buscando apoyo...No sé ¡!..., aunque sea en compañeros...”(Jade).</i></p>
<p><i>“A decir verdad, investigar queda como algo entre ellos (los docentes)... A veces pienso que no quieren que entremos en su mundo...eso no me gusta...Y me pregunto: ¿Por qué entonces quieren que uno investigue y haga el TEG... Entonces muéstrame cómo tú lo haces...verdad???”(Jaspe)</i></p>	

Fuente: Grupo de Discusión

Las expresiones antes expuestas revelan que la percepción que tienen los estudiantes respecto a la investigación en la universidad, está relacionada sólo a la práctica de ésta por parte de los docentes. Podríamos deducir que los estudiantes ven en la figura de sus docentes a los entes llamados a generar ciencia y, por tanto, echan en falta que no se les informe sobre lo que hacen sus profesores al respecto. Es una realidad que no son muchos los docentes universitarios que se dedican a la investigación. Esta falencia queda evidenciada en el discurso. Es decir, por una parte, son pocos los docentes que investigan y, por la otra, la información sobre lo que hacen

es limitada, lo que pudiera estar evidenciando debilidad institucional en la divulgación de la actividad investigativa en la universidad. Esta situación pueda afectar el interés de los estudiantes hacia el acto investigativo. De ese modo, se puede afectar el interés de los estudiantes hacia la acción de investigar y ser sujeto protagonista de este proceso. En efecto, aún no se le otorga, en la universidad, al acto de investigar el lugar privilegiado que deben tener como actividad propia de todos los docentes y estudiantes (Sabino, 2000 y Arias, 2008). Cabe señalar, que se está dejando de lado el principio que reza que solo investigando se forma y solo formando se investiga, tal como sostiene Yapu (2017).

La investigación en la universidad, entonces es percibida por los estudiantes como una actividad que, en el campus, no tiene mucha relevancia o pertenece al mundo de los escogidos para tal fin. Se percibe que sólo pocos entran al mundo de la ciencia en la universidad.

2. Valoración del involucramiento de los estudiantes en la actividad investigativa.

Casi todos los estudiantes, echan en falta que no participan en actividades científicas o proyectos de investigación que se desarrollan en la universidad. Y tampoco participan en eventos científicos, que tuvieran lugar en otras facultades u otros centros de educación universitaria de la región; sus discursos pueden ser apreciados en el Cuadro 2.

Cuadro 2. Valoración de los estudiantes de su involucramiento en la actividad investigativa

Dimensión	Expresión discursiva de los estudiantes
Involucramiento de los estudiantes en la actividad investigativa.	<i>“Para mí, cuando salí de bachillerato, donde hice mi proyecto de quinto año, soñaba con eso de investigar. Y mi primer semestre en la UC me motivó mucho hacia eso, gracias a mi profa de Métodos I. Ella hablaba con pasión de entrar al mundo de la ciencia, ...cómo ella se inició en eso de investigar. Y le dije que yo quería hacer eso: investigar. Recuerdo que nos dijo que todo lo que se aprendía en esa materia teníamos que aplicarlo en todas las materias... y eso es verdad, aunque no es fácil aplicarlo (risas)... “ (Oro).</i>
	<i>“...Una vez la profe de Métodos I dijo en el salón de clases que quería estudiantes para incorporarlos a un proyecto de investigación...le pregunté si pagaban y me dijo que no...que el aprendizaje sería la retribución. Yo fui a la Unidad de Investigación. Así fue... he aprendido mucho, porque en las reuniones discuten sobre el instrumento de recolección de datos, la recolección de datos”.(Berilio)</i>

Continúa ...

Cuadro 2. Valoración de los estudiantes de su involucramiento en la actividad investigativa

Dimensión	Expresión discursiva de los estudiantes
Involucramiento de los estudiantes en la actividad investigativa.	<p>“... Si... yo cursé contigo...imagínate hace como siete semestres...Dijo también que buscaban un beca-servicio en la Unidad de Investigación....Yo siempre me acercaba por allá y desde el tercer semestretrabajo como beca servicio allí. Y apoyo en transcribir y ordenar datos...ayudo a los profes a buscar información sobre sus proyectos,...a actualizar sus currículos para el PEI... he aprendido mucho..”(Aurita)</p>
	<p>“Para mí... al cursar Métodos II, me gustó mucho cómo daba la clase la profa.Estoy haciendo mi proyecto de TEG con ella y estoy feliz...Me dijo estoy investigando sobre este tema....y yo le dije...yo quiero trabajar con Ud... O sea, es su proyecto, pero yo estoy sacando el mío también...”(Topacio).</p>
	<p>“Algunos estudiantes pueden tener suerte y caerle bien a un profe... y éste lo incorpora en su proyecto o en alguna cosa de investigación. Pero eso no es lo común...Ojo!!!... Yo hubiera querido tener el privilegio,Ufff... pero a veces eso es solo con los preparadores* (estudiante que apoya al docente) que tienen esa fortuna...” Yo llegué a oír, cuando cursaba segundo semestre, que al menos en matemáticas unos andaban en talleres con manejo de calculadoras y eso ...de un proyecto de investigación de un profe....pero puros preparadores de Mate...!! (Zafiro)</p>
	<p>“...Eso de formar parte del grupo que investiga con el profe suena bonito. Te imaginas si fuera lo establecido?, lo obligatorio.?.... No tendríamos problemas en el noveno semestre para ...bueno...hacer el proyecto nuestro de TEG...este estrés que nos mata...(Risas). No buscaríamos “Ayuda” por fuera con gente que nos saca los ojos cobrando “asesoría”....Hayyy hija sería otra realidad...”(Lapizlasuli).</p>
	<p>“Yo, ... por lo menos, no me he enterado de ningún caso de profesores que busquen estudiantes para participar en un proyecto de investigación...”(Esmeralda).</p>
	<p>“Me gustaría conocer la lista de proyectos de investigación que se están desarrollando, a ver si puedo yo participar allí y hacer mi TEG con ellos... Me parece mezquino que no se conozca nada de eso. Los estudiantes necesitamos saber a qué profesores podemos acudir para investigar... Bueno esteee...eso parece un sueño...(Risas) ”.(Granate)</p>

Continúa ...

Cuadro 2. Valoración de los estudiantes de su involucramiento en la actividad investigativa

Involucramiento de los estudiantes en la actividad investigativa.	<i>“Bueno... tampoco hay que echarle toda la culpa al docente. La institución debe tener una política clara al respecto. Si exiges TEG a los estudiantes, tienen que darle también éste...no sé... la forma para que podamos hacerlo sin trauma... porque esto es de verdad estresante...” (Zafiro).</i>
	<i>“Realmente... yo no persigo formar parte de un grupo de investigación, pero no estaría mal saber eso que hacen esos grupos de científicos.... Porque en general uno piensa más en la gente de Ciencias de la Salud. Ellos si tienen laboratorios (risas)...”. (Pirita)</i>
	<i>“...Para mí ésa sería una gran oportunidad porque ya tendría un tema...o sea... proyecto, estee... y así no tendría este estrés y el miedo en escoger cuál tema ...será para mi TEG...que aún no lo tengo... por cierto y estoy terminado el octavo semestre”(Espinela)</i>

Fuente: Grupo de Discusión

Tal como lo expresan los estudiantes, existe una distancia entre lo que realizan los docentes como investigadores y la posibilidad de que los estudiantes se inserten en ese importante proceso. La incorporación de los estudiantes, en los proyectos de investigación que desarrollan los docentes, sería un factor altamente favorecedor en la formación universitaria y, además, pudiera contribuir el acercamiento de los estudiantes a la producción científica de la disciplina donde se están formando.

Si los estudiantes se articularan a la actividad científica durante el proceso de formación universitaria, la realización del TEG, podría representar una experiencia altamente gratificadora, resultado de su ingenio, lo cual le otorgaría un gran valor adicional. Con ello se rompería con las concepciones y representaciones (Martínez, Harrington & Bolívar, 2011; Sivira, 2014) negativas que se han gestado en el imaginario y que arrastran los estudiantes universitarios respecto a la actividad investigativa. Romper con estas concepciones es una tarea pendiente a la cual debemos abocarnos para superar los temores que identificaron en los estudiantes Herrera & Sánchez (2019), para asumir el reto y la responsabilidad de realizar su TEG.

3. Significado del TEG, para su formación disciplinar

En Venezuela es casi generalizada la obligatoriedad, en los estudios de educación superior, de realizar el TEG para optar al grado académico de licenciatura. Ahora bien, siempre resulta interesante sumergirse en lo que los estudiantes universitarios dicen al respecto. En el Cuadro 3

se recogen algunas impresiones respecto a lo que el TEG representa en su formación disciplinar de los estudiantes universitarios que participaron en el estudio:

Cuadro 3. Significado del TEG para su formación disciplinar

Dimensión	Expresión discursiva de los estudiantes
TEG y formación disciplinar	<i>"...Más que aportarme algo para mi formación como contador... creo que es algo más bien impuesto. Y así,... como lo hacemos ahorita no...no...no sé...No considero que me ayude mucho..." (Lapizlasuli).</i>
	<i>"Yo creo que si ayuda a la formación como Contador Público... porque buscamos profundizar sobre algo en particular, ...claro con alguien que nos guíe a ampliar el contenido a indagar nos facilita una base teórica relacionada muchas veces con las pautas para la realización del trabajo de grado".(Rutilo)</i>
	<i>"Claro que cada asignatura da un contenido específico, ...bueno... eso debería estar como relacionado... me imagino algo así como si fuera más profundo cuando hacemos el TEG ..."Zircon).</i>
	<i>"...Yo si considero que necesitamos en nuestra formación como administradores o contadores, que sepamos cómo investigar sobre algo. Por ejemplo si tú haces pasantía eso te puede ayudar como práctica, pero si no la haces la experiencia de hacer el proyecto te puede ayudar a saber más sobre algún problema en específico... al menos... Digo yo...!" (Cinabrio)</i>
	<i>"Bueno... yo trabajo y quiero hacer mi Proyecto sobre algún problema de la empresa. Mi jefe me dijo eso, ...quiere que me ocupe de algo que les interese...Entonces ves que sí te ayuda (el TEG) en tu práctica profesional..." (Euclasa)</i>
	<i>"Pienso que a través del TEG podemos conocer.... y ver cosas de algunas empresas,..Bueno... o sea...situaciones donde podemos apoyar con algo, no se...recomendar..." (Topacio)</i>
	<i>"Yo...termino ese peso... salgo de eso.. Eso es puro gasto de tiempo la tesis y listo...me quita tiempo y dinero. Prefiero que me pongan en una pasantía en empresa..." (Flourita)</i>

Fuente: Grupo de discusión.

Si bien es cierto que Espig y Silva (2013) y González (2014), reportaron que era muy importante la investigación durante la formación de los estudiantes de carreras de las ciencias de la salud, eso aplica también para los estudiantes de ciencias sociales, en vista que también la práctica investigativa les aporta mayor solidez en su formación disciplinar, porque les involucra

con escenarios de la vida real, a los que tendrán que dar respuesta desde una mirada científica y rigurosa. El aprendizaje disciplinar investigando le podría aportar, a los futuros profesionales de Administración Comercial y Contaduría Pública, el desarrollo de sus habilidades analíticas, el cuestionamiento de ciertos procedimientos y la posibilidad de reflexionar críticamente sobre la búsqueda de salidas viables a situaciones complejas, dentro del entorno laboral donde se desempeñen. El desarrollo del espíritu científico necesita de ese ejercicio permanente y colectivo, que se puede robustecer durante el proceso de formación universitaria de los estudiantes de las ciencias sociales. Eso ya está demostrado en las ciencias puras. Así se procede generalmente en la formación de biólogos, médicos, físicos, químicos e incluso en la formación de médicos.

A pesar que en la facultad de Ciencias Económicas y Sociales no es una práctica común la realización de la pasantía, la emergencia en el discurso, de la importancia de la realización de pasantías resulta interesante, porque permite deducir que los estudiantes lo asocian con el ejercicio de su profesión, con el acercamiento práctico a su disciplina, con la posibilidad de un aprendizaje en la práctica, cosa que con el TEG se debería intentar lograr y hacer ver o sentir en los estudiantes. Es importante procurar que el TEG sea asumido con la responsabilidad y el compromiso que caracteriza la realización o ejecución de un trabajo científico, de este modo el aprendizaje será doblemente valioso. Sin embargo aun el TEG no es considerado, por la generalidad de los estudiantes, como la oportunidad de abordaje de un problema real concreto, identificado en el contexto, como algo que amerita ser investigado para lograr ser superado o para generar posibles respuestas de acción para su solución. Es decir como el espacio donde a través de la investigación se articula el conocimiento teórico con la práctica.

4. Pertinencia de los contenidos de las asignaturas del componente de investigación.

Los contenidos de los programas de las asignaturas del componente investigación en la formación universitaria, en términos generales, son casi idénticos para todas las carreras. Si se realiza una revisión sistemática de esos contenidos, se podrá constatar dicha afirmación. De igual manera al revisar la bibliografía sugerida en los mismos, se podrá evidenciar que se manejan casi las mismas referencias. Esto revela que hay cierta homogeneidad en el ámbito universitario, en cuanto al contenido que se imparte en estas asignaturas, para formar a los estudiantes universitarios en el ámbito investigativo.

Es decir, en cuanto a los contenidos programáticos no hay mayores observaciones. La

estructura curricular lleva una secuencia lógica, que va desde la etapa básica inicial, de lo que es conocimiento, ciencia, el proceso de conocimiento científico, tipos de investigación científica y su diferenciación del conocimiento vulgar, la investigación documental y la búsqueda de información para el arqueo bibliográfico, tipos de fuentes y normas para citar y referenciar cada una de ellas. Para luego entrar en lo que es propiamente el diseño de la investigación y sus etapas, profundizando en cada uno de los elementos que corresponde abordar en cada una de ellas. Todo esto, con el firme propósito que los estudiantes adquieran las herramientas necesarias para que puedan asumir el diseño y desarrollo de un proyecto de investigación orientado a la realización del TEG. En el discurso de los estudiantes emergió fundamentalmente asuntos referidos a la forma cómo se imparte el conocimiento de los contenidos, es decir cómo se enseña a investigar. En el Cuadro 4 se incluyen fragmentos de los discursos de los estudiantes.

Cuadro 4. Pertinencia de los contenidos de las asignaturas del componente de investigación.

Dimensión	Expresión discursiva de los estudiantes
Pertinencia de los contenidos de las asignaturas del componente de investigación,	<i>“En Métodos II es donde nos dicen todo lo del proyecto de investigación, ...porque en Investigación Aplicada nada... puro revisar lo que entregamos ...” Es contradictorio.(Jade)</i>
	<i>“Métodos I es todo como buscar en las tesis, libros y revistas, etc”. (Granate)</i>
	<i>“... Caramba!! ... que memoria!! Yo ni recuerdo que vi en Método I.. Solo sé que. Nada, nada. No creo que aprendí nada... Disculpa... pero es así... el prof. Puro bla, bla,bla,bla... nunca aterrizó. Cómo la pasé?... no sé... no me pregunten...”(risas).(Pirita)</i>
	<i>“...Para mi Métodos II es el más importante... allí no me aburrí mucho”(Aurita)</i>
	<i>“...Uno va con mucha ilusión a Métodos II porque cree que allí armará el proyecto del TEG, ...pero eso es pura teoría...(risas)El problema lo tienes después...estee ¿cómo pones en práctica todo ese poco de cosas...?”(Cuarzo)</i>

Continúa

Cuadro 4. Pertinencia de los contenidos de las asignaturas del componente de investigación.

Dimensión	Expresión discursiva de los estudiantes
Pertinencia de los contenidos de las asignaturas del componente de investigación,	<p><i>“Yo tuve suerte que mi profa de Métodos I y Métodos II fue la misma y... bueno... ella si daba mucha práctica, para todo había un ejercicio. Que si las fichas,...las citas... Luego de un planteamiento escribir; ...bueno...o sea, redactar nosotros unos objetivos. Eso fue muy bueno,...ayuda,... aprendes. Fue interesante junto con la práctica de diseño de instrumentos de recolección de datos o sea un guión de entrevista, un cuestionario. Y después... bueno análisis de eso que se anotaba allí. Fue muy dinámico.(Agata)</i></p>
	<p><i>“Eso de que esas materias sean pura teoría no es bueno... Yo me aburría de puras exposiciones de mis compañeros.... Hay no... no soportaba esas clases...”(Zafiro).</i></p>
	<p><i>“No me gustó esas asignaturas...Pura teoría y en Investigación Aplicada... vienen y te exigen que hagas un proyecto casi tu solo, porque los tutores también te dan poco....Puro... está malo, corríja, pero no te dicen cómo hacerlo bien...No sé...esa es mi experiencia actual...Shiiiiito me guardan el secreto ... (risas) (Neptunita)</i></p>
	<p><i>“...es que podrían..Mmmmm, cómo decirlo... más unidas a las asignaturas de la carrera. No sé cómo se haría, pero siempre pienso en eso... es que...Mmmmm...investigación va por un lado y los contenidos de Administración Comercial por otro...” (Benotoita)</i></p>
	<p><i>“... Hay dos cosas...por un lado muchas cosas que te dan en Métodos II... y por otra te piden que hagas un proyecto en Investigación Aplicada,... pero, el profe de Investigación Aplicada no da ningún contenido, ni refresca lo de Métodos I. Eso que la vimos seis o siete semestres atrás y el contenido de Métodos II...es rudo!!!...,difícil. No es fácil plantearse un problema o una interrogante de investigación...Yo no sé cómo hacerlo y estoy ya en noveno semestre.”(Ambar).</i></p>
	<p><i>“Si eso de Investigación Aplicada es como... No sé... vaya Ud. solo y , escriba y me trae. ¿Cuál es el contenido de esa materia?. Quién de uds lo sabe?... vamos el genio de la lámpara que hable!!!...(Risas)”(Amatista)</i></p>
	<p><i>“...Investigación Aplicada es como la práctica de lo que vimos en la teoría en Métodos II, más aquello de lo formal de Métodos I...pero lo trabajas solo, porque el tutor...sobre eso...bien gracias!!...”(Peridoto)</i></p>
	<p><i>“En Investigación Aplicada, comienzan con: el capítulo I para tal fecha..., el capítulo II para tal fecha... y te quedas...Mmmm What?What? ¿Cuándo dijo el profe qué era lo que contiene cada capítulo? De qué habla? Sorry!!! Y salimos de clase locos... primer trauma para los que siguen... (Risas)” (Perla).</i></p>

Continúa

Cuadro 4. Pertinencia de los contenidos de las asignaturas del componente de investigación.

Dimensión	Expresión discursiva de los estudiantes
Pertinencia de los contenidos de las asignaturas del componente de investigación,	<i>“Bueno... mi prof...de Investigación Aplicada nos decía el capítulo I debe contener título, problema, interrogante y objetivos.... Eso lo dijo ayer por cierto...”(Heliodor)</i>
	<i>“...Ves eso se contradice con lo que nos dice la profa de Métodos II, ...ella dice que el título es lo último que uno decide...”(Ambar).</i>
	<i>“...Mira eso es como una plantilla. Sigues en Investigación Aplicada lo que te dieron en Método II. ...sigues cada uno de las etapas. Eso no tiene nada,...el profe dice es así y así debe ser. Todo igual...”(Ópalo)</i>
	<i>“Todos los TEG es lo mismo, porque todos se rigen por un modelo. Yo tengo tutor y él me dice, me dice... hazlo como te dijeron en Métodos II. Todo es así.... Sigue la norma....”(Onix)</i>
	<i>“Yo le pregunté a mi profe. de Investigación Aplicada ...¿tiene algún trabajo suyo como modelo y me dijo: eso está en los libros...(Risas), O sea no tiene ...Ves? Entonces ¿?...”(risa) (Nefrita)</i>
	<i>“...A mí me dieron investigación cualitativa y cuantitativa... A mí me pareció bien la cualitativa..., pero cuando le dije al profe de Investigación Aplicada que mi proyecto sería cualitativo ...no hombre!!!...casi me tira al techo!!!...que eso no!!...que pata tin...que pata tan...que yo iba a ser contador público!!!, qué horror!!... Entonces, para qué ve uno eso, si te obligan a hacerlo solo cuantitativo o como él quiere...”(Onix)</i>

Fuente. Grupo de discusión

A pesar que se tiene claro el propósito de estas asignaturas, en la malla curricular y en el ámbito formal, los estudiantes manifiestan cierto malestar en relación a dichas asignaturas. Esto queda expuesto en las opiniones discursivas de los grupos de discusión, que se recogieron en la tabla anterior. Un aspecto relevante que emergió fue lo relativo a la dinámica en el aula por parte del docente. Es decir, para los estudiantes, si bien consideraron que el contenido era muy importante y pertinente, este se diluye a consecuencia de la forma cómo se desarrollan las clases en dichas asignaturas. Es decir, de acuerdo a lo expresado por los estudiantes la mayoría de los docentes, de las asignaturas del componente de investigación, se limitan a repetir los contenidos de los libros, sin generar dinámicas en el aula que permitan aprender “haciendo”. Según los estudiantes, los docentes no logran articular los contenidos teóricos que reciben, con el ejercicio de una práctica investigativa, lo cual en lugar de favorecer el acercamiento a la

investigación científica, contrariamente genera en los estudiantes cierto desinterés y aburrimiento hacia estas asignaturas. Es importante acotar, que el interés por la investigación quedó manifiesto en aquellos estudiantes cuyos docentes les hacían participes en las actividades investigativas que desarrollaban y en cuyas clases se efectuaban ejercicios prácticos, para cumplir con cada tema del contenido. Esto reafirma que solo se puede enseñar a investigar investigando, tal como sostienen Martínez, 1989; Castro Silva, 1997; Sabino, 2000 y Arias, 2008. En efecto, se pudo constatar que aquellos docentes del componente de investigación que recurrían a realizar actividades prácticas, en el aula, eran los que se conocía que estaban desarrollando proyectos de investigación.

Esta realidad devela la importancia que tiene la formación como investigador del docente del componente de investigación en particular y de todo docente en general. Sólo contando con una buena experiencia investigativa los docentes pueden lograr acercar a sus estudiantes al mundo del conocimiento científico. Por ello, es necesario recurrir al lema formar-investigando e investigar-formando Yapu (2017), de modo que se pueda enriquecer su formación con la investigación (Páez, 2010) y estimular a los estudiantes al ejercicio de la investigación científica (Fernández, 2015).

En este sentido, vale acotar que en este proceso de acercamiento de los estudiantes universitarios, a su formación como investigadores, es importante que el docente no solo tenga dominio y experiencia investigativa, sino que, además, sea capaz de garantizar que ese proceso no se convierta en la simple reproducción de su esquema paradigmático, como única verdad incuestionable. Obligando al estudiante a mirar la realidad solo a través del lente por donde él la ve, coartando así cualquier otro procedimiento epistémico. Por el contrario, debe efectuarse desde un criterio amplio, crítico, flexible e incluyente.

5. Orientación académica para el diseño del proyecto de investigación

Llama la atención que en los discursos emergió el problema de la necesidad de orientación al momento de incursionar en el proceso de investigación, esto queda evidenciado en los enunciados que se recogen en el Cuadro 5.

Cuadro 5. Orientación académica para el diseño del proyecto de investigación

Dimensión	Expresión discursiva de los estudiantes
Orientación académica para el diseño del proyecto de investigación	<p><i>“...Yo hice una monografía en Métodos I, aprendí a citar y buscar información documental. La profe nos dio bases de datos electrónicas donde hacer consulta. Eso lo valoro ahorita. Ahorita... mira...yo...Busqué mis cuadernos de Métodos I... (risas).”(Oro)</i></p>
	<p><i>“Siempre tu oyes quejas de los compañeros sobre la falta de asesoría para la parte metodológica...será porque muchos profes no investigan tampoco??... Bueno mis profes de Métodos si me han ayudado mucho a aclarar cosas de esas...” (Azabache)</i></p>
	<p><i>“Hay quienes dicen necesito un tutor metodológico y otro de contenido..., pero mi profa de Métodos decía que eso no es correcto!! Porque el tutor debe dominar todo!! Por eso también como ella decía: ‘dominar el abordaje metodológico’(Risas) ...esas eeran sus palabras...Ojo”...(Risas)(Opalo)</i></p>
	<p><i>“...Pienso que necesito un tutor completo...o sea,... bueno que sepa de métodos y de mi tema... sino es un rollo...”(Onix)</i></p>
	<p><i>“Mi experiencia en Métodos II fue malísima. Ese prof... No me dejó nada..., hablaba y hablaba de cosas que aún no le encuentro sentido... ¿Qué aprendí sobre el proceso de investigación en esa materia?...nada!! Eso me hizo tenerle idea a eso de hacer el TEG, para colmo... el tutor tampoco me orienta en la parte metodológica. Él dice que losuyo es puro contenido...¿Entonces?? Acaso él no ha investigado??...”(Cuarzo)</i></p>
	<p><i>“Eso parece una lotería. Unos profes dan mucho ...importante... y eso... de mucho valor para el proyecto y otros pasan por ahí como dicen... esteeee....un saludo a la bandera. Tienen que revisar... esas clases. ... tu sabes que eso es muy importante para nosotros...porque una cosa es el tutor que no quiere tocar lo de la metodología...creo que le tienen miedo(Risas) ” (Lapizlasuli).</i></p>
	<p><i>“En Métodos I, yo aprendí bastante...yo no sabía lo que era buscar información en revistas y libros y eso... documental pues!!...quiero decir todo lo de la bibliografía. En Métodos II,...Mmmm, ya es lo de las etapas de la investigación o lo del proyecto en sí... Yo sí recuerdo eso...pero otra cosa es hacerlo... (Agata)</i></p>

Continúa...

Cuadro 5. Orientación académica para el diseño del proyecto de investigación

Dimensión	Expresión discursiva de los estudiantes
Orientación académica para el diseño del proyecto de investigación	<p><i>“Yo olvidé todo lo de Métodos I cuando llegué a MétodosII. Es que..están muy separados, además...! Y los tutores como que tampoco se acuerdan ¡!(Risas)... porque tú les preguntas algo, por ejemplo de los objetivos, o los indicadores y te dicen consulta con el prof.de Métodos... Porrr favorrr. Y el prof.de Métodos te manda con tu tutor porque no tiene tiempo. Entonces???.vamos a buscar “apoyo externo”... a pagar.. Qué tal??”(Zafiro).</i></p>
	<p><i>“En Investigación Aplicada te exigen mucho, como si ya hubieras hecho otros proyectos, ¡¡imaginate eso!!... Allí vas entregando capítulo por capítulo. Pero se puede decir que vas solo. No hay clase de nada... No hay aclaratoria de nada. Tienes que buscar “asesor” externo... Tu sabes esa gente que te cobra ...Uffff!. No es justo. Esa asignatura debe tener un contenido... cierto???(Benotoita)</i></p>
	<p><i>“Mi profe de Investigación Aplicada es lo máximo... porque él sabe mucho. Es Contador y Administrador...Te orienta siempre, te corrige toodo...Si es exigente, pero es bueno...(Heliodor)</i></p>
	<p><i>“Mi experiencia ha sido buena... Hasta ahora,... tanto mi tutor como los profes de Métodos me han atendido... hasta han discutido entre ellos sobre lo que opinan y me lo dicen para llegar a un acuerdo. Ha sido chévere... voy avanzando bien... recibo orientación” (Agata)</i></p>

Fuente: Grupos de discusión

De acuerdo a lo expuesto por los estudiantes, se pudo captar que, respecto a la orientación que reciben para el desarrollo del proyecto de investigación, afrontan situaciones que no contribuyen a generar interés por la investigación científica. Por el contrario entorpece el acercamiento al mundo de la ciencia.

Entre las debilidades fundamentales, que se develan del discurso, están por una parte la experiencia que vive al cursar las asignaturas del componente de investigación. Al respecto, salvo excepciones, revelan poca fortaleza en cuanto a los contenidos recibidos, producto de la forma como los profesores desarrollaban sus clases, así como el sentimiento de abandono luego que comienzan a perfilar su proyecto de investigación del TEG. Fundamentalmente, en la asignatura Investigación Aplicada, se revela que ni siquiera conocen el contenido programático de la asignatura, lo cual evidencia un fallo importante, pues independientemente que su propósito sea elaborar y desarrollar el Proyecto de TEG, es deseable que los estudiantes reciban algún tipo de refuerzo de lo recibido como formación en los contenidos de Métodos II, es decir,

en la asignatura que le precede. Y por la otra, la cuestión del sentimiento de poco apoyo que reciben, desde el punto de vista metodológico, por parte de algunos de los docentes de esta asignatura, en el seguimiento de los proyectos de TEG.

Esto se revela cuando la mayoría de los estudiantes manifestaron que algunos tutores y docentes de Investigación aplicada no les acompañan, de forma rigurosa, en todo su transitar en la realización de su TEG. Además, se sienten abandonados en el limbo de la metodología, al no encontrar en sus docentes, ni en su tutor un espacio de encuentro para aclarar las dudas que normalmente se gestan durante el proceso de investigación. Ese acompañamiento es sumamente importante, sea como tutoría o asesoría (Gamero 2014, Castro-Gamero (2014), puesto que puede constituirse en la clave de la continuidad o no del proyecto de TEG, ya que podría favorecer la ruptura con los miedos o temores que se arrastra de experiencias vividas por otros estudiantes (Herrera & Sánchez, 2019).

Esta situación pudiera generar en los estudiantes desinterés en comprometerse en la actividad científica y confabular en la búsqueda de “auxilio” en entes externos que cobran cantidades considerables, por hacerles el trabajo investigativo. Es decir, este panorama alimenta la comercialización de los TEG, algo que ya es un secreto a voces.

6. Divulgación de la actividad científica y sus productos

La publicación de los productos de la investigación científica es fundamental para lograr divulgación de los saberes en las distintas disciplinas. De ahí que, los productos de la actividad investigativa tienen valor en la medida que éstos pueden ser compartidos en los escenarios de interés académico de cada disciplina. Esta temática emerge en los grupos de discusión como uno de los aspectos que los estudiantes revelan de gran interés en su acercamiento al mundo de la investigación, esto se evidencia en las expresiones discursivas contenidas en el Cuadro 6.

Cuadro 6. Divulgación de la actividad científica y sus productos

Dimensión	Expresión discursiva de los estudiantes
Divulgación de la actividad científica y sus productos	“... Es que un trabajo de grado sin norte no tiene sentido. Veo que te enseñan sobre qué contiene y cómo manejar todas sus partes. ...pero, la mayoría están engavetadas...no salen de la biblioteca..., quién se entera que eso se hizo? ”. (Peridoto)
	“Yo te digo..., otra cosa sería... si fuera que vamos a escribir un artículo con los resultados del proyecto. Quiero decir...como en Medicina que les piden una versión tipo artículo científico. Yo no sé si se los publican... pero se hace eso de intentar escribir un artículo científico...al menos. “(Ambar)
	“Sí...yo preferiría hacer algo corto. Tanto trabajar para que nadie lo lea...esteee... es como hacer algo para nada, ¿para ti?, ¿para tu familia?. ¿Quién recibe el beneficio de tanto esfuerzo...? (Cuarzo)
	“..., pero no sería nada malo ver mi nombre en un artículo científico (risas)...eso si es laaa nota”. (Topacio)
	“Conozco una profe que con sus tutorados va a congresos, incluso internacionales... eso si me entusiasma... Esa es la que incorpora a los estudiantes en sus proyectos de investigación, Claro... así sí.” (Onix)
	“Mi profa de Métodos II nos mostró una publicación con sus tutoradas.... Me emocionó... ayyy sería bueniiiiisimo”(Rutilio)
	“La institución debe impulsar la divulgación de nuestros trabajos de grado, ... y los de los profes... los trabajos de ascenso de los profes, por ejemplo ¿Dónde está eso?... porque en la Web de la UC esa información no está actualizada. ...”(Nefrita)
	“Mira...Si los profes escriben poco, como te ponen a ti,...caramba!!... siendo un triste estudiante!!!,... a escribir no sé... sin la ayuda de ellos.” (Cuarzo)
	“...Creo que todos deberíamos llevar nuestros trabajos al Congreso de nuestra facultad...para que se conozca.... ¿Verdad? sin miedo...” (Azabache)

Fuente: Grupos de discusión

Resulta interesante develar que en el sentir de los estudiantes existe un significativo interés por la divulgación del producto que su quehacer científico, materializado en el TEG. Esta manifiesta preocupación se ha despertado en aquellos estudiantes que han podido tener contacto con docentes que estimulan a sus alumnos a participar en eventos científicos donde

puedan llegar a exponer el producto de sus trabajos de investigación. Se desprende de este acercamiento que el docente tiene un importante rol cuando se tiene como propósito incentivar a los estudiantes universitarios a involucrarse con el quehacer científico durante su formación universitaria. Se desprende que los estudiantes que han tenido experiencias favorables con sus docentes del componente de investigación y sus tutores les genera mucha ilusión la posibilidad que su TEG pueda ser divulgado, bajo la modalidad de ponencia o artículo científico.

Conclusiones

Se logró captar que la resistencia de los estudiantes a la actividad investigativa, durante su formación universitaria, está anclada a la existencia de una brecha que se ha gestado entre la actividad investigativa que desarrollan los docentes en la institución y la actividad que los estudiantes realizan en sus TEG, lo cual entorpece la integración de los intereses investigativos de los docentes con los de los estudiantes, al no favorecer la participación e involucramiento mutuo en la actividad de investigación durante su proceso de formación universitaria.

Quedó manifiesto que los estudiantes no poseen información en relación a las actividades de investigación que desarrollan los docentes, en consecuencia se sienten al margen de dichas actividades. En ese sentido, perciben la actividad investigativa como un espacio restringido, donde solo acceden aquellos estudiantes que logran, de alguna manera, penetrar el espacio de los *elegidos*, porque pareciera existir la convicción que sólo pocos entran al mundo de la ciencia en la universidad.

Es decir, la institución no genera, a través de sus departamentos, centros, unidades de investigación y docentes, mecanismos de integración sistemática de los estudiantes a la actividad científica, haciéndoles partícipes de los proyectos que cada línea de investigación tiene en ejecución y las necesidades de incorporación de estudiantes en los mismos. Esta realidad limita la posibilidad que los estudiantes reconozcan como una cuestión normal, no excepcional, el hacer investigación durante su formación universitaria. Pues en la medida que esté insertado dentro de alguno de los grupos de investigación, lograría asumir la investigación como una actividad propia de su formación disciplinar, donde el TEG cobra valor. Esto redundaría en una vigorosa presencia de los estudiantes universitarios en eventos científicos (Congresos, Seminarios), así como en una activa participación en la publicación de artículos científicos. De modo que, la idea desvirtuada de la realización del TEG, como algo innecesario, como material para un repositorio donde nadie lo lee y por tanto sin mayor trascendencia, dejaría de ser un

problema. Quedó revelada la alta valoración que los estudiantes le otorgan a la investigación científica, la cual es vista con admiración y como algo inaccesible pero deseado. Eso podría considerarse como un aspecto al cual se puede recurrir como fuente potenciadora del interés de los estudiantes hacia la actividad investigativa.

Al involucrar al estudiante en la actividad científica como eje transversal, no solo al momento de realizar su proyecto de investigación, éste podría desarrollar su TEG en el marco de una experiencia altamente generadora de satisfacciones, donde se ponga en valor su creatividad y potencial innovador, lo cual quebraría los miedos atávicos e ideas negativas preconcebidas respecto a lo que es investigar.

En este sentido, habría que hilar fino para lograr una urdimbre eficazmente resistente que logre mantener en estrecha alianza investigación y docencia, es decir producción intelectual y actividad académica. Donde docente-investigador y alumno se relacionen como una sola madeja para generar los productos que la ciencia demanda y que las instituciones universitarias están llamadas a liderar.

La resistencia de los estudiantes a la actividad investigativa, también se ha visto marcada por el hecho de sentir que su aproximación a la investigación se genera desde un cuerpo abstracto, de fundamentos teóricos, que son suministrados en las asignaturas del componente de investigación, como base fundamental para poder incursionar en el mundo de la investigación.

Es decir, se ha venido errando al asumir como modalidad la separación de los contenidos teóricos con el acto de investigar. Esta modalidad de enseñanza procura que los estudiantes, al momento de desarrollar su proyecto de investigación con fines de TEG, sientan profundos vacíos y la imperiosa necesidad del acompañamiento de un tutor o asesor que sea docente-investigador. Esto revela la importancia de esta figura durante el proceso. En consecuencia, la labor del tutor (docente-investigador) tiene una alta relevancia, para poder lograr que esa experiencia permita generar satisfacciones y potenciar la creatividad en los estudiantes, en un proceso que no coarte la iniciativa o deseos de búsqueda y abordaje diferente al esquema paradigmático donde el tutor se siente cómodo.

De hecho, a partir de una práctica amplia flexible, reflexiva y crítica cobraría sentido, en el imaginario de los estudiantes, la realización del TEG como acto investigativo y como factor que sirve de asiento, de base en la formación disciplinar. Es decir, podría ser visto como un mecanismo que le dará fortaleza y robustez al componente académico de los futuros

Administradores Comerciales y Contadores Públicos, de modo que el TEG llegue a cumplir así su propósito dentro del pensum académico.

Ante esta realidad, surge la inquietud por indagar esta problemática desde el colectivo docente, de manera que se logre avanzar en las necesidades que afrontan los profesores, respecto a su formación como profesores investigadores en su área disciplinar. Esto podría incidir favorablemente en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la investigación en la formación universitaria.

Referencias

- Abreu, J. (2015). Síndrome Todo Menos Tesis (TMT). Daena: *International Journal of Good Conscience*. 10 (2) 246-259. ISSN 1870-557X.
- Argüello, L. (2010). *El concepto de la producción en la actividad académica del profesor universitario*. Docencia Universitaria, 11, 89-105. Recuperado de <http://revistas.uis.edu.co/index.php/revistadocencia/article/view/1913>
- Arias, F. (2008). *El perfil del profesor de metodología de la investigación*. Trabajo de Grado de maestría; no publicado, Universidad Central de Venezuela.
- Barsky, O. (2017) Documentos sobre la educación superior. Wilhelm Von Humboldt Sobre la organización interna y externa de los establecimientos científicos superiores en Berlín (1810) *Debate Universitario* 6(11), 53-67
- Bolívar, A. (2014). *Actitudes de los estudiantes hacia la Asignatura Investigación Educativa. Aportes de la Teoría de la Valoración*. Revista EDUCARE, Volumen 18, Número 2, ISSN: 2244-7296. (pp. 4-30)
- Callejo, J. (2001). *El grupo de discusión: introducción a una práctica de investigación*. Barcelona, Ariel.
- Castro-Gamero, (2014). La tutoría en pequeños grupos como recurso formativo para el aprendizaje del Derecho Romano. *Revista de Docencia Universitaria REDU*, 12 (3), N° extraordinario, 269-292.
- Castro-Silva, E. (1997). Bases para la enseñanza de la metodología de la investigación científica. *Revista Pedagogía* (12), 67-101.
- Chacón, J. (2017). *Impacto del componente de investigación en la orientación hacia la producción de conocimiento científico, a través del trabajo especial de grado, en los estudiantes de contaduría pública*. Universidad de Carabobo. Valencia. Trabajo Especial de Grado. FACES, Universidad de Carabobo, Valencia.
- Espig, H. y Silva, I. (2013). Evaluación de lo que opinan los estudiantes sobre el proceso de la realización del trabajo especial de grado. *Salus* 17(3), 51-61
- Fernández, A. (2015). *Aprendizaje e Investigación un camino de mejoramiento y Fortalecimiento desde la construcción del Trabajo de Grado*. Universidad de Carabobo, Valencia.

- Flores & Villegas (2008). Algunos elementos condicionantes del aprendizaje de la investigación en la educación superior: Caso UPEL Maracay. *Investigación y Postgrado* 23(1),155-185.
- Gamero, M. (2014). *El proceso de acompañamiento en investigación desde la experiencia de tutores académicos*. Trabajo de Grado de maestría; no publicado, Universidad de Carabobo, Bárbula.
- González, M. (2014). La Investigación y su Aporte al Conocimiento en la Formación de Enfermería en la Facultad de Estudios Superiores Zaragoza de la Universidad Autónoma Nacional de México. *Enfermería Universitaria* 11(2):45-46
- Herrera, M. & Sánchez, L. (2019). El trabajo especial de grado como producto intelectual en la formación profesional. Una mirada a su significación desde el sentir de los estudiantes. Memorias. III Congreso Nacional de Investigación e Innovación de Ciencias Económicas y Sociales. FACES-UC.
- Marrero, O y Pérez, M. (2014). *Competencias investigativas en la educación superior*. RES NON VERBA, Febrero.
- Martínez, M. (1989). *Comportamiento humano*. México: Trillas
- Martínez , O. J., Harrington M, M. S., & Bolívar O, A. C. (2011). *Concepciones asociadas al concepto de investigación en estudiantes de pregrado*. Centro de Investigaciones Educativas (CIES), Venezuela.
- Morales, O., Rincón, A & Tona, J. (2005). Cómo enseñar a investigar en la universidad. *Educere*, 9(29), 217-225. Recuperado en 12 de marzo de 2020, de http://ve.scielo.org/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1316-49102005000200010&lng=es&tlng=es.
- Páez, J. (2010). La investigación universitaria y la formación del profesorado latinoamericano. *Aposta. Revista de Ciencias Sociales*, España. 4(7)1-38. [Fecha de consulta 17 de febrero de 2020].ISSN: Disponible en: <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=4959/495950243004>
- Rodríguez-Méndez, M., González- Cantalapiedra, Z.& González-Polo, M. (2016). Problemas frecuentes en la redacción de artículos científicos. *EduSol*, 6(57), 137-147.
- Sabino, C. (2000). *El proceso de investigación*. Caracas: Panapo
- Salinas, P. (1995). La relación entre el tutor y el tutorado. Editorial. MedULA, Revista de la Facultad de Medicina, *Universidad de los Andes*. Vol. 4 N° 1-4. Mérida, Venezuela.
- Sánchez, R. (2014). *Enseñar a investigar Una didáctica nueva de la investigación en ciencias sociales y humanas*. Universidad Nacional Autónoma de México. Instituto de Investigaciones sobre la Universidad y la Educación. ISBN: 978-607-02-5833-6, México.
- Sivira, Y. (2014). *Representaciones Sociales sobre la Investigación de los estudiantes del área de educación de la Universidad Nacional Experimental Francisco de Miranda*, Universidad de Carabobo, Valencia.
- Valles, M. (2000). *Técnicas cualitativas de investigación social*. Madrid, Síntesis.

Yapu, M. (2017). Investigación y formación de investigadores. Algunas reflexiones epistemológicas a partir de una experiencia en Bolivia. *Praxis Sociológica* n° 22. www.praxissociologica.es-ISSN: 2174-4734 X. ISSN: 1575-08-17. Pp. 31-47.

Educación ambiental en la escuela secundaria: desde las concepciones previas de los estudiantes, la construcción de un horno solar como práctica educativa⁵⁵

Weslaine da Silva Santos¹

cfs.weslaine@gmail.com

<https://orcid.org/0000-0003-0347-7122>

Marcelo Franco Leão¹

marcelo.leao@cfs.ifmt.edu.br

<https://orcid.org/0000-0002-9184-916X>

¹*Instituto Federal de Mato Grosso (IFMT; Confresa, Brasil)*

Recibido: 13/04/2020 **Aceptado:** 18/05/2020

Resumen

La Educación Ambiental (EA) impregna todas las áreas del conocimiento y se puede trabajar de diferentes maneras y en diferentes espacios con el objetivo de contribuir a la formación de las personas para que vivan con el medio ambiente de manera equilibrada y sostenible. El objetivo del estudio fue analizar las percepciones de los estudiantes de una clase de secundaria en una escuela pública en Mato Grosso sobre EA, así como desarrollar una actividad experimental como una acción práctica sostenible. Esta es una investigación descriptiva y exploratoria, con un enfoque cualitativo, realizada en 2019, en una escuela pública en Confresa / MT. En el estudio participaron 21 estudiantes y utilizó cuestionarios abiertos para recopilar datos, aplicados antes y después de la práctica experimental. La actividad práctica consistió en construir y probar un horno solar desarrollado con materiales de bajo costo. Los resultados revelaron las percepciones sobre el concepto de EA y el medio ambiente, los problemas ambientales actuales, la participación en acciones ambientales, la evaluación de la intervención realizada, las contribuciones al pensamiento crítico y el aprendizaje construido. Por lo tanto, la construcción del horno solar fue capaz de sensibilizar a los estudiantes, mostrándoles una práctica fácil, barata y rápida que se puede tomar como una solución a los problemas ambientales.

Palabras clave: Educación ambiental, medio ambiente, horno solar.

Educação Ambiental no Ensino Médio: Das concepções prévias dos estudantes a construção de um forno solar como prática educativa

Resumo

A Educação Ambiental (EA) perpassa todas as áreas do conhecimento e pode ser trabalhada de diferentes maneiras e diversos espaços visando contribuir na formação de pessoas para que convivam com o ambiente de forma equilibrada e sustentável. O objetivo do estudo foi analisar as percepções dos estudantes de uma turma de Ensino Médio de uma escola pública matogrossense acerca da EA, bem como desenvolver uma atividade experimental como ação prática sustentável. Trata-se de uma pesquisa descritiva e exploratória, com abordagem qualitativa, realizada em 2019, em uma escola pública de Confresa/MT. O estudo envolveu 21 estudantes e utilizou questionários abertos para coletar de dados, aplicados antes e após a prática experimental. A atividade prática consistiu na construção e testagem de um forno solar desenvolvido com materiais de baixo custo. Os resultados revelaram as percepções sobre o

⁵⁵ Esse estudo contou com auxílio financeiro do **Edital 31/2020 da PROPE/IFMT** para revisão, formatação e tradução do resumo.

conceito de EA e meio ambiente, problemas ambientais atuais, participação em ações ambientais, avaliação da intervenção realizada, contribuições para o pensamento crítico e aprendizados construídos. Logo, a construção do forno solar foi capaz de sensibilizar os estudantes, demonstrando a estes uma prática fácil, barata e rápida que pode ser tomada como solução para os problemas ambientais.

Palavras-chave: Educação Ambiental, meio ambiente, forno solar.

Environmental Education in High School: From the students' previous conceptions the construction of a solar oven as an educational practice

Abstract

Environmental Education (EE) permeates all areas of knowledge and can be worked in different ways and in different spaces aiming to contribute to the formation of people so that they live with the environment in a balanced and sustainable way. The aim of the study was to analyze the perceptions of students from a high school class in a public school in Mato Grosso about EE, as well as to develop an experimental activity as a sustainable practical action. This is a descriptive and exploratory research, with a qualitative approach, conducted in 2019, in a public school in Confresa / MT. The study involved 21 students and used open questionnaires to collect data, applied before and after the experimental practice. The practical activity consisted of building and testing a solar oven developed with low-cost materials. The results revealed the perceptions about the concept of EE and the environment, current environmental problems, participation in environmental actions, evaluation of the intervention performed, contributions to critical thinking and constructed learning. Therefore, the construction of the solar oven was able to sensitize students, demonstrating to them an easy, cheap and quick practice that can be taken as a solution to environmental problems.

Keywords: Environmental education, environment, solar oven.

Introdução

Atualmente, o termo Meio Ambiente (MA) e Educação Ambiental (EA) são amplamente utilizados, divulgados e discutidos em escolas. Compreende-se que a EA tenha como principal objetivo formar indivíduos preocupados com os problemas ambientais e que sejam capazes de propor ações de conservação e preservação dos recursos naturais, bem como a sustentabilidade.

Assim, a EA torna-se cada vez mais necessária, especialmente no ambiente escolar, devendo estar presente no processo educativo formal e não formal, em prol de melhorar a qualidade da vida na Terra. Ao sensibilizar a criança e/ou adolescente em fase de formação cognitiva, é possível construir uma estratégia promissora para alcançar novos resultados. Entretanto, a EA não deve ser realizada isoladamente, mas sim como uma parte de um processo educativo contínuo, resultando em práticas transformadoras (Fragoso; Nascimento, 2018).

Segundo Lopes, Bispo e Carvalho (2009), a EA é efetiva para mudanças no comportamento do ser humano, sendo o período escolar, o momento mais propício para essa inserção, pois será a base da formação de cidadãos conscientes. A sustentabilidade é considerada uma medida de preservação do meio ambiente que busca utilizar a natureza para atender as necessidades da sociedade. Além disso, o desenvolvimento sustentável é utilizado como um modelo econômico que busca conciliar o desenvolvimento econômico à preservação e manutenção de recursos naturais disponíveis.

Os problemas ambientais são diversos, sendo o desenvolvimento sustentável uma forma de minimizar e/ou solucionar tais problemas. A emergência do desenvolvimento sustentável como projeto político e social tem promovido a orientação de esforços como uma forma de encontrar caminhos para uma sociedade sustentável (Sartori; Latronico & Campos, 2014). Com isso, surge uma quantidade significativa de estudos científicos, sobre o assunto, contudo, causando uma indefinição de foco.

O interesse pela sustentabilidade tem crescido cada vez mais, com a crescentes abordagens estratégicas de uma produção mais limpa, controle da poluição, ecoeficiência, gestão ambiental, responsabilidade social, ecologia industrial, investimentos éticos, economia verde, ecodesign, reuso, consumo sustentável, resíduos zero, entre inúmeros outros termos (Sartori; Latronico & Campos, 2014).

Diante de todo esse aumento dos problemas ambientais, se mostra a necessidade de se construir medidas que garantam a sustentabilidade ambiental. A partir desse contexto, Abreu et al. (2018) reafirma a escola como um espaço essencial na formação de cidadãos conscientes das questões socioambientais e de sua influência na sustentabilidade.

Dado ao exposto, este estudo teve por objetivo analisar as percepções dos estudantes de uma turma de Ensino Médio da escola 29 de julho, localizada no município de Confresa – MT acerca da EA e meios sustentáveis, bem como realizar uma intervenção como uma metodologia experimental de forma a proporcionar uma maior compreensão aos estudantes acerca da importância do relacionamento sensato com o meio ambiente.

Fundamentos teóricos sobre Educação Ambiental

A palavra meio ambiente foi usada em 1909 pela primeira vez por Jacob Von Uexkull, biólogo e filósofo alemão. Até a primeira metade desse século, as preocupações ambientais eram

inexistentes, sendo limitado apenas a alguns estudiosos e apreciadores da natureza (Ribeiro, 2009).

Segundo a Resolução N° 306, do Conselho Nacional do Meio Ambiente (CONAMA) de 2002, o MA é considerado um conjunto de condições, leis, influência e interação de ordem física, química, biológica, social, cultural e urbanística, que permite, abriga e rege a vida em todas as suas formas. Na *International Organization for Standardization (ISO) 14001* de 2004 encontra-se a seguinte definição de meio ambiente: “circunvizinhança em que uma organização opera, incluindo-se ar, água, solo, recursos naturais, flora fauna, seres humanos e suas inter-relações.”

Segundo Beidack e Lima (2007, apud Belfort, 2012 p. 12).: “Atualmente, a preocupação do homem com a natureza ocupa um lugar significativo nas diferentes organizações e no meio científico”. Os problemas que o meio ambiente enfrenta diariamente, são consequências da noção e ações dos homens sob a natureza.

A Política Nacional de Educação Ambiental (PNEA) caracteriza a EA como sendo o método pelo qual o homem e a sociedade estabelecem valores sociais, conhecimentos, habilidades, atitudes e competências voltadas à defesa do seu habitat (Brasil, 1999).

Para Gonçalves et al. (2017) é considerada um meio pelo qual a sociedade se apropria de conhecimentos e princípios que guiam suas atitudes a manutenção do MA equilibrado. Para os autores, a EA é uma prática educativa, encontrada para a implantação de atividades com a finalidade de causar impacto positivo no comportamento do ser humano, além de desenvolver o senso de responsabilidade quanto ao meio ambiente e recursos naturais.

Segundo Gayford e Dorion (1994), citado por Sato (1997, p. 81), o termo “Educação Ambiental” foi proposto em 1965, pela Royal Society of London, e se remetia à uma definição mais relacionada com a preservação dos sistemas de vida.

Foi apenas a partir da década de 70 que a EA passou a ser concebida como algo mais abrangente, tanto que a primeira conferência realizada pela Organização das Nações Unidas (ONU) para tratar do ambiente humano em Estocolmo em 1972 colocou o ser humano como principal responsável pelo equilíbrio do planeta (Sato, 1997). Nessa conferência ocorreram debates dos países a respeito da globalização dos problemas ambientais e foi recomendado que se criasse o Programa Internacional de Educação Ambiental (PIEA) (Brasil, 2013).

Outros marcos importantes foram a Conferência de Belgrado em 1975 que declarou o caráter interdisciplinar da Educação Ambiental (Sato, 1997). E a conferência de Tblisi ocorrida em 1977 que é uma referência para os educadores ambientais em todo o mundo, na qual foi definida como função da educação ambiental criar uma consciência e compreensão dos problemas ambientais e estimular a formação de comportamentos positivos (Tozoni, 2006).

O objetivo da educação ambiental é sensibilizar os indivíduos acerca das questões relacionadas ao MA, adquiridas mediante processo de conscientização. A educação ambiental consegue promover mudanças efetivas sob o comportamento das pessoas (Lopes, Bispo e Carvalho (2009). Dessa forma, deve-se conscientizar a população e transformar o conhecimento em modo de vida, promovendo uma mudança de comportamento nas pessoas com relação a meios adequados de tratamento ao meio ambiente (Carvalho & Siqueira, 2017).

Para falar da implementação da Educação Ambiental na sociedade, deve-se levar em consideração que não existe apenas um tipo de EA. Em seus estudos, Loureiro (2006) divide a EA em duas vertentes, uma denominada conservadora, comportamentalista ou acrítica e outra definida como crítica, transformadora ou emancipatória. Cabe ressaltar que o autor deixa claro que podem existir nuances que não se encaixam em nenhuma dessas.

A primeira tem uma visão naturalista e conservacionista da crise ambiental. Ela foca apenas em conservar os recursos naturais, por isso tem uma característica despolitizada do fazer ambiental, com pouca problematização dos problemas socioambientais baseando-se apenas na dimensão individual de cada pessoa sem levar em consideração a relação sociedade e natureza (Loureiro, 2006).

A segunda, traz como centro do debate a relação do homem com o meio em que vive e com as demais espécies do planeta, pois tem a cidadania e a participação social como práticas indissociáveis da educação ambiental. Tem por objetivo frisar a politização da problemática ambiental e a entende como sendo complexa e interligada a processos como a produção e consumo, ética, tecnologia e interesses públicos e privados. Busca construir valores que promovam bem-estar público, equidade e solidariedade (Loureiro, 2006).

Para alcançar uma gestão sustentável, o ser humano necessita interagir com o mundo de forma consciente e responsável. A concepção de sustentabilidade pressupõe uma relação de equilíbrio para com o meio ambiente e contribui diretamente com a qualidade de vida da sociedade. A sustentabilidade segundo Silva et al. (2016) significa sustentar, conservar, proteger

e manter em equilíbrio, dessa forma, é considerada uma técnica que resulta na melhoria da qualidade de vida e simultaneamente na minimização dos impactos ambientais negativos.

A EA para a sustentabilidade segundo Tozoni (2006) é um processo de aprendizagem permanente e que deve ser baseada em ações que respeitam todas as formas de vida e colaboram para a construção de sociedades sustentáveis e ecologicamente equilibradas.

Cartaxo (2018) ressalta que a sustentabilidade é resultado da educação que permite ao homem redefinir o modo como se relaciona com a Terra, com o Universo, com a natureza, com a sociedade e consigo mesmo dentro dos critérios de equilíbrio ecológico. Se trata da capacidade de um indivíduo ou um grupo de se manterem em um meio ambiente suprindo suas necessidades do presente sem interferir nos recursos disponíveis para as gerações futuras.

Mas apesar de estar diretamente relacionada, não se limita apenas a área de meio ambiente, relacionando-se com outros setores da sociedade como educação, economia e cultura. A autora supracitada afirma que a educação para o alcance da sustentabilidade deve estar presente em todas as disciplinas e o seu fim último da sustentabilidade é manter as condições para a continuidade da vida e da própria terra. Nos estudos realizados, a autora concorda com a política nacional de EA sobre a importância e interdisciplinaridade da mesma.

A necessidade de preservar o meio ambiente em que vivemos traz à tona uma questão muito importante: Educar o cidadão para que use as fontes de recursos naturais de forma racional. Dessa forma, é preciso orientar todas as partes da sociedade, desde os primeiros anos de vida, para o consumo consciente dos recursos naturais, bem como a preservação do que a natureza nos oferece (Brasil, 2005).

A EA é de suma importância no ambiente escolar e, portanto, está presente no processo educativo formal e não formal, com o objetivo de melhorar a qualidade de vida na terra. Ao sensibilizar o adolescente e/ou criança que está em formação cognitiva, é possível construir uma estratégia promissora acerca dos cuidados ao meio ambiente. No entanto, a educação ambiental não deve ser realizada de forma isolada, deve fazer parte do processo educativo contínuo (Fragoso & Nascimento, 2018).

Compreender a relação entre o ser humano e o meio ambiente é o primeiro passo para a sensibilização dos indivíduos acerca de uma mudança de comportamento e conscientização no que concerne aos problemas naturais (Barboza; Brasil & Conceição, 2016). Os autores relatam que a percepção ambiental se caracteriza por um processo mental de interação da pessoa com o

ambiente no qual está inserida. Tal processo proporciona a mesma uma visão global de tudo ao seu redor, permitindo um maior envolvimento consigo e com o outro, expondo-se a detalhes e as interligações com o meio biótico e abiótico que a cerca.

Segundo Silva (2010) o papel da escola é de extrema importância, pois é possível conscientizar seus estudantes, levando-os a refletir sobre suas ações no contexto de meio ambiente, bem como realizar um trabalho de forma preventiva, a partir da orientação com a criança e/ou adolescente de forma a torna-lo um adulto diferente do que conhecemos, ou seja, um cidadão mais consciente. Silva (2010) ainda ressalta que se a EA for realizada nas escolas desde o ensino fundamental, é possível tornar pessoas mais conscientes com o meio ambiente e futuramente, este problema será minimizado e a situação ambiental poderá tomar rumos melhores.

No Brasil, a EA passou a ser obrigatória em todas as escolas a partir da Constituição Federal de 1988 que destaca em seu artigo 225 inciso VI que: “a Educação Ambiental deverá ser promovida em todos os níveis de ensino”, com a finalidade de conscientizar a população para a preservação e conservação do meio ambiente (Brasil, 1988, p. 64). Assim, a EA passa a ser parte curricular da escola brasileira como um dos temas sociais urgentes que deveriam ser trabalhados de forma transversal e interdisciplinar em todas as disciplinas. Os professores, contudo, passa a inserir o assunto em suas práticas pedagógicas, em prol de formar estudantes autônomos intelectualmente, reflexivos e capazes de desenvolver o pensamento crítico em relação aos problemas ambientais (Da Silva & Terán, 2018).

A lei 9795 de 27 de abril de 1999 instituiu a política nacional de educação ambiental (PNEA) como sendo um componente permanente e transversal da educação nacional, devendo estar presente em todas as modalidades do processo educativo. Segundo a referida lei, educação ambiental deve ser conceituada como:

Conforme consta na Lei n 9.795, de 27 de abril de 1999:

[...] os processos por meio dos quais o indivíduo e a coletividade constroem valores sociais, conhecimentos, habilidades, atitudes e competências voltadas para a conservação do meio ambiente, bem de uso comum do povo, essencial à sadia qualidade de vida e sua sustentabilidade. (BRASIL, 1999, p. 01)

Gonçalves et al. (2017) ressaltam que para que a EA se desenvolva diante de uma nova dimensão educacional, os educadores devem transcender o ensino tradicional, envolvendo para isso além da comunidade escolar, as indústrias, sociedade e governantes.

Entretanto, muitas vezes, os espaços escolares e materiais didáticos, não atendem a realidade dos estudantes, ou seja, não oferecem a eles a oportunidade que os façam perceber o meio no qual estão inseridos. Esta ausência pode prejudicar a percepção e compreensão das pessoas em relação aos problemas ambientais. Dessa forma, esses espaços fechados e limitados devem buscar meios de proporcionar aos estudantes a compreensão do meio natural e antrópico (Barboza; Brasil & Conceição, 2016).

Nesse contexto a educação ambiental que promove autonomia na construção de conhecimentos se mostra eficaz na implementação da EA nas escolas. Kondrat e Maciel (2013) destacam a importância de que o processo educativo forme pessoas ativas e sensíveis, e que sintam parte de sua responsabilidade nas mudanças atuais pelas quais passa o planeta.

A realização de aulas participativas, são de suma importância para a construção do conhecimento significativo. Um exemplo é a construção de fornos solares, que se dá em equipe e dividida em etapas, podendo ser usada tanto em espaços formais como não formais de educação (De Oliveira; Palheta & Seabra, 2017).

Fornos solares ou também chamados de concentradores solares, são equipamentos que por serem construídos com espelhos côncavos ou planos, concentram para um determinado ponto a luz solar que neles incide. A concentração da luz solar, provoca um aumento significativo na intensidade da radiação, fazendo com que um objeto ou substância atinja altas temperaturas quando ali colocado. Tais concentradores podem ser utilizados na cocção de alimentos e esterilização de água, apresentando ainda diversos benefícios como: conservação de combustíveis convencionais como lenha e em consequência, a preservação do ecossistema (De Oliveira; Palheta & Seabra, 2017).

Segundo Chianca (2019):

O emprego dos fornos solares pode ser uma solução econômica e ambiental para amenizar a situação de vida da população de baixa renda, pois o uso do gás de cozinha é de alto custo. Além disso, algumas regiões do país existe a dificuldade de compra do gás, por serem áreas afastadas e de difícil acesso. O forno solar pode ser uma alternativa para assar os alimentos sem que se utilize a lenha, gás de cozinha ou até mesmo a energia elétrica, fazendo com que a utilização dos

combustíveis não renováveis ficasse restritos a dias chuvosos, dias com pouca luz do sol e a noite. (CHIANCA, 2019, p.3):

O forno solar ainda não é considerado uma das formas convencionais de cozinhar, mas pode ser usado como uma alternativa econômica em casa.

No estudo desenvolvido por Sarmiento (2015), fica evidente que existem três tipos de forno solar, o forno parabólico, o forno estilo caixa e o forno estilo painel, ambos podem ser construídos usando materiais simples e de baixo custo e se utiliza da luz solar para aquecimento. Eles consistem em espelhos que concentram a luz solar em um determinado ponto, provocando um aumento na intensidade da radiação de modo que a substância (objeto, alimento) ali presente atinja altas temperaturas.

O uso desses equipamentos para fins educativos pode servir para trabalhar diversos temas, a exemplo da pesquisa de Gallego et. al (2014), que foi desenvolvida com uma turma de estudantes de 6º ano da cidade de Cascavel/PR. Foi usado a construção de um forno solar para abordar os temas tecnologias sociais, utilização de energias renováveis e efeito estufa, todos pertinentes a EA e conteúdos científicos como radiação solar, transformação de energia, ciclo da água entre outros.

A EA pode ser construída em diversos espaços, a exemplo disso tem-se a pesquisa de Silva e Ruffino (2016), que foi desenvolvida com os participantes do projeto Flor da idade, flor da cidade em Itirapina/SP. Eles fizeram 14 encontros com os participantes do projeto, que recebiam aulas de capoeira e futebol e realizavam o plantio de mudas e hortaliças em uma unidade de conservação da cidade. Nesses encontros foram abordados o tema da conservação da biodiversidade de maneira prática e lúdica seguindo a tendência da EA crítica, além de construir um material de divulgação sobre o projeto. Como resultado da avaliação da pesquisa percebeu-se que houve aprendizado significativo e coerente com a realidade social dos participantes.

Procedimentos Metodológicos

A presente pesquisa, descritiva e exploratória, ocorreu na escola Estadual 29 de julho, localizada no município de Confresa/MT, distante 1.200Km de Cuiabá/MT. A abordagem do estudo é qualitativa. Para Gil (2010), essa abordagem de pesquisa possibilita interpretar subjetivamente um fenômeno, situação ou objeto eleito para ser investigado, pois considera a

situação estudada de maneira a perceber ao mesmo tempo as individualidades e os significados múltiplos.

A pesquisa foi desenvolvida no período de julho a dezembro de 2019, e se dividiu em quatro etapas: análise bibliográfica (leitura de artigos para fundamentação teórica), aplicação de um questionário inicial para conhecimento das percepções dos estudantes de uma turma do primeiro ano do ensino médio, elaboração de uma atividade prática e aplicação de um outro questionário avaliando a intervenção realizada.

Essa intervenção pedagógica foi desenvolvida com a turma do 1º ano H do Ensino Médio, turno vespertino, durante as aulas de biologia. Essa turma possui um total de 21 estudantes com idade entre 15 e 16 anos, sendo que 11 meninas e 10 meninos. A escolha dessa turma se deu, devido ao interesse de se conhecer a percepção dos estudantes e conseqüentemente conhecer como a EA foi trabalhada com esses durante o Ensino Fundamental, a partir do conhecimento de quais ações de EA eles participaram durante essa fase do ensino. Além disso, visava contribuir para a formação dos participantes da pesquisa e aproximá-los do tema trabalhado já no primeiro ano do Ensino Médio, etapa de início de uma nova fase da vida escolar.

Como a pesquisa foi desenvolvida em sala e durante quatro semanas nas aulas de biologia, a participação não foi optativa, porém todos foram previamente informados dos objetivos e procedimentos que seriam realizados, além da proposta ter recebido autorização da gestão da escola que emitiu Carta de Anuência. Os estudantes se interessaram pelo projeto pois tinham o desejo de guardar o material produzido para uso no futuro.

A primeira etapa da pesquisa foi realizada durante quatro meses no período de agosto a novembro de 2019. Consistiu em uma revisão bibliográfica da produção científica que aborda ações de educação ambiental no ensino médio nos anos (2014, 2015, 2016, 2017, 2018 e 2019) tendo como bases livros, publicações em revistas científicas, e, teses de graduação, mestrado e doutorado disponíveis na Scielo Brasil e no Periódicos Capes.

A segunda etapa da pesquisa ocorreu durante as aulas de biologia na segunda semana de outubro. Foi aplicado o questionário 1, constituído por 7 questões abertas e respondido por 18 estudantes. As perguntas foram entorno do conceito de EA e MA, reflexões sobre a exploração dos recursos naturais, problemas ambientais enfrentados atualmente e atividades que caracterizam ações de EA. Nesse questionário os sujeitos pesquisados responderam questões

sobre o conceito de meio ambiente e educação ambiental, problemas ambientais e ações de conservação ao meio ambiente. Embasados em seus conhecimentos prévios.

Após terminarem de responder o questionário, foi apresentada a ideia de construção e teste do forno solar e de todo o projeto de pesquisa. Mostrei um forno já pronto construído previamente para este fim e falei sobre as diferentes formas de obtenção de energia e sobre a aplicabilidade do forno. Combinei de começar essa atividade na semana seguinte e eles se propuseram a fornecer alguns materiais como cola, estilete, tesoura e pincel que poderiam levar de casa.

A terceira etapa foi a elaboração de uma ação de intervenção em educação ambiental voltada a estudantes do Ensino Médio e que teve o objetivo de proporcionar aos estudantes uma maior compreensão da importância do relacionamento sensato com o ambiente. Essa parte da pesquisa ocorreu durante 2 semanas do mês de outubro durante as aulas de biologia e consistiu na construção e teste do forno solar estilo caixa. Foi escolhida essa prática por ser um modelo fácil de fazer, podendo ser utilizados materiais de baixo custo e servindo como material didático de fácil trabalho interdisciplinar e que poderia ficar na escola para ser aproveitado em aulas posteriores. O desenvolvimento dessa pesquisa corroborou com o assunto trabalhado em sala de aula: consumo, conservação e sustentabilidade.

No primeiro momento foi levado um forno solar já pronto que foi usado para demonstração e explicado alguns conceitos físicos envolvidos em seu funcionamento. Foram apresentados alguns conceitos a respeito da energia solar e dos impactos socioambientais resultantes da exploração de fontes não renováveis de energia.

Na sequência foi explicado sobre a aplicabilidade do forno, principalmente na região de localização da escola que tem uma boa incidência solar e também sobre como ele serve principalmente para famílias de localidades isoladas e sem acesso a eletricidade como alternativa ao uso de madeira durante a cocção de alimentos pois essa prática, que ocorre principalmente em áreas de zona rural liberam gases poluentes e afetam a saúde das pessoas. Nesse momento alguns estudantes falaram que o forno poderia ser usado em fazenda e também em acampamentos. Ainda foi abordado sobre o baixo custo de produção do forno que pode ser feito com materiais de reuso.

Para a construção do forno com a turma, essa foi organizada em círculo e os materiais que seriam usados na construção do forno foram colocados em uma mesa no centro do círculo.

Os materiais usados para a construção foram: 1 caixa de papelão (32/30cm) e 1 caixa de papelão (34/31cm), várias placas de papelão, 3 placas de isopor, alguns pedaços de isopor, 1 pedaços de vidro, 1 colas de isopor, 1 cola tecbond® n°3, 1 tinta para tecido preta, pincel, tesoura, estilete, régua e 1 rolo de papel alumínio. O papelão o vidro e o isopor foram reaproveitados. O papel alumínio, a tinta e a cola tecbond® n°3, foram comprados e os demais materiais foram fornecidos pelos estudantes.

Foi explicada a funcionalidade de cada material a ser usado: caixa externa com a função de servir de proteção e acoplar tudo o que for inserido no interior do forno, caixa interna 2 cm menor em comprimento e em altura que a externa, pedaços de papelão e isopor (ou qualquer outro material que sirva como isolante térmico) para isolar a temperatura no interior do forno, aba refletora a ser feita de papel alumínio com o objetivo de direcionar a luz para dentro do forno, tinta preta para pintar a parte externa e ajudar na absorção da luz e tampa feita de vidro para impedir a perda de temperatura para o ambiente.

Em seguida se iniciou a construção do forno. Para isso os estudantes foram divididos em grupos de 3 a 4 integrantes e uma estudante ficou responsável por fotografar todo o processo. A divisão de grupos se deu apenas para organização de cada etapa do trabalho, mas os estudantes ficaram livres para transitar entre as tarefas que preferissem fazer.

Um grupo de estudantes ficou responsável por pintar e fazer a colagem do fundo para maior firmeza e dar estrutura para a caixa externa. A pintura do fundo da caixa interna foi responsabilidade de outro grupo. Bem como o corte das placas de papelão que serviriam como isolante térmico foi feita por um grupo diferente e outro grupo foi responsável por preparar as placas de isopor que serviriam também como isolante e o pedaço de isopor onde o pedaço de vidro seria fixado para servir como tampa. Enquanto isso, um grupo de estudantes preparava a aba refletora que consistiu em um pedaço de papelão com as medidas 30 cm por 26 cm revestido de papel alumínio.

Após a pintura do fundo da caixa interna, ela foi revestida nas laterais com papel alumínio, percebemos que era mais eficiente cortar o papel alumínio já do tamanho adequado e colá-lo com cola de isopor, para evitar rasgos e desperdício.

Após todo esse trabalho em equipes separadas, todas as partes preparadas foram colocadas juntas em cima da mesa para montagem do forno. O passo inicial foi colocar a placa de isopor que ficaria no fundo da caixa externa e fixar a caixa interna em cima dela, isso foi

feito com auxílio de cola de isopor. Em seguida foi colocado as 2 placas de isopor entre as caixas e os outros dois lados foram preenchidos com as placas de papelão, lembrando que algumas placas de papelão ficaram desiguais, então elas foram cortadas novamente com estilete na hora da montagem até ficar com a altura ideal (Figura 1).

Figura 1: Momentos da construção do forno solar.



Fonte: Acervo pessoal de W. S. S. (2019).

Após preenchidos todos esses espaços, foi construída a tampa do forno usando o pedaço de vidro e o isopor preparado previamente, o vidro foi fixado no isopor usando cola de isopor e o tempo de espera para efeito de secagem da cola foi de 10 minutos. Após colocada a tampa do forno, anexou-se a aba refletora concluindo assim a construção. A parte final dessa aula foi a organização da sala e recolhimento dos resíduos.

Para testar os fornos solares, cozinhamos um pacote de macarrão instantâneo e também colocamos um pedaço de queijo muçarela para derreter. O sol não estava tão forte, mas os fornos funcionaram mesmo assim. Após 1 hora e 30 minutos o queijo havia começado a derreter e o macarrão miojo estava cozido. Na hora de olharmos os resultados do experimento concluímos que o cozimento do macarrão miojo foi mais eficiente pois este estava dentro de uma panela de cor preta o que potencializou a absorção de calor, já o queijo estava em uma panela aberta. A Figura 2 ilustra momentos da utilização do forno solar.

Figura 2: Teste realizados com os fornos.



Fonte: Acervo pessoal de W. S. S. (2019).

Durante esse momento da intervenção nós relembramos as vantagens e desvantagens do forno solar e os conceitos que envolvem o seu funcionamento, foi um momento ao ar livre e muito interativo. Os fornos ainda foram testados em um horário diferente do horário das aulas disponibilizadas para o desenvolvimento da pesquisa (das 11h às 13h) com o sol mais forte para comparar com os resultados do teste anterior e, como esperado, funcionou de forma eficiente.

A última fase dessa pesquisa foi a aplicação de um outro questionário para identificar quais aprendizados a atividade proporcionou. Esse instrumento foi constituído por 7 perguntas abertas que investigaram como os estudantes avaliaram a atividade, aprendizados proporcionados, pontos mais significativos, contribuição para a criticidade e posicionamento ambiental.

Para garantir o anonimato dos sujeitos da pesquisa os nomes foram substituídos por símbolos alfanuméricos da seguinte maneira: E1 (estudante 1), E2 (estudante 2), E3 (estudante 3) e assim sucessivamente.

A análise dos questionários foi feita a partir da proposta de Bardin (2012), método conhecido como Análise de Conteúdo. A autora propõe a categorização e subcategorização de respostas a partir do agrupamento de mensagens semelhantes afim de se retirar da palavra dos participantes da pesquisa as mensagens relacionadas ao assunto em estudo. Além disso foi feita a discussão com o aporte teórico disponível na literatura.

Resultados e Discussões

Inicialmente foi aplicado um questionário com o objetivo de verificar as concepções prévias dos estudantes acerca do tema da pesquisa, bem como determinar se os mesmos já

haviam participado de atividades relacionadas a EA no Ensino Fundamental. Os resultados obtidos foram agrupados nas seguintes categorias: Conceito de EA e MA; Participação em Ações de Educação Ambiental; Problemas ambientais atuais; e, Contribuições para a formação do pensamento crítico.

Na categoria Conceito de Educação Ambiental e Meio Ambiente foi feita a análise da pergunta 1 “O que você entende por Educação Ambiental?” e da pergunta 2 “O que você entende por meio ambiente?”. As respostas foram divididas em duas subcategorias, como pode ser observado no quadro 1.

Quadro 1: Conceito de Educação Ambiental e Meio Ambiente pelos estudantes.

Subcategoria 1: ambiente natural, não modificado pelo ser humano.		Subcategoria 2: equilíbrio e sustentabilidade.	
E3	“a educação ambiental é uma forma de sabermos sobre o meio ambiente, de estudarmos sobre a natureza	E1	“é o estudo que traz informações sobre a conservação do ambiente natural e do modificado pelo homem, com o interesse de se manter um equilíbrio. É todo o meio que nos cerca, o ar, a terra, a água, a fauna e a flora.”
E5	“é a natureza, o lugar onde tem as árvores, os animais e outros seres vivos.”	E7	“é onde aprendemos a como nos desenvolvermos no meio em que vivemos, sem desgastar tudo.”

Fonte: Dados coletados na pesquisa (2019).

A primeira subcategoria observada foi relacionando a EA e o conceito de MA a fauna e flora, como algo que deve ser conservado, mas sem muita aproximação pessoal. A segunda subcategoria observada mostrou aproximação pessoal, relacionando os temas a conscientização do ser humano a respeito do meio em que vive.

A EA é um processo educativo que visa formar cidadãos preocupados com os problemas ambientais. No momento histórico que estamos vivendo, preocupações com a diversidade e complexidade das transformações do planeta, ameaças e riscos socioambientais é cada vez mais necessária. Nesse contexto, segundo Cuba (2010), a escola é um espaço para conectar o estudante com o MA, possibilitando condições e alternativas que estimulem os estudantes a serem conscientes e responsáveis com suas ações com o MA, e, principalmente perceberem-se como um integrante e dependente do meio em que vivem.

A educação e a escola são importantes para sistematizar e socializar o conhecimento dos estudantes, no entanto, os conceitos ambientais não devem ser apenas discutidos em sala de

aulas, devem ser ampliados para a prática buscando soluções e/ou alternativas sustentáveis como o forno solar.

A segunda categoria partiu do levantamento de ações de EA que já haviam participado ao longo do Ensino Fundamental e dos primeiros semestres do 1º ano, além de atividades fora da escola. Envolveu as perguntas 3 “Em suas aulas, já ocorreram atividades que te levaram a refletir sobre a exploração dos recursos naturais?” e 6 “Cite exemplos de atividades que caracterizam ações de educação ambiental.” do questionário. No Quadro 2 é possível verificar algumas respostas que caracterizam as subcategorias.

Quadro 2: Participação dos estudantes em ações de Educação Ambiental

Subcategoria 1: ações de descarte correto do lixo.		Subcategoria 2: desmatamento e arborização.	
E8	“limpeza urbana e descarte correto do lixo.”	E5	“acho que já participei de algumas ações. Já plantei árvores e coletei lixo, reformamos a quadra da escola e a praça.”
E9	“sobre o lixo jogado em qualquer lugar e nos rios.”	E17	“plantar árvores e reciclar os materiais”.
Subcategoria 3: Preservação dos recursos naturais. Para ilustrar trago as respostas do sujeito E15 para as perguntas 3 e 6, respectivamente.		Subcategoria 4: Sociologia. Exemplificada nas respostas que se seguem:	
E15	“Sim, sobre a exploração dos animais, as plantas, as árvores e rios.”	E1	“sim. Sobre as leis que foram impostas para a mitigação da degradação ambiental, durante as aulas de sociologia.”
E15	“preservação de áreas, não queimar, não desmatar e fiscalização da pesca ilegal.”	E16	“Sim, nas aulas de sociologia.”

Fonte: Dados coletados na pesquisa (2019).

Observou-se que alguns estudantes apesar de já terem participado de algumas ações tinham dúvidas se realmente essa havia sido uma ação de educação ambiental. O que leva a pensar que o tema não foi trabalhado de forma contínua durante o Ensino Fundamental.

Foi perceptível que muitos estudantes não tiveram atividades práticas e interdisciplinares de EA, mas eles mencionaram assuntos trabalhados isoladamente em algumas disciplinas. Foram mencionadas as disciplinas de ciências, geografia e sociologia e enquanto respondiam aos comentários eles falavam sobre o que “a professora falou” se referindo a professora regente de biologia que estava em sala. Isso deixou implícito que muitos estudantes

não tiveram atividades de EA no Ensino Fundamental, mas que sabiam identificar algumas ações individuais ou em conjunto tanto de prevenção de problemas ambientais como de mitigação de problemas já ocorridos.

A terceira Categoria de análise foi sobre o que os estudantes identificam como problemas ambientais. Baseada nas respostas da pergunta 5 “Quais são os problemas ambientais que enfrentamos atualmente?”. Algumas respostas estão presentes no Quadro 3.

Quadro 3: Problemas ambientais atuais.

Subcategoria 1: desmatamento e queimada.		Subcategoria 2: descarte incorreto de resíduos.	
E16	“Queimadas e desmatamento.”	E18	“desmatamento, acúmulo de lixo nos meios urbanos, poluição dos rios e mares”.
E7	“Queimadas, poluição e desmatamento.”	E4	“fumaça por causa das queimadas, lixo na rua, o lixão da cidade de Confresa.”
Subcategoria 3: esgotamento de recursos devido ao consumo desenfreado.			
E6	“esgotamento dos recursos e poluição.”	E17	“desmatamento, alto consumo de energia e de água.”

Fonte: Dados coletados na pesquisa (2019).

Os resultados obtidos sobre o conhecimento dos estudantes a respeito dos problemas ambientais, mostrou que apesar de a pergunta ter sido aberta a maioria respondeu de acordo com a realidade do local onde vivem. Mencionaram problemas que são facilmente observáveis no cotidiano como pode ser visualizado nas subcategorias 1 e 2 principalmente, quanto ao desmatamento, e, os problemas mais difíceis de serem observados diariamente como os presentes na subcategoria 3 foram pouco mencionados.

A cidade de Confresa/MT, como relatado por Sousa et al. (2013), não possui uma cooperativa de coleta de lixo apesar de, a prefeitura coletar mensalmente o montante de 210,000Kg de resíduos sólidos sendo que desse total apenas 85.000 Kg, de ferro, plástico e papelão eram vendidos a um comerciante de materiais reciclados diretamente pelos catadores e todo o resto de resíduos descartados a céu aberto no lixão. Essa realidade pode ser observada na resposta do E4 (estudante 4) presente na categoria 3.

O desmatamento e as queimadas são outros problemas ambientais recorrentes na região. Araújo, Santos e Aragão (2018) demonstram em seu estudo que Confresa/MT está no

décimo quinto lugar no ranking de desmatamento entre 141 municípios do estado de Mato Grosso, com um total de 3864.5 Km² em área desmatada.

Nota-se que o desmatamento e as queimadas são mencionados juntos em algumas respostas, demonstrando que os estudantes consideram uma ligação entre esses dois fenômenos. De fato, os dois fenômenos estão interligados entre si, o fogo é utilizado tradicionalmente na agricultura e na pecuária para o manejo e preparo do solo, pois é considerado um meio alternativo barato, acessível mesmo em áreas remotas, além de não demandar de tecnologia ou maquinaria. Entretanto, o emprego de fogo em áreas de vegetação é proibido, mas é passível de exceção em algumas circunstâncias.

Segundo o artigo 38 do Código Florestal brasileiro (Lei nº 12.651/2012): “I - em locais ou regiões que justifiquem o emprego do fogo em práticas agropastoris ou florestais, mediante prévia aprovação do órgão estadual ambiental.” Dessa forma, dentro das normas legislativas e pequena escala, o uso de fogo é legal, pois a prática possibilita retorno da floresta após o cultivo.

Em contrapartida a subcategoria com menor repetição de respostas foi a 3. Ficou evidente que apesar de a demanda energética ser um dos principais contribuintes para as alterações climáticas esse não é um assunto muito presente para os estudantes.

Como aludido por Braga (2012), no contexto atual, que a sociedade industrializada demanda cada vez mais recursos e energia, utilizando como principal fonte o petróleo, um recurso finito e cuja exploração é uma relevante emissora de gases de efeito estufa (GEE) na atmosfera, faz se necessário estudar as formas de aproveitamento de energia a partir de fontes renováveis. Apesar de o alto consumo de energia e esgotamento de recursos como a água terem sido pouco mencionados eles podem estar relacionados ao desmatamento uma categoria bastante lembrada pelos estudantes, devido ao fato de a madeira ainda ser usada como fonte de energia em diversas regiões do globo.

Segundo Brito (2007), o uso da madeira para energia, no contexto mundial, se evidencia nos países em desenvolvimento, sendo que no Brasil o uso da madeira se dá principalmente para a produção de carvão vegetal e em seguida no uso residencial para cocção de alimentos e para aquecer ambientes. O autor ainda menciona que pelo menos 30 milhões de pessoas depende de madeira para produção de energia domiciliar no Brasil, geralmente pessoas com dificuldades de acesso a outras fontes energéticas por razões socioeconômicas.

Carvalho (2014) resalta que mesmo que a madeira seja um combustível potencialmente renovável, a tecnologia utilizada para aproveitá-la em larga escala – a silvicultura – ficou estagnada, além disso, o petróleo e o gás natural não são combustíveis renováveis, de modo que as principais fontes energéticas atuais são insustentáveis. Nesse contexto de exploração energética que geram importantes impactos no meio ambiente cabe a necessidade de ensino sobre esses impactos e a respeito das diferentes formas de aproveitamento de energias que são sustentáveis, para que os estudantes tenham conhecimento da importância desse assunto no contexto do tema tratado.

Um dos objetivos foi entender tudo o que já contribuiu para a formação das concepções que os estudantes possuíam. A análise foi embasada nas respostas das perguntas 4 “Já foi levado(a) a pensar sobre algum problema ambiental e desafiado a se posicionar/solucionar esse problema? Descreva a situação.” e 7 “Já participou de atividades que te levou a pensar sobre os diferentes métodos de produção de energia? Descreva.”

Para alcançar este objetivo foi feita esta categoria de análise que se dividiu em três subcategorias. A maioria dos estudantes afirmaram não se lembrar ou nunca ter participado desse tipo de atividade, no entanto, ressaltaram o desejo por atividades diferenciadas (Quadro 4).

Quadro 4: Contribuições para a formação do pensamento crítico

Subcategoria 1: Nenhuma contribuição. Como ilustrado no exemplo		Subcategoria 2: redução de gases do efeito estufa.	
E8	“Não. Nunca fui levado a nenhum lugar para estar mais próximo do meio ambiente. Quero olhar o mundo com menos poluição e quero que o problema do lixo da cidade seja resolvido.”	E1	E1: “Sim. Como reduzir a emissão de gases poluentes que são gerados pelos combustíveis fósseis. Foi sugerido a troca de veículos poluentes por veículos menos poluidores. Isso no 7º ano em Ciências.”
Subcategoria 3: revitalização de ambientes.			
E18	“Sim. A limpeza da nossa praça que estava muito suja.”		

Fonte: Dados coletados na pesquisa (2019).

É fundamental que a EA nas escolas não seja exclusivamente pautada em teoria, mas também em prática. Os estudantes devem ser capazes de interpretar um problema e buscar meios para solucioná-los a partir de uma análise crítica da situação. No entanto, percebe-se que há uma escassez de atividade voltadas para a EA no Ensino Fundamental, que não está contemplando os estudantes e produzindo conhecimento satisfatório. Cabe ressaltar o interesse deles por aulas diferenciadas, que, no entanto, não são realizadas pelos professores.

O objetivo do questionário 2 foi avaliar a ação educativa e identificar se ela contribuiu para a formação dos estudantes. Além de saber o que eles acharam mais relevante na atividade.

Esse questionário foi respondido por 14 estudantes que haviam participado das atividades. Das respostas foram identificadas as seguintes categorias: Contribuições para o pensamento crítico; Aplicabilidade do conhecimento adquirido; Principais aspectos observados; e, Construção do aprendizado.

Para saber se a atividade contribuiu para a reflexão e formação do pensamento crítico analisou-se as respostas às perguntas 1 “você considera que essa atividade desenvolvida te levou a refletir sobre os problemas ambientais? Justifique.” e 7 “a atividade favoreceu seu senso crítico sobre as problemáticas ambientais? Em que sentido?” do questionário e procurou-se identificar subcategorias das respostas (Quadro 5).

Quadro 5: Contribuições para o pensamento crítico

Subcategoria 1: economia de energia.		Subcategoria 2: emissão de gases do efeito estufa.	
E6	“sim, foi uma forma para aprendermos a economizar energia e porque reutilizamos os objetos para fazer uma coisa nova.”	E14	“Sim. Porque foi feita no fogão que não utiliza e não tem gás e com isso não prejudica o meio ambiente.”
		E11	“Sim. Porque não polui a camada de ozônio.”
Subcategoria 3: crescimento populacional e utilização de recursos		Subcategoria 4: combate ao desmatamento e conservação. Exemplificado nas respostas do estudante (E5) para as perguntas 1 e 7 respectivamente.	
E1	“Sim. No sentido de que tudo que os humanos constroem mesmo que, para deixar de poluir, se utiliza recursos. Alguns políticos não possuem consciência ecológica pois acham que investimentos em materiais que não gastam muitos recursos são perda de tempo ou dinheiro e acabam por não favorecer o mundo. Muitas casas fazem uso do gás liquefeito de petróleo o GLP, imagine o quanto já foi poluído na atmosfera.”	E5	“sim porque ele incentiva a preservação das plantas e sobre o quanto elas são importantes para a sobrevivência dos seres humanos”
E2	“Sim porque a população vem cada vez mais aumentando e prejudicando nosso planeta. Essa opção tem o sentido de ajudar as pessoas.”	E5	“No sentido de nós podermos abrir nossos olhos e começar ajudar o nosso planeta preservando-o sem poluição e desperdícios preservação.”

Fonte: Dados coletados na pesquisa (2019).

As respostas dos estudantes para essa categoria de análise, conversaram com a vertente crítica ou emancipatória da Educação Ambiental que é definida por Loureiro (2006) como a EA que tem a cidadania e a participação social como fundamentais e que tem por objetivo a politização da problemática ambiental. Pois eles não desconsideraram os aspectos socioambientais ao responderem as perguntas. Logo tem-se a ideia de que o desenvolvimento dessa pesquisa contribuiu para a formação do senso crítico dos sujeitos participantes.

Para entender sobre se os sujeitos pesquisados consideravam o conhecimento adquirido aplicável, foi analisado as respostas das perguntas 4 “você acha que poderia aplicar o que aprendeu nessa atividade fora do contexto escolar? Justifique.” e 6 “na sua opinião a comunidade deveria ter conhecimento sobre esse assunto? Por que?” do questionário. No Quadro 6 é possível verificar algumas respostas que caracterizam as subcategorias.

Quadro 6: Aplicabilidade do conhecimento adquirido

Subcategoria 1: Compartilhamento de conhecimento.		Subcategoria 2: sensibilização para a escolha de alternativas sustentáveis	
E4	“sim, nós podíamos ensinar as pessoas, mostrar o nosso conhecimento que aprendemos no dia-a-dia em que estudamos. As pessoas poderiam conhecer mais o nosso meio ambiente e o que fazemos na escola.”	E3	“sim porque em vez de usar o gás que polui o meio ambiente podem usar o forno solar.”
E7	“sim porque nosso aprendizado tem que ser compartilhado pelo mundo para aprender sobre o que fazemos na escola e para que as pessoas valorizem.”	E14	“aprendi que pode fazer comida sem poluir o meio ambiente e a atmosfera. As pessoas poderiam por comida no forno e ir fazer outras coisas enquanto a comida ia cozinhando.”
E9	“sim, pois as pessoas poderiam usar quando faltar gás ou em lugares isolados que não tem fogão e isso ajudaria as pessoas.”	E5	“sim porque a atividade levaria a conscientização para pessoas de fora e não somente para os alunos, incentivaria a sociedade mudar de vida em relação do nosso meio ambiente.”

Fonte: Dados coletados na pesquisa (2019).

Ao fazer análise nesta categoria percebeu-se que todos os estudantes demonstraram que a atividade deveria ser replicada com mais pessoas e o conhecimento compartilhado. O ambiente escolar é essencial na formação de cidadãos conscientes das questões socioambientais e de sua influência na sustentabilidade (Abreu et al., 2018).

Segundo Effting (2007) a EA ajuda a compreender a existência de uma interdependência econômica, social, política e ecológica, ela proporciona possibilidades de adquirir conhecimentos, atitudes, interesse ativo e as atividades que são necessárias para

proteger e melhorar o meio ambiente. Além disso, a autora frisa que a escola atua com uma mantenedora e reprodutora de uma cultura que é predatória ao ambiente, ou que se limite a ser somente repassadora de informações.

É necessário que a escola encontre meios efetivos de sensibilizar cada estudante sobre os fenômenos naturais, as ações humanas, e sua consequência para consigo, sua espécie e para os outros seres vivos e meio ambiente, buscando valores que conduzam a uma convivência harmoniosa com o meio ambiente e as demais espécies que habitam o planeta (Effting, 2007). Nota-se nas respostas dos estudantes que além deles aprenderem como funciona a prática experimental realizada, eles sentem a importância de compartilhar com outrem o assunto, buscando conscientizar não somente outros estudantes, mas também a sociedade.

Verificou-se também, quais foram os principais aspectos observados pelos estudantes durante as etapas práticas da pesquisa. A partir da análise das respostas às perguntas 2 “quais aspectos você considerou mais significativo dessa atividade?” e 5 “o que mais lhe chamou atenção durante todo o processo de construção e teste do forno solar?” do questionário, divididas nas subcategorias presentes no quadro 7: aproveitamento da energia solar, simplicidade de construção e sustentabilidade.

Quadro 7: Aspectos observados

Subcategoria 1: Aproveitamento da energia solar		Subcategoria 2: Simplicidade de construção	
E1	“a utilização do sol, pois ele é uma fonte inesgotável de energia luminosa e que no forno foi convertida em calor.”	E3	E3: “que podemos construir fogões através de coisas reutilizáveis.”
E6	“foi o fato de cozinarmos no sol, isso poderia ser usado em acampamentos e viagens. o uso do vidro, o sol bater nele e fazer os alimentos cozinarem.”	E2	“como foi simples de fazer.”
E7	“o uso do isopor e do vidro e a capacidade de com o sol cozinhar o miojo.”	E9	“o modo de construção porque foi bem simples.”
Subcategoria 3: Sustentabilidade			
E5	“Ela foi uma atividade importante que nos fez compreender mais sobre a importância da vida na terra e também sobre a preservação do planeta. que podemos ter alimentos feitos através da ajuda do sol e não poluindo o nosso planeta com gases emitidos de fogões elétricos e nem de fogão à lenha.”	E4	“Os aspectos observados foram que: as atividades foram sobre problemas ambientais e também sobre o lixo na nossa cidade.”

Fonte: Dados coletados na pesquisa (2019).

A partir desses resultados observou-se que a atividade abordou o tema de forma holística, considerando o fenômeno como um todo. Conforme sugerido por Loureiro (2006),

que afirma que a EA tem por objetivo frisar a politização da problemática ambiental e a entende como sendo complexa e interligada a processos como a produção e consumo, ética, tecnologia e interesses públicos e privados. Busca construir valores que promovam bem-estar público, equidade e solidariedade.

Na categoria sobre a construção de aprendizados, foram analisadas as respostas dos sujeitos de pesquisa para a pergunta 3 do questionário “3-Quais os aprendizados proporcionados pela atividade desenvolvida?” Foram identificadas duas subcategorias que estão identificadas no quadro 8 a seguir. No Quadro 8 é possível verificar algumas respostas que caracterizam as subcategorias.

Quadro 8: Construção do aprendizado

Subcategoria 1: Sustentabilidade		Subcategoria 2: Construção e funcionamento	
E1	“tecnologias desenvolvidas para a não utilização dos derivados de petróleo.”	E4	“foi um isopor e uma caixa de papelão e também o vidro depois fizemos uma aprendizagem construindo um forno e fizemos teste com ele e deu certo.”
E6	“uma forma desenvolvida para aproveitar energia do sol.”	E3	“que com energia solar pode fazer coisas para comer.”

Fonte: Dados coletados na pesquisa (2019).

Percebe-se que a partir da atividade desenvolvida alguns estudantes despertaram mais o seu lado crítico em relação ao desenvolvimento sustentável e de como o objeto construído contribui para o aproveitamento de formas renováveis de energia. Já um outro grupo de estudantes se envolveu mais na parte de construção e funcionamento, levando em consideração o uso da energia solar térmica e de como os materiais usados permitiram o funcionamento do forno.

Concordando com as ideias de, de Oliveira, Palheta e Seabra (2017), já mencionados no referencial teórico constatou-se que a realização dessa atividade participativa e em equipe contribuiu para a construção de conhecimento significativo de forma ampla.

Muitos estudantes acharam interessante o fato de o forno ter sido construído com materiais fáceis de serem encontrados e não precisar de fogo, tanto que, em vários momentos eles falavam sobre o uso do isopor e do papelão como isolantes térmicos. Uma observação feita durante a fase de teste do forno, foi a surpresa de todos ao perceberem que o sol poderia cozinhar os alimentos e como mencionaram poder utilizar o forno construído na feira de ciências e com amigos em acampamentos.

Percebe-se que não é identificar um problema atual e buscar soluções alternativas para este problema, práticas simples e de fácil execução podem trazer inúmeros benefícios. Durante a prática pode-se observar a curiosidade dos estudantes por estarem experimentando algo novo e colocando em prática. Uma das maiores dificuldades encontradas nas escolas é a abordagem metodológica voltada exclusivamente para a teoria, isso acaba diminuindo o nível de aprendizagem do estudante, pois para ele não é atrativo, não conseguindo despertar um lado crítico, ou seja, ao informá-los de um problema ambiental, eles não seriam capazes de buscar meios para solucionar tal questão.

Antes da atividade notava-se que o conhecimento acerca da EA e problemas inerentes ao meio ambiente eram escassos, além disso, era nítido o desinteresse dos estudantes por esse assunto, as práticas metodológicas não despertavam o interesse. No entanto, ao contextualizar um tema e em seguida aplicá-lo em meio de experimentação e trabalho em equipe com os estudantes, foi possível despertar o interesse além de sensibilizá-los quanto aos problemas ambientais e a importância de ser um cidadão consciente e responsável, bem como o desenvolvimento de um pensamento crítico.

Inicialmente os estudantes não inseriam o contexto social em suas reflexões a respeito do meio ambiente e após a atividade experimental eles passaram a considerar o meio social na discussão sobre meio ambiente demonstrando uma reflexão mais ampla e interesse em divulgação dos aprendizados obtidos com a atividade.

Dessa forma, esse trabalho contribuiu para a formação do pensamento crítico dos estudantes e esteve de acordo com os princípios da Declaração da Conferência Intergovernamental Sobre Educação Ambiental, ocorrida em Tblisi, que é uma referência para os educadores ambientais em todo o mundo e define como função da educação ambiental: criar uma consciência e compreensão dos problemas ambientais e estimular a formação de comportamentos positivos (Tozoni, 2006).

Considerações Finais

O desenvolvimento dessa pesquisa proporcionou o conhecimento das percepções de estudantes de uma escola do município de Confresa – MT a respeito do tema pesquisado além do conhecimento sobre as ações de educação ambiental das quais participaram no Ensino Fundamental.

Permitiu aproximação dos estudantes com o tema da EA e das diversas formas de aproveitamento de energia, mostrando algo de fácil construção e facilmente replicável em diversas regiões além da socialização de conhecimentos em aulas interdisciplinares de EA, contribuindo para o cumprimento da PNEA na Escola 29 de Julho.

A EA nas escolas representa um conjunto de ações sustentáveis voltadas para a conservação do MA, ela visa, portanto, o aumento de práticas sustentáveis bem como a redução de danos ambientais por meio da conscientização de cidadãos críticos. Mas, para isso acontecer, é fundamental que a escola se disponibilize a identificar metodologias ativas para ensinar, tal como o desenvolvimento do forno solar como forma de substituir o fogão. Assim como um forno convencional, o forno solar pode desempenhar atividades como assar, grelhar, cozinhar, tostar, desidratar, no entanto, de uma forma economicamente viável e sustentável.

Após o desenvolvimento de todas as etapas da pesquisa e após análise do questionário 2 foi perceptível que os participantes da pesquisa demonstraram não desconsiderar os aspectos sociais envolvidos nas problemáticas ambientais trabalhadas, isso mostra que a atividade desenvolvida contribuiu para o processo de tomada de consciência do papel que o ser humano desempenha no meio em que vive e em como pode influenciar de forma negativa ou positiva o seu entorno.

Percebeu-se a relevância de se trabalhar a EA no primeiro ano do Ensino Médio, fase em que os estudantes estão iniciando essa nova etapa de formação, pois a partir das observações durante todo o desenvolvimento dessa pesquisa e de análise dos questionários 1 e 2 constatou-se que ela contribuiu para o empoderamento frente às questões ambientais dos sujeitos participantes e permitiu a construção ativa do conhecimento e sua socialização.

Para além da construção de novos conhecimentos o trabalho contribuiu para a sensibilização dos estudantes a respeito das problemáticas socioambientais e para a construção do pensamento crítico e da importância da socialização do conhecimento adquirido com a comunidade escolar e comunidade externa.

Referências

Abreu, M. R. M. et al. (2018). Práticas metodológicas para a análise da percepção ambiental dos alunos do IFRN Campus Pau dos Ferros, Rio Grande do Norte, Brasil. *Revista GeoTemas*. Pau dos Ferros, Brasil, (8) 3, p. 57-79, out./dez. 2018. Disponível em: <http://periodicos.uern.br/index.php/geotemas/article/view/3244>. Acesso em: 03/09/2019.

- Barboza, L.A.S.; Brasil, D.S.B; Conceição, G.S. (2016). Environmental perception of 6th and 9th grade students from a municipal school in Redenção, Pará State, Brazil/Percepção ambiental dos alunos do 6º e do 9º anos de uma escola pública municipal de Redenção, Estado do Pará, Brasil. *Rev Pan-Amaz Saude*, p. 11-20.
- Bardin, L. (2012). *Análise de conteúdo*. Edições 70. São Paulo.
- Belfort, M. R. (2012). Geografia e Educação Ambiental: Uma abordagem introdutória. 2012. p.30. Trabalho de Conclusão de Curso - Departamento de Geografia: Habilitação Bacharel, Universidade Estadual de Londrina. Londrina/PR.
- Braga, C.F.G.V.; Braga, L.V. (2012). Desafios da energia no Brasil: panorama regulatório da produção e comercialização do biodiesel. *CADERNOS EBAPE.BR*. (10) 3, opinião 4. Rio de Janeiro, 751-762.
- Brasil (2013). Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. Diretoria de currículos e educação integral. Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais da Educação Básica. Brasília: MEC/SEB/DICEI.
- Brasil (2002). *Resolução Conama nº 306*, de 5 de julho de 2002. Estabelece os requisitos mínimos e o termo de referência para realização de auditorias ambientais. Diário Oficial da União, Brasília, DF, nº 138, seção 1, 75-76 Disponível em: <<http://www2.mma.gov.br/port/conama/legiabre.cfm?codlegi=306>> Acesso em 20 de dezembro de 2019.
- Brasil (2004). *Norma Brasileira ABNT NBR ISO 14001*, de 2004. Sistemas da gestão ambiental Requisitos com orientações para uso. Disponível em: <<http://www.madeira.ufpr.br/disciplinasghislaine/iso-14001-2004.pdf>> Acesso em: 20 de dezembro de 2019.
- Brasil (1999). *Lei n 9.795* de 27 de abril de 1999. Dispõe sobre a educação ambiental, institui a Política Nacional de Educação Ambiental e dá outras providências. Diário Oficial da União, Brasília, DF. (28).
- Brasil (2012). *Lei n. 12.651* de 25 de maio de 2012. Dispõe sobre a proteção da vegetação nativa. Diário Oficial da União, Brasília, DF.
- Brasil (2005). Ministério do meio ambiente. *Manual de Educação para o consumo sustentável*, 2005. Disponível: <https://www.mma.gov.br/estruturas/educamb/_arquivos/consumo_sustentavel.pdf> Acesso em: 05 de fev. 2020.
- Brasil (1988). *Constituição da República Federativa do Brasil* de 1988. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/constituicao/constituicao.htm> Acesso em: 21 de dezembro de 2019.
- Brito, J. O. (2007). O uso energético da madeira. *Estudos avançados*. São Paulo, (21) 59, 185-193.
- Cartaxo, B. R. (2018). Sustentabilidade e educação: papel do cidadão levando-se em consideração as ideias de Amartya Sen. *Revista de Direito e Sustentabilidade*. Porto Alegre, (4) 2, 40-58.
- Carvalho, J. A.; Siqueira, M. N. (2017). *A Educação Ambiental como ferramenta na*

- conscientização de adolescentes sobre a importância de recuperação de áreas degradadas.* Monografia, Faculdade de Engenharia da UniVR. Rio Verde – GO. Junho.
- Carvalho, J. F. (2014). Energia e sociedade. *Estudos avançados*, online (28) 82, 25-39. Disponível em < <http://dx.doi.org/10.1590/S0103-40142014000300003>>. Acesso em: 05 de fev. 2020.
- Chianca, M. S. (2019). *Estudo de um forno solar fabricado com gabinetes de computador em desuso*. 2019. 95p. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia Mecânica) – Centro de Tecnologia, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2019. Disponível em: < <http://monografias.ufrn.br/handle/123456789/8866>>.
- Cuba, M. A. (2010). Educação Ambiental nas escolas. *Revista de Educação, Cultura e Comunicação*, (1) 2, 23-31.
- Da Silva, F. S.; Terán, A. F. (2018). Práticas pedagógicas na educação ambiental com estudantes do ensino fundamental. *Experiências em Ensino de Ciências*. Manaus – AM, (13) 5, 339-351.
- De Oliveira, E. M.; Palheta, G. S; Seabra, L. B. (2017). O Ensino de Ciências e Energias Renováveis: proposta metodológica do forno solar. *Ciência e Natura*, (39) 1, 99-107.
- Effting, T.F. (2007). *Educação ambiental nas escolas públicas: realidade e desafios.* Monografia, Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Marachel Cândido Rondon (PR), 2007. 90p. Monografia (Pós Graduação em “LatuSensu” Planejamento Para o Desenvolvimento Sustentável) – Centro de Ciências Agrárias, Universidade Estadual do Oeste do Paraná – Campus de Marechal Cândido Rondon.
- Fragoso, E.; Nascimento, E. C. M. (2018). A Educação Ambiental no Ensino e na Prática Escolar da Escola Estadual Cândido Mariano–Aquidauana/MS. *Ambiente & Educação-Revista de Educação Ambiental*, (23) 1, 161-184. Disponível em: < DOI: <https://doi.org/10.14295/ambeduc.v23i1.6988> >. Acesso em: 05 de fev. 2020.
- Gallego, R. C.; et al. (2014). A utilização do forno solar como instrumento de investigação na educação ambiental. *REMEA - Revista Eletrônica do Mestrado em Educação Ambiental*, [S.l.], 189-200, maio. Disponível em: <doi:<https://doi.org/10.14295/remea.v0i0.4444>>.
- Gil, A. C. (2010). *Métodos e Técnicas de Pesquisa Social*. (6. ed.). São Paulo: Atlas.
- Gonçalves, A, F, L.; Schuck, M, A.; Senne, S, C.; Trindade, T, V. (2017). A educação ambiental em escolas municipais: um estudo de caso na escola municipal Cei Ritta Anna de Cássia. *Memorial TCC Caderno da Graduação*, (3) 1, 481-499.
- Kondrat, H. Maciel, M. D. (2013). Educação ambiental para a escola básica: contribuições para o desenvolvimento da cidadania e da sustentabilidade. *Revista Brasileira de Educação*, Rio de Janeiro, (18) 55, 825-846.
- Loureiro, C. F. B. (2006). Complexidade e dialética: contribuições à práxis política e emancipatória em educação ambiental. *Revista Educação e Sociedade*, Campinas, vol. (27) 94, 131-152.
- Lopes, W.; Bispo, W.; Carvalho, J. (2009). *Educação Ambiental nas Escolas: Uma estratégia de Mudança Efetiva*.
- Paulo, R. F. (2011). O desenvolvimento industrial e o crescimento populacional como fatores

- geradores do impacto ambiental. *Veredas do Direito: Direito Ambiental e Desenvolvimento Sustentável*, Belo Horizonte, (7), 13-14.
- Ribeiro, W. C. (2009). *Meio ambiente e educação ambiental: as percepções dos docentes do curso de geografia da PUC Minas – Unidade Coração Eucarístico*. Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação e aprovada em 26 de fevereiro de 2009. Belo Horizonte/MG.
- Sarmento, J. S. (2015). *Construção e análise de um forno solar como uma atividade prática não formal no ensino de física*. 2015. 76 f. Dissertação de mestrado – Universidade Federal do Ceará, Centro de Ciências e Matemática, Fortaleza, 2015. Área de concentração: Ensino de Ciências e Matemática.
- Sartori, S.; Latronico, F.; Campos, L. M. S. (2014). Sustentabilidade e desenvolvimento sustentável: uma taxonomia no campo da literatura. *Ambiente & sociedade*, online, (17) 1, 01-22.
- Sato, M. (1997). *Educação para o ambiente amazônico*. 245p., il. Tese (Doutorado) – Universidade Federal de São Carlos. Disponível em: http://www.lapa.ufscar.br/pdf/tese_doutorado_michele_sato.pdf. Acesso em: 29/08/2019.
- Silva, N. F. da; Ruffino, P. H. P. (2016). Educação ambiental crítica para a conservação da biodiversidade da fauna silvestre: uma ação participativa junto ao Projeto Flor da Idade, Flor da Cidade (Itirapina-São Paulo). *Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos*, Brasília, (97) 247, 637-656.
- Silva, D. et al. (2016). A importância da sustentabilidade para a sobrevivência das empresas. *Empreendedorismo, Gestão e Negócios*, Pirassununga, SP, (5) 5, 74-79.
- Silva, E. M. C. (2010). *A Educação Ambiental no Contexto da Educação Infantil*. Programa de Pós-Graduação, Universidade Cândido Mendes. Pontalina.
- Tozoni, M. F. C. R. (2006). Temas ambientais como "temas geradores": contribuições para uma metodologia educativa ambiental crítica, transformadora e emancipatória. *Revista Educar*, Curitiba, (27), 93-110.

Modelo f @ r: Reflexión Conjunta Realizada por Docentes que Enseñan Matemáticas después de un Proceso de Capacitación con Tecnologías

Fábio Douglas Farias

prof.fabiodouglas@gmail.com

<https://orcid.org/0000-0002-5237-4536>

Universidade Cidade de São Paulo (UNICID)

São Paulo, Brasil.

Douglas da Silva Tinti

tinti@ufop.edu.br

<http://orcid.org/0000-0001-8332-5414>

Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP)

Ouro Preto, Brasil.

Ana Lúcia Manrique

analuciamanrique@gmail.com

<http://orcid.org/0000-0002-7642-0381>

Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP)

São Paulo, Brasil.

Recibido: 03/04/2020 **Aceptado:** 22/05/2020

Resumen

El presente artículo es fruto de una investigación del tipo observación participante y tiene por objetivo identificar, a partir de reflexiones presentadas por profesoras que enseñan matemáticas en la escuela primaria, contribuciones de un proceso formativo pautado en un modelo enfocado en el uso de *softwares* educativos. El modelo f@r (Formación-Acción-Reflexión) propuesto por Costa (2012) concibe cinco etapas, a saber: visión, plan, práctica, interacción y reflexión. Para alcanzar el objetivo propuesto para el presente artículo, analizamos los discursos de cinco profesoras, participantes de los encuentros de formación, recogidas por medio de grabaciones en audio y video de dos encuentros que componen la etapa de reflexión propuesta por el modelo f@r. Los resultados mostraron que el contexto establecido por ese proceso de formación propuesto posibilitó que cada una de las profesoras, en diferentes niveles, desarrollara al mismo tiempo, lo que sabían sobre tecnologías, sobre las estrategias pedagógicas y sobre el conocimiento de determinado contenido matemático

Palabras clave: Formación de profesores. Modelo f @ r. Conocimiento tecnológico y pedagógico del contenido (TPACK). *Softwares* Educativos.

Modelo f@r: reflexão conjunta realizada por professores que ensinam matemática após um processo formativo com tecnologias

Resumo

O presente artigo é fruto de uma pesquisa do tipo observação participante e tem por objetivo identificar, a partir de reflexões apresentadas por professoras que ensinam matemática nos anos iniciais do ensino fundamental, contribuições de um processo formativo pautado em um modelo focado no uso de *softwares* educativos. O modelo f@r (Formação-Ação-Reflexão) proposto por

Costa (2012) concebe cinco etapas, a saber: visão, plano, prática, interação e reflexão. Para atingirmos o objetivo proposto para o presente artigo, analisamos as falas de cinco professoras, participantes dos encontros de formação, coletadas por meio de gravações em áudio e vídeo de dois encontros que compõem a etapa de reflexão proposta pelo modelo. Os resultados mostraram que o contexto estabelecido por esse processo de formação proposto possibilitou que cada uma das professoras, em diferentes níveis, desenvolvesse em simultâneo, o que sabiam sobre tecnologias, sobre as estratégias pedagógicas e sobre o conhecimento de determinado conteúdo matemático.

Palavras-chave: Formação de Professores. Modelo f@r. Conhecimento Tecnológico e Pedagógico do Conteúdo (TPACK). *Softwares* Educativos.

F@r model: joint reflection of teachers who teach mathematics after a formative process with technologies

Abstract

This article is the result of a research of the type participant observation and aims to identify, from reflections presented by teachers who teach mathematics in the initial years of elementary school, contributions of a formative process based on a model focused on the use educational software. The f@r model (Formation-Action-Reflection) proposed by Costa (2012) conceives five stages, namely: vision, plan, practice, interaction and reflection. In order to reach the objective proposed for this article, we analyze the statements of five teachers, participants in the training meetings, collected through audio and video recordings of two meetings that make up the reflection stage proposed by the model. The results showed that the context established by this proposed training process allowed each of the teachers, at different levels, to simultaneously develop what they knew about technologies, pedagogical strategies and knowledge of a certain mathematical content.

Keywords: Teacher Education. f@r Model. Technological and Pedagogical Knowledge of Content (TPACK). *Educational Software*.

Introdução

Para viver na sociedade atual é exigido dos indivíduos que nela atuam o constante desenvolvimento de novas habilidades e competências. Cada cultura, a sua maneira, está imersa em um contexto tecnológico e exponencialmente dinâmico no qual a capacidade de utilizar as informações criticamente é fundamental para uma convivência autônoma e para tomada de decisões. É fato que vivemos em uma sociedade na qual, a todo instante, somos munidos de informações pelos diversos canais de comunicação e, claro, pelos diversos meios tecnológicos.

Contudo, em um entendimento mais generalizado, podemos dizer que a informação por si só não constitui conhecimento. Isto é, o indivíduo, por meio da construção de conhecimentos e o desenvolvimento de habilidades e competências ao longo da sua experiência de vida e potencializado por um processo de escolarização, é quem dá significado às informações. E essas

informações já podem ser obtidas por meio das atuais Tecnologias da Informação e Comunicação (TICs), por exemplo, computadores, *tablets* e *smartphones*.

No entanto, a maior parte das escolas, reconhecida como parte integrante da sociedade e de fundamental importância para a formação do indivíduo crítico e reflexivo, não faz uso destas tecnologias. Então, o que fazer para que essas tecnologias não sejam apenas um meio de transmissão de informações?

Encontramos em nossos levantamentos diversas discussões sobre a presença efetiva das atuais TICs associadas à prática pedagógica na escola e que trazem importantes questionamentos que contribuem para o desenvolvimento do presente artigo.

Estudos mostram que a presença das tecnologias, por si só, não garante que a aprendizagem ocorra (Almeida, 2006; Kenski, 2007). Mas, afinal, o que deve ser feito para que essas tecnologias possam contribuir efetivamente para a educação?

Uma possível resposta pode estar atrelada aos processos de formação de professores. De acordo com Almeida (2006), diversos projetos voltados principalmente para a formação de professores no uso crítico das tecnologias da informação e comunicação têm sido desenvolvidos com sucesso, embora ela ressalte que ainda está aquém do que se deseja.

Alguns problemas são centrais para que esses projetos não tenham o resultado esperado. Segundo Kenski (2007, p. 57), um dos problemas é a “falta de conhecimento dos professores para o melhor uso pedagógico da tecnologia, seja ela nova ou velha”. Isso se dá, principalmente, em função de um processo de formação do professor no qual o uso pedagógico das tecnologias não é parte integrante do currículo do ensino superior.

Ainda de acordo com Kenski (2007, p. 57), outro problema é a “não adequação da tecnologia ao conteúdo que vai ser ensinado e aos propósitos do ensino”. Nesse sentido, é preciso compreender que cada tecnologia tem uma especificidade.

Para que ocorra a incorporação de tecnologias na prática pedagógica, não basta somente munir a escola de novos recursos tecnológicos, se faz necessário investir na formação de professores para que sejam capazes de utilizar criticamente esses recursos. De acordo com Kenski (2007):

Para que as TICs possam trazer alterações no processo educativo, no entanto, elas precisam ser compreendidas e incorporadas pedagogicamente. Não basta usar a televisão ou o computador, é preciso saber usar de forma pedagogicamente correta a tecnologia escolhida. (Kenski, 2007, p. 46)

Normalmente, para fazer uso de um computador no processo educativo é necessário escolher um software educacional. Os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (Brasil, 1997), quanto aos softwares educacionais, orientam que é

[...] fundamental que o professor aprenda a escolhê-los em função dos objetivos que pretende atingir e de sua própria concepção de conhecimento e de aprendizagem, distinguindo os que se prestam mais a um trabalho dirigido para testar conhecimentos dos que procuram levar o aluno a interagir com o programa de forma a construir conhecimento (Brasil, 1997, p. 35).

Desse modo, o presente artigo tem por objetivo identificar, a partir das reflexões apresentadas por professores que ensinam matemática nos anos iniciais do ensino fundamental, as contribuições de um processo formativo pautado no modelo f@r focado no uso de *softwares* educativos (simuladores e jogos computacionais). Esse processo formativo foi desenvolvido por meio de um projeto aprovado⁵⁶ no âmbito do Programa Observatório da Educação (OBEDUC), sendo estruturado segundo o modelo f@r: Formação-Ação-Reflexão, proposto por Costa (2012), o qual concebe cinco etapas, a saber: visão, plano, prática, interação e reflexão. Para atingirmos o objetivo proposto para o presente artigo, optamos por fazer um recorte focalizando a etapa de reflexão.

Modelo f@r: formação-ação-reflexão

O modelo f@r (Costa, 2012) indica que o objetivo de um processo de formação é o de promover entre os professores e formadores, por meio da troca de experiências, um ambiente colaborativo e reflexivo sobre a integração das tecnologias no processo de ensino e aprendizagem.

É uma formação que se constrói por meio de um processo periódico e subjetivo, estruturado em cinco fases: Visão, Plano, Prática, Interação e Reflexão.

1. VISÃO – é o momento em que o professor deve responder as questões essenciais, como: Por que, para quê e como utilizar as tecnologias?

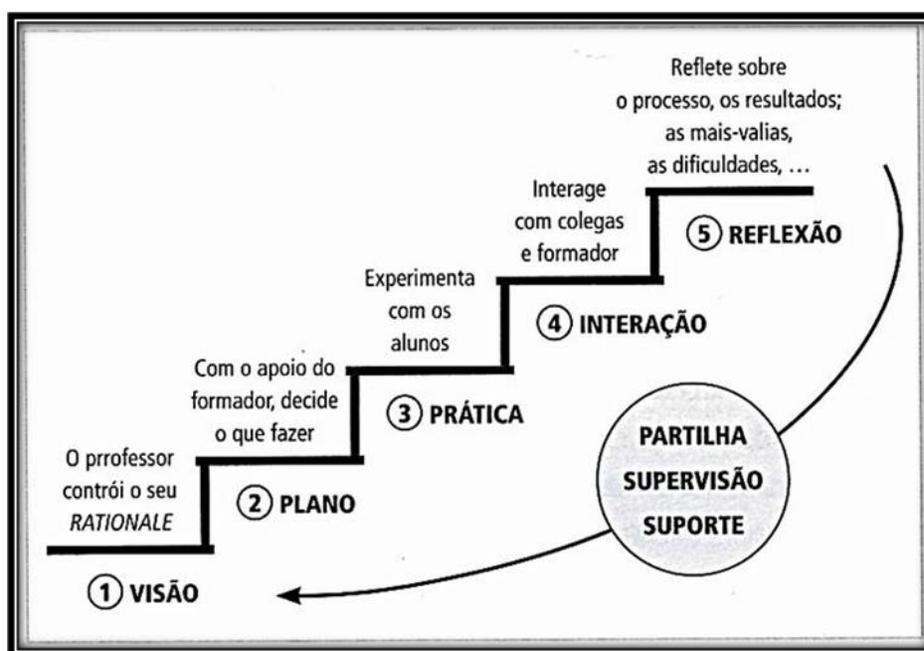
⁵⁶ Projeto: “Desafios para a Educação Inclusiva: pensando a formação de professores sobre os processos de domínio da Matemática nas séries iniciais da Educação Básica” aprovado no Programa Observatório da Educação (OBEDUC) da CAPES/INEP, edital 2010.

2. PLANO – o professor decide, também com a ajuda dos formadores e colegas, as atividades que os alunos realizarão com recurso das tecnologias disponíveis na escola;
3. PRÁTICA – Constitui o momento em que as ideias incluídas são sujeitas à prova e as dificuldades emergem.
4. INTERAÇÃO – Espera-se precisamente que o professor interaja e discuta com o formador ou com os colegas sobre o processo e os resultados;
5. REFLEXÃO – O professor reflete individualmente sobre o modo como as atividades decorreram. (Costa, 2012, p. 98-99).

De acordo com o autor, esse modelo não ocorre necessariamente de maneira linear, ou seja, cada fase pode ser revisitada de acordo com as necessidades do grupo de formação.

A Figura 1, a seguir, ilustra as cinco etapas apresentadas com mais detalhes em Costa (2012):

Figura 1. Etapas e ciclo do trabalho do professor



Fonte: Costa (2012, p. 98)

É possível verificar que o modelo f@r, conforme apresentado na figura 1, é concebido como um modelo de formação de professores que está mais direcionado para a realização de ações que podem ser oportunizadas em situações reais de discussão colaborativa e de sala de aula.

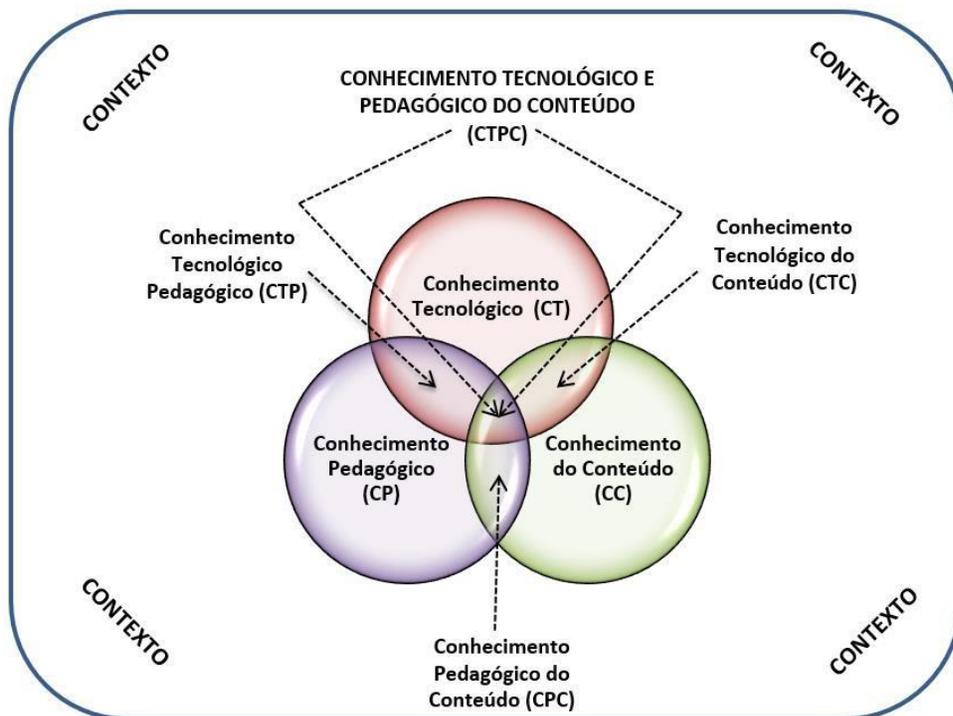
Para estruturação do modelo f@r, Costa (2012) apresenta algumas reflexões sobre alguns modelos de formação de professores com vistas à integração das tecnologias. Dessa maneira,

especificamente acerca do Conhecimento Tecnológico e Pedagógico do Conteúdo – CTPC (TPACK) (Mishra, Koehler, 2006), a discussão apresentada por Costa (2012) contribui para a constituição do modelo f@r na medida em que identifica e orienta adequadamente sobre os conhecimentos necessários para que os professores possam desenvolver as habilidades e competências tecnológicas e pedagógicas necessárias para interiorizar e integrar as mais recentes tecnologias, em sua prática profissional de uma maneira crítica e reflexiva.

Em um determinado contexto de atuação do professor, o CTPC surge “quando o professor mobiliza em simultâneo o que sabe sobre tecnologias, sobre estratégias didático-pedagógicas e sobre o conteúdo científico definido no currículo” (Costa, 2012, p. 96), sempre tendo como objetivo utilizar esses conhecimentos integrados de tal forma que o conteúdo seja compreensível para os alunos.

Da mesma forma, acreditamos que o CTPC é construído durante a vida profissional, em que o professor possa desenvolver, retificar, ratificar e ampliar esse conhecimento mediante ações individuais e/ou coletivas.

Figura 2. Diagrama do Conhecimento Tecnológico e Pedagógico do Conteúdo (CTPC)



Fonte: Adaptado de Mishra e Koehler (2006)

De acordo com o diagrama apresentado na Figura 2, dado um determinado contexto, a partir da inter-relação do conhecimento do conteúdo (CC), conhecimento pedagógico (CP) e

conhecimento tecnológico (CT), podemos verificar que surgem novos conhecimentos. O já citado anteriormente, Conhecimento Pedagógico do Conteúdo (CPC) que surge da inter-relação do conhecimento do conteúdo e do conhecimento pedagógico. O Conhecimento Tecnológico Pedagógico (CTP) que resulta da inter-relação do conhecimento tecnológico com o conhecimento pedagógico. O Conhecimento Tecnológico do Conteúdo (CTC) que é resultado da inter-relação do conhecimento tecnológico com o conhecimento do conteúdo. E por fim, o Conhecimento Tecnológico e Pedagógico do Conteúdo (CTPC) que surge da inter-relação máxima dos três conhecimentos, conhecimento pedagógico (CP), conhecimento do conteúdo (CC) e conhecimento tecnológico (CT).

Para que ocorra a integração das tecnologias no ambiente educacional, segundo Costa (2012), é necessário desenvolver uma Competência TIC que para ele é entendida como

[...] a possibilidade de mobilização de capacidades, conhecimentos e atitudes em situações de ensino e aprendizagem, em que o uso das tecnologias é relevante para resolver com sucesso os problemas aí suscitados (Costa, 2012, p. 87).

Sendo assim, uma questão colocada pelo autor é: quais as “competências que educadores e professores devem ter para serem capazes de interpretar e interiorizar o papel e o lugar das TIC na escola?” (Costa, 2012, p. 87).

Costa (2012) apresenta um referencial de macro competências TIC para que os professores possam integrar as tecnologias na educação. Para a análise deste trabalho organizamos as macro competências TIC, apresentadas por ele em duas categorias principais: “Formação na escola” e “Conhecimento Técnico”. Essa organização se deu em função do que observamos durante o desenvolvimento do processo de formação proposto para o desenvolvimento desta pesquisa.

Para a categoria **Formação na Escola** selecionamos as macro competências TIC a serem desenvolvidas ou que já podem fazer parte do repertório pedagógico das professoras. São elas: a professora

- possui conhecimento atualizado sobre os recursos tecnológicos e seu potencial de uso educativo.
- acompanha o desenvolvimento tecnológico no que implica a sua responsabilidade profissional.

- acessa, organiza e sistematiza a informação em formato digital (pesquisa, seleciona e avalia a informação em função de objetivos concretos).
- compreende vantagens e constrangimentos do uso das TIC no processo educativo e o seu potencial transformador do modo como se aprende. (Costa, 2012, p. 90)

Para a categoria **Conhecimento Técnico** selecionamos as seguintes macro competências TIC, a professora

- executa operações com *hardware e software*; observa regras de segurança no respeito pela legalidade e princípios éticos.
- executa operações com programas ou sistemas de informação *online e/ou offline* (acessa à internet, pesquisa em bases de dados ou diretórios, acessa a obras de referência, etc).
- comunica com os outros, individualmente ou em grupo, de forma síncrona e/ou assíncrona através de ferramentas digitais específicas.
- elabora documentos em formato digital com diferentes finalidades e para diferentes públicos, em contextos diversificados. (Costa, 2012, p. 90)

Além das macros competências anteriores, Costa (2012) também apresenta mais duas a seguir, mas que não serão foco da nossa discussão, pois não foram objeto de nossas análises, a professora

- conhece e utiliza ferramentas digitais como suporte de processos de avaliação e/ou de investigação.
- utiliza o potencial dos recursos digitais na promoção do seu próprio desenvolvimento profissional numa perspectiva de aprendizagem ao longo da vida. (Costa, 2012, p. 90)

Dessa forma, entendemos que para que aconteça uma integração e o consequente uso efetivo e consciente das tecnologias digitais na prática pedagógica, é fundamental que o professor assuma para si a responsabilidade de desenvolver a competência TIC necessária.

Percurso Metodológico

O presente estudo foi realizado sob a perspectiva de uma metodologia de pesquisa qualitativa, do tipo observação participante (Creswell, 2010). Tal escolha se justifica pelo fato de os pesquisadores desempenharem, simultaneamente, o papel de investigador e participante.

O contexto em que os dados foram coletados emergiu de um grupo de formação estruturado a partir da aprovação de um projeto no âmbito do OBEDUC. Desse grupo, além dos pesquisadores, participaram cinco professoras que ensinam matemática nos anos iniciais do

Ensino Fundamental em cinco escolas da rede pública da cidade de São Paulo - SP, sendo três de escolas municipais e duas de escolas estaduais.

Essas professoras, que possuem formações e trajetórias profissionais distintas, compartilham do mesmo desejo de complementar sua formação e buscar subsídios que possam contribuir para a melhoria de sua prática de sala de aula. Elas vislumbram, na participação em processos de formação como esse que propomos, encontrar respostas, compartilhar experiências, dúvidas, anseios e angústias relacionados à sua prática profissional.

Toda essa diversidade contribuiu para a constituição do grupo, tendo em vista que o compartilhamento é um dos fatores fundamentais para o desenvolvimento do processo de formação que propomos ao longo deste trabalho.

Apresentamos a seguir os passos do trabalho desenvolvido com as professoras. Estes passos englobaram as etapas propostas no referencial teórico que aprimoramos e foram utilizados na análise dos dados coletados.

- Pesquisa prévia sobre os *softwares* educativos disponíveis para o ensino de matemática nos anos iniciais do ensino fundamental;
- Estudo dos *softwares* educativos indicados pelas professoras;
- Seleção dos *softwares* educativos para a elaboração da atividade;
- Preparação das oficinas sobre o uso de *softwares* educativos no ensino de matemática;
- Interação com o grupo de formação para apresentação da atividade elaborada;
- Reflexão individual da professora sobre as contribuições dos outros professores acerca da validação e/ou reelaboração da atividade;
- Desenvolvimento de oficinas nas escolas;
- Reflexão conjunta com o grupo de professores sobre as oficinas.

Os encontros do grupo serviram para: estudo e seleção de *softwares* educativos; preparação de atividades envolvendo o uso de *softwares* educativos para a realização de oficinas nas escolas envolvidas; interação e discussão em grupo sobre as atividades elaboradas; discussão e aprofundamento de alguns conteúdos matemáticos; e momentos de reflexão individual e conjunta.

Os *softwares* educativos trazidos pelas professoras foram: Poli, GeoGebra, além de CDs de jogos didáticos diversificados.

No entanto, os dados que compõem o presente artigo foram coletados por meio de observações e gravações em áudio e vídeo de dois encontros realizados em meados de novembro de 2013, dedicados ao movimento de reflexão conjunta, tal como previsto no modelo f@r (Costa, 2012). Durante o desenvolvimento deste trabalho, com o objetivo de garantir o anonimato das professoras, denominamos as professoras por P1, P2, P3, P4 e P5, tal como aprovado pelo Comitê de Ética⁵⁷.

Ao pensarmos no grupo de formação que foi objeto desse estudo, é importante destacar que ele já estava constituído desde 2010 e tinha como característica principal, a diversidade. Já possuía uma identidade estruturada e um histórico consistente de participação no processo de formação em um espaço colaborativo.

Nesse sentido, verificamos que havia um ambiente favorável de discussão e colaboração, no qual as professoras se sentiam à vontade para o diálogo. Sobre a prática da formação, Imbernón (2010) traz algumas orientações que podemos identificar no nosso grupo de formação, entre elas destacamos:

Criar na formação um ambiente adequado para o debate, à troca e para a reflexão. Refletir e compartilhar com os professores as condutas educativas, as realizadas e as desejadas, para motivar o desenvolvimento de novas condutas. Compartilhar boas práticas. Estimular a experimentação de novas práticas educacionais e submetê-las ao debate. (Imbernón, 2010, p. 111).

Análise da reflexão conjunta sobre o processo de formação

Pelo fato de o presente artigo ser um recorte de uma pesquisa anterior (Farias, 2015), é importante salientar que, após o desenvolvimento das oficinas nas escolas, o grupo realizou uma avaliação do processo de formação daquele ano, por meio de uma reflexão conjunta, contemplando e complementando a última etapa do modelo f@r (Costa, 2012).

Nesse contexto, buscou-se identificar, a partir das reflexões apresentadas pelas professoras que ensinam matemática nos anos iniciais do ensino fundamental, as contribuições

⁵⁷ Comitê de Ética em Pesquisa da PUC/SP, cadastrado na Plataforma Brasil, sob a aprovação nº CAAE 46243115.1.0000.5482.

de um processo formativo pautado no modelo f@r focado no uso de *softwares* educativos (simuladores e jogos computacionais). Desse modo, destacamos na análise algumas falas que nos ajudam a atingir o objetivo proposto.

As professoras escolheram estudar alguns *softwares* educativos com vistas ao ensino da Matemática. Com base na seleção dos softwares feita pelas professoras percebemos que a mesma foi direcionada para os jogos computacionais. Entendemos que tal escolha teve como critério, além do ensino da Matemática, o aspecto lúdico que o jogo proporciona. Os softwares selecionados tinham como objetivo, o desenvolvimento da lógica, as quatro operações, números decimais e geometria plana.

Uma das contribuições que podemos destacar logo de início, quando da realização das oficinas nas escolas de São Paulo, é a percepção de alguns professores de que o horário de encontro coletivo para a formação dos professores, conhecidos como HTPC (Horário de Trabalho Pedagógico Coletivo) na rede estadual e JEIF (Jornada Especial Integral de Formação) na rede municipal, realizado no ambiente escolar, deveria ser realmente para uma formação continuada e coletiva dos professores. Durante o encontro, a professora P4 comenta a fala de uma professora de sua escola em relação à realização da oficina: “[...] o importante foi ouvir que o HTPC é isso aí. Até que enfim a gente teve o HTPC. Porque o HTPC é só para recados, avisos ou para chamar a atenção”. (P4, Áudio do Encontro de Avaliação, 2013).

A relevância ao destacarmos esta fala consiste no fato de a professora P4 ter percebido que a oficina que conduziu teve relevância para os professores que participaram. Ao analisarmos o áudio da reunião de avaliação das oficinas, foi possível perceber que a professora P4 deu certa ênfase a essa questão, que demonstra que para ela foi importante ter seu trabalho reconhecido pelos demais professores. Esse reconhecimento tem o potencial de servir como fonte motivadora para que as professoras possam dar continuidade à realização de outras atividades coletivas na escola sobre o mesmo tema ou até mesmo sobre outros temas.

Continuando com nossa análise, discorreremos sobre a importância de o professor exercer o protagonismo na condução de um processo de formação na escola, bem como ter apoio da equipe de direção.

Algumas professoras revelaram a falta de apoio e incentivo para o desenvolvimento de ações formativas com os demais professores da escola. A professora P1 em sua resposta relata que:

Em relação à oficina, até comentei com ela (outra professora do grupo). Do grupo de direção ninguém apareceu lá. Eu marquei, eu que organizei tudo. Direção, nada. A coordenadora só falou professora P1 precisa da minha ajuda? Não, eu disse, pois sei que ela (coordenadora) é atribulada. Na verdade, a gente queria ajuda da direção. Mas tudo teve carta branca. (P1, Áudio do Encontro de Avaliação, 2013).

Logo no início da resposta, já é possível perceber que a professora se sente à vontade em compartilhar sua frustração com a outra professora do grupo. Essa posição vai ao encontro de um dos aspectos que discutimos ao longo dessa pesquisa, que o professor, ao se propor participar de processos de formação em espaços colaborativos, deve estar aberto ao diálogo.

A professora P1 ao relatar que “marcou” o horário da oficina e “organizou tudo” demonstra que exerceu o seu protagonismo na preparação e realização da oficina. Contudo, avançando um pouco mais na resposta, ao afirmar categoricamente “Direção, nada”, fica evidente que a professora P1 gostaria de ter apoio da equipe de direção, conforme afirma, avançando um pouco mais em sua resposta: “*Na verdade a gente queria ajuda da direção*”.

Outro ponto que vale a pena destacar é quando a professora conta que, para a realização da oficina, “teve carta branca” para tudo. Isto é, de um lado a professora não conta com o apoio da equipe de direção, de outro, conta com a confiança da direção em relação ao seu trabalho como docente que contribui para a escola.

Já para a professora P3, essa experiência de apoio da equipe de direção foi diferente. A professora P3 responde que:

Como eu estava falando, lá na escola a diretora, as assistentes foram hipercordiais com vocês... Aí, assim, a gente fica à vontade em uma parte mais pedagógica, eles (equipe de direção) confiam no trabalho. (P3, Áudio do Encontro de Avaliação, 2013).

A professora P3, ao relatar que a equipe de direção foi “hipercordial” conosco, demonstra, ainda que de uma forma não tão clara, que a sua participação no grupo de pesquisa, bem como a realização da própria oficina, teve boa aceitação para o grupo escolar. Tal aceitação acabou convertendo-se em um maior apoio da equipe de direção à professora na preparação da oficina. Esse apoio acabou contribuindo para que a professora P3 pudesse dar maior atenção, conforme ela mesma relata, a “*uma parte mais pedagógica*”.

O apoio da equipe de direção, bem como de todos os envolvidos, contribui para o desenvolvimento de um processo de formação que seja significativo e que leve em conta os anseios e expectativas dos professores. Acrescenta-se ainda o fato de contribuir para que o professor tenha segurança.

Já a falta de apoio da equipe de direção acaba por criar obstáculos para o desenvolvimento de um processo de formação com qualidade, pois acaba sendo direcionada ao professor uma carga de trabalho intensa.

No entanto, verifica-se que, apesar de as professoras terem tido graus de apoio distintos à realização das oficinas, as professoras concordam que contaram com a confiança das respectivas equipes de direção.

Antes de prosseguirmos com nossa análise, cabe fazermos alguns esclarecimentos. Na escola da professora P1, a sala de informática que foi disponibilizada para a realização das atividades da oficina faz parte de um programa do governo do Estado de São Paulo, denominado ACESSA ESCOLA⁵⁸. De acordo com as informações disponíveis no site Portal ACESSA ESCOLA:

ACESSA ESCOLA, um programa do Governo do Estado de São Paulo, desenvolvido pela Secretaria de Estado da Educação, sob a coordenação da Fundação para o Desenvolvimento da Educação (FDE), tem por objetivo promover a inclusão digital e social dos alunos, professores e funcionários das escolas da rede pública estadual. Por meio da Internet, ele possibilita aos usuários o acesso às tecnologias da informação e comunicação para a construção do conhecimento e o fortalecimento social da equipe escolar. (Portal ACESSA ESCOLA, 2008).

Após os esclarecimentos acima, seguimos com mais uma reflexão da professora P1 ao relatar um dos fatos que antecederam o início da oficina em sua escola. Ao ser informada, pelo responsável pela sala do ACESSA ESCOLA, que teria 2 horas para utilizar os computadores para a realização das atividades propostas na oficina. A professora P1 conta o que pensou naquele momento:

Aí planejava, bom até todo mundo chegar, 11h, até começar 11h10, 11h15. Tenho que falar exatamente em 20 minutos, porque eu tinha feito um cronograma, avisei para a direção e coordenação. [...] Mas tudo deu certo. Dos onze funcionando, desligaram oito. (P1, Áudio do Encontro de Avaliação, 2013).

⁵⁸ Tal programa foi instituído pela Resolução – SE - 37 de 25 de abril de 2008. Disponível em: <http://www.dersv.com/Res_SE_37_08_ACESSAESCOLA.htm> acesso em 20 de janeiro de 2019.

Mediante este relato é possível perceber que a professora P1 estava com tudo planejado. Ainda assim, mesmo com tudo planejado, houve alguns contratemplos que dificultaram o início das atividades. As oficinas foram realizadas em dois momentos, no primeiro, com uma apresentação de slides pelas professoras sobre o software educativo utilizado. E o segundo momento, com a realização das atividades utilizando o jogo nos computadores disponíveis nas respectivas escolas.

Na escola da professora P1, a apresentação do software educativo foi realizada em um auditório, ao finalizar a apresentação, nos dirigimos à sala do Acesso Escola, porém demorou um pouco até encontrar a pessoa que estava com a chave da sala. Além disso, durante a realização das atividades, a maioria dos computadores desligou conforme relatou a professora P1. Como a própria professora declara, apesar dessas dificuldades, as atividades ocorreram conforme previsto, o que se confirma em sua frase: “tudo deu certo”. Após o relato e as reflexões da professora P1, a professora P2 faz o seguinte comentário:

Posso fazer uma crítica para o Estado? Não é para você não... (referindo-se a professora P1). Mas, como eles querem que vocês usem o computador com o aluno se o computador desliga em duas horas? (P2, Áudio do Encontro de Avaliação, 2013).

Esse comentário é relevante, pois mostra o quão foi e é importante o compartilhamento de experiências em grupos de formação coletiva como esse que propomos. O relato da professora P1 acabou favorecendo o grupo no sentido de provocar a reflexão sobre as condições limitadoras impostas para o uso dos computadores nas escolas.

A professora P1 durante a reflexão conjunta relatou que já tinha trabalhado com alguns jogos disponíveis em sites. Já as respostas das professoras P2 e P5 revelam uma realidade ainda existente em muitas escolas.

Nas escolas municipais o uso da sala de informática tem algumas restrições: os jogos que podem ser usados devem ser autorizados. Por isso, temos poucos jogos. (P2, Questionário 1, 2013)

Eu ainda não utilizo porque as aulas de informática são dirigidas pelo professor da disciplina e a sala (de computadores) não fica disponível para uso em outras aulas. Apenas por isso! Eu adoraria trabalhar com estes recursos se os computadores estivessem disponíveis. (P5, Questionário 1, 2013).

Essas respostas mostram que nas escolas há alguns fatores que funcionam como obstáculos para que ocorra o uso dos recursos computacionais, por exemplo, restrições de acesso ao uso de computadores e da sala de informática, somente alguns jogos podem ser utilizados, em muitos casos não é permitido ao professor instalar jogos no computador etc.

Verifica-se também que a sala de informática é direcionada somente para ser utilizada por um professor especialista da área de informática educacional. Essas dificuldades acabam desmotivando o professor quanto ao uso de softwares educativos e, conseqüentemente, das tecnologias disponíveis na escola. Não podemos deixar de mencionar que essas questões apareceram durante as discussões realizadas nos encontros de formação e puderam ser observadas quando da realização das oficinas nas escolas.

Até aqui foi possível verificar que o professor das escolas públicas pesquisadas tem o seu acesso limitado aos recursos tecnológicos disponíveis na escola. Convém destacar que não somos contra o monitoramento e controle dos recursos disponíveis no espaço escolar, pois, em nossa perspectiva o monitoramento e controle devem servir para que ocorra o uso consciente e responsável dos recursos disponíveis. O que nos incomoda é o fato de tal monitoramento e controle às vezes ser excessivo, servindo como uma barreira que pode acabar desmotivando o uso desse valioso recurso por parte do professor.

Dessa maneira, identificamos algumas contribuições que as reflexões coletivas realizadas nesta etapa proporcionaram à formação continuada das professoras em relação ao uso de *software* educativos. Identificamos as seguintes contribuições:

- o reconhecimento de que as oficinas contribuíram e possibilitaram que o horário de encontro coletivo para formação dos professores fosse realmente para a formação continuada;
- a percepção que as professoras tiveram ao notarem que o seu trabalho teve relevância e contribuiu para a compreensão do uso das TICs pelos demais professores;
- o reconhecimento da importância de o professor exercer seu protagonismo;
- o movimento de reflexão que foi proporcionado ao se discutir sobre a questão do apoio da equipe de direção para o desenvolvimento de projetos envolvendo TICs na escola;
- o compartilhamento de experiências, proporcionado por intermédio das oficinas que promoveram um ambiente favorável ao diálogo entre as professoras; e

- o movimento de reflexão das professoras ao questionarem sobre a infraestrutura disponível nas escolas.

Miskulin (2003) considera que uma formação reflexiva e coerente de professores para o uso das tecnologias, na sociedade atual, é fundamental para uma ação educativa coerente. Essa coerência está no sentido de que o professor pode contribuir para uma formação de um indivíduo crítico, reflexivo, e que atenda aos anseios da sociedade atual em que vivemos, onde as inovações e informações são processadas rápida e continuamente em nível global.

Sendo assim, não há como pensar em uma integração coerente e produtiva das mais recentes tecnologias na educação, sem antes pensar na formação de professores para que possam integrar essas tecnologias de maneira crítica e reflexiva em sua prática pedagógica. De outra forma, continuaremos presos a métodos de ensino e teorias que, no contexto atual, já não contribuem para a formação autônoma dos indivíduos na utilização de novas maneiras de gerar e dominar o conhecimento.

Discorrendo especificamente sobre a presença da tecnologia no ensino da matemática, Miskulin (2003, p. 7) chama a atenção para o fato de que o professor que vai ensinar matemática com o subsídio da tecnologia, reflita sobre a sua utilização, levando em conta que a “Matemática, no contexto tecnológico, torne-se um caminho que possa superar as desigualdades sociais e ainda possibilitar a formação e a inserção adequada do sujeito a uma sociedade permeada pela tecnologia”.

Costa e Lins (2010) concordam que a presença das tecnologias na escola tem exigido uma nova postura do professor frente ao seu uso. Postura essa que exige que o professor tenha necessariamente autonomia para explorar o potencial pedagógico dessas tecnologias. Nesse sentido, entendemos que já não é mais suficiente que o professor tenha os conhecimentos básicos de como se opera determinada tecnologia. É fundamentalmente necessário que o professor tenha conhecimentos concretos que permitam que ele utilize efetivamente essa tecnologia como mediadora efetiva da construção do conhecimento do conteúdo que está ensinando.

Entendemos, então, que o movimento de reflexão ocorrido nos encontros contribuiu para que os professores, mesmo que em níveis diferentes, realizassem a construção-consolidação-mobilização de conhecimentos tecnológicos pedagógicos, favorecendo a integração das tecnologias da informação e comunicação em sua prática profissional.

Além disso, podemos argumentar que a análise dos dados coletados nos possibilitaram compreender que o contexto estabelecido por esse processo de formação possibilitou que cada uma das professoras do grupo, em diferentes níveis, desenvolvesse em simultâneo, o que sabiam sobre tecnologias, sobre as estratégias pedagógicas e sobre o conhecimento de determinado conteúdo. Percebemos, então, a articulação dos elementos que compõem o referencial CTPC: o conhecimento do conteúdo, o conhecimento pedagógico e o conhecimento tecnológico. Os resultados mostraram também que os encontros de formação possibilitaram que as professoras pudessem compartilhar o que sabiam e o que não sabiam sobre cada um dos conhecimentos propostos no referencial CTPC. Esse compartilhamento contribuiu para a construção coletiva de um Conhecimento Tecnológico e Pedagógico do Conteúdo, passando a ser um conhecimento coletivo e individual.

Considerações finais

Identificamos que as atividades realizadas durante os encontros de formação, o estudo dos softwares educativos, as discussões e a preparação das oficinas também contribuíram para que as professoras vivenciassem na prática, o momento coletivo e individual de formação-ação-reflexão, conforme o modelo f@r (Costa, 2012). Sob esse ponto de vista, as professoras, durante os encontros de formação, puderam expor suas dúvidas e percepções sobre o uso das tecnologias atuais, tanto em nível pedagógico como pessoal. Acrescenta-se a isso, que o trabalho em grupo despertou nas professoras um sentimento de pertencimento.

Verificamos que esse processo de formação que propomos, estabeleceu um contexto no grupo de formação que possibilitou que as professoras mobilizassem os seus conhecimentos pedagógicos sobre determinado conteúdo matemático por meio dos conhecimentos tecnológicos construídos e/ou em construção. Percebemos que as professoras, ao prepararem as atividades, considerando a utilização dos recursos tecnológicos mais atuais, também passaram a adquirir uma perspectiva mais sólida sobre os conhecimentos que já possuíam sobre determinado conteúdo matemático.

Percebemos que, independentemente dos problemas que encontramos durante esse processo formativo, o que deve ser destacado é o empenho, a força de vontade de cada uma das professoras para que as oficinas fossem realizadas da melhor maneira possível.

Além disso, acreditamos ser um equívoco considerar que somente a inserção das atuais tecnologias da informação e comunicação no ambiente escolar e, mais especificamente, em sala de aula, resolva todos os problemas de ensino de Matemática. Antes disso, é de fundamental importância se pensar no processo de formação de professores que vão ensinar Matemática. E essa formação deve ir ao encontro dos anseios da sociedade em relação aos novos meios de comunicação e produção de conhecimento.

Considerando o atual cenário tecnológico que se impõem a toda sociedade e, conseqüentemente, a educação, é fundamental repensar e redimensionar os cursos de formação de professores (Miskulin, 2003), para que esses cursos contribuam para que os professores possam, efetivamente, construir conhecimentos e ações que atendam a essa nova demanda na educação com vistas à integração e ao avanço das tecnologias.

Contudo, compreendemos que é necessário que os cursos de formação de professores, tanto inicial quanto continuada, repensem suas matrizes curriculares para que a utilização das tecnologias mais recentes sejam partes integrantes nas discussões e possibilitem aos professores refletirem sobre a efetiva integração dessas tecnologias em sua prática pedagógica, objetivando a construção e consolidação de conhecimentos matemáticos.

Com base nos dados coletados e nas análises realizadas, e considerando que vivemos em uma sociedade em que a tecnologia está muito presente no nosso dia-a-dia, entendemos que já não cabe mais pensar em uma educação que esteja inerte a esse avanço tecnológico. Já não é mais suficiente uma educação centrada exclusivamente na utilização do giz e lousa como representantes exclusivos de tecnologias. Além disso, a pouca presença da tecnologia na escola acaba contribuindo para que essa instituição seja pouco atraente para os alunos, pois ainda é uma das poucas instituições da nossa sociedade atual que ainda não integrou efetivamente as tecnologias em seu ambiente. Dessa forma, a escola continua refém de métodos tradicionais de ensino que já não atendem integralmente e a contento, os anseios da sociedade em que vivemos.

Referências

- ALMEIDA, M. E. B. (2006). *Inclusão Digital do Professor: formação e prática pedagógica*. São Paulo: Articulação. 234p.
- BRASIL. (1997). *Parâmetros curriculares nacionais: matemática*. Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: MEC/SEF.

- COSTA, F. A. *et al.* (Coord.). (2012). *Repensar as TIC na educação: O professor como agente transformador*. Carnaxide: Santillana. 143p.
- COSTA, M. L. C.; LINS, A. F. (2010). *Trabalho colaborativo e utilização das tecnologias da informação e comunicação na formação do professor de Matemática*. Educação Matemática Pesquisa, São Paulo, v. 12, n. 3, p. 452-470, set./dez. Disponível em: <<http://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/4509/3719>>. Acesso em: 13 nov. 2013.
- CRESWELL, J. W. (2010). *Projeto de Pesquisa: métodos qualitativo, quantitativo e misto*. 3 ed. Porto Alegre: Artmed. 296p.
- FARIAS, F. D. (2015). *Uso de softwares educativos para o ensino de Matemática: contribuições de um processo de formação de professores dos anos iniciais do ensino fundamental*. 108 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática. Pontifícia Universidade Católica. São Paulo.
- IMBERNÓN, F. (2010). *Formação Continuada de Professores*. Porto Alegre: Artmed, 2010. 120p.
- KENSKI, V. M. (2007). *Educação e Tecnologias: O novo ritmo da informação*. 2 ed. Campinas: Papirus.
- MISHRA, P. & KOEHLER, M.J. (2006). Technological Pedagogical Content Knowledge: A Framework for Teacher Knowledge. *Teachers College Record*, 108(6), 1017-1054
- MISKULIN, R. G. S. (2003). *As possibilidades didático-pedagógicas de ambientes computacionais na formação colaborativa de professores de Matemática*. Disponível em: <http://www.pucrs.br/famat/viali/tic_literatura/artigos/ava/Miskulin_Rosana.pdf>. Acesso em: 07 de abril de 2014.

Uso Didáctico de las Tecnologías de la Información y Comunicación en las Universidades: ¿aspiración o expectativa?

Haydee Guillermina Páez

hayvelui@gmail.com

<https://orcid.org/0000-0003-3419-4643>

Universidad José Antonio Páez (UJAP)

San Diego, Venezuela

Nolberto Goncalves Rodríguez

nolbertogoncalves@gmail.com

<https://orcid.org/0000-0003-4140-8419>

Universidad de Carabobo (UC)

Bárbula, Venezuela

Evelyn Cristina Arreaza Páez

evelynarreaza.us@gmail.com

<https://orcid.org/0000-0002-1757-2545>

Harleyville-Ridgeville Middle School

South Carolina, Estados Unidos de Norteamérica

Recibido: 26/03/2020 **Aceptado:** 25/05/2020

Resumen

El ser humano siempre ha puesto su curiosidad e ingenio para mejorar su calidad de vida, siendo la comunicación una de las áreas más destacadas debido a su notable rol socializador. La convergencia de los avances en electrónica, informática y comunicaciones transmutó en la telemática y en la creación de la Internet, que ha interconectado al mundo y todos los ámbitos del acontecer social. La educación, proceso netamente social, ha sido impactada por el advenimiento de la Internet desde la década de los noventa, modificando no sólo el tipo de recursos utilizados en el proceso didáctico de facilitación y adquisición de aprendizajes, por sus dos actores protagónicos: docentes y estudiantes, respectivamente; sino también, la cultura de las instituciones educativas, las cuales como en el caso Venezolano, por imperio de la ley, deben incorporar en su misión y planes de desarrollo organizacional, las Tecnologías de la Información y Comunicación (TIC). Transcurridas dos décadas de haber sido establecido como prioridad el uso de la internet en las instituciones educativas, ergo en las Universidades Venezolanas, en el presente artículo se analizan, bajo la visión de los mundos Popperianos (Popper, 1986), dos instituciones universitarias, una pública y otra privada; para determinar si el uso didáctico de las TIC responde a una expectativa o a una aspiración y si ésta, es personal o institucional. Se evidenció una insatisfacción de la expectativa legal decantada en una aspiración institucional, dada la existencia de una generalizada predisposición negativa de docentes y estudiantes hacia el uso de las TIC como recurso para mediar procesos didácticos en la sociedad actual, lo cual resalta el importante papel del componente afectivo personal, en este caso la afectividad digital (Goncalves, 2015), para el logro de las metas que sobre dicho uso se plantea una institución de educación universitaria.

Palabras clave: *TIC, Uso Didáctico, Educación Universitaria, Afectividad Digital.*

Uso Didático das Tecnologias da Informação e Comunicação nas Universidades: aspiração ou expectativa?

Resumo

O ser humano sempre colocou sua curiosidade e engenho para melhorar sua qualidade de vida, sendo a comunicação uma das áreas mais destacadas devido ao seu notável papel socializador. A convergência dos avanços em eletrônica, informática e comunicações, transmutou-se em telemática e na criação da Internet, que interconectou o mundo e todas as áreas de eventos sociais. A educação, um processo puramente social, tem sido impactada pelo advento da Internet desde os anos noventa, modificando não apenas o tipo de recursos utilizados no processo didático de facilitação e aquisição de aprendizagem, por seus dois principais atores: professores e estudantes, respectivamente; mas também a cultura das instituições de ensino, que, como no caso venezuelano, por imperativo da lei, deve incorporar as Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC) em sua missão e planos de desenvolvimento organizacional. Duas décadas após de ter sido estabelecido como uma prioridade o uso da Internet nas instituições de ensino, portanto nas universidades venezuelanas, neste artigo analisamos, baixo a visão dos mundos Popperianos (Popper, 1986), duas instituições universitárias, uma pública e outra privada; para determinar se o uso didático das TIC responde a uma expectativa ou aspiração, e se é pessoal ou institucional. Foi encontrada uma insatisfação com a expectativa legal estabelecida em uma aspiração institucional, dada a existência de uma predisposição negativa generalizada de professores e estudantes para o uso das TIC como recurso para mediar processos didáticos na sociedade atual, destacando o importante papel do componente afetivo pessoal, neste caso da afetividade digital (Goncalves, 2015), para a consecução dos objetivos que sobre esse uso surge numa instituição de ensino universitário.

Palavras chave: *TIC, Uso Didático, Educação Universitária, Afetividade Digital.*

Didactic Usage of Information and Communication Technologies in Universities: ¿aspiration or expectation?

Abstract

Human being has always been curious with all its wit about improving its quality of life, being communication one of the most featured areas due to its remarkable socializing role. The convergence of advances in Electronics, Informatic and Communications transmuted into Telematic and the creation of Internet, which has interconnected the world and all social environments. Education, truly a social process, has been impacted by the arrival of the Internet since the 90s, modifying not only the type of resources used in the didactic process of facilitation and acquisition of knowledge involving their two main protagonists: teachers and students, respectively; but also the culture of the educational institutions, which, in the Venezuelan case, by law, must incorporate in their mission and organizational developing plans, the Information and Communication Technologies (ICT). After two decades of establishing the use of Internet as a priority in educational institutions, mostly in Venezuelan universities, in the present article two higher education institutions are analyzed using the Popperian vision (Popper, 1986): one private and one public; to determine if the didactic usage of ICT responds to an expectation or to an aspiration, and as such, if it is personal or institutional. A dissatisfaction of the legal expectation was evidenced, which turned in an institutional aspiration, due to the existence of a negative and general predisposition of teachers and students towards the use of ICT as resources

for the mediation of didactic processes in today's society, which highlights the important role of the personal affective component; in this case, digital affectivity (Goncalves, 2015) for the accomplishment of goals that a higher education institution has established.

Keywords: *ICT, Didactic Usage, Higher Education, Digital Affectivity.*

Esbozo Introductorio

Desde tiempos inmemoriales, el ser humano, el hombre, en una denominación general, ha sentido interés y curiosidad por entender su entorno. Esa curiosidad ha sido, precisamente, la que le ha permitido acceder a una mejor calidad de vida entre los seres vivos. Ejemplos de ello los encontramos en el descubrimiento de la penicilina, el trasplante exitoso de órganos como el corazón y más recientemente el de pulmones realizado a un reconocido artista venezolano; la producción en serie de bienes materiales como artículos de cuero sin sacrificar animal alguno a partir de la célula de éste, en aplicación de avances en biotecnología (<https://www.economista.es/economia/noticias/8136561/02/17/El-cuero-biotecnologico-la-alternativa-real-para-quienes-no-quieren-usar-pieles-de-animal.html>), o la producción de bienes alimenticios como la carne de pollo sin implicar su sacrificio (<https://www.bbc.com/mundo/noticias-45897953>, 18/10/2018).

Más, no sólo la curiosidad humana ha permitido alcanzar logros tan importantes en campos como los mencionados previamente, sino también en la invención y actualización permanente de los equipos requeridos para canalizar las comunicaciones entre los miembros de una sociedad, como el telégrafo, la radio, los medios televisivos, el computador, el microcomputador, además de un cúmulo de artefactos que han facilitado sus actividades cotidianas. Ese ingenio humano ha llevado a combinar los avances obtenidos en áreas disciplinares de conocimiento particulares, para generar otros que potencian esos logros individuales, ofreciendo así, mayores beneficios a la sociedad.

Es así como el aprovechamiento de los avances específicos en las áreas de conocimiento referido a las comunicaciones, con la convergencia evolutiva de la electrónica y la informática, devino en la telemática, dando origen a la red de redes, la Internet. Para los televidentes de la década de los años sesenta del siglo XX era cotidiano compartir en familia la tira cómica denominada *Los Supersónicos*; una familia ubicada en la segunda mitad del siglo XXI (año 2062), en una sociedad que disponía de avances tecnológicos, para la época inimaginables, y que en la actualidad se encuentran en la cotidianidad personal y laboral. Podemos relacionar los mecanismos automatizados para desplazamiento en el hogar y oficina laboral del señor Sónico

(cintas transportadoras), a Robotina, robot auxiliar en labores del hogar y atención a los miembros de la familia (robots que hoy ayudan a pasajeros a realizar trámites en aeropuertos, procesos industriales y del hogar); la conversación a distancia de Ultra, la señora Sónico (videollamadas, videoconferencias); el hogar “inteligente” de la familia (controles remotos de equipos, teléfonos celulares); incluso el desplazamiento vehicular espacial con autos voladores y estacionamientos informatizados (drones). De este último aspecto, se tiene que, según reseña de prensa del año pasado, la industria automotriz japonesa NEC Corporation, promete sacar al mercado el auto volador para el año 2023 (<https://www.japantimes.co.jp/news/2019/08/05/business/car-plane-no-necs-personal-quadcopter/#.XsvM-ERKjIV>).

Con certeza innegable, la creciente curiosidad del hombre produjo a partir de la segunda mitad del recientemente transcurrido Siglo XX, una conjunción de saberes de gran impacto en el quehacer humano en sociedad. Como mencionamos antes, los avances en el campo de las disciplinas informática, telecomunicaciones y electrónica se conjugaron para producir la telemática, y con ello la creación de la red de redes, la red de cobertura mundial: Internet y con ello el surgimiento de un Mundo y Era Digital (Siemens, 2004). Esta red ha propiciado el desarrollo de incontables y diversas aplicaciones para ser utilizadas en prácticamente todos los ámbitos de desarrollo social, y por ende en la educación (Aula virtual, Blog, WhatsApp, Google, Hangouts, Correo Electrónico, Redes Sociales).

Es evidente como, desde la aparición de la Internet en la década de los noventa, la convivencia en sociedad ha experimentado grandes y constantes cambios en los distintos órdenes. Actualmente, es difícil concebir las interrelaciones personales y sociales sin la intermediación de la red de redes; escuchar diálogos en los que se mencionan las redes sociales, la nube, y la realización de trámites en el gobierno y comercio electrónico; es ahora habitual y cotidiano. Muchos habitantes son miembros de la cibernética (Joyanes, 1997), son e-ciudadanos.

Siendo así, es natural que las diversas herramientas de la web hayan impactado la educación como complejo proceso social y, en consecuencia, el quehacer de sus actores protagónicos: educadores y educandos, no importando si son nativos o inmigrantes digitales (Prensky, 2001). De modo que a estos actores se les exige desarrollar competencias, habilidades, destrezas para utilizar las herramientas digitales en sus procesos de facilitación,

gestión y autogestión de aprendizajes, respectivamente. El docente se ve requerido a administrar el diseño curricular de su área de conocimiento utilizando dichos recursos para mediar su proceso de facilitación de aprendizajes, y el estudiante a desarrollar competencias para auto y cogestionar conocimientos en forma colaborativa y cooperativa. Esta realidad se encuentra presente en todos los niveles del sistema educativo formal, siendo el contexto universitario el que denota una característica especial, por ser la encargada de formar los profesionales requeridos por la Nación y la sociedad para su desarrollo y progreso.

Comprensión Filológica de la Expectativa y la Aspiración

En el contexto universitario, Subsistema de Educación Universitaria en el caso venezolano, la inserción de las TIC en sus diversas actividades y con especial énfasis en la mediación de sus procesos didácticos, ha generado un cúmulo de aspectos que giran en torno a la posibilidad de lograr, en una misma institución, la coexistencia de diversas modalidades educativas, con diversos niveles de virtualización cónsonos con la naturaleza de las carreras y unidades curriculares. Lo anterior puede denotar un cúmulo de expectativas o aspiraciones por parte de sus actores sociales, los cuales no se enmarcan exclusivamente en docentes y estudiantes, involucra, además, a sus gerentes (coordinadores, directores, decanos, vicerrectores y rectores, entre otros) los cuales constituyen el eje motor para la formulación y ejecución de políticas internas.

Indagando el significado de la palabra expectativa, encontramos que la misma proviene del latín *expectātum* 'mirado, visto', y su significado es, según el Diccionario de la Real Academia Española, esperanza de realizar o conseguir algo, posibilidad razonable de que algo suceda (<https://www.rae.es/dpd/expectativa>). Esa esperanza o posibilidad puede ser de orden individual, personal, tal y como es alcanzar un título profesional, un grado académico; o de orden colectivo, social, si se refiere a una realización que trasciende lo personal porque es deseado o esperado por un grupo social de rango local, regional, nacional o tal vez internacional. Entonces, ¿qué es una expectativa social? Para los autores, una expectativa es un DEBER SER. El precitado Diccionario de la Real Academia define la palabra deber como un verbo, es decir, como una acción que connota “Aquello que se tiene la obligación de hacer” (<https://dle.rae.es/deber?m=form>); en sentido general, aquellas acciones que la sociedad, como entidad aglutinadora de ciudadanos, espera que se cumpla, que se realice para obtener los

beneficios individuales y colectivos esperados de la puesta en práctica de los servicios, normas, reglamentos, leyes que rigen la convivencia armónica entre sus miembros.

En consecuencia, tenemos que la distinción entre una expectativa social o una aspiración institucional decanta en la trascendencia de aquello que se va a realizar, no es lo mismo “querer” hacer, que “deber” hacer; de modo que se pudiera pensar que el uso de las TIC en todos los órdenes de la sociedad es una expectativa. Además, la mencionada obligación del deber ser que reflejamos en el párrafo anterior está contenida en las leyes, normas, estatutos, decretos, en los corpus teóricos derivados de procesos de investigaciones, en diseños curriculares; en suma, en lo que Popper (1986) denomina el mundo de los productos mentales.

Ámbito del Mundo del Deber Ser

En el contexto venezolano, el Estado ha promulgado e implementado una serie de políticas públicas que persiguen utilizar todos los componentes esenciales de la plataforma tecnológica para el desarrollo de las TIC en todos los ámbitos de la sociedad, incluyendo el educativo. Políticas que tienen su sustento normativo en los artículos 102, y 103 de la Constitución de la República Bolivariana de Venezuela (1999), los cuales son claros y taxativos al establecer la educación como un derecho humano y bien social, así como el rol docente del Estado Venezolano. Además, el artículo 108 de la precitada Carta Magna establece la inserción de las tecnologías y de los medios de comunicación en esa relación Educación-Estado Venezolano.

Dentro del conjunto de políticas promulgadas, el 10 de mayo del año 2000, como parte del Plan Nacional de Telecomunicaciones 2000-2011, fue promulgado por el Estado Venezolano el Decreto 825, con el cual se declara el acceso y el uso de Internet como política prioritaria para el desarrollo cultural, económico, social y político de la República Bolivariana de Venezuela, según publicación en la Gaceta Oficial No. 36.955 de la Presidencia de la República (<http://www.conatel.gob.ve/wp-content/uploads/2017/01/sobre-internet.pdf>). En este Decreto se incluye como objetivo de la Cultura Digital en el país, fomentar la investigación científica y tecnológica en los diferentes niveles educativos (escuelas, colegios, universidades e institutos de ciencia) y en sectores privados, es decir, se decreta el uso educativo de la Internet en las instituciones escolares. En sus Artículos 5, 7 y 8 se destaca lo siguiente:

Artículo 5º: El Ministerio de Educación, Cultura y Deportes dictará las directrices tendentes a instruir sobre el uso de Internet, el

comercio electrónico, la interrelación y la sociedad del conocimiento. Para la correcta implementación de lo indicado, deberán incluirse estos temas en los planes de mejoramiento profesional del magisterio. (Resaltado nuestro)

Artículo 7º: El Ministerio de Educación, Cultura y Deportes, en coordinación con los Ministerios de Infraestructura, de Planificación y Desarrollo y, de Ciencia y Tecnología, presentará anualmente el plan para la dotación de acceso a Internet en los planteles educativos y bibliotecas públicas, estableciendo una meta al efecto.

Artículo 8º: En un plazo no mayor de tres (3) años, el cincuenta por ciento (50%) de los programas educativos de educación básica y diversificada deberán estar disponibles en formatos de Internet, de manera tal que permitan el aprovechamiento de las facilidades interactivas, todo ello previa coordinación del Ministerio de Educación, Cultura y Deportes.

Como se observa en el Artículo 8, en dicho Decreto se establecía una temporalidad de 3 años, es decir, para el año 2003, el cincuenta por ciento (50%) de los programas educativos de los niveles precedentes al universitario deberían haber estado disponibles en formatos de internet. Lo anterior representa una clara evidencia de la importancia que para el Estado Venezolano ha tenido la virtualización de la educación en el país.

Cuatro años después se promulga el Decreto 3390 (2004), sobre el uso de software con estándares abiertos (también conocido como software libre) en la Administración Pública Nacional, del cual desprendemos dos acciones a destacar. La primera tiene que ver con el Proyecto Canaima Educativo, que inició en el año 2009 y constituye una respuesta al mencionado Decreto 3390 (2004), el cual se inició en el primer grado de educación primaria y progresivamente en los grados siguientes y precedentes al subsistema universitario. La segunda consideración se ubica en el contexto universitario y el empleo de las Plataformas Virtuales de Aprendizaje (PVA) como herramientas de gestión de los procesos didácticos, las cuales permiten alojar, diseñar y gestionar aulas virtuales como apoyo a la presencialidad, en modalidad mixta o virtual; las Instituciones de Educación Universitarias (IEU) fueron incorporando Moodle para tal propósito y en correspondencia con el Decreto sobre el uso del software libre.

También, en el año 2009, se promulga la Ley Orgánica de Educación, la cual establece en su artículo 15 los fines de la educación, contemplando la formación dentro de una perspectiva

integral, mediante políticas de desarrollo humanístico, científico y tecnológico, vinculadas al desarrollo endógeno productivo y sustentable. En el contexto universitario, es necesario mencionar, una propuesta de especial relevancia que, hasta la fecha de redacción del presente artículo, no ha sido promulgada por las máximas autoridades del Ministerio del Poder Popular para la Educación Universitaria (MPPEU). Nos referimos a la Propuesta de Normativa Nacional para la Educación Superior a Distancia (2009), siendo la última versión la presentada a finales del año 2012, la cual recibe el nombre de Propuesta de Normativa para la Educación Universitaria a Distancia (2012).

Como es natural, al estar previsto en la Carta Magna (1999) y en la Ley Orgánica de Educación (2009), las IEU venezolanas están obligadas a utilizar las herramientas tecnológicas digitales en las actividades que le son inherentes como son la docencia, la investigación y la extensión, además de la gestión administrativa. Es por ello que los autores, encontrándonos a finales de la segunda o a principios de la tercera década del siglo XXI, año 2020, inmersos en un contexto socioeducativo diferente al de los años de promulgación del mundo normativo (Popper, 1986) mencionado en los párrafos anteriores, consideramos relevante e importante reflexionar sobre la praxis institucional en este uso didáctico de las TIC en el contexto universitario, tomando como ámbito de análisis (estudio) la función docencia en dos instituciones universitarias venezolanas de distinta naturaleza: una autónoma y otra de gestión privada, ambas ubicadas en la región central del país. Para ello, tomamos como generadoras de dicho análisis las interrogantes: el uso didáctico de las TIC, ¿es realmente una expectativa legal? Si lo fuese, ¿quién es o quiénes son los expectantes?, ¿Está satisfecha esa expectativa? De no ser una expectativa, ¿cómo puede calificarse? En las próximas líneas trataremos de dar respuesta a estas interrogantes.

Ámbito del Mundo Físico

Dentro de su marco de perenne transformación, las TIC han permitido superar condiciones de espacio y tiempo, ofreciendo una amplia gama de recursos interactivos, favoreciendo la flexibilidad que algunos sistemas educativos formales necesitan, convirtiéndose así en propuestas importantes de innovación e inclusión. La conjunción de la informática, la telemática y las comunicaciones obliga a las IEU a promover su uso en todas las actividades vinculadas a la docencia. Obligación que debe responder de manera taxativa, al marco jurídico

promovido por el Estado Venezolano para tal fin y del cual ya hemos disertado de manera sintetizada.

En correspondencia con lo descrito en el apartado anterior, cada IEU del país ha engranado esfuerzos en aras de dar respuesta al ámbito normativo de la nación, presentando así un contexto físico donde cada universidad pretende ubicarse y adaptarse. Esfuerzos que se ubican no sólo a nivel nacional, sino también latinoamericano; es así como un estudio efectuado por la UNESCO (2006), se basó en un informe sobre la Educación Superior en América Latina y el Caribe, que de manera conjunta con el Instituto Internacional para la Educación Superior en América Latina y el Caribe (IESALC), recopilaron datos de cada uno de los países que integran esa región, basándose en estudios propios realizados por investigadores de diversas universidades. Entre ese grupo de investigadores se encontraron Cursi (2005) y Facundo (2005), quienes en conjunto, aportaron características actuales de la educación, problemática vivida en cada país, y a partir de esa información, elaboraron el informe que muestra la realidad de Latinoamérica a fin de desarrollar modelos que permitan el mejoramiento continuo y la elevación del bajo nivel relativo al alistamiento digital; buscando así la inserción de los recursos tecnológicos disponibles como un medio para alcanzar la calidad educativa.

En dicho informe se parte de los roles que debe desarrollar el docente universitario, como una de las piezas fundamentales de la educación. Roles que tal y como lo menciona Facundo (2005), además de las actividades de docencia, investigación, extensión y administración; su tendencia actual es al empleo de tecnologías digitales de información y comunicación en los diferentes procesos y funciones. Además, en dicho informe se establecieron cuatro niveles en función de la naturaleza técnico-pedagógica, aplicables tanto a la digitalización de la educación a distancia como a la presencial, para que de una manera sencilla y rápida se pudiera conocer la realidad del país a estudiar, y saber cuáles ámbitos se deben mejorar para alcanzar la educación virtual ideal.

Considerando a Facundo, se pueden resumir los cuatro niveles de la siguiente manera: **Nivel I:** emplean el computador y otros medios digitales principalmente como vehículo de presentación y entrega de contenidos. **Nivel II:** destaca el uso de herramientas digitales en docencia y se evidencia la virtualización de otras funciones, generalmente en tareas administrativas: inscripción de estudiantes, reportes de notas y certificaciones en línea. Esta etapa es la virtualización de la educación, ya que no se aprecian cambios estructurales en el

currículo o en las pedagogías. **Nivel III:** incorporan el uso de plataformas virtuales para digitalizar e integrar las diversas funciones de la educación universitaria. En docencia hay mayor uso de herramientas digitales, particularmente audiovisuales, pero todavía dentro de modelos pedagógicos e institucionales, el currículo permanece lineal y sin flexibilidad. **Nivel IV:** además del uso de plataformas virtuales que integran las diversas funciones universitarias, se aprecian estructuras curriculares multi-ruta y modelos pedagógicos auto-dirigidos, que es lo que diferencia este nivel del anterior.

Un aspecto a destacar en estos niveles, es que los cambios realmente significativos desde el ámbito curricular sólo están presentes en el nivel IV. Tanto Cursi (2005), como Facundo (2005), coincidían al momento de efectuar sus estudios, que todavía no se disponía en Latinoamérica de auténticas instituciones y programas de educación superior virtual que alcanzaren el nivel IV. Al respecto, señalaron que el mayor porcentaje de instituciones se encontraban apenas en lo que se ha denominado como proceso de virtualización de la educación, es decir, en los niveles I y II.

A pesar de que estos estudios datan de más de una década, es acertado señalar en el caso venezolano, que no todas las IEU están en el mismo nivel de integración digital y para llegar al último nivel, se requiere de emplear las TIC de manera sistemática, organizada y racional en toda la estructura organizacional de las referidas instituciones. Estos niveles taxonómicos permiten analizar la realidad de cada institución universitaria y clasificarla de manera sencilla; revisando la evolución y perspectiva de la educación virtual. Un breve diagnóstico de cada IEU venezolana puede basarse muy bien, en establecer indicadores para cada nivel y en función de ello, determinar en qué posición de “integración digital” se encuentran, pues en correspondencia con el ámbito del deber ser, todos los esfuerzos de las IEU deberían estar enfocados en subir, de manera progresiva, en cada uno de estos niveles de virtualización de la educación universitaria.

De modo general, para ilustrar el uso educativo de las TIC, se describe el contexto específico de una Institución de Educación Universitaria de Gestión Privada (en adelante IEUGP), ubicada en la región central del país. En el año 2004, seis años después de ser autorizada por el Estado Venezolano para compartir su responsabilidad en cuanto a la provisión del derecho humano y bien social que constituye la educación y cuatro años después del Decreto 825 (2000), esta institución de gestión privada creó dentro de su estructura organizacional la Dirección General de Nuevas Tecnologías (en adelante DGNT), para administrar los esfuerzos

en el desarrollo de la infraestructura informática necesaria para impartir educación virtual, mediante la puesta en práctica de un sistema de gestión de aprendizajes, con base en el software libre Moodle, al cual se denominó Acrópolis. Esta fue una decisión institucional de avanzada y de decidida intención de cumplir la corresponsabilidad asignada por el Estado Venezolano en cuanto al uso educativo de las TIC, para tener disponible el servicio educativo provisto en formato de internet.

Desde entonces, esa Dirección se ha responsabilizado por el entrenamiento a los docentes de pregrado y postgrado, en el uso de la mencionada plataforma de aprendizaje. Se dictan talleres, cursos que inicialmente fueron concebidos bajo la modalidad presencial, con sesenta (60) horas de duración, pero debido a la poca receptividad del profesorado hacia este entrenamiento con argumentos de la poca disponibilidad de tiempo para asistir a las sesiones planificadas, se cambió a la modalidad semipresencial o combinada, además de reducir la duración a diez y seis (16) horas, ocho presenciales y ocho virtuales, con la aplicación de la estrategia didáctica aprender haciendo. El criterio de aprobación de dicho curso es el diseño del aula virtual de la unidad curricular bajo responsabilidad del docente o grupo de docentes que comparten esa facilitación de aprendizajes.

Otra decisión gerencial para propiciar la socialización del uso educativo de las TIC en la referida institución, fue la de acreditar como Trabajo de Ascenso en el escalafón universitario el diseño del aula virtual de la unidad curricular facilitada por el o los docentes (hasta máximo dos docentes por trabajo de ascenso), previo cumplimiento de todos los requisitos exigidos, entre ellos la presentación del certificado del Curso de Formación Docente a los docentes que aspiren ascender a partir de la categoría de Profesor Agregado, la presentación del plan de trabajo ante el Consejo Universitario para su aprobación y consecuente entrega del informe correspondiente en el que se plasme el seguimiento de todos los criterios metodológicos y de diseño que conlleva un aula virtual, así como de los criterios científico-técnicos de una investigación aplicada.

Así mismo, se han ejecutado decisiones de orden financiero al pagar honorarios profesionales equivalentes a treinta y dos (32) horas, en el escalafón que ostente el docente, por el diseño de cada aula virtual. Además, en el plan de estudios del Curso de Formación Docente (requisito indispensable para ascender en el escalafón universitario) se incluye la unidad curricular Diseño Instruccional Computarizado, cuyo requisito de aprobación es el diseño de las dos primeras unidades temáticas del programa analítico bajo responsabilidad del docente-

participante. También, se asignó un grupo de cinco docentes con experiencia en el diseño e implantación de aulas virtuales que, voluntariamente, manifestaron su disposición para contribuir en la formación de sus pares académicos en el uso de estrategias virtuales y acompañamiento docente en cada facultad y dirección general, mediante la facilitación de horas semanales, fuera de su carga docente institucional. Todas estas decisiones se tomaron bajo la premisa de ser favorecedoras de la incorporación de las TIC como apoyo a la presencialidad.

Más, en referencia a las IEUGP, se tiene que, en las conclusiones del Simposio titulado: “Uso de las TIC en las Instituciones de Educación Universitaria de Gestión Privada”, realizado en la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad de Carabobo en el marco de la Undécima Expedición EDUWEB 2017, conocida la experiencia de cuatro de las cinco instituciones que operan en la región carabobeña, se destacaron varios aspectos, los cuales se resumen a continuación. Estas instituciones hacen esfuerzos institucionales para acatar la sugerencia de la UNESCO de utilizar las TIC; aplican una concepción integral del uso de la tecnología para apoyar el servicio educativo que ofrecen, es decir, en las actividades de docencia, investigación, extensión y gestión administrativa. El uso de las TIC es fundamentalmente de apoyo a la modalidad presencial, dado que, para el mes de octubre 2017, fecha de realización del Simposio, no estaba todavía aprobada la autorización del Estado, mediante la normativa que regule dicho uso.

Las aulas virtuales, correo electrónico y redes sociales son herramientas tecnológicas de uso común en estas instituciones. La experiencia en cada una de las cuatro instituciones participantes, ha permitido verificar la idoneidad del uso de las TIC para superar las dificultades derivadas del contexto país en el pasado reciente. Además, destacaron que las deficiencias presupuestarias de las IEUGP en un contexto país de economía inflacionaria, limitan la inversión en el desarrollo de aplicaciones educativas de las TIC.

Otras conclusiones del mencionado Simposio están referidas al desconocimiento existente en facilitadores y estudiantes sobre las bondades de las TIC para aprender y mediar en la Era de la Información. Los patrones mentales, resistencia al cambio de facilitadores y estudiantes son obstáculos para aplicar estrategias virtuales de aprendizaje; y como fortaleza se tiene las habilidades y destrezas desarrolladas por el estudiante debido al uso lúdico de la tecnología, lo cual propicia el uso educativo de las TIC.

Por último y no menos importante, destacaron que se hace necesario el apoyo del Estado Venezolano en sus Políticas Públicas para garantizar una buena conectividad y con ello el uso educativo de las TIC. Se consideró igualmente necesaria la aprobación del Reglamento de Educación a Distancia, o la autorización el entonces Ministerio del Poder Popular para la Educación Universitaria, Ciencia y Tecnología, para aplicar la modalidad virtual. Por cuanto el uso de las TIC en las IEUGP es una herramienta organizacional para contribuir con la Nación a lograr objetivos del desarrollo sostenible para 2030 (2015), relacionados con la inclusión, la equidad y el aprendizaje permanente para todos.

Se denota así cómo en el ámbito físico de estas instituciones universitarias, se han desarrollado importantes y notables avances con el fin de tratar de cumplir con el mundo normativo establecido en el ámbito del DEBER SER. No obstante, la diversidad de situaciones que se suscitan a nivel del micro currículo en cada subsistema educativo y, específicamente en cada institución, complejizan aún más la inserción de recursos tecnológicos, derivado de la variedad de factores intervinientes y la diversidad de aristas que se desprenden como consecuencia de pretender su inserción organizacional.

Ámbito del Mundo del Ser

En la sección anterior se mencionó el caso específico de una IEUGP de la región central del país y cómo parte de sus políticas internas, pretenden responder efectivamente al mundo normativo que el Estado Venezolano ha promulgado en las últimas décadas. Es importante mencionar que dicha institución no está autorizada para impartir educación a distancia virtual, por ello ha promovido el uso de estrategias virtuales como apoyo a las actividades presenciales, para superar las dificultades cotidianas de docentes y estudiantes derivadas de las debilidades societales en materia de seguridad y transporte (contexto inseguro y escaso transporte, respectivamente). Así, se redujo, temporalmente, el horario laboral administrativo y se programó el último bloque horario nocturno (8:55 a 10:25 p.m.) para ser cumplido con apoyo de estrategias virtuales. Para lograr esa meta fueron aprobadas en la sesión ordinaria del Consejo Universitario No. 535 de fecha 8 de agosto de 2018, las Normas que Regulan las Actividades Académicas de Apoyo a la Presencialidad, en las cuales se estableció una carga horaria virtual para las unidades curriculares teóricas o teórico-prácticas equivalente hasta un cincuenta por ciento (50%) de la carga crediticia de dicha unidad curricular.

Además, en estricta aplicación de los criterios tecnocurriculares que regulan el diseño, cambio e innovación educativos, la IEUGP tomó, como primera decisión para propiciar el éxito en la aplicación de estas estrategias, entrenar al personal docente, tanto de pregrado como de postgrado, con un Curso Taller denominado Formación de Tutores Virtuales; responsabilidad que fue asignada a la antes mencionada DGNT. Los docentes que asisten al curso Formación de Tutores Virtuales, diseñan las dos primeras unidades programáticas del aula virtual de la unidad curricular bajo su facilitación, requisito de aprobación del mencionado Curso, pero no completan su diseño; por ende, generalmente no emplean el Aula Virtual para apoyar sus actividades de docencia presencial. Si una de las fortalezas del uso de las TIC en el contexto socioeducativo actual es precisamente de orden económico para el docente y el estudiante al evitarse costos de transporte, además de la seguridad en el traslado, surge en los autores la inquietud ¿por qué no se motivan a diseñar completamente su aula virtual?

Una rápida mirada a las estadísticas que posee la DGNT, suministradas por su autoridad directiva, nos evidencia que para el período lectivo 2019-3CR, lapso 4-11-2019 a 19-03-2020, se encuentran parcialmente diseñadas (como se indicó, sólo tienen al menos dos unidades temáticas con material didáctico y actividades instruccionales cargadas) y no aprobadas por el Consejo Universitario, dieciocho (18) aulas en la Facultad de Ciencias Sociales integrada por cuatro escuelas, 8 en la Facultad de Ciencias de la Educación, 7 en la Facultad de Ciencias de la Salud, en la Facultad de Ciencias Jurídicas y Políticas también 7, veintiuno (21) en la Dirección General de Estudios Básicos y Generales, y en la Facultad de Ingeniería, integrada por 7 escuelas un total de sesenta y siete (77).

Ahora bien, en lo que se refiere a las aulas diseñadas, con el guion instruccional aprobado por el Consejo Universitario, y por tanto completamente planificadas con estrategias virtuales, las cifras se reducen y se tienen: 4 de la Dirección General de Estudios Básicos y Generales, 6 en la Facultad de Ciencias Sociales, diez (10) en la Facultad de Ciencias de la Educación y 6 en la Facultad de Ingeniería. Aunado a lo anterior, se constató que algunas de esas aulas tienen una data de creación del año 2005 y 2008, siendo las más recientes del año 2017. Es importante, además, contrastar ese número con el total de unidades curriculares o asignaturas que integran cada carrera, según disposiciones curriculares en materia de Educación Universitaria, el cual asciende a 50 en promedio.

Razones de esta realidad la encontramos en la respuesta de la docente responsable por la planificación y ejecución del curso Formación de Tutores Virtuales, quien a la pregunta ¿A qué factores atribuye que la institución no ha podido lograr el objetivo de incorporar activamente a los profesores a las aulas virtuales como apoyo a la actividad presencial? respondió:

El personal docente puede emplear diversas herramientas virtuales (Aulas Virtuales, Blogs, Google Site, Google Classroom, Hangouts, Skype, Correo Electrónico, entre otros) es decir, no hay una condición obligatoria para usar el aula virtual como estrategia didáctica.

Los profesores que se postulan en los talleres semipresenciales o en línea al aprobar el curso egresan con un 40% del aula virtual diseñada, esto significa que requiere un tiempo adicional a la labor académica para consolidar el producto final, tiempo que no están dispuestos a dar a la institución, señalando además con actitud mezquina que las aulas les pertenecen a la institución y no al que las diseñó.

Los profesores manifiestan en los talleres la necesidad de disponer de un espacio físico para facilitar el acceso a la labor académica de apoyo a la actividad presencial, porque no poseen un computador con acceso a internet.

En algunas ocasiones los profesores presentan debilidades en el manejo de las estrategias de aprendizaje distintas al programa de estudio que imparten; esta situación interfiere al asignar actividades didácticas en el aula virtual.

En ocasiones los profesores manifiestan que realizar la labor académica en las aulas virtuales requiere mayor inversión de tiempo, además de las fallas del servicio eléctrico y la conectividad.

Las facultades a través de los coordinadores curriculares deben solicitar al personal docente un informe de las actividades de apoyo a la presencialidad, pero para lograrlo se debe implementar una normativa que regule, supervise, el control y seguimiento de las actividades académico-administrativas planificadas y cumplidas.

La institución debe disponer de un equipo multidisciplinario para fortalecer la gestión de aulas virtuales para que los expertos en contenido puedan apoyar la labor académica del personal docente.

(Correo electrónico enviado por docente formadora a autor, 04/02/2020, 14:35)

Al analizar estas respuestas observamos factores, en su mayoría, de índole individual del docente aun cuando, también, hay implicaciones institucionales, como son la falta de monitoreo, de acompañamiento virtual al docente, la conformación de un equipo de expertos en contenido y en diseño instruccional, entre otros. No obstante, debe señalarse que en la referida IEUGP, en

trabajo mancomunado con su Coordinación de Redes y Telecomunicaciones, se han destinado dos laboratorios de informática a disposición del personal docente para realizar las acciones administrativas y académicas que requieran el apoyo logístico computacional, pero los mismos son empleados por los docentes, fundamentalmente, para la transcripción de calificaciones y cierre de actas, no como apoyo virtual a las actividades didácticas presenciales.

Cabe destacar que, uno de los autores de este artículo se desempeñó como facilitador en el entrenamiento al personal docente. Desde el Rectorado de la institución se le hizo entrega del horario correspondiente con la lista de profesores participantes en el taller. Se le informó que el Decano de la facultad había notificado a sus docentes la importancia de la actividad y que éstos habían manifestado su disposición a participar. Más la realidad fue:

[...] al llegar a los laboratorios asignados NINGÚN PROFESOR LLEGÓ. Le manifesté mi obvio descontento al decano pues no era la primera vez que sucedía. Lo que logró decirme (tal vez como buscando excusar a los docentes) fue que los horarios de clase se lo impedían, que siempre andaban muy ocupados con otras labores en la universidad. (Conversación autor-docente formadora, 2020)

Lo descrito en los párrafos anteriores, aunado a la inasistencia de los docentes a las horas de formación pautadas por la DGNT o con sus pares académicos voluntarios para cooperar en su entrenamiento como tutores virtuales, puede ayudar a comprender, por ejemplo, la solicitud elevada al Consejo Universitario de esta institución, de eliminar la carga virtual en una unidad curricular de carácter teórico, por parte de docentes de dilatada trayectoria y de la tercera edad no familiarizados con las TIC, bajo el argumento siguiente:

[...] los contenidos programáticos de las mencionadas asignaturas fueron diseñados para el modo presencial, es evidente que su presentación y discusión en persona, alumno-docente, resulta en mejor comprensión y manejo de los conceptos e interrelaciones de información de elevada importancia e interés. (Correspondencia de fecha 18/11/2019)

Es necesario informar que este docente, a pesar de su trayectoria laboral de años en la Institución, no ha realizado alguna de las actividades planificadas para entrenar a los profesores, tal vez porque como lo indicó una docente formadora en el diseño de aulas virtuales: “*muchos profesores no veían cómo usar aulas virtuales los ayudaría en sus profesiones*” (Conversación

docente-autor), o porque “*muchos de esos docentes no se tomaban esta formación en aulas virtuales en serio*” (Conversación docente-autor).

Más, la educación virtual no consiste en trasladar la planificación presencial a un formato digital. Por el contrario, se trata de aprovechar las fortalezas de la comunicación asíncrona para lograr aprendizajes y la flexibilidad espacio-tiempo que estos entornos promueven. Ello requiere el dominio del docente no sólo del área de conocimiento bajo su responsabilidad sino de teorías sobre el aprendizaje, diseño de la instrucción, manejo de la herramienta a utilizar, así como la disposición del estudiante para aprender de manera autónoma, entre otros aspectos.

La misiva referida en los párrafos precedentes cierra con la premisa de que con la educación presencial se ofrece a los estudiantes una mejor y más completa docencia. El argumento esgrimido nos indica el desconocimiento en materia de educación asistida por recursos telemáticos, así como de la gama de medios digitales para enriquecer la docencia universitaria, disponibles a finales de la segunda década del siglo XXI. Por otra parte, nos preguntamos, ¿acaso la educación con apoyo virtual es peor e incompleta? ¿Es, entonces, acertada la expresión de Marín y Cabero (2010) al afirmar que las instituciones universitarias son del siglo XIX, los docentes del siglo XX y los estudiantes del siglo XXI? En este orden de ideas, debemos informar que al preguntar a un estudiante de la IEUGP si consideraba que los estudiantes eran capaces de aprender por sí mismos con la orientación recibida en un aula virtual respondió negativamente, debido a la necesidad que se tenía de interactuar con el docente a los fines de comprender los procesos inherentes a la unidad curricular de su área de formación, jurídica en este caso específico.

En consecuencia, predominan de manera notable y destacada, los esquemas presenciales tradicionales y magistrales de la docencia universitaria, en la cual el docente imparte el conocimiento y el estudiante, cotidianamente llamado alumno, lo recibe, generando un proceso comunicativo unidireccional, impropio de la Sociedad de la Información y del Conocimiento, lo cual desdice mucho de la realidad social actual, caracterizada por la hiperconexión y la diversidad de herramientas tecnológicas disponibles para mediar procesos didácticos.

Pudiera aducirse que la disyuntiva presentada en el ámbito de los esquemas mentales de docentes y estudiantes reside, en el caso del presente documento, por el hecho de hacer referencia, exclusivamente, a una IEUGP. No obstante, a continuación describiremos datos y estudios efectuados en una Universidad Nacional, ubicada también en la región central del país,

la cual formó parte de las mesas de trabajo organizadas por la Oficina de Planificación del Sector Universitario (OPSU) para el diseño del Proyecto Nacional de Educación a Distancia, iniciado a mediados del año 2007 y llevado a cabo por el Ministerio del Poder Popular para la Educación Superior (actualmente Educación Universitaria).

En las referidas mesas de trabajo se contemplaron aspectos vinculados a la formación de docentes y estudiantes, diseño de cursos, tecnología y normativa; siendo uno de sus principales resultados la Propuesta de Normativa para la Educación Universitaria a Distancia, de la cual ya hicimos alusión en la sesión correspondiente al mundo normativo. En los años siguientes, la referida Universidad Nacional realizó proyectos pilotos para el uso adecuado de las tecnologías en ambientes educativos reales, con la finalidad de medir el beneficio y el impacto de esta modalidad en su realidad universitaria; para lo cual dispone de una Dirección de Tecnología Avanzada (DTA) que realiza la coordinación de cada proyecto conjuntamente con la Dirección TIC de cada Facultad.

Es así como, a modo ilustrativo, tenemos el caso de una experiencia ejecutada en una de sus Facultades, basada en un Curso Introductorio cuyo objetivo fue promover el acceso a un grupo de bachilleres que habían sido excluidos de la Educación Superior, proponiendo mejorar los procesos de inclusión con aspectos de calidad y cambios pedagógicos. Todo ello, a través de la realización de diferentes actividades programadas bajo la modalidad de Educación a Distancia y con apoyo de las TIC, a fin de concienciar a todos los involucrados en la filosofía educativa que se imparte en esta institución, procurando cumplir a cabalidad los lineamientos de la educación universitaria venezolana. (Proyecto Génesis, 2009). A pesar de que este Proyecto no presentó continuidad, motivado a diversos factores, el mismo representó un cambio innovador en la institución, pues incrementó en la comunidad estudiantil y profesoral la necesaria formación y preparación en el uso didáctico de los recursos tecnológicos de avanzada (Goncalves, 2009). Estas aseveraciones se realizaron ya que uno de los autores del presente artículo se desempeñó como miembro de la mesa técnica del precitado proyecto y, además, coordinador de una asignatura de su Curso Introductorio.

Si bien, el proyecto precitado fue a nivel de pregrado, en el ámbito de postgrado de la precitada institución (Goncalves, 2011) también emergen evidencias de que la integración curricular de las TIC en la educación universitaria es un proceso complejo, por la diversidad de factores involucrados. Es así como, una experiencia previa centrada en la alfabetización de los

profesores del postgrado de la facultad referida (Páez, 2008), dejó planteada la necesidad de estudiar el papel de factores intervinientes como la motivación, entusiasmo, actitud hacia la educación asistida por Internet y la presencia de patrones mentales tradicionales, lo cual pudo haber influido en la deserción que se presentó en esta experiencia. De manera incuestionable, un elemento que cobra rol protagónico en estas experiencias sistematizadas (Páez y Arreaza, 2013; Arreaza, Páez y De Sousa, 2013), se vincula directamente a la afectividad de los corresponsables del acto didáctico.

Se percibe, entonces, como cada institución universitaria, ya sea pública o privada, en atención al mundo normativo venezolano en el cual se insertan y, atendiendo además a sus propias particularidades funcionales y del contexto inmediato; han desarrollado una serie de acciones y políticas internas; que en términos generales tienden a ser análogas en cuanto a los procedimientos y resultados obtenidos. Resultados que generalmente evidencian la resistencia al cambio de algunos actores clave en estos procesos de innovación universitaria, es así como Goncalves (2018) indica que dicha resistencia es común en este tipo de instituciones, por cuanto la cultura tecnológica de la educación universitaria tradicional puede obstaculizar el desarrollo de experiencias educativas innovadoras, ya que prevalece una predisposición no favorable al uso de algunos recursos digitales.

¿Expectativa o Aspiración Institucional?

En las secciones anteriores hemos presentado los tres ámbitos que explanan los mundos Popperianos (Popper, 1986), y las expectativas o aspiraciones de logro al incorporar las TIC en las IEU, para garantizar su uso didáctico de manera efectiva y pertinente. Se percibe de manera diáfana, como en los casos de las instituciones universitarias a las cuales se hizo referencia en el presente artículo y, considerando los niveles taxonómicos de la educación virtual universitaria presentados por Facundo (2005); que dichas instituciones cumplen con los niveles I y II, escasamente presentan algunos rasgos del nivel III.

Si bien la normativa nacional que rija los estudios universitarios a distancia no está promulgada por las autoridades competentes, son evidentes las notables acciones que las instituciones universitarias realizan en adecuar sus estructuras y funcionamientos, para insertar el uso didáctico de las TIC, ya sea como apoyo a la presencialidad o bajo modalidades mixtas. Entonces, la aspiración institucional es más que evidente, tanto el Estado Venezolano como las IEU han realizado esfuerzos para este fin; sin embargo, la disyuntiva está presente en la

expectativa social, específicamente en los docentes y estudiantes que hacen vida en las universidades. La aspiración institucional permite percibir que las universidades presentan algunos rasgos de una organización digitalmente inteligente, para lo cual Goncalves (2015) indica que una organización digitalmente inteligente se caracteriza por el uso inteligente de la tecnología digital, funcionando como una estructura integrada que trabaja de manera sinérgica en un todo, en un proceso que no implica modificar todas sus estructuras, sino aprender a gestionarlas bajo parámetros diferentes.

Sin embargo, el análisis no puede limitarse al ámbito organizacional, es necesario dirigir la mirada reflexiva a los responsables del acto didáctico: docentes y estudiantes; ya que constituyen el marco de acción real y puesta en práctica de los mundos físico y normativo, aludiendo a la concepción Popperiana (Popper, 1986). Esto nos permite comprender si realmente existen expectantes y quiénes son; ya que además de los aspectos aptitudinales referidos a la formación y preparación, tenemos los aspectos actitudinales que desencadenan en estos actores, un conjunto de acciones y hechos que de manera indefectible pueden favorecer o inhibir la inserción efectiva de las TIC en la didáctica universitaria. Estamos en presencia de lo que Goncalves (2015) intitula como Afectividad Digital, para lo cual menciona que se trata del conjunto de sentimientos, emociones y pasiones de una persona, vinculados con los aspectos actitudinales y volitivos que en el contexto educativo se estudian bajo el contexto de la motivación. Además, Goncalves señala que el componente afectivo del docente y del estudiante se interrelacionan, en un proceso de realimentación constante, en el que la motivación y la corresponsabilidad son factores de incidencia permanente en tales interrelaciones; la meta siempre estará establecida en alcanzar la autorrealización de los implicados en el acto educativo.

Avanzando un Cierre Reflexivo

En términos Popperianos (1986) pudiéramos decir que se han producido cambios en el proceso educativo, resultado de innovaciones tecnológicas y, por tanto, en el mundo de los productos mentales (creación de la Internet, leyes, decretos, normativas, diseños curriculares), en el mundo físico institucional (desarrollo de plataformas virtuales de aprendizaje, diseño del aula virtual por el facilitador), pero no en los estados mentales de los actores, estudiantes y docentes (motivación, actitud y responsabilidad compartida ante la herramienta tecnológica).

Por ello, el estudiante aún no se hace responsable por su propio aprendizaje como debe ser en la educación en línea, modalidad en la cual es una condición indispensable la puesta en

práctica de las habilidades cognitivas de pensamiento y apertura mental que se posean (Sanz de Acedo, 2010) para gestionar el conocimiento de modo individual y colectivo, en colaboración con sus pares académicos. La reciente declaración a un diario digital de la región de un grupo de estudiantes rechazando el uso de la modalidad virtual para garantizar la prosecución de los estudios, instrucción emanada del Ministerio del Poder Popular para la Educación Universitaria Venezolano y como tal asumida por la IEUGP (<https://www.el-carabobeno.com/estudiantes-de-la-ujap-exigen-aplazar-inscripcion-y-rechazan-clases-100-virtuales/>), pone de manifiesto el camino aún por recorrer en cuanto al uso didáctico de las TIC, ya que los estudiantes en su declaración manifestaban “*su rechazo al cronograma de inscripción impuesto por las autoridades y el plan de estudio a distancia, el cual propone que los estudiantes cursen su nuevo semestre a través de la plataforma Acrópolis 100% virtual.*” (17-03-2020) (Resaltado nuestro).

Pero tampoco se observa en los docentes un cambio actitudinal favorable hacia el uso didáctico de las TIC, por cuanto no se evidencia el entusiasmo, la motivación para hacer de su docencia una actividad motivadora, creativa y diversa; en consonancia con la vigente Sociedad de la Información y del Conocimiento, sino la tendencia es a repetir sus patrones de enseñanza y permanecer en su zona de confort. Ya lo indicaba una docente formadora en TIC:

Los que en algún momento se atrevieron a hacerlo, lo hicieron “por cumplir un requisito de la cátedra” y “por salir de eso”. No lo hicieron de manera amplia, sino que hicieron de sus espacios de trabajo repositorios de tareas y materiales digitalizados. Otros (docentes) [...] quizás por no dejar de hacer lo que han venido haciendo desde hace tiempo. (Conversación docente-autor, 2020)

Es notorio que las IEU venezolanas han reajustado sus estructuras y políticas internas en aras de garantizar la inserción efectiva y eficiente de las TIC en sus labores de docencia, investigación, extensión y gerencia. Nos referimos a su capacidad autopoietica (Maturana y Varela, 2003) que las obliga a reinventarse, transformarse y evolucionar. Pero, tal y como lo indicamos previamente, si los estados mentales de sus principales actores no están en sintonía o correspondencia con estos procesos de evolución y transformación, todo queda subyugado a una aspiración de las IEU y no se corresponde a las expectativas que todos sus actores deberían poseer, en pro del bien común, el progreso y el bienestar social.

Los beneficios que se pueden obtener a través del uso eficiente y eficaz de las TIC en cualquier ámbito de la sociedad, es una realidad de constante y permanente presencia. A modo

ilustrativo tenemos que el presente artículo fue totalmente estructurado superando las barreras geográficas de localización física de sus autores, gracias a una herramienta informática denominada Google Drive, parte de la suite gratuita que proporciona Google. Aunado a lo anterior, una situación sobrevenida a nivel mundial, tal y como lo constituye una pandemia de vertiginosa propagación, en la cual la reducción de la movilidad social es factor vital para frenar esa propagación; constituye una demostración fehaciente de cómo la diversidad de herramientas y recursos que ofrecen las TIC ha sido tomada como alternativa de Estado para proseguir las actividades de formación académica formal en distintos niveles y modalidades del sistema educativo, como es el caso de Venezuela y algunos estados de Estados Unidos de Norteamérica.

Esta experiencia nos anima a continuar indagando sobre las bondades didácticas de las TIC, cumpliendo así con el componente investigativo, en alianzas estratégicas interinstitucionales en Educación Universitaria, con lo cual ninguna Universidad se quedaría atrás y contribuiríamos con las acciones aceleradoras a ser desplegadas para alcanzar los Objetivos del Desarrollo Sostenible (2015), por cuanto, como bien se ha expresado, la educación es el sustrato viabilizador de los diecisiete objetivos formulados.

Referencias

- Arreaza, E; Páez, H y De Sousa, L. (2013). *Educación en valores mediante sistemas de gestión de aprendizaje*. Ponencia presentada en la Novena Expedición Eduweb 2013: TIC, Educación y Formación. Universidad de Carabobo, Valencia, Venezuela.
- BBC (18/10/2018) *Carne in vitro: la empresa que produce pollo sin matar un solo animal*. Recuperado de: <https://www.bbc.com/mundo/noticias-45897953>
- Curci La Rocca, R. (2005). *Diagnóstico de la Educación Superior virtual en Venezuela*. Caracas: IESALC- UNESCO, IPASME. Recuperado de: www.iesalc.unesco.org.ve
- Constitución de la República Bolivariana de Venezuela (1999). Gaceta Oficial de la República Bolivariana de Venezuela, 36.860, diciembre 30, 1999.
- Decreto 3390. Publicado en Gaceta Oficial del 23 de diciembre del 2004, Número 336.626. Caracas. Venezuela. Recuperado de: <http://www.tic.siteal.iipe.unesco.org/normativa/1207/decreto-ndeg825-may2000-acceso-y-el-uso-de-internet-como-politica-prioritaria-para-el>
- El Carabobeño. (17-03-2020). *Estudiantes de la UJAP exigen aplazar inscripción y rechazan clases 100% virtuales*. Recuperado de: <https://www.el-carabobeno.com/estudiantes-de-la-ujap-exigen-aplazar-inscripcion-y-rechazan-clases-100-virtuales/>
- El Economista.es. (07/02/2017). *Cuero cultivado desde células: la alternativa real para quienes no quieren usar pieles de animal*. Recuperado de:

<https://www.economista.es/economia/noticias/8136561/02/17/El-cuero-biotecnologico-la-alternativa-real-para-quienes-no-quieren-usar-pieles-de-animal.html>

- Facundo, A. (2005). *Tecnologías de Información y Comunicación y Educación Superior Virtual en América Latina y el Caribe: Evolución, Características y Perspectivas*. Bogotá: Los Libertadores/IESALC.
- Goncalves, N. (2009). *¿Es posible la Integración Curricular de las TIC en la Educación Superior Venezolana? Una Experiencia con el Proyecto Génesis*. Ponencia presentada en la Sexta Expedición Eduweb 2009. "TIC, Educación e Inclusión". Universidad de Carabobo. Valencia, Venezuela.
- Goncalves, N. (2011). *La Plataforma Virtual Moodle y los Edublogs: Una Combinación para la Educación Superior*. Ponencia presentada en la VII Jornadas Nacionales de Investigación Humanística y Educativa: Visiones para un Pensamiento en Libertad. Universidad Católica del Táchira. San Cristóbal, Venezuela.
- Goncalves, N. (2015). *Principios para un Modelo Integrador de las Tecnologías de Información y Comunicación al Currículo de la Educación Universitaria Venezolana*. Tesis Doctoral. Universidad Nacional Experimental de las Fuerzas Armadas. Caracas, Venezuela.
- Goncalves, N. (2018). Educación Universitaria Conectivista en Tiempos Inciertos. *Revista Ciencias de la Educación*. Volumen 28 No 51, enero-junio 2018, pp 306-325.
- Joyanes, L. (1997). *La Cibersociedad. Los Retos Sociales ante un Nuevo Mundo Digital*. Madrid: McGraw-Hill Interamericana de España S.A.U.
- Ley Orgánica de Educación (2009). Publicada en Gaceta Oficial N° 5.929, del 15 de agosto del 2009.
- Marín D., V. y Cabero A., J. (2010). *Del conocimiento del estudiante universitario sobre las herramientas 2.0*. Anales. Vol. 10, N° 2 (Nueva Serie), 2010: 51-74 [archivo PDF]. Recuperado de: https://www.researchgate.net/publication/233926344_Del_conocimiento_del_estudiante_universitario_sobre_las_herramientas_20
- Maturana, H. y Varela, F. (2003). *De máquinas y seres vivos. Autopoiésis: la organización de lo vivo*. 6ta ed. Buenos Aires: LUMEN.
- Ministerio del Poder Popular para la Educación Superior (2009). *Propuesta de Normativa para la Educación Superior a Distancia*. Recuperado de: <http://www.vracad.usb.ve/sites/default/files/EaD/Proyecto%20Nacional%20de%20ES%20a%20distancia.pdf>
- Ministerio del Poder Popular para la Educación Universitaria (2012). *Propuesta de Normativa para la Educación Universitaria a Distancia*. Recuperado de: <http://ead.opsu.gob.ve/>
- Nagata, K. (2020). *The Japan Times. It's a car. It's a plane. No, it's NEC's personal quadcopter* (05-08-2019). Recuperado de: <https://www.japantimes.co.jp/news/2019/08/05/business/car-plane-no-necs-personal-quadcopter/#.XUovw1X7RGE>

- Organización de Naciones Unidas (2015). *Objetivos del Desarrollo Sostenible*. 25 de septiembre. Recuperado de <https://www.un.org/sustainabledevelopment/es/objetivos-de-desarrollo-sostenible/>
- Páez, H. (2008). Alfabetización digital para docentes de postgrado. *Revista Paradigma*. [on line]. dic. 2008, vol.29, no.2. p.7-34. Recuperado de: http://www.scielo.org.ve/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1011-22512008000200002&lng=es&nrm=iso
- Páez, H. y Arreaza, E. (2013). Criterios para valorar la actuación competente del docente mediador en la era digital. *Revista de Tecnología de Información y Comunicación en Educación*. Volumen 7 No 2, julio-diciembre 2013, pp 23-36.
- Popper, K. (1986). *El Universo Abierto*. Madrid. España: Editorial Tecnos.
- Prensky, M (2001) *Digital Natives, Digital Immigrants*. NCB University Press, Vol. 9 No. 5, October.
- Plan Nacional de Telecomunicaciones 2000-2011. *Hacia la sociedad del conocimiento*. Documento en línea. Recuperado de: <http://lae.princeton.edu/catalog/009nj#?c=0&m=0&s=0&cv=0&z=-0.3003%2C0.4491%2C1.7469%2C2.0617>
- Presidencia de la República Bolivariana de Venezuela (2000). *Decreto 825*. Gaceta Oficial No. 36.955 de fecha 22 de mayo. Recuperado de: <http://www.conatel.gob.ve/wp-content/uploads/2017/01/sobre-internet.pdf>
- Proyecto Génesis (2009). *Informe Curso Introductorio 2008-2009. Programa de Formación de Recursos Adicionales bajo la Modalidad Semipresencial y Virtual*. Facultad de Ciencias de la Educación, Universidad de Carabobo.
- Real Academia Española. *Diccionario de la lengua española*. Edición del tricentenario. Recuperado de: <https://dle.rae.es/expectativa?m=form>
- Real Academia Española. *Diccionario de la lengua española*. Edición del tricentenario. Recuperado de: <https://dle.rae.es/deber?m=form>
- Sanz de Acedo, M.L. (2010). *Competencias cognitivas para la educación superior*. Madrid: NARCEA, S.A. de Ediciones.
- Siemens, G. (2004). *A Learning Theory for the Digital Age*. Elearnspace. Everything elearning. Recuperado de: <http://www.elearnspace.org/Articles/connectivism.htm>
- UNESCO (2006). *Informe sobre la Educación Superior en América Latina y el Caribe. 2000-2005. La Metamorfosis de la Educación Superior*. Instituto Internacional de la UNESCO para la Educación Superior en América Latina y el Caribe (IESALC).
- Universidad de Carabobo (2017). *Undécima Expedición EDUWEB. TIC y Políticas Públicas en Educación. Su incidencia en el aula de clase*. Facultad de Ciencias de la Educación, Bárbula, 18 al 20 de octubre.
- Universidad José Antonio Páez (2018). *Normas que Regulan el Uso de las Estrategias Virtuales como Apoyo a la Presencialidad*. Consejo Universitario No. 535 de fecha 8 de agosto de 2018.

Enseñanza del Cálculo Diferencial e Integral y Análisis de Errores: Contribuciones a los procesos de enseñanza y aprendizaje

Carmen Teresa Kaiber¹

carmen_kaiber@hotmail.com

<https://orcid.org/0000-0003-1883-230X>

Priscila Augusta de Quadros Scott Hood¹

prihood@gmail.com

<https://orcid.org/0000-0002-9496-397X>

¹Universidade Luterana do Brasil (ULBRA)

Canoas, Brasil

Recibido: 07/05/2020 Aceptado: 22/05/2020

Resumen

Este artículo presenta análisis, discusiones y reflexiones sobre el potencial del análisis de errores en la identificación de dificultades presentadas por los estudiantes de Cálculo Diferencial e Integral como una forma de organización y planificación favorables al trabajo en esta área del conocimiento, considerando los datos que surgieron de la investigación titulada "Cálculo Diferencial e Integral: una propuesta de monitoreo *en línea* en el *Facebook*". La investigación cualitativa se basó en aspectos teóricos sobre la naturaleza de las dificultades en el aprendizaje del Cálculo e hipótesis del análisis de errores. Los datos se tomaron tomándose en cuenta la producción de los estudiantes al realizar una prueba de Cálculo y se los analizaron con un protocolo creado considerando construcciones propias de la investigación en el análisis de errores. Con respecto a las posibles dificultades en el aprendizaje, observadas a partir del análisis realizado, destacamos aquellas que están vinculadas a aspectos conceptuales relacionados con la resolución de derivadas por definición por límite, así como a procedimientos relacionados con conceptos y propiedades elementales dentro del ámbito de Matemáticas. Finalmente, se destacan aspectos de un proyecto desarrollado que considere los errores y dificultades identificados, como posibilidad de articulación de un trabajo estructurado basado en ellos.

Palabras clave: Aprendizaje de Cálculo Diferencial e Integral. Análisis de Errores, Errores en el Cálculo de Derivadas.

O Ensino do Cálculo Diferencial e Integral e a Análise de Erros: contribuições para os processos de ensino e aprendizagem

Resumo

Este artigo apresenta análises, discussões e reflexões sobre potencialidades da análise de erros na identificação de dificuldades apresentadas por estudantes de Cálculo Diferencial e Integral como caminho para a organização e planejamento favoráveis ao trabalho nessa área de conhecimento, considerando dados que emergiram da investigação intitulada "Cálculo Diferencial e Integral: uma proposta de monitoria *online* no *Facebook*". A investigação, de base qualitativa, fundamentou-se em aspectos teóricos sobre a natureza de dificuldades no estudo do Cálculo e pressupostos da análise de erros. Os dados foram tomados considerando a produção de estudantes ao realizarem uma prova de Cálculo e foram analisados com protocolo criado considerando constructos próprios da pesquisa em análise de erros. No que se refere as

potenciais dificuldades na aprendizagem, observadas a partir da análise realizada, destaca-se as que estão atreladas a aspectos conceituais referentes a resolução de derivada pela definição por limite, bem como a procedimentos relacionados a conceitos e propriedades elementares no âmbito da Matemática. Por fim, se coloca em destaque aspectos de um projeto desenvolvido considerando os erros e dificuldades identificados, como possibilidade de articulação de um trabalho estruturado a partir dos mesmos.

Palavras chave: Aprendizagem do Cálculo Diferencial e Integral, Análise de Erros, Erros no Cálculo de Derivadas.

The Teaching of Differential and Integral Calculus and the Analysis of Errors: Contributions to the Teaching and Learning Processes

Abstract

This article presents analyses, discussions and reflections on the potential of error analysis to identify students' difficulties in Differential and Integral Calculus as a form of organization and planning that are favourable to work in this area of knowledge, considering data that emerged from the investigation entitled "Cálculo Diferencial e Integral: uma proposta de monitoria *online* no *Facebook*" (Differential and integral calculus: a proposal for online tutoring on Facebook). The qualitative research was based on theoretical aspects on the nature of difficulties in calculus and assumptions of error analysis. The data were collected considering the students' production when doing a Calculus examination and were analyzed with a protocol created considering constructs proper to the research in error analysis. Regarding the potential difficulties in learning observed from the analysis carried out, we highlight those that are bound to conceptual aspects related to the resolution of derivative by the limit definition, as well as procedures related to elementary concepts and properties within the scope of mathematics. Finally, we highlight aspects of a project developed considering the errors and difficulties identified, as a possibility of articulation of a structured work based on them.

Keywords: Differential and Integral Calculus Learning, Error Analysis, Errors in Derivative Calculation.

Introdução

O Cálculo Diferencial e Integral é uma área de conhecimento que se ocupa da análise de fenômenos quantificáveis que envolvam uma relação funcional entre grandezas, sejam elas físicas ou matemáticas, as quais podem ser descritas por meio de palavras, dados numéricos, gráficos e modelos matemáticos (Anton, 2006). Possui caráter integrador, articulando uma série de conceitos advindos de outras áreas da Matemática, tais como aritmética, álgebra e geometria, na busca pela solução de problemas fundamentais das mais diversas áreas do conhecimento científico humano que tratam de questões relacionadas às ideias de variabilidade e movimento (Rezende, 2003).

Seu estudo se faz presente em diferentes cursos do ensino superior da área científica e tecnológica e demanda dos estudantes o domínio de conhecimentos matemáticos abordados

desde a educação básica, em especial no Ensino Médio. Em tais cursos, o tratamento dado aos objetos matemáticos no âmbito de um componente curricular voltado ao estudo do Cálculo Diferencial e Integral possui caráter formal, buscando atingir um nível de rigor mais profundo, para o qual nem sempre os estudantes que ingressam em cursos superiores estão preparados (Barufi, 1999). Enquanto que, em nível médio, por exemplo, os estudantes precisam trabalhar com noções básicas sobre funções, identificando e representando modelos funcionais, aplicando tais modelos em situações-problema elementares, ao estudarem Cálculo, é necessário aprofundar essa noção e os modelos funcionais em um grau de rigor maior, aplicando-os na solução de problemas nem sempre triviais, utilizando diferentes conhecimentos e procedimentos matemáticos, os quais nem sempre foram bem desenvolvidos em sua formação na educação básica.

Investigações apontam que o aprofundamento no trabalho com o Cálculo leva os estudantes a apresentarem dificuldades no andamento de seus estudos (Artigue, 1995; Barufi, 1999; Cury, 2008; Rezende, 2003, Reis, 2001). No contexto educacional brasileiro, tais dificuldades têm conduzido os estudantes a apresentarem baixo rendimento o que, segundo Oliveira e Raad (2012), contribui para o fortalecimento de uma cultura escolar de reprovação, na qual altos índices de retenção em componentes curriculares voltados ao estudo do Cálculo são vistos com normalidade por estudantes e, até mesmo, por professores.

Nesse contexto, se considera pertinente e importante investigações que busquem identificar e analisar a natureza e ordem das dificuldades apresentadas, na busca de elementos os quais permitam intervir nos processos de ensino e aprendizagem estabelecendo condições e ambientes favoráveis ao desenvolvimento dos estudantes. Particularmente, destacam-se no presente artigo discussões e reflexões sobre o potencial da identificação e análise de erros apresentados por acadêmicos ao estudarem Cálculo, com vistas a encontrar caminhos e práticas que os instrumentalizem para o enfrentamento das dificuldades que venham a se apresentar. Nesse sentido, pesquisadores como Bisognin, Fioreze e Cury (2007), Cury (2008), Cury, Bisognin E. e Bisognin V. (2009), Cury e Cassol (2004), Del Puerto, Minnaard e Seminara (2006), Movshovitz-Hadar, Zaslavsky e Inbar (1987), Pereira Filho, Kaiber e Lélis (2012) têm realizado investigações na área, os quais buscam aprofundar as discussões a partir de realidades locais.

Os argumentos e justificativas apresentados deram suporte ao desenvolvimento de uma pesquisa que teve como objetivo investigar a utilização do *Facebook* na constituição e implementação de uma proposta de monitoria *online* de Cálculo Diferencial e Integral de funções de uma variável, em uma Universidade privada da Região Metropolitana de Porto Alegre/RS, Brasil, adotando suportes teóricos referentes à análise de erros para a identificação de erros recorrentes cometidos pelos acadêmicos com vistas a estabelecer estratégias para um trabalho de apoio aos mesmos. O desenvolvimento e resultados dessa investigação encontram-se em Scott Hood (2018) e Scott Hood e Kaiber (2017a, 2017b, 2018a, 2018b).

Assim, no âmbito da investigação produzida, apresentam-se aqui, discussões e reflexões sobre as potencialidades da análise de erros na identificação de dificuldades apresentadas por estudantes de Cálculo como caminho para a organização e planejamento favoráveis ao trabalho com a disciplina. Tais discussões e reflexões são encaminhadas a partir de uma análise realizada em um conjunto de provas de estudantes de Cálculo de uma instituição particular de Ensino Superior, local onde a investigação foi conduzida. Foi tomando como aporte teórico as naturezas das dificuldades encontradas no estudo do Cálculo Diferencial e Integral, segundo literatura em parte já destacada, e protocolo da análise de erros com base em Movshovitz-Hadar, Zaslavsky e Inbar (1987).

No que segue, apresenta-se uma discussão sobre aspectos da natureza das dificuldades encontradas no estudo do Cálculo, bem como de pressupostos teóricos da Análise de Erros.

Dificuldades no Estudo do Cálculo Diferencial e Integral

Oliveira e Raad (2012) apontam que são muitos os pesquisadores que, ao longo das últimas décadas, desenvolveram investigações relacionadas aos processos de ensino e aprendizagem do Cálculo Diferencial e Integral, como já apresentado. Destacam que parte significativa desses trabalhos se relaciona com as dificuldades de aprendizagem enfrentadas por estudantes em diferentes níveis de ensino, buscando identificar se as causas de tais dificuldades são de natureza didática ou epistemológica, embora se considere que as mesmas estão relacionadas, tal como destacado por Rezende (2003).

Barufi (1999) pondera que as diferentes perspectivas de ensino adotadas pelos professores de Cálculo se enquadram entre dois paradigmas de abordagem: o histórico e o lógico-formal. Segundo a autora, um ensino organizado a partir de uma abordagem histórica

considera a ordem cronológica de desenvolvimento dos conceitos, buscando apresentá-los a partir de problematizações que remetam ao contexto histórico no qual tais conceitos foram concebidos. Por outro lado, destaca que em uma abordagem baseada no padrão lógico-formal, a ordem de apresentação dos conceitos se baseia em uma sequência que preza por uma lógica interna sem, necessariamente, considerar o processo histórico. No Quadro 1 é dado destaque como a autora entende que o ensino de Cálculo se organiza considerando as mencionadas abordagens.

Quadro 1: Paradigmas de abordagem do Cálculo Diferencial e Integral

ABORDAGEM HISTÓRICA	ABORDAGEM LÓGICO-FORMAL
1. Integração através de problemas envolvendo área (quadratura), volume (cubatura), comprimento de arco (retificação).	1. Os números reais.
2. Diferenciação através de problemas de tangentes, valores extremos, normais e curvatura.	2. Funções elementares.
3. Unificação do Cálculo Integral e do Cálculo Diferencial por meio do Teorema Fundamental do Cálculo.	3. Limites.
4. Equações Diferenciais Ordinárias.	4. Diferenciação.
5. Desenvolvimento de notações e símbolos.	5. Estudo detalhado de funções de uma variável.
6. Conceito de função.	6. Integração.
7. O conceito de quantidades infinitamente pequenas, indivisíveis e quantidades divisíveis <i>ad infinitum</i> .	7. Teorema Fundamental do Cálculo.
8. O abandono eventual dos infinitésimos e a determinação do conceito de limite como conceito fundamental do Cálculo.	8. Equações Diferenciais Ordinárias.
9. Os números reais.	-

Fonte: Adaptado de Barufi (1999, pp. 158-159).

Em suas pesquisas, considerando a análise de um conjunto de 17 livros de Cálculo Diferencial e Integral, a autora identificou uma acentuada predominância do padrão lógico-formal, sendo a abordagem histórica presente em somente duas das obras analisadas. Embora predominante, o padrão lógico-formal é criticado pela autora, uma vez que, segundo ela, essa abordagem transforma o trabalho realizado ao longo de mais de vinte séculos por pensadores, filósofos e matemáticos em um tipo de tratamento metodológico que “[...] obedece, em muitos casos, à ideia de fornecer uma *revelação* do Cálculo. A proposta parece basear-se no fato questionável de que a lógica interna consistente deva garantir a aprendizagem significativa por parte dos estudantes” (Barufi, 1999, p. 52, grifo da autora). Pondera que, apesar de a estrutura

lógico-formal visar um rigor formal mais profundo, muitas vezes, faz com que os objetos do Cálculo adquiram pouco significado para os estudantes, tendo em vista que, para muitos deles, “[...] o conhecimento matemático, desenvolvido anteriormente, na escola secundária, pouco ou nada tem a ver com o que lhe é apresentado no curso de Cálculo, e o caráter de análise com o que passa a se defrontar parece constituir uma grande dificuldade” (Barufi, 1999, p, 5). Destaca, ainda, que uma abordagem pautada no modelo histórico possui um potencial mais elevado para problematizações, pois simula as demandas a partir das quais foram formulados os conceitos que culminaram no Cálculo Diferencial e Integral, destacando que tal processo não ocorreu de forma linear, conforme faz parecer a abordagem lógico-formal.

A realidade brasileira, no que se refere ao ensino do Cálculo, está fortemente relacionada a abordagem lógico-formal apresentada pela autora, o que é apontado por Reis (2001) como uma das causas das dificuldades de aprendizagem que os estudantes apresentam. Porém, Rezende (2003) pondera que, apesar do ensino do Cálculo estar organizado a partir de uma lógica que, de certa maneira, fere o caminho epistemológico-histórico, as relações estabelecidas nessa perspectiva de ensino trazem, tanto colaborações à sistematização dos conhecimentos matemáticos constituídos pelos alunos, como a rigorização de como o conhecimento pode ser transposto ao aluno.

Artigue (1995), em uma perspectiva que se entende envolve aspectos epistemológicos, cognitivos e didáticos, destaca que a natureza das dificuldades enfrentadas pelos estudantes na aprendizagem do Cálculo são diversas, agrupando-as em três grandes categorias: dificuldades associadas com à complexidade dos objetos básicos do Cálculo; dificuldades associadas à conceituação e à formalização da noção de limite; dificuldades vinculadas às rupturas necessárias em relação aos modos de pensamento puramente algébricos e às especificidades do trabalho técnico realizado no Cálculo. Uma descrição das mencionadas categorias é apresentada no Quadro 2.

Quadro 2: Dificuldades relacionadas à aprendizagem do Cálculo Diferencial e Integral

CATEGORIA	DESCRIÇÃO
Dificuldades associadas com os objetos básicos do Cálculo.	<p>Agrega dificuldades relacionadas à mudança de tratamento dado a objetos tais como os números reais e as funções, tendo em vista que os mesmos são trabalhados ao longo da Educação Básica como objetos em construção, sendo formalizados no Ensino Superior. No que se refere ao conceito de funções, são destacadas quatro subcategorias:</p> <ul style="list-style-type: none"> ● dificuldades apresentadas pelos estudantes em identificar, de fato, o que é uma função; ● dificuldades envolvendo o reconhecimento da dualidade das funções enquanto processo e entidade conceitual; ● dificuldades cognitivas envolvendo a articulação entre diferentes registros simbólicos, além dos hábitos de ensino que superestimam os registros algébricos frente aos geométricos; ● dificuldades relacionadas ao uso das funções como ferramentas matemáticas.
Dificuldades associadas à conceituação e a formalização da noção de limite.	<p>Refere-se ao entendimento de que a noção de limites ocupa lugar de destaque em investigações voltadas ao ensino do Cálculo, dado seu caráter essencial para a constituição dos demais conceitos, sendo destacadas as seguintes dificuldades:</p> <ul style="list-style-type: none"> ● significação equivocada do termo limite, na qual o mesmo é entendido como uma barreira intransponível e inalcançável, como se fosse uma marca ou o último termo do processo; ● dificuldades relacionadas ao tratamento algébrico atribuído à noção de limites quando a mesma se refere a ideia de continuidade, de modo que são aplicadas noções de propriedades comuns, sem que o estudante compreenda de que forma isso se insere no contexto mais global da sua aplicação; ● dificuldades resultantes de falsas generalizações ocorridas a partir de um tratamento geométrico dado à noção de limites, no qual são reforçadas concepções errôneas tais como a ideia de que se um objeto tende geometricamente a outro, os limites das suas magnitudes associadas tenderão às magnitudes do objeto limite; ● a autora cita, também, dificuldades relacionadas ao duplo <i>status</i> da noção de limites: o operacional e o estrutural. Nesse caso, há certa dificuldade em analisar o limite por um viés que não seja puramente procedimental, dando foco ao objeto limite que o constituiu e analisando seu real significado; ● por fim, dificuldades relacionadas à formalização padrão da noção de limite. Embora a formalização padrão da noção de limites funcione como um todo indivisível, é comum que os estudantes a tratem como dois processos distintos: um associado a variável e outro aos valores da função.
Dificuldades associadas à ruptura entre Álgebra e Cálculo.	<p>Agrega dificuldades relacionadas aos diferentes tratamentos dados aos objetos matemáticos por áreas como o Cálculo e a Álgebra. Como exemplo, destaca-se a noção de igualdade:</p> <p>No campo da Álgebra, busca-se transformar uma igualdade do tipo $a(x) = b(x)$ em uma sucessão de procedimentos $a_i(x) = b_i(x)$ até que se obtenham expressões em que a igualdade é uma afirmação verdadeira. Já no Cálculo, a análise pode ser realizada a partir do comparativo entre duas funções, como por exemplo, as funções $f(x)$ e $g(x)$, cujos contradomínios são definidos no conjunto dos números reais, tal que para todo ponto do contradomínio a imagem de $f(x)$ é menor ou igual a de $g(x)$. A necessidade nesse tipo de expressão está em avaliar para quais pontos do contradomínio a igualdade é verdadeira.</p>

Fonte: Adaptado de Artigue (1995).

Ao se voltar para aspectos específicos os quais envolvem diretamente os objetos de estudo do Cálculo, a autora permite uma análise mais específica das possíveis dificuldades enfrentadas pelos estudantes, que podem ser relacionadas diretamente à ação dos professores.

Nessa mesma linha de pensamento, Rezende (2003) considerando questões de natureza epistemológica destaca cinco dualidades que se manifestam no tratamento dos objetos do Cálculo e que se apresentam como possíveis dificuldades: discreto/contínuo, variabilidade/permanência, finito/infinito, local/global e sistematização/construção, as quais articulam, também, aspectos históricos e pedagógicos.

De acordo com o autor, a dualidade discreto/contínuo “[...] se constitui pelas discussões em torno do problema histórico e fundamental da medida de grandezas geométricas, intuitivamente contínuas, através de processos aritméticos discretos” (Rezende, 2003, p. 327). Pondera, ainda, que historicamente, tais dificuldades se originam de questões relativas à incomensurabilidade de determinados segmentos geométricos, as quais persistiram até a formalização do conjunto dos números reais, mas especificamente a concepção do conjunto dos números irracionais.

No âmbito pedagógico, Rezende (2003) aponta que a dualidade discreto/contínuo é ignorada em diversos níveis do ensino da Matemática, não sendo um problema restrito aos cursos de Cálculo. Porém, no estudo do Cálculo Diferencial e Integral, esse aspecto se evidencia pelo uso indiscriminado do Teorema Fundamental do Cálculo e das técnicas de integração em detrimento da integral de Riemann e das noções referentes ao estudo de séries, atrelado, ainda, ao conhecimento limitado dos estudantes em relação aos conjuntos numéricos. De acordo com o autor esse conhecimento se restringe ao conjunto dos números racionais, enquanto que, em relação aos irracionais, se limitam ao uso de técnicas operatórias.

A dualidade variabilidade/permanência, por sua vez, ocupa-se de questões referentes à relação de interdependência entre quantidades variáveis, mais especificamente à taxa de variação de uma das variáveis em relação à outra (Rezende, 2003). Conforme apontado pelo autor, as dificuldades associadas a essa dualidade expressam um entendimento puramente estático em relação ao conceito de função por parte dos alunos ingressantes no ensino superior, no qual a função se resumiria a expressão analítica que a define, sendo desconsiderada a relação funcional que ela representa. Nesse sentido, pondera que o esboço e o estudo dos gráficos das diferentes funções se dão por meio da aplicação de uma tabela restrita de valores para x à

expressão que representa a função, de modo que sua representação gráfica se constitui de um processo estático, estético e induzido por propriedades algébricas.

No que se refere à dualidade de finito/infinito, o autor aponta para a questão de que no Cálculo, e mesmo na própria Matemática, a noção de infinito se apresenta como um dos elementos primordiais para a elaboração do que conecta os conceitos discreto/contínuo. Tal conexão está assentada, principalmente, nas ideias trabalhadas no conjunto dos números reais, como os conceitos de função e da aproximação para calcular a área de uma região. Segundo o autor, inicialmente, o conceito de infinito pode ser elementar de ser compreendido partir de potenciais tentativas de relacioná-lo com ideias daquilo que é “incontável”, “sem fim”, “ilimitado” (Rezende, 2003). Pondera que a complexidade desse conceito se mostra, geralmente, no estudo de elementos matemáticos que abordam questões relacionadas a incomensurabilidade ou não-enumerabilidade e a própria noção de convergência de um dado limite.

Rezende (2003) destaca que, a partir de uma perspectiva pedagógica, a noção de limites, no âmbito do Cálculo, é um dos conceitos matemáticos dos quais o aluno tenta expressar seu entendimento sobre infinito. Considera que, muitas vezes, as resoluções, entendimentos e explicações dos alunos estão atreladas apenas a um ponto de vista algébrico, nem sempre verdadeiro, como, por exemplo, ao diferenciar os tipos de infinito: onde existe o infinito “positivo” ou “negativo” para representar a tendência dos limites laterais de uma função em um dado ponto e o limite “sem sinal” que aponta para a não existência do limite. Para o autor, essa ideia trivial passa longe da significação que gira em torno daquilo que é discreto/contínuo e que, no caso, se distancia das relações teóricas fundamentais da real interpretação que envolve o conceito matemático abordado.

No que se refere a dualidade local/global, essa está intimamente relacionada com temas como: “colagem de modelos locais em objetos globais, passagem local ao global e análise de suas obstruções e métodos de análise das estruturas locais e/ou globais não triviais, etc.” (Rezende, 2003, p. 373). Tal entendimento é apontado pelo autor como um importante elemento para trazer significado ao produto da percepção humana sobre local e global, destacando-o como um potencial ampliador de interpretações sobre os elementos e abordagens da Geometria Euclidiana. Essa perspectiva, de acordo com o autor, aponta para as essenciais contribuições que o Cálculo teve com base nos conhecimentos da Geometria, apontando, dentre tantas, a possibilidade de relação e estudo com o Cálculo a partir da Geometria Analítica.

Na perspectiva pedagógica dessa dualidade, Rezende (2003) considera que uma das grandes dificuldades no que se refere ao Cálculo está no entendimento sobre como os estudantes veem os conhecimentos matemáticos que são abordados. O autor pondera que a percepção de estudantes de Cálculo, pode ficar distorcida no ponto de vista do entendimento matemático, pois, por exemplo, simplificam conceitos complexos e profundos àquilo que enxergam em um dado problema. Essa visão dos estudantes pode trazer dificuldades na compreensão de abordagens mais amplas de como conceitos, como por exemplo derivadas, podem estar relacionados a determinadas situações-problema. O autor considera que a ação dos estudantes pode ficar limitada a uma percepção que não condiz com todas as potencialidades de utilização do referido conceito e, assim, concebe uma visão particular (local) de um conjunto de possibilidades mais gerais (global). Porém, destaca que o oposto também pode apresentar complexidades à abordagem dos conhecimentos do Cálculo, pois uma abordagem global pode trazer dificuldades ao estudante em como percebê-las em situações específicas que exijam sua aplicação.

Por fim, Rezende (2003) apresenta a dualidade sistematização/construção, que discute a forma como os conhecimentos são organizados ou sistematizados. Segundo o autor, as áreas de conhecimento da Matemática se organizam e se estruturam, inicialmente, em áreas mais abrangentes que, posteriormente, sistematizam todos os conhecimentos matemáticos, considerando, ainda, que essa sistematização na área do ensino do Cálculo, parte de pressuposto de sistematizações pedagógicas.

Rezende (2003) considera que, historicamente a emergência de alguns conhecimentos do Cálculo, como integral e derivada, ocorreram de forma distinta a como são concebidos no ensino de Cálculo atualmente. De acordo como o autor, as primeiras noções de integral surgem juntamente com conceitos relacionado ao estudo do cálculo de áreas e continuidade de regiões e, posteriormente, os conceitos relacionados ao estudo de derivadas. Porém, pondera que, no sentido pedagógico, apesar da ordem cronológica da constituição e formulação desses conceitos matemáticos, os atuais ensinamentos de Cálculo estão estruturados numa perspectiva sequencial de Cauchy-Weierstrass, que considera a lógica sistemática de ensino de Cálculo em: Limites, Continuidade, Derivadas e Integrais. Destaca, ainda, que num contexto mais amplo, o trabalho com o Cálculo, geralmente, pressupõe uma tática sistemática para seu ensino que considera a ordem: (1) revisões sobre os conhecimentos matemáticos que precedem o Cálculo (funções,

álgebra e operações), (2) a sequência Cauchy-Weierstrass e (3) técnicas e exercícios de fixação (Rezende, 2003).

Segundo o autor, a essa sistematização de ensino estão vinculadas muitas das dificuldades que, epistemologicamente, o Cálculo conduz diante da construção e configuração dos conceitos matemáticos. Porém, pondera que tal sistematização parece trazer potenciais facilidades em como o ensino do professor de Cálculo pode ser conduzido e em como a aprendizagem do aluno toma forma diante do referido estudo.

Os apontamentos apresentados, junto a outros, estão nos fundamentos da investigação produzida, como caminho teórico tanto para o entendimento como para a análise das relações que se estabelecem nos processos de ensino e aprendizagem do Cálculo. Porém, atentando para a discussão em foco no presente artigo, argumenta-se que uma das formas de manifestação observável de possíveis dificuldades de aprendizagem dos estudantes, seja em Cálculo ou em outras disciplinas, é por meio do conhecimento dos erros que emergem e se revelam nas produções realizadas por eles. Nesse sentido, destaca-se a análise de erros como instrumento que possibilita a utilização dos erros cometidos pelos estudantes como elemento constituinte dos processos de ensino e aprendizagem, a qual é abordada na próxima seção.

Análise de Erros

Rico (1995) pondera que o erro é um objeto constante no processo de aprendizagem dos estudantes, no entanto, sendo o objetivo a aprendizagem correta dos conceitos, por muito tempo, sua presença foi tratada como uma evidência de fracasso no alcance de tal objetivo, de modo que se buscava, simplesmente, eliminá-lo. Essa visão foi sendo modificada com o passar do tempo, à medida que o erro se tornou objeto de estudo da Educação Matemática, e passou a ser considerado a partir de outras perspectivas.

Nessa mesma linha de pensamento, Del Puerto, Minnaard e Seminara (2006), apontam que os erros estão presentes, constantemente, nas produções dos estudantes, sendo ocasionados por dificuldades de diversas naturezas, geradas ao longo do processo de aprendizagem, as quais se conectam e reforçam em redes complexas que obstaculizam a aprendizagem, manifestando-se na forma de respostas equivocadas. Concordando-se com os autores, considera-se que a análise dos erros promove uma valiosa informação sobre a construção do conhecimento

matemático dos estudantes, com potencial para contribuir nos processos de ensino e aprendizagem.

Segundo Cury, Bisognin E. e Bisognin V. (2009), a análise de erros cometidos pelos estudantes possui elementos comuns aos processos avaliativos presentes no cotidiano escolar, podendo partir de uma categorização da resolução apresentada como correta, parcialmente correta ou incorreta. No entanto, as autoras destacam que, diferentemente de uma correção de caráter avaliativo, a análise de erros não tem como objetivo a atribuição de nota ou conceito, mas sim o levantamento de dados que possam ser utilizados em um contexto investigativo ou, então, no planejamento de estratégias de ensino. Bisognin, Fioreze e Cury (2005) apontam, ainda, que “conhecer as concepções dos alunos sobre algum conceito, analisar como ele pensa ao resolver um problema são elementos que podem fazer da análise de erros uma forma de pesquisar a própria prática pedagógica” (p. 32).

Cury e Cassol (2004) destacam que a análise de erros, enquanto abordagem de pesquisa em Educação Matemática, originou-se nos Estados Unidos e na Europa, no início do século XX, assumindo, ao longo do tempo, diferentes enfoques dependendo dos pressupostos teóricos que amparavam as investigações e do nível de ensino ao qual se destinavam. Conforme indicado pelas autoras, as primeiras pesquisas realizadas eram voltadas à contagem dos erros ocorridos em exercícios padronizados e tinham como única finalidade a busca pela detecção e classificação dos erros cometidos pelos estudantes, sem explicitar teorias cognitivas ou pedagógicas que os justificassem, ficando implícitas as teorias do pesquisador em relação aos processos de ensino e aprendizagem (Cury, 2008; Cury; Cassol, 2004).

Em um segundo momento, de acordo com as autoras, as pesquisas passaram a incluir, além da contagem e classificação dos erros, uma busca por compreender suas causas, os obstáculos inerentes aos conteúdos analisados e sobre as concepções dos estudantes. Nesse contexto, Cury e Cassol (2004) ponderam que, embora os erros façam parte dos dados analisados em pesquisas que envolveram a análise de erros, esses deixaram de ser o foco e as pesquisas da área passaram a concentrar seus esforços em descobrir as motivações e causas desses erros. De acordo com as autoras, os princípios utilizados tiveram, com frequência, o uso de aportes piagetianos e vygotskianos, bem como o uso de ideias de autores franceses que trabalham a engenharia didática.

Em um terceiro tipo de investigação emergente da análise de erros, Cury e Cassol (2004) destacam o surgimento de pesquisas que buscaram trazer atividades voltadas para estudantes e, com base na análise das resoluções e soluções de questões, os erros eram discutidos com base em referencial teórico que subsidiava a proposta investigativa. Esses tipos de propostas permitiram perceber abordagens para trabalhar a análise de erros, inclusive, enquanto proposta metodológica para o professor em sala de aula.

Concorda-se com Cury (2008), quando argumenta que a análise de erros, em uma perspectiva do ensino e da aprendizagem, permite ao professor compreender como os erros se apresentam nas resoluções dos alunos e que tipos de dificuldades ou obstáculos emergem desses. A autora destaca que investigar os erros dos alunos possibilita um entendimento, para o professor, sobre como os estudantes vem estruturando sua aprendizagem, com potencial para o entendimento de questões relativas a como os erros podem ser trabalhados com o objetivo de aprimorar o conhecimento.

É nessa perspectiva que a análise de erros é tomada na presente investigação: como uma ferramenta para a identificação e compreensão de erros, os quais possam vir a expressar potenciais dificuldades na aprendizagem de conceitos e procedimentos matemáticos por parte dos alunos de Cálculo. Esse entendimento, permite, dentre várias possibilidades, formas de se pensar sobre como os erros cometidos por estudantes podem ser utilizados no desenvolvimento de propostas de colaboração, com foco na redução das dificuldades de aprendizagem vivenciadas por esses alunos.

Cury (2008) destaca que existem diversas formas e modelos voltados à análise de erros, os quais são formulados a partir de diferentes concepções teóricas e metodológicas que se inserem nas investigações com alunos. Em suas pesquisas a autora destaca modelos teóricos sobre análise de erros, tanto publicados por autores brasileiros como por estrangeiros, os quais emergiram de investigações realizadas em diferentes níveis de ensino.

Dentre esses modelos teóricos de análise de erros destaca-se a perspectiva teórica de Movshovitz-Hadar, Zaslavsky e Inbar (1987), a qual será tomada na presente investigação. A motivação do uso deste modelo está no entendimento de que é possível constituir um instrumento investigativo para avaliar um quantitativo considerável de materiais, como registros de provas, trabalhos e produções de estudantes.

Movshovitz-Hadar, Zaslavsky e Inbar (1987) constituíram um modelo de categorização que possibilitou generalizar erros cometidos por estudantes, considerando uma grande população de alunos. Segundo os autores, esse modelo foi criado a partir da análise de provas, com 18 questões abertas, de um exame anual aplicado com cerca de 20.000 estudantes do Ensino Médio durante dois anos seguidos e permitiu categorizar erros a partir de um conjunto de semelhanças e aproximações conceituais. O modelo definido pelos autores, a partir dessa investigação, é constituído por seis categorias, cada uma delas apresentando descritores que a caracterizam, os quais são apresentados a seguir:

No Quadro 3, destaca-se, de modo sucinto, a categorização elaborada pelos autores.

Quadro 3: Modelo para categorização de erros

CATEGORIA	DESCRIÇÃO
Uso incorreto dos dados	Esta categoria contempla casos envolvendo discrepância entre os dados apresentados no problema e o tratamento dado a eles. Se refere as respostas nas quais o estudante negligencia informações mencionadas, podendo suprir a falta de tais informações por aspectos que não sejam pertinentes ao fenômeno estudado.
Linguagem mal interpretada	Categoria na qual incluem-se erros que resultam da compreensão inadequada de conceitos matemáticos. Esse tipo de situação se evidencia, por exemplo, em casos nos quais o estudante traduz uma informação dada em linguagem natural em termo matemático ou equação que não a representa ou, então, em casos nos quais símbolos gráficos são interpretados como termos matemáticos e vice-versa.
Inferência lógica inválida	Categoria destinada a erros que resultam de raciocínio falacioso decorrente de inferências equivocadas, ocorridas ao longo do processo de resolução de uma questão, sem necessariamente envolver um conteúdo específico. De acordo com as autoras, nesse contexto, novas informações inválidas são elaboradas a partir de parte de informações ou de informações inferidas anteriormente.
Teorema ou definição distorcida	Essa categoria se refere as situações em que se apresentam erros relacionados a forma como uma regra, teorema, definição ou princípio matemático foram interpretados. Ainda, podem ser aqueles erros que emergem a partir de uma escrita inadequada de um dado conceito matemático que foi utilizado ao longo de uma resolução.
Solução não verificada	Situações de erros nas quais o aluno apresenta na resolução argumentações ou justificativas corretas e relacionadas ao assunto, mas que, ao chegar na solução, conclui algo que não responde o problema ou se mostra incorreto.
Erro técnico	Categoria de cunho instrumental que envolve erros em que o aluno não extrai adequadamente as informações do problema ou aqueles que estão presentes em operações procedimentais, como erros algébricos e aritméticos.

Fonte: Adaptado de Movshovitz-Hadar, Zaslavsky e Inbar (1987).

Movshovitz-Hadar, Zaslavsky e Inbar (1987) ponderam que, independente da visão teórica utilizada para analisar os erros cometidos, a emergência dos erros decorre de processos lógicos-matemáticos elaborados pelos estudantes ao longo de sua aprendizagem (Movshovitz-Hadar; Zaslavsky; Inbar, 1987), dos quais podem emergir interpretações que são consideradas adequadas ou não na perspectiva educacional. Além disso, embora esse modelo tenha sido

constituído a partir de erros de estudantes do Ensino Médio, considera-se, com base em Pereira Filho, Kaiber e Lélis (2012), que tal perspectiva possa ser ampliada para estudos do nível superior, considerando-se, ainda, que erros ocorrem de modo transversal nos processos de ensino e aprendizagem de todos os níveis de ensino (Rico, 1995; Cury, 2008).

Metodologia

As análises, discussões e reflexões aqui apresentadas foram desenvolvidas tomando como referência uma pesquisa que teve por objetivo investigar a utilização do *Facebook* na constituição e implementação de uma proposta de uma monitoria *online* de Cálculo Diferencial e Integral de funções de uma variável. A investigação teve lugar em uma Universidade privada da Região Metropolitana de Porto Alegre/RS e foi desenvolvida junto a acadêmicos matriculados nas disciplinas de Cálculo I e II, que foram divididos em dois grupos: o primeiro contou com a participação de 222 acadêmicos, que disponibilizaram avaliações realizadas ao longo do segundo semestre de 2016, nas referidas disciplinas; o segundo, formado por 15 participantes, participou de uma proposta de monitoria *online*, que ocorreu, por adesão, no primeiro semestre de 2017. A pesquisa foi submetida ao Comitê de Ética em Pesquisa em Seres Humanos da Universidade Luterana do Brasil, tendo sido aprovada mediante protocolo CAAE de nº 59961816.5.0000.5349.

A investigação, de cunho qualitativo, em seu contexto mais amplo contou com a aplicação de questionários ao grupo participante, análise de questionamentos e das produções dos estudantes a partir da interação via *Facebook*. Porém, como suporte para a organização e implementação do projeto recorreu-se a análise de erros como caminho para se ter conhecimento, previamente, de possíveis dificuldades encontradas pelos estudantes no Cálculo Diferencial e Integral referente ao estudo de Funções, Limites, Derivadas e Integrais.

A busca pela literatura sobre dificuldades apresentadas por estudantes no trabalho com o Cálculo e sobre a análise de erros, abriu um universo de possibilidades de utilização de tal análise no sentido de contribuir ao processo de aprendizagem dos estudantes no âmbito local e como fundamento para o estabelecimento de estratégias para o aprofundamento de conhecimentos pertinentes, o que levou a um aprofundamento de tais análises.

Assim, tomou-se como objeto de análise questões oriundas de provas realizadas pelos acadêmicos no período, disciplinas e quantitativo já destacados. A análise envolveu a leitura de

tais provas com a permissão de estudantes e professores, as quais foram fotocopiadas após a correção dos professores. Após sucessivas leituras quando foram descartadas questões que apresentavam erros similares ou não respondidas, foi estabelecido o conjunto de questões a serem analisadas.

No contexto da investigação, para a análise de erros, tomou-se como referência a categorização estabelecida por Movshovitz-Hadar, Zaslavsky e Inbar (1987), já apresentada, e que propõem, de maneira prévia seis categorias de análise: uso incorreto dos dados, linguagem mal interpretada, inferência lógica inválida, teorema ou definição distorcida, solução não verificada e erro técnico, já descritas em seção anterior.

No âmbito da investigação, a partir dos resultados obtidos na identificação, categorização e análise dos erros, o objetivo era associar potenciais dificuldades apresentadas em relação aos diferentes conceitos e procedimentos exigidos na avaliação, o que viria a servir como parâmetro para a seleção de material de apoio, entre os quais, vídeos disponíveis na plataforma *YouTube*, os quais trouxessem situações relacionadas aos erros e dificuldades identificados, para serem utilizados no contexto do projeto de monitoria proposto. No que segue são destacados aspectos da análise realizada.

Apresentação e Análise dos Dados

Serão apresentadas, nessa seção, análises e discussões acerca das produções de seis participantes da investigação, referentes à resolução de questão envolvendo o cálculo da derivada de uma função por meio da definição de derivada. Essa questão faz parte de uma avaliação aplicada em uma turma de Cálculo I, sendo que se teve acesso a avaliações de dezoito acadêmicos. Destaca-se que não se tem como intenção quantificar os erros encontrados no conjunto de provas analisadas, mas sim apontar erros que sejam relevantes para o entendimento das potenciais dificuldades enfrentadas pelos estudantes no trabalho com a derivada. No texto os participantes serão identificados por um código alfanumérico do tipo TxAy, no qual x indica o número da turma e y o número atribuído ao acadêmico.

Foram selecionadas para análise as produções de seis participantes – T3A1, T3A2, T3A3, T3A8, T3A11 e T3A12 – sendo apresentada, inicialmente, a do participante T3A11 (Figura 1), escolhida por apresentar resolução que se julgou adequada servindo como referência para a análise das demais, embora se tenha observações sobre a mesma.

Figura 1: Resolução apresentada pelo participante T3A11

2. (1,0) Calcule a derivada da função $f(x) = x^2 - 2x + 8$ utilizando a definição da derivada:

$f(x) = x^2 - 2x + 8$
 $f(x+h) = (x+h)^2 - 2(x+h) + 8$
 $f(x+h) = x^2 + 2xh + h^2 - 2x - 2h + 8$

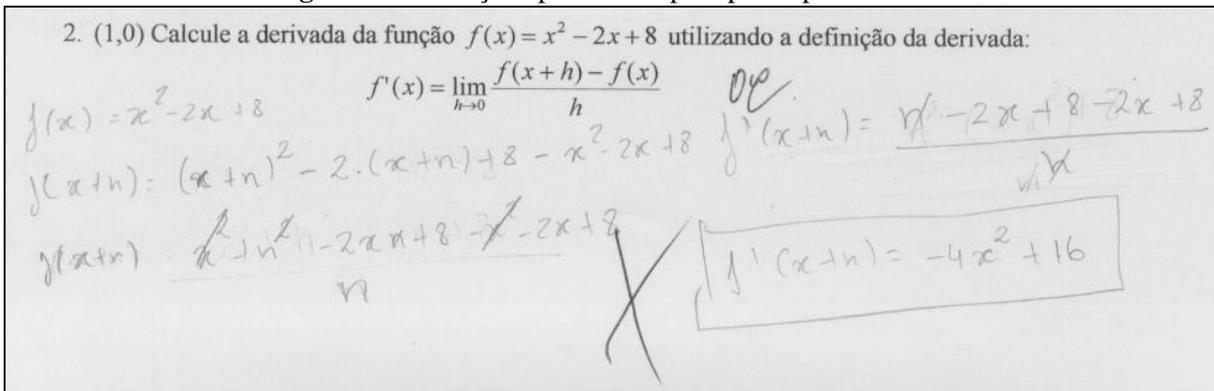
 $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$
 $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x^2 - 2xh + h^2 - 2x - 2h + 8 - x^2 + 2x - 8}{h}$
 $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2xh + h^2 - 2h}{h}$
 $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h(2x + h - 2)}{h}$
 $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} (2x + 0 - 2) \rightarrow f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} 2x - 2$

Fonte: a pesquisa.

Aponta-se, a partir dessa produção, que foi observado um padrão na resolução dos participantes (com exceção da que foi apresentada pelo T3A2), onde $f(x + h)$ é aplicado em $f(x)$, separadamente, para depois ser inserido na definição de derivada apresentada, tal como indicado do lado esquerdo da Figura 1. A observação desse procedimento em praticamente todo o conjunto de avaliações analisado, permitiu conjecturar tratar-se de um procedimento de resolução adotado no âmbito do desenvolvimento da disciplina, talvez com o propósito de evitar possíveis erros no desenvolvimento algébrico da questão. Outro aspecto observado refere-se ao fato que, ao final, como destacado na parte inferior direita da figura, a resposta final, ainda mantém a notação de limite, e não $f'(x) = 2x - 2$, como era de se esperar quando, por fim, se determinasse a derivada da função dada. Também, ao final, observa-se o cálculo do limite tomado como o cálculo do valor numérico de uma função, muito usual no trabalho com limites. Tais procedimentos surgem, juntos ou isoladamente nas produções que passam a ser analisadas.

No quadro da Figura 2, apresenta-se a produção do participante T3A8 exibida integralmente, sendo que os erros identificados serão destacados e analisados em seguida.

Figura 2: Resolução apresentada pelo participante T3A8



Fonte: a pesquisa.

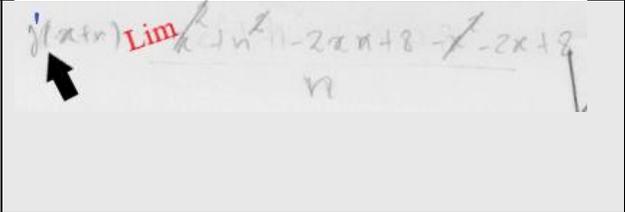
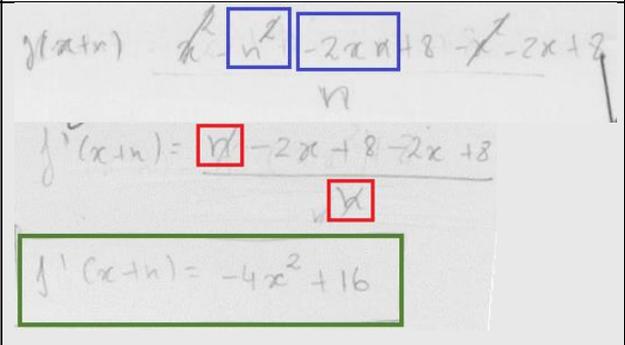
Assim, apresenta-se no quadro da Figura 3 trechos da resolução do participante T3A8, juntamente com a descrição e análise dos erros identificados.

Figura 3: Erros cometidos pelo participante T3A8

	ERRO	DESCRIÇÃO/ANÁLISE
a)	$f(x+h) = (x+h)^2 - 2 \cdot (x+h) + 8 - x^2 - 2x + 8$ $f(x+h)$ $f(x)$	É indicado a realização do cálculo de $f(x+h)$, porém o registro apresenta termos além dos que são obtidos pela substituição do ponto $(x+h)$ na função dada no enunciado. Esses termos são compatíveis com a função original, o que sugere que o participante tenta subtrair $f(x)$ de $f(x+h)$, embora não tenha indicado tal intenção.
b)	$f(x+h) = (x+h)^2 - 2 \cdot (x+h) + 8 - (x^2 - 2x + 8)$ $f(x+h) = x^2 + h^2 - 2xh + 8 - x^2 - 2x + 8$ ↑ ↑ ↑	Ao subtrair $f(x)$ de $f(x+h)$, o participante não faz uso de parênteses para indicar a necessidade de realizar a operação distributiva do sinal negativo que antecede $f(x)$, de modo que o único termo que tem seu sinal alterado é x^2 , sendo mantidos os demais.
c)	$f(x+h) = (x+h)^2 - 2 \cdot (x+h) + 8 - x^2 - 2x + 8$ $f(x+h) = x^2 + h^2 - 2xh + 8 - x^2 - 2x + 8$	Além do erro já destacado nesse trecho da resolução, aponta-se que o estudante não desenvolveu o produto $(x+h)^2$ corretamente, resultando em $x^2 + h^2$. Fica, assim, caracterizado erro referente generalização de propriedade da potência $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$, traduzido pelo entendimento, pelo estudante, que o quadrado de uma soma é a soma dos quadrados, erro que, na literatura, é apontado como recorrente (Rico, 1995), mas que para um curso de Cálculo já poderia estar superado. Ademais, identifica-se um erro referente a aplicação da propriedade distributiva, pois $-2 \cdot (x+h)$ resultou em $-2xh$.

Continúa...

Figura 3: Erros cometidos pelo participante T3A8 (continuação)

d)		<p>Verifica-se, ainda, nesse trecho da resolução, uma possível tentativa de inserção dos dados obtidos na etapa anterior. No entanto, além da falta da indicação do limite, o participante apresenta uma notação incorreta para a derivada mantendo a escrita de $f(x+h)$, sugerindo que é essa a função a ser derivada. .</p>
e)		<p>Após sucessivas simplificações equivocadas, em parte advindas do entendimento que $-2 \cdot (x+h)$ resulta em $-2xh$, como apontado em c), bem como a simplificação de um termo de uma soma algébrica do numerador com denominador, o estudante chega a solução posta em destaque, onde se identifica que a soma algébrica entre dois termos $-2x$ resulta em $-2x^2$.</p>

Fonte: a pesquisa.

Sobre essa questão entende-se que o pretendido, de fato, referia-se à aplicação adequada do procedimento do cálculo da derivada usando a definição, tal como proposto no enunciado. A questão e sua solução não se referem propriamente ao entendimento do significado dessa definição, mas sim a sua aplicação, o que deixa espaço para a identificação de conceitos e propriedades básicos que não são de domínio dos estudantes, mas que são basilares. Discute-se, porém, a pertinência de aplicação do procedimento adotado, onde $f(x+h)$ é aplicado em $f(x)$, separadamente, para depois ser inserido na definição de derivada. Pondera-se que, embora sua utilização remeta a busca por uma diminuição de possíveis erros técnicos de natureza algébrica, afasta o cálculo da derivada pela definição do entendimento do significado de uma derivada supostamente pretendido, aproximando-o de uma tarefa meramente procedimental.

Considerando-se o modelo para categorização de erros proposto por Movshovitz-Hadar, Zaslavsky e Inbar (1987), entende-se que os erros destacados podem ser considerados na categoria de teorema ou definição distorcida, o qual se refere a situações onde os erros estão relacionados a como uma definição, propriedade, teorema ou princípio matemático foram interpretados ou utilizados. No caso, observa-se a sucessiva utilização da propriedade distributiva e simplificações de forma incorreta, bem como o desenvolvimento do produto $(x+h)^2$ considerando o emprego do que se entende como uma falsa generalização de uma das propriedades de potência.

Destaca-se, ainda, que erros que emergem de uma escrita inadequada de um dado conceito que foi utilizado na resolução também se encontram nessa categoria, o que pode ter

ocorrido quando o estudante acrescenta o $-f(x)$ tal como está posto na primeira linha em a). Observa-se, porém, que esse erro se manteve na escrita do estudante na próxima linha.

Ainda no trecho da resolução apresentado em c), ao incluir o denominador h nos dados que estava manipulando, o participante sugere que está fazendo uso da definição conforme solicitado na questão. No entanto, mesmo sendo informada a definição de derivada no enunciado, o participante a apresenta de forma incorreta, tal como mencionado na linha d). Considera-se que o erro referente ao uso de notação incorreta seja reflexo de um conhecimento não consolidado em relação proposto o que, por si só, se caracteriza como um caso de teorema ou definição distorcida (Movshovitz-Hadar; Zaslavsky; Inbar, 1987). No entanto, cabe destacar, segundo o modelo teórico adotado, que tais características aproximam esse erro, também, da categoria uso incorreto de dados, dada a discrepância entre os dados apresentados na questão e a resolução do participante, sendo negligenciadas partes da definição que estava posta.

Embora, isoladamente, erros cometidos na manipulação algébrica dos elementos envolvidos na derivada da função, estejam categorizados como erro técnico por Movshovitz-Hadar, Zaslavsky e Inbar (1987), o conjunto da solução apresentada aponta mesmo para erros referentes a diferentes conceitos e propriedades, não podendo ser caracterizados como erro técnico.

As próximas resoluções a serem analisadas são as dos participantes T3A1, T3A3 e T3A12. Por conterem erros pontuais, a análise será encaminhada de forma distinta da realizada na resolução do participante T3A8, de modo que o destaque dos erros será feito na própria imagem. Assim, apresenta-se na Figura 4 a resolução do participante T3A1, na qual verifica-se erro relacionado à notação da definição de derivada.

Figura 4: Resolução apresentada pelo participante T3A1

2. (1,0) Calcule a derivada da função $f(x) = x^2 - 2x + 8$ utilizando a definição da derivada:

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$f(x+h) = (x+h)^2 - 2(x+h) + 8$
 $f(x+h) = x^2 + 2xh + h^2 - 2x - 2h + 8$
 $f'(x) = \frac{x^2 + 2xh + h^2 - 2x - 2h + 8 - (x^2 - 2x + 8)}{h}$
 $f'(x) = \frac{x^2 + 2xh + h^2 - 2x - 2h + 8 - x^2 + 2x - 8}{h}$

$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2xh + h^2 - 2h}{h}$
 $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} (2x + h - 2)$
 $f'(x) = 2x - 2$

Fonte: a pesquisa.

Verifica-se, com base no apresentado na Figura 4, que o participante inicia sua resolução aplicando $(x + h)$ na função $f(x) = x^2 - 2x + 8$, procedimento esse já destacado. Tal etapa é cumprida satisfatoriamente, no entanto, ao se voltar para a definição, a notação de limite não é considerada e o estudante passa a operar algebricamente com os termos envolvidos. Somente ao final, ao apresentar a derivada da função o limite surge, quando, na verdade, não deveria ser mais utilizado.

Entende-se que o erro cometido pelo participante possua um caráter conceitual, de modo que executa adequadamente as etapas algébricas da resolução, no entanto, essa execução revela-se apenas procedimental. O cálculo da derivada pela definição tal como é apresentado, juntamente com sua representação geométrica, no contexto do desenvolvimento de seu estudo na disciplina de Cálculo, tem como pressuposto a aproximação do estudante com aspectos do desenvolvimento conceitual de derivada relacionado a declividade da reta tangente em determinado ponto de uma curva. Porém, ao dar um caráter puramente procedimental à solução, conjectura-se que o estudante ao utilizar $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ o toma somente como uma notação, não relacionado com o conceito em questão. Nesse sentido entende-se que o erro cometido pelo estudante T3A1 possa ser categorizado como teorema ou definição distorcida (Movshovitz-Hadar; Zaslavsky; Inbar, 1987), diretamente relacionado a conceitualização da derivada. Tal entendimento é reforçado por declarações dos estudantes que quando confrontados com a situação declaram que desenvolvem dessa forma porque é “mais fácil”, não vendo nenhum problema em resolver desse modo. Essa forma de resolução apresentada pelo participante T3A1 foi verificada, também, nas resoluções dos participantes T3A4, T3A6, T3A7, T3A13 e T3A17. Por fim, pondera-se que, mesmo estudantes que resolveram a questão de acordo com o padrão estabelecido, não necessariamente tenham se apropriado de aspectos conceituais que envolvem o trabalho com a derivada, considerando que o formato no qual a questão foi apresentada não permite emitir juízo de valor nessa direção.

No quadro da Figura 5 apresenta-se a resolução do participante T3A3, na qual verificam-se erros envolvendo a resolução incorreta do produto notável dado por $(x + h)^2$ e à significação do limite envolvido na definição de derivada.

Figura 5: Resolução apresentada pelo participante T3A3

$f(x) = x^2 - 2x + 8$
 $f(x+h) = (x+h)^2 - 2(x+h) + 8$
 $f(x+h) = x^2 + xh + h^2 - 2x - 2h + 8$
 $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$
 $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x^2 + xh + h^2 - 2x - 2h + 8 - (x^2 - 2x + 8)}{h}$
 $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x^2 + xh + h^2 - 2x - 2h + 8 - x^2 + 2x - 8}{h}$

$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{xh + h^2 - 2h}{h}$
 $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h(x + h - 2)}{h}$
 $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} x + h - 2$
 $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} x + 0 - 2$
 $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} x - 2 //$

Fonte: a pesquisa.

Tal como realizado pelos participantes T3A11 e T3A8, o participante T3A3 inicia sua resolução aplicando o ponto $(x + h)$ na função dada no enunciado. No entanto, comete um erro ao calcular o produto notável dado por $(x + h)^2$, apontado como resultado $x^2 + xh + h^2$ ao invés de $x^2 + 2xh + h^2$, sendo que esse erro inicial estendeu-se a todo o desenvolvimento da questão. Observa-se que o erro cometido foi registrado pelo professor na correção, o que pode ser observado pela diferença de caligrafia e pelo destaque dado na figura.

Tal erro pode ser considerado como um caso de teorema ou definição distorcida (Movshovitz-Hadar; Zaslavsky; Inbar, 1987). Nesse caso, conjectura-se que o estudante aplicou o desenvolvimento do produto notável $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ considerando que de fato seu resultado é $a^2 + ab + b^2$, o que poderia ter sido evitado se o mesmo desenvolvesse o produto ao invés de utilizar a regra, não se descartando, porém, a presença de um erro técnico.

Considerando-se o erro como técnico, entende-se que essa situação se aproxima, também, de um caso de solução não verificada da categorização de Movshovitz-Hadar, Zaslavsky e Inbar (1987), que ocorre em situações nas quais o aluno apresenta na resolução um desenvolvimento, argumentações ou justificativas corretas e relacionadas ao proposto mas, ao chegar na solução, conclui algo que não responde o problema ou se mostra incorreto.

Ainda em relação ao resultado, verifica-se que o participante mantém a escrita do limite tendendo a zero, mesmo após tendo aplicado na função obtida após a realização das simplificações algébricas realizadas. Esse erro sugere que o tratamento dado pelo participante à definição de derivada possui base procedimental, sem atribuir significado adequado ao limite e, conseqüentemente, à definição de derivada em si, tal como foi identificado em outras produções.

Outro erro pontual a ser analisado é o apresentado pelo participante T3A12 e que pode ser visto no quadro da Figura 6.

Figura 6: Resolução apresentada pelo participante T3A12

2. (1,0) Calcule a derivada da função $f(x) = x^2 - 2x + 8$ utilizando a definição da derivada:

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$f(x+h) = (x+h)^2 - 2(x+h) + 8$$

$$f(x+h) = x^2 + 2xh + h^2 - 2x - 2h + 8$$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x^2 + 2xh + h^2 - 2x - 2h + 8 - x^2 + 2x - 8}{h}$$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2xh + h^2 - 2h}{h}$$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h(2x + h - 2)}{h}$$

$$f'(x) = 2x - 2$$

$$f'(x) = 2x - h - 2$$

0,9

Fonte: a pesquisa.

Conforme indicado, verifica-se que o participante realiza processo de fatoração por evidência, entretanto mantém h no último termo do numerador, obtendo $h \cdot (2x + h - 2h)$ ao invés de $h \cdot (2x + h - 2)$. Esse erro, aqui apontado como erro técnico, se propaga fazendo com que o resultado seja incorreto, o que é apontado pelo professor ao acrescentar (-2) ao desenvolvimento final apresentado pelo estudante. Arelado a esse erro técnico aponta-se a presença de um caso de solução não verificada da categorização de Movshovitz-Hadar, Zaslavsky e Inbar (1987) uma vez que o desenvolvimento apresentado foi adequado, porém, o que se considerou como erro técnico levou a um resultado incorreto.

Por fim, apresenta-se, na Figura 7, a resolução do participante T3A2, que se diferencia das demais pela forma como foi desenvolvida.

Figura 7: Resolução apresentada pelo participante T3A2

2. (1,0) Calcule a derivada da função $f(x) = x^2 - 2x + 8$ utilizando a definição da derivada:

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$\frac{f(2+0,1) - f(2)}{0,1}$$

$$\frac{2,1 - 2}{0,1}$$

$$f'(x) = 2x - 4$$

Fonte: a pesquisa.

Verifica-se, com base no exposto, que o participante T3A2 não utiliza a definição posta na questão. Ao invés disso, atribui valores numéricos aleatórios para x e h (no caso 2 e 0,1), muito provavelmente oriundos de uma relação estabelecida com atividade realizada em aula, aplicando-os em $\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$, não considerando a função dada. Por fim, indica um resultado que não se relaciona com os cálculos apresentados, o que se considera uma tentativa de aplicação de regra de derivação na função dada no enunciado, não se podendo identificar possível origem do termo (-4) apresentado em $f'(x) = 2x - 4$. Assim, aponta-se para um caso de teorema ou definição distorcida relacionada ao uso incorreto de dados (Movshovitz-Hadar; Zaslavsky; Inbar, 1987), tendo em vista que o apresentado sugere falta de entendimento e domínio em relação ao cálculo de derivada pela definição e a utilização de dados e aplicação de técnicas de resolução alheias ao que é solicitado.

Para além da análise produzida com base categorização apresentada, foi possível perceber que a organização do trabalho no estudo do Cálculo, nas turmas envolvidas na investigação, considera a abordagem lógico-formal destacada em Barufi (1999), e em Rezende (2003) o que, via de regra, ocorre em praticamente todo o ensino superior brasileiro. Ademais, considerando os apontamentos de Artigue (1995), no que se refere às dificuldades enfrentadas por estudantes no estudo do Cálculo, a análise permitiu identificar elementos vinculados às três categorias apontadas pela autora: dificuldades associadas com a complexidade dos objetos básicos do Cálculo; dificuldades associadas à conceituação e a formalização da noção de limite; dificuldades vinculadas às rupturas necessárias em relação aos modos de pensamento puramente algébricos e às especificidades do trabalho técnico realizado.

Considerando as dificuldades associada com os objetos básicos do Cálculo, além das dificuldades associadas a tratamentos algébricos considerando conceitos e propriedades de matemática básica (propriedade distributiva e de potências, simplificação algébrica), foi possível identificar elementos indicativos de dificuldades com o tratamento dado a funções. Embora a questão fizesse referência ao cálculo de uma derivada, o domínio do objeto função é essencial para o entendimento do significado da derivada e do conceito de limite, o que envolve a categoria que destaca dificuldades com a noção e conceitualização de limite (Artigue, 1995). Tem-se o entendimento que estiveram presentes tanto dificuldades relacionadas ao reconhecimento da função enquanto entidade conceitual, bem como dificuldades envolvendo registros, particularmente no que se refere a limites. Ainda com relação a limites percebeu-se o

que a autora se refere como significação equivocada do termo limite e seu entendimento enquanto entidade estrutural e não puramente procedimental, a ponto dos estudantes o utilizarem apenas como uma notação que pode ser agregada ao final do procedimento, ou tomado como a aplicação de um valor numérico em uma função, desprovido do seu significado enquanto objeto e na própria derivada.

Assim, com base na análise da produção dos estudantes, foi possível desenvolver um maior entendimento acerca das potenciais dificuldades enfrentadas por acadêmicos no trabalho com o Cálculo e, particularmente, considerando os exemplos destacados, na apropriação do desenvolvimento de derivadas no que se refere ao cálculo das mesmas pelo uso da definição, tal como apresentado. Destaca-se que, no âmbito das turmas foco da investigação, o objetivo do desenvolvimento desse tipo de atividade está relacionado a construção do significado da derivada a partir da aplicação geométrica do uso de limites para definir a tangente de uma curva, para, posteriormente, chegar ao conceito de derivada de uma função, embora se considere que a questão posta não abarca toda essa dimensão, não permitindo identificar os conhecimentos dos estudantes considerando esse aspecto. Todavia, é a questão que nas avaliações mais se aproxima desse objetivo, embora tenha um forte caráter procedimental.

Porém, o que se aponta como fundamental nesse processo é o conhecimento sobre os erros cometidos pelos estudantes, de modo que a partir destes o professor possa refletir sobre a aprendizagem dos estudantes e como seu próprio trabalho está sendo conduzido. No contexto da investigação, na qual está inserido as análises apresentadas nesse artigo, o conhecimento e entendimento dos erros e potenciais dificuldades dos estudantes, serviu como base para a tomada de decisão em relação ao uso de materiais digitais, no contexto do projeto de monitoria proposto, voltados ao estudo dos conceitos abordados ao longo de um curso de Cálculo Diferencial e Integral. Foram selecionados vídeos *online*, disponíveis no *YouTube*, com diferentes formatos e abordagens, buscando oferecer aos participantes do projeto de monitoria *online* um material de apoio, particularmente direcionados para as dificuldades identificadas, que pudesse ser acessado a qualquer momento, inclusive em situações na qual a monitora não estivesse disponível. A seleção dos vídeos teve como critério a relação direta com as dificuldades observadas a partir da análise de erros realizada, a correção dos conceitos e a adequação didática coerente com materiais de referência institucional, como os livros didáticos indicados nos planos de ensino das disciplinas de Cálculo I e II.

Para disponibilização desse material, foi utilizado, no *Facebook*, o espaço destinado aos álbuns de fotos, dada sua estrutura estável, que possibilitou a criação de álbuns, sendo cada um deles destinado aos seguintes conteúdos: Funções, Limites e Continuidade, Derivadas e Integras. Cada um desses álbuns continha uma série de fotos, que indicavam tópicos relacionados aos conceitos que denominavam os álbuns. Já os vídeos que se relacionavam a cada tópico, foram compartilhados, individualmente, no espaço destinado aos comentários das fotos, juntamente com uma descrição do vídeo. Buscava-se com essa estrutura, dar autonomia aos participantes, tendo em vista que potencialmente conheciam o ambiente virtual no qual foi realizada a monitoria, além da possibilidade do participante encontrar vídeo relacionado a potenciais dúvidas e dificuldades, com base na descrição do mesmo, sem a necessidade de investir tempo na seleção do material a ser utilizado.

No que se refere ao tópico de derivada pela definição de limites, foco da análise aqui apresentada, foram selecionados quatro vídeos, dos quais destaca-se o vídeo denominado “Derivada pela Definição por Limite”⁵⁹, o qual foi produzido e disponibilizado pelo canal “Prof. Fabiano Meira”⁶⁰. Esse canal conta, atualmente, com aproximadamente 26 mil inscritos e se destina a produção de conteúdo voltado ao estudo de conceitos relacionados à Física, Matemática e Engenharia.

Esse vídeo possui duração de pouco mais de sete minutos e se divide em três momentos: no primeiro, que dura aproximadamente 3:45 minutos, são apresentadas as etapas de derivação da função $f(x) = x^2 + 1$ por meio da definição de derivada; num segundo momento, cuja duração é de aproximadamente dois minutos, é utilizado *software* de geometria dinâmica para ilustrar as retas secante e tangente de uma curva genérica, mostrando como ambas se relacionam; por fim é apresentada a definição de derivada propriamente dita, relacionado a variação dos pontos envolvidos com os termos que a compõem. Os referidos trechos do vídeo são apresentados nas Figuras 8, 9 e 10.

⁵⁹ Disponível em <https://youtu.be/D16AJQKdrhE> Acesso em 12 abr 2020.

⁶⁰ Disponível em <https://www.youtube.com/channel/UCCRSvj5Wj5bvcWNT2NuSp-A> Acesso em 12 abr 2020.

Figura 8: Cálculo da derivada por meio da definição

Derivada pela Definição por Limite

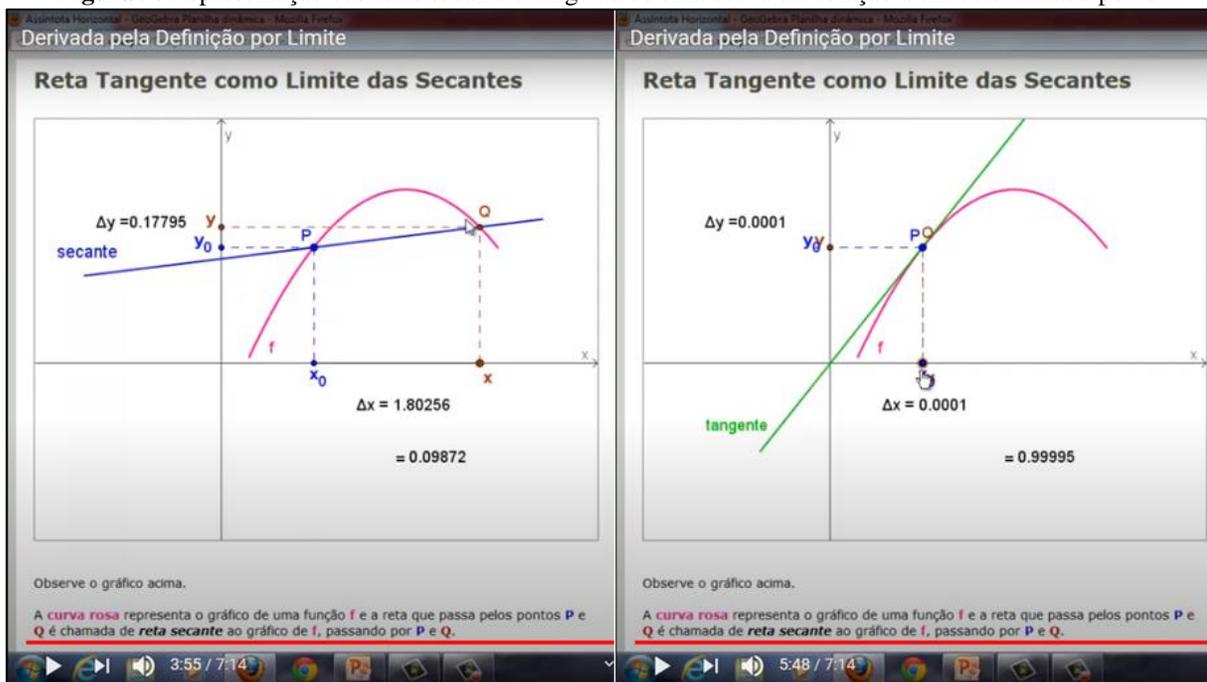
- Calcule a derivada da função $f(x) = x^2 + 1$ usando a definição.
- $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$
- $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x^2 + h^2 + 2xh + 1 - x^2 - 1}{h}$
- $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^2 + 1 - (x^2 + 1)}{h}$
- $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h^2 + 2xh}{h}$
- $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x^2 + h^2 + 2xh + 1 - x^2 - 1}{h}$
- $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} h + 2x$
- $f'(x) = 2x$

Fonte: Meira, F. [Canal Prof. Fabiano Meira]. Recuperado de <https://youtu.be/D16AJQKdrhE>

Conforme mencionado, nesse trecho do vídeo é apresentado o cálculo da derivada da função $f(x) = x^2 + 1$. Diferentemente do padrão observado nas resoluções analisadas, todo o processo é realizado na própria definição de derivada, sendo utilizadas diferentes cores para que possa ser percebida a relação entre cada etapa da resolução, o que também é narrado ao longo do vídeo. Considera-se que tais procedimentos vão ao encontro das potenciais dificuldades relacionadas aos erros que foram apontados previamente, tais como: a substituição do ponto $(x + h)$ na função a ser derivada e o desenvolvimento das operações algébricas envolvidas; o destaque para a operação distributiva relacionada à subtração de $f(x)$; as simplificações algébricas envolvidas entre as funções $f(x + h)$ e $f(x)$; a fatoração por evidência do termo h , a fim de simplificar o denominador; e, por fim, a aplicação do limite dos dados obtidos, determinando a derivada da função original.

No vídeo, ainda, é chamada a atenção para a necessidade de se colocar o procedimento de cálculo em sintonia com interpretações geométricas, o que leva ao segundo momento do vídeo, que se refere à representação gráfica das retas secante e tangente de uma função genérica, conforme indicado na Figura 9.

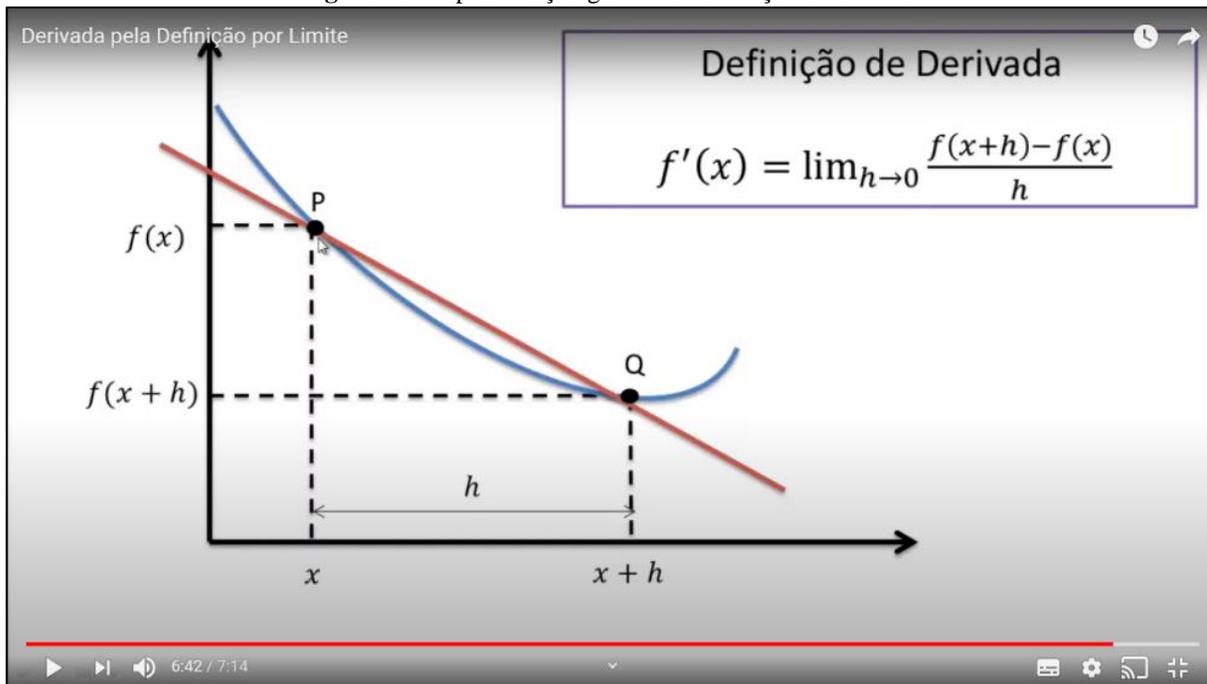
Figura 9: Representação das retas secante e tangente de uma curva em relação à um determinado ponto



Fonte: Adaptado de Meira, F. [Canal Prof. Fabiano Meira]. Recuperado de <https://youtu.be/D16AJQKdrhE>

Utilizando *software* de geometria dinâmica é posto primeiramente, a representação de uma reta secante à uma curva genérica, destacando as variáveis dependente e independente que compõem as coordenadas dos pares ordenados referentes aos pontos P e Q , que são, justamente, onde a reta secante intercepta a curva. Logo após, variando a posição do ponto Q , aproximando sua variável independente cada vez mais da variável independente do ponto P , altera-se, também, a distância entre esses dois pontos e, conseqüentemente, a inclinação da reta secante. É destacado que, à medida que a distância entre essas variáveis diminui, passando tender a zero, a distância entre os pontos P e Q torna-se progressivamente menor, de modo que a reta secante passa a tender a uma reta tangente. Dadas essas explicações, inicia-se o último trecho do vídeo, no qual a definição de derivada é relacionada a representação gráfica de uma reta secante (Figura 10).

Figura 10: Representação gráfica da definição de derivada



Fonte: Meira, F. [Canal Prof. Fabiano Meira]. Recuperado de <https://youtu.be/D16AJQKdrhE>

Finalizando o vídeo, é apresentada a representação gráfica de uma nova curva genérica, juntamente com uma reta que a intercepta em dois pontos (P e Q). Embora a representação mostre uma reta secante, sendo que a derivada se refere à inclinação de uma reta que tangencia a função em um determinado ponto, tal representação é conveniente, quando associada a uma indicação que a distância entre os pontos de intersecção tende a zero, indicando a reta secante se aproxima, cada vez mais de uma reta tangente. Nessa nova representação, a notação utilizada para nomear os elementos que compõem os pontos é a mesma utilizada na definição de derivada, de modo que possam se relacionadas, na busca de atribuição de significado a esses elementos.

Considerações Finais

Neste trabalho apresentou-se uma análise para discutir e refletir sobre potencialidades da análise de erros na identificação de dificuldades apresentadas por acadêmicos de Cálculo como caminho para a organização e planejamento favoráveis ao trabalho nessa área de conhecimento. Entende-se que a análise de erros cometidos por estudantes promova reflexões sobre ações que possam ser empregadas por docentes, a partir das dificuldades dos acadêmicos frente ao Cálculo, para reduzir os impactos negativos na sua aprendizagem.

Com base nos dados obtidos a partir das resoluções analisadas, foi possível identificar diferentes tipos de erros relacionados à aplicação da definição de derivada para determinação da derivada primeira de uma função polinomial, os quais apontam para potenciais dificuldades de aprendizagem dos estudantes, tanto no âmbito conceitual quanto procedimental.

Dentre os erros observados, evidenciam-se erros relacionados tanto a aplicação de conhecimentos e procedimentos matemáticos que antecedem o próprio Cálculo (propriedade das potências e de produtos notáveis, uso de notação elementar, propriedade distributiva, simplificação de termos algébricos), mas que são essenciais ao estudá-lo, e erros relativo a atribuição de significado para as notações, particularmente no que se refere a limites. Esses erros refletem as dificuldades dos estudantes frente a utilização de instrumentos inerentes ao estudo do Cálculo e indicam, em dado entendimento, que possivelmente os acadêmicos não atribuem significado matemático considerado como adequado no contexto institucional, executando ações de cunho procedimental.

Entende-se que perceber e identificar os erros cometidos por acadêmicos permitam, de forma adequada e consoante as necessidades de um grupo de estudantes, tomar decisões para se utilizar recursos que busquem minimizar o acontecimento desses. No caso da investigação na qual esse trabalho está inserido, a análise de erros serviu como parâmetro para seleção de vídeos disponíveis no *YouTube*, a serem utilizados no contexto de uma monitoria *online*.

Destaca-se, porém, que a indicação de utilização de vídeos no contexto de um projeto de monitoria *online* não tem aqui caráter prescritivo servindo apenas como exemplo do tipo de trabalho que se defende. As possibilidades de caminhos metodológicos, estratégias e utilização de recursos são muitos e devem ser adotados a partir do conhecimento de um universo particular.

Por fim, destaca-se que, no contexto apresentado, a análise de erros mostrou-se como uma ferramenta efetiva no processo para o qual se destina e, em dada compreensão, configura-se como um protocolo que pode guiar as ações docentes e auxiliar no processo de organização didática. Nesse intuito, entende-se que tenha condição eficaz como instrumento para qualificar o processo de ensino e aprendizagem não só do Cálculo, mas também em outros contextos e cenários matemáticos em que dificuldades de aprendizagem se apresentem.

Referências

- Anton, H. (2006). *Cálculo: um novo horizonte – Volume I*. Porto Alegre, Brasil. Bookman.
- Artigue, M. (1995). La enseñanza de los principios del cálculo: problemas epistemológicos, cognitivos y didácticos. *Ingeniería Didáctica em Educación Matemática: Un esquema para la investigación em la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas*. (pp. 97-140). Bogotá, Colômbia. Grupo Editorial Iberoamérica. Recuperado de <http://funes.uniandes.edu.co/676/1/Artigueetal195.pdf>
- Barufi, M. C. B. (1999). *A construção/negociação de significados no curso universitário inicial de Cálculo Diferencial e Integral*. [Tese de Doutorado]. Universidade de São Paulo, Brasil. Recuperado de <https://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/48/48133/tde-06022004-105356/publico/Tese.pdf>
- Bisognin, E., Fioreze, L. A., Cury, H. N. (2005). Análise de erros e proporcionalidade: uma experiência com alunos da graduação e pós-graduação. *Vidya (Santa Maria)*. Volume (25), número (2), (pp. 31-40). Recuperado de <https://periodicos.ufn.edu.br/index.php/VIDYA/article/view/392>
- Cury, H. N. (2008). *Análise de erros: o que podemos aprender com as respostas dos estudantes*. Belo Horizonte, Brasil. Autêntica.
- Cury, H. N., Bisognin, E., Bisognin, V. (2009). A Análise de Erros como Metodologia de Investigação. Viana do Castelo-Portugal. *ProfMat2009*. (pp. 1-12). http://www.apm.pt/files/142359_CO_Cury_Bisognin_Bisognin_4a36c5d50a09a.pdf
- Cury, H. N., Cassol, M. (2004). Análise de Erros em Cálculo: uma Pesquisa para Embasar Mudanças. *Acta Scientiae*. Volume (6), número (1), (pp. 27-36). Recuperado de <http://www.periodicos.ulbra.br/index.php/acta/article/view/128>
- Del Puerto, S. M., Minnaard, C. L., Seminara, S. A. (2006,). Análisis de los errores: una valiosa fuente de información acerca del aprendizaje de las Matemáticas. *Revista Iberoamericana de Educación*. Volume (38), número (4,). (pp. 1-13). Recuperado de <https://rieoei.org/RIE/article/view/2646>
- Movshovitz-Hadar, N., Zaslavsky, O., Inbar, S. (1987) An empirical classification model for erros in high school mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*. Volume (18), número (1), (pp. 3-14). Recuperado de https://www.jstor.org/stable/749532?seq=1#page_scan_tab_contents
- Oliveira, M. C. A. de., Raad, M. R. (2012). A existência de uma cultura escolar de reprovação no ensino de Cálculo. *Boletim GEPEN*. Volume (1), (pp. 125-137). Recuperado de <http://www.ufjf.br/mestradoedumat/files/2011/09/Produto-educacional-Marcos-Raad.pdf>
- Pereira Filho, A. D., Kaiber, C. T., Lélis, F. R. de C. (2012). *Categorização e Análise de Erros Cálculo Diferencial e Integral*. Congresso Brasileiro de Educação em Engenharia (COBENGE). Recuperado de <http://www.abenge.org.br/cobenge/arquivos/7/artigos/104513.pdf>

- Reis, F. S. (2001, Fevereiro 23). *A tensão entre rigor e intuição no ensino de Cálculo e Análise: A visão de professores-pesquisadores e autores de livros didáticos*. [Tese de Doutorado]. Universidade Estadual de Campinas, Brasil. Recuperado de <http://repositorio.unicamp.br/handle/REPOSIP/253451>
- Rezende, W. M. (2003, Junho 12). *O Ensino de Cálculo: Dificuldades de Natureza Epistemológica*. [Tese de Doutorado]. Universidade de São Paulo, Brasil. Recuperado de <https://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/48/48134/tde-27022014-121106/pt-br.php>
- Rico, L. (1995). *Errores y dificultades en el aprendizaje de las matemáticas*. Educación Matemática. (pp. 69-108). México. Grupo Editorial Iberoamérica S. A.
- Scott Hood, P. A. de Q. (2018, Setembro). *Cálculo Diferencial e Integral: uma proposta de monitoria online no Facebook*. [Dissertação de Mestrado]. Universidade Luterana do Brasil, Brasil. Recuperado de <http://www.ppgecim.ulbra.br/teses/index.php/ppgecim/article/view/319>
- Scott Hood, P. A. de Q., Kaiber, C. T. (2017a). Mídias digitais e o estudo do Cálculo Diferencial e Integral. *Congresso Internacional de Ensino de Matemática (CIEM)*. Recuperado de <http://www.conferencias.ulbra.br/index.php/ciem/vii/paper/viewFile/8884/4350>
- Scott Hood, P. A. de Q., Kaiber, C. T. (2017b). Vídeos do YouTube como material de apoio no estudo de Cálculo Diferencial e Integral. *Congresso Brasileiro de Educação em Engenharia (COBENGE)*.
- Scott Hood, P. A. de Q., Kaiber, C. T. (2018a). Potencialidades do uso de vídeos online para estudo do Cálculo Diferencial e Integral. *Encontro Gaúcho de Educação Matemática (EGEM)*.
- Scott Hood, P. A. de Q., Kaiber, C. T., (2018b). Projeto Monitoria Online: o Facebook como potencial ambiente de aprendizagem. *Revista de Matemática, Ensino e Cultura*. Volume (13), número (28), (pp. 127-142). Recuperado de <http://www.rematec.net.br/index.php/rematec/article/view/140>

Un estudio sobre la aprehensión conceptual de las inecuaciones

Mónica Campos

profesoramonicacampos1965@gmail.com

<https://orcid.org/0000-0002-4260-6719>

Instituto Superior de Formación Docente Simón Bolívar

Córdoba, Argentina

Mabel Rodríguez

mrodri@campus.ungs.edu.ar

<https://orcid.org/0000-0002-8425-8572>

Universidad Nacional de General Sarmiento

Los Polvorines, Argentina

Recibido: 11/03/2020 **Aceptado:** 25/04/2020

Resumen

En este artículo presentamos una investigación enmarcada en el Enfoque Cognitivo en Educación Matemática y la hemos desarrollado con estudiantes del primer año de la formación de profesores de matemática en una institución argentina. Inicialmente identificamos una problemática docente que podemos sintetizar como la falta de comprensión de algunos objetos matemáticos que se consideran básicos y base para la construcción de otros de mayor complejidad. A partir de esta inquietud, planteamos un problema de investigación que asume la teoría de las representaciones semióticas de Raymond Duval como marco teórico. El objetivo general fue adquirir conocimiento respecto de la aprehensión conceptual de estudiantes respecto del objeto matemático inecuaciones. Específicamente, nos propusimos describir los registros de representación semiótica que estudiantes de primer año ponen en juego al resolver inecuaciones y al expresar sus conjuntos solución y además describir el grado de aprehensión conceptual alcanzado luego de la enseñanza recibida. Diseñamos, fundamentamos y aplicamos un test para recabar datos y propusimos un análisis en dos dimensiones. Una de ellas nos permitió reconocer los registros utilizados en la resolución de cada uno de los ejercicios mientras que, la otra, nos permitió valorar la aprehensión conceptual alcanzada. Asimismo, el análisis por estudiante nos permitió advertir que varios de ellos se desempeñan, ante las resoluciones de inecuaciones, de maneras semejantes. Esos rasgos comunes fueron plasmados en la construcción de una rúbrica que deja de manifiesto tipos de desempeño que realizan estudiantes que han logrado la aprehensión conceptual en distintas etapas de desarrollo. Finalmente hemos retomado la problemática docente que originó la investigación y dejamos una serie de consideraciones para la enseñanza de las inecuaciones que resultarían clave para favorecer su comprensión.

Palabras clave: Aprehensión Conceptual de Inecuaciones. Teoría Semiótica. Inecuaciones. Registros de Representación Semiótica.

Um estudo sobre a apreensão conceitual das inequações

Resumo

Neste artigo, apresentamos uma pesquisa enquadrada na Abordagem Cognitiva em Educação Matemática e a desenvolvemos com alunos do primeiro ano de formação de professores de

matemática em uma instituição argentina. Inicialmente, identificamos um problema de ensino que podemos sintetizar como a falta de entendimento de alguns objetos matemáticos considerados básicos e a base para a construção de outros de maior complexidade. Com base nessa preocupação, colocamos um problema de pesquisa que assume como referencial teórico a teoria das representações semióticas de Raymond Duval. O objetivo geral foi adquirir conhecimentos sobre a apreensão conceitual dos alunos sobre as desigualdades matemáticas dos objetos. Especificamente, propusemos descrever os registros de representação semiótica que os alunos do primeiro ano colocam em jogo ao resolver desigualdades e expressar seus conjuntos de soluções, além de descrever o grau de apreensão conceitual alcançada após o ensino recebido. Projetamos, suportamos e aplicamos um teste para coletar dados e propusemos uma análise bidimensional. Um deles nos permitiu reconhecer os registros utilizados na resolução de cada um dos exercícios, enquanto o outro nos permitiu avaliar a apreensão conceitual alcançada. Da mesma forma, a análise por aluno permitiu perceber que vários deles realizam, de maneira semelhante, a resolução de desigualdades. Essas características comuns foram refletidas na construção de uma rubrica que revela tipos de desempenho realizados por estudantes que alcançaram apreensão conceitual em diferentes estágios de desenvolvimento. Finalmente, voltamos aos problemas de ensino que deram origem à pesquisa e deixamos uma série de considerações para o ensino de desigualdades que seriam fundamentais para favorecer sua compreensão.

Palavras Chave: Apreensão Conceitual das inequações. Teoria semiótica. Inequações. Registros de Representação Semiótica.

A study on the conceptual apprehension of inequalities

Abstract

In this article we present a research framed in the Cognitive approach in Mathematical Education and we worked with students of the first year of the training of mathematics teachers in an Argentine institution. Initially, we identified a teaching problem that we can synthesize as the lack of understanding of some mathematical objects that are considered basic and the basis for the construction of others of greater complexity. Based on this concern, we pose a research problem that assumes Raymond Duval's theory of semiotic representations as a theoretical framework. The general objective was to acquire knowledge regarding the conceptual apprehension of students regarding the mathematical object inequalities. Specifically, we pretend to describe the registers of semiotic representation that first-year students use when solving inequalities and expressing their solution sets, and also describing the degree of conceptual apprehension achieved after the teaching received. We designed, supported and applied a test to collect data and proposed a two-dimensional analysis. One of these dimensions allowed us to recognize the semiotic registers used in solving each of the exercises, while the other allowed us to assess the conceptual apprehension achieved by the students. Likewise, the analysis per student allowed us to notice that several of them perform, in the face of the resolution of inequalities, in similar ways. These common features were reflected in the construction of a rubric that reveals types of performance carried out by students who have achieved conceptual apprehension at different stages of development. Finally, we have returned to the teaching problem that originated the research and we leave a series of considerations for teaching inequalities that would be important to be considered for its understanding.

Keywords: Conceptual Apprehension of Inequalities. Semiotic Theory. Inequalities. Registers of Semiotic Representation.

Introducción

En Argentina, los índices de reprobación en matemática son muy altos y las críticas son continuas por los escasos conocimientos alcanzados por los estudiantes tanto en el nivel secundario como en el primario.

En el paso de la enseñanza secundaria a la superior, estas críticas se manifiestan en forma cruda y el nivel de conocimiento inicial es considerado uno de los factores que inciden de forma negativa sobre el proceso de aprendizaje de la matemática. Esta falta de conocimientos previos ocasiona, en la formación superior, la desaprobación de materias iniciales y este hecho, a su vez, suele ser una de las tantas causas de abandono o repitencia. El caso de las materias del primer año del Instituto Superior de Formación Docente Simón Bolívar de Córdoba Capital, Argentina, en donde se dicta la carrera de Profesorado de Educación Secundaria en Matemática, no son la excepción.

El equipo de profesores presenta una problemática enmarcada en un *problema docente* que se sintetiza como *la falta de comprensión de algunos objetos matemáticos que se consideran básicos y base para la construcción de otros de mayor complejidad*. Entre ellos se mencionan usualmente: la falta de dominio de operatoria básica, tanto numérica como algebraica, la falta de comprensión de las ecuaciones y desconocimiento de técnicas para su resolución, el desconocimiento de las funciones elementales, falta de comprensión del lenguaje simbólico, entre otros. Muchos de los objetos sobre los cuales los docentes advierten falta de conocimientos previos han sido estudiados en el nivel medio. Sin embargo, el estudio de *inecuaciones* suele no estar presente en la secundaria, su primer acercamiento se da en el nivel superior, y también la situación resulta preocupante. Su enseñanza se organiza de manera cuidadosa dado que se reconoce su potencialidad como base para el aprendizaje de otros saberes; sin embargo, los resultados no son significativamente diferentes a otros contenidos trabajados en el nivel anterior. Es decir, el equipo docente considera que los estudiantes tampoco logran comprender esta noción aunque hayan tenido a cargo su enseñanza.

Nuestras primeras inquietudes para el planteo de la investigación que reportamos en este artículo tomaron en consideración el problema docente recién mencionado. Para nuestra investigación consideramos la abstracción de los objetos matemáticos y su consecuente

necesidad de emplear diversas representaciones para asimilarlos y aprehenderlos en su complejidad. Los símbolos, gráficos, números, palabras son usados como medios semióticos y todos ellos juegan un papel central en el desarrollo del pensamiento matemático. De este modo, y posicionándonos desde una perspectiva cognitiva, asumimos como punto de partida que para desarrollar la comprensión de las nociones matemáticas se requiere manipular representaciones semióticas.

En particular, los estudiantes que cursan en primer año espacios curriculares como Problemáticas de Álgebra o del Análisis Matemático del Profesorado de Educación Secundaria en Matemática en el Instituto Simón Bolívar, Córdoba Capital, tienen dificultades para reconocer un mismo objeto matemático en diferentes registros de representación. Indagar cómo se pone en juego, en estos estudiantes, el uso de distintas representaciones, podría ser una clave para poder explicar, desde la perspectiva cognitiva asumida, la falta de comprensión advertida. Hemos seleccionado las inecuaciones dado que su dominio les favorecerá, a los estudiantes, la comprensión de otros conceptos matemáticos propios del nivel superior, y porque podríamos capitalizar los resultados del estudio para favorecer su enseñanza en el Profesorado.

El objetivo general del trabajo que aquí presentamos es *adquirir conocimiento sobre la aprehensión conceptual del objeto inecuación*. Damos precisiones teóricas y metodológicas del planteo del problema de investigación en el siguiente apartado.

Antecedentes y planteo del problema de investigación

En campos del conocimiento como la biología, anatomía, etc. los objetos que se estudian pueden ser percibidos de alguna manera por los sentidos, pero en matemática el acceso es necesariamente semiótico, por medio de algún tipo de representación. Esta distinción, que es inherente a la matemática, fue el puntapié inicial para importantes trabajos de investigación de muchos autores interesados en mejorar los aprendizajes de sus estudiantes. Presentamos un breve recorrido, parte de un Estado del Arte más amplio (Campos, 2020) que iniciamos a partir de los aportes de Raymond Duval en 1993, considerado hoy en día como impulsor de estudios de índole semiótico.

En 1993, Duval publicó un artículo advirtiendo la importancia de distinguir el objeto matemático de sus representaciones, pero a la vez alertando de la complejidad de que un sujeto comprenda un objeto, abstracto, al que nunca logrará acceder excepto a través de sus representaciones. Otros llamaron a este último hecho la *Paradoja de Duval* (por ejemplo,

D'Amore, Fandiño, Iori y Matteuzzi, 2015). Duval (1995) propone las primeras caracterizaciones semiótico-cognitivas de los objetos matemáticos. Caracteriza al objeto matemático como un invariante operatorio o lógico-discursivo de una variada cantidad de posibles representaciones y establece que un indicador posible del acceso a ese conocimiento podría ser su reconocimiento en al menos dos tipos de representaciones.

Cada sistema semiótico presenta limitaciones y reglas propias de funcionamiento y las representaciones semióticas juegan un rol primordial en la constitución cognitiva del pensamiento. Un sistema semiótico es considerado un *registro de representación* cuando tiene la facultad de describir, de permitir identificar al objeto que quiere representar, contiene los rasgos y datos necesarios que permiten dicha representación. A la vez, debe brindar la posibilidad de *tratamiento*. Esto significa la transformación de una representación a otra en el mismo registro en el que está siendo trabajada. Otra facultad importante de un sistema semiótico es que debe permitir algún tipo de *conversión*. Siguiendo con Duval (1995), una *conversión* es la transformación de una representación propia de un registro a otra representación del objeto matemático en otro registro de representación. Es decir, es una transformación externa. El lenguaje natural, las representaciones simbólicas, numéricas y gráficas son entendidos como diferentes tipos de registros.

Este aporte de Duval a la Educación Matemática sin dudas ha sido, y sigue siendo, muy valioso. Es utilizado y referenciado por distintos investigadores quienes coinciden que distinguir y coordinar distintos registros es una actividad necesaria y natural en matemática (Guzmán, 1998).

Siguiendo con los antecedentes, y centrando la atención en trabajos relacionados a las funciones, Guzmán (1988) se propuso poner en evidencia el rol que juegan los registros de representación en respuestas de estudiantes de primer año de la carrera de ingeniería en la Universidad de los Lagos, Chile. En el trabajo se plantean preguntas abiertas en lenguaje natural, otras en lenguaje simbólico y se incluyen en ellas representaciones gráficas. Si bien la conclusión de alguna manera verifica posibles supuestos, la autora expresa que en general los estudiantes reconocen los conceptos en lo que ella llama un *monoregistro*, es decir mediante una única forma de representación. Los estudiantes no pueden coordinar dos tipos de registros diferentes y para dar las respuestas privilegian el registro algebraico.

Moreno & Laborde (2003) muestran los resultados de un trabajo en el que estudian el cambio de registro con el uso de un software que permite un mayor grado de visualización. Plantearon a estudiantes proponer una modelización en la que debieron cambiar del registro verbal al algebraico. Los autores afirman que como los estudiantes recibían una enseñanza centrada en el registro algebraico, les resultó dificultoso, aún con el uso del software, la conversión a otro registro. Esta conclusión refuerza la hipótesis formulada por Duval (1988): la razón profunda de estas dificultades no se encuentra en los conceptos matemáticos, pero sí en el desconocimiento de las reglas de correspondencia semiótica entre el registro de representación gráfica y el simbólico.

En la Universidad Nacional de Mar del Plata, Argentina, en los primeros años de las carreras de ingeniería, se realizó un trabajo de investigación que tuvo por objetivo determinar cuáles son los registros de representación más adecuados para el estudio de subconjuntos de números complejos. Las investigadoras Aznar, Distéfano, Figueroa & Moler (2010) plantean que extraer información de una representación gráfica no es un recurso habitual utilizado por los estudiantes. Esto refuerza la conclusión del estudio anterior de que el registro que se privilegia es el algebraico.

Jesús Macías Sánchez, en su tesis doctoral (2016) en la Universidad Complutense de Madrid, España, realiza una investigación que pone de manifiesto el lugar que ocupa la conversión de sistemas de representación semiótica en el currículo de nivel medio. Esta investigación nos aporta información relevante respecto de qué se prescribe para la enseñanza en el nivel educativo anterior al superior. Si bien la información es de España, podemos tomarla como referencia. El autor llegó a la conclusión que *la noción de cambio de registros semióticos goza de invisibilidad didáctica* (Macías, 2016), que no se atiende explícitamente desde la enseñanza y que solo se contemplan los tratamientos con *mayor relevancia y prioridad*. Asimismo expresa:

En menor proporción, el análisis muestra como ciertas conversiones aparecen en las leyes de manera explícita, por lo que podría parecer que existe cierta introducción al uso y manejo de más de un registro de representación para un determinado concepto. No obstante, podemos decir, a partir de la manera en que se enuncian y recogen, que es limitado y paupérrimo con respecto a las posibilidades existentes en ambas etapas educativas, pues más que favorecer un aprendizaje significativo e integral de los objetos matemáticos y las propiedades que los

caracterizan, persiguen que el alumno disponga de herramientas de resolución de tareas, pasando por alto la complejidad existente en el proceso de relación entre representaciones por la falta de congruencia entre las unidades significantes que caracterizan a cada registro semiótico (Macías, 2016, p. 1032).

Pasar por alto la complejidad de los procesos de cambio de registro en los cursos superiores de la escuela media, puede ser una de las causas de las dificultades cuando los estudiantes abordan los objetos matemáticos en el nivel superior. Otra conclusión muy interesante de esta investigación es el estudio que realizan de la conversión de registros en los libros de texto a los que acceden los estudiantes de nivel medio. En este tipo de actividades la conversión de registros la hace el autor del libro y la actividad que el estudiante debe realizar se centra en los tratamientos solicitados en el registro que ya fue determinado por él. Al respecto Macías escribe:

El análisis mostró como los libros de texto promueven un uso simultáneo, no controlado, y en diversas ocasiones carente de sentido y funcionalidad, de algunos registros de representación semiótica, dando por hecho que el estudiante es capaz de interpretar y establecer relaciones entre ellas por sí mismo. Este hecho, junto con los obstáculos derivados por la falta de congruencia entre los diferentes registros semióticos que pueden entrar en juego en la conversión, genera la aparición de dificultades en el alumno debido tanto a la complejidad que ello conlleva como a la falta de destreza a la hora de articular varios sistemas de representación para un mismo concepto (Macías, 2016, p. 1034).

En estos libros de texto de nivel medio el autor encuentra muy usados los registros verbal, numérico y algebraico. Asimismo menciona que los registros gráficos y geométricos son usados como soporte de los anteriores y no como representaciones posibles de objetos matemáticos para los cuales resultaría la mejor opción.

Mabel Panizza, en su tesis doctoral se ocupa de “Las transformaciones semióticas en los procesos de definición de objetos matemáticos” (Panizza, 2018). En este trabajo la autora estudia cómo se manifiestan en los procedimientos de los estudiantes las operaciones de *observación, reconocimiento, descripción y denominación*, constitutivas de los procesos de definición de objetos matemáticos. Una de las conclusiones de este estudio es que los estudiantes no conciben espontáneamente ejemplos representativos de un objeto matemático, razón por la cual las operaciones antes mencionadas se realizan en muy pocas representaciones que tienen la

marca de lo particular. Investigó las relaciones entre las operaciones de *observación* y *descripción*, de objetos matemáticos en *escritura simbólica* y *o lenguaje natural*, estableciendo que:

Las descripciones de propiedades de los objetos matemáticos en escritura simbólica y/o en lenguaje natural han mostrado en este Estudio Empírico otro fenómeno ligado a la relación entre las operaciones de observación y descripción. A menudo, las descripciones realizadas -en lenguaje natural o simbólico- son adecuadas a los objetos observados, pero no los caracterizan, en el sentido de que otros objetos caen dentro del alcance de la descripción (Panizza, 2018, p.207).

También plantea la existencia de una falta de articulación de diferentes registros semióticos dado que verificó que los estudiantes interpretan estas escrituras como si fueran caracterizaciones de un conjunto de objetos observados, o como nuevas descripciones que se pudieran obtener a partir de la conversión entre los diferentes tipos de registros. Panizza también menciona el problema didáctico de crear o encontrar las condiciones para que las conversiones surjan como estrategias propias de los estudiantes, según las necesidades creadas por las tareas a resolver, que le pudieran proponer los profesores. Esta es la capacidad que caracteriza los procesos del experto en la resolución de problemas (Panizza, 2018, p.130). La autora nos explica:

Las conversiones implícitamente solicitadas por una tarea o las que no son solicitadas ni implícita ni explícitamente requieren poner en juego estrategias de funcionamiento cognitivo superiores, en la medida en que –como analizamos anteriormente- en el primer caso suponen la elección de un registro pertinente para hacer una conversión y en el segundo suponen que se haya descubierto que la conversión entre registros es un instrumento para resolver cierto tipo de tareas. (Panizza, 2018, p.139)

Duval realiza lo que él llama “Un análisis cognitivo de los problemas de comprensión en el aprendizaje de las matemáticas” (Duval, 2016, p.61). En él, ratifica que la importancia de las representaciones en el aprendizaje de la matemática radica en el hecho de que se constituyen el único medio para el acceso a los objetos matemáticos. Lo que el autor llama *estrategias matemáticas*, implican de manera insoslayable la transformación de representaciones semióticas. Para tales transformaciones se debe considerar como absolutamente necesaria la coordinación de diferentes representaciones del objeto matemático.

Particularmente, como hemos mencionado anteriormente, la conversión de las representaciones semióticas constituye la actividad cognitiva menos espontánea y más difícil de

adquirir para la mayoría de estudiantes y esta falta de coordinación entre los diferentes registros genera un obstáculo para los aprendizajes conceptuales.

Respecto específicamente de investigaciones que tomen el concepto de inecuación, encontramos el trabajo de Vancken, Engler y Müller (2010) quienes describen problemas que tienen los estudiantes a la hora de reconocer ecuaciones e inecuaciones. Concluyen que el gran problema que se plantea en el trabajo con inecuaciones es la ausencia de significado que este concepto tiene para los estudiantes. La raíz de esa falta de significado sería que su enseñanza suele reducirse al desarrollo de determinados métodos de resolución, no incluir la explicación de a qué métodos se refieren ni en qué se basan los mismos para realizar esas aseveraciones.

Nora Gatica, de la Universidad Nacional de San Luis (Argentina) y Alexander Maz Machado, de la Universidad de Córdoba (España), publican un trabajo el año 2012 en el que plantean que las inecuaciones, por más que están presentes en el curriculum de la escuela media en la Argentina, no es considerado un tema de importancia por los profesores de nivel medio ni de la Universidad. A la vez dicen también que los alumnos logran aprender a resolver inecuaciones a través de procedimientos y de reglas previamente establecidas, pero no enlazan aspectos conceptuales, por lo que el desarrollo de este conocimiento es “principalmente de carácter procedimental” (Gatica & Maz Machado, 2012, p.2). En este trabajo se investigó cómo el concepto de inecuación fue construido por los estudiantes y cómo realizaron cambios de registros. Además de resultados específicos, observaron que los estudiantes no consiguen encontrar acabadamente el conjunto solución de la inecuación planteada sin intervención del profesor. Expresan además, que es esencial que se propongan tareas de conversiones entre los diferentes registros de representación y que deban interpretar resultados en uno y otro registro, tareas que no son frecuentes en los manuales escolares ni en las clases de matemática.

Garrote, Hidalgo y Blanco (2004) realizan un trabajo con estudiantes de primer año de bachillerato. Sus conclusiones pueden ser extrapolables a estudiantes de primer año del nivel superior. Los autores dicen que la comprensión del concepto de inecuación es deficiente en una parte importante de alumnos y que no establecen diferencias significativas entre este concepto y el de ecuación. Por otra parte mencionan que solamente reconocen que para las ecuaciones se utiliza el signo “=” mientras que en las inecuaciones se utilizan los signos “<”, “>”, “≤” o “≥”, y solo lo reconocen como un nexo entre los dos miembros de ella. Una consecuencia de esta ausencia de sentido la constatan en las dificultades para la lectura en uno u otro caso. También

presentan problemas cuando deben realizar conversiones del registro verbal al simbólico que incluye una doble desigualdad. En relación a los diferentes sistemas de representación encontraron que sus estudiantes solo usaban el registro simbólico hipotetizando que esto es consecuencia de las prácticas de enseñanza en el aula. Resaltan como problema de relevancia la ausencia de significado en el trabajo con inecuaciones, quedando la enseñanza de este contenido reducido a las técnicas algebraicas de resolución.

Alvarenga (2005), por su parte, presenta un conjunto de “construcciones mentales o esquemas, que el estudiante puede desarrollar con el fin de comprender el concepto de inecuación” (p.10). El autor explica en sus conclusiones que:

- La interpretación es fundamental para el éxito en la resolución de situaciones que involucren inecuaciones, y debe incluir:
- La comprensión del conjunto solución y del significado de la variable;
 - La identificación de lo que no puede ser solución;
 - La identificación de las expresiones algebraicas que aparecen en la inecuación con funciones y análisis de la variación de las imágenes de esas funciones;
 - La interpretación gráfica, o sea, la visualización de la inecuación por medio de gráficos de funciones;
 - La comprensión del signo de desigualdad; y
 - La identificación de las propiedades empleadas y de las respectivas transformaciones ocurridas en la inecuación y en su conjunto solución.

Otra idea interesante es la que plantea referida a lo que llama resolución gráfica. Menciona que la posibilidad o no de solución depende de las conexiones con otros contenidos y de “competencias matemáticas importantes que no han sido trabajadas en la enseñanza y el aprendizaje de las inecuaciones” (Alvarenga, 2005, p.140). Agrega que hay propuestas que analizan las inecuaciones por medio de gráficos, pero solamente cuando presentan las expresiones algebraicas, que son aisladas de otros tipos de resoluciones y que no hacen conexiones con otros contenidos, solo con funciones. Esto lo podemos interpretar como que no se presenta el registro gráfico como medio de representación ni de solución de las inecuaciones. Explica también que los alumnos presentan mucha dificultad en la interpretación y resolución gráfica de una inecuación (Alvarenga, 2005) y lo atribuye a la mala comprensión del concepto de función.

Como podemos advertir, (enmarcado en el período 2004 a 2012) hay coincidencia en la falta de sentido construido por los estudiantes y la prevalencia de solo de métodos procedimentales de resolución de inecuaciones.

Este Estado del Arte nos permite seleccionar el enfoque que constituye el Marco Teórico de esta investigación. Consideramos la perspectiva de Duval (1998) dado que como se ha mostrado con los trabajos de Panizza (2018) y Aznar et al. (2010), queda de manifiesto la vigencia de las preocupaciones alrededor de los conceptos relacionados a las transformaciones semióticas y sus implicaciones en los aprendizajes matemáticos de los estudiantes. Señalamos en primer lugar que Duval, en sus distintos textos, utiliza los términos *aprendizaje*, *comprensión* y *aprehensión conceptual*. No encontramos precisiones en cuanto a los significados que el autor le atribuye a cada uno. Por ese motivo, consideramos que los utilizó con el significado del diccionario y no como elementos teóricos de su teoría.

El contexto de trabajo fue la asignatura Elementos de la Aritmética y el Álgebra que se encuentra en el primer año del Profesorado. En particular, nos ubicamos en la unidad sobre Expresiones Algebraicas que incluye los temas Ecuaciones y Sistemas de Ecuaciones, Inecuaciones y Sistemas de Inecuaciones. En la asignatura mencionada, las inecuaciones se les plantean a los estudiantes en registro algebraico. No pretendimos incidir sobre la enseñanza en este estudio, por lo que contemplamos este hecho como un punto de partida para el planteo de los objetivos de la investigación que son: (1) Describir las resoluciones de estudiantes de inecuaciones en términos de los registros de representación semiótica utilizados, conversiones y/o tratamiento; (2) Identificar registros de representación utilizados en la presentación de los conjuntos solución de inecuaciones y (3) Describir la aprehensión conceptual alcanzada sobre el objeto inecuación, sobre su resolución y sobre el conjunto solución.

Propusimos como instrumento para recabar datos un test que constara de inecuaciones para resolver. En la siguiente sección presentamos los criterios para diseñarlo, en qué términos fundamentamos su diseño e indicamos detalles del trabajo de campo y sistematización y análisis de datos.

Desarrollo

Respecto del diseño del test, formulamos cada una de las actividades que lo componen de manera que cumplieran los siguientes criterios: hubiera inecuaciones presentadas en todos los registros de representación (algebraico, numérico, verbal y gráfico); que sea posible expresar

el conjunto solución en distintos registros y que admitan distintas resoluciones que puedan evidenciar tratamientos o conversiones. Atendimos a que el test cubra, de manera exhaustiva la presencia de los distintos registros tanto en la formulación de las consignas como en la expresión del conjunto solución. Decidimos no presentar consignas en el registro numérico porque entendemos que resultaría forzado y se perdería el sentido. El test finalmente quedó conformado por siete actividades. Incluimos a continuación la fundamentación de dos de ellas, con la intención de mostrar la profundidad en el detalle de análisis que nos determinó su selección para poder alcanzar los objetivos. (El análisis completo está en Campos, 2020).

Ejemplo 1: Fundamentación de la consigna del test 1c)

1c) Resolver $7 + x^2 \leq 7$

Las posibles resoluciones que anticipamos son las siguientes.

Primera resolución: en registro verbal. Resulta de analizar que el único número que sumado a 7 resulta menor o igual a 7 es el 0.

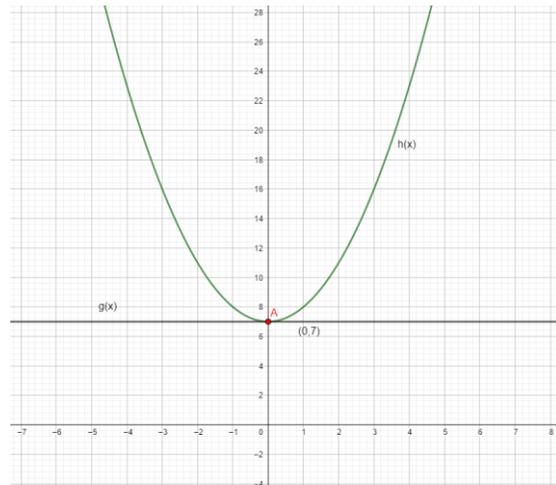
Segunda resolución: en registro numérico. Probar con algunos valores numéricos hasta advertir que cualquier número positivo o negativo elevado al cuadrado sería positivo con lo que al sumar 7 siempre resultará mayor a 7 y no se cumpliría la desigualdad. La única posibilidad que queda analizar es la del 0, que cumple lo pedido.

Tercera resolución: en registro algebraico

$7 + x^2 \leq 7 \Leftrightarrow x^2 \leq 7 - 7 \Leftrightarrow x^2 \leq 0 \Leftrightarrow \sqrt{x^2} \leq \sqrt{0} \Leftrightarrow |x| \leq 0$. A partir de aquí, o se convierte al registro verbal y se concluye que el único valor que verifica es 0, o se prosigue con el tratamiento algebraico, llegando al mismo resultado.

Cuarta resolución: en registro gráfico

Interpretar la inecuación en registro gráfico implica encontrar los valores reales x para los cuales la función $h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, h(x) = 7 + x^2$ tiene su gráfico igual o por debajo de $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = 7$. Entonces se interpreta el planteo como “identificar los valores de la variable independiente para los cuales la parábola que describe la función cuadrática es menor o igual la recta $y = 7$ ”, hay solo un punto en el que son iguales: el cero.



El conjunto solución, en cualquiera de los casos, puede ser presentado en los siguientes registros. Numérico $S = \{0\}$ o solo 0 (no sería una notación correcta, pero posible).

Simbólicamente: $\{x \in \mathbb{R}, |x| = 0\}$

Gráfico en la recta real: 

Ejemplo 2: Fundamentación de la consigna 2 del test.

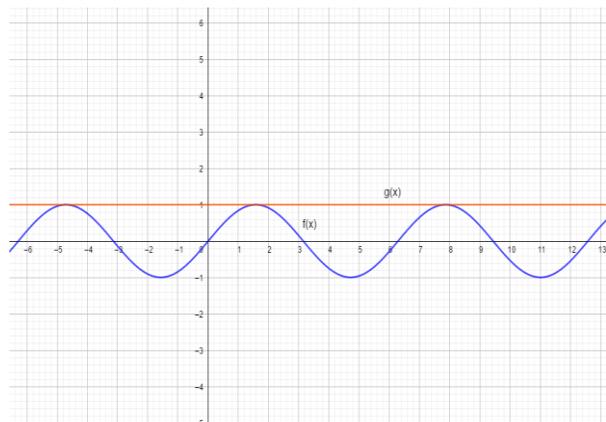
La misma tiene dos ítems que presentamos separadamente.

2a) Resolver $\sin x \leq 1$

La consigna está planteada en el registro algebraico y fue seleccionada dado que no admite tratamiento en este registro. Es necesario plantear una conversión a algún otro registro.

Primera resolución: conversión al registro gráfico.

Hay que identificar los valores de la variable independiente x para los cuales la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \sin x$ se mantiene menor o igual a 1. Para ello se podría graficar $f(x) = \sin x$ y $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = 1$. A partir de allí el análisis debe ser desde el gráfico y sobre el eje de las abscisas.

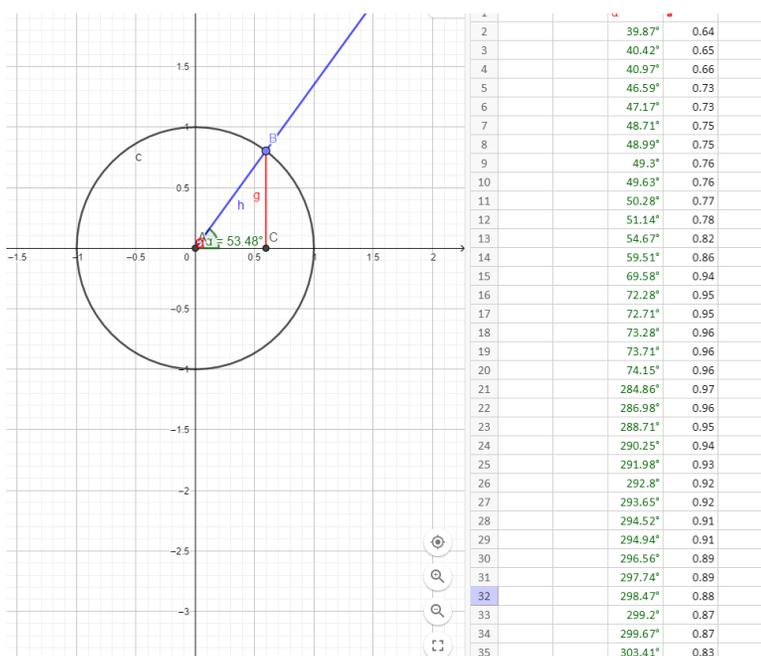


Segunda solución: en registro gráfico y numérico

Es posible graficar la circunferencia trigonométrica y comparar en ella la medida del segmento que representa al seno del ángulo respecto de 1 (medida del radio de la circunferencia).

Puede resultar una resolución en registro numérico pero necesita de la conversión desde el planteo algebraico, al gráfico y al numérico.

El gráfico es solo ilustrativo, los estudiantes no contarán con computadoras a la hora de realizar el test.



Tercera solución: en registro numérico.

Dar valores a la variable independiente y hacer cuentas con la calculadora. Sin tener forma de argumentar de un modo correcto, matemáticamente hablando, suponer que el conjunto solución son todos los números reales.

Las posibles presentaciones del conjunto solución, ante cualquier resolución, son:

En el registro verbal, para todos los números reales se cumple que $\sin x$ es siempre menor o igual a 1.

Numérico: $\{\dots - 10 \dots - 1 \dots 0 \dots 1 \dots 2 \dots 8 \dots\}$ (no correcto, pero posible)

Algebraico: \mathbb{R}

Gráfico:



2b) Resolver $\sin x \geq 1$

Las resoluciones son análogas, solo cambia el conjunto solución que en este caso es infinito numerable y requiere ser expresado adecuadamente. Solo incluimos posibles formas de representarlo.

En el registro verbal el conjunto solución está formado por todos aquellos valores de x que se obtienen sumándole a $\frac{\pi}{2}$ múltiplos enteros de 2π . También se puede pensar como la suma de $\frac{\pi}{2}$ más el doble de un múltiplo entero de π .

El conjunto solución en el registro numérico: $\left\{ \dots -\frac{7}{2}\pi, -\frac{3}{2}\pi, \frac{1}{2}\pi, \frac{5}{2}\pi, \frac{9}{2}\pi, \frac{11}{2}\pi \dots \right\}$ o bien $\{ \dots -11, -1.47, 1.57, 7.85, 14.14, 20.42 \dots \}$ con valores aproximados.

La generalización puede expresarse

$$\{x \in \mathbb{R}, x = (4k-3)\pi/2, \text{ con } k \in \mathbb{Z}\} \text{ o } \left\{x \in \mathbb{R}, x = \frac{\pi}{2} + k \cdot 2\pi, \text{ con } k \in \mathbb{Z}\right\}$$

en registro algebraico.

El trabajo de campo fue realizado con 41 estudiantes, sobre un total de 50, de la asignatura Elementos de la Aritmética y el Álgebra, de manera presencial en dos horas dentro del horario de sus clases.

Para realizar el análisis de los datos recabados, primeramente codificamos los estudiantes, para preservar su identidad y generamos una serie de referencias y tablas en las que volcamos los datos. Especificamos los registros de representación que fueron utilizados en las resoluciones, denotando: V (verbal), N (Numérico), NT (Numérico con una tabla de valores), A (Algebraico), GR (Gráfico en \mathbb{R}) y GP (Gráfico en \mathbb{R}^2). Por otra parte, para expresar el conjunto solución utilizamos las denominaciones: NE (Numérico: presentar exhaustivamente los valores), NI (Numérico, con notación de intervalos), V (Verbal), AC (Algebraico, notación de conjunto), AI (Algebraico con notación de intervalo), AD (Algebraico, en términos de desigualdad), GR (Gráfico en \mathbb{R}) y GP (Gráfico en \mathbb{R}^2 , sobre el eje x). A su vez registramos si responde bien, regular, mal, o no responde.

Con esos datos en el cuadro, realizamos dos tipos de análisis: uno por ejercicio y otro por estudiante. Mientras que la mirada por ejercicio nos permitió describir las resoluciones que los estudiantes realizaron de las inecuaciones y la expresión del conjunto solución en términos de registros de representación, el análisis por estudiante nos permitió dar cuenta de la aprehensión conceptual alcanzada sobre el objeto inecuación. Con este último pudimos encontrar características comunes y construir una rúbrica que puede ser utilizada para valorar el desarrollo en la comprensión del objeto matemático “inecuaciones”.

Resultados y discusión

Respecto del análisis por ejercicio

En todos los casos, cuando encontramos errores matemáticos (sea de planteo, operatoria numérica o algebraica), nos interesó analizar la coherencia entre su resolución y la respuesta dada, con la finalidad de poder decidir si estaban interpretando la inecuación.

El ejercicio 1a) plantea resolver $2(x - 1)(x + 2) < 0$. Las resoluciones recibidas nos permiten plantear dos casos: quienes “interpretaron que el planteo es, efectivamente, una inecuación” y quienes “consideraron el planteo como si fuera el de la ecuación asociada”. Respecto de los registros de representación semiótica utilizados en las resoluciones de los estudiantes, se presentaron dos tipos de tratamientos generales, uno que considera únicamente la expresión cuadrática y el que no la usa. En el primero, encontramos que los estudiantes aplican la propiedad distributiva, obtienen una ecuación de segundo grado y a partir de ésta utilizan la fórmula resolvente para determinar los valores de x que la anulan. Este procedimiento desemboca a la vez en otros dos posibles. Uno de ellos es utilizar los resultados obtenidos de aplicar la fórmula resolvente para luego abordar el estudio de la desigualdad a partir de analizar posibilidades según la variable tome valores menores, mayores o esté entre los dos ceros hallados. En este caso, consideramos que se interpreta la idea de inecuación. El otro procedimiento encontrado se reduce a resolver la ecuación asociada, obtener los dos valores que anulan la expresión y terminar la resolución. Pareciera que la solución de la ecuación se asocia con la de la inecuación o, en caso de que no ocurra esto, no queda expresado. Esto último sucede aún en los casos en los que al comienzo tienen en cuenta la desigualdad, como se encontró en cuatro de los estudiantes.

El segundo tratamiento general, no usa la ecuación de segundo grado. En este caso, encontramos el que toma en cuenta los factores involucrados en la inecuación y estudia las posibilidades de sus signos para que se cumpla la desigualdad. Ocho estudiantes plantean las distintas posibilidades de los signos de los factores del producto para que la desigualdad sea menor a cero. En este caso, obtienen –con o sin errores en las cuentas- el conjunto solución y lo expresan en términos de intervalos. En estos casos este tipo de tratamiento nos da la idea de que los estudiantes efectivamente logran alguna interpretación de la inecuación. Entendemos que aquí subyace un razonamiento de tipo aritmético, de análisis de signos.

En el caso del ítem 1) b), resolver $\left|\frac{x}{4} - 2\right| \geq 1$, pudimos determinar dos tipos de procedimientos entre quienes lo encararon. En uno, plantean usar la definición de valor absoluto considerando los casos en los que $\frac{x}{4} - 2$ es mayor o igual que 0, o menor; y el otro considera utilizar la propiedad (para $a > 0$) $|x| > a \Leftrightarrow x > a \vee x < -a$. Independientemente de esta elección, se encuentran resoluciones correctas e incorrectas. Cabe señalar que once estudiantes cometen errores algebraicos al resolver el ejercicio y no llegan a la solución correcta. Sin embargo, interpretan el resultado que obtienen y presentan el conjunto solución de manera coherente con lo resuelto.

El ítem 1) c) es el que presentamos desarrollado en la fundamentación: resolver $7 + x^2 \leq 7$. En este ejercicio distinguimos estudiantes que identifican que el único número que puede satisfacer la desigualdad es 0 y los que no. Dentro de los primeros, encontramos por ejemplo que un estudiante escribe el enunciado e inmediatamente agrega “se cumple para $x = 0$ ”. También podemos ver que, aun identificando la solución, realizan algún tratamiento algebraico. Se observa también la manipulación algebraica en primera instancia y luego la conversión al registro verbal para explicar lo hallado. Esto puede verse por ejemplo cuando luego de la resolución analítica, queda expresado “Solo en los casos que x sea igual a cero, ya que analizando el cuadrado de un número nunca será negativo para que se cumpla la desigualdad pero si cero para que se cumpla la igualdad”.

Se privilegia notablemente el tratamiento algebraico por más que no sea necesario, encontrando solo seis estudiantes que expresan verbalmente que solo 0 puede cumplir esa condición.

Finalmente, el ítem 1 d) plantea resolver $5 - x < x - 1$. Este ítem presenta una inecuación similar a las que tradicionalmente se proponen como los primeros ejemplos en clases. Al analizar las resoluciones de los estudiantes, encontramos que se repite en todos los casos el tratamiento dentro de ese registro para obtener el conjunto solución.

En el ejercicio 2 (resolver $\sin x \leq 1$ y $\sin x \geq 1$) fueron 18 los estudiantes que plantean posibles conjuntos solución mostrando que interpretaron lo que se les pidió, independientemente que resultara o no correcta su respuesta. El resto no resuelve. Sin embargo, las argumentaciones que presentan son dispares. Dejamos a continuación algunas respuestas encontradas. Un estudiante dibuja una circunferencia trigonométrica y coloca en el eje de

abscisas valores del dominio como $0, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \pi$ y presenta su conjunto solución. Otro alumno encara la resolución de $\text{sen } x \leq 1$ como si estuviera resolviendo una ecuación y escribe: $x \leq \text{sex}^{-1}(1), x \leq 90, ([-\infty]; 90) = (-\infty; \frac{1}{2}\pi)$ mientras que para $\text{sen } x \geq 1$ deja escrito $x \geq 90^\circ, x \geq \frac{1}{2}\pi, [\frac{1}{2}\pi; +\infty]$. Encontramos respuestas como: “con calculadora probé porque no sé cómo debería calcularlo”, dejando en evidencia el uso del registro numérico.

El ejercicio 3 pide resolver dos inecuaciones. Ambas fueron planteadas a partir de dos gráficos cartesianos. Cada uno de ellos presenta el gráfico de dos funciones de valores reales que se intersecan. Uno de los casos fue diseñado de modo que los estudiantes pudieran reconstruir las expresiones algebraicas de las funciones cuyos gráficos presentamos. La otra inecuación, sin embargo, no admitía esta posibilidad. Este es el ejercicio con menor cantidad de respuestas. Solo 15 estudiantes lo realizan. El resto no escribe nada. Son dos los estudiantes que intentan reconstruir las expresiones algebraicas de las funciones, no logran destrabar el manejo algebraico y la resolución queda trunca. Un único estudiante deja de manifiesto que interpreta la condición de desigualdad y cuál es el conjunto solución, aunque de manera incorrecta y sin justificación. Hubo casos que resuelven o justifican en el plano dejando sombreado el subconjunto sobre el eje de las x . Finalmente señalamos un estudiante que deja expresado: “no puedo hacerlo, no se resolver inecuaciones de funciones”. Suponemos que la representación de las inecuaciones en el registro gráfico por un lado podría haber obstaculizado su reconocimiento como objeto conocido, al no encontrarlas en el registro predominante de trabajo: el algebraico. Por otro lado, le hizo considerar que son un nuevo objeto matemático sobre el que no trabajó y por eso no puede resolver.

Los ejercicios 4 y 5 plantean dos situaciones en contexto extramatemático, una referida a ganancias de dos fábricas en función de ventas y la otra, a edades de padre e hijo. La primera de ellas presentó la mayor cantidad de respuestas, solo dos de los estudiantes no resolvieron. El procedimiento predominante fue realizar una conversión del registro verbal al numérico y realizar tratamientos obteniendo valores para cada una de las fábricas y luego compararlos. Otra resolución realizada fue mediante una conversión al registro algebraico, intentando plantear un sistema de ecuaciones lineales que les permitiera obtener el valor que verifica las dos igualdades asociadas. Dos estudiantes realizan esto correctamente y la mayoría responde adecuadamente al planteo de la inecuación a partir del valor hallado.

El ejercicio de las edades es encarado, mayoritariamente a través de una conversión del registro verbal en el que fue planteado, al algebraico y solo un estudiante trabaja directamente en el registro numérico. El ejercicio propone encontrar un período en el que la edad del padre cumple una cierta condición, lo que implica que el conjunto solución debería ser un intervalo de tiempo. Los estudiantes plantean un sistema de ecuaciones que les permite hallar edades a partir de las cuales construir la respuesta a la inecuación. Cometan errores algebraicos o de planteo y es luego de esa primera conversión que apelan al registro numérico. Los errores les impiden avanzar en la resolución. Cabe resaltar que los valores dados en el enunciado posibilitan, por medio de prueba y error, hallar numéricamente datos que les permitieran responder sin necesidad de apelar a otro registro que no fuera el numérico.

El ejercicio 6 plantea: ¿Es posible que el cuadrado de un número real sea menor que el opuesto de dicho cuadrado? Explicar, y en caso de que sea posible, indicar todos los números que cumplen tal condición.

Siete estudiantes no resuelven y once usan el registro verbal para dar en conjunto solución y, en alguno de los casos, este último fue usado para justificar lo que escriben en el registro algebraico. Encontramos respuestas como “el cuadrado de todo número real es siempre positivo” o “no es posible ya que el cuadrado de un número siempre será positivo sin importar la base”. También se presentan planteos algebraicos, correctos o no y la conversión del registro algebraico al numérico para intentar una forma de validación. Esto se dio en dieciocho casos. A modo de ejemplo: un estudiante escribe $x^2 < (-x)^2$ y luego explica que “no es posible porque $(-2)^2$ sea menor que 2^2 , ya que $(-2)^2 = 4$ y $2^2 = 4$ y se obtiene el mismo número entero o el mismo resultado”.

Finalmente, el ejercicio 7 plantea resolver la inecuación que corresponde a la positividad de una expresión homográfica. Doce estudiantes ni siquiera lo encaran y quienes sí lo hacen utilizan el registro algebraico en el que fue planteado. Quienes intentaron la resolución proponiendo “transposición de términos” (multiplicar miembro a miembro por el denominador), cometieron el error usual de no considerar los casos en que el signo del denominador es mayor o menor que cero. Sin embargo veinte estudiantes proponen el análisis de los signos de numerador y denominador por separado con desarrollos correctos o no.

Aunque hemos analizado por separado los registros en los que los estudiantes presentaron los conjuntos solución de los siete ejercicios (como puede verse en Campos, 2020), presentamos aquí una síntesis global de los mismos.

En muchos casos encontramos que no presentan explícitamente el conjunto solución, simplemente “recuadran” una parte de su desarrollo. A veces ese recuadro expresa la resolución de la ecuación asociada a la inecuación. Otras, en cambio señala una desigualdad a partir de la cual ya no se puede operar simbólicamente ($x > 3$, por ejemplo) pero no resulta claro que el estudiante comprenda que esa representación indica la totalidad de valores que satisfacen la inecuación, que conforman un intervalo de la recta real y que son *todos* los posibles. Encontramos, asimismo, representaciones en distintos registros. Muchos utilizan la notación de intervalo, o el sombreado de la región en la recta real. Los registros menos utilizados son el verbal y el numérico, alineado con los ejemplos prototípicos de la enseñanza.

Respecto de la aprehensión conceptual

En esta sección presentamos resultados del análisis por estudiante. El mismo nos permite expresar una valoración respecto de la aprehensión conceptual individual alcanzada. Primeramente mencionamos características comunes que hemos advertido en el desempeño de los estudiantes y que proponemos tras un proceso de síntesis que siguió a uno de tipo analítico. Partimos de resoluciones de distintos estudiantes y logramos establecer rasgos generales referidos a la aprehensión conceptual respecto de las inecuaciones que nos permitió agruparlos. Proponemos un nombre identificador para cada grupo de estudiantes, según nuestra apreciación, de la característica que consideramos más relevante que ponen de manifiesto: *manipuladores simbólicos, manipuladores algebraicos y resolutores de inecuaciones*.

Para cada uno de los grupos presentamos primero los rasgos que le son propios y luego los vinculamos con la aprehensión conceptual alcanzada de los sujetos que los conforman. Finalmente mostramos muy brevemente ejemplos de cada uno de ellos.

Rasgos comunes a cada grupo

Presentamos los rasgos organizados en tres grupos, y lo hacemos con dos salvedades. Primeramente, cabe aclarar que no hay pretensión de exhaustividad y extender o ajustar el listado de rasgos queda como asunto abierto. En segundo lugar, no todos los rasgos los hemos advertido en un mismo sujeto.

Manipulador simbólico

Algunas características comunes son las siguientes:

- Se advierte manipulación algebraica pero no se percibe su finalidad.
- Su manipulación algebraica manifiesta contradicciones que no son advertidas por el sujeto.
- Se encuentra manipulación algebraica innecesaria, denotando falta de claridad en lo que se resuelve.
- Se encara la resolución de cualquier inecuación en el plano algebraico, sea productivo, o no. No se manifiesta abandonar los símbolos si no son efectivos.
- Ante consignas que se presentan similares a otras “prototípicas”, entendidas estas últimas como aquellas que, escolarmente, suelen asociarse con un tipo de resolución o que conllevan un contenido matemático específico que el estudiante reconoce *al verlas*, se elige ese tipo de resolución o contenido, aunque no sea lo pedido.
- Se realiza algebraicamente algún procedimiento y, al terminarlo, no se presenta respuesta a la consigna.

Vínculo entre estudiantes de este grupo y su aprehensión conceptual del objeto inecuaciones: el hecho de manipular símbolos sea o no productivo, no advertir las contradicciones que el mismo sujeto provoca, hace que quede de manifiesto que su manejo algebraico no está suficientemente desarrollado. Si, además, agregamos que no apela a otras representaciones pues ante cualquier inecuación la aborda mediante símbolos, no deja de manifiesto la utilización adecuada de al menos dos registros de representación semiótica, lo que nos permite concluir que los estudiantes de este grupo no alcanzan una aprehensión conceptual del objeto inecuaciones.

Manipulador algebraico

En estos estudiantes encontramos rasgos que son comunes al grupo 1 y otros particulares que los diferencian, fundamentalmente por el avance en la manipulación algebraica, ya con un objetivo definido.

Algunas características comunes son las siguientes:

- Se advierte manipulación algebraica con la finalidad de obtener una solución a la inecuación.
- Se encuentran resoluciones en registros diferentes al algebraico, como el gráfico en el plano y verbal.
- Los conjuntos solución son expresados en los registros algebraicos con notación de conjuntos, gráficos en la recta real, notación de intervalos en casi todos los casos sintácticamente incorrectos.
- Su manipulación algebraica manifiesta contradicciones que no son advertidas por el sujeto.

- Ante consignas que se presentan similares a otras “prototípicas”, actúa de igual modo que lo mencionado en el caso del manipulador simbólico.
- Se encuentra manipulación algebraica innecesaria, denotando falta de claridad en lo que se resuelve.

Vínculo entre estudiantes de este grupo y su aprehensión conceptual del objeto inecuaciones: el hecho de manipular símbolos con el objetivo de obtener una posible solución y la utilización de al menos dos tipos de registro nos muestra un grado mayor, respecto de los estudiantes del primer grupo, de aprehensión conceptual del objeto inecuaciones.

Resolutor de inecuaciones

Aunque se presentan errores en los tratamientos y en algunos casos no pueden advertir las contradicciones que ellos mismos provocan, queda de manifiesto un manejo algebraico mejor desarrollado que el de los estudiantes del grupo 2.

Tomamos como indicador para visualizar un claro avance hacia la resolución de inecuaciones las decisiones sobre los tratamientos algebraicos relacionados con la construcción y comunicación en alguno de los registros posibles un conjunto solución coherente con lo solicitado en el ejercicio.

Algunas características son las siguientes:

- Se advierte manipulación algebraica con la finalidad de obtener una solución a la inecuación.
- Realizan una conversión al registro numérico y determinar los que validan la desigualdad. Podemos decir que exploran numéricamente la inecuación.
- Los conjuntos solución son expresados en los registros algebraicos con notación de conjuntos, gráficos en la recta real, notación de intervalos en casi todos los casos sintácticamente incorrectos pero muestran que identifican valores del dominio que cumplen con la condición de la desigualdad.
- Realizan la conversión del registro gráfico al algebraico para poder realizar tratamientos en ese registro.
- Consideran el conjunto al que pertenecen los valores de la variable que permiten que se cumpla la desigualdad.
- Son los que escriben el conjunto solución sintácticamente más aproximado a lo correcto.

Vínculo entre estudiantes de este grupo y su aprehensión conceptual del objeto inecuaciones: en los estudiantes de este grupo encontramos tratamientos en el registro algebraico que superan lo que llamamos “manipulación algebraica”, cuestión que se manifiesta

en la escritura coherente de los posibles conjuntos solución, aunque no siempre resulten sintácticamente correctos.

Aquí también el hecho de manipular símbolos con el objetivo de obtener una posible solución y la utilización de al menos dos tipos de registros nos muestra un grado mayor, respecto de los estudiantes del grupo anterior, de comprensión conceptual del objeto inecuaciones.

Aunque se presentan errores en los tratamientos y en algunos casos no pueden advertir las contradicciones que ellos mismos provocan, queda de manifiesto un manejo algebraico mejor desarrollado que el de los estudiantes del grupo 2.

Ejemplos de resoluciones correspondientes a estudiantes de cada grupo

Algunos desempeños de estudiantes que consideramos dentro del grupo manipulador simbólico son las siguientes.

Al resolver $2(x - 1)(x + 2) < 0$ encontramos el desarrollo de la multiplicación indicada, la construcción de la ecuación de segundo grado asociada y aplicación de la fórmula resolvente. En muchos casos ahí termina su resolución. Otros, obtienen valores erróneos de la ecuación sin asociarlos con que el planteo los deja a la vista por tener que anular alguno de los factores. Ante la inecuación $\left| \frac{x}{4} - 2 \right| \geq 1$ estudiantes de este grupo solo toman una de las posibilidades $(\frac{x}{4} - 2 \geq 1)$, sin considerar la restricción que se debe imponer para llegar a ella $(\frac{x}{4} - 2 \geq 0)$, obtienen $x \geq 12$ y recuadran ese resultado. Para el ejercicio $7 + x^2 \leq 7$ se encuentran tratamientos algebraicos y respuestas como: $x \leq 0$ o “ $x \leq \sqrt{0}$ no tiene solución”.

Para la inecuación $\frac{3x-9}{2x+8} > 0$ encontramos resoluciones como:

$3x - 9 > (2x + 8) \cdot 0$, $3x - 9 > 0$. Vemos que no considera que no es posible multiplicar miembro a miembro una desigualdad por un factor si se desconoce su signo y que este hecho le obligaría a imponer condiciones, en este caso sobre el denominador. Obtiene, luego de realizar tratamiento algebraico, $x > 3$. Opera de igual modo que si tuviera una ecuación.

Algunos desempeños de estudiantes que consideramos dentro del grupo manipulador algebraico son las siguientes.

Encontramos resoluciones en el registro algebraico y un intento de expresar el conjunto solución.

Ante la inecuación $2(x - 1)(x + 2) < 0$, al igual que en el ejemplo anterior, construyen una ecuación de segundo grado y aplican la fórmula resolvente obteniendo dos valores para x , $x = -2$ y $x = 1$. Sin embargo se ven respuestas como $S = \{x \in \mathbb{R} / -2 < x < 1\}$, o la representación del intervalo en la recta real.

Para el ejercicio $7 + x^2 \leq 7$ los estudiantes de este grupo realizan tratamientos algebraicos y obtienen $x \leq 0$, a diferencia del grupo anterior expresan el conjunto solución de alguna manera, por ejemplo un estudiante escribe $S = \{x \leq 0\}$ y representa en el gráfico en la recta real destacando la semirrecta que corresponde a valores de $x \leq 0$.

Algunos desempeños de estudiantes que consideramos dentro del grupo resolutores de inecuaciones son las siguientes.

Casi todos los estudiantes que ubicamos dentro de este grupo resuelven el ejercicio 1) completo.

Ante el ejercicio que plantea resolver $\sin x \leq 1$ y $\sin x \geq 1$ responden proponiendo conjuntos solución en el registro verbal y en el algebraico. Algunos fundamentan sus respuestas explicando los valores posibles de la variable x para que se cumplan las desigualdades. Por ejemplo, encontramos respuestas como “el $\sin x$ siempre te va dar entre 1 y -1 ”, para el ejercicio b) luego de dar dos ejemplos $x = 90^\circ \rightarrow \sin x = 1$ y $x = 450^\circ \rightarrow \sin x = 1$, escribe para generalizar “mientras caiga en el límite del primer cuadrante siempre te dará igual a 1”. Otros diez estudiantes proponen soluciones más completas y muy aproximadas a las correctas. Otro estudiante escribe para a) “conjunto solución para las inecuaciones $\sin x \leq 1$ solución = \mathbb{R} ” y “ $\sin x \geq 1$ solución = $\frac{\pi}{2} + 2k\pi$ con $k \in \mathbb{Z}$ ”. También encontramos “la función \sin oscila entre -1 y 1 , por lo tanto para cualquier $x \in \mathbb{R}$ cumple con la inecuación” y para b) “la función \sin es igual a 1 si y solo si $x = \frac{\pi}{2}$ y se repite cada 2π , $S = x \in \mathbb{R} \wedge k \in \mathbb{N}_0 / x = 2k\frac{\pi}{2}$ ”.

En el planteo de las inecuaciones por medio de gráficas de funciones en el plano cartesiano, ocho estudiantes lograron, de la lectura del gráfico, identificar los puntos de intersección de las funciones propuestas y determinan el conjunto solución. Para el ejercicio 5) sobre edades de personas, los estudiantes de este grupo reconocen que deben encontrar un período de tiempo y que sus respuestas deben mostrar de alguna manera un intervalo en alguno de los registros posibles.

Consecuencias del análisis

Luego del estudio que nos permitió realizar un análisis por estudiante y tras la propuesta de agrupamiento, construimos una rúbrica que consta de cuatro dimensiones, vinculadas a la resolución de inecuaciones, con una identificación en tres etapas: inicial, intermedia y avanzada que plasman distintos logros de aprehensión conceptual.

Aunque concebimos las etapas como parte de un proceso continuo, para que resulten operativas las presentamos de manera discreta. Aquí quedan expresadas en las tres columnas de la tabla.

Las cuatro dimensiones mencionadas pueden ser consideradas en la aprehensión conceptual de otras temáticas del álgebra, sin embargo las proponemos aquí dado que son cuestiones clave al trabajar con inecuaciones.

En cada celda de la primera y de la tercera columna pueden verse indicadores que se corresponden con la clasificación de los grupos del apartado anterior. Para establecer en qué etapa de aprehensión conceptual sobre inecuaciones se encuentra un sujeto, tal como hemos mencionado, no es necesario que presente la totalidad de las características que allí se expresan.

De este modo, la rúbrica que expresa distintos alcances en la aprehensión conceptual se muestra en el Cuadro 1.

Cuadro 1. Rúbrica para valorar la aprehensión conceptual de inecuaciones

Etapa inicial Grupo 1	Etapa intermedia Grupo 2	Etapa avanzada Grupo 3
SOBRE LA MANIPULACIÓN SIMBÓLICA		
Manipula innecesariamente / No se advierte la finalidad / Presenta contradicciones / No advierte sus contradicciones / opera correctamente o no	<i>Se encuentra un avance de lo descripto a la izquierda, en dirección a los rasgos que indican un mayor desarrollo</i>	Manipula simbólicamente cuando es necesario / Advierte la finalidad / No presenta contradicciones / Opera correctamente (desde lo matemático)
SOBRE EL USO DE DISTINTOS REGISTROS		
Solo apela al álgebra / No abandona el álgebra / considera que las inecuaciones deben resolverse algebraicamente y fuerza la aparición del álgebra	<i>Se encuentra un avance de lo descripto a la izquierda, en dirección a los rasgos que indican un mayor desarrollo</i>	Selecciona el registro que considera adecuado para resolver / Resuelve inecuaciones en distintos registros / Utiliza distintos registros para verificar
SOBRE EL CONJUNTO SOLUCIÓN Y LA RESPUESTA A LA CONSIGNA		
No es claro cuál es / se encuentra tratamiento algebraico sin identificación de respuesta o se advierte tratamiento algebraico y al finalizar una identificación -no explícita- que pareciera una respuesta (en general se ve alguna parte “recuadrada”)	<i>Se encuentra un avance de lo descripto a la izquierda, en dirección a los rasgos que indican un mayor desarrollo</i>	Está identificado el conjunto solución claramente / es coherente con lo hallado (sea o no matemáticamente correcto) / Puede encontrarse el conjunto solución expresado en distintos registros, según la resolución
SOBRE LOS ENUNCIADOS		
Trata inecuaciones como ecuaciones / Hace analogías con ejercicios prototípicos de otros temas / Prueba numéricamente en enunciados dados en registro verbal	<i>Se encuentra un avance de lo descripto a la izquierda, en dirección a los rasgos que indican un mayor desarrollo</i>	Reconoce, a partir de enunciados en distintos registros, que está ante una inecuación

Fuente: elaborado por las autoras

Discusión

El análisis que realizamos nos permitió rastrear los datos recabados en el siguiente sentido. Por un lado, logramos entender los registros que los estudiantes ponen en juego ante la resolución de cada inecuación planteada, con sus particularidades en función del registro en el

que se les presentó. Pero, complementariamente, hemos podido analizar el desempeño de cada estudiante, lo que nos llevó a proponer agrupamientos de ellos en función del modo en el que se desenvuelven ante la resolución de inecuaciones.

Para ampliar lo que cada actividad, individualmente, nos ha permitido entender mencionamos las siguientes cuestiones. Hemos presentado inecuaciones que no requieren de ningún tipo de tratamiento ni conversión para su resolución. Para resolverlas, solo es necesario comprender lo que ese planteo simbólico representa. Este hecho no fue advertido, en general, por los estudiantes quienes se embarcaron en manipulaciones simbólicas, correctas o no, que los llevaron a responder o ni siquiera intentarlo. También presentamos enunciados similares a otros que los estudiantes han trabajado a propósito de otros contenidos matemáticos. En este caso, hemos visto que esa similitud en apariencia los llevó a no reconocer la inecuación subyacente y, en cambio, retomar aquellos otros contenidos y resoluciones que le fueron eficaces anteriormente. Reconocemos, a partir de este tipo de desempeño, que aún falta que los estudiantes analicen qué es lo que se les solicita así como lo que responden, tengan en claro cuál es el alcance de los procedimientos que utilizan en relación a tal o cual objeto matemático, como así también la validez de su aplicación, o qué objetos matemáticos son útiles o no para responder a una situación específica.

En la mirada complementaria a la recién mencionada, respecto de la aprehensión conceptual alcanzada por cada estudiante, pudimos reconocer tipos de respuestas matemáticas similares que, de alguna manera, nos permiten advertir rasgos comunes a grupos de estudiantes que hemos propuesto asociar con niveles en el aprendizaje de las inecuaciones. Como señalamos en breve, entendemos que esto nos habilita a delinear un trabajo en el plano docente que nos permitirá tener herramientas para mejorar las propuestas de enseñanza. Pero, antes de ir en esa dirección, queremos mencionar algunas reflexiones de lo que hemos estudiado.

Nos encontramos con un grupo de estudiantes que manipula símbolos -correctamente o no- sin comprender la finalidad, ni entender qué significa aquello que logra tras la manipulación. Estos estudiantes pareciera que operasen por un tipo de inercia que, al ver un planteo simbólico -más allá de cuál fuera- los lleva a manipular, operar. Asociado a esto, como en la escolaridad previa las ecuaciones tuvieron su presencia primeramente, muchos de estos estudiantes toman las inecuaciones como si fueran ecuaciones. No es claro si la familiaridad del planteo (se “ve casi igual”, excepto porque el símbolo = no está) los lleva a las ecuaciones o si “ver símbolos”

los lleva a manipularlos y realizar tratamientos similares en el registro en que fue planteado. Esto queda en consonancia con lo que Garrote, Hidalgo y Blanco (2004) mencionan sobre los estudiantes, señalando que no establecen diferencias significativas entre este concepto y el de ecuación y que, por lo tanto, no logran comprenderlo.

También encontramos variedad de matices entre quienes están en el proceso de aprendizaje de las inecuaciones y han logrado trascender esta “manipulación simbólica” como un fin en sí mismo, pero que aún no alcanzan la aprehensión conceptual esperada.

Un punto clave que la teoría señala y que hemos encontrado con total claridad es la presencia, o falta, de la actividad cognitiva de conversión, clave para lograr la aprehensión conceptual. Encontramos muchas dificultades en que los estudiantes acudan a representaciones en otro registro, que no sea el simbólico. Esto obturó, además de la posibilidad de conversión, la resolución de inecuaciones cuyo planteo no estuvo dado en registro algebraico. Es notable esta situación dado que estos estudiantes estarían en lo que Guzmán (1988) llama monoregistro: manipulan una sola forma de representación y no pueden coordinar diferentes tipos de registros para un mismo objeto matemático. Esto nos permite concluir la no aprehensión conceptual.

También resaltamos como importante la falta de reconocimiento del conjunto solución de las inecuaciones. El hecho de operar simbólicamente y no responder, no advertir contradicciones o recuadrar un resultado parcial son muestras de que los estudiantes no responden en relación con la pregunta que la actividad plantea, dejando de manifiesto que no se ha alcanzado la comprensión pretendida. Esta ausencia de coordinación entre los diferentes registros genera un obstáculo para el aprendizaje, en este caso particular, de las inecuaciones.

Queremos retomar aquí el problema docente de un modo reflexivo. Podríamos explicar “desde las tradiciones de la enseñanza” que las inecuaciones suelen trabajarse casi exclusivamente desde planteos algebraicos. Asimismo, hemos advertido en la bibliografía consultada, en libros de texto y en materiales didácticos que no es usual el trabajo con inecuaciones que se presenten en registro gráfico, numérico o verbal. Queremos, a continuación, proponer posibles explicaciones a estos dos últimos casos.

Respecto del registro numérico, cabe señalar que cuando el conjunto solución admite infinitos valores que forman un conjunto no numerable, no resulta posible manejarse exclusivamente en ese registro para expresar esa totalidad. Cuando el conjunto solución es infinito numerable o finito, sería factible dejar indicado, con una tendencia, cuáles serían esos

valores o exhibirlos exhaustivamente (en el caso finito, si la cantidad fuera razonable). Esto marca una dificultad en el uso de este registro y tal vez sea, en alguna medida, una causa de que no se use para resolver, ni para plantear inecuaciones, pero sí en cambio sea utilizado para explorar y/o verificar. Señalamos también, que casi nunca es posible verificar que el conjunto solución hallado sea tal. Un error muy común aquí es considerar que hemos verificado la solución de una inecuación pues hemos chequeado que un par de valores hallados, la satisfacen. Esto no es suficiente pues queda sin considerarse la posibilidad de que haya otros valores que la cumplen u otras supuestas soluciones que no lo sean. Lo mismo suele ocurrir con las ecuaciones. Esto suele ser un planteo equivocado que está presente en la escolaridad y que se traslada a este nuevo contenido. Es decir, no es correcto el procedimiento escolarizado de esperar que un alumno resuelva una ecuación, halle una cierta cantidad de valores, los pruebe evaluando, o pruebe “alguno” de ellos, obtenga un resultado verdadero y considere que seguro ha resuelto correctamente la ecuación.

Respecto de la ausencia del registro verbal al trabajar con inecuaciones, conjeturamos que podría deberse a que, en general, cuando éste se utiliza coloquialmente, las inecuaciones expresan casi inmediatamente condiciones triviales, como los siguientes ejemplos señalan. Cuando "seas mayor de 18 años, podrás manejar", "ganarás entre \$100 y \$300 por cada venta", la velocidad mínima es de 50 km/h en autopista y la máxima de 110 km/h). Estos ejemplos permiten ver que no hay necesidad aquí de resolver una inecuación. Entendemos que estos planteos se vinculan más con el objeto *subconjuntos numéricos o intervalos reales*. Es decir, una representación $100 < x < 300$ por un lado ciertamente plantea una inecuación pero es más utilizada para representar un subconjunto numérico, un intervalo real. La escolaridad media genera la tradición que las ecuaciones, y también las inecuaciones, necesitan trabajarse, manipularse.

Ahora bien, quedarse con un solo registro, el algebraico, por más que sea dúctil y el estudiante se manejara cómodamente en él, sabemos que no basta para lograr la aprehensión conceptual del objeto en cuestión pues deberían articularse al menos dos registros. Entonces, dado que los registros de representación semiótica son el verbal, numérico, algebraico y gráfico; los dos primeros son débiles para este objeto y el algebraico es el predominante, *el único camino que quedaría habilitado para que desde la enseñanza se pudiera promover la aprehensión conceptual, es forzar el trabajo con las inecuaciones en el registro gráfico y promover la toma*

de decisiones de en cuál registro trabajar, según el planteo dado. Consideramos que esta conclusión brinda herramientas potentes para el trabajo docente pues advierte el tipo de planteo y discusión que sería imprescindible incluir en las clases. De este modo, consideramos que podría transferirse, a la enseñanza, alguno de los resultados y conclusiones que se alcanzaron tras llevar adelante la investigación aquí presentada.

Señalamos también una cuestión importante a tener en cuenta desde la perspectiva de la enseñanza. Hemos visto que un estudiante podría resolver inecuaciones con solvencia en registro algebraico únicamente y no haber alcanzado la aprehensión conceptual. Esto ocurriría cuando el estudiante no maneja ninguna representación en otro registro y podría deberse a que la enseñanza le plantea, con casi exclusiva predominancia, resolver inecuaciones presentadas en registro algebraico. Ahora bien, si este es el caso, y si el docente plantea únicamente inecuaciones para ser resueltas algebraicamente, y se encuentra con un buen desempeño del estudiante ambos –docente y estudiante- podrían creer que ha comprendido el tema. En este caso, quedaría oculto para ambos que esa ductilidad algebraica podría no ser suficiente indicador de comprensión pues podría solo manejarse en ese registro. Si el docente le preguntara al estudiante de otro modo, o le presentara inecuaciones en registro gráfico se vería si es capaz de articular otro registro o no. Ahora bien, el caso es distinto si el estudiante resuelve mal, porque entonces queda en evidencia que no ha comprendido. Por otra parte, un estudiante podría tener un acercamiento a la aprehensión conceptual y pasar desapercibida por ambos, a saber. Podría no resolver correctamente, en registro algebraico pero entender la idea, entender qué es lo que debe resolver, cómo debe ser el tipo de respuesta que debe dar, etc. Este es un caso en el que usualmente su profesor podría no darse cuenta de que el estudiante sí tiene una aproximación al concepto y calificaría como incorrecta su resolución, quedando como síntesis que no sabe inecuaciones.

Referencias

- Alvarenga, K. (2005). *Un análisis de las construcciones mentales de estudiantes universitarios*, México DF, México, Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada, Instituto Politécnico Nacional.
- Campos, M. (2020). *Sobre la aprehensión conceptual de las inecuaciones. Un estudio en primer año del nivel superior*. [Tesis de maestría], Universidad Nacional de La Rioja, Argentina.

- Aznar, M., Distéfano, M., Figueroa, A. & Moler, E. (2010). *Análisis de conversiones entre representaciones semióticas de números complejos* [Archivo PDF], Recuperado de <http://repem.exactas.unlpam.edu.ar/cdrepem10/memorias/comunicaciones/Trabajos%20Inves/CB%2021.pdf>.
- D'Amore, B., Fandiño, M., Iori, M. & Matteuzzi, M. (2015). Análisis de los antecedentes históricos-filosóficos de la "Paradoja cognitiva de Duval". *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, pp.177-212.
- Duval, R. (1998). Registros de representación semiótica y funcionamiento cognitivo del pensamiento. *Investigaciones en Matemática Educativa II* (173-201). Ciudad de México. México: Grupo Editorial Iberoamericano.
- Duval, R. (2004). *Semiosis y pensamiento humano*, Cali, Colombia, Instituto de Educación y Pedagogía de la Univesidad del Valle.
- Duval, R. (2006). Un tema crucial en la educación matemática: La habilidad para cambiar de registro de representación. *Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española*, 9 (1), pp.143-168.
- Duval, R. (2016). *Comprensión y aprendizaje en matemáticas: perspectivas semióticas seleccionadas*. Bogotá, Colombia, Universidad Distrital Francisco José Caldas.
- Garrote, M. & Hidalgo, M. (2004). Dificultades en el aprendizaje de las desigualdades e inecuaciones. *Suma* 46, pp.37-44.
- Gatica, N. & Maz Machado, A. (2012). Estudio de las inecuaciones de dos variables [Archivo PDF]. Recuperado de <https://thales.cica.es/xivceam/actas/pdf/com05.pdf>.
- Guzmán, I. (1998). Registros de representación, el aprendizaje de las nociones relativas a funciones: voces de los estudiantes. *Relime*, 1(1), pp.5-21.
- Macías, S. (2016). *Diseño y estudio de situaciones didácticas que favorecen el trabajo con registros semióticos* [Tesis doctoral], Universidad Complutense de Madrid, España.
- Moreno, J. & Laborde, C. (2003). Articulation entre cadres et registres de représentation des équations différentielles dans un environnement de géométrie dynamique, *Actes du Congrès Européen*, ITEM, Reims, Francia.
- Panizza, M. (2018). *Las transformaciones semióticas en los procesos de definición de objetos matemáticos*. [Tesis doctoral], Universidad Nacional de Córdoba, Argentina.
- Vancken, S., Engler, A. & Muller, D. (2010). *Inecuaciones Algebraicas. Una experiencia didáctica articulando diversos sistemas de representación*. Recuperado de https://www.researchgate.net/publication/269920192_Inecuaciones_Algebraicas_Una_Experiencia_Didactica_Articulando_Diversos_Sistemas_de_Representacion.

La Formación y Desarrollo Conceptual en el Cálculo Diferencial y el Álgebra Lineal en las Carreras de Ingeniería

Olga Lidia Pérez González

olguitapg@gmail.com

<https://orcid.org/0000-0003-4475-814X>

Universidad de Camagüey Ignacio Agramonte Loynaz (UCIAL)
Camagüey, Cuba

Recibido: 28/04/2020 Aceptado: 21/05/2020

Resumen

En el ámbito científico actual de la Comunidad Iberoamericana de Matemática Educativa se desarrolla una tendencia hacia el decrecimiento de trabajos teóricos conceptuales sobre las didácticas particulares de las diferentes asignaturas de Matemática. Desarrollando una investigación cualitativa, apoyada en el método dialéctico materialista, la modelación teórica y el enfoque sistémico estructural, el artículo integra en términos descriptivos los resultados de un proyecto de investigación que tuvo como núcleo teórico la formación y desarrollo conceptual en el contexto del Cálculo Diferencial y el Álgebra Lineal en las carreras de ingeniería. A partir del desarrollo exitoso de cuatro tesis de doctorado, que utilizaron modelos como construcciones teóricas, se caracterizaron los rasgos esenciales de las relaciones, formación y desarrollo conceptual-procedimental en el contexto antes descrito. La investigación obtuvo el premio Nacional de la Academia de Ciencias de Cuba a los resultados de la investigación científica del año 2018 y sus resultados constituyen una propuesta alternativa a las diversas estrategias investigativas de los matemáticos educativos, así como una nueva forma de reflexionar con relación a la Didáctica de esas asignaturas.

Palabras clave: Cálculo Diferencial. Álgebra Lineal. Ingeniería. Desarrollo conceptual.

Formação e desenvolvimento conceitual em Cálculo Diferencial e Álgebra Linear

Resumo

No atual campo científico da Comunidade Ibero-americana de Matemática Educacional, destaca-se o uma tendência à diminuição de trabalhos teóricos conceituais sobre os didáticos particulares de diferentes disciplinas de matemática. Desenvolvendo uma pesquisa qualitativa, apoiada no método dialéctico materialista, modelagem teórica e abordagem sistêmica estrutural, o artigo integra em termos descriptivos os resultados de um projeto de pesquisa cujo núcleo teórico foi a formação e o desenvolvimento conceitual no contexto do Cálculo Diferencial e Álgebra Linear em carreiras de engenharia. A partir do desenvolvimento bem-sucedido de 4 teses de doutorado que utilizaram os modelos como construções teóricas, foram caracterizadas as características essenciais do treinamento conceitual, desenvolvimento conceitual, desenvolvimento conceitual-processual e o desenvolvimento de relações conceituais no contexto descrito acima. A pesquisa obteve o Prêmio Nacional da Academia Cubana de Ciências pelos resultados da pesquisa científica do ano de 2018 e seus resultados constituem uma proposta alternativa às várias estratégias de pesquisa de matemáticos educacionais, bem como uma nova maneira de refletir sobre a didática desses sujeitos.

Palavras-chave: Cálculo Diferencial. Álgebra Linear. Engenharia. Desenvolvimento conceitual.

The formation and conceptual development in Differential Calculus and Linear Álgebra

Abstract

Mathematics education in the Ibero-American Community. However, there is a tendency to the decreasing of conceptual theoretical works on the particular didactics of different Mathematics subjects. This article integrates the results of a research project whose theoretical core was the formation and conceptual development in the context of Differential Calculus and Linear Algebra in engineering careers. The research is descriptive and qualitative, supported by the materialistic dialectical method, theoretical modeling, and the structural systemic approach. Four doctoral theses were used to characterize the conceptualization. All these theses used the models as theoretical constructions and served to characterize the essential features such as the relations, formation and conceptual-procedural development. The research obtained the National Prize of Cuba's Academy of Sciences in 2018 for the results of the scientific research. Its results constitute an alternative proposal to the various research strategies of educational mathematicians, as well as a new way to reflect the Didactic of these subject matters.

Keywords: Differential Calculus. Linear Algebra. Engineering. Conceptual development.

Introducción

En el marco del proyecto “Perfeccionamiento de la enseñanza de la Matemática” del Programa Nacional Problemas Actuales del Sistema Educativo Cubano, perspectivas de desarrollo, coordinado por la autora del presente artículo, y con la participación de un grupo de trabajo multidisciplinario que incluyó profesores de Matemática de las carreras de ingeniería y de preuniversitario, psicólogos, informáticos, ingenieros con categoría docente, y estudiantes de maestría y de doctorado, de las Repúblicas de Cuba y de Dominicana, se realizó la investigación sobre la Didáctica del Cálculo Diferencial y el Álgebra Lineal en las carreras de ingeniería.

Los resultados de la investigación se clasificaron en aportes teóricos-conceptuales y aportes prácticos, y se orientaron a caracterizar los rasgos esenciales de la formación y desarrollo conceptual en esas asignaturas, debido a las insuficiencias detectadas en el tratamiento didáctico de los conceptos y su repercusión en el desempeño de los estudiantes para resolver problemas matemáticos.

En ella se integran coherentemente los resultados de las investigaciones doctorales de Mola (2013), Báez (2018), Báez Ureña (2018) y Martín (2018), así como, las propuestas de Martín, Pérez, Blanco y Casas (2014), Martín, Pérez, Casas, Espíndola y Vargas (2015), Báez, Blanco y Pérez (2015), Báez, Blanco y Pérez (2015^b), Báez, Pérez y Triana (2017), Báez, Martínez-López, Pérez y Pérez (2017), Báez, Heredia y Pérez (2017), Farit, Estrada y Ramos (2017), Martín, Pérez, Casa y Sánchez (2017), Nardín, Montalván, Salgado y Pérez (2017),

Báez, Pérez y Blanco (2018), Bueno y Pérez (2018), Pérez (2018), Pérez y Blanco (2019) y la de Martín y Pérez (2019).

El objetivo del artículo es comunicar en términos descriptivos los aportes teóricos-conceptuales de la investigación; a través de la metodología seguida para su desarrollo, con el uso del método dialéctico materialista, la modelación teórica y el enfoque sistémico estructural, y la articulación de los enfoques socioepistemológico y ontosemiótico del conocimiento matemático, las propuestas teóricas sobre los registros de representación semiótica de conceptos matemáticos y los postulados sobre el desarrollo humano desde la perspectiva histórico – cultural.

Antecedentes

El siglo XXI se caracteriza por transformaciones en profundidad en el ámbito de la educación superior; todo ello dado por los cambios que se operan en el ámbito económico, científico, social, cultural y político, lo que ha creado gran expectativa y un movimiento renovador entre los profesores de las asignaturas del área de las ciencias básicas, que ha instado a la comunidad académica del nivel superior a lograr una visión estratégica para el proceso de formación de ingenieros, con el objetivo de prever el panorama en el cual se desempeñarán en el futuro (Vargas, Burguet, Lezcano y Durán, 2018).

En ese sentido, Farit, Estrada y Ramos (2017), King (2012), y Martín y Pérez (2019) plantean que la formación de los ingenieros del futuro deben tener presente los cambios tecnológicos; a su vez, debe enfocarse en el desarrollo de habilidades analíticas de ingenio práctico, a la creatividad, la comunicación, el negocio, la gestión, las normas éticas, el profesionalismo, el dinamismo, la agilidad y la flexibilidad, lo que exige una sólida formación científico-tecnológica, con notable predominio del componente formativo sobre el informativo, y una fuerte formación en ciencias básicas e informática para así aprender a aprender de por vida.

Esa necesidad de generar cambios sustanciales en la formación de ingenieros ha resultado en el desarrollo de algunas investigaciones como la de Rodríguez (2017) y la de Plaza y Villa-Ochoa (2019) quienes han reflexionado sobre los desafíos y retos de la Matemática para estos profesionales en formación, y sobre los obstáculos matemáticos detectados en su formación, todo lo cual sucede en un entorno caracterizado por estrategias de alta tecnología de

la llamada industria 4.0, referidas al uso de tecnologías digitales en la automatización y digitalización de procesos y negocios, y en la electrónica, entre otros, con su valor agregado orientado a la gestión de la información. Ese contexto de industria 4.0 se caracteriza, como:

Toda la infraestructura física que utilizan sensores y softwares que funcionan en red, para predecir, gestionar, modelar y simular riesgos e impactos en la toma de decisiones en la industria, los negocios y en las organizaciones, sustentado en el desarrollo de sistemas, internet de las cosas, la impresión 3D, la realidad virtual, el Big Data, así como la Inteligencia Artificial, entre otras novedades tecnológicas (Minnaard y Comoglio, 2019, p. 2).

Lo que conduce a repensar en nuevos perfiles profesionales para la formación de los futuros ingenieros para que sean competitivos para la innovación tecnológica.

En las investigaciones llevadas a cabo por Plaza (2016), Rendón-Mesa, Duarte y Villa-Ochoa (2016), Plaza y Villa-Ochoa (2019), Cordero, Del Valle y Morales (2019) y Mendoza y Escalona (2019) se confirma que para lograr la competitividad en la innovación tecnológica, los ingenieros requieren ser, además, competentes en el trabajo en equipo para la construcción, análisis y/o aplicación de modelos matemáticos, que describan idealmente los distintos aspectos del comportamiento de esas tecnologías, capaces de aplicar los conceptos fundamentales de la matemática para poder deducir las conclusiones cuantitativas y cualitativas de los procesos y fenómenos técnicos, y obtener soluciones simbólicas, gráficas y numéricas de los problemas objeto de estudio sobre la base de los datos experimentales logrando la simulación de estos mediante modelos computacionales.

En ese sentido es que Pérez y Blanco (2019) argumentan la necesidad de formar a los ingenieros para que participen en la solución de problemas reales y trabajen en equipos integrados por especialistas de otras profesiones para construir modelos matemáticos, elegir los métodos matemáticos más adecuados para la solución de problemas y/o analizar modelos matemáticos y sus cálculos aproximados, con auxilio de la tecnología, lo que requiere de un alto rigor en la formación y desarrollo conceptual en la Matemática como vía esencial para su participación independiente y creadora en la resolución de problemas ingenieriles.

Asimismo, los autores anteriormente referenciados hacen énfasis en que el rigor en la formación y desarrollo conceptual en la Matemática es esencial en la formación del ingeniero, y sugieren el análisis de la orientación didáctica de esta asignatura en función de las relaciones, formación y desarrollo conceptual-procedimental contextualizado a la ingeniería.

Ese rigor ha de lograrse en cada una de asignaturas de Matemática que forman parte del currículo y se orientan al Cálculo Diferencial e Integral de funciones de una y varias variables, el análisis vectorial, el Álgebra Lineal, la Geometría Analítica, Métodos operacionales de cálculo, Probabilidades, Estadística y Variable Compleja, entre otras, que están distribuidas en los primeros semestres o módulos de la malla curricular.

Báez, Martínez-López, Pérez y Pérez (2017) y Martín y Pérez (2019) precisan que el Cálculo Diferencial y el Álgebra Lineal se constituyen en las asignaturas con mayores dificultades didácticas para lograr el rigor requerido en la formación y desarrollo conceptual, por ser las primeras materias que recibe el ingeniero en formación y porque están permeadas por la algebrización de los conceptos, con enfoque aritmético, que predomina en la enseñanza precedente, de ese modo, ellas tienen la misión de abordar didácticamente las rupturas del paso del pensamiento algebraico al pensamiento analítico, así como al desarrollo del pensamiento variacional, característico del pensamiento ingenieril.

En ese sentido, el estudio de Pérez y Blanco (2019) devela la limitada existencia de investigaciones teórico-conceptuales que se enfocan a la didáctica de la Matemática para ingenieros, específicamente en el Cálculo Diferencial y el Álgebra Lineal, en correspondencia con las exigencias actuales de educarlos con una sólida formación conceptual, como vía esencial para la conformación del pensamiento matemático que requiere esta profesión.

Por lo que, las construcciones teóricas orientadas al tratamiento didáctico de los conceptos del Cálculo Diferencial y del Álgebra Lineal para ingeniería, siguen siendo un reto para formar ingenieros con potencialidades de comprender y aplicar los conceptos matemáticos, así como poner de manifiesto la dinámica de las interacciones y transformaciones que se dan entre ellos, y caracterizar sus relaciones como un sistema, lo que conduce a un mejor desempeño en la solución de problemas matemáticos.

A tono con lo anteriormente expresado, investigaciones como las de Nardín, Montalván, Salgado y Pérez (2017), Báez, Martínez-López, Pérez y Pérez (2017), Bueno y Pérez (2018), Martín y Pérez (2019) y otras, prestan atención al perfeccionamiento del tratamiento didáctico de los conceptos Cálculo Diferencial y/o el Álgebra Lineal para ingeniería desde dos perspectivas esenciales, ellas son:

- Una que se orienta a los estudios exploratorios o soluciones prácticas centradas en estrategias, metodologías, acciones, actividades, métodos u otras variantes,

fundamentadas en diversas teorías didácticas, como la relacionada con la disponibilidad de recursos para la representación y transferencia de registros semióticos (Báez, Pérez y Triana, 2017; Báez, Pérez y Blanco, 2018).

- Y otra que se orienta a los estudios que validan, argumentan y/o desarrollan teorías en proceso de crecimiento, como son los enfoques etnomatemáticos, socioepistemológicos y ontosemióticos del conocimiento matemático (Arrieta y Díaz, 2015; Camacho-Ríos, 2011).

A su vez, Pérez y Blanco (2019) develan la necesidad del desarrollo de trabajos teóricos conceptuales orientados a investigar las propiedades inherentes y relaciones presentes en las didácticas particulares de las diferentes asignaturas de Matemática, específicamente las del Cálculo Diferencial y el Álgebra Lineal para las carreras de ingeniería, lo que pudiera considerarse como una tercera perspectiva de vital importancia para que no existan desbalances en la relación que debe existir entre los intereses de la universidad, como institución social, y los intereses de la sociedad.

Metodología

Tomando como referente a León-Duarte (2019) en el artículo se presenta un estudio teórico conceptual que se caracteriza por analizar, comparar, integrar, codificar y relacionar los enfoques socioepistemológico y ontosemiótico del conocimiento matemático, así como las teorías sobre los registros de representación semiótica de conceptos matemáticos, para estudiar la formación y desarrollo conceptual en el contexto del Cálculo Diferencial y el Álgebra Lineal en las carreras de ingeniería. Se utiliza como referente a Godino, Vicenç, Contreras y Wilhelmi (2005) para defender la postura de que la diversidad de teorías es un desafío, y a su vez, es un punto de partida de las investigaciones en el campo de la didáctica.

La concepción dialéctico materialista de la ciencia fue la base para abordar la integralidad de las explicaciones del proceso de formación conceptual en el Cálculo Diferencial y el Álgebra Lineal en el contexto ingenieril, desde la perspectiva de sus orígenes, desarrollo, estructura y movimiento, sus nexos y dinámicas, en movimiento y transformación en las condiciones reales de la práctica educativa y en concatenación con otros procesos o sistemas (Arias, 2018).

El enfoque sistémico-estructural se utilizó en todas las fases de la investigación y se consideraron como referentes las obras de González (1984) y Marrero y Lasso (2017), para concebir el proceso de formación y desarrollo conceptual en el Cálculo Diferencial y el Álgebra Lineal en el contexto ingenieril, y así estudiarlo como un conjunto organizado e interdependiente de subsistemas en constante interacción, que se van regulando por funciones dinámicas que existen entre ellos, y con el exterior, que se enmarca con otros sistemas que se relacionan en interacción con la sociedad.

Es así que en esta investigación se caracterizan las propiedades cualitativas de su objeto de estudio como formación integral, su comprensión como subsistema de un sistema más amplio, sus partes componentes (subsistemas), estructura interna, funciones y relaciones funcionales que conforman su nueva cualidad.

Por su parte, la modelación teórica se utilizó para sistematizar las teorías precedentes sobre la base de los fundamentos teóricos declarados anteriormente, lo que permitió describir, explicar y argumentar la estructura funcional del objeto de estudio, sus nuevas categorías teóricas y argumentos, sus relaciones o nexos teóricos, a través de su representación gráfica mediante un esquema, las que se convierten en exigencias para modelar la posterior práctica educativa (Valledor, 2019).

La investigación se desarrolló a través de tres fases que se interrelacionaron en determinados momentos debido a la propia lógica de la investigación, ellas son:

- Fase 1: Caracterización del marco teórico para la formación y el desarrollo conceptual en el Cálculo Diferencial y el Álgebra Lineal en el contexto ingenieril

En esta fase se realizó la sistematización teórica sobre la formación y el desarrollo conceptual en la Matemática y se precisaron las principales dificultades del Cálculo Diferencial y el Álgebra Lineal en el contexto ingenieril y la definición de las categorías teóricas de la investigación desde la perspectiva de la formación y desarrollo conceptual.

Para identificar las dificultades se realizaron dos estudios explicativos en las carreras de Ingeniería de la Universidad Autónoma de Santo Domingo en el cuatrimestre septiembre-diciembre de 2015 en el Cálculo Diferencial (Báez, 2018) y en Álgebra Lineal (Martín, 2018), como parte de las investigaciones doctorales.

Ambos casos fueron desarrollados en dos momentos, el primero, para caracterizar el desempeño didáctico del docente en la materia objeto de estudio, con énfasis en el tratamiento

didáctico de la formación y desarrollo de conceptos matemáticos, y el segundo para valorar el desempeño de los estudiantes en la solución de problemas matemáticos en el Cálculo Diferencial y el Álgebra Lineal en el contexto ingenieril.

Participaron 125 docentes y 350 estudiantes, seleccionados a través de un muestreo no probabilístico; además de indagar por su disposición positiva para participar en el estudio. Posteriormente se llevó a cabo un análisis documental y les fue aplicado un cuestionario orientado a develar el grado de satisfacción con relación a los métodos y recursos empleados en clases para la formación y desarrollo conceptual y su incidencia en la solución de problemas; y un test para valorar el nivel con que se desempeñan los estudiantes al operar con los conceptos en la solución de problemas matemáticos.

Para valorar la estructura, instrumentos y resultados fueron utilizados diversos métodos estadísticos tales como la prueba de independencia de Chi-cuadrado, el análisis porcentual y las tablas de contingencias posterior a la aplicación del método Delphi y los talleres de socialización (Pérez y Blanco, 2019).

- Fase 2: Construcción de los modelos teóricos

Estuvo orientada a explicar de forma integrada la formación y desarrollo conceptual en el Cálculo Diferencial y el Álgebra Lineal en el contexto ingenieril desde la formación y desarrollo conceptual, el desarrollo conceptual procedimental y el desarrollo de las relaciones conceptuales, a través de subsistemas, sus relaciones e interacciones y sus respectivos componentes, sus funciones y cualidades distintivas.

- Fase 3: Valoración de la pertinencia científica de los modelos teóricos propuestos y sus impactos sociales

El criterio de expertos se utilizó como técnica de consenso, lo que conllevó al procesamiento estadístico de las opiniones recibidas en relación a los resultados teóricos conceptuales de la investigación, en base a la experiencia científica, profesional y al análisis lógico que resulta de la experticia sobre la coherencia y factibilidad de aplicación en la práctica educativa.

La encuesta incluyó la disposición a participar como expertos, la autovaloración del nivel de competencia que tenían en relación a la temática de investigación, aspectos estos determinantes para su selección como expertos. La escala para la valoración de los expertos era de *muy adecuado, suficientemente adecuado, adecuado, poco adecuado e inadecuado*.

Posteriormente fueron concretados los resultados de la modelación teórica en tres estrategias didácticas que se implementaron en la práctica educativa en la Universidad Autónoma de Santo Domingo de República Dominicana.

La valoración de la implementación en la práctica se realizó a través de tres experimentos pedagógicos en ese mismo país, orientados a valorar el desempeño de los estudiantes para resolver problemas matemáticos en el Cálculo Diferencial y el Álgebra Lineal en el contexto ingenieril.

Finalmente, se participó en la convocatoria anual de Premios Nacionales a los resultados de la investigación científica, del año 2018, de la Academia de Ciencias de Cuba, en la Comisión de Ciencias Sociales, como otra vía de valoración de la pertinencia científica de los modelos teóricos propuestos y sus impactos sociales.

Resultados

Sistematización teórica sobre la formación y el desarrollo conceptual en la Matemática

Desde los postulados del *materialismo dialéctico* se define el *concepto* como una de las formas del reflejo del mundo para penetrar a la esencia de los objetos, fenómenos y procesos; de modo tal que, en la medida que la actividad del ser humano se amplía, su contenido se enriquece, se modifica o se renueva, de ahí su carácter de sistema abierto (Rosental y Ludín, 1981).

De ese modo, él no es una entidad estática, sino que se encuentra en constante desarrollo, orientado a la búsqueda de un mejor reflejo de la realidad a través de la articulación dialéctica del análisis-síntesis, la inducción-deducción y lo empírico-teórico del saber, por lo que su formación y desarrollo se concibe como un proceso complejo que requiere de la aplicación de diversos métodos teóricos como la comparación, la abstracción, la generalización, la flexibilidad y la diferenciación, entre otros.

Es así que Pérez y Blanco (2019) y Ramos (2000) explican la formación y desarrollo conceptual *como un proceso* de automovimiento en forma de espiral que transita de lo inferior a lo superior con atención a la interacción dialéctica de lo histórico-lógico, y *como una actividad* que se da en la relación sujeto-objeto, en la que interviene lo práctico, lo cognoscitivo, lo valorativo y lo comunicativo.

Báez (2018) precisa que la comprensión de la formación y desarrollo conceptual *como actividad* requiere de las relaciones dialécticas teoría-práctica y conceptual-procedimental en un contexto histórico-social determinado y bajo la premisa de que el mundo es cognoscible, lo que requiere una concepción didáctica que se oriente a la búsqueda del nexo entre lo conceptual y lo procedimental con flexibilidad, análisis inductivo-deductivo y significatividad.

Los postulados de Vigotsky (1987) son la base para relacionar el *proceso de formación y desarrollo conceptual* con la experiencia histórico-social del estudiante, y el carácter mediatizado de la psiquis humana a través de la utilización de signos o símbolos, considerados instrumentos mediadores que sirven para externalizar las representaciones mentales, y develar los significados personales relativos a los conceptos objetos de estudio y los significados socialmente compartidos por una comunidad de referencia (en este caso los ingenieros), a través de la interacción social como vía de su materialización y socialización.

Este proceso requiere de la comprensión gradual y progresiva de los conceptos objeto de estudio, atendiendo a las características del medio sociocultural, el tránsito de lo social a lo individual y las vivencias del estudiante orientado, todo lo cual orienta hacia la significatividad de la actividad que realiza el estudiante.

En esta investigación, la “significatividad de la actividad” encuentra su fundamento en la obra de Castellanos, Castellanos, Llivina, Silverio, Reinoso y García (2002), entre otros, quienes precisan que ello sucede cuando se logran relaciones entre los nuevos conocimientos con los conocimientos que ya se poseen (significatividad conceptual), entre la experiencia cotidiana, la del conocimiento y la de la vida (significatividad experiencial) y entre los nuevos contenidos con el mundo afectivo-motivacional del sujeto de la actividad (significatividad afectiva).

En el contexto de la Didáctica de la Matemática se explica que los registros de representación semiótica de los conceptos matemáticos constituyen la materialización de los postulados vigotskianos sobre pensamiento y lenguaje, ya que:

Todo concepto matemático remite a no-objetos; por lo que la conceptualización no es y no se puede basar sobre significados que se apoyen en la realidad concreta; en otras palabras en matemáticas no son posibles reenvíos ostensivos. Todo concepto matemático se ve obligado a servirse de representaciones, dado que no se dispone de objetos para exhibir en su lugar, por lo que la conceptualización debe necesariamente pasar a través de registros representativos que, por varios motivos, sobre

todo si son de carácter lingüístico, no pueden ser unívocos (D'Amore, 2009, p. 152).

Las representaciones semióticas de los conceptos matemáticos, usando el lenguaje natural, fórmulas algebraicas, gráficos geométricos y otros signos o símbolos, constituyen el medio a través del cual se pueden externalizar las representaciones mentales para hacerla accesible a los demás y valorar su propio pensamiento (Báez, Pérez y Blanco, 2018, p. 20).

Lo anterior requiere de la comprensión de la dualidad proceso-objeto, propuesta por Tall (1991), acerca de que en la Matemática un proceso y un objeto pueden estar representados por un mismo símbolo, lo que requiere de un proceder reflexivo con el uso de las transferencias de registros semióticos de los conceptos matemáticos y de la significatividad del nexo conceptual procedimental.

A partir de los postulados del materialismo dialéctico y del desarrollo sociocultural y cognoscitivo del estudiante, en esta investigación se articulan propuestas teóricas del enfoque socioepistemológico y ontosemiótico del conocimiento matemático, por ser portadoras de la visión sociocultural del desarrollo del conocimiento, que tienen en cuenta el relativismo histórico-cultural de las prácticas y significados matemáticos, considerando esta articulación como un desafío y punto de partida para el desarrollo teórico conceptual que se realiza.

El enfoque socioepistemológico del conocimiento matemático centra su propuesta en la construcción de los saberes matemáticos a partir de prácticas sociales en las que, al decir de Cantoral (2013) y Reyes-Gasperini y Cantoral (2014), se enriquecen los saberes construidos con nuevos significados, de manera que develen los diversos usos del conocimiento matemático a partir del intercambio de las prácticas de referencias y diversidad de contextos para el saber matemático, y hacen énfasis en el desarrollo del pensamiento variacional, con el uso de estrategias y códigos variacionales en la solución de problemas matemáticos.

Al considerar lo anterior, la investigación se centra en el estudio de procesos de variación y cambio a través de la comprensión de sistemas ingenieriles que relacionen variables internas, de manera que se identifiquen patrones de regularidad de dichos fenómenos; así como el desarrollo de acciones cognitivas para reproducir covariaciones entre magnitudes, y la exteriorización de sus representaciones mentales mediante representaciones semióticas que pueden ser en registros geométricos, numéricos, estocásticos y métricos.

Por lo que, los constructos analíticos del enfoque socioepistemológico sobre las prácticas sociales, la funcionalidad, contextualidad, relativismo y resignificación del conocimiento matemático conducen a la argumentación didáctica del proceso de formación y desarrollo conceptual centrado en prácticas ingenieriles, de forma tal que los conocimientos matemáticos se doten de significados a través de su uso y funcionalidad en los problemas propios de la ingeniería.

El sistema de nociones teóricas y metodológicas que aporta el enfoque ontosemiótico del conocimiento matemático permite argumentar el *proceso de formación y desarrollo conceptual* en coherencia con los postulados vigotskianos y del *materialismo dialéctico*, al considerar como centro del proceso a la práctica matemática como acción compartida y situada, intencional y mediada por recursos lingüísticos y materiales.

Desde esa perspectiva Godino, Batanero y Font (2007) argumentan que la Matemática tiene una triple dimensión: una es la práctica matemática de resolución de problemas socialmente compartida, otra es el lenguaje simbólico, y otra es el sistema conceptual lógicamente organizado, para lo que se debe lograr la articulación dialéctica que debe su lógica didáctica en contextos determinados, y con esta la *autonomía conceptual en la resolución de dichos problemas*.

Lo anterior condujo a Báez Ureña (2018) a considerar, en el Cálculo Diferencial y el Álgebra Lineal en un contexto ingenieril, la articulación dialéctica entre el proceso de adquisición de recursos para la transferencia de registros semióticos en la resolución de problemas matemáticos en el contexto ingenieril, el proceso de formación del lenguaje matemático, y el tránsito del lenguaje coloquial al matemático en la descripción del movimiento de la variable para la *formación y desarrollo conceptual*.

El sistema de nociones que propone Godino, Vicenç, Contreras y Wilhelmi (2005) relacionado con el sistema de prácticas operativas y discursivas en función de los tipos de problemas (en este caso los ingenieriles) y los significados que a ellas se le atribuyen, los objetos ostensivos y no ostensivos que intervienen en los sistemas de prácticas y los que permiten caracterizarlas (tipos de problemas, procedimientos, lenguaje, procedimientos, definiciones, argumentaciones y proposiciones), y las relaciones y configuraciones entre objetos para relacionarlos entre sí y conformar redes entre ellos, constituyen argumentos para comprender el

proceso de formación y desarrollo conceptual desde la perspectiva del desarrollo conceptual-procedimental y las relaciones entre conceptos.

Esos mismos autores caracterizan la dialéctica instrumento-objeto en el mismo sentido que lo hace Tall (1991) acerca de la dualidad proceso-objeto explicada anteriormente, pero en los términos de la unidad dialéctica entre el subsistemas de prácticas operatorias (praxis) y discursivas (logos), de manera que favorecen la significatividad del desarrollo conceptual procedimental.

En relación a lo anterior, Martín, Pérez, Casas y Sánchez (2017) argumentan la necesidad de la significatividad de las relaciones conceptuales en la formación del futuro ingeniero, para que se articulen los conceptos desde el nexo logos-praxis, como vía para develar de forma progresiva esas relaciones, su lógica argumentativa y la especificidad significativa del contenido a través de su funcionalidad matemática en la interpretación y análisis de los modelos matemáticos de procesos técnicos y/o en la resolución de los problemas ya modelados.

Al resumir los presupuestos anteriores, se sintetiza que la formación y el desarrollo conceptual en la Matemática requiere comprender la dualidad proceso-actividad caracterizada por la funcionalidad, contextualidad, relativismo y resignificación del conocimiento matemático en la solución de problemas matemáticos, el nexo entre lo conceptual procedimental, el desarrollo de las relaciones conceptuales y la fusión de procesos y conceptos representados por diferentes registros de representación semiótica, donde la *flexibilidad*, la *significatividad* y la *autonomía conceptual* son las propiedades cualitativas que caracterizan su tratamiento didáctico y el desempeño de los estudiantes en la Matemática.

Se requiere, además, del desarrollo del pensamiento variacional en los futuros ingenieros, para que puedan identificar, interpretar y analizar modelos matemáticos de procesos técnicos, económicos, productivos y/o científicos vinculados a la ingeniería haciendo uso eficiente de las tecnologías disponibles para resolver problemas ingenieriles.

Dificultades del Cálculo Diferencial y el Álgebra Lineal en el contexto ingenieril

Como resultado de los estudios explicativos realizados por Mola (2013), Báez (2018), Báez Ureña (2018) y Martín (2018), en los que participaron 75 docentes y 603 estudiantes, se identificaron las siguientes dificultades en el Cálculo Diferencial y el Álgebra Lineal en las carreras de ingeniería como las causas esenciales del problema de investigación, ellas fueron:

- Pobre comprensión del movimiento de la variable como parte integral de los objetos y fenómenos del contexto ingenieril y que se manifiesta a través del límite funcional.
- Insuficiente uso de las diversas representaciones semióticas de los conceptos matemáticos y en la transformación de los procesos en objetos.
- Escasa atención al uso y comprensión de las hipótesis bajo las cuales se resuelve cada problema matemático, para lograr correctas aplicaciones conceptuales en el solución de problemas ingenieriles.
- Insuficiente tratamiento didáctico al uso correcto del lenguaje matemático y de la tecnología para la solución de problemas en el contexto ingenieril.
- Predominio de la argumentación geométrica y poca atención al desarrollo del pensamiento variacional para la formación y desarrollo de conceptos matemáticos.
- Poca atención a la identificación de las relaciones conceptuales, y al reconocimiento de los conceptos que la favorecen, para mejorar el desempeño en la solución de problemas matemáticos en el contexto ingenieril y como contexto para la formación y desarrollo de los conceptos matemáticos objeto de estudio.

En síntesis, como resultado de esos estudios explicativos se precisó que la tendencia manifiesta en esas asignaturas se orienta a la sobrevaloración del tratamiento algorítmico con énfasis en la representación y conversión de registros semióticos pero con poca atención a la comprensión de la dualidad proceso-objeto y de los conceptos matemáticos.

Categorías teóricas de la investigación desde la perspectiva de la formación y desarrollo conceptual

Se definieron las categorías teóricas de la investigación: proceso de enseñanza-aprendizaje Cálculo Diferencial y el Álgebra Lineal, formación del concepto, apropiación del concepto, formación conceptual, desarrollo conceptual procedimental, relaciones conceptuales y desarrollo de relaciones conceptuales.

La categoría teórica *proceso de enseñanza-aprendizaje del Cálculo Diferencial y el Álgebra Lineal* dadas por Báez (2018) y Martín (2018) se definió como aquel proceso innovador

que proyecta la aplicación de recursos didácticos que combinan, movilizan y relacionan los conceptos y los procedimientos, utilizando la lógica dialéctica entre lo abstracto-concreto, el análisis-síntesis y lo inductivo-deductivo, a través de la representación y transferencia de registros semióticos de los objetos matemáticos, la valoración de las hipótesis, el análisis de los movimientos de la variable, el reconocimiento de patrones variacionales del contexto ingenieril, la argumentación de los procesos de variación y cambio, la representación de las relaciones del objeto algebraico a través de una red identitaria y la consolidación del nexo símbolo-objeto en la resolución de problemas matemáticos aplicados al contexto ingenieril.

Por su parte, los autores Báez, Blanco y Pérez (2015), Báez, Blanco y Pérez (2015^b), Báez, Pérez y Blanco (2018), Báez, Heredia y Pérez (2017) y Báez Ureña (2018) definieron la formación del concepto en Matemática, apropiación del concepto y formación conceptual

Para explicar la *formación del concepto en Matemática*, Pérez y Blanco (2019) lo explican desde la lógica de los fundamentos de la investigación, como el proceso activo que transita de lo abstracto a lo concreto, de lo empírico a lo teórico, en el tránsito de lo Inter psíquico (plano social) a lo intrapsíquico (plano individual) lo que constituye su proceso de interiorización.

Este proceso tiene carácter histórico social, y en él se reconoce que, aunque la verdad en Matemática es relativa respecto a determinadas hipótesis, en un campo de esa ciencia ella absoluta en su carácter social. Cuando el concepto es internalizado por el alumno, de forma que lo nuevo sea incorporado a la red conceptual que ya posee, se puede decir que hay *apropiación del concepto*.

Es así que Báez Ureña (2018) define que la *formación conceptual* es un proceso en el cual se integran los conceptos apropiados, en una red que se fundamenta en sus propias interrelaciones, a través de la representación y transferencia de sus registros semióticos, la valoración de las hipótesis, el análisis de los movimientos de la variable, el reconocimiento de patrones variacionales del contexto ingenieril, la argumentación de los procesos de variación y cambio, la representación de las relaciones a través de una red identitaria y la consolidación del nexo símbolo-objeto en la resolución de problemas matemáticos aplicados al contexto ingenieril.

Por su parte, los autores Báez, Martínez-López, Pérez y Pérez (2017), Báez, Pérez y Triana (2017) y Báez (2018) definieron al *desarrollo conceptual procedimental* como el proceso

en el que se ponderan las relaciones dialécticas entre el análisis inductivo-deductivo, abstracto-concreto, unidad-síntesis, con una organización estructural interna que propicia la construcción lógica de significados en la comprensión de los procesos variacionales, caracterizado por la flexibilidad, significación, gestión y autonomía de los saberes matemáticos, a través de la funcionalidad, contextualización y registros de representación semiótica de lo variacional, de forma tal que mejore el desempeño de los estudiantes en la solución de problemas matemáticos.

Martín, Pérez, Casa y Sánchez (2017), Martín, Pérez y Martínez (2017) y Martín (2018) definieron *las relaciones conceptuales* como los vínculos que se establecen entre los conceptos, para establecer sistemas que reflejen la estructuración y formalización de la organización del conocimiento, develando el entrelazamiento de los aspectos identitarios y diferenciadores, con significatividad, flexibilidad y autonomía en la representación de la red que se conforma.

Así mismo, Martín (2018) definió el *desarrollo de esas relaciones conceptuales* como un proceso que se manifiesta en la secuenciación didáctica de logros y praxis orientado a la formalización flexible y significativa de la organización de los vínculos que se establecen entre los conceptos en cualesquiera de sus registros de representación semiótica.

Modelos Didácticos del Cálculo Diferencial y el Álgebra Lineal en el contexto ingenieril

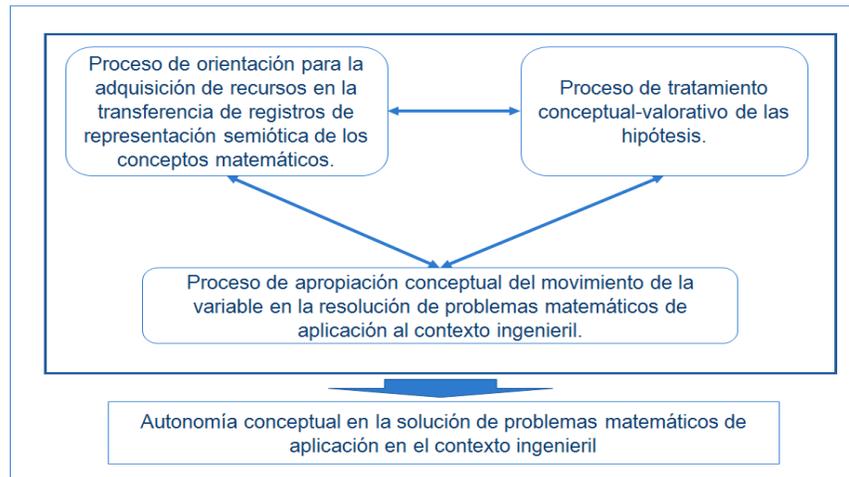
La modelación teórica constituyó la esencia de las investigaciones doctorales de Báez (2018), Báez Ureña (2018) y Martín (2018) para estudiar las propiedades cualitativas que caracterizan al Cálculo Diferencial y el Álgebra Lineal en el contexto ingenieril, desde sus subsistemas, estructura interna, funciones y relaciones funcionales con un núcleo teórico común: la formación y desarrollo de conceptos.

En el caso del Cálculo Diferencial se trabajó desde dos perspectivas, una modelada por los autores Báez, Blanco y Pérez (2015), Báez, Blanco y Pérez (2015^b), Báez, Pérez y Blanco (2018), Báez, Heredia y Pérez (2017) y Báez Ureña (2018), orientada a la formación-apropiación conceptual para el logro de la cualidad de *autonomía conceptual en la resolución de problemas matemáticos de aplicación en el contexto ingenieril* (Figura 1), a través de las interrelaciones dialéctico-didácticas que se manifiestan entre los siguientes subsistemas:

- Orientación para la adquisición de recursos en la transferencia de registros de representación semiótica de los conceptos matemáticos.
- Tratamiento conceptual-valorativo de las hipótesis.

- Apropiación conceptual del movimiento de la variable en la solución de problemas matemáticos de aplicación al contexto ingenieril.

Figura 1 Modelo didáctico de formación-apropiación conceptual en el Cálculo Diferencial en ingenierías



Fuente: Báez Ureña (2018)

La función del subsistema de orientación para la adquisición de recursos en la transferencia de registros semióticos está orientada a la comprensión de la importancia y utilidad de los cambios de representaciones semióticas en la formación y aplicación conceptual, lo que requiere de la *flexibilidad en el uso de las transferencias de registros* a través de las relaciones de coordinación entre los siguientes componentes.

Este subsistema fue elaborado por Báez, Pérez y Blanco (2018) y Báez Ureña (2018) e incluye los siguientes componentes:

- Discusión reflexiva de los recursos disponibles para la transferencia dentro de un mismo registro de representación.
- Tratamiento de los recursos disponibles para la transferencia en diferentes registros de representación.
- Integración del lenguaje matemático a la comunicación y conversión registro de representación.

Por su parte, la función del subsistema tratamiento conceptual-valorativo de las hipótesis está orientada a la comprensión de la necesidad de valorar las condiciones de existencia de los objetos matemáticos con los que se trabaja, lo que requiere del desarrollo de tres componentes

que tengan adecuadas relaciones dialécticas de coordinación y que se caracterice por la cualidad de *significatividad de la relación verdad-hipótesis*.

Este subsistema elaborado por Báez Ureña (2018) tiene los siguientes componentes:

- Valoración reflexiva de la relación premisas-ley-consecuencia.
- Reflexividad discursiva en la descripción de los conceptos matemáticos.
- Autovaloración de las condiciones de existencia de los objetos matemáticos.

De forma similar, el subsistema presentado por Báez, Heredia y Pérez (2017) y Báez Ureña (2018), sobre la apropiación conceptual del movimiento de la variable en la solución de problemas matemáticos de aplicación al contexto ingenieril, tiene la función de develar la importancia del movimiento de la variable, manifiesto a través del límite funcional, para la formación, aplicación conceptual y solución de problemas matemáticos del Cálculo Diferencial.

Para ese subsistema, al igual que los anteriores, exige del desarrollo de tres componentes que establecen relaciones dialécticas de coordinación y que se caracterizan por la cualidad de *flexibilidad conceptual en el análisis del movimiento de la variable*, dichos componentes son:

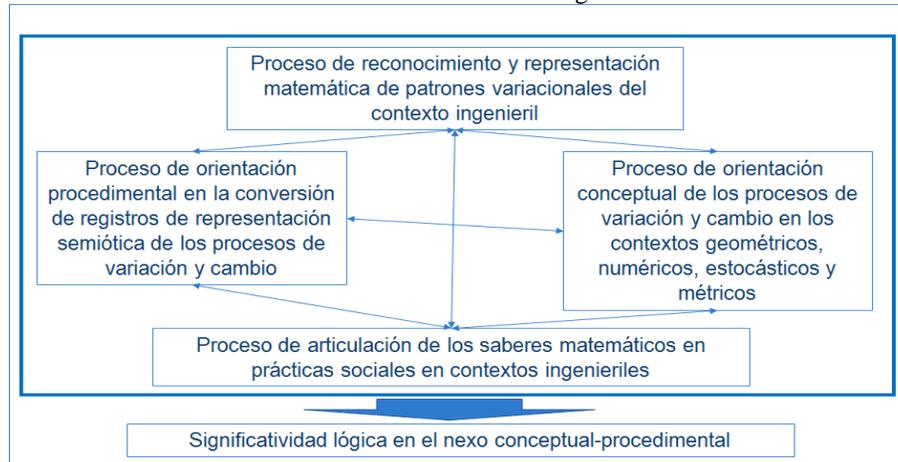
- Argumentación conceptual del movimiento de la variable en aproximación a una recta.
- Análisis conceptual del movimiento de la variable al infinito.
- Identificación conceptual del movimiento de la variable en aproximación a un punto.

La otra perspectiva de modelación didáctica del Cálculo Diferencial para las carreras de ingeniería, desarrollada por Báez, Martínez-López, Pérez y Pérez (2017) y Báez, Pérez y Triana (2017) se orientó al desarrollo conceptual procedimental para el logro de la cualidad de *significatividad lógica del nexa conceptual procedimental* (Figura 2), a través de las interrelaciones dialécticas-didácticas que se manifiestan entre los siguientes subsistemas propuestos por Báez (2018) en su investigación doctoral, ellos son:

- Reconocimiento y representación matemática de patrones variacionales del contexto ingenieril.
- Orientación procedimental en la conversión de registros de representación semiótica de los procesos de variación y cambio.

- Orientación conceptual de los procesos de variación y cambio en los contextos geométricos, numéricos, estocásticos y métricos.
- Articulación de los saberes matemáticos en prácticas sociales en contextos ingenieriles.

Figura 2 Modelo didáctico de desarrollo conceptual procedimental en el Cálculo Diferencial en ingenierías



Fuente: Báez Ureña (2018)

La función del subsistema de reconocimiento y representación matemática de patrones variacionales del contexto ingenieril está a la comprensión de las prácticas sociales para de ellas obtener la información necesaria para identificar, clasificar y transformar sus rasgos esenciales en los diferentes registros de representación para favorecer la modelación matemática de dicha situación.

Ese subsistema, presentado por Báez (2018) se caracteriza por la *flexibilidad en el reconocimiento de patrones variacionales del contexto ingenieril*, como cualidad esencial para el análisis reflexivo en el proceso de solución de los problemas matemáticos, y requiere del desarrollo de relaciones de coordinación entre los siguientes componentes:

- Orientación motivacional reflexiva en la adquisición de datos para el reconocimiento de los fenómenos de patrones en procesos físicos y/o abstracto.
- Identificación de características para la clasificación en patrones de variación y cambio de procesos físicos y/o abstractos.
- Transformación metacognitiva del patrón objeto de estudio en uno de los registros de representación matemática de los procesos de variación y cambio.

El subsistema orientación procedimental en la conversión de registros de representación semiótica de los procesos de variación y cambio, elaborado por Báez, Pérez y Triana (2017), tiene la función de propiciar el razonamiento inductivo-deductivo para la comprensión procedimental de los procesos de variación y cambio, y propicia el desarrollo de la *flexibilidad inductiva-deductiva en la argumentación de los procesos de variación y cambio* como su cualidad resultante, para lo que se requiere desarrollar los siguientes componentes y sus relaciones de coordinación, ellos son:

- Orientación inductiva en las acciones de conversión de los registros de representación de los procesos de variación y cambio.
- Orientación deductiva en la justificación de los procesos de variación y cambio a partir de sus representaciones matemáticas.
- Coordinación reflexiva de los procesos de tratamiento y conversión de los diferentes registros de representación semiótica de los procesos de variación y cambio analizando cómo se manifiesta la dualidad proceso-objeto.

La función del subsistema orientación conceptual de los procesos de variación y cambio está orientada a estimular la caracterización de los rasgos esenciales de los procedimientos y conceptos que intervienen en la situación objeto de estudios a partir de los procesos de variación y cambio en los contextos geométricos, numéricos, estocásticos y métricos y su cualidad resultante es la *significatividad de la funcionalidad de los procesos de variación*.

Este subsistema, presentado por Báez (2018), se materializa a través de las relaciones de coordinación de los siguientes componentes:

- Orientación ontológica en la funcionalidad de la variación y el cambio en los contextos geométricos, numéricos, estocásticos y métricos.
- Representación de la variación y el cambio como expresión de su funcionalidad.
- Significación de los procesos de variación desde su funcionalidad y su relación con otros conceptos matemáticos.

Y por último, el subsistema articulación de los saberes matemáticos en prácticas sociales en contextos ingenieriles, de la misma autora, tiene la función de generar la interconexión de procedimientos, conceptos y/o significados de prácticas que reflejen situaciones de variación en

contextos ingenieriles y la cualidad resultante de *resignificación de los saberes matemáticos*, para dar progresivamente nuevos significados a los procedimientos y conceptos desde una práctica contextualizada.

Este subsistema se concreta a través de los siguientes componentes que se coordinan entre sí:

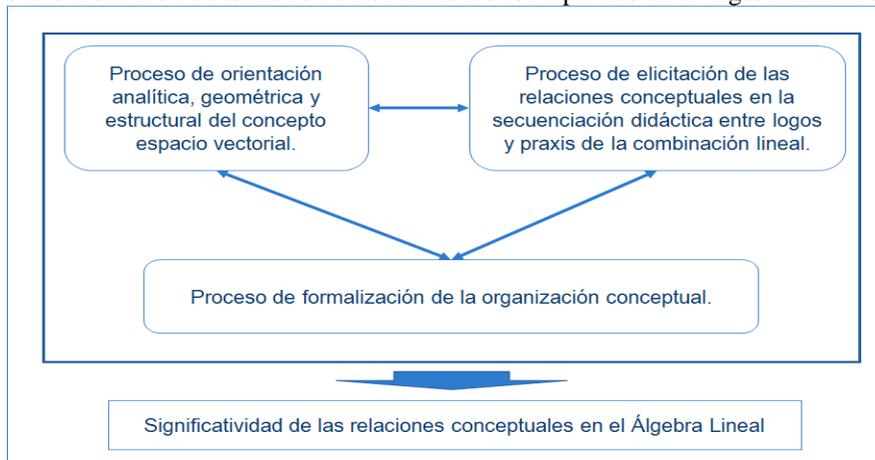
- Reconstrucción reflexiva de significados variacionales desde lo individual y lo social (institucional).
- Explicitación de los procedimientos, conceptos y/o significados que intervienen en las prácticas ingenieriles.
- Movilización reflexiva de los saberes matemáticos para la toma de decisiones con relación a la solución del problema matemático objeto de estudio.

La modelación didáctica del Álgebra Lineal se realizó en dos etapas, en la primera se abordó la comprensión conceptual como vía para la formación y desarrollo de conceptos matemáticos (Mola, 2013), resultado que tuvo su continuidad en una segunda etapa desde la mirada del desarrollo de las relaciones conceptuales con la participación de Martín, Pérez, Blanco y Casas (2014), Martín, Pérez; Casas, Espíndola y Vargas (2015), Martín, Pérez, Casa y Sánchez (2017), Martín, Pérez y Martínez (2017) y Martín (2018).

Es así que el desarrollo de las relaciones conceptuales se modeló con orientación a la significatividad de las relaciones conceptuales en el Álgebra Lineal como cualidad resultante de dicho modelo, y las interrelaciones dialécticas-didácticas que se manifiestan entre los siguientes subsistemas (Figura 3), ellos son:

- Orientación analítica, geométrica y estructural del concepto espacio vectorial.
- Elicitación de las relaciones conceptuales en la secuenciación didáctica entre logos y praxis de la combinación lineal.
- Formalización de la organización conceptual.

Figura 3 Modelo didáctico de desarrollo de las relaciones conceptuales en el Álgebra Lineal en ingenierías



Fuente: Martín (2018)

El subsistema orientación analítica, geométrica y estructural del concepto espacio vectorial elaborado por Martín, Pérez y Martínez (2017), tiene la función de describir el concepto de Espacio Vectorial en todos sus registros de representación semiótica, y en que los vectores de un Espacio Vectorial existen a través de la combinación lineal de vectores, para lograr la *flexibilidad en la representación de las relaciones del objeto algebraico* como cualidad resultante a través de las relaciones de coordinación de los siguientes componentes:

- Orientación analítica del concepto espacio vectorial.
- Orientación geométrica del concepto espacio vectorial.
- Orientación estructural del concepto espacio vectorial.
- Comprensión de la estructura funcional del concepto espacio vectorial.

Por su parte, el subsistema elicitación de las relaciones conceptuales en la secuenciación didáctica entre logotipos y praxis de la combinación lineal propuesto por Martín, Pérez, Casa y Sánchez (2017), tiene la función de coordinar las relaciones conceptuales y de representación de lo identitario de cada concepto objeto de estudio del Álgebra Lineal mediante una operación relacionante, que en este caso es la combinación lineal de vectores.

Con este subsistema se debe lograr la *flexibilidad en la representación de las relaciones del objeto algebraico a través de la red identitaria*, lo que cualifica el proceso de representación de lo identitario de cada concepto objeto de estudio mediante una operación relacionante desde las relaciones de coordinación de los siguientes componentes:

- Representación de las relaciones conceptuales en la combinación lineal.

- Identificación de los conceptos del álgebra lineal a través de las relaciones con la combinación lineal.
- Representación de la red identitaria de la red de relaciones conceptuales.
- Representación de la red identitaria generadora del sistema conceptual.

Y por último, está el subsistema formalización de la organización conceptual propuesto por Sánchez (2018), con la función de organizar y sistematizar las relaciones conceptuales de manera que incida en la articulación e integración de la formación y desarrollo de conceptos a través de una red conceptual, para lograr la *significatividad de la red identitaria como generadora de los conceptos del Álgebra Lineal*, que sea resultado de las relaciones de coordinación de los siguientes componentes:

- Comprensión de los conceptos en base a la combinación lineal.
- Reflexividad dialógica sobre las relaciones que definen cada tipo de concepto del Álgebra Lineal.
- Sistematización de los conceptos en base a la combinación lineal.

Pertinencia científica de los modelos teóricos propuestos y sus impactos sociales

Para determinar el posible conjunto de especialistas considerados expertos en el campo de la didáctica del Cálculo Diferencial y el Álgebra Lineal, se seleccionó de manera directa una población inicial de 43 especialistas en Matemática Educativa, procedentes de Cuba (15), México (11), EEUU (2), Chile (3), Colombia (3) y República Dominicana (9), de los cuales 6 son Maestros en Ciencias y el resto son Doctores en Ciencias.

Se identificó que sólo 35 de ellos tenían un coeficiente de competencia alto, en relación al tema objeto de investigación, y considerando la disposición a participar finalmente quedaron 29 doctores especialistas en Matemática Educativa con un promedio de 10 años de experiencia laboral. Los resultados se procesaron utilizando el Microsoft Excel para analizar la probabilidad de que cada planteamiento fuera ubicado en una categoría determinada.

De los resultados del análisis estadístico se pudo apreciar que, a partir del intercambio con los expertos en relación a los planteamientos que se le consultaron, el resultado de la investigación fue catalogado de *muy adecuado* con sugerencias que se fueron perfilando en interacción con los expertos.

Las tres estrategias didácticas diseñadas por Báez (2018), Báez Ureña (2018) y Martín (2018) implementadas en las carreras de ingeniería de la Universidad Autónoma de Santo Domingo constituyeron el sostén de los experimentos pedagógicos orientados a valorar el desempeño de 363 estudiantes para resolver problemas matemáticos en el Cálculo Diferencial (193 estudiantes) y el Álgebra Lineal (170 estudiantes) en el contexto ingenieril.

Los experimentos se realizaron durante el cuarto cuatrimestre del curso escolar 2016-2017, en tres momentos cada uno: el primero fue el diagnóstico inicial con una prueba de entrada que sirvió para caracterizar a los estudiantes, el segundo incluyó la implementación de las estrategias didácticas, y en el tercero se aplicó la prueba de salida y su comparación con la inicial.

Los resultados de los experimentos fueron socializados por Báez, Martínez-López, Pérez y Pérez (2017), Martín, Pérez y Martínez (2017) y Báez, Pérez y Blanco (2018), en cuyos informes se hace evidente la efectividad de las estrategias didácticas implementadas respecto a la mejoría del desempeño de los estudiantes en la solución de problemas matemáticos del Cálculo Diferencial y el Álgebra Lineal en base a los siguientes criterios de desempeño:

- a) Autonomía conceptual en la resolución de tareas de aplicación.
- b) Significatividad lógica del nexo conceptual procedimental en la solución de tareas matemáticas.
- c) Significatividad de las relaciones conceptuales en la solución de tareas matemáticas.

Finalmente, luego de un amplio proceso de socialización en Congresos, talleres, publicaciones y conferencias, los resultados del proyecto fueron galardonados con el Premio Nacional a los resultados de la investigación científica del año 2018, en la comisión de Ciencias Sociales de la Academia de Ciencias de Cuba.

Conclusiones

El estudio teórico conceptual develó que la formación y desarrollo conceptual en el Cálculo Diferencial para las carreras de ingeniería, se caracteriza por la autonomía conceptual en la solución de problemas matemáticos aplicados al contexto ingenieril, y por la significatividad lógica en el nexo conceptual procedimental como vía para mejorar el desempeño de los estudiantes en la solución de problemas matemáticos.

De modo que, la autonomía conceptual en la resolución de tareas de aplicación se materialice en el uso de las transferencias de registros semióticos de los objetos matemáticos; la significatividad de la relación verdad-hipótesis y la flexibilidad conceptual en el análisis del movimiento de la variable.

Y que, la significatividad lógica del nexos conceptual procedimental se concrete en la flexibilidad en el reconocimiento de patrones variacionales del contexto ingenieril; el análisis inductivo-deductivo de la argumentación de los procesos de variación y cambio; la significatividad de la funcionalidad de dichos procesos y la resignificación de los saberes matemáticos en el contexto ingenieril.

A su vez, para el Álgebra Lineal la formación y desarrollo conceptual se caracteriza por la significatividad de las relaciones conceptuales y se materializada en la flexibilidad en la representación de las relaciones de los conceptos matemáticos, la flexibilidad en la representación de los conceptos matemáticos a través de la red identitaria y la significatividad de la red identitaria como generadora de los conceptos matemáticos.

El éxito práctico del tratamiento didáctico de las relaciones, formación y desarrollo conceptual-procedimental exige de la preparación matemática de los docentes, sus habilidades para utilizar las tecnologías en función de la docencia, sus conocimientos sobre el objeto de estudio de los ingenieros, su comprensión sobre la función didáctica del tratamiento y conversión de los registros de representación semiótica y sobre la necesidad de formar en los estudiantes el uso correcto del lenguaje matemático, como elemento fundamental de interacción social en la actividad de estudio.

Una adecuada preparación de los ingenieros en formación en el Cálculo Diferencial y el Álgebra Lineal, como primeras asignaturas de Matemática en su formación ingenieril, sienta las bases para la sólida formación básica que requieren los ingenieros del futuro.

La construcción teórica ha sido un proceso de indagación continua en el que se reconoce la importancia de la objetividad del conocimiento constatado en la práctica, conscientes de que las conclusiones obtenidas en la investigación están sujetas a comprobaciones, enriquecimiento y perfeccionamiento a partir de su aplicación en diversos contextos históricos y culturales.

Agradecimientos

Agradezco el apoyo y participación de los investigadores del Proyecto Perfeccionamiento de la enseñanza de la Matemática del Programa Nacional Problemas Actuales del Sistema Educativo Cubano, perspectivas de desarrollo (código PP221LH053), en especial al Dr. C. Ramón Blanco Sánchez y la Dr. C. Nancy Montes de Oca Recio, sin su participación este proyecto no hubiera sido posible, y a los Doctores Neel Lobatchewski Báez Ureña, Ana Mercedes Báez y Ángela Mercedes Báez Sánchez, docentes de la Universidad Autónoma de Santo Domingo y participantes en el proyecto como estudiantes de doctorado.

Referencias

- Arias, G. (2018). La integralidad del método dialéctico en la Teoría Histórico Cultural. *Psicología Escolar e Educativa*, 22(3), pp. 631-641. <https://doi.org/10.1590/2175-3539201803002>.
- Arrieta, J. y Díaz, L. (2015). Una perspectiva de la modelación desde la Socioepistemología. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 18(1), pp. 19-48. <http://relime.org/index.php/numeros/todos-numeros/volumen-18/numero-18-1/399-201501a>
- Báez Ureña, N. (2018, julio 12). Estrategia didáctica para la formación de conceptos en el proceso enseñanza-aprendizaje del Cálculo Diferencial de una variable real en las carreras de ingeniería [Tesis de doctorado]. Universidad de Camagüey "Ignacio Agramonte Loynaz". Camagüey.
- Báez, A. (2018, junio, 26). Estrategia didáctica para el desarrollo conceptual procedimental en el Cálculo Diferencial de una variable real, para las carreras de ingeniería [Tesis de doctorado]. Universidad de Camagüey "Ignacio Agramonte Loynaz". Camagüey.
- Báez, A., Pérez, O; Triana, B. (2017). Propuesta didáctica basada en múltiples formas de representación semiótica de los objetos matemáticos para desarrollar el proceso de enseñanza aprendizaje del cálculo diferencial. *Academia y Virtualidad*, 10(2), pp. 20-30. <https://dx.doi.org/10.18359/ravi.2743>
- Báez, A; Martínez-López, Y; Pérez, O; Pérez, R. (2017), Propuesta de tareas para el desarrollo del pensamiento variacional en estudiantes de ingeniería. *Formación Universitaria*. 10(3), pp. 93-106. <http://dx.doi.org/10.4067/S0718-50062017000300010>
- Báez, N., Pérez, O; Blanco, R. (2018). Los registros de representación semiótica como vía de materialización de los postulados vigotskianos sobre pensamiento y lenguaje. *Academia y Virtualidad*, 11(1). pp. 16-26. <https://doi.org/10.18359/ravi.2885>
- Báez, N; Blanco, R; Pérez, O: (2015). Fundamentación teórica de la apropiación conceptual con ayuda de las TIC ejemplificado en la derivada. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 28, pp. 1576-1582. <http://www.clame.org.mx/documentos/alme28.pdf>
- Báez, N; Blanco, R; Pérez, O: (2015^b). Dificultades de los alumnos en el trabajo con los conceptos del Cálculo Diferencial. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 28, pp. 57-63. <http://www.clame.org.mx/documentos/alme28.pdf>

- Báez, N; Heredia, W; Pérez, O. (2017). El movimiento de la variable en el cálculo diferencial: orientaciones didácticas. *Transformación*, 13(3), pp. 444-455. http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2077-29552017000300011
- Bertalanfly, L. [Ed.]. (1954). Teoría general de sistemas, Nueva York: Editorial Fondo de Cultura Económica.
- Bueno, S; Pérez, O. (2018). La idoneidad epistémica del concepto función real de una variable real en carreras de ingenierías. *Revista Educación Matemática*. 30(2), pp. 202-231. <http://dx.doi.org/10.24844/EM3002.8>
- Camacho-Ríos, A. (2011). Socioepistemología y prácticas sociales. Hacia una enseñanza dinámica del cálculo diferencial. *Revista Iberoamericana de Educación Superior*, 2(3), pp. 152-171. <https://doi.org/10.22201/iisue.20072872e.2011.3.32>
- Cantoral, R. [Ed.] (2013). Teoría socioepistemológica de la matemática educativa. Estudios sobre construcción social del conocimiento (1st ed.), Barcelona: Editorial Gedisa SA
- Castellanos, D., Castellanos, B., Llivina, M., Silverio, M., Reinoso, C., y García, C. [Ed.] (2002). *Aprender y enseñar en la escuela. Una concepción desarrolladora*, Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- Cordero, F., Del Valle, T. y Morales, A. (2019). Usos de la optimización de ingenieros en formación: El rol de la ingeniería mecatrónica y de la obra de Lagrange. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 22 (2), pp. 185 - 212. <https://doi.org/10.12802/relime.19.2223>
- D'Amore, B. (2009). Conceptualización, registros de representaciones semióticas y noética: interacciones constructivistas en el aprendizaje de los conceptos matemáticos e hipótesis sobre algunos factores que inhiben la devolución. *Revista científica*, 11, pp. 150-164. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=820883>
- Farit, J; Estrada, P; Ramos, I (2017). Una concepción y modo de gestión didáctica de la matemática en la carrera de ingeniería civil. *Transformación*, 13(1), pp. 114-129. http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_abstract&pid=S2077-29552017000100012
- Godino, J., Batanero, C. y Font, V. (2007). The ontosemiotic approach to research in mathematics education. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, 39(1-2), pp. 127-135. <https://link.springer.com/article/10.1007/s11858-006-0004-1>
- Godino, J., Vicenç, F., Contreras, A. y Wilhelmi, M. (2005). Una visión de la didáctica francesa desde el enfoque ontosemiótico de la cognición e instrucción matemática. *Revista Latinoamericana de Matemática Educativa*, 9(1), pp. 117-150. http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-24362006000100006
- González, V. (1984). El enfoque sistémico en los medios de enseñanza. *Revista Cubana de Educación Superior*. 4(1), pp. 10-21.
- King, C. (2012). Restructuring Engineering Education: ¿Why, How and When?. *Journal of Engineering Education*. 101(1), pp. 1-5. <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/j.2168-9830.2012.tb00038.x>
- León-Duarte, G. (2019). Aportes teóricos a la investigación del campo periodístico. Sentidos y significados desde el Campo Intelectual Creador. *Intercom: Revista Brasileira de Ciências*

- da Comunicação, São Paulo*, 42(3), pp. 41-59. http://www.scielo.br/scielo.php?pid=S1809-58442019000300041&script=sci_arttext
- Marrero, O. y Lasso, M. (2017). El proceso de enseñanza-aprendizaje por competencias. Una visión desde el enfoque sistémico. *Revista Congreso Universidad*. 6(4), pp. 28-46. <http://revista.congresouniversidad.cu/index.php/rcu/article/view/837>
- Martín, A. (2018, junio, 26). Estrategia didáctica para el desarrollo de relaciones conceptuales en el Álgebra Lineal para las carreras de ingeniería [Tesis de doctorado]. Universidad de Camagüey "Ignacio Agramonte Loynaz". Camagüey.
- Martín, A. y Pérez, O. (2019). Las ciencias básicas en la formación del ingeniero: el caso del Álgebra Lineal. *Revista Estudios Generales UNAPEC*. 2(4), pp. 31-38. https://www.researchgate.net/publication/339663530_LAS_CIENCIAS_BASICAS_EN_LA_FORMACION_DEL_INGENIERO_EL_CASO_DEL_ALGEBRA_LINEAL
- Martín, A., Pérez, O., Blanco, R., Casas, L. (2014). Los espacios vectoriales, como estructuras algebraicas, en el proceso de enseñanza aprendizaje del Álgebra Lineal: una propuesta de investigación. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*. 27, pp. 1073-1082. <http://www.clame.org.mx/documentos/alme27.pdf>
- Martín, A; Pérez, O. y Martínez, Y. (2017). Propuesta didáctica para la enseñanza del concepto espacio vectorial. REFCaLE: *Revista Electrónica Formación y Calidad Educativa*, 5(2), 195-209. <http://refcale.uleam.edu.ec/>
- Martín, A; Pérez, O; Casa, L; Sánchez, R, (2017). Secuenciación didáctica entre logos y praxis de la combinación lineal. *Ciencias Matemáticas*. 31(2), pp. 143-149. <https://www.matcom.uh.cu>
- Martín, A; Pérez, O; Casas, L; Espíndola, A; Vargas, A. (2015). ¿Contribuye la didáctica del Álgebra Lineal a que los estudiantes identifiquen los espacios vectoriales como una estructura sistémica? *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*. 28, pp. 315-322. <http://www.clame.org.mx/documentos/alme28.pdf>
- Mendoza, F. y Escalona, M. (2019). Contextualización de la enseñanza de la Matemática en la carrera de Ingeniería Civil. ROCA. *Revista científico-educacional de la provincia Granma*. 15(3), pp. 13-24. <https://revistas.udg.co.cu/index.php/roca/article/view/924>
- Minnaard, C. y Comoglio, M. (2019). Aplicaciones de la simulación en la enseñanza de la ingeniería. Congreso Iberoamericano de Educación Científica. Uruguay. <https://digital.cic.gba.gob.ar/handle/11746/10061>
- Mola, C. (2013, enero 23). Estrategia didáctica para la comprensión de los objetos del álgebra lineal en las carreras de ingeniería de la universidad de Camagüey [Tesis de doctorado]. Universidad de Camagüey "Ignacio Agramonte Loynaz". Camagüey.
- Nardín, A; Montalván, M; Salgado, M; Pérez, O. (2017). Errores de los estudiantes en el tema de derivada de funciones de varias variables. *Revista Paradigma*. 38(1), pp. 312 – 329. <http://revistas.upel.edu.ve/index.php/paradigma/article/view/5715/3041>
- Pérez, O. (2018). La Matemática Educativa en Camagüey: incidencia social de un programa de maestría. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 21 (2), pp. 125-130. <https://dx.doi.org/10.12802/relime.18.2120>

- Pérez, O. y Blanco, R., (2019). Contribución teórica y práctica a la didáctica del Cálculo Diferencial y del Álgebra Lineal para carreras de ingeniería. *Anales de la Academia de Ciencias de Cuba*. 9(3). pp. 170-173. <http://www.revistaccuba.cu/index.php/revacc/article/view/692>
- Plaza, L. (2016). Obstáculos presentes en Modelación Matemática. Caso Ecuaciones Diferenciales en la formación de Ingenieros. *Revista Científica*. 2(25), pp. 176-187. Recuperado de <http://revistas.udistrital.edu.co/ojs/index.php/revcie/article/view/10340/11774>
- Plaza, L. y Villa-Ochoa, J. (2019). Obstáculos matemáticos detectados en la formación de ingenieros. Una revisión de literatura. *Revista Virtual Universidad Católica del Norte*. (58), pp. 223-241. DOI: <https://doi.org/10.35575/rvucn.n58a13>
- Ramos, G. (2000). *Filosofía y actividad: implicaciones para la formación humanística del profesional universitario de las Carreras Técnicas* [Tesis de doctorado]. Universidad de La Habana, Habana.
- Rendón-Mesa, P., Duarte, P. y Villa-Ochoa, J. A. (2016). Articulación entre la matemática y el campo de acción de la ingeniería de diseño de producto: componentes de un proceso de modelación matemática. *Revista de La Facultad de Ingeniería U.C.V.*, 31(2), pp. 21–36. Recuperado de <http://funes.uniandes.edu.co/11854/>
- Reyes-Gasperini, D. y Cantoral, R. (2014). Socioepistemología y empoderamiento: la profesionalización docente desde la problematización del saber matemático. *Boletim de Educação Matemática*. 28(48), pp. 360-382. <http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v28n48a14>
- Rodríguez, R. (2017). Repensando la enseñanza de las matemáticas para futuros ingenieros: actualidades y desafíos. *Revista de Investigación Educativa de la REDIECH*. 8(15), pp. 69-85. https://www.rediech.org/ojs/2017/index.php/ie_rie_rediech/article/view/55
- Rosental, M., y Ludín, P. [Ed.]. (1981). *Diccionario Filosófico*, Habana, Cuba: Editorial Revolucionaria.
- Tall, D. [Ed.] (1991). *Advanced Mathematical Thinking*, Dordrecht: Kluwer A. P.
- Valledor, R. (2019). La innovación en la investigación educacional. La innovación Teórica. *Didasc@lia: Didáctica y Educación*. 10(4), pp. 17-32. <http://revistas.ult.edu.cu/index.php/didascalía/article/view/1354>
- Vargas, A Burguet, I; Lezcano, L; Durán, M. (2018). Las relaciones intradisciplinarias en el currículo de la carrera ingeniería en ciencias informáticas: una visión desde el Álgebra Lineal. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*. 31, pp. 1209-1216. <http://www.clame.org.mx/documentos/alme31.pdf>
- Vigotsky, L. [Ed.]. (1987). *Historia del desarrollo de las funciones psíquicas superiores*, Habana: Editorial Científico Técnica.

LOS MODOS DE PENSAMIENTO SINTÉTICO Y ANALÍTICO EN LA COMPREENSIÓN DEL CONCEPTO DE BASE EN EL ESPACIO VECTORIAL \mathbb{R}^2 : UN ESTUDIO DE CASOS EN UN CONTEXTO UNIVERSITARIO

Marcela Parraguez

marcela.parraguez@pucv.cl

<https://orcid.org/0000-0002-6164-3056>

Pontificia Universidad Católica de Valparaíso (PUCV)

Valparaíso, Chile.

Guadalupe Vera-Soria

guadalupe.vera@academicos.udg.mx

<https://orcid.org/0000-0001-8294-6585>

Universidad de Guadalajara (UDG)

Guadalajara, México.

Recibido: 13/04/2020 **Aceptado:** 22/05/2020

Resumen

Se presenta una indagación sobre la comprensión del concepto de base en el espacio vectorial \mathbb{R}^2 en estudiantes universitarios, teniendo como fundamento el modelo de los modos de pensamiento de Sierpinska. El objetivo de la investigación fue describir cómo es el proceso de construcción del significado del acto de comprender el concepto de base en \mathbb{R}^2 , cuando se articulan tres modos de pensar la Base en el espacio vectorial \mathbb{R}^2 , a través de lo sintético-geométrico-Base de \mathbb{R}^2 , lo analítico-aritmético-Base de \mathbb{R}^2 y lo analítico-estructural-Base de \mathbb{R}^2 . Los documentos derivados de entrevistas realizadas a seis estudiantes del área de Ingeniería, los cuales previamente abordaron actividades para la exploración del concepto de base de \mathbb{R}^2 en un ambiente gráfico-algebraico, se organizaron conforme a las operaciones de comprensión que fue posible poner de relieve durante el proceso de abstracción de las operaciones mentales para describir el acto de comprensión del concepto base para \mathbb{R}^2 : síntesis, generalización, discriminación o identificación. Posteriormente, un análisis hermenéutico de los significados que esos estudiantes le asignaron a las nociones de combinación lineal, conjunto generador e independencia lineal, fue indicativo de que algunas relaciones, como ligar la idea de generar con una variación continua de combinaciones lineales en \mathbb{R}^2 , o reconocer que no hay una única forma de generar el espacio vectorial \mathbb{R}^2 , son elementos claves para alcanzar la comprensión de Base en \mathbb{R}^2 como un sistema conceptual.

Palabras clave: Modos de pensamiento. Comprensión conceptual. Estudio hermenéutico. Significados.

**Modos de pensamento sintético e analítico no entendimento do conceito base de base no
espaço vetorial \mathbb{R}^2 : Um estudo de caso em um contexto universitário**

Resumo

É apresentada uma investigação sobre a compreensão do conceito de base no espaço vetorial \mathbb{R}^2 em estudantes universitários, com base no modelo dos modos de pensamento de Sierpinska. O objetivo da pesquisa foi descrever como é o processo de construção do significado do ato de

entender o conceito de base no \mathbb{R}^2 , quando são articuladas três formas de pensar a Base no espaço vetorial \mathbb{R}^2 , através do sintético-geométrico-Base de \mathbb{R}^2 , do analítico-aritmético-Base de \mathbb{R}^2 e do analítico-estrutural-Base de \mathbb{R}^2 . Os documentos derivados de entrevistas realizadas com seis alunos da área de Engenharia, que anteriormente abordaram atividades para a exploração do conceito de base de \mathbb{R}^2 em ambiente gráfico-algébrico, foram organizados de acordo com as operações de compreensão que foi possível destacar durante o processo de abstração de operações mentais para descrever o ato de entender o conceito base de \mathbb{R}^2 : síntese, generalização, discriminação ou identificação. Posteriormente, uma análise hermenêutica dos significados que esses alunos atribuíram às noções de combinação linear, conjunto gerador e independência linear, foi indicativa de que algumas relações, como vincular a ideia de gerar com uma variação contínua de combinações lineares de \mathbb{R}^2 ou reconhecer que não existe uma maneira única de gerar o espaço vetorial de \mathbb{R}^2 , são elementos-chave para alcançar o entendimento de Base em \mathbb{R}^2 como um sistema conceitual.

Palavras chave: Modos de pensamento. Compreensão conceitual. Estudo hermenêutico. Significados.

Synthetic and analytical thought modes in understanding the concept of basis in the vector space \mathbb{R}^2 : A case study in a university context

Abstract

An investigation on the understanding of the concept of basis in the vector space \mathbb{R}^2 in university students is presented, based on the model of Sierpinska's modes of thought. The objective of the research was to describe how the process of constructing the meaning of the act of understanding the base concept for \mathbb{R}^2 , when three ways of thinking the Basis in vector space \mathbb{R}^2 are articulated: through the synthetic-geometric-Basis of \mathbb{R}^2 , the analytical-arithmetic-Basis of \mathbb{R}^2 and the analytical-structural-Basis of \mathbb{R}^2 . The documents derived from interviews carried out with six students from the Engineering area, who previously tackled activities for the exploration of the concept of basis for \mathbb{R}^2 in a graphical-algebraic environment, were organized according to the comprehension operations that it was possible to highlight during the process of abstraction of mental operations to describe the act of understanding the concept of basis for \mathbb{R}^2 synthesis, generalization, discrimination or identification. Subsequently, a hermeneutical analysis of the meanings that these students assigned to the notions of linear combination, generating set and linear independence, was indicative that some relationships, such as linking the idea of generating with a continuous variation of linear combinations in \mathbb{R}^2 , or recognizing that there is not a single way to generate the \mathbb{R}^2 vector space, are key elements to achieve the understanding the notion of Basis for \mathbb{R}^2 as a conceptual system.

Keywords: Thought modes. Conceptual understanding. Hermeneutical study. Meanings

Introducción

El presente artículo se sitúa en la comprensión del concepto de base del espacio vectorial \mathbb{R}^2 , con el propósito de describir cómo es el proceso por el cual estudiantes universitarios del área de Ingeniería, que cursan la materia de Álgebra Lineal (AL), construyen el significado de dicho concepto.

El concepto de base es primordial para describir un espacio vectorial con pocos elementos y guarda una estrecha relación con conceptos importantes del AL, como por ejemplo, Transformaciones lineales (Roa-Fuentes y Parraguez, 2017), Valores y vectores propios (Parraguez y Yañez, 2017). Sin embargo, hasta ahora pocos estudios en el área de la Matemática Educativa se han enfocado en la comprensión específica de este concepto, desde referentes teóricos cognitivos. La investigación de Kú, Trigueros y Oktaç (2008), situada en la Teoría APOE estableció que la construcción cognitiva del concepto de Base de un espacio vectorial resulta de la coordinación de los conceptos de conjunto generador e independencia lineal, mientras que en la indagación doctoral de Chargoy (2006), sobre las dificultades en el entendimiento del concepto de Base, se señaló que el manejo sistémico de los conceptos germinales (combinación lineal, conjunto generado e independencia lineal) es fundamental para su buen entendimiento, y que la gestación de la noción de Base se encuentra en diversas fuentes geométricas y analíticas.

La presente investigación, ha considerado profundizar en el proceso de comprensión del espacio vectorial \mathbb{R}^2 desde el concepto de Base, porque no existe alguna investigación que describa cómo se articulan las distintas formas de ver y entender la noción de Base de \mathbb{R}^2 , para alcanzar su comprensión como un todo sistémico.

Marco Teórico: Los Modos de Pensamiento

De una manera muy general, los modos de pensamiento (Sierpinska, 2000) son formas de ver y entender los objetos matemáticos del AL, y que producto de su interacción se produce la comprensión. La comprensión para Sierpinska (1994), implica la captación de las relaciones internas de un objeto que se puede dar a través de una de función, un problema, un símbolo o un concepto, y esta comprensión, se construye mediante la formación mental de objetos matemáticos ligados al AL, mediante la realización de conexiones que respetan su coherencia matemática interna. En lo específico, esta investigación aportará en describir “cómo” se produce la interacción entre los modos de pensar, cuando el objeto de estudio se sitúa en el concepto de Base del espacio vectorial \mathbb{R}^2 .

Sierpinska, después de muchos años de tratar de entender las dificultades de los estudiantes en el aprendizaje del AL a nivel de pregrado, llega a la conclusión que los estudiantes comprenden el AL en muchos aspectos de la teoría, con un enfoque más práctico (su objetivo

son las acciones sobre hechos concretos) que teórico (su objetivo son las relaciones sobre sistemas de conceptos), sin embargo, hacer más explícito el pensamiento teórico del AL no es tan obvio, porque el AL con sus definiciones de espacio vectorial y transformaciones lineales, es un conocimiento muy teórico, que no puede reducirse a la práctica y al dominio de un conjunto de procedimientos de cálculos algorítmicos o mecánicos.

Según Dorier (1995), el desarrollo del AL comienza con un proceso de pensar analíticamente el espacio geométrico y con una postura muy general, se pueden distinguir en este desarrollo, dos grandes etapas referidas a dos procesos: (1º) la aritmetización del espacio, que tuvo lugar al pasar de la geometría sintética a la geometría analítica en \mathbb{R}^n y (2º) El otro que la desaritmetización del espacio a su estructuración, con la que los vectores abandonan las coordenadas que los anclaban al dominio de los números y se convierten en elementos abstractos cuyo comportamiento está definido por un sistema de propiedades o axiomas (Sierpinska, 2000). Como producto de estos dos procesos del análisis histórico y epistemológico del AL, Sierpinska (2000) identifica tres modos de pensar este fragmento de la matemática: sintético-geométrico (SG), analítico-aritmético (AA) y analítico-estructural (AE), que hacen explícito el pensamiento teórico y abordan el obstáculo epistemológico del AL, esto es, que el AL rechaza los números dentro de la geometría, y que la geometría pueda ser llevada a un dominio puramente aritmético.

Estos tres modos de pensar el AL, SG, AA y AE, no constituyen etapas para el desarrollo de su pensamiento, sino que el pensamiento del AL se desarrolla simultáneamente en estos tres modos que son igualmente útiles, en su propio contexto y para propósitos específicos, cuando ellos interactúan en una actividad matemática. Lo importante, es que cada uno de los modos de pensamiento constituye una vía de acceso a los objetos matemáticos del AL, aunque al estar en interacción se permite advertir distintos aspectos de un mismo objeto.

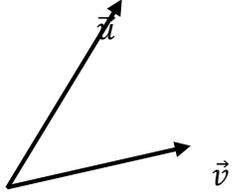
Los modos de pensamiento utilizan sistemas de representación específicos, por ejemplo, en el modo de pensamiento SG se usa el lenguaje geométrico de planos, líneas, intersecciones o conjuntos de puntos, mientras que en el modo AA, las figuras geométricas son entendidas como conjuntos de n -uplas de números que satisfacen ciertas condiciones, y en general los objetos matemáticos son pensados a través de relaciones numéricas o simbólicas. Y finalmente, en el modo de pensamiento AE, se sintetiza la estructura de los elementos algebraicos, es decir, los objetos matemáticos se reconocen por sus propiedades o características invariantes (Sierpinska, 2000), de hecho, Sierpinska afirma que la principal diferencia entre los modos

pensamiento sintético y el analítico, es que en el modo sintético, los objetos son aproximados directamente a la mente la cual trata de describirlos, mientras que en el modo analítico dichos objetos se aproximan de forma indirecta y pueden ser construidos a través de la definición de las propiedades de sus elementos (Sierpinska, 2000).

Los Modos de Pensar el Concepto de Base del Espacio Vectorial \mathbb{R}^2

Una Base B para el espacio vectorial \mathbb{R}^2 , es un conjunto constituido por dos elementos distintos $B = \{\vec{u}, \vec{v}\} \subseteq \mathbb{R}^2$, el cual permite escribir como combinación lineal de \vec{u} y de \vec{v} cualquier elemento (x, y) de \mathbb{R}^2 de manera única. Sin embargo, para llegar a conceptualizar la Base de \mathbb{R}^2 se precisa instalar en los aprendices un sistema conceptual previo que se relaciona con los conceptos: Subconjunto de \mathbb{R}^2 , espacio vectorial \mathbb{R}^2 , combinación lineal en \mathbb{R}^2 , vectores linealmente independientes en \mathbb{R}^2 , conjunto generador y espacio generado en \mathbb{R}^2 . Según libros de textos de AL (Lay, 2013; Grossman, 2012; Poole, 2011, entre otros) el sistema conceptual requerido sobre el cual se construye el concepto de Base para \mathbb{R}^2 , puede ser presentado de tres formas: (1) Una definición como objeto teórico del AL a través de dos propiedades, (2) Una caracterización a través de una solución única de un sistema de ecuaciones lineales homogéneo o no homogéneo, y (3) de forma geométrica como vectores no colineales. Esto último se presenta en el Cuadro 1, interpretado desde los Modos de Pensar.

Cuadro 1: Modos de pensar el Sistema Conceptual del Concepto Base para \mathbb{R}^2

Base de \mathbb{R}^2		
Modo de pensar AE-B de \mathbb{R}^2	Modo de pensar AA-B de \mathbb{R}^2	Modo de pensar SG-B de \mathbb{R}^2
$\{\vec{u}, \vec{v}\} \subseteq \mathbb{R}^2$, es Base de \mathbb{R}^2 si y solo si se cumplen: 1) $\{\vec{u}, \vec{v}\}$ es linealmente independiente. 2) $\langle \vec{u}, \vec{v} \rangle = \mathbb{R}^2$.	$\{\vec{u}, \vec{v}\} \subseteq \mathbb{R}^2$ es Base de \mathbb{R}^2 si y solo si la solución para el sistema homogéneo de ecuaciones lineales $x\vec{u} + y\vec{v} = \vec{0}$ (con $x, y \in \mathbb{R}$) es única.	

Continúa..

Cuadro 1: Modos de pensar el Sistema Conceptual del Concepto Base para \mathbb{R}^2 (continuación)

Combinación Lineal de \mathbb{R}^2		
Modo de pensar AE-CL de \mathbb{R}^2	Modo de pensar AA-CL de \mathbb{R}^2	Modo de pensar SG-CL de \mathbb{R}^2
$\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$ vectores de \mathbb{R}^2 . \vec{w} es CL de \vec{u} y \vec{v} , si y solo si, existen $x, y \in \mathbb{R}$, tal que: $x\vec{u} + y\vec{v} = \vec{w}$	$\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$ vectores de \mathbb{R}^2 . \vec{w} es CL de \vec{u} y \vec{v} , si y solo si, existe solución para el sistema de ecuaciones lineales $x\vec{u} + y\vec{v} = \vec{w}$ (con $x, y \in \mathbb{R}$)	
Conjunto Generador y Espacio Generado \mathbb{R}^2		
Modo de pensar AE-CG/EG de \mathbb{R}^2	Modo de pensar AA-CG/EG de \mathbb{R}^2	Modo de pensar SG-CG/EG de \mathbb{R}^2
$\{\vec{u}, \vec{v}\} \subseteq \mathbb{R}^2$. El conjunto $\{\vec{u}, \vec{v}\}$ genera a \mathbb{R}^2 si y solo si, existen $x, y \in \mathbb{R}$, tal que: $x\vec{u} + y\vec{v} = \vec{w}, \forall \vec{w} \in \mathbb{R}^2$.	$\{\vec{u}, \vec{v}\} \subseteq \mathbb{R}^2$. $\langle \vec{u}, \vec{v} \rangle = \mathbb{R}^2$, si y solo si, existe solución para el sistema de ecuaciones lineales $x\vec{u} + y\vec{v} = \vec{w}, \forall \vec{w} \in \mathbb{R}^2$. (con $x, y \in \mathbb{R}$)	
Conjunto linealmente independiente en \mathbb{R}^2		
Modo de pensar AE-LI de \mathbb{R}^2	Modo de pensar AA-LI de \mathbb{R}^2	Modo de pensar SG-LI de \mathbb{R}^2
$\{\vec{u}, \vec{v}\} \subseteq \mathbb{R}^2$. El conjunto $\{\vec{u}, \vec{v}\}$ es LI en \mathbb{R}^2 si y solo si, para $x, y \in \mathbb{R}$, tal que: $x\vec{u} +$ $y\vec{v} = \vec{0}$, entonces $x = y = 0$.	$\{\vec{u}, \vec{v}\} \subseteq \mathbb{R}^2$ es LI en \mathbb{R}^2 si y solo si la solución para el sistema homogéneo de ecuaciones lineales $x\vec{u} + y\vec{v} = \vec{0}$ (con $x, y \in \mathbb{R}$) es única.	

Fuente: Elaboración Propia

Importancia para el AL de abordar el Concepto Base de \mathbb{R}^2 desde el Modelo Los Modos de Pensar

Abordar el concepto de base para \mathbb{R}^2 en sus tres modos de pensarlos –AE-B de \mathbb{R}^2 , AA-B de \mathbb{R}^2 y SG-B de \mathbb{R}^2 – reporta la presencia o ausencia de un pensamiento sistémico (Sierpinska, Nnadozie y Okaç, 2002) en los aprendices de AL, al enfrentarlos a ellos a resolver situaciones en el contexto de \mathbb{R}^2 . Uno de los rasgos del pensamiento sistémico es que se enfoca en el establecimiento y estudio de las relaciones entre los conceptos que subyacen alrededor de Base de \mathbb{R}^2 (dimensión del espacio vectorial, base ordenada, base ortonormal, coordenadas de un vector, entre otros) y a su caracterización dentro de un sistema, que llamaremos Modos de

pensar la Base para \mathbb{R}^2 , que también contiene otros conceptos como el de conjunto, orden, cardinalidad, entre otros.

Se considera que el dominio de esos tres modos de pensar el conocimiento incluido en los Modos de pensar la Base del espacio vectorial \mathbb{R}^2 para el AL es primordial, ya que está muy relacionado con las dificultades que tiene el aprendiz de estos temas para representar todo el espacio vectorial \mathbb{R}^2 , a través de solo dos vectores. Esto puede ser la causa de obstáculos en la enseñanza y aprendizaje del AL, que sólo la articulación de los tres modos de pensarla ayudaría a remontarlos, y en consecuencia el dominio de la habilidad para articularlos se torna fundamental en la comprensión de \mathbb{R}^2 como espacio vectorial y su aplicación. Cuando decimos que la comprensión se da con la articulación de los tres modos de pensar la Base para \mathbb{R}^2 , en realidad entendemos al binomio –Modos de Pensar y Comprensión–, como un Sistema.

Los Modos de Pensar y la Comprensión

La conceptualización que realizó Sierpinska de la comprensión implicó el desarrollo, la construcción y la ordenación de ideas que obtuvo a partir de los trabajos de Ricoeur (quien desde 1947-2005 indagó en la vinculación de los procesos hermenéuticos con la fenomenología), Ajdukiewicz (quien entre 1921-1960 desarrolló numerosas ideas novedosas en semiótica), Dewey (quien desde 1886-1952 fue representante del pensamiento reflexivo), Dilthey (quien desde 1874–1911 estudió la hermenéutica filosófica), Kant (quien desde 1747-1804 se caracterizó por la búsqueda de una ética o principios con el carácter de universalidad que posee la ciencia a través de la crítica de razón práctica) y Hume (quien desde 1750-1775 investiga el entendimiento humano a través de la idea razón práctica), y como producto de esta conceptualización Sierpinska (1994) consideró que la comprensión es un “acto” relacionado con un proceso de interpretación que se desarrolla conforme se validan ciertas suposiciones. En el contexto de esta investigación, esto último al alero del referente teórico –los modos de pensamiento de Base para \mathbb{R}^2 – se considera como un proceso de construcción de los significados, a través de la interpretación de tres formas de ver y entender el concepto de Base en \mathbb{R}^2 , lo que constituye *Los Modos de Pensar el Concepto de Base para \mathbb{R}^2* .

En un acto de comprensión un objeto de comprensión se relaciona con otro objeto que funge como fundamento de la comprensión del primero, y la operación mental que conecta el objeto de comprensión con su fundamento. Las operaciones mentales que intervienen en un acto

de comprensión son la *identificación*, la *discriminación*, la *generalización* y la *síntesis*. Sin embargo, Sierpinska (1994) aclara que la abstracción es una operación involucrada en todas y cada una de las cuatro operaciones mencionadas, debido a que por medio de ella se destacan las características de los objetos matemáticos.

Identificar un objeto de comprensión implica un sentimiento de descubrimiento o reconocimiento, “involucra primero que algo es revelado, es decir, que se ha aislado y escogido del ‘fondo del campo de la conciencia’ donde estaba [...] escondido y segundo, que se ha reconocido como algo que se intenta entender” (Sierpinska, 1994, p. 56). En cuanto a la *discriminación* se refiere a “la identificación de dos objetos como diferentes” (Sierpinska, 1994, p. 57), es decir, que implica un acto de comparación con respecto a algunas circunstancias.

Por su parte, la *generalización* es una operación mental en la cual un determinado objeto de comprensión es entendido como un caso particular de otra situación y así, la generalización puede definirse como “la identificación de una situación como caso particular de otra situación” (Sierpinska, 1994, p. 59), lo que conduce a considerar que la identificación no necesariamente es una operación mental más elemental que la generalización, excepto cuando se tome en cuenta la identificación de la cual esa generalización procede. Mientras que *sintetizar* significa “la búsqueda de un vínculo común, un principio unificador, una similitud entre varias generalizaciones y su aprehensión como un todo (un cierto sistema) sobre este fundamento” (Sierpinska, 1994, p. 60).

Descrito los elementos que componen el encuadre teórico de la investigación, el presente artículo se sitúa en la comprensión del concepto de Base de \mathbb{R}^2 , con la intención de mostrar evidencias con sustento teórico, que permitan explicar ¿cómo estudiantes universitarios que están cursado AL, se sitúan y transitan en los Modos de Pensar el concepto de Base de \mathbb{R}^2 , para alcanzar su comprensión?

Método

El estudio que se presenta es de corte cualitativo con la estrategia específica del método hermenéutico, y que fue desarrollado en dos etapas.

Primera etapa

Para llevar a cabo la investigación se asistió durante cinco semanas a la clase de AL para dos grupos paralelos con 25 y 28 estudiantes, de un centro universitario latinoamericano (U),

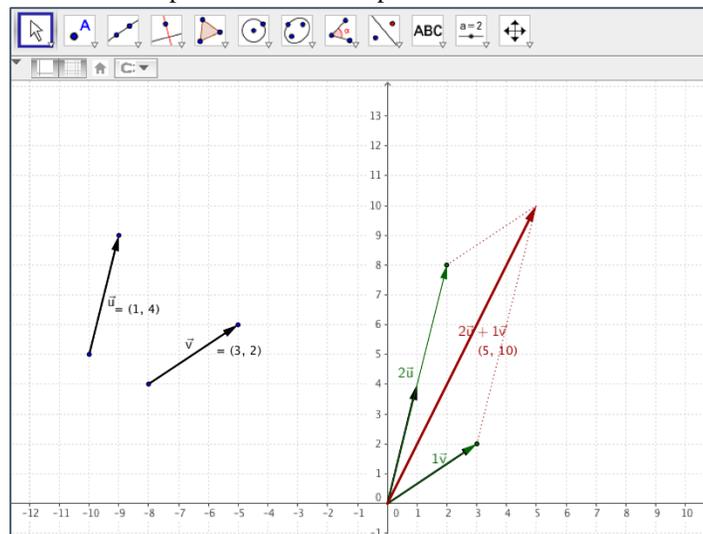
donde la materia de AL es parte del área de formación básica común obligatoria en el plan de estudios de 11 de los 14 programas de nivel licenciatura de U, por lo que en ambos grupos estaban inscritos alumnos de Ingeniería Civil, de Biomédica, de Computación, de Informática, de Comunicaciones y de Electrónica.

Los estudiantes de ambos grupos fueron informados del objetivo de la investigación y se les comentó que se llevaría a cabo una clase práctica en el laboratorio de cómputo (llamada actividad experimental) y que ésta sería videograbada, por lo que se dio la opción de una asistencia voluntaria a esta práctica.

El instrumento llamado *actividad experimental de exploración del concepto de Base para \mathbb{R}^2* , se trabajó con un total de 19 estudiantes voluntarios, posterior de haber sido abordado en la clase de cátedra el concepto de Base. Varias situaciones de la actividad, incluyeron el uso del programa GeoGebra y el flujo de acciones propuestas en esta actividad, dio paso a explorar en los modos SG-B de \mathbb{R}^2 y AA-B de \mathbb{R}^2 , la relación entre distintos conjuntos de vectores de \mathbb{R}^2 y el espacio vectorial \mathbb{R}^2 construido a través de combinación lineal de vectores.

En este sentido, el uso del programa GeoGebra en la actividad experimental, concierne al posible impacto del ambiente de geometría dinámica como agente de construcción conceptual, a fin de conectar la idea de combinación lineal con la de suma ponderada de vectores, y de generar un conjunto de combinaciones lineales. Posteriormente se sugiere en la actividad la reflexión respecto a las características de los conjuntos y la cantidad de vectores necesarios para generar un determinado espacio o subespacio vectorial de \mathbb{R}^2 .

Figura 1. Actividad de exploración del concepto de combinación lineal o en *Geogebra*.

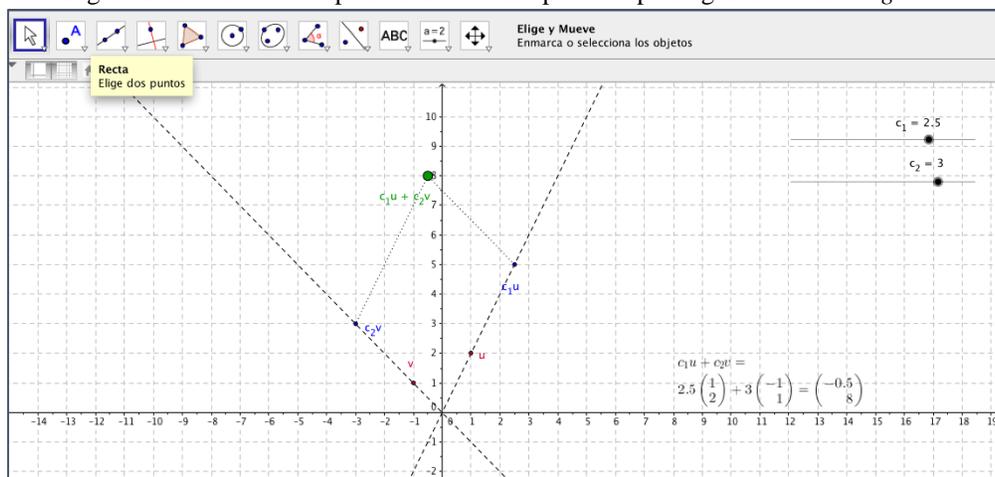


Fuente: Elaboración Propia

Los estudiantes participantes, lograron manipular dos archivos distintos en el programa GeoGebra, para advertir las relaciones mencionadas en el párrafo anterior (Figuras 1 y 2). En el primer archivo, un aspecto importante para la formación del concepto de combinación lineal, fue la posibilidad de desplazar (dragging) los extremos de los vectores-flecha que representan vectores variables (múltiplos escalares), y procurar la atención de los estudiantes hacia el vector resultante en relación con los múltiplos escalares que se suman (Figura 1). En este caso, se consideró conveniente representar el vector que es combinación lineal, como una flecha (color rojo en la Figura 1) y no como un punto, ya que así se podría facilitar la identificación de la relación entre el vector resultante y los vectores (múltiplos escalares) correspondientes.

En cuanto al segundo archivo, la representación de una combinación lineal, se realizó mediante el vector-punto debido a que en esta etapa, se pretendía beneficiar el potencial natural de representación gráfica del GeoGebra, para mostrar de forma explícita, la variabilidad inherente a la noción de conjunto generador, al asociarle a un conjunto de vectores elementos de un espacio vectorial, con el posible conjunto de combinaciones lineales que con él se generan, mediante el uso simultáneo del *rastro* de las combinaciones lineales resultantes, y la *animación* aleatoria de cada uno de los deslizadores, que representan los múltiplos escalares variables y posibles para dichas combinaciones (Figura 2).

Figura 2. Actividad de exploración del concepto de espacio generado en *Geogebra*.



Fuente: Elaboración Propia

Las indicaciones sugeridas en las actividades pretendían conducir a los estudiantes a explorar las características esenciales que deben distinguir en los conceptos básicos, es decir, analizar clases de vectores (en un conjunto dado) que pueden generar a todo \mathbb{R}^2 , o a un

subespacio vectorial específico de \mathbb{R}^2 . En relación a esto último, en la actividad exploratoria se incluyeron preguntas (Figura 3) que invitaron a establecer relaciones entre los vectores del conjunto, con el conjunto generador y el espacio que se generaba.

Figura 3. Indicaciones específicas en la actividad experimental.

6. Selecciona el punto verde y con el botón derecho elige rastro, además posíciónate sobre cada uno de los deslizadores y dando clic con botón derecho elige animación. Contesta, ¿crees que se pueda obtener cualquier vector en el plano \mathbb{R}^2 como combinación lineal de $u = \begin{bmatrix} -4 \\ 3 \end{bmatrix}$ y $v = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$? ¿Crees que el espacio que se genera con las combinaciones lineales de estos nuevos vectores es distinto del que se generó con los vectores $u = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ y $v = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$? Explica tus observaciones.

Fuente: Elaboración Propia

Segunda etapa

Se aplicaron entrevistas individuales a seis estudiantes que asistieron regularmente al curso de AL y que también participaron en la actividad de exploración del concepto de Base de \mathbb{R}^2 . Tomando en cuenta el consentimiento y la disponibilidad de tiempo de los estudiantes para ser entrevistados, y previa información del anonimato y manejo ético de los datos obtenidos en el estudio, los estudiantes a los que se les aplicaron las entrevistas se eligieron de acuerdo con el promedio de calificaciones parciales en los exámenes del curso, esto fue: dos estudiantes de calificaciones altas (A1 y A2), dos de calificaciones medias (M1 y M2) y dos de calificaciones bajas (B1 y B2).

De acuerdo al tipo de muestreo realizado y enfatizando que en la investigación cualitativa lo que se busca es entender el objeto de estudio y dar respuesta a la pregunta de investigación y no generalizar un resultado, se puede señalar que el tipo de muestra elegida, conocido como muestras diversas, se debe a que se pretendía contar con distintas perspectivas para representar la complejidad del fenómeno en estudio (Hernández, Fernández y Baptista, 2010).

En la Tabla 1, se presenta una relación del perfil de los seis estudiantes a entrevistar que conformaron la muestra y la información acerca del semestre que cursaban y el puntaje que obtuvo cada uno de ellos en la prueba de ingreso a la U.

Tabla 1
Perfil de los seis estudiantes entrevistados

Estudiante	Carrera que Cursa	Semestre	Promedio Bachillerato	Promedio Prueba de Aptitud	Puntaje de Ingreso a U
A1	Ingeniería Civil	2°	96.71	78.61	175.32
A2	Ingeniería Civil	2°	99	78.38	177.38
M1	Ingeniería Biomédica	3°	97.5	77.7	175.22
M2	Ingeniería Civil	2°	96	80.27	176.27
B1	Ingeniería en Comunicaciones y Electrónica	2°	75	71.38	146.38
B2	Ingeniería en Computación	3°	85.75	65.72	151.47

Se optó por la entrevista semiestructurada como fuente principal de obtención de los datos en el estudio, porque la pregunta de investigación se enfoca en indagar la construcción del significado del concepto Base para \mathbb{R}^2 en los participantes, a través de la articulación de los modos de pensar presentados en el Cuadro 1. Las entrevistas se videograbaron para que se constituyeran en documentos de análisis de donde extraer datos para la investigación, y para posibilitar la transcripción del diálogo y así tener acceso a la verificación de la información recabada. Las preguntas guías y los tópicos para las entrevistas, se muestran en el Cuadro 2.

Cuadro 2: Guía de tópicos para las entrevistas

<i>Sub-preguntas de investigación</i>	<i>Tópicos para las entrevistas</i>
¿Qué relaciones sobre los conceptos de combinación lineal, conjunto generador e independencia lineal, muestran los estudiantes, y en qué modos de pensamiento se sitúan?	Lo que los estudiantes pueden referir respecto a las relaciones que perciben entre los vectores en los conjuntos con los que se les propuso trabajar, y sobre la relación de dichos conjuntos con el espacio o subespacio vectorial que es posible generar con ellos, para así identificar las ideas que ellos tienen acerca de los conceptos germinales. Los diferentes modos de pensamiento en que los estudiantes se sitúan en sus respuestas.
¿De qué manera los estudiantes que sintetizan el sistema conceptual previo que les permite comprender el concepto de base de \mathbb{R}^2 , lo ponen a prueba en la articulación de los modos de pensamiento AE-B de \mathbb{R}^2 , AA-B de \mathbb{R}^2 y SG-B de \mathbb{R}^2 ?	Las reflexiones y descripciones respecto a la cadena de significados que los estudiantes podrían llevar a cabo para asociar los conceptos de combinación lineal, conjunto generador e independencia lineal, y con ello reconocer conjuntos de vectores que son o no base de un espacio o subespacio vectorial de \mathbb{R}^2 .

Fuente: Elaboración Propia

Análisis de evidencias

En los resultados que se presentan, se especifican: (1) una explicación sobre la manera en que los modos de pensamiento del Cuadro 1 se articularon para poder llegar a la síntesis del

sistema, que conduce a la comprensión articulada de la noción de Base para el espacio vectorial \mathbb{R}^2 , y (2) una sinopsis interpretativa que integra los distintos episodios en relación al Cuadro 1 que fue posible evidenciar en los participantes, y que dan cuenta de los actos de comprensión para el sistema del concepto Base para \mathbb{R}^2 .

Los Modos de pensamiento en la síntesis del concepto Base del Espacio Vectorial \mathbb{R}^2

Como resultado de haber evaluado y valorado las evidencias de los seis estudiantes, se muestra en el Cuadro 3, un panorama general de los modos de pensamiento en que los estudiantes se situaron en la entrevista de acuerdo al Cuadro 1.

Cuadro 3: Modos de pensamientos mostrados en la entrevista

Estudiante	Indicios del Modo de pensar Combinación lineal en \mathbb{R}^2	Indicios del Modo de pensar Conjunto generador en \mathbb{R}^2	Indicios del Modos de pensar Vectores linealmente independientes en \mathbb{R}^2	Modo de pensar Base de \mathbb{R}^2
A1	SG-CL – AA-CL – AE-CL	SG-CG – AA-CG	AA-LI	AE-Base
A2	SG-CL – AA-CL	SG-CG – AA-CG	SG-LI – AA-LI	SG-B – AA-B – AE-B
M1	SG-CL – AA-CL	SG-CG – AA-CG – AE-CG	SG-LI	AE-B
M2	SG-CL – AA-CL	SG-CG – AA-CG – AE-CG	SG-LI – AA-LI – AE-LI	SG-B – AA-B – AE-B
B1	SG-CL – AA-CL	SG-CG – AA-CG	AA-LI	Sin respuesta
B2	SG-CL – AA-CL	SG-CG – AA-CG	AA-LI	AA-B

Fuente: Elaboración Propia

El trabajo de los estudiantes se organizó conforme a las operaciones de comprensión que fue posible poner de relieve durante el proceso de abstracción de las nociones del sistema Base para \mathbb{R}^2 : síntesis (en A2 y M2), generalización (en M1), discriminación (en A1) o identificación (en B1 y B2).

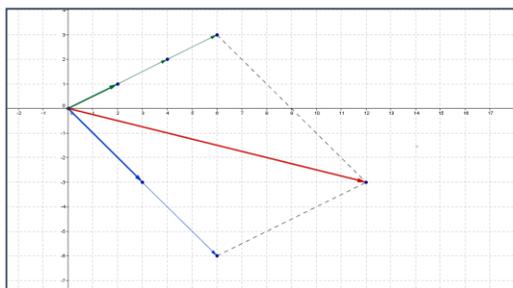
A continuación, se presentan exclusivamente las deducciones de los estudiantes A2, M1 y M2 (resaltados con color plomo en el Cuadro 3), porque en los modos de pensamiento mostrados en el proceso de síntesis, generalización, discriminación e identificación respectivamente, del sistema conceptual conformado por: combinación lineal, conjunto generador, independencia lineal y base para \mathbb{R}^2 , se evidenciaron los extractos más representativos del trabajo que han realizado los seis estudiantes para responder las preguntas de las entrevistas, como se muestra a continuación.

Comprensión de la Combinación Lineal de vectores en \mathbb{R}^2

En revisión del significado expresado por el estudiante M1 sobre el concepto de combinación lineal, se muestra que al parecer fue suficiente para este participante advertir indicios en los modos SG-CL en \mathbb{R}^2 y AA-CL en \mathbb{R}^2 , para el vector que resulta de la suma de múltiplos escalares de los vectores de un conjunto, para llegar a reconocer las relaciones que dan sentido a otras nociones del sistema conceptual, en particular, los conceptos de espacio generado y conjunto generador.

Para abrir la discusión sobre el concepto de combinación lineal, se le solicitó a M1 que expresara lo que para él simboliza la representación que se muestra en la Figura 4.

Figura 4. Indicios SG-CL en \mathbb{R}^2 .



Fuente: Elaboración Propia

A lo que M1 responde:

M1: Una suma de vectores... bueno... en sí no es una suma, es buscar la combinación de los vectores porque se está mostrando que, habíamos quedado que este es "u", ¿verdad? [Humm.], ok, entonces, ahí está marcando que, si multiplico tres veces "u" y sumo a dos veces "v", el resultante va a ser la línea roja y ese de ahí es el total.

Así también, M1 escribe y añade lo que se muestra en la Figura 5.

Figura 5. Estudiante M1: AA-CL en \mathbb{R}^2 .

Fuente: Datos de la Investigación

M1: Entonces... teniendo en cuenta eso sería... aquí en este caso, humm, dos por.. ah... (2,1)... no, aquí es 3... es por (2,1) más 2(3,-3)... la resultante tiene que ser ésta, que me debería dar de (12, -3).

Comprensión de Espacio Generado y Conjunto generador \mathbb{R}^2

Y en lo que corresponde al concepto de espacio generado, M1 parece haber recurrido a argumentos que se interpretan desde los modos SG-EG en \mathbb{R}^2 y AA-EG en \mathbb{R}^2 en la

significación de esta noción. M1 utilizó el concepto de combinación lineal para construir conjuntos de combinaciones lineales en \mathbb{R}^2 (espacio y subespacio generado). Esto último se evidenció, cuando a M1 se le solicitó manipular los vectores $\begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix}$ y $\begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}$ en *GeoGebra*, donde él podía visualizar diferentes combinaciones lineales, y se le preguntó ¿se puedan generar cuando menos tres diferentes combinaciones lineales con esos vectores?, a lo que M1 responde:

M1: Sí... el simple hecho de que ésta se quede como está es una combinación, si ésta la muevo al origen ya es otra combinación, si la muevo al dato dado ya es otra combinación, y se alteró el resultado. O sea, sí se pueden más... dar más de tres, se pueden dar muchísimas [...].

Y cuando se le solicita precisar cuántas serían esas “muchísimas” combinaciones, M1 agrega:

M1: Es que como en nuestro plano, los números tienden a infinito positivo e infinito negativo [...], ahorita no los podría contar y creo que me costaría mucho trabajo terminarlos de contar.

Y al preguntarle a M1 ¿qué es posible generar con todas las combinaciones lineales de los vectores?, M1 agrega que:

M1: Se generaría... se generaría un espacio vectorial.

Luego, más adelante en la entrevista, el estudiante M1 es cuestionado respecto al espacio generado a partir del conjunto $\left\{ \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ -6 \end{bmatrix} \right\}$, a lo que M1 comenta:

M1: Que son solamente múltiplos de ellos. Todos los vectores que se generen van a tener que ser múltiplos de 3 y de 2. Básicamente... en eso se va a fundamentar todo. Los nuevos vectores van a estar siempre sobre la misma línea, no van a salir de ese campo, ... entonces, mientras descubras un vector puedes ir multiplicando a ese una y otra, y otra, y otra y otra, y otra vez, y te van a seguir dando ... vectores que se encuentran dentro de este... espacio, se podría decir.

Sin embargo, se le solicita a M1 aclarar específicamente si el conjunto de vectores $\left\{ \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ -6 \end{bmatrix} \right\}$, es un conjunto generador de \mathbb{R}^2 , a lo que M1 responde:

M1: Sí son generadores, pero no son generadores en sí de un espacio, hasta donde a mí llega el conocimiento de espacio, o hasta donde lo comprendo, es el decir que pueden generar fuera de ellos, o sea que, dado un lugar... cualquier punto que se asigne en ese lugar va a ser un espa... va a ser un vector que se generó por el trabajo con éstos dos, pero si aquí a mí se me

ocurre marcar que la bolita verde sale acá, éstos dos jamás la habrían podido generar... entonces, ellos son generadores solamente de su espacio, el espacio en el que habitan. Y no sé alguna manera apropiada de llamarlo.

Además, cuando a M1 se le pregunta ¿el conjunto formado por el vector $\left\{\begin{bmatrix} -1 \\ 3 \end{bmatrix}\right\}$, sigue generando a \mathbb{R}^2 ?, él argumenta:

M1: Es igual que en el primero que puso, o sea, va a ser que solamente sean múltiplos de este vector, entonces solamente va a reproducir otros vectores que estén igual que él, o sea que estén justo en la misma zona que él está, no puede abarcar toda la zona por completo, por así decirlo.

Sumado a lo anterior, M1 responde de la siguiente manera a la pregunta sobre si ¿existe una diferencia entre el espacio generado por estos dos conjuntos $\left\{\begin{bmatrix} -1 \\ 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ -6 \end{bmatrix}\right\}$ y $\left\{\begin{bmatrix} -1 \\ 3 \end{bmatrix}\right\}$?

M1: Mmm, no... va a ser el mismo, [...] como éstos dos son múltiplos y éste va a seguir siendo múltiplo, cualquier punto que queramos generar con cualquiera de los dos va a ser posible. Obviamente siempre y cuando esté dentro de este rango.

Ahora, el estudiante M1 reflexiona posicionado en el modo AE-B de \mathbb{R}^2 , sobre las posibles consecuencias de fundamentar sus deducciones exclusivamente desde un solo modo de pensar. M1 argumenta que un conjunto linealmente independiente de \mathbb{R}^2 con un par de vectores es generador del espacio vectorial \mathbb{R}^2 y también él logra aceptar que el espacio vectorial \mathbb{R}^2 también puede ser generado por un conjunto de tres vectores, como se verifica en los siguientes extractos.

La entrevistadora (E) anota en una hoja el conjunto de vectores $\left\{\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}\right\}$ y le pregunta a M1 si ¿hay algún vector de \mathbb{R}^2 que no pueda ser generado por ese conjunto?

M1: Hummm... no que yo lo haya podido encontrar, como los vectores son linealmente independientes, tanto el vector “u” como el vector “v”, se... teóricamente, se deberían de poder crear todos los vectores en... pertenecientes al espacio en el que ellos están.

Y dado que menciona la “independencia lineal”, se le plantea a M1 el análisis del nuevo conjunto $\left\{\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}\right\}$. Su argumento, al preguntar si ¿este nuevo conjunto puede generar el espacio vectorial \mathbb{R}^2 ? son:

M1: Hummm... el mismo espacio vectorial que el primero sería muy difícil que lo lográramos volver a crear porque se supone que este espacio vectorial debe de ser completamente diferente a éste, [...] pero también existe una parte en Álgebra que dice que, por ejemplo \mathbb{R}^2 , el espacio vectorial \mathbb{R}^2 , donde entra éste, puede llegar a tener 3, pero no puede tener uno... solamente, solamente un vector, mínimo deben ser dos para poder generar el espacio, o sea, que este espacio no se vería alterado, no importa hacia donde yo mueva el cursor, y hacia donde yo ponga la bolita va a seguir siendo el mismo espacio que generan el conjunto formado por estos tres vectores.

A partir de esta respuesta y con el objetivo de ahondar sobre lo que para el estudiante M1 es un conjunto generador para el espacio \mathbb{R}^2 , la entrevistadora le pregunta:

E: Quiero entender exactamente eso que me acabas de decir, te voy a hacer otra pregunta. ¿Quiere decir... si tengo nada más éste... nada más el vector $(1,2)$, puedo generar a \mathbb{R}^2 ?

M1: No. Teniendo solamente un vector no podría generar a \mathbb{R}^2

E: Si tengo estos dos [señalo $(1,2)$ y $(-1,1)$], ¿puedo generar a \mathbb{R}^2 ?

M1: Sí

E: ¿Sí?, Y teniendo los tres [$(1,2)$, $(-1,1)$, y $(1,0)$]...

M1: También

Hasta ahora, M1 ha analizado varios subconjuntos de vectores de \mathbb{R}^2 y logra concluir que, aun cuando el conjunto analizado es linealmente dependiente, los vectores del conjunto podrían generar el espacio vectorial o algún subespacio vectorial “en el que habitan”. Esto último, según el Cuadro 1, indica que M1 ha articulado los modos SG-CG en \mathbb{R}^2 y AE-CG en \mathbb{R}^2 , y como resultado de esto, M1 muestra haber advertido las características esenciales (necesarias y suficientes) del concepto de conjunto generador para \mathbb{R}^2 , y reconoce la no esencialidad del supuesto de independencia lineal, para que un conjunto de vectores sea generador del espacio vectorial \mathbb{R}^2 o de algún subespacio de él.

En particular, en el episodio de la entrevista donde M1 expreso que “*existe una parte en Álgebra*” donde se establece un número mínimo de vectores para los conjuntos generadores, es una evidencia que M1 ha verificado su convicción inicial, para poder llegar finalmente a considerar que el conjunto $\left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \right\}$ sí es generador del espacio vectorial \mathbb{R}^2 .

En suma, de acuerdo al Cuadro 1 el estudiante M1 muestra un trabajo situado en los modos SG-CG en \mathbb{R}^2 y AE-CG en \mathbb{R}^2 , así como también una relación entre un conjunto de vectores y las combinaciones lineales generadas con ese conjunto, es decir, mediante la articulación de los modos SG-CG en \mathbb{R}^2 y AE-CG en \mathbb{R}^2 , M1 distinguió diferentes subconjuntos de vectores de \mathbb{R}^2 linealmente dependientes o independientes, que generan o no generan a \mathbb{R}^2 ,

o a un subespacio vectorial de él, lo que permite mostrar evidencias de la operación mental de generalización.

Por otra parte, respecto al concepto de independencia lineal, en la evidencia obtenida aparece como dominante una tendencia a fundamentar las inferencias en el modo SG-LI en \mathbb{R}^2 . M1 atribuye la independencia lineal a vectores que no son paralelos, como lo declara en el episodio que sigue:

E: [...] ¿este conjunto de vectores $\left\{\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}\right\}$ es linealmente independiente?

M1: Ahhh... como conjunto sí, sí son linealmente independientes.

E: Ajá... y ¿qué entiendes por linealmente independiente, o cómo lo puedes justificar?

M1: Linealmente independiente es que no van a ser paralelos, que debe de haber un punto en el que se puedan cruzar, eso es lo que los hace linealmente independientes porque nos lleva a una solución del problema, una solución de las incógnitas. Los primeros dos se... se cruzan en el 1, digo en el cero, ehh siempre pasan por el origen; el segundo, al tener una de sus componentes en cero forzosamente tiene que pasar por el origen, eso lo fuerza a que tenga que cruzarse con los demás; por lo tanto, va a generar junto con ellos y es... y son linealmente independientes cada uno de ellos.

A pesar de que, en episodios anteriores, M1 había indicado que “un par de vectores linealmente independientes de \mathbb{R}^2 deberían poder crear (generar) a todos los vectores pertenecientes al espacio en el que ellos están”, al parecer M1 considera que así sucede, porque para él en los conjuntos linealmente independientes hay “un punto en el que [los vectores] se pueden cruzar”. M1 justifica la independencia lineal desde una percepción visual, lo cual no le permite advertir que un conjunto de tres vectores de \mathbb{R}^2 es siempre linealmente dependiente, porque siempre uno de los vectores puede expresarse como combinación lineal de los otros dos.

La situación arriba expuesta coincide con los resultados de la investigación de Aranda y Callejo (2010), quienes advierten sobre las dificultades en la aproximación geométrica para la construcción del concepto de dependencia lineal, y afirman que para ese fin es necesaria la coordinación entre distintos sistemas semióticos y la conciencia reflexiva sobre la actividad matemática llevada a cabo.

Comprensión de Base en \mathbb{R}^2

En relación a la noción de Base para el espacio \mathbb{R}^2 , ésta no parece haber sido construida como un sistema, ya que M1 manifiesta que conjuntos generadores de dos o más vectores son una base para el espacio vectorial \mathbb{R}^2 . M1 justifica lo anterior basándose su argumento en el

modo AE-B de \mathbb{R}^2 , esto es, que un conjunto con un solo vector no puede generar al espacio vectorial, pero que un conjunto formado por dos vectores de \mathbb{R}^2 , a pesar de ser linealmente dependiente, sigue siendo una Base para \mathbb{R}^2 :

E: Si pensamos en una base para el espacio vectorial de \mathbb{R}^2 , de estos cuatro diferentes conjuntos, ¿si?, el conjunto $\{(1,2), (-1,1)\}$, el conjunto $\{(1,2), (-1,1), (1,0)\}$, y el conjunto $\{(-1,3), (2,-6)\}$ y el $\{(-1,3)\}$. De estos cuatro conjuntos, ¿cuál dirías tú que es una base del espacio \mathbb{R}^2 ?

M1: Bases para el espacio \mathbb{R}^2 serían ésta... ésta... y ésta [señala los conjuntos $\{(1,2), (-1,1)\}$, $\{(1,2), (-1,1), (1,0)\}$ y $\{(-1,3), (2,-6)\}$], porque están generando un espacio en \mathbb{R}^2 . Ésta no puede, [indica a $\{(-1,3)\}$] porque al ser una sola, el esp.... eh... está contenida dentro del espacio \mathbb{R}^2 ; pero ella no la puede generar, es decir, ella no puede genera al \mathbb{R}^2 , pero \mathbb{R}^2 sí la contiene a ella.

Respuesta que la entrevistadora le solicita justificar, tomando en cuenta que el conjunto $\left\{ \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ -6 \end{bmatrix} \right\}$ no es generador de todo el espacio vectorial \mathbb{R}^2 :

E: Hace un momentito me decías “éstos que son múltiplos y pueden generar solamente los que están aquí”. ¿De todas formas éste conjunto sigue siendo una base a pesar de no poder generar el que está aquí?

[le muestro en la pantalla un vector de \mathbb{R}^2 que no es múltiplo de $(-1,3)$]

M1: Sí sigue siendo base porque sigue estando dentro de \mathbb{R}^2 , pero si me piden una base independiente, o sea, si me piden que encuentre bases con... bases independientes... nada más voy a señalar las dos primeras; como aquí nada más se pidió quiénes generan al espacio \mathbb{R}^2 , esas tres son las que generan al espacio, independientemente si una es múltiplo de la otra o si son independientes o dependientes, o sea, terminan generando al espacio \mathbb{R}^2 , son valores que están dentro de \mathbb{R}^2 .

De acuerdo a este último argumento, M1 no parece evaluar las consecuencias de aceptar que un conjunto generador y linealmente dependiente con un par de vectores de \mathbb{R}^2 es una Base, siendo que esta situación representa una contradicción a las deducciones realizadas sobre el concepto de conjunto generador de un subespacio vectorial de \mathbb{R}^2 . Por este motivo, se considera que el estudiante M1 muestra evidencias de un pensamiento más práctico que teórico, respecto al concepto de Base del espacio vectorial \mathbb{R}^2 .

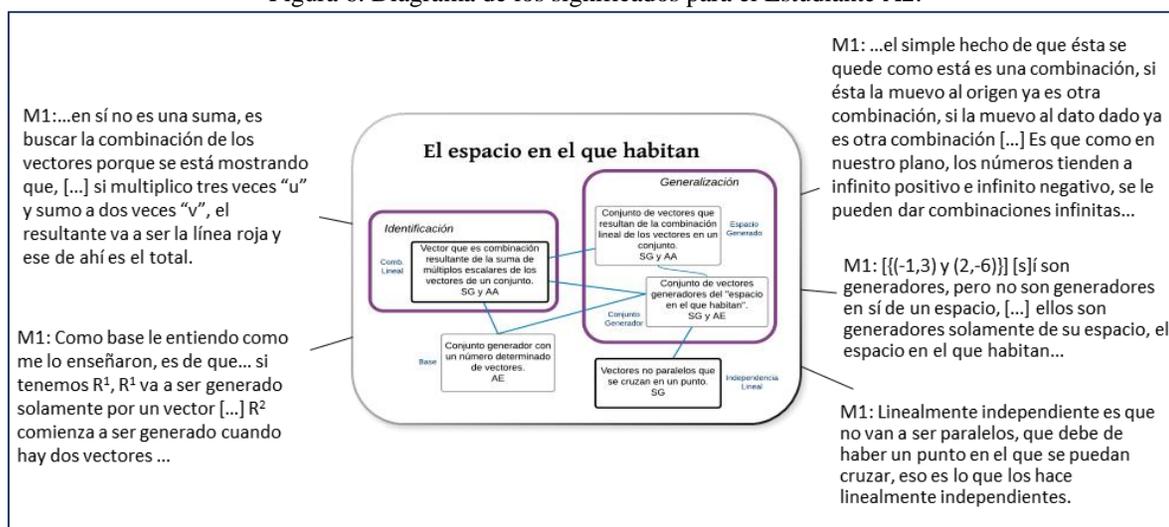
Con estas evidencias, se confirman los hallazgos obtenidos en la investigación de Kú, Trigueros y Okaç (2008), en relación a que la construcción del concepto de Base de un espacio vectorial en los estudiantes, no puede llevarse a cabo sin la coordinación de los conceptos de independencia lineal y conjunto generador. No obstante, de acuerdo a la evidencia aquí obtenida para M1, se ha logrado constatar que las dificultades documentadas en relación al concepto de *conjunto generador*, pueden verse superadas si se articulan distintos modos de pensamiento

(Cuadro 1) para percibir las relaciones que caracterizan a los conceptos dispuestos los modos SG-CG/EG, AA-CG/EG y AE-CG/EG en la generalización del concepto de conjunto generador.

Comprensión del sistema Conceptual de Base para \mathbb{R}^2

El diagrama de la Figura 6, resume la interpretación del proceso de comprensión del estudiante M1 en forma de diagrama⁶¹ de conceptos que organizan los modos de pensamiento, las operaciones de comprensión y los significados de los conceptos que el estudiante refiere respecto a los conceptos de combinación lineal, conjunto generador, independencia lineal y Base. Así mismo, en esta Figura 6 se puede observar la evidencia de algunos extractos en los que se aprecia la construcción de los conceptos del sistema. Se han marcado líneas en azul, para unir los conceptos que el estudiante relacionó.

Figura 6. Diagrama de los significados para el Estudiante A2.



Fuente: Elaboración Propia

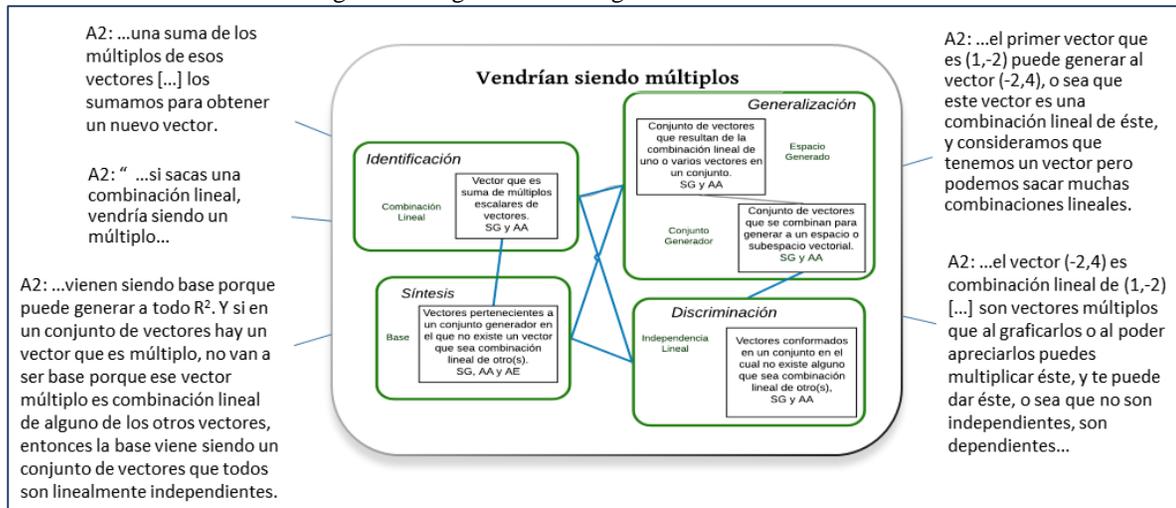
A continuación, se describen las relaciones en la configuración de los significados de los conceptos y los modos de pensamiento que se identificaron para los estudiantes A2 y M2, que son quienes alcanzaron la síntesis del sistema conceptual que conduce a la comprensión de la noción de Base para \mathbb{R}^2 .

Con respecto a la pregunta ¿qué representa para ti la combinación lineal de \mathbb{R}^2 desde una perspectiva geométrica? (SG-CL de \mathbb{R}^2), los estudiantes A2 y M2 mostraron en sus respuestas haber reconocido mediante los modos de pensamiento SG-CL y AA-CL, las características de un vector que resulta de sumar "un cierto número de veces" los vectores en un conjunto (que es

⁶¹ El título del diagrama es un epígrafe o frase que evoca una de las ideas en la entrevista al estudiante.

múltiplo de un vector), es decir, se identifica el concepto de combinación lineal, como lo muestra la Figura 7 para A2.

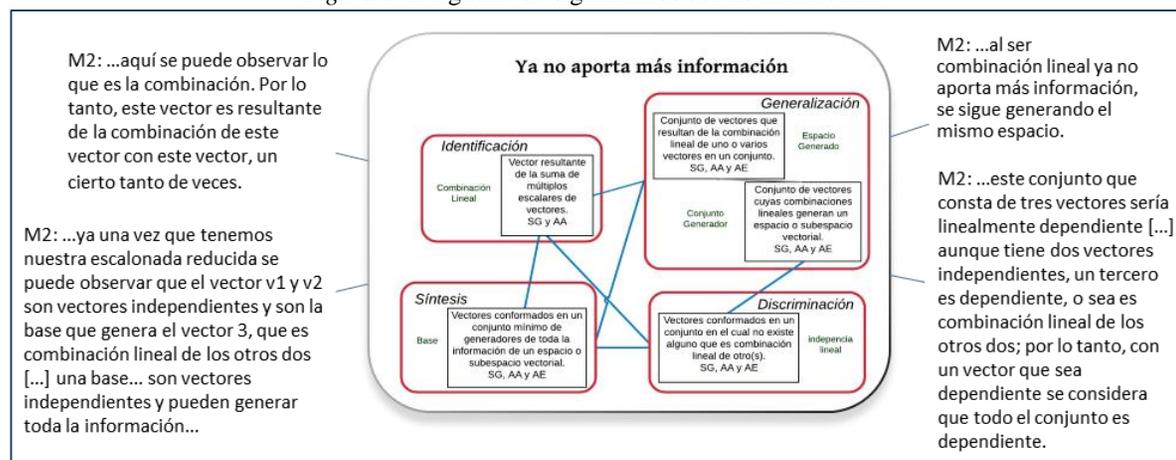
Figura 7. Diagrama de los significados del Estudiante



A2 Fuente: Elaboración Propia

De hecho, la idea de combinación lineal estuvo presente en los argumentos recabados de A2 y M2 para cada una de las nociones en el sistema conceptual, y por esta razón en el diagrama de significados de A2 y M2, se han marcado todas las líneas (en azul) de relación entre el concepto de combinación lineal y el resto de las nociones del sistema conceptual (Figuras 7 y 8).

Figura 8. Diagrama de significados del Estudiante M2.



Fuente: Elaboración Propia

También en las Figuras 7 y 8, se puede observar evidencia de algunos episodios en los que se aprecia que la comprensión sobre los conceptos del sistema de Base en \mathbb{R}^2 , siempre se relaciona con la noción de combinación lineal en \mathbb{R}^2 .

Espacio Generado en la síntesis del sistema Conceptual

Luego de reconocer la noción de combinación lineal, los estudiantes A2 y M2 lograron advertir diferentes combinaciones lineales generadas por un vector o por varios vectores de algunos conjuntos de \mathbb{R}^2 (espacio y subespacio generado), realizando actos de discriminación principalmente en el modo SG-EG de \mathbb{R}^2 . En el Cuadro 4, se organizan algunos episodios de texto, extraídos de la matriz de significados de estos estudiantes y que fue proporcionada por el programa *atlas.ti*, a través del cual se examinó qué decían del concepto (el sentido) y sobre qué (el referente).

Cuadro 4: Espacio generado en la síntesis del sistema conceptual de A2 y M2

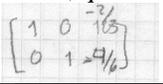
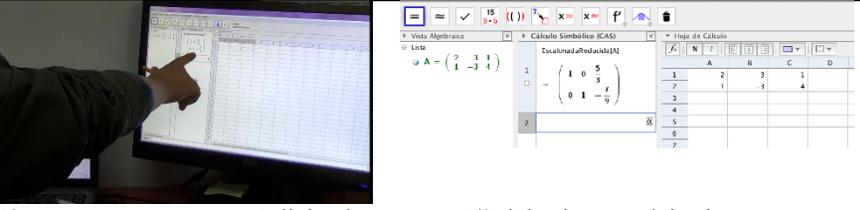
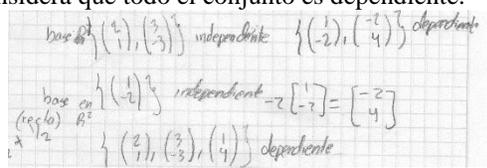
<i>Espacio generado</i>	<p>A2: ...dependiendo por el... por el escalar o por el número que lo multipliques, lo puedes graficar y... y gráficamente puedes ver posicionado el vector (1,-2), y si sacas combinaciones lineales de ese, vendrían siendo múltiplos de esos vectores que te va a salir, que van ser sobre el mismo vector. [...] Se generaría una recta, gráficamente se puede apreciar una recta.</p>
<p>En estas citas de los estudiantes A2 y M2, se advierte la importancia del trabajo con combinaciones lineales en el contexto gráfico-algebraico del <i>Geogebra</i>, para identificar que al “generar”, no solo se construyen vectores aislados, sino que es una variación continua, lo que ha permitido desarrollar la intuición necesaria para reconocer la relación entre diferentes conjuntos de vectores y el espacio o subespacio que generan.</p>	<p>A2: ...en este caso, los vectores se forman de diferentes posiciones y al poner varios puntos, como no son múltiplos, se pueden representar en... el punto puede aparecer en diferentes posiciones lo que quiere decir que... estos vectores no son múltiplos y por ello pueden generar a cualquier vector...a todo el plano.</p>
	<p>M2: ...si yo tomo solamente uno de los dos vectores, pues entonces estoy generando simplemente una recta, no estoy generando a todo el plano.</p>
	<p>M2: ...aquí se puede observar que este segundo vector es combinación lineal del primero [(1,-2) y (-2,4)]... Entonces, si yo trazo eso en un plano, simplemente es una recta. Lo que me está diciendo aquí es hacia... que la recta se me haga más larga o se crezca su magnitud o se reduzca, de acuerdo a los múltiplos. Pero en sí sigue aportando la misma información, se sigue trabajando sobre la misma recta.</p>

Fuente: Datos de la Investigación

Independencia Lineal en la síntesis del sistema Conceptual

Aunque la noción de conjunto generador fue intuitivamente revelada por A2 y M2 en el modo SG-CG \mathbb{R}^2 , es principalmente a partir de este trabajo realizado en el modo AA-LI, que ellos identifican las características de independencia o dependencia lineal en \mathbb{R}^2 , a través de la solución de un sistema de ecuaciones, como se muestra en el Cuadro 5.

Cuadro 5: Independencia/dependencia lineal en la síntesis del sistema conceptual de A2 y M2

<p>Independencia lineal</p>	<p>E: ¿Por qué crees que [el conjunto $\{(1,2), (-1,1), (1,-3)\}$] es linealmente dependiente? A2: Al reducir [...] aquí [señala la última columna de la matriz que se forma con los 3 vectores] puede tener cualquier número, [...] este vector sería una combinación de los 2 reducidos.</p>
<p>Como se puede apreciar en estos episodios, los procedimientos en el modo AA-LI (solución del sistema de ecuaciones), fueron utilizados por los estudiantes para justificar si por lo menos un vector del conjunto era combinación lineal de los demás. Cabe mencionar, que ambos estudiantes tuvieron errores mientras realizaban los cálculos para resolver el sistema. De hecho, el estudiante M2 se da cuenta del error y utiliza el <i>GeoGebra</i> para corroborar sus conclusiones. Aunque el referente del concepto parece no haber sido percibido por los estudiantes A2 y M2, cuando señalan en diferentes episodios que se trata de una característica referida a vectores por separado y no a conjuntos de vectores, un examen más preciso de sus deducciones ha llevado a la conclusión de que se trata de un asunto relacionado con el vocabulario empleado, pero que en realidad si se ha profundizado en el significado del concepto.</p>	<p>A2: ... como la matriz que se forma con estos tres vectores no sería cuadrada no podemos sacar el determinante, entonces al reducir podemos comprobar si su matriz va a ser escalonada [...]</p>  <p>[...] con el de Gauss-Jordan estoy sacando así como la forma reducida de... los múltiplos para ver si éste se puede formar con estos dos vectores, [y] mediante esto puedes saber que una vez el primer vector, digo 4/5 del primer vector mmm... y menos 1/5 del segundo vector generan este vector. [...] Este... es un conjunto de vectores linealmente dependiente.</p> <p>A2: Es linealmente dependiente, el (1,-2) y (-2,4) y eso es debido a que este vector, es igual que este vector, solo que lo multiplicaste por un número.</p> <p>A2: ... una forma en la que podemos conocer si son múltiplos o si no son múltiplos, es mediante el determinante, siempre y cuando la matriz sea cuadrada, si era bueno voy a hacer aquí el determinante</p>  <p>[...] El resultado 3 quiere decir... que estos vectores no son múltiplos...pero... si el determinante te da cero, quiere decir que son múltiplos y si no te da cero como éste quiere decir que no van a ser múltiplos y si, tienen razón porque al hacer este determinante, como son múltiplos, al multiplicar cruzadamente te va a dar el mismo número, pero en negativo y se va a hacer cero...</p>
<p>M2: ... ya una vez que tenemos nuestra escalonada reducida se puede observar que el vector v1 y v2 son vectores independientes y son la base que genera al tercer vector, que es combinación lineal de los otros dos.</p>	<p>M2: ... este vector nos está diciendo que son 5/3 del primer... del primer vector, menos 7/9 del segundo vector, nos genera al tercer vector que es el vector (1,4).</p> 
<p>M2: ...este conjunto que consta de tres vectores sería linealmente dependiente [...] aunque tiene dos vectores independientes, un tercero es dependiente, o sea es combinación lineal de los otros dos; por lo tanto, con un vector que sea dependiente se considera que todo el conjunto es dependiente.</p>	 <p>M2: ...este conjunto que consta de tres vectores sería linealmente dependiente [...] aunque tiene dos vectores independientes, un tercero es dependiente, o sea es combinación lineal de los otros dos; por lo tanto, con un vector que sea dependiente se considera que todo el conjunto es dependiente.</p> 

Fuente: Datos de la Investigación

Conjunto Generador en la síntesis del sistema Conceptual

En particular, en el Cuadro 6 se destacan dos inferencias, en el primer y último episodio de el, donde A2 y M2 señalan haber advertido cuál es la relación entre un conjunto de vectores linealmente dependiente y el espacio o subespacio que se genera con este conjunto. Ambos estudiantes especifican que, si un conjunto contiene algún vector que es combinación lineal de otro, o de los otros en el conjunto, entonces ese vector ya está incluido en el espacio vectorial generado por el conjunto.

Cuadro 6: Conjunto generador en la síntesis del sistema conceptual de A2 y M2

<i>Conjunto generador</i>	A2: ...mediante determinante sacamos que son dependientes [...] el primer vector que es (1,-2) puede generar al vector (-2,4), o sea que este vector es una combinación lineal de éste, y consideramos que tenemos un vector, pero podemos sacar muchas combinaciones lineales.
Se considera que estos extractos contienen deducciones respecto al concepto de conjunto generador que podrían haber sido clave para la comprensión de la noción de base. Los estudiantes A2 y M2, recurren a los modos SG-CG y AA-CG (y AE-CG en el caso de M2) para establecer las características de conjuntos de vectores que generan al espacio \mathbb{R}^2 o a un determinado subespacio.	A2: ...el primer conjunto de vectores $\{(1,2), (-1,1)\}$..., como no son múltiplos, como ya lo vimos gráficamente, pueden generar cualquier otro vector en cualquier posición. En este caso [el conjunto $\{(1,2), (-1,1), (1,-3)\}$] sí generan a \mathbb{R}^2 , pero tienes un vector que es combinación de los otros dos vectores...
	M2: ... se puede generar todo el plano porque son dos vectores totalmente independientes entre sí. Y por lo tanto, la ley nos dice que... que mientras dos vectores en \mathbb{R}^2 sean totalmente independientes entre sí, entonces se puede generar todo el plano \mathbb{R}^2 , o sea este vector puede estar en todo el plano dependiendo de la combinación lineal que se haga, porque son independientes este vector, de éste.
	E: ¿Qué se puede generar a partir de ese conjunto con tres vectores de \mathbb{R}^2 ? M2: Pues se puede generar, dependiendo de los vectores que sean, se puede generar un plano, una recta, que es lo más...
	M2: ...seguimos con las leyes de Álgebra. Al tener tres vectores, y suponiendo que sean independientes, uno de los tres tiene que ser dependiente de alguno de los otros dos o de los dos, [...] como estamos generando dos dimensiones... entonces ... un tercero, un tercer vector dentro de esas dos dimensiones, nos generaría la información que ya está dada por estos dos vectores [...] al ser combinación lineal ya no aporta más información, se sigue generando el mismo espacio [...] que en este caso sería el ... el ... todo el \mathbb{R}^2 .

Fuente: Datos de la Investigación

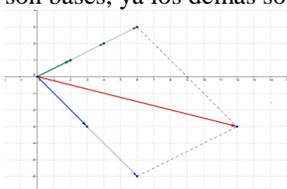
Lo relevante del Cuadro 6, es que la evidencia ha manifestado que cuando el estudiante identifica que si un vector del conjunto ya está incluido en el espacio generado, es porque es combinación lineal de otro o de otros vectores del conjunto, y que junto a un análisis de la definición del concepto de Base (AE-B de \mathbb{R}^2), el estudiante puede llegar a interpretar la Base como un *conjunto generador de un determinado espacio con un número mínimo de vectores posibles*, que es como M2 lo ha establecido; o bien, como A2 lo evidenció, esto es, que puede pensar en un conjunto generador de un espacio vectorial en el cual *no existe un vector que sea*

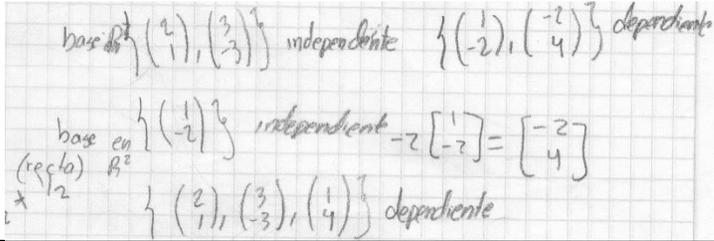
combinación lineal de otro(s), es decir, un conjunto linealmente independiente de \mathbb{R}^2 con un número máximo de vectores.

Base en la síntesis del sistema Conceptual

Las conjeturas para el concepto de Base para \mathbb{R}^2 realizadas por los estudiantes A2 y M2, fue posible explicitarlas al analizar los episodios que se muestran en el Cuadro 7.

Cuadro 7: Base en la síntesis del sistema conceptual de A2 y M2

Base	<p>A2: ...si en un conjunto de vectores hay un vector que es múltiplo, no van a ser base porque ese vector múltiplo es combinación lineal de alguno de los otros vectores, entonces la base viene siendo un conjunto de vectores que todos son linealmente independientes.</p>
<p>A partir de las citas de A2 presentadas en esta tabla, se percibe que en este estudiante prevalece la tendencia a verificar si un conjunto de vectores es base de un espacio o subespacio vectorial, al analizar si en el conjunto existe algún vector que sea combinación lineal de otro(s) (ver episodios de A2).</p> <p>Por otra parte, en las inferencias del estudiante M2, se aprecia que al tomar decisiones acerca de si un conjunto es base, se enfoca en verificar si se tienen los vectores mínimos necesarios para generar “la información” del espacio, y descarta de la base a los vectores que “son redundantes”, que “ya no aportan información distinta” (ver extractos de M2).</p> <p>Desde luego, para que el análisis de A2 y M2 sobre los conjuntos y su relación con el espacio que generan condujeran a la significación del concepto de base, antes ya se tenía:</p> <p>-Una idea intuitiva del espacio que se podía construir con ellos, y que se obtuvo al discriminar los conceptos de combinación lineal y espacio generador, en su interacción en</p>	<p>A2: La base es el conjunto de vectores que están linealmente independientes, o sea, que pueden generar a todo \mathbb{R}^2 o a \mathbb{R}^3, dependiendo al rango que pertenezcan los vectores. En este caso sería el primer vector, el primer conjunto de vectores $\{(1,2), (-1,1)\}$ debido a que, como no son múltiplos, como ya lo vimos gráficamente, que pueden generar cualquier... cualquier otro vector en cualquier posición.</p>
	<p>A2: En este caso [el conjunto $\{(1,2), (-1,1), (1,-3)\}$] si generan a \mathbb{R}^2 pero tienes un vector que es combinación de los otros dos vectores [...] creo que, que estos 2 vendrían siendo la base [los dos primeros vectores], pero éste no porque por lo mismo, porque este viene siendo combinación de estos 2.</p>
	<p>A2: El vector (1,-2) es una base, es la base para la recta. En éste... el vector (-2,4) es combinación lineal del (1,-2), no puedes decir que son base porque son... pertenecen... son vectores múltiplos que al graficarlos o al poder apreciarlos puedes multiplicar éste y te puede dar éste, o sea, que no son independientes, son dependientes...</p>
	<p>M2: A eso es a lo que conocemos como base. Una base es... es aquel vector en el que... en el que no es... son vectores independientes y pueden generar toda la información, [...] por ejemplo, aquí se puede observar $\{(1,-2), (-2,4)\}$ que este segundo vector es combinación lineal del primero, ya lo comprobamos. Entonces, si yo trazo eso en un plano simplemente es una recta. Lo que me está diciendo aquí es hacia... que la recta se me haga más larga o se crezca su magnitud o se reduzca, de acuerdo a los múltiplos. [...] se le llama que son vectores redundantes porque ya no aporta información distinta a la que ya se conoce, sino que sigue siendo la misma durante la misma trayectoria del vector simplemente lo hace más largo o más corto.</p>
	<p>M2: ...son 5 vectores que generan un espacio dentro de un plano. De los primeros dos vectores, que son los que están más marcados, son... los que son bases, ya los demás son combinación lineal de estos vectores.</p>
	<p>M2: Este sería una base en \mathbb{R}^2 y este igual sería una base en \mathbb{R}^2 [se refiere a los conjuntos $\{(2,1), (3,-3)\}$ y $\{(1,-2)\}$, respectivamente]. Igual se puede considerar que éstas son unas bases, son quienes generan la información dentro del plano y ya simplemente dos de los vectores generan... cada uno de los vectores pues tienen base en \mathbb{R}^2.</p> <p>E: Pero hace un momentito me decías que este no generaba a todo \mathbb{R}^2 [me refiero al conjunto $\{(1,-2)\}$].</p>

<p>el entorno gráfico-algebraico del <i>Geogebra</i> (Cuadro 4), y -Se había logrado distinguir, mediante síntesis de los conceptos independencia lineal y conjunto generador, distintos casos en los que conjuntos de vectores eran generadores de un determinado espacio o subespacio vectorial (Cuadros 5 y 6).</p>	<p>M2: No, una base dentro del... sería un subconjunto. E: ¿cuál es el subconjunto? M2: Una recta.</p>  <p>M2: ...una base por sí sola genera una recta, si tenemos dos bases dependiendo del espacio, por ejemplo, si estamos hablando de \mathbb{R}^2 ya nos genera un plano, o sea, ya nos está... está generando un espacio vectorial, al decir que es plano en \mathbb{R}^3 sería igual. Una base tendría que ser tres vectores para poder generar todo el espacio \mathbb{R}^3.</p>
--	--

Fuente: Datos de la Investigación

Al haber destacado las características esenciales de conjuntos generadores para construir el espacio vectorial o algún subespacio vectorial de \mathbb{R}^2 , los estudiantes A2 y M2 analizaron de forma distinta la definición de Base y llegaron a las conclusiones que se aprecian en el Cuadro 7 y con ello, a la comprensión de la noción de Base para el espacio vectorial \mathbb{R}^2 .

Ambos estudiantes A2 y M2, han comprendido el concepto de Base para el espacio vectorial \mathbb{R}^2 en un proceso que se inicia al identificar en los modos de pensamiento SG-CL de \mathbb{R}^2 y AA-CL de \mathbb{R}^2 , un vector que es combinación lineal de los vectores de un conjunto y asociar esa idea para discriminar entre distintos conjuntos de combinaciones que era posible construir con ese conjunto, principalmente el modo SG-EG \mathbb{R}^2 (Cuadro 4). Luego A2 y M2 reflexionan respecto a las características particulares de los conjuntos generadores de dichas combinaciones, en los modos AA-LI \mathbb{R}^2 , SG-CG y AA-CG (Cuadros 5 y 6), para finalmente, como se estableció en el Cuadro 7, a través de la articulación de los modos SG-B de \mathbb{R}^2 , AA-B de \mathbb{R}^2 y AE-B de \mathbb{R}^2 poder destacar las características de conjuntos de vectores que son al mismo tiempo generadores y linealmente independientes.

Interpretación del proceso de comprensión conceptual de Base para \mathbb{R}^2

Con el fin de destacar el proceso que siguen los estudiantes para alcanzar determinado nivel de abstracción de las nociones que subyacen alrededor del concepto de Base para \mathbb{R}^2 , se presenta una síntesis interpretativa que integra los hallazgos obtenidos en el análisis de los datos. Para esto, se consideran las distintas operaciones mentales que fue posible llevar a cabo por los participantes, en relación con algunas inferencias realizadas en los diferentes modos de pensamiento de Base para \mathbb{R}^2 o su articulación.

Desde los entrevistados, la forma de describir las nociones en sintonía con los modos de pensamiento sintético y analítico, tuvo implicaciones directas en relación con los conceptos del sistema conceptual previo que los estudiantes participantes pudieron reconocer.

Los objetos matemáticos utilizados en la actividad de exploración para ayudar a los estudiantes a captar el modo SG-B para \mathbb{R}^2 , se relacionan con las representaciones en el ambiente de geometría dinámica del *GeoGebra*, y se esperaba que este contexto influyera en las inferencias sobre el significado de los conceptos del Cuadro 1 que los estudiantes pudieran mostrar, y así fue. Al analizar los argumentos de los estudiantes A2 y M2, que son quienes lograron sintetizar los conceptos del sistema, sus interpretaciones parecen haber tenido origen en dos factores conjugados –uno de los cuales está ligado directamente con la naturaleza de los objetos matemáticos representados en el *GeoGebra*–. A2 y M2 manifestaron, a diferencia del resto de los participantes, (1) advertir la variabilidad inherente asociada a la noción de espacio generado que se pretendía en el diseño de la actividad experimental, y (2) relacionar el concepto de combinación lineal con cada una de las nociones en el sistema conceptual.

De la revisión respecto a las ideas claves con las que los estudiantes A2 y M2 relacionaron los conceptos del sistema, se verificó que lo que permitió a estos estudiantes advertir que no existe una única manera de generar al espacio o algún subespacio de \mathbb{R}^2 , y a partir de esto, llegar a considerar el análisis de la relación de los conjuntos con el espacio que generan, para dar significado al concepto de Base para \mathbb{R}^2 , fue que percibieron, en su interacción en el entorno gráfico-algebraico del *GeoGebra*, la variabilidad de conjuntos de combinaciones lineales en la construcción del espacio vectorial \mathbb{R}^2 . Esta característica de variación continua de valores relacionada con el concepto de espacio generado, es difícil de transmitir, si sólo se cuenta con la definición del concepto (Modo AE-B de \mathbb{R}^2) o con sistemas de ecuaciones y las formas canónicas asociadas (Modo AA-B de \mathbb{R}^2). Sin embargo, la naturaleza de los elementos disponibles en el *GeoGebra*, ofrecieron la posibilidad de representar en forma explícita y animada, los posibles múltiplos escalares de combinaciones lineales variables (SG-CL) que generan el espacio vectorial \mathbb{R}^2 .

Esas mismas inferencias, respecto a la relación entre las nociones SG-CL, AA-CL y SG-EG que A2 y M2 realizaron, se aprecian al examinar la evidencia del estudiante M1, quien llegó a la generalización de los conceptos del sistema. Aunque la razón por la cual M1 no alcanzó un nivel de síntesis, es porque no relacionó el concepto de independencia lineal AA-LI con el de

combinación lineal AA-CL. Al respecto, y dado que M1 mostró una marcada tendencia al modo SG-B de \mathbb{R}^2 , se juzga que esta última correspondencia no pudo llevarse a cabo debido a que M1 no verificó la relación entre los vectores del conjunto en el modo AA-B de \mathbb{R}^2 , y por lo tanto vio limitadas sus posibilidades de abstraer esa idea.

Además, aún y cuando en el diseño de las actividades de exploración de los conceptos, se pensó centrar el foco de atención sobre conjuntos de vectores generadores, con los que era posible obtener un determinado espacio o subespacio de \mathbb{R}^2 , y en esa labor, también se incluyeron preguntas en el instrumento que invitaron a comparar la relación entre los conjuntos y el espacio construido. De acuerdo al Cuadro 3, los estudiantes B1 y B2 no relacionaron el concepto de combinación AA-CL lineal con el de espacio generado AA-EG, y por esta razón se consideran que ellos desarrollaron un conocimiento limitado (no estructural) de la noción de combinación lineal, que los llevó a tener una idea confusa acerca de las posibles combinaciones lineales que era posible generar con un conjunto de vectores. Por ejemplo, el estudiante B1, argumenta que las resultantes de vectores LD que son múltiplos, también son LD, y que cuando los vectores no son múltiplos, entonces las resultantes tampoco (modo AA-LD). Y en el modo SG-EG, no logra identificar la acción de generar una variación continua de combinaciones lineales y piensa en el conjunto de puntos limitados gráficamente por un paralelogramo:

B1: Pues entre vectores dependientes sería que la resultante se encuentra en la misma... en la misma dirección.

E: ¿En la misma dirección?

B1: [...] y entre vectores independientes este la resultante se encuentra en una dirección diferente al... a cada vector y respecto a las combinaciones lineales, pues en común... no, no se me viene nada ahorita

E: Oye, pláticame eso de las direcciones...

B1: Sería... que el vector resultante de los vectores independientes, al igual que cada vector es, eh... son, las componentes no son... múltiplos.

E: ¿Y en el caso de los dependientes?

B1: Este pues si... el vector resultante es... múltiplo de hecho de cada vector.

...

E: ¿Geoméricamente qué se genera con todas las combinaciones lineales [gen{(3,1),(1,-2)}]?...

B1: ...mmm pues, eh...lo que se forma es el paralelogramo.

De forma similar, en los argumentos de B2 el estudiante solo advierte vectores de forma aislada y no como elementos de un espacio o subespacio vectorial:

E: ¿Cuántas posibles combinaciones crees que se puedan generar con esos dos vectores?

B2: Pues yo pensaría que infinitas ¿no? ... multiplicando por un escalar cada vector, yo pienso que infinitas [...]

E: ¿Y con todas esas qué se formaría?

B2: [...] los dos vectores se dispararían tanto como de esta manera [mueve un deslizador] y pues la resultante es así por puntos o así de esta manera serían [mueve el otro deslizador] [...] dos "x's" se formaría, o demasiadas... o sea, sí... de esta manera sería como una "x" gigante ¿no?. Se verían tanto los vectores como las resultantes...

E: [...] desde tu punto de vista ¿qué se genera?

B2: Para mí, un nuevo vector, que cumple con las condiciones sobre esos dos vectores.

Cuando la variabilidad utilizada para describir el espacio o subespacio no se percibe, entonces el concepto de espacio generado tampoco se advierte y esto es precisamente lo que se observó en los argumentos de los estudiantes B1 y B2. Ellos no dieron sentido al concepto de espacio generado, porque no lograron la articulación de los modos SG-EG y AA-EG en la actividad de exploración. Por una parte, B1 y B2 distinguieron las combinaciones lineales posibles a partir de un conjunto de vectores, como resultados aislados y las describieron como resultantes que cumplen *ciertas condiciones* obtenidas a partir de vectores sobre su mismo eje o sobre posiciones distintas; o en el caso de B1 como los puntos limitados gráficamente por un paralelogramo. Por otra parte, el abordaje procedimental (modo AA-CL) predominante en las interpretaciones del estudiante A1, parece haber influido más que la revisión de las propiedades de los objetos matemáticos analizados con el uso del *GeoGebra*. Aunque A1 advirtió en el modo SG-EG el espacio o subespacio vectorial generado por combinación lineal de conjuntos de uno o dos vectores de \mathbb{R}^2 , puso en duda sus argumentos en este plano y mantuvo una inclinación en sustentar sus conceptualizaciones en la algoritmia, sin tener una idea clara del significado de las expresiones.

E: ¿Se podría decir que es el conjunto $\{(2,1), (3,-3), (-1,3)\}$ linealmente independiente?

A1: En este caso... podríamos verlo, ¿no? por partes, por ejemplo, sacar determinante entre esos dos y si en algunos ya el determinante nos dio diferente de cero, podríamos decir que si es linealmente independiente...

E: ¿Crees que $\{(2,1), (3,-3), (-1,3)\}$ genera a todo \mathbb{R}^2 ?

A1: A todo \mathbb{R}^2 , no. [...]

E: ¿Por qué no lo generan?

A1: Por... bueno... eh bueno... llegando a lo de las bases, entonces, aquí no ... no sería una matriz aumentada cuadrada, entonces no sería. Serían dependientes o independientes, pero... o serían generador; sería generador, pero tal vez sean dependientes entre ellos.

...

A1: Bueno, de lo que me acuerdo para las bases, eh, el conjunto de vectores tenía que ser independiente y generadores, bueno y ya con la determinante veíamos si era generador y ... independiente también.

La falta de reflexión sobre la relación de las combinaciones lineales y el correspondiente espacio generado, junto con la inadecuada caracterización de las nociones en los modos SG-B y AA-B de \mathbb{R}^2 , apuntan a interpretar la comprensión de Base para \mathbb{R}^2 en los estudiantes A1, B1 y B2 a través de un pensamiento más práctico que teórico, porque estos estudiantes al aproximarse a la noción de Base, no perciben el potencial de los conjuntos de vectores que conforman el espacio generado, entonces la herramienta computacional utilizada dejó de existir como agente de construcción conceptual, y se convirtió en un obstáculo potencial a los ojos (o mente) de esos estudiantes. De hecho, algunas relaciones también son difícilmente visibles al realizar una aproximación intuitiva con el uso del *GeoGebra*, como la que vincula las combinaciones lineales de tres vectores de \mathbb{R}^2 con su posible espacio generado.

Aunque la secuencia de actividades con el uso del *GeoGebra*, pretendía proveer una idea dinámica de representar conjuntos de vectores generadores para analizar los conceptos de combinación lineal, espacio generado e independencia lineal, no todas las relaciones resultaron claras en principio. La mediación del instrumento se mostró eficaz para dar sentido a los modos de los conceptos de combinación lineal y de espacio generado, y se puede decir, que la descripción de los objetos matemáticos y su relación con espacio vectorial \mathbb{R}^2 representada en el programa, pudo proveer los fundamentos para la comprensión de la noción de base en \mathbb{R}^2 .

Sin embargo, aunque la observación intencionada en la actividad de exploración es crucial para la significación de los conceptos del sistema, no resulta suficiente, pues la abstracción del concepto de independencia/dependencia lineal, solo pudo advertirse al reconocer la relación entre los vectores del conjunto generador en el modo AA-LI y en el modo AA-CG.

Por ello, resulta razonable afirmar, como se mencionó anteriormente, que un factor indispensable para llegar a sintetizar el sistema que conduce a la comprensión de la noción de Base, es relacionar los modos de pensar la combinación lineal con cada uno de los conceptos del sistema conceptual.

En los argumentos de los estudiantes A2 y M2, se advierte que una vez que utilizan el modo AA-LI de un conjunto, a fin de ligar el concepto de Base, recurren de nuevo a las representaciones geométrico-algebraicas del *GeoGebra* y a las definiciones de los conceptos de Espacio generador y Conjunto generado para contrastar y confirmar sus inferencias acerca de la relación del conjunto analizado y el espacio construido. De ser evidenciada la relación del conjunto linealmente independiente y del espacio que se genera en los modos del Cuadro 1, se conduce al establecimiento de la coherencia entre los conceptos del sistema base para \mathbb{R}^2 .

Conclusiones y discusión de los resultados

En el estudio se analizaron las inferencias del caso de estudiantes universitarios del área de Ingeniería, en el proceso de construcción del significado del concepto de Base para el espacio vectorial \mathbb{R}^2 . Desde una perspectiva cognitiva, se analizaron las operaciones de comprensión desarrolladas para captar las relaciones que constituyen al concepto Base, junto a las otras nociones de las cuales depende, y que son interpretadas de acuerdo al Cuadro 1 en los modos de pensamiento involucrados en percibir las.

Como resultado de la evaluación sistémica de las componentes en la comprensión del concepto de Base para \mathbb{R}^2 , la evidencia de los estudiantes mostró que ellos lograron sintetizar las nociones del sistema conceptual previo, llevando un proceso en el cual, identificaron la relación entre un vector y la suma de múltiplos escalares de los vectores en un conjunto (modos SG-CL y AA-CL), para luego advertir, en la articulación de los modos SG-EG y AA-EG, posibles grupos de combinaciones lineales generadas por diferentes conjuntos de vectores del espacio vectorial (o el espacio generado).

Así mismo, a partir del trabajo realizado fundamentalmente en el modo AA-LI de \mathbb{R}^2 , para advertir la relación entre los vectores en distintos conjuntos (independencia/dependencia lineal), los estudiantes mostraron explícitamente las condiciones bajo las cuales un conjunto de vectores era generador o no, de un determinado espacio o subespacio vectorial de \mathbb{R}^2 . De esta forma, al haber construido el concepto de conjunto generador, los estudiantes evaluaron, en los

modos sintético y analítico (SG-B, AA-B y AE-B de \mathbb{R}^2), las características particulares de distintos conjuntos del espacio \mathbb{R}^2 , diferenciando los generadores con vectores redundantes de los conjuntos, con un mínimo de vectores necesarios para generar un espacio o subespacio vectorial específico, lo que finalmente condujo a establecer las correspondencias entre las nociones de *generar e independencia lineal* que los llevaron a la comprensión del concepto de base, y por ende a la síntesis del sistema conceptual.

Ahora, varias reflexiones surgen a partir de la revisión del proceso recién descrito. La evidencia mostró que el análisis y reconocimiento de las cualidades de los conceptos de combinación lineal y de espacio generado que los estudiantes realizaron en el contexto gráfico-algebraico del *GeoGebra*, fue relevante para lograr la síntesis de los conceptos del sistema. Se advierte que los participantes que evaluaron y reconocieron las conexiones entre los conceptos, fueron quienes vincularon aspectos sintéticos y analíticos de las nociones del Cuadro 1, aunque lo hicieron de formas distintas, por ejemplo, mientras A2 articuló principalmente los modos SG y AA, el estudiante M2 mostró una tendencia fundamental a considerar los modos SG y AE de los conceptos del AL para \mathbb{R}^2 descritos en el Cuadro 1.

Los resultados de la investigación indicaron que a través del trabajo realizado para explorar los conceptos en el entorno de geometría dinámica del *GeoGebra*, los estudiantes pudieron distinguir ideas intuitivas relevantes sobre algunas características generalizables a las propiedades del espacio vectorial \mathbb{R}^2 en un modo de pensar sintético geométrico.

En particular, dos inferencias importantes que realizaron los estudiantes que alcanzaron la generalización y la síntesis del sistema fueron que (1) ligaron la noción de espacio generado con una variación continua de combinaciones lineales, y (2) que pudieron advertir que no existe una única manera de generar al espacio o algún subespacio vectorial.

Aunque autores como Nardi (1997) y Harel (1999), advirtieron antes sobre posibles dificultades con las representaciones visuales en la abstracción de las relaciones que dan sentido a los conceptos, los hallazgos reportados en esta investigación mostraron que resulta fundamental en el proceso, realizar de forma conjunta una visión intuitiva y formal de las relaciones que caracterizan a los conceptos del sistema. De hecho, la distinción teórica-práctica propuesta en el modelo de Sierpinska, Nnadozie y Oktaç (2002), refiere la reflexión sobre las características del objeto en estos dos niveles, que hemos llamado sintético y analítico. Para esto, y dado que algunos estudiantes de este estudio mostraron dificultades para relacionar el

concepto de combinación lineal con el de espacio vectorial, por una marcada tendencia en alguno de los modos de pensamiento (sintético o analítico), se estima que a fin de abstraer las nociones del sistema y llevar a cabo las correspondencias que los vinculan, resulta esencial evitar que las nociones sean caracterizadas por la reproducción o aplicación de algún procedimiento algorítmico y en general, resulta perjudicial para la comprensión del concepto de Base para \mathbb{R}^2 que se aborden los conceptos del Cuadro 1 desde uno solo modo de pensar.

Desde la perspectiva de los modos de pensamiento, los estudiantes que mostraron una tendencia a utilizar de forma exclusiva el modo conceptual AA-B para establecer sus inferencias sobre los conceptos de generar e independencia lineal, no fueron capaces de advertir las relaciones que les daban sentido en lo geométrico. Aún más, se evidenció que esta tendencia a centrar la atención en los resultados de los procedimientos, pero sin advertir las relaciones que deberían reconocerse, los condujo a considerar los conceptos del Cuadro 1 de forma aislada.

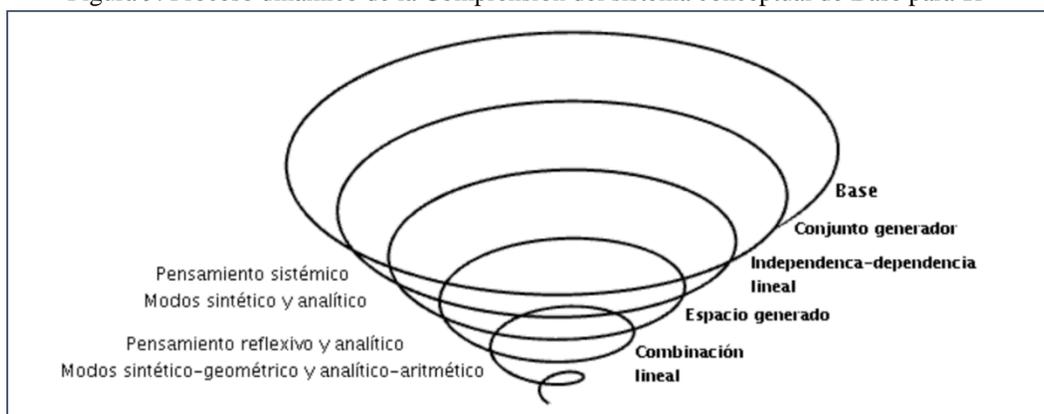
A diferencia de las observaciones de Nardi (1997) respecto a que la imagen conceptual dominante de los estudiantes A1, B1 y B2 acerca de un conjunto generador, es que éste representa una Base, dicho fenómeno estuvo presente en este estudio únicamente cuando los estudiantes mostraron una disposición exclusiva a utilizar el modo analítico-aritmético de los conceptos del Cuadro 1, para justificar sus inferencias sobre los conceptos del sistema. Así también, la exclusividad de utilizar solo el modo conceptual SG, como la que se advirtió en el caso del estudiante M1, impide la conceptualización de la independencia lineal, y por tanto que el sistema conceptual de Base para \mathbb{R}^2 pueda captarse.

Se considera que, para superar los posibles obstáculos de percepción en el modo SG de los conceptos del Cuadro 1, es indispensable insistir en que la atención debe centrarse en las relaciones: vectores – suma ponderada obtenida y conjunto de vectores – conjunto de combinaciones lineales generadas, y hacer hincapié en las posibles inconsistencias derivables del contexto geométrico, como considerar que sólo se generan los vectores dentro de un paralelogramo o vectores aislados. Así mismo, se considera necesario contrastar y evaluar la percepción en el modo SG de los conceptos germinales (generar y combinación lineal) en consonancia con los modos conceptuales AA y AE del mismo, coincidiendo en esta afirmación con Chargoy (2006) para quien resulta indispensable vincular los modos sintético y analítico a fin de obtener un conocimiento consistente de los conceptos.

En los entrevistados se observó que quienes llegaron a construir el concepto de Base para \mathbb{R}^2 (A2 y M2), siguieron un trayecto que les permitió analizar y articular los modos sintético y analítico de las nociones germinales del Cuadro 1, para reconocer las relaciones que dan sentido a esos conceptos, y así establecer la coherencia entre las nociones, ya sea comparando y diferenciando algunas condiciones lógicamente concebibles o valorando la consistencia de las definiciones, para llegar a identificar las características esenciales de conjuntos de vectores, con un número de elementos necesarios y suficientes para generar a un espacio vectorial, y así llegar a otorgarle al concepto de Base de \mathbb{R}^2 un significado articulado con las nociones de todo el sistema.

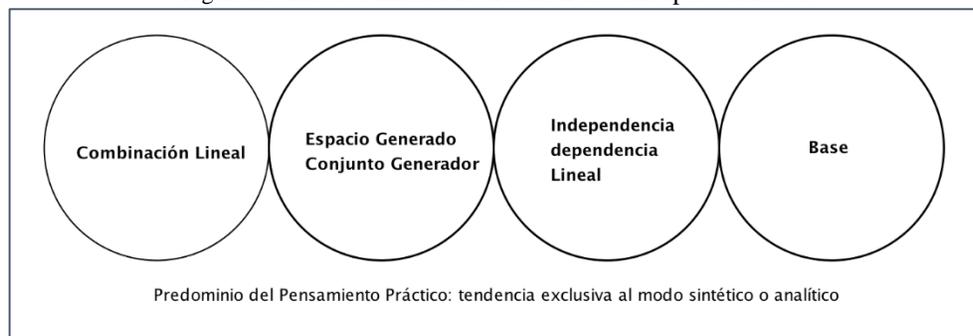
En este sentido, en concordancia con lo conjeturado por Chargoy (2006), se pudo verificar que, para establecer los vínculos entre las nociones del Cuadro 1, a fin de poder lograr la comprensión del concepto de Base para \mathbb{R}^2 , la relación entre los conceptos del sistema debería llevarse a cabo en un proceso dinámico y no lineal (Figura 9)

Figura 9. Proceso dinámico de la Comprensión del sistema conceptual de Base para \mathbb{R}^2



Fuente: Elaboración Propia

Figura 10. Proceso lineal-Abstracción de conceptos aislados.



Fuente: Elaboración Propia

A diferencia del proceso lineal, que se caracteriza por la interpretación de los conceptos como resultado de procedimientos o percepciones aisladas en alguno de los modos de pensamiento, pero sin establecer la coherencia entre las nociones (Figura 10); en el modelo dinámico se conciben las relaciones que caracterizan y dan sentido a los conceptos, y las abstracciones se corresponden en el proceso de construcción del significado de las nociones del sistema conceptual propuesto en modos de pensar, en el Cuadro 1.

El proceso dinámico, que se ha representado mediante una hélice cónica en la Figura 9, explica la necesidad de evaluar y distinguir las relaciones constituyentes de cada una de las nociones, y a la vez captar y articular de forma congruente las conexiones entre estas últimas, a través de la inclusión de un número creciente de funciones intelectuales, características del pensamiento teórico (AA y AE), para superar los posibles obstáculos durante el desarrollo del proceso de interpretación de la noción de Base para \mathbb{R}^2 .

Agradecimientos

Este trabajo ha sido subvencionado parcialmente por el proyecto FONDECYT N°1180468. Agradecemos a los participantes por la buena disposición en la investigación.

Referencias

- Aranda, C. y Callejo, M. L. (2010). Construcción del Concepto de Dependencia Lineal en un Contexto de Geometría Dinámica: Un Estudio de Casos. *Revista Latinoamericana en Matemática Educativa*, 13(2), 129-158.
- Chargoy, R. (2006). *Dificultades asociadas al concepto de base de un espacio vectorial*. Tesis de doctorado no publicada, Centro de Investigaciones y de Estudios Avanzados del IPN, D.F., México.
- Dorier, J. L. (1995). A General Outline of the Genesis of Vector Space Theory. *Historia Mathematica*, 22 (3), 227-261.
- Grossman, S. (2012). *Álgebra Lineal*. Séptima Edición. México: Mc Graw Hill.
- Harel, G. (1999). Students' understanding of proofs: a historical analysis and implications for the teaching of geometry and linear algebra, *Linear Algebra and Its Applications*, 302-302, 601-613. Recuperado de <http://www.math.ucsd.edu/~harel/Downloadable/LAA.pdf>
- Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, P. (2010). *Metodología de la investigación*. México: Mc Graw Hill.
- Kú, D., Trigueros, M. y Oktaç, A. (2008). Comprensión del concepto de base de un espacio vectorial desde el punto de vista de la teoría APOE. *Educación Matemática*, 20 (2), 65-89.

- Lay, D. (2013). *Álgebra Lineal para cursos en enfoque por competencias*. México: Pearson Educación.
- Nardi, E. (1997). El encuentro del matemático principiante con la abstracción matemática: Una imagen conceptual de los conjuntos generadores en el análisis vectorial. *Revista Educación Matemática* 9 (1), 47-60.
- Parraguez, M. y Yáñez, A. (2017). Estructuras mentales para modelar el aprendizaje de los Valores y vectores propios en R^2 : El caso de enseñanza media. *Revista Pädagogische der Wissenschaften und der Ingenieurwissenschaften*, 1(1), 10-25.
- Poole, D. (2011). *Álgebra lineal: Una introducción moderna*. Tercera edición. México: Cengage Learning.
- Roa-Fuentes, S. y Parraguez, M. (2017). Estructuras Mentales que Modelan el Aprendizaje de un Teorema del Álgebra Lineal: Un Estudio de Casos en el Contexto Universitario. *Revista Formación Universitaria*, 10(4), 15-32.
- Sierpiska, A. (1994). *Understanding in Mathematics*. London: The Falmer Press. Recuperado de la base de datos Ebrary (10096967).
- Sierpiska, A. (2000). On Some Aspects of Students' thinking in Linear Algebra. En J. L. Dorier (Ed.), *On the Teaching of Linear Algebra*, 23, 209-246. doi: 10.1007/0-306-47224-4_8
- Sierpiska, A., Nnadozie, A. y Oktaç, A. (2002). *A study of relationships between theoretical thinking and high achievement in linear algebra*. Reporte de Investigación. Montreal, Canadá: Concordia University.

Diseño instruccional desarrollado con estudiantes de pregrado en Matemáticas con el tema Expresiones numéricas

Claudia Lisete Oliveira Groenwald

claudiag@ulbra.br

<http://orcid.org/0000-0001-7345-8205>

Universidade Luterana do Brasil (ULBRA)

Canoas, Rio Grande do Sul, Brasil.

Recibido: 26/04/2020 **Aceptado:** 18/05/2020

Resumen

En la capacitación inicial, es importante que los estudiantes tengan la oportunidad de desarrollar las habilidades que les permitan actuar como profesionales capaces de desarrollar el proceso de enseñanza y aprendizaje. El objetivo de este artículo es presentar los resultados de un estudio de caso con estudiantes de Grado en Matemáticas cuando desarrollaron un Diseño Instruccional (DI) y cómo esto permite el desarrollo de las habilidades requeridas por el profesor profesional. El concepto de DI se aplicó en una situación didáctica con cinco estudiantes de pregrado en Matemáticas con el tema Expresiones numéricas, adecuado para estudiantes en el sexto año de la escuela primaria. El enfoque metodológico utilizado fue cualitativo con un enfoque en el estudio de caso. Los resultados muestran que fue posible observar que los estudiantes tuvieron la oportunidad de trabajar en las siguientes habilidades: trabajo grupal basado en la discusión, reflexión y acción para el desarrollo del DI; Evaluación y uso de tecnologías digitales, como materiales de estudio en *PowerPoint* y guardados en *Ispring, software Jclic*, actividades en línea; Comprender la importancia de la necesidad de conocer en profundidad los conceptos matemáticos para una planificación adecuada a la temática y al nivel de los estudiantes a los que se destina; valoración de metodologías de enseñanza para la construcción de conceptos matemáticos y el uso de recursos digitales; ser capaz de elegir tareas que sean apropiadas para los conceptos y la edad de los estudiantes para quienes el DI estaba destinado; Reflexión sobre la importancia de la evaluación constante durante todo el proceso y de la reorganización de las rutas cuando sea necesario.

Palabras clave: Educación Matemática. Formación inicial en Matemáticas. Diseño instruccional. Expresiones Numéricas.

Design Instrucional desenvolvido com alunos de licenciatura em Matemática com a temática Expressões Numéricas

Resumo

Na formação inicial é importante que se possibilite que os estudantes tenham oportunidade de desenvolver as competências que os permitam atuar como profissionais capacitados ao desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem. O objetivo deste artigo é apresentar os resultados de um estudo de caso com estudantes de Licenciatura em Matemática ao desenvolverem um Design Instrucional (DI) e como isto possibilita o desenvolvimento das competências exigidas ao profissional professor. O conceito de DI foi aplicado em uma situação didática com cinco estudantes de Licenciatura em Matemática com o tema Expressões Numéricas, indicado para estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental. A abordagem

metodológica utilizada foi qualitativa com enfoque de estudo de caso. Os resultados apontam que foi possível observar que os estudantes tiveram oportunidade de trabalhar as seguintes competências: trabalho em grupo baseado na discussão, reflexão e ação para o desenvolvimento do DI; Avaliação e utilização das tecnologias digitais, como materiais de estudos no *PowerPoint* e salvo em *Ispring, software Jcllic*, seleção de atividades online; compreensão da importância da necessidade de conhecer em profundidade os conceitos matemáticos para um planejamento adequado a temática e ao nível dos estudantes a que se destina; valorização das metodologias de ensino para a construção dos conceitos matemáticos e do uso de recursos digitais; valorizar a escolha de tarefas que sejam adequadas aos conceitos e a idade dos estudantes a que se destinava o DI; reflexão sobre a importância de avaliação constante durante todo o processo e de reorganização de rotas sempre que necessário.

Palavras-chave: Educação Matemática. Formação inicial em Matemática. Design Instrucional. Expressões Numéricas.

Instructional design developed with undergraduate students in Mathematics with the theme Numerical Expressions

Abstract

In initial training, it is important that students be given the opportunity to develop the skills that enable them to act as professionals capable of developing the teaching and learning process. The purpose of this article is to present the results of a case study with Mathematics Degree students when they developed an Instructional Design (DI) and how this enables the development of the skills required of the professional teacher. The DI concept was applied in a didactic situation with five undergraduate students in Mathematics with the theme Numerical Expressions, suitable for students in the 6th year of elementary school. The methodological approach used was qualitative with a focus on the case study. The results show that it was possible to observe that students had the opportunity to work on the following skills: group work based on discussion, reflection and action for the development of the DI; Evaluation and use of digital technologies, such as study materials in *PowerPoint* and saved in *Ispring, Jcllic software*, online activities; understanding the importance of the need to know in depth the mathematical concepts for an adequate planning to the thematic and at the level of the students for which it is intended; valuation of teaching methodologies for the construction of mathematical concepts and the use of digital resources; become able to choose tasks that are appropriate to the concepts and age of the students for whom the DI was intended; reflection on the importance of constant evaluation throughout the process and of reorganizing routes whenever necessary.

Keywords: Mathematical Education. Initial training in Mathematics. Instructional Design. Numerical Expressions.

Introdução

Os cursos de licenciatura em Matemática, no Brasil, têm por objetivo formar os futuros professores em todas as suas potencialidades, com as competências exigidas para atuar na Educação Básica e atentos às demandas atuais da sociedade. A Resolução CNE/CP nº 02 de 01 de julho (Brasil, 2015) focaliza à docência como ação educativa e como processo pedagógico intencional, envolvendo habilidades específicas, interdisciplinares além de conceitos, princípios

e objetivos da formação que se desenvolvem na construção e apropriação dos valores éticos, linguísticos, estéticos e políticos do conhecimento inerentes à sólida formação científica e cultural do ensinar/aprender (Brasil, 2015).

Refletir sobre a formação de professores de Matemática implica discutir as características que definem o docente como profissional interessado e capacitado à criação e adaptação de métodos pedagógicos ao seu ambiente de trabalho, utilizando os conhecimentos matemáticos para a compreensão do mundo que o cerca e despertando no estudante o hábito pelo estudo independente, a criatividade, a persistência em resolver problemas, o interesse em conhecer seu ambiente de trabalho e seus estudantes, bem como, o hábito de refletir sobre seu trabalho docente, buscando caminhos que levem à uma educação de qualidade.

Neste sentido na formação inicial é importante que os professores desenvolvam experiências que possibilitem que os egressos sejam profissionais capacitados e com as competências que são indispensáveis ao desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem, considerando todos os aspectos referidos.

O objetivo deste artigo é apresentar os resultados de um estudo de caso, com estudantes de Licenciatura em Matemática ao desenvolverem um Design Instrucional (DI) e como isto possibilita o desenvolvimento de tais competências. O conceito de DI foi aplicado em uma situação didática com o tema Expressões Numéricas, indicado para estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental.

Formação inicial

Para Groenwald e Kaiber (2002) refletir sobre a formação de professores de Matemática implica discutir as características que definem o docente como profissional interessado e capacitado à criação e adaptação de métodos pedagógicos ao seu ambiente de trabalho, utilizando os conhecimentos matemáticos para compreensão do mundo que o cerca e despertando no aluno o hábito do estudo independente e a criatividade.

Segundo as Diretrizes Curriculares para os Cursos de Licenciatura em Matemática (Brasil, 2001) os egressos de um curso de Licenciatura devem ter, além de uma sólida formação de conteúdos matemáticos, uma formação pedagógica dirigida a sua prática que possibilite tanto a vivência crítica da realidade como a experimentação de novas propostas que considerem a evolução dos estudos da Educação Matemática e uma formação geral complementar envolvendo outros campos do conhecimento, necessários ao exercício da profissão.

Nesse sentido as Diretrizes Curriculares indicam que os profissionais formados nos cursos de Matemática devem possuir uma visão abrangente do papel social do educador, abertura para aquisição e utilização de novas ideias e tecnologias, visão história e crítica da Matemática, capacidade de aprendizagem continuada e de trabalhar em equipes multidisciplinares, capacidade de comunicar-se matematicamente e compreender Matemática, de estabelecer relações com outras áreas do conhecimento, de utilizar os conhecimentos para compreensão do mundo que o cerca, capacidade de criação e adaptação de métodos pedagógicos ao seu ambiente de trabalho, de expressar-se com clareza, precisão e objetividade. Deve, também, ser capaz de despertar o hábito da leitura e do estudo independente e incentivar a criatividade dos seus alunos.

A Resolução CNE/CP nº 02 de 01 de julho de 2015 (Brasil, 2015), que é a mais recente no que tange à formação nas licenciaturas, destaca que o aluno concluinte da graduação deve dominar o “[...] desenvolvimento, execução, acompanhamento e avaliação de projetos educacionais, incluindo o uso de tecnologias educacionais e diferentes recursos e estratégias didático-pedagógicas” (Brasil, 2015, p. 7). Além de “[...] relacionar a linguagem dos meios de comunicação à educação, nos processos didático-pedagógicos, demonstrando domínio das tecnologias de informação e comunicação para o desenvolvimento da aprendizagem” (Brasil, 2015, p. 8).

As competências específicas para um professor se referem a três dimensões fundamentais, as quais, de modo interdependente e sem hierarquia, se integram e se complementam na ação docente: conhecimento profissional; prática profissional; engajamento profissional. Apresentam-se no Quadro 1 as competências específicas de cada dimensão para a formação de professores.

Quadro 1 – Competências das dimensões profissionais

Competências específicas da dimensão do conhecimento profissional
I - Dominar os objetos de conhecimento e saber como ensiná-los; II - Demonstrar conhecimento sobre os estudantes e como eles aprendem; III - Reconhecer os contextos de vida dos estudantes; IV - Conhecer a estrutura e a governança dos sistemas educacionais.
Competências específicas da dimensão da prática profissional
I - Planejar as ações de ensino que resultem em efetivas aprendizagens; II Criar e saber gerir os ambientes de aprendizagem; III Avaliar o desenvolvimento do educando, a aprendizagem e o ensino; IV Conduzir as práticas pedagógicas dos objetos do conhecimento, as competências e as habilidades.
Competências específicas da dimensão do engajamento profissional
I Comprometer-se com o próprio desenvolvimento profissional; II Comprometer-se com a aprendizagem dos estudantes e colocar em prática o princípio de que todos são capazes de aprender; III Participar do Projeto Pedagógico da escola e da construção de valores democráticos; IV Engajar-se, profissionalmente, com as famílias e com a comunidade, visando melhorar o ambiente escolar.

Fonte: Resolução CNE/CP nº 02 de 01 de julho de 2015 (BRASIL, 2015).

Segundo a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (Brasil, 2018), os estudantes devem desenvolver ao longo da Educação Básica dez competências, das quais frisa-se duas, que buscou-se salientar no estudo de caso apresentado neste artigo:

1. Utilizar diferentes linguagens – verbal (oral ou visual-motora, como Libras, e escrita), corporal, visual, sonora e digital –, bem como conhecimentos das linguagens artística, matemática e científica, para se expressar e partilhar informações, experiências, ideias e sentimentos em diferentes contextos e produzir sentidos que levem ao entendimento mútuo.
2. Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva.

Para que os professores em formação inicial tenham condições de integrar ao seu fazer pedagógico metodologias que utilizam tecnologias digitais é importante que tenham experiências positivas que os levem a reflexão e discussão destes pressupostos durante sua formação.

Concorda-se com Kenski (2012) quando afirma que é importante discutir temas como conectividade, uso das mídias e redes sociais, enfim, a integração das Tecnologias Digitais (TD) na formação de professores.

Segundo Caccuri (2016) é importante que os professores sejam competentes para ensinar e aprender em um contexto de cultura digital. Entendendo cultura digital como um conjunto de saberes, crenças, usos e costumes que surgem na sociedade a partir da convergência das TIC, gerando uma revolução nos modos de acumular, apropriar-se e transmitir os dados, impulsionando novos desenvolvimentos sociais, políticos, econômicos e educativos.

As TD influenciam o currículo escolar, mudando a maneira de ensinar e influenciando no que se deve ensinar (NCTM, 2014). Porém, o uso eficaz das tecnologias requer conhecimento e um planejamento cuidadoso, exigindo dos docentes um desenvolvimento profissional adequado para poder utilizá-las em todo o seu potencial. Importante frisar que se o professor não conhece ou não está convencido da importância do uso destes recursos no desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem pode sentir-se inseguro a respeito do seu uso, não os incorporando ao currículo de um modo significativo.

Ressalta-se que se corrobora com as ideias de Bittar (2010) quanto a distinguir os termos inserção e integração das TD na Educação. Entende-se que professor insere as TD quando ela não provoca diferenças na aprendizagem, ou seja, a tecnologia é como se fosse um elemento estranho do fazer pedagógico. Entretanto, "integrar um novo instrumento (tecnologia digital) em sala de aula, implica mudanças pedagógicas, mudanças do ponto de vista da visão de ensino, que deve ser estudada e considerada pelos professores" (Bittar, 2010, p. 220).

Almeida e Valente (2011) salientam que a integração requer a reconstrução de conhecimentos por parte do estudante e, para tanto é necessário que o professor vivencie o processo de apropriação pedagógica das TD. Sob esse enfoque, o uso dos recursos das TD no processo de ensino e aprendizagem não ocorre apenas inserindo-os na sala de aula, mas integrando-os ao currículo, de modo a propiciar uma nova forma de ensinar (Bittar, 2010).

Levando estes pressupostos em consideração, no estudo de caso realizado com cinco estudantes em formação inicial, optou-se pelo planejamento de um Design Instrucional (DI) de Filatro (2008; 2004) que se apresenta a seguir.

Design Instrucional

Com a incorporação das Tecnologias Digitais (TD) na educação faz-se necessária uma ação sistemática do planejamento didático integrando o conteúdo, abordagem metodológica e recursos digitais, que sejam adequados ao desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem dos conteúdos e que permitam o desenvolvimento de competências.

Torna-se importante que os estudantes de Licenciatura, neste caso de Licenciatura em Matemática, sejam qualificados para um planejamento de acordo com as necessidades dos estudantes do século XXI.

Optou-se pelo desenvolvimento de um Design Instrucional (DI) de acordo com Filatro (2008) com o tema Expressões Numéricas indicado para estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental.

Segundo Filatro (2008) o DI é compreendido como o planejamento do ensino e aprendizagem, incluindo atividades, estratégias, sistemas de avaliação, métodos e materiais instrucionais. O DI é visto como um tipo de construção que envolve complexidade e síntese, podendo ser compreendido como a ação de estabelecer objetivos futuros e de encontrar meios e recursos para cumpri-los. Assim como o design, a palavra instrucional necessita de uma atenção bem específica para que não seja apenas identificada como instrução ou treinamento. Segundo Filatro (2008): “instrução é uma atividade de ensino que se utiliza da comunicação para facilitar a compreensão da verdade.”

Apoiado por tecnologias, o DI admite mecanismos de efetiva contextualização, caracterizados por: maior personalização aos estilos e ritmos individuais de aprendizagem; adaptação às características institucionais e regionais; atualização a partir de feedback constante; acesso a informações e experiências externas à organização de ensino; possibilidade de comunicação entre os agentes do processo (professores, alunos, equipe técnica e pedagógica, comunidade); e monitoramento automático da construção individual e coletiva de conhecimentos (Filatro, 2004).

Neste sentido, foi utilizado o termo Design Instrucional Contextualizado (DIC) para descrever a ação intencional de planejar, desenvolver e aplicar situações didáticas específicas que, valendo-se das potencialidades de um Ambiente Virtual de Aprendizagem (AVA), incorporem, tanto na fase de concepção como durante a implementação, mecanismos que favoreçam a contextualização e a flexibilização, sendo possível que os estudantes percorram

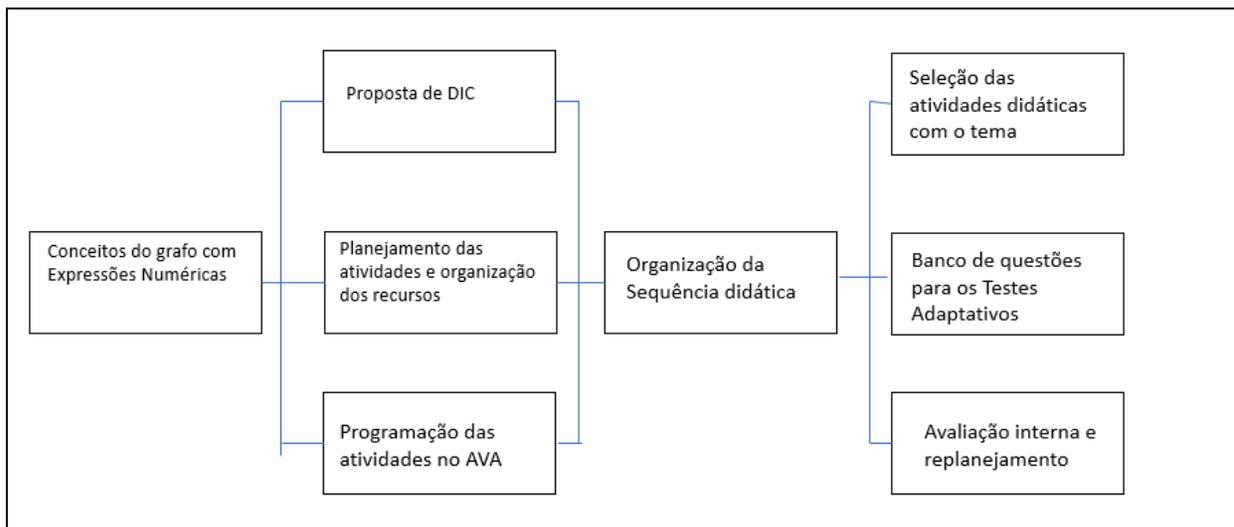
caminhos diferenciados, de acordo com seu ritmo de aprendizagem e de acordo com suas preferências de aprendizagem.

Segundo Filatro (2008) os modelos de DIC, frequentemente estruturam o planejamento do processo de ensino e aprendizagem em estágios distintos:

1. **Análise:** envolve a identificação de necessidades de aprendizagem, a definição de objetivos instrucionais e o levantamento das restrições envolvidas;
2. **Design e desenvolvimento:** quando ocorre o planejamento da instrução e a elaboração dos materiais e produtos instrucionais;
3. **Implementação:** quando se dá a capacitação e ambientação de docentes e alunos à proposta de design instrucional e a realização do evento ou situação de ensino e aprendizagem propriamente ditos; e por fim
4. **Avaliação:** envolve o acompanhamento, a revisão e a manutenção do sistema proposto.

Apresenta-se na Figura 1 os movimentos de contextualização na proposta de DIC desenvolvida com o tema de estudo. Primeiro foi investigado os conceitos que envolvem o tema, estes foram organizados em um grafo com a sequenciação desejada de estudo de acordo com os objetivos propostos. Em um segundo momento foram investigadas as propostas de DIC que se adequam aos objetivos educacionais, o planejamento das atividades e recursos possíveis, também, como colocá-los no AVA escolhido para o experimento. No terceiro momento foram organizadas as sequências didáticas para cada conceito do grafo desenvolvido. A sequência didática envolve as ações: seleção das atividades com o tema, seleção da forma de acompanhamento do desempenho dos estudantes e como realizar a avaliação interna do DIC, replanejando quando necessário.

Figura 1 – Ações desenvolvidas no DIC



Fonte: Adaptado de Filatro (2004).

A seguir apresenta-se o percurso metodológico percorrido no estudo de caso e o DIC desenvolvido.

Percurso metodológico

Esta investigação foi desenvolvida em três etapas. A primeira, desenvolvida com reuniões mensais do Grupo de Estudos Curriculares de Educação Matemática (GECEM), cujos pesquisadores atuam no Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECIM) da Universidade Luterana do Brasil (ULBRA), buscando caminhos para a escolha de ações que possibilitassem uma abordagem metodológica com estudantes em formação inicial de Licenciatura em Matemática, que possibilitassem o desenvolvimento de competências que são indicadas para o desenvolvimento da profissão de professor e discussão das ações desenvolvidas. A segunda etapa foi a implementação (desenvolvimento, aplicação e avaliação) de um DIC com cinco estudantes de Licenciatura em Matemática da Universidade Luterana do Brasil, integrando Educação Matemática e Tecnologias Educacionais com o tema Expressões Numéricas. Na terceira e última etapa, após a conclusão do DIC, os registros foram retomados e analisados, em um processo de depuração das informações observadas e reconstrução da prática denominada reflexão-sobre-a-ação (Schön apud Almeida, 2000). Esse processo complementa a reflexão na ação, desenvolvida simultaneamente à ação instrucional na segunda etapa desta pesquisa.

A abordagem metodológica utilizada foi qualitativa com enfoque no estudo de caso. Para Sampieri, Collado e Lucio (2013), a pesquisa qualitativa possibilita uma análise profunda dos dados, riqueza interpretativa, contextualização do ambiente e seu entorno, visto que se busca explicar as características e significados das informações obtidas através dos instrumentos de coleta de dados, como a observação não estruturada, as entrevistas e os registros escritos, mas sem a utilização de técnicas estatísticas para compreender as características ou comportamento estudados. Segundo Yin (2001, p. 33), entende-se “[...] estudo de caso como estratégia de pesquisa que compreende um método que abrange tudo com a lógica de planejamento incorporando abordagens específicas à coleta de dados e à análise de dados”. Para Yin este tipo de investigação compreende o estudo aprofundado de um fenômeno no seu contexto real. Hernández, Fernández e Baptista (2006, p. 223 apud Ochoa, 2011, p. 72) afirmam que “[...] um estudo de caso constitui um método para aprender a respeito de uma instância complexa, baseado em um entendimento compreensivo desta instância como um ‘todo’ e seu contexto, mediante dados e informações obtidos por descrições e análises extensivas” (Tradução nossa).

Foram desenvolvidas as seguintes ações com os cinco estudantes de Licenciatura em Matemática:

1. Estudo da temática Expressões Numérica em livros didáticos do Ensino Fundamental e na Base Nacional Comum Curricular – BNCC (Brasil, 2018);
2. Análise e estudo do AVA, denominado SIENA, como ambiente para a programação do projeto;
3. Organização de um grafo com os conceitos a serem desenvolvidos no planejamento do DIC;
4. Construção de um banco de questões para compor os testes adaptativos de cada conceito do grafo desenvolvido para a avaliação dos estudantes durante o estudo dos conceitos do grafo;
5. Investigação e construção de atividades didáticas para compor as sequências didáticas de cada conceito do grafo desenvolvido e que permitissem o uso de recursos tecnológicos, com o delineamento de atividades com o tema Expressões Numéricas, proposto para o desenvolvimento de um DIC para estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental;

6. Desenvolvimento do DIC, com o tema Expressões Numéricas para estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental;
7. Análise, discussão e replanejamento do DIC.

O objetivo do DIC foi de investigar uma abordagem didática, integrando o conteúdo matemático com uma abordagem didática com o uso de TD, visando o desenvolvimento de competências indicadas para o professor que vai atuar neste nível de ensino.

As atividades foram desenvolvidas em um ambiente utilizando tecnologias, utilizando um Ambiente Virtual de Aprendizagem (AVA), denominado SIENA (Sistema Integrado de Ensino e Aprendizagem).

As análises realizadas foram fundamentadas no DIC desenvolvido e nas opiniões dos cinco estudantes de Licenciatura em Matemática participantes da investigação. Os estudantes de Licenciatura em Matemática realizaram as atividades individualmente e em duplas. Os estudantes foram identificados como A1, A2, ..., A5 e o pesquisador de P1.

O sistema SIENA foi desenvolvido pelos grupos de pesquisa: GECM (Grupo de Estudos Curriculares de Educação Matemática), da Universidade Luterana do Brasil (ULBRA) e o Grupo de Tecnologias Educativas, da Universidade de La Laguna em Tenerife, Espanha. O SIENA é um sistema inteligente que permite que os estudantes realizem estudos individualizados e de acordo com suas dificuldades. Segundo Groenwald e Ruiz (2006), este sistema permite ao professor uma análise do nível de conhecimentos prévios de cada aluno, possibilitando um planejamento do processo do ensino e aprendizagem de acordo com a realidade dos alunos, podendo proporcionar uma aprendizagem significativa. O processo informático permite gerar um mapa individualizado das dificuldades dos alunos, o qual estará ligado a sequências didáticas, que servirão para recuperar as dificuldades que cada aluno apresenta no conteúdo desenvolvido.

As ações necessárias para o desenvolvimento de um experimento no SIENA são: grafo com os conceitos a serem desenvolvidos; banco de questões para os testes adaptativos para cada conceito do grafo; sequências didáticas eletrônicas para cada conceito do grafo.

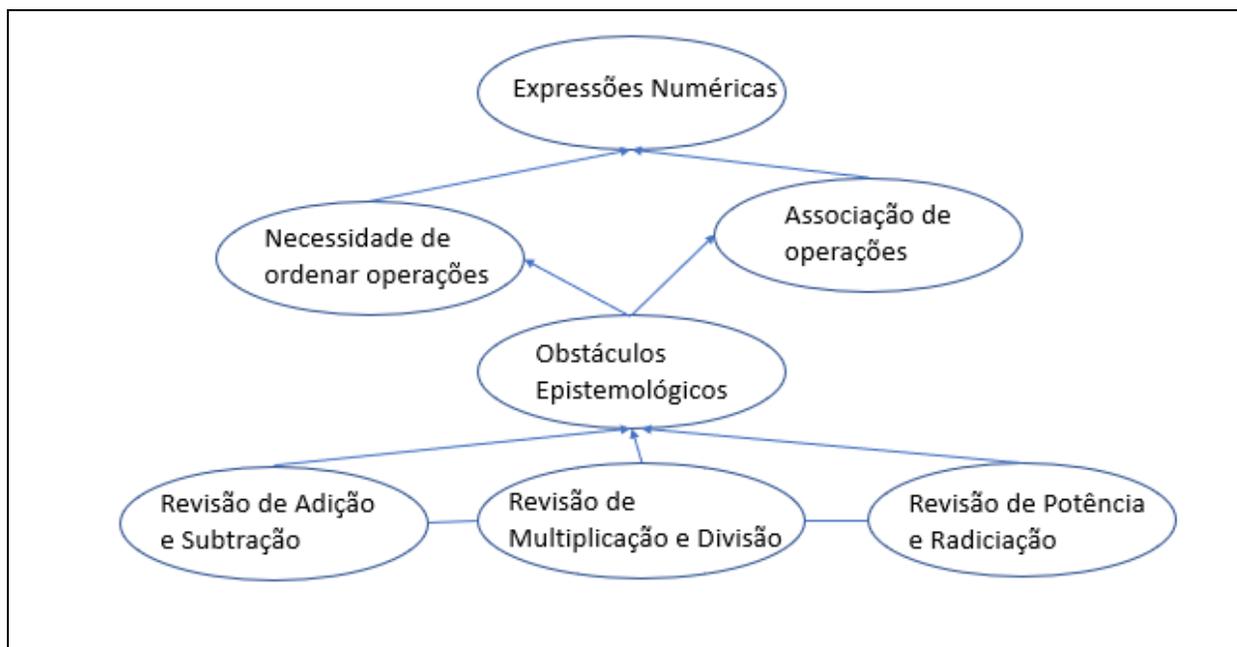
Experimento com alunos de Licenciatura em Matemática – DI com a temática Expressões Numéricas

O experimento, com os 5 estudantes matriculados no 3º semestre do curso de Licenciatura em Matemática, ocorreu em reuniões semanais de estudos e a reunião mensal com

o grupo de pesquisa, durante os meses de março a dezembro de 2019, para discussão e organização das atividades para a construção do DIC.

O grafo com os conceitos a serem desenvolvidos foram organizados pelo pesquisador P1 e com todos os estudantes participantes do projeto. Os conceitos escolhidos como fundamentais para a compreensão do tema de estudo foram: Revisão do conceito e algoritmo de adição e subtração; Revisão do conceito e algoritmo de multiplicação e divisão; Revisão do conceito de Potenciação e Radiciação; Obstáculos Epistemológicos com Expressões Numéricas; Problemas envolvendo a necessidade de ordenar das operações; Problemas envolvendo a associação das operações; Problemas envolvendo Expressões Numéricas (Figura 3). No grafo o sistema SIENA lê as instruções de baixo para cima e de acordo com o nível de dificuldades indicado. O grafo não ordena os conceitos segundo relações arbitrárias, os conceitos são colocados de acordo com a ordem lógica em que devem ser apresentadas ao aluno. Portanto, o grafo deve ser desenvolvido segundo relações do tipo “o conceito A deve ser ensinado antes do conceito B”, começando pelos conceitos prévios, seguindo para os conceitos fundamentais, até atingir os conceitos objetivos.

Figura 2 – Grafo do Design de Expressões Numéricas



Fonte: <http://siena.ulbra.br/expresoesnumericas>.

Os testes adaptativos informatizados são administrados pelo computador, que procura ajustar as questões do teste ao nível de habilidade de cada examinado. Segundo Costa (2009) um teste adaptativo informatizado procura encontrar um teste ótimo para cada estudante, para isso, a proficiência do indivíduo é estimada interativamente durante a administração dos testes e, assim, só são selecionados os itens que mensurem eficientemente a proficiência do examinado. O teste adaptativo tem por finalidade administrar questões de um banco de questões previamente calibradas, que correspondam ao nível de capacidade do examinado. Como cada questão apresentada a um indivíduo é adequada à sua habilidade, nenhuma questão do teste é irrelevante (Sands e Waters, 1997).

Para cada teste adaptativo foi construído um banco de questões com 45 questões, classificadas em níveis de dificuldade, sendo 15 questões consideradas de nível fácil, 15 questões de nível média e 15 questões de nível difícil, totalizando 315 questões. Apresenta-se a seguir exemplos do banco de questões investigadas, discutidas e avaliadas no estudo de caso desenvolvido (Quadro 2).

Quadro 2 – Exemplo de questões do banco de questões para os Testes Adaptativos com Expressões Numéricas⁶²

Conceito - Ordem das Operações		
Nível Fácil	Nível Médio	Nível Difícil
Assinale o valor de $6 + 10 : 10$? a) 1,6. b) 6. c) 7. d) 1. e) zero.	Resolva a expressão numérica a seguir e assinale a alternativa correta: $-\sqrt{3x3} + (-5)^2 + 8: 2$ a) 15 d) 26 b) 32 e) 18 c) 24	Utilizando as quatro operações (+, -, x, :), indique a ordem de operações para que o resultado seja 4: $4 _ 4 _ 4 _ 4 = 4$ a) $4 - 4 x 4 + 4 = 4$ b) $(4 - 4)x4 + 4 = 4$ c) $(4 - 4x4) + 4 = 4$ d) $4x4 - 4 + 4 = 4$ e) $4x4 - 4 - 4 = 4$
Conceito - Expressões Numéricas		
Nível Fácil	A soma de três números consecutivos pode ser representada pela expressão: a) $3x$ d) $3x + 3$ b) $x + 4$ e) $x + x + 1$ c) $x + 3$	
Nível Médio	Em uma mesa se encontram 5 balas mais dois pacotes com 15 balas em cada pacote. Quantas balas há no total em cima da mesa? a) $15 + 15 + 2 + 5 = 37 \text{ balas}$ d) $15 + 15 + 2 = 32 \text{ balas}$ b) $5 + 15 = 20 \text{ balas}$ e) $5 + 2x15 = 35 \text{ balas}$ c) $5 + 2x15 = 105 \text{ balas}$	

continua

⁶² As respostas em vermelho indicam a resposta correta.

Quadro 2 – Exemplo de questões do banco de questões para os Testes Adaptativos com Expressões Numéricas⁶³

continuação

Nível Difícil	<p>Os professores de uma escola precisavam fazer a contagem dos alunos vencedores dos jogos internos a fim de adquirir as medalhas para premiação. No sexto ano, são 60 alunos no total. Apenas a sexta parte deles recebeu medalhas no vôlei, e a metade recebeu medalhas no futebol. No sétimo ano, com 45 alunos, apenas as meninas, que representam um terço dos alunos da sala, foram premiadas no vôlei e todos os meninos foram premiados no futebol. Já no oitavo ano, foram 7 medalhas de ouro, 4 de prata e 3 de bronze. Por fim, o nono ano não participou da competição. Quantas medalhas foram compradas?</p> <p>a) $\frac{1}{6}x60 + \frac{1}{2}x60 + \frac{1}{3}x45 + 45 + 7 + 4 + 3 = 124$ medalhas</p> <p>b) $10+30+15+45+11=121$ medalhas</p> <p>c) $\frac{1}{6}x60 + \frac{1}{2}x60 + \frac{1}{3}x45 + 45 + 7 + 4 + 3 = 120$ medalhas</p> <p>d) $\frac{1}{6}x60 + \frac{1}{2}x60 + \frac{1}{3}x45 + 45 = 110$ medalhas</p> <p>e) $\frac{1}{60}x60 + \frac{1}{2}x60 + \frac{1}{3}x45 + 45 + 7 + 4 + 3 = 114$ medalhas</p>
---------------	--

Fonte: <http://siena.ulbra.br/expresoesnumericas>.

As questões foram construídas e avaliadas pelos estudantes e pelo grupo de pesquisa, quando o banco de questões estava completo iniciou-se a construção das atividades didáticas para desenvolvimento das sequências didáticas. Todos os conceitos do grafo estão ligados a uma sequência didática que possibilita ao aluno estudar os conceitos ou realizar a recuperação dos conceitos em que apresenta dificuldades.

As sequências didáticas são um conjunto de atividades organizadas, de maneira sistemática, planejadas para o processo de ensino e aprendizagem de um conteúdo, etapa por etapa. São organizadas de acordo com os objetivos que o professor quer alcançar para a aprendizagem de seus alunos, e envolvem atividades de aprendizagem e avaliação (Dolz e Schneuwly, 2004). Segundo Zabala (1998) as sequências didáticas são um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecidos tanto pelos professores como pelos alunos. Através da sequência didática é possível analisar as diferentes formas de intervenção e avaliar a pertinência de cada uma delas.

Nas sequências foram desenvolvidos materiais com os seguintes recursos didáticos: material de estudos em *PowerPoint* salvo em *Ispring*; atividades didáticas no *Jclíc*; atividades online com jogos com expressões. *Jclíc* é um *software* de autoria, na língua espanhola e catalã. Trata-se de uma ferramenta desenvolvida na plataforma Java5, para criação, realização e

⁶³ As respostas em vermelho indicam a resposta correta.

avaliação de atividades educativas multimídias. É uma aplicação de *software* livre, baseada em modelos abertos em diversos ambientes operacionais (*Linux, Mac OS-X, Windows e Solaris*).

A seguir apresenta-se exemplos dos materiais de estudos desenvolvidos (Figura 3).

Figura 3 - Material de Estudos com Expressões Numéricas

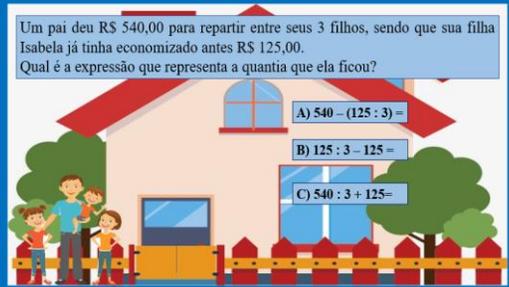
Problema com Expressões Numéricas envolvendo adição e multiplicação	
<p>Carlos tinha 37 figurinhas e comprou mais 5 pacotes com 7 figurinhas em cada um. Qual é a expressão que representa a quantidade total de figurinhas que Carlos ficou ?</p> <p>a) $37 + 5 + 7 =$ b) $37 + 5 \times 7 =$ c) $37 \times 5 \times 7 =$</p> 	<p>Carlos tinha 37 figurinhas e comprou mais 5 pacotes com 7 figurinhas em cada um. Qual é a expressão que representa a quantidade total de figurinhas que Carlos ficou ?</p> <p>b) $37 + 5 \times 7 =$</p> <p>Muito Bem!! Agora, vamos resolver a expressão!</p> 
<p>Para resolver a expressão devemos primeiro calcular quantas figurinhas tem nos pacotes, multiplicando a quantidade de pacotes pela quantidade de figurinhas que vem em cada pacote.</p> $37 + 5 \times 7 =$ $37 + 35 =$	<p>Logo iremos somar o resultado da multiplicação com as figurinhas que Carlos já tinha, então teremos a quantidade total de figurinhas de Carlos.</p>  $37 + 35 =$ 72 <p>R.: Carlos ficou com 72 figurinhas.</p>
Expressão Numérica envolvendo parênteses	
<p>Um pai deu R\$ 540,00 para repartir entre seus 3 filhos, sendo que sua filha Isabela já tinha economizado antes R\$ 125,00. Qual é a expressão que representa a quantia que ela ficou?</p> <p>A) $540 - (125 : 3) =$ B) $125 : 3 - 125 =$ C) $540 : 3 + 125 =$</p> 	<p>Um pai deu R\$ 540,00 para repartir entre seus 3 filhos, sendo que sua filha Isabela já tinha economizado antes R\$ 125,00. Qual é a expressão que representa a quantia que ela ficou?</p> <p>C) $540 : 3 + 125 =$</p> <p>Parabéns! Resposta correta!</p> 
<p>Primeiramente iremos dividir o valor de R\$540,00 que o pai deu para os três filhos. Para assim, obter quanto cada um ganhou.</p> $540 : 3 + 125 =$ $180 + 125 =$ 	<p>Após resolver a divisão, com o resultado devemos somar a quantidade que Isabela já tinha.</p> $180 + 125 =$ 305 <p>R: Isabela ficou com R\$305,00.</p> 

Figura 3 - Material de Estudos com Expressões Numéricas (continuação)

Problema com Expressão Numérica envolvendo adição e multiplicação

Luiza comprou 4 bombons, Flávia comprou o dobro de Luiza e Maria comprou uma dúzia de bombons. Qual é a expressão que representa a quantidade de bombons que as três compraram juntas?

$4 + 2 \times 4 + 12$ $4 + (2 \times 4) + 12$ $(4 + 2 \times 4) + 12$

Slide 2
Clique pressionando a tecla Ctrl para seguir o link

Luiza Flávia Maria

Resposta correta, vamos resolver!

$4 + (2 \times 4) + 12$

Para descobrir quantos bombons as três amigas compraram, precisamos primeiro obter a quantidade de bombons que Flávia comprou, se Flávia comprou o dobro de Luiza, logo devemos multiplicar a quantidade de bombons de Luiza por 2.

O número dois representa o dobro de bombons, por isso utilizamos a multiplicação para calcular a quantidade de bombons de Flávia.

$4 + 2 \times 4 + 12 =$
 $4 + 8 + 12 =$

Só então podemos somar o total de bombons. Veja:

$4 + 8 + 12 =$
24

Resposta: As três compraram juntas 24 bombons.

Fonte: <http://siena.ulbra.br/expresoesnumericas>.

Também foram desenvolvidas atividades com o software *Jclíc* (Figura 4).

Figura 4 – Atividades didáticas no software *Jclíc*

Atividade de relacionar lacunas	Atividade didática de preencher lacunas												
<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 10px;">$19 - 2 \times 9$</td> <td style="padding: 10px;">$12 - 4 \times 3$</td> <td style="padding: 10px;">3</td> <td style="padding: 10px;">0</td> </tr> <tr> <td style="padding: 10px;">$3 \times 7 + 13$</td> <td style="padding: 10px;">$5 + 10 + 5$</td> <td style="padding: 10px;">7</td> <td style="padding: 10px;">28</td> </tr> <tr> <td style="padding: 10px;">$2 \times 1 + 3 : 3$</td> <td style="padding: 10px;">$36 - 2 \times 4$</td> <td style="padding: 10px;">1</td> <td style="padding: 10px;">34</td> </tr> </table>	$19 - 2 \times 9$	$12 - 4 \times 3$	3	0	$3 \times 7 + 13$	$5 + 10 + 5$	7	28	$2 \times 1 + 3 : 3$	$36 - 2 \times 4$	1	34	 <p> $\{15 + [(7 - 100 : 10^2) + (16 : \sqrt{4} - 4)] + 10\} - 3$ $\{15 + [(7 - 100 : _) + (16 : \sqrt{4} - 4)] + 10\} - 3$ $\{15 + [(7 - 1) + (16 : \sqrt{4} - 4)] + 10\} - 3$ $\{15 + [(_) + (16 : \sqrt{4} - 4)] + 10\} - 3$ $\{15 + [6 + (16 : \sqrt{4} - 4)] + 10\} - 3$ $\{15 + [6 + (16 : _ - 4)] + 10\} - 3$ $\{15 + [6 + (8 - 4)] + 10\} -$ $\{15 + [6 + _] + 10\} - 3$ $\{15 + [6 + 4] + 10\} - 3$ $\{15 + _ + 10\} - 3$ 35 . 3 </p>
$19 - 2 \times 9$	$12 - 4 \times 3$	3	0										
$3 \times 7 + 13$	$5 + 10 + 5$	7	28										
$2 \times 1 + 3 : 3$	$36 - 2 \times 4$	1	34										

Fonte: <http://siena.ulbra.br/expresoesnumericas>

A plataforma SIENA está disponível no endereço <http://siena.ulbra.br>, sendo que o acesso aos trabalhos e banco de dados está restrito a usuários cadastrados no sistema. Esse cadastramento é realizado pelos administradores da plataforma, e fornece um *login* e uma senha pessoal ao usuário.

Análise dos dados

O processo de construção do DIC seguiu as etapas de Filatro (2008; 2004) e os estudantes realizaram um processo de reflexão-ação.

As estudantes A1 e A2 ficaram responsáveis pelo estudo do *software Jclíc* e para que repassassem estes para todos do grupo, bem como da construção do banco de questões dos três primeiros conceitos do grafo; As estudantes A3, A4 e A5 ficaram responsáveis pela investigação das atividades didáticas com Expressões Numéricas e apresentarem ao grupo para análise, discussão e reflexão da validade das mesmas e construção do banco de questões dos outros três banco de questões.

Observou-se que a troca de informações sobre as investigações realizadas e o processo de discutir, refletir e avaliar, pelos colegas, o processo desenvolvido permitiu um processo de reflexão-ação que foi positivo ao grupo no sentido de aceitar críticas, avaliar e replanejar o trabalho desenvolvido, possibilitando qualificar as atividades e reorganizar nos recursos digitais escolhidos.

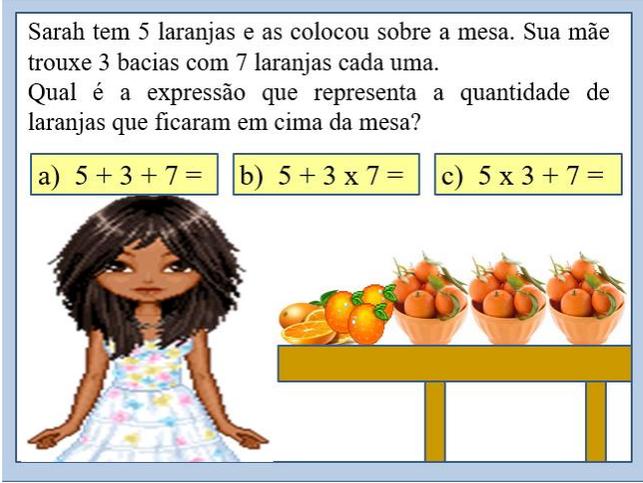
Após vários momentos de reflexão e discussão as estudantes decidiram que os conceitos considerados obstáculos epistemológicos seriam: operações com os elementos neutros na adição e na multiplicação; potenciação envolvendo o zero, o número um e o expoente zero; radiciação envolvendo números negativos. A pesquisadora P1 identificou que estes conceitos, também, se constituíam obstáculos para as alunas participantes do experimento.

As alunas A2, A4 e A5 não apresentavam compreensão do uso dos parênteses em uma expressão numérica. Exemplo do uso indevido de parênteses: $(3 \times 4) + (4 : 4)$. A alegação das estudantes é que estavam habituadas a utilizar parênteses em todas situações, evitando o erro.

A estudante A5 afirmou que as expressões $(7 - 7) \times 7 + 7$ e $7 - 7 \times 7 + 7$ apresentavam o mesmo resultado. O que levou a muitas discussões entre as estudantes e a pesquisadora para que reconhecessem o erro e encontrassem caminhos didáticos para que, futuramente, como professores realizassem planejamentos que identificassem tais dificuldades em seus alunos e pudessem saná-las com atividades adequadas.

As alunas apresentaram dificuldades na elaboração do material de estudos quando deveriam desenvolver explicações que identificavam a ordem das operações sem apresentarem as regras e sim, por meio de problemas onde ficasse evidente ao estudante realizar as operações na ordem correta. Um grande desafio foi o replanejar e refazer as atividades, pois os recursos tecnológicos escolhidos exigiram esforço, investigação e readaptação das atividades em uma trajetória complexa e desafiadora. Até nas atividades simples como o exemplo da figura 5, foram muito discutidas para que as estudantes compreendessem o caminho didático a ser escolhido.

Figura 5 – Exemplo de dificuldades das estudantes no caminho metodológico a ser escolhido

Problema com multiplicação e adição	
<p>Sarah tem 5 laranjas e as colocou sobre a mesa. Sua mãe trouxe 3 bacias com 7 laranjas cada uma. Qual é a expressão que representa a quantidade de laranjas que ficaram em cima da mesa?</p> <p>a) $5 + 3 + 7 =$ b) $5 + 3 \times 7 =$ c) $5 \times 3 + 7 =$</p> 	
<p>$5 + 3 \times 7 = 26$ laranjas</p> <p>As estudantes tiveram dificuldades em encontrar argumentação para que os estudantes percebessem que primeiro deveriam realizar a multiplicação e depois adicionar o resultado com as cinco laranjas.</p>	<p>Depois de discussões e reflexões perceberam que que deveriam adicionar a quantidade de laranjas em cima da mesa e que o número 3 não representava laranjas. Logo, primeiro era necessário multiplicar a quantidade de bacias pelo número de laranjas para que fosse possível identificar a quantidade de laranjas nas bacias para adicionar as 5 laranjas, encontrando o resultado 26 laranjas.</p>

Fonte: Observações realizadas P1 durante o estudo de caso.

Todas as estudantes afirmaram que se sentiam mais confiantes depois do experimento que participaram desenvolvendo o DIC e que, com certeza, estavam mais preparadas para planejamentos didáticos com o uso de TD.

Cada fase do DIC, cada recurso tecnológico disponibilizado, cada situação didática relatada comporta numerosos desafios a serem desvendados e oportunidades renovadas de articulação entre teoria e prática pedagógica.

Considerações finais

O trabalho desenvolvido consistiu na possibilidade de compreender como um planejamento pode integrar os conceitos educacionais aqui apresentados, associando-as às questões de uso das TD no contexto educacional e como o desenvolvimento de um DIC possibilita em estudantes de Licenciatura em Matemática o desenvolvimento de competências profissionais esperadas para um professor de Matemática.

Entende-se que foi possível o desenvolvimento de competências, não completamente, mas um processo de desenvolvimento, que deve ser contínuo e ao longo da formação inicial e que deve seguir durante a vida profissional destes estudantes. É possível salientar que as principais competências trabalhadas ao longo do processo foram: trabalho em grupo baseado na discussão, reflexão e ação para o desenvolvimento do DIC; Avaliação e utilização das TD como materiais de estudo no *PowerPoint* e salvo em *Ispring, software Jclic*, atividades online; compreensão da importância da necessidade de conhecer em profundidade os conceitos matemáticos para um planejamento adequado a temática e ao nível dos estudantes a que se destina; valorização das metodologias de ensino para a construção dos conceitos matemáticos e do uso de recursos digitais; escolha de tarefas que sejam adequadas aos conceitos e idade dos estudantes a que se destinava o DIC; reflexão sobre a importância de avaliação constante durante todo o processo e de reorganização de rotas sempre que necessário.

Outro ponto importante que foi perceptível durante o processo foi a conscientização de que um planejamento não é único e que exige mudanças de rumos. Muitas vezes foi necessário alterar as atividades escolhidas, os recursos escolhidos e a forma de organizá-los em uma sequência didática, sendo necessária avaliação interna constante. Um exemplo, que se pode citar, foi a organização dos problemas de expressões em vídeo e depois se entendeu importante a gravação de voz, com explicações sobre as possibilidades de resolução, o que levou a necessidade de realizar novamente os vídeos.

Importante salientar que o professor de Matemática pode agir para que a escola se transforme em um espaço rico de aprendizagem significativa, presencial e digital, que levem os alunos à proatividade, a aprender a aprender, tomar iniciativa e interagir segundo os princípios citados por Morán, Maseto e Beherens (2013).

Agradecimentos

Ao CNPq e a FAPERGS pelas bolsas de Iniciação Científica que possibilitaram esta investigação no Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECIM) na Universidade Luterana do Brasil (ULBRA).

Referências

- ALMEIDA, M. E. B. de (2000). Informática e formação de professores. In: *Cadernos Informática para a mudança em educação*. Brasília, Ministério da Educação/SEED.
- ALMEIDA, M.E.B.; VALENTE, J.A. (2011). *Tecnologias e currículo: trajetórias convergentes ou divergentes?* São Paulo: Paulus.
- BITTAR, M. A. (2010). Escolha de um software educacional e a proposta pedagógica do professor: estudo de alguns exemplos da matemática. In: W. Beline; N.M. Lobo Da Costa. *Educação Matemática, tecnologia e formação de professores: algumas reflexões* (p. 215-242). Campo Mourão: Editora FECILCAM.
- BRASIL, (2018). Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular – Versão final*. Brasília: MEC. Recuperado de:
- BRASIL. MEC. (2001). *Diretrizes Curriculares para Cursos de Matemática*. MEC. Acesso em abril de 2019: <http://portal.mec.gov.br/cne/arquivos/pdf/CES13022.pdf>.
- BRASIL. MEC. (2019). *Resolução CNE/CP Nº 2, de 20 de Dez de 2019*. Acesso em: 10 de fevereiro de 2020.
- CACCURI, V. (2016). *Tecnologia Digital para docentes: Computación y TICs em el aula*. Buenos Aires: Dalaga.
- COSTA, Denise Reis. (2009). Métodos estatísticos em testes adaptativos informatizados. 2009. 107 f. Dissertação (Mestrado em Estatística) – Instituto de Matemática, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro.
- DOLZ, J.; SCHNEUWLY, B. (2004). *Gêneros orais e escritos na escola*. Campinas/SP: Mercado das Letras.
- FILATRO, A. (2008). *Design Instrucional na prática*. São Paulo: Pearson.
- FILATRO, A. e STELA, C. B. P. (2004). Design Instrucional Contextualizado. *Revista da Faculdade de Educação da USP*. Abril/2004. Acesso em fevereiro de 2020. http://www.miniweb.com.br/atualidade/Tecnologia/Artigos/design_instrucional.pdf.
- GROENWALD, C. L. O.; KAIBER, C. T. (2002). Educação matemática na formação dos professores. *Educação Matemática em Revista - RS*, Rio Grande, n. 4, p. 64-6.
- GROENWALD, C. L. O.; RUIZ, L. M. (2006). Formação de Professores de Matemática: uma proposta de ensino com novas tecnologias. *Acta Scientiae*, Canoas, v.8, n.2, jul./dez. http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf
- KENSKI, V. M. (2012). *Tecnologias e Ensino Presencial e a Distância*. São Paulo: Papirus.

- MORÁN, J; MASETTO, M. T.; BEHRENS, M. (2003). *Novas Tecnologias e Mediação Pedagógica*. Campinas: Papirus, 21ª ed.
- NCTM. (2014). *Principles to actions: ensuring mathematical success for all*. Reston: National Council of Teachers of Mathematics.
- OCHOA, J. A. V. (2011). La comprensión de la tasa de variación para una aproximación al concepto de derivada. Uma análise desde la teoría de Pirie y Kieren. 228 f. Tese (Doutorado em Educação) – Departamento de Educação Avançada, Medellín, Antioquia, 2011. Disponível em: <http://www.rc.unesp.br/gpimem/downloads/teses/lacompresiontasadevariacion.pdf>. Acesso em: 15 out. 2014.
- SAMPIERI, R. H.; COLLADO, C. F.; LUCIO, M. del P. B. (2013). *Metodologia de pesquisa*. 5ª edição, Porto Alegre: Penso.
- SANDS, W. A.; WATERS, B. K. (1997). Introduction to ASVAB and CAT. In: SANDS, William A.; WATERS, Brian K.; MCBRIDE, James R. (Eds.). *Computerized adaptive testing: from inquiry to operation*. Washington: American Psychological Association.
- YIN, R. K. (2009). *Case study research, Design and methods*. Thousand Oaks, California: Sage Publications, Inc.
- ZABALA, A. (1998). *A prática educativa: como ensinar*. Porto Alegre: Artmed.

Alcances de la Enseñanza de la Estadística a través de la Investigación en la Educación Media en Venezuela

Nelly León Gómez

nellyleong@hotmail.com

<https://orcid.org/0000-0001-8500-1253>

*Universidad Pedagógica Experimental Libertador
Instituto Pedagógico de Maturín "Antonio Lira Alcalá"
Maturín, Venezuela*

Recibido: 07/05/2020 Aceptado: 07/05/2020

Resumen

El tema central de este artículo tiene que ver con la pertinencia de una enseñanza de la Estadística a través de la investigación con miras a la formación de un ciudadano crítico. Primeramente se hace una revisión de los elementos conceptuales que permiten posicionar a la Estadística como la ciencia de los datos y la incertidumbre, por lo que hacer estadística implica crear significados a través de datos en contexto, poniendo en juego el pensamiento y el razonamiento estadísticos. Luego se pasa a cuestionar la forma como se enseña Estadística en Venezuela en Educación Media, apegada a la tradición calculista y procedimental. A través de un caso particular se busca poner en evidencia las limitaciones y las oportunidades de los docentes para una enseñanza/aprendizaje de la disciplina con la aplicación de la investigación estadística a través de proyectos de aprendizaje. Para cerrar se destaca la necesidad de introducir cambios en la formación del docente de Matemática que conlleven a adoptar un modelo que contemple por una parte el conocimiento conceptual y pedagógico para la enseñanza y por otra el desarrollo del pensamiento estadístico de los propios docentes, sin olvidar el componente afectivo de la Educación

Palabras clave: Investigación Estadística. Alfabetización, Razonamiento y Pensamiento Estadístico. Enseñanza por Proyectos. Formación Docente.

Escopo do Ensino de Estatística através de Pesquisas no Ensino Médio na Venezuela

Resumo

O tema central deste artigo tem a ver com a relevância de um ensino de estatística por meio de pesquisas. Primeiramente, é feita uma revisão dos elementos conceituais que permitem que a Estatística seja posicionada como a ciência dos dados e da incerteza, de modo que a estatística implica a criação de significados através dos dados no contexto, colocando o pensamento e o raciocínio estatísticos em jogo. Em seguida, questionamos o modo como as estatísticas são ensinadas na Venezuela no ensino médio, ligadas ao cálculo e à tradição processual. Através de um caso particular, o objetivo é destacar as limitações e oportunidades dos professores para o ensino / aprendizagem da disciplina com a aplicação da pesquisa estatística por meio de projetos de aprendizagem. Para encerrar, destaca-se a necessidade de introduzir mudanças na formação dos professores de Matemática que levem à adoção de um modelo que contemple, por um lado, o conhecimento conceitual e pedagógico do ensino e, por outro, o desenvolvimento do pensamento estatístico dos próprios professores.

Palavras chave: Pesquisa Estatística. Alfabetização, Raciocínio e Pensamento Estatísticos. Ensino por Projeto. Formação de Professores.

Scope of Teaching Statistics through Inquiry in Middle School of Venezuela

Abstract

This article deal with the relevance of teaching Statistics through investigation. Firstly, we make a review of the conceptual framework that allows us to define Statistics as the science of data and uncertainty, so making statistics implies the creation of meanings through data in context, highlighted by the statistical thinking and reasoning. Then, we go on to question the way Statistics is taught in Venezuela in middle school, as being a part of the mathematics curriculum. Through a particular case, we highlight the limitations and opportunities of teachers for teaching the statistical matter through inquiry in the context of learning projects. Finally, we propose changes in the preparation of Mathematics teachers that lead to adopting a model that comprises on the one hand the conceptual and pedagogical knowledge for teaching Statistics, and on the other the development of their own statistical thinking.

Keywords: Statistical Investigation. Statistical Literacy, Reasoning, and Thinking. Learning Projects. Teachers Training.

Para comenzar, una digresión: conviviendo con la incertidumbre

Escribo este artículo en plena crisis del Coronavirus, guardando la cuarentena social comunitaria decretada por el gobierno venezolano como medida para controlar la propagación de este poderoso virus en el país. Confieso que no ha sido fácil concentrarme en esta tarea a pesar del tiempo disponible. Hay muchos elementos emocionales unidos a la sensación de incertidumbre que me llevan a ocupar estos momentos de reclusión en pensamientos y reflexiones sobre lo inédito de la situación actual y los cambios y transformaciones que se suscitarán a nivel planetario en los ámbitos social, político, económico y medioambiental.

Siempre he estado consciente de que constantemente transitamos por circunstancias inciertas, pero con esta pandemia la incertidumbre nos ha dado una bofetada que ha puesto a tambalear cualquier resquicio de certeza que pudiera quedar en relación a nuestra forma de vivir y convivir en este mundo globalizado (¡Cómo se ha aprovechado el Covid-19 de esta globalización!) y nos abre la puerta a una aventura (quizás terrorífica), hasta ahora desconocida para nosotros en los tiempos que nos ha tocado vivir.

Sigo a Edgar Morin en las redes sociales, y durante este período de reclusión impuesto, o autoimpuesto, he compartido algunos de sus pensamientos y reflexiones. En un tweet publicado el 20-03-2020, Morin escribió sobre las grandes lecciones de esta crisis: “No poder escapar de la incertidumbre; todavía estamos en la incertidumbre de la cura del virus; en la

incertidumbre de los desarrollos y las consecuencias de la crisis. Permaneceremos en la incertidumbre de la condición humana”. (@edgarmorinparis)

La crisis actual ha superado cualquier expectativa, llevando nuestra incertidumbre a una máxima expresión. También dice Morin (@edgarmorinparis, 20-03-2020) “El universo rompe sobre nosotros cruzando los muros de nuestro confinamiento”, y en este confinamiento permanecemos atados a la televisión y a las redes sociales como posibilidades para cruzar esos muros y conocer lo que ocurre más allá de las cuatro paredes que nos albergan. Pero, ¿qué ocurre realmente allá afuera? Son tan diversas y a veces tan contradictorias las noticias que circulan que contribuyen más a desinformar que a informar; el manejo de las cifras asociadas a la enfermedad producida por el Covid-19 genera un ambiente de zozobra en la población, ya de por sí emocionalmente afectada, y potencia la incertidumbre reinante sobre nuestro porvenir individual y colectivo. Surgen tantas interrogantes y tal diversidad de respuestas a cada una de ellas, “respaldadas en datos”, que quizás el ciudadano común no pueda procesarlas convenientemente.

Siempre se ha dicho que la información es poder, pues permite la toma de decisiones y la actuación acertada en condiciones de incertidumbre, pero cuando no se tiene confianza en los datos que se reportan sobre un acontecimiento, entonces se produce un efecto contrario que puede conducir a decisiones inapropiadas e inoportunas si no se está preparado para el manejo y comprensión de dicha información. Es indispensable, entonces, que todo ciudadano tenga una cultura estadística que le brinde las herramientas para pensar por sí mismo, hacer preguntas inteligentes y confrontar a la autoridad con confianza (Steen, 2001; citado por Franklin, Kader, Mewborn, Moreno, Peck, Perry y Scheaffer (2005). En las circunstancias actuales se requeriría una postura crítica sobre los datos, su procedencia, el análisis que de ellos se ha hecho y los resultados que se publican.

Por ejemplo, en Venezuela, golpeada desde hace ya bastante tiempo por una grave crisis social, política y económica, toda persona con una mínima cultura estadística debe mostrar cierto escepticismo ante las cifras oficiales sobre la pandemia en nuestro país: ¿Podemos aceptar sin reservas la información del ejecutivo nacional en cuanto al número de personas contagiadas, recuperadas y fallecidas, la cantidad de pruebas realizadas para detectar casos positivos y las condiciones de nuestro sistema de salud para la atención de los pacientes con el nuevo virus (número de camas hospitalarias disponibles, respiradores, tratamiento, personal de salud, etc.)?

¿Cómo se comparan estos datos con las experiencias de otros países que están sufriendo seriamente los embates de esta crisis?

Las respuestas a estas inquietudes no deben darse desde posturas políticas sino a partir de una revisión crítica de los datos, con las herramientas de pensamiento y razonamiento que nos provee la Estadística como ciencia de aprender de los datos y de medir, controlar y comunicar la incertidumbre, como la concibe la American Statistical Association (ASA), de allí la importancia de la Estadística en la formación crítica de los ciudadanos.

Entrando en materia: la Estadística en la formación de ciudadanos críticos

En Noviembre de 2019, la UNESCO aprobó decretar el 14 de marzo (3/14) como el Día Internacional de las Matemáticas / International Day of Mathematics (IDM) con el fin de destacar el importante papel que éstas desempeñan en la comprensión de los principales desafíos sociales y ambientales del mundo en la actualidad (UNESCO). El tema central para la conmemoración de esta fecha en 2020 ha sido “Mathematics are everywhere” o “las matemáticas están en todas partes”, como una forma de visualizar la presencia de las matemáticas en la cotidianidad.

En la sociedad actual, lo mismo podemos decir de la estadística, “la Estadística está en todas partes” pues ésta arropa cada una de las facetas de la vida humana. Transitamos por la era de la información y la comunicación, y ambas se sustentan en los datos que se generan en los más variados contextos y situaciones, sean estos políticos, sociales, económicos, laborales, científicos.

La Estadística es reconocida como la ciencia de los datos (Moore, Mc Cabe y Craig, 2009), como un método fundamental de investigación y como una forma específica de pensar (Moore y Cobb, 1997). El propósito de la Estadística en la práctica es ganar comprensión de situaciones contextuales a partir de datos generados de tales situaciones (Moore, et al, 2009; Ben-Zvi y Makar, 2016), lo que conllevaría a decisiones razonadas en entornos de incertidumbre.

Para que el conocimiento de información relevante se convierta en un arma a favor del que la posee, se debe contar con conocimientos y herramientas cognitivas que permitan extraer sentido de los datos, separando lo relevante de lo superfluo, cuestionar su procedencia, comprender las formas en que son representados y procesados y las interpretaciones de los significados que se les asignan y de las conclusiones y explicaciones de las cuestiones de interés.

La estadística abre las posibilidades de desarrollar formas de razonar partiendo de datos empíricos inciertos y formas de pensar en términos de la variabilidad de los fenómenos y de patrones que en ellos emergen, lo que le facilitará moverse en condiciones de incertidumbre, por lo que debería formar parte del bagaje cultural de todo ciudadano educado.

Son muchos los investigadores que destacan la importancia que tiene para toda persona contar con una cultura estadística derivada de los conocimientos y las formas de pensar y razonar que le permitan comprender el mundo en que vive (Batanero, 2004), y ejercer a plenitud su ciudadanía (Franklin et al, 2005; Gal, 2002).

Ya para finales del siglo XIX, Wells, citado por Watson (1997, p. 107) predecía que "El pensamiento estadístico algún día será tan necesario para una ciudadanía eficiente como la capacidad de leer y escribir ", En 1993, Katherine Wallman introduce el término alfabetización estadística para referirse a

La habilidad para comprender y para evaluar de forma crítica los resultados estadísticos que permean nuestra vida diaria, junto con la habilidad para apreciar la contribución que el pensamiento estadístico puede aportar tanto a nivel público como privado en la toma de decisiones profesionales y personales. (Wallman, 1993, p. 1)

Por su parte, Watson (1997) resalta como componentes del pensamiento estadístico: el conocimiento de los conceptos estadísticos, la comprensión de las formas de razonar estadísticamente y una actitud crítica para cuestionar argumentos, resultados y conclusiones basados en evidencia estadística no suficiente.

La Educación Estadística en la actualidad está llamada, precisamente, a equipar a los estudiantes de marcos conceptuales, a promover formas de pensar y razonar propios de la Estadística y a desarrollar habilidades de la práctica estadística para navegar exitosamente en las turbulentas aguas de la sociedad en que vivimos (Wild, Utts y Horton, 2018; Estrella, 2017).

El reto de los educadores es grande pues implica cambiar de un esquema de enseñanza centrado en cálculos y aplicación de fórmulas a otro basado en datos. Esto amerita no solo cambios curriculares, sino también en la formación de los docentes y en las actitudes y concepciones tanto de profesores como de los estudiantes hacia la disciplina y su enseñanza y aprendizaje. Es notorio que la estadística es vista por los estudiantes como algo difícil de aprender y sin notables aplicaciones en su actuar diario, y por los docentes como una materia

difícil de enseñar y no imprescindible en la formación de los niños y jóvenes (Ben-Zevi y Garfield, 2004).

Posiblemente, mucho de este rechazo se debe al hecho de que los contenidos de esta área generalmente están incluidos en el currículo de Matemática y en consecuencia son enseñados por profesores de Matemática que siguen la tradicional metodología de esta disciplina, poniendo énfasis en cálculos y fórmulas que los estudiantes usualmente no dominan y en la búsqueda de respuestas correctas a los ejercicios descontextualizados que plantea el docente (Ben-Zevi y Garfield, 2004; Sánchez y Hoyos, 2013). Sin embargo, muchos educadores estadísticos coinciden en señalar que la Estadística no es una rama de la Matemática aun cuando sea una disciplina matemática que se nutre de ella, pero que se diferencia en cuestiones esenciales como el rol del contexto, formas de razonamiento, los datos, su rol y su generación y la precisión, entre otras (Batanero, 2000; Burril y Biehler, 2011; DelMas, 2004; Franklin et al, 2005; Gattuso y Ottaviani, 2008 y Scheaffer, 2006).

El enfoque calculista de ninguna manera permite captar la Estadística en su verdadera dimensión como la ciencia de los datos y de la incertidumbre; por el contrario, hace llegar a los estudiantes una Estadística carente de sentido. En los tiempos actuales la enseñanza de la estadística se deberá realizar en entornos de aprendizaje activo que involucren a los estudiantes en estudios estadísticos, en comprender cómo conducirlos y cómo interpretar sus resultados (Azcárate y Cardeñoso, 2011; Utts, 2003) En tal sentido, se debe apuntar a la enseñanza y comprensión de las ideas estadísticas fundamentales: datos, variación, distribución, representación, asociación y modelaje de relación entre variables y la probabilidad para el estudio de modelos en el proceso de generación de datos. (Burril y Biehler ,2011; Da Ponte y Noll, 2018; Shaughnessy, 2019)

El conocimiento estadístico es un conocimiento contexto-dependiente, lo que quiere decir que su interpretación depende del contexto de aplicación (Azcárate y Cardeñoso, 2011). En la actualidad, las recomendaciones en torno a la enseñanza de la Estadística, insisten en la conveniencia de alejar esta disciplina de una enseñanza matematizada para pasar a privilegiar la interpretación y comprensión que conllevan al desarrollo del razonamiento y el pensamiento estadísticos (Garfield y Ben Zevi, 2008) y esto se puede lograr apelando a la contextualización, la participación activa de los estudiantes y el trabajo cooperativo, todo esto con el auxilio de la tecnología.

Una trilogía fundamental de la Educación Estadística: Alfabetización, razonamiento y pensamiento estadísticos.

La literatura sobre estas tres manifestaciones de una cultura estadística es tan prolífera como ambigua. Su revisión nos lleva a percatarnos de que no existe claridad respecto a la definición de cada uno de estos términos y de sus alcances, los cuales aparecen muchas veces sobrelapados al asignar las mismas capacidades al razonamiento y al pensamiento estadístico o asociar la alfabetización estadística con la alfabetización numérica (Ben Zevi y Garfield, 2004); más aún, algunos los usan indistintamente en un intento de diferenciar la comprensión de los conceptos estadísticos de la manipulación numérica que usualmente caracteriza la enseñanza de la disciplina (Chance, 2002).

Para autores como Garfield (2002), del Mass (2002) y Chance (2002), la *alfabetización estadística* se traduce en la capacidad de leer, interpretar y evaluar información de los periódicos y de la vida diaria con el uso del lenguaje estadístico básico y las representaciones en tablas y gráficos. También incluye la comprensión de símbolos, vocabulario, conceptos estadísticos y la probabilidad como una medida de incertidumbre (Ben-Zevi y Garfield, 2004)

El *razonamiento estadístico* lo vamos a entender como el tipo de razonamiento asociado a los diversos conceptos estadísticos y a ser capaz de conectar diferentes ideas y conceptos estadísticos y comprender y explicar los procesos estadísticos como por ejemplo el de la producción de los datos (Garfield y Ben-Zevi, 2008). Implica ser capaz de explicar porqué un resultado específico es esperado o ha ocurrido; porqué es apropiado seleccionar un modelo particular y si este se ajusta razonablemente al contexto en estudio (delMas, 2004).

El *pensamiento estadístico* viene a ser el tipo de pensamiento que se pone en juego ante un problema estadístico y abarca: considerar la naturaleza de los datos, su procedencia y su fiabilidad; seleccionar las técnicas y modelos de análisis estadístico más apropiados a los datos; interpretar los resultados de dichos análisis en el contexto del problema; y comunicar los resultados de dicho análisis con el uso del lenguaje estadístico. Implica la comprensión de cómo y porqué se realiza la investigación estadística, la consideración de la omnipresencia de la variación en todos los fenómenos, cómo y cuándo usar los métodos estadísticos, entre otras habilidades que capacitan para evaluar críticamente resultados de estudios estadísticos (Garfield y Ben-Zevi, 2008).

Chris Wild y Maxime Pfannkuch (Wild y Pfannkuch , 1999; Pfannkuch y Wild, 2004) presentan un marco para el pensamiento estadístico consistente en cuatro dimensiones:

Dimensión 1: *Ciclo investigativo* (PPDAC), que comprende Problema (P): planteamiento del problema y pregunta de investigación; Plan (P): planificación del diseño, recolección de datos y análisis; Datos (D): recolección, manejo y limpieza de los datos; Análisis (A): exploración de datos, análisis de los datos, enunciado y contraste de hipótesis; Conclusión (C): Interpretación, conclusión, nuevas ideas, comunicación.

Dimensión 2: *Tipos fundamentales de pensamiento estadístico*: 1) Reconocimiento de la necesidad de los datos; 2) Transnumeración, o comprensión que surge de cambiar la representación de los datos; 3) Percepción de la variación, que implica la búsqueda de patrones en la variación y su comprensión en el marco del contexto donde se origina; 4) Razonamiento con modelos, en tanto que estos permiten explorar y detectar patrones en los datos y resumir datos en muy variadas formas; y 5) Integración de la Estadística y el contexto, como una componente esencial del pensamiento estadístico.

Dimensión 3: *Ciclo interrogativo*, que comprende: Generar, buscar, interpretar, criticar y juzgar

Dimensión 4: *Disposiciones*, asociadas a las formas como los estudiantes abordan un problema estadístico: Escepticismo, imaginación, curiosidad y conciencia, apertura, propensión a buscar un significado más profundo, ser lógico, compromiso y perseverancia.

En los tiempos actuales, la educación estadística debe estar orientada hacia la formación de un ciudadano estadísticamente alfabetizado y con niveles de razonamiento y pensamiento estadísticos que lo capaciten para convivir exitosamente en ambientes de incertidumbre.

Proyectos e investigación estadística: o cómo desarrollar el pensamiento estadístico

Como ya hemos puntualizado, el conocimiento estadístico cobra su sentido pleno mediante su aplicación a situaciones contextualizadas, cotidianas y en su relación con otras disciplinas. Según lo establecido en el proyecto GAISE (Franklin et al, 2005), en la actualidad prevalece la tendencia internacional de ubicar ese conocimiento conceptual en un contexto académico basado en datos, mediante un aprendizaje activo y con el uso de la tecnología, a través de la de resolución de problemas en los cuales los estudiantes se involucren en cada una

de las etapas de una investigación estadística (PPDAC): formulación de preguntas de investigación; diseño del estudio; recolección, organización y representación de datos; selección y aplicación de las técnicas estadística apropiadas; análisis de los resultados y comunicación de conclusiones y predicciones basadas en los datos. (Insunza, 2014)

La Estadística provee herramientas para la resolución de problemas reales, el tratamiento de la información, la toma de decisiones, el desarrollo de la capacidad de comunicación y el trabajo en equipos, todas éstas, habilidades que se fomentan mediante el desarrollo de proyectos o investigaciones estadísticas (Batanero y Godino, 2005).

La enseñanza por proyectos comulga con el principio de promover entornos de aprendizaje activo y colaborativo, en los cuales los estudiantes se involucran en actividades de búsqueda, reflexión, cuestionamiento y discusión (NCTM, 2000; Azcárate y Cardeñoso, 2011; Ponte, 2011).

Con los proyectos, la Estadística cobra sentido más allá del aula, mediante su aplicación a situaciones de interés del conglomerado estudiantil. De esta manera, se aleja a los estudiantes de la creencia de que la Estadística se reduce a números carentes de sentido sobre los cuales se aplican cálculos rutinarios y tediosos (Díaz y Sánchez, 2011; Díaz, Aguayo y Cortez, 2014), para acercarlos a una nueva visión como “una forma de razonar (el razonamiento que en situaciones de incertidumbre permite realizar inferencias y guiar la toma decisiones a partir de los datos)” (Batanero, 2002, p. 1).

Holmes (1997, citado por Batanero, Díaz, 2011), entre los aportes de esta estrategia de enseñanza y aprendizaje, destaca las posibilidades de contextualización, de despertar el interés de los estudiantes y de promover el razonamiento estadístico al trabajar con datos que surgen de un problema real, no impuesto por el profesor, que el estudiante quiere resolver y que a su vez permite introducir ideas estadísticas como precisión, variabilidad, fiabilidad, posibilidad de medición, sesgo, entre otras, que no surgen cuando se usan datos inventados por el profesor sobre los cuales se realizan cálculos matemáticos.

La enseñanza de la estadística mediante proyectos propicia el desarrollo del pensamiento estadístico a través del proceso de investigación estadística (Batanero y Díaz, 2011; MacGillivray y Pereira-Mendoza, 2011). Precisamente el trabajo con proyectos estadísticos comienza con el planteamiento de una situación-problema, siendo preferible que esta emerja de los mismos estudiantes de acuerdo a sus intereses comunes; esto llevará al planteamiento de la pregunta o

preguntas iniciales de investigación. Huelga decir que ésta es una de las etapas más difíciles del proceso, sobre todo tomando en cuenta que los estudiantes están más acostumbrados a seguir instrucciones que a reflexionar sobre los alcances de las tareas que tienen que asumir. El tipo de preguntas orientará las etapas siguientes del proceso: recogida de información; organización, análisis e interpretación de los datos recopilados (según el contexto del proyecto y evitando el trabajo manual innecesario); responder las preguntas iniciales y comunicar resultados y conclusiones.

Esto requiere concordancia entre la concepción y la ejecución de acuerdo a las particularidades de la situación que se aborda, moverse bidireccionalmente entre la teoría y la práctica, y manejar la complejidad y la incertidumbre (Ponte, 2011). El papel del docente es el de guía y orientador; aprovechará cada ocasión para, después de la discusión en el contexto del proyecto, institucionalizar el conocimiento estadístico que se vaya requiriendo y a su vez promover el desarrollo del razonamiento y el pensamiento estadístico.

¿Posibilidad o utopía?: Enseñanza de la Estadística a través de proyectos en Venezuela

A partir de la reforma del nivel de Educación Media en Venezuela, que llevó a la implantación de un nuevo diseño curricular, desde el año 2014 se ha buscado cambiar la visión negativa que prevalecía sobre la enseñanza de la Matemática al tratar de mostrar su utilidad en la comprensión de los fenómenos naturales y sociales (MPPE, 2015). En el currículum de este nivel, por una parte, se concibe la Matemática como “una disciplina humana y, culturalmente hablando, útil en todos los sentidos, indispensable y necesaria para la vida particular de las personas, para la colectividad y para la sociedad” (MPPE, 2015, p. 213). Es decir, se busca visualizar que “las matemáticas están en todas partes”, y por otro, siguiendo a Skovsmose (1999) se plantea una Educación Matemática que permita a los ciudadanos ser parte de una sociedad democrática, actuando en ella de una manera crítica y comprometida con las transformaciones necesarias para garantizar el bienestar colectivo conjuntamente con la preservación del ambiente.

En este escenario se comulga tanto con la filosofía de la Educación Matemática Crítica como con los principios de la Educación Matemática Realista: es decir, se aboga por un realismo crítico en la Educación Matemática que “establezca una estrecha relación entre los fenómenos sociales o naturales y la enseñanza de las matemáticas vista desde diferentes perspectivas,

tomando en cuenta la conectividad interna de las matemáticas y la incorporación del mundo extramatemático” (Mora, 2005, citado en MPPE, 2015, p. 244).

El contenido curricular se engloba en cuatro organizadores: *forma y dimensión, cambio, cantidad e incertidumbre*. Este último organizador, *incertidumbre*, se considera indispensable para la formación de un ciudadano crítico; comprende la Estadística y la Probabilidad como las disciplinas de los datos y el azar y por lo tanto incluye los conceptos y procedimientos para el manejo de datos: recolección, representación, análisis; la probabilidad y la inferencia. (MPPE, 2015).

La enseñanza de la Matemática en general, y en particular la Probabilidad y la Estadística, debe promover el desarrollo de capacidades para la indagación, para la interpretación, la toma de decisiones y para discernir sobre el uso apropiado o no de los saberes de esta disciplina. Con el organizador *Incertidumbre* se espera que los estudiantes sean capaces de “Resolver problemas que permitan procesar información partiendo de su cotidianidad, formular hipótesis, crear patrones, modelos, hacer representaciones y llegar a conclusiones como parte de construcciones colectivas” (MPPE, 2015, p. 261).

El currículum de Educación Media en Venezuela se organiza atendiendo entre otros a los siguientes elementos: temas generadores, tejido temático y referentes teórico-prácticos. Los temas generadores se refieren a cuestiones macro que propician aprendizajes integrados y contextualizados. El tejido temático está constituido por un mapa de posibles aspectos interdisciplinarios factibles de ser considerados en el abordaje de los temas disciplinares de cada área. Los referentes teórico-prácticos engloban los conocimientos propios del área (MPPE, 2015). Los temas generadores propician aprendizajes significativos de los referentes teóricos prácticos enlazados a los considerados temas indispensables a través del tejido temático; con lo que se busca la integración interdisciplinaria a través de la Matemática. En este contexto se debe privilegiar la enseñanza por proyectos, donde la estadística debería jugar un papel importante.

En el Cuadro 1 se presenta la organización curricular de Matemática, correspondiente a las unidades académicas 1 y 5 de primer año de Educación Media, que incluyen los referentes teórico-prácticos del organizador *Incertidumbre*.

Cuadro 1: Unidades curriculares del programa de 1° año de Educación Media vinculadas al organizador *Incertidumbre*.

UA	Tema generador-Tejido temático	Referentes teórico-prácticos
1	<p>La Estadística y sus aplicaciones</p> <p>Aplicación de la estadística en las diversas áreas</p> <p>Descripción, organización y visualización de datos originados a partir de la indagación.</p> <p>Generación de modelos, inferencias y predicciones asociadas a los fenómenos indagados.</p> <p>¿Qué, para qué, cuándo, dónde y cómo recolectar datos?</p>	<p>Estadística descriptiva e inferencial</p> <p>Instrumentos de recolección de datos</p> <p>Tablas de doble entrada</p> <p>Representaciones gráficas de proporciones</p> <p>Estimaciones, generalizaciones</p> <p>Porcentajes</p>
5	<p>Alimentación y nutrición</p> <p>Influencia del programa de la alimentación escolar en el crecimiento.</p> <p>Forma para medir la alimentación necesaria. Tabla de calorías.</p> <p>Trompo de los alimentos</p> <p>Patrones de consumo.</p> <p>Desigualdad al acceso del alimento en el mundo.</p> <p>El índice de masa corporal y su relación con algunas enfermedades.</p> <p>Sustancias dañinas para la salud y composición.</p>	<p>Tablas</p> <p>Gráficas</p> <p>Media aritmética</p> <p>Razones, proporciones</p> <p>Índices</p> <p>Porcentajes</p>

Fuente: MPPE (2015)

La sustentación del currículum y la organización que acabamos de mostrar brindan al docente una plataforma para una enseñanza de la Estadística en Educación Media que permita a los estudiantes captar el papel que ésta desempeña en la comprensión de los fenómenos naturales y sociales y para la creación de escenarios de aprendizaje que privilegien el desarrollo de la alfabetización, el razonamiento y el pensamiento estadístico a través de la investigación estadística. A esto se unen algunas herramientas de apoyo que brinda el sistema educativo venezolano como los textos de la Colección Bicentenario que de manera gratuita se entregan a todos los estudiantes, pero a las que no se les saca el debido provecho en las aulas (León y Vicent, 2015)

Precisamente el texto de Matemática de segundo año de Educación Media de esa colección incluye una lección titulada ¿Qué estás bebiendo? (MPPE, 2014, pp. 192-211), donde

se desarrollan los contenidos de Estadística contemplados en la unidad académica N° 1 que se muestra en el cuadro 1, y que además puede servir de guía para la unidad N° 5, siguiendo el esquema de una investigación estadística.: Formulación de preguntas, recolección de datos, análisis de los datos e interpretación de resultados (Wild y Pfannuch, 1999; Franklin et al, 2005)

Partiendo de una lectura inicial sobre el consumo de bebidas en los seres humanos, donde se abordan tanto los beneficios del consumo de agua y bebidas nutritivas como los riesgos para los adolescentes de ingerir bebidas alcohólicas, se plantea como pregunta de investigación: ¿Qué están bebiendo tú, tus compañeras y compañeros del liceo y las vecinas y vecinos que se encuentran entre 10 y 17 años de edad? A partir de allí se procede a discutir aspectos conceptuales sobre el procesamiento estadístico de la información: recolección, procesamiento, presentación y análisis de datos. A continuación se diseña el plan de recolección de datos y se discute cómo aplicarlo: cuáles datos recolectar, selección de la muestra, métodos e instrumentos de recolección (observación, cuestionario, encuesta). La siguiente fase que se plantea es el análisis de los datos: procesamiento de la información (registro, organización y tabulación de la información), selección y aplicación de métodos gráficos (Gráficos de barra, de sectores y polígonos de frecuencia) y métodos numéricos: medidas de resumen como mediana, moda, rango. Por último se realiza el análisis de la información a la luz de la pregunta inicial y la comunicación de los resultados (presentación de un ensayo donde destaquen los aspectos positivos del consumo de algunas bebidas y los efectos negativos del consumo de bebidas alcohólicas). Todo esto se va tratando en relación al problema en estudio, con la debida orientación a través de preguntas y sugerencias y promoviendo la participación activa y colaborativa de los estudiantes en las decisiones sobre cada punto. Para cerrar la lección se invita a los estudiantes a plantearse otros temas de interés para la indagación estadística que les permita fortalecer los aprendizajes y habilidades del pensamiento y el razonamiento estadístico logrados en esta lección.

Como se ve, esta lección orienta la enseñanza y el aprendizaje de contenidos fundamentales de la disciplina en el contexto de una investigación, lo que propiciará la creación de significados por el estudiante y redundará en el desarrollo de otros proyectos y en su aplicación en situaciones de su cotidianidad.

Pero, qué ocurre en la práctica de la enseñanza de la Estadística en Venezuela. En el currículum anterior los contenidos de Estadística y Probabilidad estaban ubicados al final de los programas de Matemática de Educación Media, los cuales seguían una secuencia lineal de obligatorio cumplimiento en las planificaciones docentes. Estos contenidos en general no eran tratados en clases por diversas razones señaladas por los docentes, entre ellas lo extenso de los programas, el reducido tiempo disponible para desarrollarlos, la relevancia de otros temas por sobre los de estas áreas para la prosecución de los estudios a nivel universitario. (Salcedo, 2008).

Cabe entonces preguntarse si con la implantación del nuevo diseño curricular, esta situación se revirtió porque, como lo estipula la fundamentación pedagógica del diseño “el programa lo hace el profesor” (MPPE, 2015, p. 5) siguiendo las orientaciones expresadas en la organización curricular mostrada. Lamentablemente la respuesta a esta interrogante es un rotundo NO. En las aulas de Matemática en Venezuela, la Estadística y la Probabilidad siguen siendo las grandes ausentes, son contados los profesores que las enseñan y éstos en general lo hacen, como ya hemos dicho, poniendo énfasis en la aplicación de fórmula y cálculos (Salcedo, 2008). A pesar de las recomendaciones de trabajar con proyectos interdisciplinarios que permitan posicionar la Estadística como un método de investigación que coadyuva a la comprensión del mundo (Moore, Mc Cabe y Craig, 2009), el docente de Matemática al enseñar Estadística en Educación Media sigue el estilo de enseñanza directa donde el profesor es la autoridad que explica, muestra ejemplos y asigna ejercicios rutinarios, ficticios y de respuesta única; los estudiantes, por su parte, aprenden cómo hacer las cosas y responden a las preguntas que hace el profesor en la forma que éste espera que lo hagan (Ponte, 2011)

Son pocos los liceos donde se aplica el método de proyectos como vía para una enseñanza interdisciplinar y contextualizada (Azócar, 2013) y donde lo hacen parece no haber claridad sobre como incorporar en ellos los contenidos del área de Matemática, como veremos a continuación.

En una investigación reciente llevada a cabo en un liceo del Estado Monagas, titulada “Proyectos de aprendizaje y la enseñanza de la Matemática” (Guanipa, 2019), se reportan algunas experiencias al respecto. En este liceo, en cada período académico cada sección planifica un proyecto de aprendizaje (P.A.) dentro del cual se abordan los referentes teórico-prácticos de las diferentes áreas, sin embargo para los profesores de Matemática “la

planificación por proyectos es un proceso no del todo comprendido”, “la contextualización un escollo difícil de superar”; “el tejido temático es un embrollo interdisciplinar” y “la matemática no encaja en la planificación conjunta de los proyectos”, según los testimonios de los sujetos informantes de esa investigación (Op, cit, p. 82).

En el primer lapso del año 2018 una de las secciones de segundo año escogió un P.A. titulado “Errores del pasado, consecuencias del presente y soluciones para el futuro”. El profesor de Matemática decidió desarrollar la primera unidad del programa, organizada en el currículum como se muestra en el cuadro 2.

Cuadro 2: Unidad de aprendizaje N° 1 del programa de Matemática de 2do año de Educación Media

UA	Tema generador-Tejido temático	Referentes teórico-prácticos
1	<p>Dinámica y distribución de las poblaciones humanas</p> <p>La población de Venezuela a lo largo de los siglos XX y XXI: total de habitantes, población por sexo, grupo de edad, entidad federal, densidad de población, media y mediana de edad.</p> <p>Comparación con población mundial, con la población de otros países de América latina y del mundo-</p>	<p>Tablas de doble entrada</p> <p>Representaciones gráficas de proporciones, histograma, gráficas de línea.</p> <p>Medidas de tendencia central: medias y medianas.</p> <p>Estimaciones</p> <p>Densidad, población, tasa</p> <p>Unidades de medida</p> <p>Porcentajes</p> <p>Fracciones como proporciones</p>

Fuente: MPPE (2015)

A tal efecto, utilizó un esquema de planificación (cuadro 3) que incluye, junto con el tema generador y los referentes teórico-prácticos, los siguientes elementos:

- 1) Conceptualización: construcción teórica a partir del tema específico que se estudia
- 2) Generalización: “Los temas generadores hacen planteamientos que permiten las generalizaciones tanto en el espacio como en el tiempo, de lo local a lo global, de lo particular a lo general”.
- 3) Sistematización: invita a los docentes que “favorezca espacios para que los y las estudiantes sistematicen lo aprendido y los procesos realizados para comprender lo estudiado, tomando conciencia de sus propios procesos (metacognición)”. (MPPE, 2015, p. 92)

Cuadro 3: Conceptualización, generalización y sistematización en la planificación de la UA N° 1 presentada por el profesor de Matemática

Conceptualización	Generalización	Sistematización
<p>Ejercitación en la elaboración de gráficas. Cálculo de porcentajes, familiarización con la conversión de unidades, transformaciones en el plano, congruencia de figuras planas. Gráficas de dispersión.</p>	<p>La población de Venezuela a lo largo de los siglos XX y XXI: en relación a los alimentos que ingiere la población por sexo, grupos de edad y entidad federal, densidad de población, medias y medianas de edad.</p> <p>Comparación con población mundial, con la población de otros países de América Latina y el mundo.</p>	<p>Se realiza un trabajo de campo con instrumento que recoja los tipos de alimentos de acuerdo a su valor nutricional entre los adolescentes de la Unidad Educativa "Simón Bolívar" y como afecta a la salud el consumo de alimentos con aditivos químicos y fertilizantes y de esta manera se promueve el trabajo socio productivo de "todas las manos a la siembra" apuntando a la seguridad y soberanía alimentaria sembrando plántulas de frutas propias de la región que contribuyan al consumo diario de alimentos saludables y con estos datos los estudiantes en equipos procesarán, presentarán y analizarán los datos obtenidos a través de tablas de distribución de frecuencias, doble entrada y representaciones gráficas. Medidas de tendencia central, media, mediana.</p> <p>Además con la información obtenida se buscarán las estimaciones, generalizaciones y porcentaje.</p> <p>Con los datos recolectados el estudiante analizará la población estudiantil de la Unidad Educativa "Simón Bolívar" destacando la densidad, población (tipo) y la tasa.</p> <p>Los estudiantes analizarán de manera general los tipos de alimentos consumidos dentro de la población adolescentes a través de las unidades de medida. Se realizará una tabla comparativa de los distintos alimentos y costumbres que llevaban nuestros antepasados</p>

Fuente: Guanipa (2019)

Al analizar esta planificación, lo primero que se observa es una falta de correspondencia entre el tema generador y las indicaciones para la generalización y la sistematización. El tema generador es "Dinámica y distribución de las poblaciones humanas", a partir del cual se

deberían estudiar los referentes teóricos-prácticos del área de Estadística contextualizados a un tejido temático que entrelaza con el campo de la Geografía, a través de la Demografía. La Demografía estudia el *estado* y la *dinámica* de la población; refiriéndose el *estado* a su conformación por sexo, edad y otros indicadores y a su tamaño y distribución geográfica; y la *dinámica* a los cambios en la estructura poblacional según la natalidad, la mortalidad y la migración (Paladino, 2010). En consecuencia, la generalización y la sistematización deben estar en concordancia con estos dos aspectos conceptuales que derivan de dicho tema generador; sin embargo, éstas se dirigen a estudiar cuestiones relacionadas con la nutrición de los estudiantes del liceo y su incidencia en su salud, lo que estaría más acorde con el tema generador de la UA N° 5 de 1° año mostrada en el cuadro 1.

El tema generador “Dinámica y distribución de las poblaciones humanas” brinda un escenario de aprendizaje muy rico para el desarrollo de conceptos relacionados con el análisis de datos a través de la indagación; por ejemplo, se puede estudiar la distribución de la población por edad, sexo, ubicación geográfica, entre otros indicadores; a través de su organización en tablas de frecuencia con valores absolutos, porcentuales y acumulativos se puede tener una mejor comprensión de tales distribuciones; representaciones gráficas usuales como histogramas y gráficos de líneas posibilitan una mejor visualización del comportamiento de las variables de interés y detectar patrones y tendencias que permitan hacer inferencias informales; diagramas de caja y bigote también mostrarán una visión clara de dichas distribuciones en cuanto a centro y variabilidad y facilitarán las comparaciones entre grupos. Obviamente este análisis requerirá el cálculo de valores de resumen como medias, medianas, percentiles, además de indicadores propios de la demografía como índices de natalidad, mortalidad, entre otros. Todas estas tareas pueden realizarse con el uso de la tecnología.

Igualmente, como lo pide el tejido temático, se pueden hacer comparaciones con otros países con respecto a variables como la edad seguidas de una discusión, por ejemplo, sobre los retos de cada país en materia de educación y salud para la atención de las personas según los grupos etarios predominantes. En el libro “Enfoque de las Matemáticas para la Educación Media Superior. Razonamiento y construcción de significados. Estadística y Probabilidad”, Shaughnessy, Chance y Kranendock (2017) presentan una tarea titulada “Datos de países: Revisión de datos censales”, en la que brindan a los docentes pautas de actuación didáctica para llevar a los estudiantes a desarrollar habilidades y hábitos mentales relacionados al

razonamiento estadístico, como descubrir y describir patrones, buscar estructuras ocultas de los datos y generar deducciones y conjeturas. (Ob, cit, 2017),

Hay que resaltar que en el proyecto que venimos analizando, el punto álgido de la investigación estadística, referido a la generación de los datos, no estará aquí presente pues se ha de usar datos sobre la población venezolana durante los siglos XX y XXI disponibles en la página WEB del Instituto Nacional de Estadística (www.ine.gov.ve). Se ha de trabajar con datos censales, lo que facilitará a los estudiantes establecer diferencias entre poblaciones y muestras y las diferentes formas de pensar sobre estos tipos de datos: censales y muestrales. Por supuesto, habrá que determinar cuál y cuánta de la vasta gama de información disponible se requiere para responder las preguntas o realizar las tareas que se hayan planteado. Estas preguntas o tareas pueden surgir del consenso entre los estudiantes orientados por el profesor o, simplemente, propuestas por éste. Igualmente, la organización y análisis de los datos requeridos en cada fase de las tareas deben ser monitoreadas por el docente quien propiciará la reflexión, el razonamiento y la construcción de significados en los estudiantes, sin perder de vista la vinculación al contexto donde se sitúa el estudio.

Tomando en cuenta que la unidad de aprendizaje que se analiza se desarrolla en el marco del proyecto “Errores del pasado, consecuencias del presente y soluciones para el futuro”, el profesor deberá orientar a los estudiantes, a través de un ciclo de preguntas, para que logren extraer “errores” que hayan ocurrido en la dinámica y la distribución de la población venezolana en el período en estudio, cómo estos afectan nuestra vida en la actualidad y las medidas que podrían tomarse para revertir esas situaciones indeseadas. No será suficiente con que los estudiantes sean capaces de elegir convenientemente gráficos apropiados para una situación particular, que sepan construirlos e interpretarlos y hacer conjeturas e inferencias, sino que esto se haga a la luz del momento socio-histórico en que ocurrieron los hechos, sus causas y consecuencias.

Me permito, haciendo quizás otra digresión, referirme a uno que a mi parecer ha sido de los más grandes y graves errores que este estudio debería develar a los estudiantes: el abandono del campo con las migraciones internas desde este hacia las ciudades ocurridas a partir de la segunda década del siglo pasado cuando se inició la actividad petrolera en nuestro país. De ahí en adelante comenzó a desaparecer la Venezuela rural y la actividad agrícola entró en franco declive. Han sido muchos los escritores y estudiosos de la realidad venezolana, entre ellos

Arturo Uslar Pietri, Rodolfo Quintero, Julián Padrón y Miguel Otero Silva, quienes en su momento advirtieron sobre las consecuencias nefastas de esta política para el país, pero éstas cayeron en saco roto ante el flujo de las divisas del petróleo que se despilfarraron a granel, con las consecuencias que ahora están a la vista.

Los estudiantes deben conocer estos hechos a través del análisis de la información estadística, discutir sobre ellos y formarse su propia opinión al respecto, al poner en acción su pensamiento estadístico y, desde una postura crítica, comprometerse con las soluciones para el futuro, con las transformaciones que deben producirse para sobreponernos a los daños infligidos a la nación y sus ciudadanos. Huelga decir que este es un tema que en Venezuela genera mucha incertidumbre.

Esto pasa por un conocimiento de la historia política, económica y social del país. Al inscribirse esta temática en el proyecto de aula de una sección de segundo año de bachillerato y siendo *Petróleo y Energía* uno de los “temas indispensables” que debe permear todas las áreas del currículum (MPPE, 2015), el docente de Matemática debería trabajar mancomunadamente con los profesores de otras áreas como Lengua y Sociales, para darle un enfoque interdisciplinar al asunto. Por ejemplo sería deseable que el profesor de Lengua promoviera la lectura de las novelas “*Oficina N° 1*” (Otero Silva, 1961) y “*Clamor campesino*” (Padrón, 1945) y que el profesor de Sociales hiciera lo propio con las ideas sobre “*La siembra del petróleo*” de Arturo Uslar Pietri (s.f.) y la obra “*La Cultura del Petróleo*” (Quintero, 1972), entre otros aportes. Estas obras recrean la situación planteada.

Como vemos, son muchas las ideas que circundan este proyecto; son amplias las posibilidades para llevar a cabo una práctica de la estadística contextualizada que conduzca al desarrollo del pensamiento y el razonamiento estadístico, pero éstas solo pueden materializarse con una buena formación del docente que enseña estadística en Educación Media. En caso contrario, aun cuando esta enseñanza se de en el marco de un proyecto de aprendizaje, tal como lo muestran los estudios sobre el desarrollo profesional de los profesores, es muy probable que el docente se centre en las características procesales de la investigación estadística o se atasque en las fases de formulación del problema y la recopilación de datos (Ponte y Noll, 2018). Esto es lo que ha ocurrido en la situación que se viene analizando donde no hubo una buena formulación de los propósitos de la investigación y en realidad, como muestra la planificación

semanal, se hizo énfasis en aspecto procedimentales, tanto en el desarrollo de la clase como en la evaluación (ver Figura 1).

Figura 1: Planificación semanal del profesor de Matemática



Docente:	Año escolar: 2016-2017	Lapso: PRIMERO	Semana: 14/11/16 al 18/11/16
----------	------------------------	----------------	------------------------------

PLAN SEMANAL

AREA DE FORMACION	DEA/GRADO/ HORA	P.A. DEL GRADO	Procesos Didácticos	MOMENTOS PEDAGOGICOS	Criterios de Evaluación	OBSERVACION
Matemática	MARTES 2ª Juana la Avanzadora 7:0 a.m. a 9:20 a.m.	Errores del Pasado, Consecuencias del Presente y Soluciones para el futuro	Aprendizajes de la Conceptualización: Construcción Táctica. Define media aritmética, moda y mediana.	Inicio: Mensaje de reflexión para el estudio diario de las matemáticas. Desarrollo: Se realizaran problemas sobre el cálculo de la media aritmética, moda, mediana, clase modal, variables y frecuencia. Con ejemplos relacionada a su entorno. Cierre: Revisión de cuaderno	Realiza tabla de distribución de frecuencias. Calcular la media, la moda, la mediana y la clase modal en diferentes ejercicios.	
Matemática	JUEVES 2ª Juana la Avanzadora 9:50 a.m. a 11:10 a.m.	Errores del Pasado, Consecuencias del Presente y Soluciones para el futuro	Aprendizajes de la Conceptualización: Construcción Táctica. Define media aritmética, moda y mediana.	Inicio: charla sobre el comportamiento dentro y fuera del aula de clase Desarrollo: Se realizaran Ejercicios sobre el cálculo de la media aritmética, moda, mediana, clase modal. Cierre: Ejercicios propuesto para la práctica en casa.	Realiza tabla de distribución de frecuencias. Calcular la media, la moda, la mediana y la clase modal en diferentes ejercicios.	

Fuente: Guanipa (2019)

Para cerrar este apartado, acotamos que las actividades de generalización y sistematización planificadas por el docente bien se adaptan a la UA N° 5 del programa (Cuadro 1), cuyo tema generador es *Alimentación y nutrición*. Este es un tema muy propicio para una investigación estadística que permita profundizar la comprensión de los conceptos incluidos en los referentes teórico-prácticos: Tablas, gráficas, media aritmética, razones, proporciones, índices y porcentajes. Esta investigación además brindaría la oportunidad de abarcar la fase de planificación de la recolección de datos y su ejecución, coadyuvando al desarrollo de uno de los tipos de pensamiento del modelo de Wild y Pfannkuch (1999), *Reconocimiento de la necesidad de los datos*, algunos de cuyos indicadores son: reconocer la necesidad y utilidad de los datos; caracterizar correctamente la muestra; recolectar apropiadamente los datos (Pimienta, 2006, citado por Insunza, 2017).

En el libro de Matemática de primer año de la Colección Bicentenario, en la lección titulada “Programa de Alimentación Escolar”, (MPPE, 2013, pp. 206-217), se desarrolla el tema “Datos estadísticos y medidas de tendencia central” a través de una investigación estadística que busca responder preguntas sobre las preferencias alimenticias de los estudiantes y la calidad de la comida que sirven en el comedor escolar. Esta es una buena guía para el docente interesado en involucrar a sus estudiantes en la ejecución de proyectos e investigaciones estadísticas, entonces nos preguntamos por qué no lo hace y la respuesta parece estar en una deficiente

formación conceptual, la inseguridad para conducir exitosamente a sus estudiantes y una actitud poco favorable hacia la estadística y su enseñanza (León, 2019).

Para cerrar: lo que requiere atención primordial

Después de haber abordado algunas circunstancias que limitan la formación de un ciudadano estadísticamente educado en Venezuela, quiero cerrar este escrito refiriéndome a dos cuestiones que hay que atender en la Educación Estadística en Venezuela.

La primera de ellas tiene que ver con la preparación de los docentes que enseñan Estadística en Educación Media. Estos profesores no comprenden claramente las diferencias entre la Matemática y la Estadística y por esa razón enseñan los contenidos estadísticos como lo hacen con los contenidos matemáticos, sin tomar en cuenta las particularidades del pensamiento y el razonamiento estadísticos. Estepa y Gea (2010, p. 23) afirman que “no cabe un desarrollo espontáneo en el razonamiento estadístico y probabilístico del estudiante sin un adecuado proceso de instrucción”, por lo que Pfannkuch (2008) sugiere formar al docente para que “tome conciencia del poder que posee en cuanto a la posibilidad de desarrollar la capacidad de razonamiento de sus estudiantes, con la consecuente repercusión en la comprensión conceptual de los temas tratados” (p. 24).

En el Proyecto Gaise (Franklin et al, 2005) se asegura que la Estadística es para muchos docentes un área relativamente nueva, sobre la cual “no han tenido oportunidad de desarrollar un conocimiento sólido de principios y conceptos subyacentes a las prácticas de análisis de datos que ahora están llamados a enseñar” (p. 5). En el caso de Venezuela, como ya hemos dicho, la mayoría de los docentes que actualmente enseñan Estadística en Educación Media son profesores de Matemática egresados principalmente de la Universidad pedagógica Experimental Libertador (UPEL). Estos han sido formados a través de un currículo (que fue transformado en 2017) integrado por cuatro componentes separados entre sí: formación general, formación especializada, formación pedagógica, y formación para la práctica profesional. Ese diseño curricular contempla en el componente de formación pedagógica un curso de Estadística Educativa en el que solo se abarcan temas de Estadística Descriptiva, y en el componente de formación especializada uno de Probabilidad y Estadística Inferencial, con formalidad matemática pero tan extenso en contenido que solo se llegan a cubrir los de Probabilidad mas

no los de Estadística Inferencial. No hay cursos de didáctica de la Probabilidad y Estadística. (León, Beyer, Serres e Iglesias, 2013).

Tal formación no les ha permitido lograr ni el conocimiento conceptual ni el conocimiento pedagógico del contenido para la enseñanza de la Estadística en Educación Media. Ellos no han tenido una experiencia formativa que contemple los temas y habilidades claves a desarrollar a través de la Educación Estadística en la actualidad: comprensión de los conceptos y las ideas fundamentales de la Estadística; habilidad para explorar y aprender de los datos; desarrollo de la argumentación estadística; uso de una evaluación formativa y comprensión de las formas de pensar y razonar de la Estadística (Pfannkuch y Ben-Zevi, 2008). Tampoco han tenido oportunidad de una práctica estadística con el uso de tecnología. Hay un desconocimiento casi total de toda la gama de software disponible a tal efecto.

Sería deseable, entonces, un cambio de concepción en la formación del docente que ha de enseñar Estadística hacia un currículum que integre el conocimiento conceptual de la disciplina y el conocimiento profesional para enseñarlo con miras a desarrollar una cultura estadística en sus estudiantes. Este currículum debe contemplar el desarrollo de las grandes ideas de la Estadística, del pensamiento y el razonamiento estadístico de los propios profesores y el uso de la tecnología. (Ben-Zevi y Garfield, 2004; Garfield y Ben-Zevi, 2008; Godino, Ortiz, Roa y Wilhelm, 2011, Ponte y Noll, 2018; Makar y Fielding-Wells, 2011; Burgess, 2008).

En la formación del futuro profesor de Matemática de la UPEL hacia una enseñanza de la Estadística a través de la investigación se sugiere el modelo de Burgess, resumido en el cuadro 5, el cual abarca por un lado las categorías del conocimiento del profesor dentro de la Teoría Matemática para la Enseñanza (Ball, Thames y Phelps, 2005) – conocimiento del contenido: conocimiento común y conocimiento especializado; conocimiento pedagógico del contenido: conocimiento del contenido y los estudiantes y conocimiento del contenido y la enseñanza -, derivadas de las ideas iniciales de Shulman (1986); y por el otro, las cuatro dimensiones del pensamiento estadístico en la investigación empírica identificadas por Wild y Pfannkuch (1999). Este modelo debe ponerse en acción en ambientes educativos computarizados.

Cuadro 5: Marco para examinar la preparación del docente para la enseñanza de la Estadística a través de la investigación.

		Conocimiento estadístico para la enseñanza			
		Conocimiento del contenido		Conocimiento pedagógico del contenido	
		Conocimiento común del contenido	Conocimiento especializado del contenido	Conocimiento del contenido y los estudiantes	Conocimiento del contenido y la enseñanza
Tipo de pensamiento	Necesidad de los datos				
	Transnumeración				
	Variación				
	Razonamiento con modelos				
	Integración Estadística y contexto				
Ciclo investigativo					
Ciclo interrogativo					
Disposiciones					

Fuente: Adaptado de Burgess (2008)

La segunda cuestión que amerita atención para lograr transformaciones en la enseñanza y el aprendizaje de la Estadística se refiere a la afectividad. El conocimiento conceptual y el conocimiento pedagógico del contenido son necesarios, pero no suficientes; se requiere del acompañamiento de un componente afectivo que abarca actitudes, creencias, motivaciones y emociones, pues éste incide directamente en el aprendizaje estudiantil (Batanero, 2011). Una actitud no favorable, una falsa creencia sobre la Estadística y su aprendizaje como por ejemplo el pensar que el conocimiento estadístico carece de significado más allá del aula y de aplicabilidad a la vida real, generará emociones negativas que bloquearán el aprendizaje y el razonamiento estadístico. En este sentido, el docente deberá trabajar primero en sí mismo sobre el logro de una afectividad personal positiva hacia la Estadística y su enseñanza para luego proyectarla hacia sus estudiantes.

Trabajando sobre estos dos puntos de atención, seguramente los resultados serán más halagadores.

Referencias

- Azcárate, P. y Cardeñoso, J.M. (2011). La enseñanza de la Estadística a través de escenarios: implicaciones en el desarrollo profesional. *Bolema, Rio Claro (SP)*, 24 (40), 789-810.
- Azocar, K. (2013, Julio 25). *Análisis de problemáticas sociales locales con el uso del programa informático CALC en el estudio de la estadística descriptiva*. [Trabajo de grado de Maestría]. UPEL-IPM, Maturín. Universidad Pedagógica Experimental Libertador-Instituto Pedagógico de Maturín. Venezuela.
- Batanero, C. (2000). ¿Hacia dónde va la educación estadística? *Blaix*, 15, 2-13.
- Batanero, C. (2002). *Presente y futuro de la Educación Estadística*. [En línea]. Recuperado Enero 25, 2020 de [www.researchgate.net › publication › 256296106_Presente_y_Futuro_d...](http://www.researchgate.net/publication/256296106_Presente_y_Futuro_d...)
- Batanero, C. (2004). Los retos de la cultura estadística. *Yupana*, 1(1), 27-37.
- Batanero, C. (2011). *Joint ICMI/IASE Study: Teaching Statistics in School Mathematics. Challenges for Teaching and Teacher Education*. [En línea]. Recuperado Enero 25, 2020 de [www.ugr.es › CIAEM_ICMIStudy_Batanero](http://www.ugr.es/CIAEM_ICMIStudy_Batanero).
- Batanero, C. y Díaz, C. (2011). *Estadística con Proyectos*. [En línea]. Recuperado Enero 25, 2020 de <http://www.ugr.es/~batanero/pages/ARTICULOS/Libroproyectos.pdf>
- Batanero, C. y Godino, J. (2005). Perspectivas de la Educación Estadística como área de investigación. En R. Luengo (Ed.) *Líneas de investigación en didáctica de las matemáticas* (pp. 203-226). Badajoz, Universidad de Extremadura.
- Ben-Zevi, D. y Garfield, J. (2004). Statistical literacy, reasoning, and thinking: goals, definitions, and challenges. En D. Ben-Zevi y J. Garfield (Eds.) *The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking* (pp. 3-15). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer
- Ben-Zvi, D., y Makar, K. (2016). *The teaching and learning of Statistics. International perspectives*. Switzerland: Springer International Publishing.
- Ball, D., Thames, M. y Phelps, G. (2005). Articulating domains of mathematical knowledge for teaching. [En línea] Recuperado Enero 28, 2020 de www-personal.umich.edu/~dball/
- Burgess, T. (2008). Teacher knowledge of and for Statistical investigation. En C. Batanero, G. Burrill, C. Reading, C., y A. Rossman, (Eds.), *Joint ICMI/IASE Study: Teaching Statistics in school Mathematics. Challenges for teaching and teacher education. Proceedings of the ICMI Study 18 and 2008 IASE Round Table Conference*. (pp. 259-270). Monterrey: ICME/IASE.
- Burril, G. y Bieler, R. (2011). Fundamental statistical ideas in the school curriculum and in training teachers. En C. Batanero, G. Burril, C. Reading (Eds.), *Teaching Statistics in school Mathematics – Challenges for teaching and teacher education* (pp. 57-69). New York: Springer.
- Chance, B. L. (2002). Components of statistical thinking and implications for instruction and assessment. *Journal of Statistics Education* [En línea], 10(3). Recuperado Enero 15, 2020 de <http://www.amstat.org/publications/jse/>

- delMas, R. (2002). Statistical literacy, reasoning, and learning: A commentary. *Journal of Statistics Education* [En línea], 10(3). Recuperado Enero 15, 2020, de <http://www.amstat.org/publications/jse/>
- delMas, R. (2004). A comparison of mathematical and statistical reasoning. En D. Ben-Zevi y J. Garfield (Eds.), *The Challenge of Developing Statistical Literacy, Reasoning and Thinking* (pp. 79-95). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Press.
- Díaz, D., Aguayo, C. y Cortez, C. (2014). Enseñanza de la estadística mediante proyectos y su relación con las teorías de aprendizaje. *Revista Premisa*, 16(62), 16-23.
- Díaz, D. y Sánchez, J. (2011). Aplicando Estadística en problemas actuales. *Revista Premisa*, 51, 37-48.
- Estepa y Gea (2010). Conocimiento para la enseñanza de la asociación estadística. En J. Ortiz (Ed.) *Investigaciones actuales en Educación Estadística y formación de profesores*. (pp. 23-40). Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada.
- Estrella, S. (2017). Enseñar Estadística para alfabetizar estadísticamente y desarrollar el razonamiento estadístico. En A. Salcedo, *Alternativas pedagógicas para la Educación Matemática del Siglo XXI* (pp. 173-194). Caracas: Centro de Investigaciones Educativas, Escuela de Educación. Universidad Central de Venezuela.
- Franklin, C., Kader, G., Mewborn, D., Moreno, J., Peck, R., Perry, M. y Scheaffer, R. (2005). *Lineamientos para la evaluación y enseñanza en Educación Estadística. Proyecto GAISE. Un marco para el currículum de Pre-K-12*. Alexandria, VA: American Statistical Association.
- Gal, I (2002). Adult's statistical literacy. Meanings, components, responsibilities. *International Statistical Review*, 70(1), 1-25.
- Garfield, J. (2002). The challenge of developing statistical reasoning. *Journal of Statistics Education* [En línea], 10(3). Recuperado Enero 15, 2020, de <http://www.amstat.org/publications/jse/>
- Garfield, J. y Ben-Zvi, D. (2008). *Developing students' statistical reasoning: Connecting research and teaching practice*. Dordrecht, The Netherlands: Springer
- Gattuso, L. y Ottaviani, M. (2008). Complementing mathematics and statistical thinking in school mathematics. En C. Batanero, G. Burrill, C. Reading, C., y A. Rossman, (Eds.). *Joint ICMI/IASE Study: Teaching Statistics in school Mathematics. Challenges for teaching and teacher education. Proceedings of the ICMI Study 18 and 2008 IASE Round Table Conference*, (pp. 121-132). Monterrey: ICMI/IASE.
- Godino, J., Ortiz, J. Roa, R. y Wilhelm, R. (2011). Models for Statistical Pedagogical Knowledge. En C. Batanero, G. Burrill, y C. Reading (Eds.), *Teaching Statistics in School Mathematics Challenges for Teaching and Teacher Education. A Joint ICMI/IASE Study: The 18th ICMI Study* (pp. 271-282). New York: Springer
- Guanipa, Y. (2019, Agosto 23). *Proyectos de aprendizaje y la enseñanza de la Matemática*. [Trabajo de grado de Maestría]. UPEL-IPM, Maturín.
- Insunza, S. (2014). Razonamiento estadístico en estudiantes universitarios sobre el análisis de datos en ambiente computacional. *Bolema, Rio Claro (SP)*, 28(50), 1262-1286.

- Insunza, S. (2017). Potencial de los proyectos para desarrollar motivación, competencias de razonamiento y pensamiento estadístico. *Revista Actualidades investigativas en educación*, 17(3), 1-30.
- León, N. (2019). Textos escolares desde una visión crítica de la matemática. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática.*, año 14, N° 18, 90-104.
- León, N., Beyer, W., Serres, Y. e Iglesias, M. (2013). Informe sobre la formación inicial y continua de profesores de Matemática. Venezuela. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, Año 8, Número Especial, 89-129.
- León, N. y Vicent, R. (2015). *Valoración de los textos de matemática de educación media de la colección bicentenario desde la perspectiva de docentes y estudiantes de la especialidad.* Informe de Investigación presentado a la Subdirección e Investigación y Postgrado de la UPEL-IPM. Maturín: Autor.
- MacGillivray, H., y Pereira-Mendoza, L. (2011). Teaching Statistical Thinking Through Investigative Projects. En C. Batanero, G. Burrill, y C. Reading (Eds.), *Teaching Statistics in School Mathematics Challenges for Teaching and Teacher Education. A Joint ICMI/IASE Study: The 18th ICMI Study* (pp. 109–120). New York: Springer.
- Makar, K., y Fielding-Wells, J. (2011). Teaching teachers to teach statistical investigations. En C. Batanero, G. Burrill y C. Reading (Eds.), *Teaching statistics in school mathematics - Challenges for teaching and teacher education: a joint ICMI/IASE study: the 18th ICMI study* (pp. 347–358). Dordrecht: Springer.
- Ministerio del Poder Popular para la Educación - MPPE (2013). *Matemática para la vida. Primer año.* Caracas: Autor.
- Ministerio del Poder Popular para la Educación - MPPE (2014). *Conciencia matemática.* Caracas: Autor.
- Ministerio del Poder Popular para la Educación - MPPE (2015). *Proceso de cambio curricular en Educación Media. Documento general de sistematización de las propuestas pedagógicas y curriculares surgidas en el debate y discusión.* Caracas: Autor.
- Moore, D., McCabe, G. y Craig, B. (2009). *Introduction to the practice of Statistics.* Sixth edition. New York: W.H. Freeman and Company.
- Moore, D. y Cobb, G. (1997). Mathematics, Statistics, and Teaching. *American Mathematical Monthly*, 104, 801–823.
- National Council of Teachers of Mathematics (2000). Principles and standards for school mathematics. Reston, VA: Author. [En línea]. Recuperado Enero 25, 2020 de <http://standards.nctm.org/>
- Otero Silva, M. (1961). *Oficina N° 1.* Caracas: Editorial Losada.
- Padrón, J. (1945). *Clamor campesino.* Caracas: Editorial Élite.
- Palladino, A. (2010). Introducción a la demografía. [En línea] Recuperado Enero 25, 2020 de med.unne.edu.ar › sitio › imagenes › ckfinder › files › files › aps › I...
- Pfannkuch, M. (2008). Training teachers to develop statistical thinking. En línea. Recuperado de www.stat.auckland.ac.nz/~iase/T4P2_Pfannkuch

- Pfannkuch, M. (2011). The role of context in developing Informal statistical inferential reasoning: A classroom study. *Mathematical Thinking and Learning*, 13(1–2), 27–46.
- Pfannkuch, M. y Ben-Zevi, D. (2008). Developing teachers's statistical thinking. En C. Batanero, G. Burrill, C. Reading, C., y A. Rossman, (Eds.). *Joint ICMI/IASE Study: Teaching Statistics in school Mathematics. Challenges for teaching and teacher education. Proceedings of the ICMI Study 18 and 2008 IASE Round Table Conference*, (pp. 323-334). Monterrey: ICMI/IASE.
- Pfannkuch, M. y Wild, C. (2004). Towards an understanding of statistical thinking. En D. Ben-Zevi y J. Garfield (Eds.) *The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking* (pp.17-46). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer
- Ponte, J. (2011). Preparing teachers to meet the challenges of Statistics Education. In C. Batanero, G. Burrill y C. Reading (Eds) *Teaching statistics in school mathematics Challenges for teaching and teacher education: A Joint ICMI/IASE Study*. New York, NY: Springer
- Ponte, J. y Noll, J. (2018). Building Capacity in Statistics Teacher. En D. Ben-Zv, K. Makar y J. Garfield. (Eds.), *International Handbook of Research in Statistics Education*. (pp. 433-455). Springer International Publishing.
- Quintero, R. (1972). La cultura del petróleo. México: Siglo Veintiuno Editores.
- Scheaffer. R. (2006). Statistics and mathematics: On making a happy marriage. En G. Burrill (Ed.) *NCTM 2006 Yearbook: Thinking and reasoning with data and chance* (pp. 309-321). Reston, VA: NCTM.
- Salcedo, A. (2008). Educación Estadística en Venezuela. El caso de la Educación Básica y Media, ¿Formando una cultura estadística?. *Ciencias económicas. Revista de la Facultad de Ciencias Económicas*. Universidad Nacional del Litoral, Argentina. 6.02. 47 – 65
- Sánchez, E. y Hoyos, V. (2013). La Estadística y la propuesta de un currículo por competencias. En A. Salcedo (Ed.) *La Educación Estadística en América Latina. Tendencias y perspectivas*. (pp. 211 – 227). Programa de Cooperación Interfacultades. Universidad Central de Venezuela,
- Shaughnessy, J.M (2019). Recommendations about the Big Ideas in Statistics Education: A retrospective from curriculum and research. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, N° 18, 44-58.
- Shaughnessy, J.M., Chance, B., y Kranendonk, H. (2017). *Enfoque de las Matemáticas para la Educación Media Superior. Razonamiento y construcción de significados. Probabilidad y Estadística*. NCTM. Reston, VA
- Shulman, L. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14.
- Uslar Pietri, A. (s.f.). *La siembra del petróleo*. Recuperado de [ance.msinfo.info > biblo > texto > libros > BC.1991.T.III.b.2.pdf](http://ance.msinfo.info/biblio/texto/libros/BC.1991.T.III.b.2.pdf).
- Utts, J. (2003). What educated citizens should know about Statistics and Probability? *The American Statistician*, 57(2), 74-79.

- Wallman, K. (1993). Enhancing Statistical Literacy: enriching our society, *Journal of the American Statistical Association*, 88(421), 1-8.
- Watson, J. (1997). Assessing statistical literacy through the use of media surveys. En I. Gal y J. B. Garfield (Eds.) *The assessment challenge in statistics education* (pp. 107-121). Amsterdam: IOS Press.
- Wild, C. y Pfannkuch, M. (1999). Statistical thinking in empirical enquiry (with discussion). *International Statistical Review*, 67(3), 223-265.
- Wild, C., Utts, J. y Horton, N. (2018). Why Statistics?. En D. Ben-Zvi , K. Makar and J. Garfield (Eds.) *International Handbook of Research in Statistics Education*, (pp. 5-36). Springer International Publishing.

Dificultades en la construcción de intervalos de confianza por estudiantes de Bachillerato y de Psicología

Carmen Batanero¹

batanero@ugr.es

<https://orcid.org/0000-0002-4189-7139>

Antonio Francisco Roldán López de Hierro¹

aroldan@ugr.es

<http://orcid.org/0000-0002-6956-4328>

Rocío Álvarez Arroyo¹

rocioaarroyo@ugr.es

<https://orcid.org/0000-0002-3201-8542>

¹Universidad de Granada

Granada, España.

Recibido: 21/01/2020 **Aceptado:** 15/03/2020

Resumen

El intervalo de confianza es un procedimiento básico en inferencia estadística y, por ello, su estudio se incluye en las Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II para alumnos de dicha modalidad de Bachillerato y en el primer curso de la licenciatura de Psicología. Además, en las pruebas de acceso a la universidad se propone con frecuencia un problema relacionado con este contenido. Con el objetivo de evaluar la dificultad que implica la construcción del intervalo, en este trabajo se analizan los pasos requeridos para resolver un problema abierto tomado de las pruebas españolas de acceso a la universidad y se comparan las soluciones aportadas por 58 estudiantes de Bachillerato y 57 de Psicología, después de haber estudiado el tema. Los resultados muestran una mayor proporción de respuestas correctas en estos últimos estudiantes, que han seguido un método ligeramente diferente a sus compañeros, que parece ser más comprensible para ellos. Se informa también de la frecuencia con que se completan diferentes pasos y de los principales errores en el proceso.

Palabras clave: Intervalo de confianza, Construcción, Estudiantes de Bachillerato, Estudiantes de Psicología

Dificuldades dos alunos do ensino médio e de psicologia na construção de intervalos de confiança

Resumo

O intervalo de confiança é um procedimento básico na inferência estatística e, portanto, seu estudo está incluído na Matemática Aplicada às Ciências Sociais II para estudantes da referida modalidade de Bacharelado e no primeiro ano do curso de Psicologia. Além disso, nos exames de admissão na universidade é frequentemente proposto um problema relacionado a esse conteúdo. Com o objetivo de avaliar a dificuldade envolvida na construção do intervalo, este trabalho analisa as etapas necessárias para solucionar um problema em aberto realizado nos exames de ingresso na universidade espanhola e compara as soluções fornecidas por 58 alunos do ensino médio e 57 do ensino médio. Psicologia, depois de ter estudado o assunto. Os

resultados mostram uma proporção maior de respostas corretas nesses últimos alunos, que seguiram um método ligeiramente diferente do de seus colegas, o que parece ser mais compreensível para eles. A frequência com que etapas diferentes são concluídas e os principais erros no processo também são relatados.

Palavras-chave: Intervalo de confiança, Construção, Estudantes de Bacharelado, Estudantes de Psicologia

High school and Psychology students' difficulties in building confidence intervals

Abstract

Confidence interval is a basic procedure in statistical inference and, therefore, its study is included in the Mathematics Applied to Social Sciences II for high school students and in the first course of the Psychology degree. In addition, a problem related to this content is frequently proposed at the university entrance exams. In order to evaluate the difficulty involved in the construction of the interval, in this work the steps required to solve an open problem taken from the Spanish university entrance exams are analysed and the solutions provided by 58 high school students and 57 Psychology students are compared after they studied the topic. The results show a higher proportion of correct answers in these last students, who have followed a slightly different method from their peers, which seems to be more understandable to them. The frequency with which different steps are completed and the main errors in the process are also reported.

Keywords: Confidence interval, Construction, High school students, Psychology students.

Introducción

El intervalo de confianza es un procedimiento básico en inferencia estadística que se utiliza como complemento (o en sustitución) de los contrastes de hipótesis. Entidades profesionales, como la American Psychological Association (APA), promueven actualmente su uso, que consideran más intuitivo y más informativo que los contrastes (Coulson, Healey, Fidler y Cumming, 2010; Wilkinson y TFSI, 1999; Yaremko, Harari, Harrison y Lynn, 2013).

En España su enseñanza se incluye en el Bachillerato de Ciencias Sociales (MECD, 2015), con los siguientes contenidos: estimación por intervalos de confianza; relación entre confianza, error y tamaño muestral; intervalo de confianza para la media poblacional de una distribución normal con desviación típica conocida; intervalo de confianza para la media poblacional de una distribución de modelo desconocido y para la proporción en el caso de muestras grandes. Por otro lado, en las pruebas de acceso a la universidad se viene incluyendo un problema de intervalo de confianza en prácticamente todas las convocatorias de los últimos años (López-Martín, Batanero, Díaz-Batanero y Gea, 2016).

Además, el intervalo de confianza es un tema básico en los cursos universitarios de inferencia en diversas titulaciones, entre otras la de Psicología, área de conocimiento que se

interesa en gran medida por la corrección del uso de la estadística en sus investigaciones (De la Fuente y Díaz-Batanero, 2004).

Es importante, entonces, asegurar que el estudiante alcanza un conocimiento suficiente del tema. Sin embargo, la investigación didáctica relacionada con este tema se ha concentrado en muestras de profesionales o estudiantes universitarios en carreras de ingeniería, teniéndose poca información sobre el grado de comprensión de los estudiantes españoles que se enfrentan a este tema en las pruebas de acceso a la universidad o de los estudiantes de ciencias humanas como la Psicología. Además, prácticamente todos los estudios previos se realizan mediante cuestionarios con ítems de opción múltiple que tratan de evaluar el conocimiento de la definición del intervalo de confianza y de sus propiedades.

El objetivo de este trabajo es complementar dicha investigación previa con información acerca de la comprensión de estudiantes de Bachillerato y de Psicología, cuestión que se aborda mediante la resolución de un problema abierto que permite estudiar cómo los estudiantes aplican y relacionan varios conceptos vinculados con el intervalo de confianza.

Fundamentos

Significado y comprensión de los objetos matemáticos

Nuestro trabajo utiliza las ideas de *significado* y *comprensión* que se deducen del enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática (descritas, por ejemplo, en Godino 2002; Godino, Batanero y Font, 2007; 2019; y Godino, Batanero y Roa 2005). En este marco teórico se parte de la situación-problema, que se interpreta en sentido amplio como cualquier tarea, pregunta o cuestión que requiera una actividad de matematización. El significado de los objetos matemáticos surge de las prácticas realizadas en la resolución de problemas, pues son las situaciones en las que se debe utilizar un cierto objeto matemático las que le dotan de significado.

Una práctica es toda acción (práctica operatoria) o expresión (práctica discursiva) realizada por un sujeto para obtener la solución de un problema, generalizarla o comunicarla a otras personas. Además, en este marco teórico se diferencia entre prácticas personales o institucionales, es decir, las que son privativas de un sujeto y las realizadas por una institución de personas interesadas en resolver un mismo tipo de problemas. En base a ello, el significado

institucional o personal de un objeto se concibe como el sistema de prácticas institucionales o personales asociadas al mismo (Godino, Batanero y Font, 2007).

En el enfoque ontosemiótico se concibe la comprensión mostrada por el alumno como la coincidencia entre los significados institucional y personal sobre cada objeto matemático (Godino, 1996). Dicha comprensión tiene en cuenta diferentes aspectos del objeto cuya comprensión se quiere evaluar y se adquiere gradualmente. En este trabajo pretendemos evaluar la comprensión que muestran los estudiantes del objeto matemático “*intervalo de confianza*” a partir del análisis de las prácticas que realizan para resolver un problema abierto en el que deben construir un intervalo.

Significado frecuencial del intervalo de confianza

El problema de estimación por intervalos ha sido resuelto desde diferentes comunidades estadísticas que entiende la inferencia desde varios puntos de vista (frecuencial, bayesiano o remuestreo entre otros) y, por tanto, podemos considerar la existencia de significados institucionales diferentes de este objeto matemático (Olivo, 2008; Rivadulla, 1991). Dichos significados coexisten en la actualidad e implican diferentes prácticas matemáticas asociadas.

Todos estos enfoques coinciden en dar la solución al problema de estimar un parámetro θ de una población utilizando los datos de una muestra y un estimador $\hat{\theta}$ calculado a partir de ella, dando además una medida de la imprecisión de la estimación causada por la variabilidad del muestreo, proporcionando un rango de valores para el parámetro (Morey et al., 2016).

Destacamos los siguientes tres métodos de construcción e interpretación del intervalo de confianza. En este trabajo nos restringimos al *método frecuencial* que fue iniciado por Neyman (1937). Desde esta perspectiva se entiende que el parámetro poblacional θ es un valor constante y desconocido, y que el estimador $\hat{\theta}$ es una variable aleatoria (que cambia de una muestra a otra). En el *método bayesiano* se supone que el parámetro θ es una variable aleatoria con una distribución inicial de probabilidad y se utiliza la muestra seleccionada para obtener la distribución final del parámetro calculando, a partir de ella, el intervalo de confianza (llamado *intervalo de credibilidad*). En el *método de remuestreo* se parte de una muestra inicial de la que se extrae, por remuestreo, otras muchas muestras, a partir de las cuales se calcula una distribución de remuestreo del estimador $\hat{\theta}$ en las diferentes muestras, la cual se usa para obtener el intervalo de confianza (llamado, en este caso, *intervalo de remuestreo*).

La enseñanza actual en España se concentra en el método frecuencial, según el cual el valor de estimador $\hat{\theta}$ en la muestra se utiliza para determinar el intervalo de confianza. Esto significa que, para el caso de la media poblacional, se usa como estimador la media muestral. Se pretende obtener un intervalo con los siguientes extremos (EI y ES), asociados a un cierto *nivel de confianza* $(1 - \alpha)$, donde α es cualquier número entre 0 y 1, escogido anticipadamente y denominado *coeficiente de confianza* (Olivo, 1997):

$$EI = \hat{\theta} - k_1 S_{\hat{\theta}} \quad \text{y} \quad ES = \hat{\theta} + k_2 S_{\hat{\theta}}.$$

El coeficiente de confianza determina las constantes k_1 y k_2 que se necesitan en el cálculo del intervalo. Si la distribución muestral es simétrica alrededor del estadístico $\hat{\theta}$, estas constantes son iguales y se determinan obteniendo los valores centrales de dicha distribución que incluyen una probabilidad $1 - \alpha$.

Mayo (1981) recuerda que el nivel de confianza $1 - \alpha$ se refiere a los extremos del intervalo, que son variables aleatorias, y no representa la probabilidad de que el verdadero valor del parámetro θ esté situado dentro del intervalo. Es decir, se refiere al porcentaje de intervalos contruidos a partir de diferentes muestras del mismo tamaño de la población que cubrirán el parámetro. Morey et al. (2016) sugieren la necesidad de diferenciar entre el procedimiento que genera el intervalo y el intervalo en sí mismo. Tenemos una confianza del $100(1 - \alpha)\%$ en que el procedimiento generará intervalos que, en dicho porcentaje, cubrirán el valor real del parámetro; pero cada intervalo en sí mismo no es aleatorio, sino fijo, y puede o no cubrir el parámetro. Los autores denominan *falacia fundamental de la confianza* al hecho de interpretar dicha confianza como probabilidad de que el parámetro esté contenido en el intervalo.

Antecedentes

Son pocas las investigaciones sobre comprensión del intervalo de confianza, y la mayor parte se han hecho con licenciados, con investigadores o con estudiantes de ingeniería. Así, Cumming, William y Fidler (2004) seleccionaron a 263 investigadores que habían publicado artículos de investigación en revistas internacionales en los cuales se utilizaba la estimación por intervalos. Tras proporcionarles un intervalo de confianza para la media de una población, construido a un nivel de confianza del 95%, se interrogó a dichos investigadores sobre los valores que ellos entendían que debían ser factibles para la media muestral si se repitiese el mismo experimento en un gran número de ocasiones. El 74% de los investigadores respondieron

que la media volvería a caer en el intervalo proporcionado en el 95% de las ocasiones (probabilidad de replicación).

Behar (2001) realizó un estudio con 47 profesionales de estadística y 297 estudiantes de ingeniería e identificó un error de interpretación, pues el 29% de los expertos y el 50% de los estudiantes afirmaba que el nivel de confianza indicaba el porcentaje de datos poblacionales que caen dentro del intervalo de confianza. Por otro lado, el 40% de los expertos y poco más de la mitad de los estudiantes indicaron que el nivel de confianza es la probabilidad de que el intervalo contenga al verdadero valor de la media poblacional. Otros participantes en el estudio creían erróneamente que cuando el nivel de confianza es alto, dejando invariantes los demás factores, se obtenían intervalos más estrechos, por lo que mostraban ausencia de comprensión de la relación entre la anchura del intervalo y el tamaño de la muestra.

En una serie sucesiva de trabajos (Olivo, 2008; Olivo, Díaz y Batanero, 2007; Olivo et al., 2008), se analizó la comprensión de alumnos de ingeniería mediante un amplio cuestionario (que puede consultarse en Olivo, 2008) en el que se recogían preguntas sobre diversos contenidos relacionados con este tema. Dicho cuestionario fue propuesto a una muestra de 48 estudiantes, y sus resultados fueron publicados en Olivo y Batanero (2007). Muchas de las cuestiones fueron correctamente respondidas por la mayor parte de participantes en el estudio. Sin embargo, también se detectaron muchas dificultades, además de los siguientes errores conceptuales:

- El 18% afirmaba que una variación en el nivel de confianza no afectaría a la anchura del intervalo.
- El 21% relacionaba el intervalo con posibles valores de la variable estudiada, en vez de relacionarlo con su media poblacional.
- El 27% de los participantes interpretaba el nivel de confianza con la probabilidad de que la media cayese dentro de él.

Respecto al conocimiento procedimental, en el trabajo de Olivo, Batanero y Díaz (2008) el 41,3% de los estudiantes de ingeniería tuvo errores al obtener el valor crítico para construir el intervalo, y el 18,7% construyó un intervalo incorrecto para la comparación de dos varianzas al intercambiar los grados de libertad de numerador y denominador. Igualmente, el 34,5% obtuvo unos grados de libertad incorrectos para determinar el intervalo de confianza de una media, por lo que los autores sugirieron que no se comprendía el concepto de grados de libertad. Otro 11,5% confundió las desviaciones típicas de la población y de la distribución muestral.

Fidler y Cumming (2005) analizaron la interpretación del intervalo de confianza de 180 estudiantes de Psicología, los cuales, en su mayoría, apreciaban los intervalos de confianza desde una perspectiva descriptiva en lugar de valorar su carácter inferencial: un 38% imaginaba el intervalo como un conjunto de valores razonables para la media de la muestra, y un 19% confundía las nociones de rango (o recorrido de la variable aleatoria) e intervalo de confianza. Además, un 20% manifestó que la anchura del intervalo aumentaría cuando creciese el tamaño muestral, un 29% consideró que, en tal caso, la anchura no variaría y, finalmente, un 36% no fue capaz de describir si existía o no relación entre la anchura y el tamaño de la muestra.

En Roldán López de Hierro, Batanero y Álvarez-Arroyo (en prensa) analizamos la comprensión conceptual del intervalo de confianza de 58 estudiantes de Bachillerato y 37 de ingeniería a través de sus respuestas a seis cuestiones de opción múltiple. Los resultados muestran la presencia de todas las dificultades descritas en las investigaciones que acabamos de resumir, siendo mejor los resultados de los estudiantes de ingeniería.

Con objeto de ahondar en el análisis de la comprensión de los estudiantes en el tema, en este nuevo trabajo proponemos un problema abierto a la misma muestra de estudiantes de Bachillerato que participó en el trabajo de Roldán López de Hierro et al. (en prensa) y a otra muestra de estudiantes de Psicología, eligiendo este grupo por ser estudiantes de Ciencias Sociales, al igual que los estudiantes de Bachillerato de la muestra. La resolución del problema abierto nos permitirá analizar las prácticas matemáticas realizadas por los estudiantes para, a partir de ella, identificar la comprensión lograda de los objetos matemáticos que intervienen en el proceso de resolución.

Metodología

La muestra estuvo formada por dos tipos de estudiantes. En primer lugar, participaron 58 estudiantes de segundo curso de Bachillerato de Ciencias Sociales de dos institutos diferentes de la ciudad de Granada, el primero situado en el centro de la ciudad (24 estudiantes) y el segundo en la periferia (34 estudiantes). Estos estudiantes completaron el problema propuesto dentro de la clase de matemáticas, una vez estudiado el tema de los intervalos de confianza y durante el último trimestre del curso, cuando se preparaban para las pruebas de acceso a la universidad, por lo que se estaban ejercitando en la resolución de problemas de inferencia, incluido el intervalo de confianza.

El segundo grupo estuvo constituido por 57 estudiantes de primer curso de Psicología de la Universidad de Huelva, que cursaban la asignatura Análisis de datos II, centrada en la inferencia estadística, durante el segundo semestre del curso. Los estudiantes habían estudiado otra asignatura denominada Análisis de datos I en el primer semestre, donde estudiaron estadística descriptiva y cálculo de probabilidades. Completaron el problema dentro de una evaluación parcial del curso, una vez que lo habían estudiado.

En consecuencia, la muestra es intencional, por lo que no pretendemos generalizar las conclusiones a una población más amplia, dado que el estudio es exploratorio. No obstante, pensamos que el análisis de las prácticas matemáticas que estos estudiantes realizan en la resolución del problema propuesto nos permite comprender mejor la complejidad del significado institucional del intervalo de confianza, así como de algunos significados personales que les atribuyen los estudiantes.

A los dos grupos de estudiantes se les propuso el siguiente problema abierto, que se tomó de la prueba de acceso a la universidad en Andalucía del año 2018. El motivo para elegir un problema de estas pruebas fue asegurarse de que era familiar para ambos tipos de estudiantes: para los de Bachillerato, porque se estaban preparando en ese momento para tales pruebas de acceso y resolvían problemas similares; para los de Psicología, porque habían realizado las pruebas de acceso el curso anterior.

Problema. La media muestral de 100 observaciones en una prueba de matemáticas es de 75 puntos. Asumiendo que las calificaciones siguen una distribución normal y que $\sigma = 7$, encuentre el intervalo de confianza al 95% para la media de la población.

El problema se puede resolver recordando y aplicando la fórmula de cálculo del intervalo de confianza para la media de una población (con desviación típica conocida), a partir de los datos del problema, que son el tamaño de muestra ($n = 100$), la media muestral $\bar{x} = 75$ y la desviación típica de la población $\sigma = 7$.

Fijado un *coeficiente de confianza* $1 - \alpha$ (en el problema, situado en el 95%), la estimación por intervalo de la media poblacional μ consiste en determinar un intervalo, centrado en la media muestral \bar{x} , de manera que una cierta proporción (aproximadamente igual al coeficiente de confianza) de intervalos construidos a partir de muestras diferentes, pero de igual tamaño de la población, contenga a la media de la población. Se utiliza la media muestral como estimador de la media poblacional debido a las siguientes propiedades: es un estimador

insesgado, de mínima varianza y consistente (se acerca al valor estimado al aumentar el tamaño de la muestra; Silvey, 2017).

Es muy importante recordar que no es posible saber si el verdadero valor de la media poblacional pertenece, o no, al intervalo de confianza una vez construido éste porque, desde el principio, asumimos que μ es desconocida. El nivel de confianza se refiere al método de construcción de los intervalos de forma que, si construimos un gran número de ellos a partir de muestras aleatorias independientes, la teoría estadística indica que al menos el $100(1 - \alpha)\%$ de los mismos contendrá al verdadero valor de la media poblacional (Roldán López de Hierro, 2019).

La determinación de la fórmula para obtener dicho intervalo está basada en la distribución muestral de la media de la muestra que es una variable aleatoria, ya que varía de una muestra a otra, y en las condiciones del problema sigue una distribución normal $N\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$, es decir, su valor esperado es la media de la población y su desviación típica igual a la de la población dividida por la raíz cuadrada del tamaño n de la muestra. Esta desviación típica de la distribución muestral de la media $\sigma_{\bar{x}}$ se denomina *error típico*. Aplicando el proceso de tipificación, la variable aleatoria $Z = (\bar{X} - \mu)/\sigma_{\bar{x}}$ sigue una distribución normal estándar $N(0,1)$. Si denotamos por $z_{\alpha/2}$ al único valor real (positivo) que satisface la igualdad $P(Z > z_{\alpha/2}) = \alpha/2$ (al que llamaremos *nivel de riesgo* o *valor crítico* para el nivel de confianza $1 - \alpha$), entonces los extremos del intervalo de confianza, para un coeficiente de confianza $1 - \alpha$ se obtienen mediante la siguiente fórmula:

$$\bar{x} \pm z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

La semi-amplitud del intervalo de estimación, es decir, el número $z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$, se conoce como *error máximo de estimación*. Sustituyendo los datos del problema en esta fórmula, se obtiene el intervalo pedido:

$$\left[75 \pm 1.96 \frac{7}{\sqrt{100}} \right] = [73.628, 76.372]$$

Para analizar más profundamente esta solución, en el Cuadro 1 mostramos un análisis semiótico de la misma en base al marco teórico descrito, descomponiéndola en prácticas matemáticas elementales y, para cada una de ellas, identificando los objetos y procesos matemáticos involucrados. Dicho análisis pone de manifiesto la gran cantidad de objetos

matemáticos que se deben recordar y aplicar en la solución y, por tanto, la complejidad semiótica de la solución del problema.

Cuadro 1. Análisis semiótico de la solución al problema.

Práctica matemática	Objetos y procesos involucrados
PM1. Recordar o deducir la fórmula de cálculo del intervalo: $\bar{x} \pm z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$	<ul style="list-style-type: none"> • Recordar los conceptos de intervalo y de extremos inferior y superior del mismo. • Diferenciar la media de la muestra (\bar{x}) y la media de la población (μ) y recordar que el intervalo está centrado en la media muestral, pues ésta es un estimador insesgado y de mínima varianza de μ. • Recordar que la amplitud del intervalo viene dada por el valor crítico multiplicado por la varianza de la distribución muestral. • Recordar que la desviación típica de la distribución muestral es $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$. • Recordar que el valor crítico se obtiene a partir del nivel de confianza y la distribución normal estándar.
PM2. Determinar el nivel de riesgo $\alpha/2$ a partir del nivel de confianza $1 - \alpha$	<ul style="list-style-type: none"> • Recordar los conceptos de nivel de confianza y de nivel de riesgo, y la relación entre ellos. • Determinar el nivel de riesgo $\alpha/2$ a partir del nivel de confianza.
PM3. Lectura de la tabla para determinar el valor crítico	<ul style="list-style-type: none"> • Recordar que, en este caso, se puede aplicar la distribución normal $N(0,1)$, previa tipificación de los datos. • Lectura de la tabla de la distribución normal $N(0,1)$, con posible necesidad de interpolación.
PM4. Determinar el error típico σ/\sqrt{n} y el error máximo $z_{\alpha/2} \sigma/\sqrt{n}$	<ul style="list-style-type: none"> • Recordar las fórmulas y los conceptos de error típico y de error máximo de estimación, y la forma en que intervienen en el cálculo del intervalo de confianza.
PM5. Sustitución de datos en la fórmula del intervalo	<ul style="list-style-type: none"> • Identificar los datos necesarios en la fórmula del intervalo a partir del enunciado del problema, recordando los conceptos requeridos.
PM6. Cálculos	<ul style="list-style-type: none"> • Realizar los cálculos requeridos para obtener los extremos del intervalo.
PM7. Redondeo	<ul style="list-style-type: none"> • Recordar los criterios de redondeo y aplicarlos correctamente, si es necesario.

Fuente: Elaboración Propia

Resultados

A continuación, presentamos los resultados obtenidos en nuestro estudio, incluyendo el análisis de algunos ejemplos de soluciones de los estudiantes. Para diferenciar el grupo denotaremos por P1, P2, etc., a las respuestas de los estudiantes de Psicología, y por B1, B2, etc., las de Bachillerato. En primer lugar, se clasificaron las soluciones de los estudiantes en “correctas”, “parcialmente correctas” e “incorrectas”.

Entendemos que una resolución “correcta” es aquella que lleva a una expresión final correcta del intervalo, con o sin redondeo. Un ejemplo de ello, dado por un estudiante de Psicología, se presenta en la Figura 1. En ella observamos que el estudiante sigue todos los pasos descritos en nuestro análisis de la solución del problema (Cuadro 1). Incluso explícitamente nombra muchos de los conceptos que va utilizando, como nivel de confianza o de riesgo, error típico y máximo, e intervalo de confianza, utilizando también una simbología correcta.

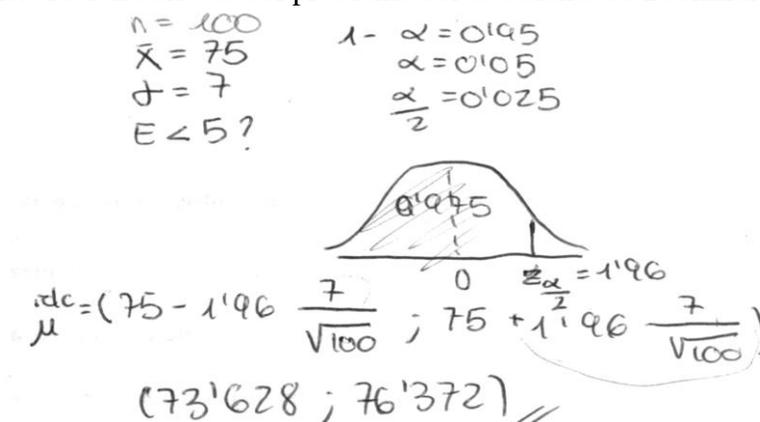
Figura 1. Resolución correcta del problema del estudiante de Psicología P1.

$$\begin{aligned} N. \text{ confianza} &= 0.95 \rightarrow N. \text{ riesgo} = 0.05 \rightarrow z = 1.96 \\ \frac{\alpha}{2} &= \frac{0.05}{2} = 0.025 \rightarrow z = 1.96 \\ \text{Error típico} &= \frac{s}{\sqrt{n}} = \frac{7}{\sqrt{100}} = 0.7 \\ \text{Error máx} &= 1.96 \cdot 0.7 = 1.372 \\ \text{Intervalo} &= 75 \begin{cases} + 1.372 = 76.372 \\ - 1.372 = 73.628 \end{cases} \\ \text{Solución: intervalo de confianza} &= (73.628 - 76.372) \end{aligned}$$

Fuente: Datos de la Investigación

Otro ejemplo, esta vez dado por un estudiante de Bachillerato, se presenta en la Figura 2 que, siendo también correcta y utilizando la simbología adecuada, no describe los conceptos que está utilizando, por lo que no queda tan claro que comprenda realmente todos estos conceptos. Sin embargo, este estudiante, al contrario que en el ejemplo anterior, realiza una gráfica de la distribución normal, como ayuda en la determinación del percentil $z_{\alpha/2}$ a partir del nivel de riesgo.

Figura 2. Resolución correcta del problema del estudiante de Bachillerato B1.



Fuente: Datos de la investigación

Entendemos por resolución “parcialmente correcta” aquella en la que el estudiante llega a escribir la expresión del intervalo de confianza, sustituyendo correctamente los datos requeridos y, sin embargo, por una u otra razón (posiblemente un fallo en las operaciones), no llega a la expresión final del intervalo de confianza. Y una solución “incorrecta” es aquella en que la expresión del intervalo es incorrecta o no se deducen correctamente los datos necesarios para el cálculo a partir del enunciado del problema.

En la Tabla 1 se presentan los resultados sobre la corrección de la respuesta en los dos grupos. Observamos una gran diferencia en la proporción de soluciones correctas entre ambos grupos de estudiantes, siendo mucho mejor los resultados en los estudiantes de Psicología, con el 80% de las soluciones correctas y sin soluciones parcialmente correctas. Aun así, se obtiene todavía un porcentaje de estudiantes con soluciones incorrectas, aunque prácticamente ningún estudiante deja la respuesta en blanco.

Respecto al grupo de estudiantes de Bachillerato, entre soluciones correctas y parcialmente correctas obtenemos un 40%, y es notable que un 30% de los mismos deje la solución en blanco. Estos resultados muestran una dificultad excesiva del tema para este grupo, incluso después de prepararse para las pruebas de acceso donde con frecuencia se les propone un problema de este tipo. El gran porcentaje de respuestas incorrectas sugiere que es un mejor método tratar de que el estudiante explicita todos los pasos y conceptos utilizados en la construcción del intervalo (Figura 1) que simplemente enseñarle a aplicar una fórmula (Figura 2). La razón es que se puede recordar mal la fórmula o no ser capaz de deducir los datos necesitados para aplicarla.

Tabla 1.

Distribución de estudiantes según la resolución del problema.

Tipo de resolución	Bachillerato		Psicología	
	Frecuencia	Porcentaje	Frecuencia	Porcentaje
Resolución correcta	17	29,3	46	80,7
Resolución parcialmente correcta	6	10,4		
Resolución incorrecta	17	29,3	10	17,5
En blanco	18	31,0	1	1,8

Fuente: Datos de la Investigación

Un análisis más detallado del proceso de resolución del problema seguido por los estudiantes se muestra en la Tabla 2, en la que se presentan las frecuencias de estudiantes de cada uno de los dos grupos que llegan a completar las prácticas matemáticas analizadas en la Tabla 1, que son pasos necesarios en la resolución. La mayoría de los estudiantes de Psicología y alrededor del 40% de los de Bachillerato recuerdan y escriben la expresión del intervalo (PM1), y por tanto llegarán a soluciones correctas o parcialmente correctas.

También la mayoría de estudiantes de Psicología es capaz de determinar el nivel de riesgo $\alpha/2$ a partir del nivel de confianza $1 - \alpha$, mientras que apenas la mitad del alumnado de Bachillerato lo consigue. Consideramos muy preocupante esto último, pues dicho valor es el percentil que ha de usarse posteriormente para determinar el valor crítico, y pone de manifiesto que los estudiantes de Bachillerato de nuestra muestra desconocen el significado más esencial del proceso que van a tratar de desarrollar.

Entre los que determinan correctamente el valor de $\alpha/2$, la mayoría determina el valor crítico $z_{\alpha/2}$, leyendo correctamente la tabla de la distribución normal, con lo que muestran conocimiento de dicha distribución y del significado de valor crítico. Además, unos pocos alumnos escriben el valor crítico correcto sin haber explicitado previamente el nivel de riesgo $\alpha/2$ ni haber hecho una gráfica o esquema adecuado de la distribución normal que les ayude en dicho cálculo, por lo que podemos pensar que simplemente recuerdan que el valor crítico en la distribución normal para el nivel de confianza 0,95 es igual a 1,96.

Tabla 2.

Frecuencia de estudiantes que realizan de los pasos de una correcta resolución del problema.

Descripción del proceso seguido	Bachillerato		Psicología	
	Frecuencia	Porcentaje	Frecuencia	Porcentaje
PM1. Recuerda o deduce la expresión del intervalo	23	39,7	46	80,7
PM2. Determina el nivel de riesgo $\alpha/2$, dado el coeficiente de confianza $1 - \alpha$	30	51,7	52	91,2
PM3. Determina el valor crítico $z_{\alpha/2}$, leyendo correctamente la tabla de la distribución normal	26	44,8	43	75,4
PM4. Determina el error típico σ/\sqrt{n} y el error máximo $z_{\alpha/2} \sigma/\sqrt{n}$			39	68,4
PM5. Escribe correctamente la expresión del intervalo $\bar{x} \pm z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ sustituyendo los datos	23	39,7	4	7
PM6. Realiza correctamente los cálculos requeridos	17	29,3	46	80,7
PM7. Da la expresión final de los extremos:				
- Sin redondeo	14	24,1	35	61,4
- Redondeando	3	5,2	11	19,3

Fuente: Datos de la Investigación

Únicamente los estudiantes de Psicología describen y calculan explícitamente el error típico y el error máximo (PM4) como paso previo en la construcción del intervalo siendo, además, la mayoría de los que obtuvieron la solución correcta. Casi todos los estudiantes de Bachillerato que llegan a determinar correctamente el valor crítico y solamente cuatro de Psicología escriben directa y correctamente la fórmula del intervalo de confianza, sustituyendo correctamente los datos requeridos. Finalmente se realizan los cálculos correctamente (todas las soluciones correctas de ambos grupos) y se expresan los valores obtenidos para los extremos del intervalo, redondeando en algunos casos a 1 o 2 decimales. Por otro lado, 13 alumnos de Bachillerato y 3 de Psicología se apoyan en una representación gráfica correcta de la distribución normal para la obtención del valor crítico (como la de la Figura 2), llegando 10 de Bachillerato y esos 3 de Psicología a la solución correcta del problema, lo cual parece indicar que el uso de dicha representación gráfica facilita una visión global adecuada del proceso que están llevando a cabo y una mejor comprensión de esa práctica.

Para completar el análisis mostramos en la Tabla 3 los errores identificados en las respuestas parcialmente correctas o incorrectas, con el porcentaje de aparición respecto al total de alumnos en cada grupo. Algunos alumnos tienen más de un error en el proceso de solución. Muchos de estos errores se habían descrito en la investigación previa, por lo que era previsible su aparición en nuestro estudio.

Tabla 3.

Errores más frecuentes en el proceso de resolución

Tipo de error	Bachillerato		Psicología	
	Frecuencia	%	Frecuencia	%
<i>Errores encontrados en trabajos previos</i>				
Determina incorrectamente el valor crítico $z_{\alpha/2}$	7	12,1	9	15,8
Error en operaciones o uso de expresiones algebraicas	5	8,6	1	1,8
<i>Errores identificados en el estudio</i>				
Suma y resta a la media el valor crítico antes de multiplicar por el error típico	4	6,9		
Suma y resta a la media el valor crítico multiplicado por el tamaño de la muestra	1	1,7		
Determina incorrectamente nivel de riesgo $\alpha/2$	1	1,7	3	5,3
Redondeos incorrectos	9	15,5		
Toma un valor crítico negativo $-1,96$			9	15,8
Intercambia los extremos del intervalo			1	1,8

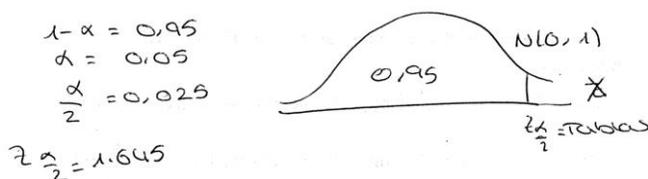
Fuente: Datos de la Investigación

Errores descritos en la investigación previa

El error más frecuente (12,1 % de estudiantes de Bachillerato y 15,8% de Psicología) es determinar incorrectamente el valor crítico $z_{\alpha/2}$ debido a lectura incorrecta de la tabla, a pesar de que el valor crítico correspondiente al 95% de confianza que enunciaba el problema se utiliza con mucha frecuencia en clase, lo que podría facilitar a los estudiantes el recordar que su valor es de 1,96. Este error también aparece en el trabajo de Olivo, Batanero y Díaz (2008) en el 41,3% de los estudiantes, por lo que nuestros resultados son mejores que los del citado trabajo.

En unos casos, como en el mostrado en la Figura 3, el estudiante representa incorrectamente el área correspondiente al nivel de confianza en la curva normal, confundiéndolo con la correspondiente a la cola izquierda, es decir, no comprende que se debe tomar el 95% central de los valores de la distribución normal (percentil del 97,5%) y, en su lugar, toma el percentil del 95%. Ello implica la falta de comprensión del concepto de coeficiente de confianza. Otros estudiantes no habían confeccionado una representación gráfica, por lo que no podían apoyarse en la misma para hacer una lectura adecuada de la tabla de la distribución normal.

Figura 3. Cálculo incorrecto del valor crítico por el estudiante de Bachillerato B2.



Fuente: Datos de la Investigación

En el ejemplo mostrado en la Figura 4, el estudiante confunde el valor crítico (que es un percentil de la curva normal) con el nivel de riesgo (que es una probabilidad), por lo que no usa la tabla de la distribución normal para deducir el valor crítico y obtiene un intervalo incorrecto.

Figura 4. Confusión de valor crítico y nivel de riesgo por el estudiante de Bachillerato B3.

$$\text{Fórmula} = \left(\bar{x} - z_{\alpha/2} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z_{\alpha/2} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} \right)$$

$$\left(75 - 0,025 \cdot \frac{7}{\sqrt{100}}, 75 + 0,025 \cdot \frac{7}{\sqrt{100}} \right) = \left(75 - 0,025 \cdot 0,7, 75 + 0,025 \cdot 0,7 \right)$$

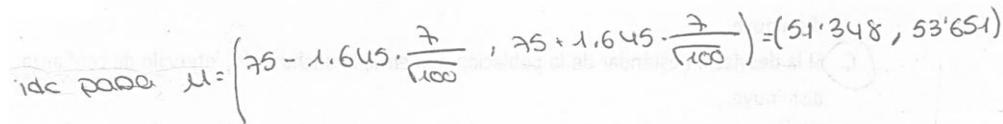
Fuente: Datos de la Investigación

En ocasiones se producen errores al realizar las operaciones; en unos casos se trata de errores aritméticos y, en otros, como en el ejemplo de la Figura 3, se trata de estudiantes que no dominan el trabajo con expresiones algebraicas (es más usual encontrar estudiantes cuyos conocimientos algebraicos previos son más deficientes en el Bachillerato de Ciencias Sociales que en el Científico y Tecnológico).

Nuevos errores identificados en nuestro estudio

Los nuevos errores identificados que más llaman la atención son aquellos que, una vez producidos, indican objetivamente que una parte del razonamiento es incorrecto. En este sentido, es especialmente llamativo que el alumnado haya sumado y restado a la media muestral el valor crítico, antes de multiplicar por el error típico (desviación típica de la distribución muestral), dando lugar al intervalo erróneo generado por la expresión $(\bar{x} \pm z_{\alpha/2}) \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$. Al evaluar esta expresión algebraica se obtiene el intervalo $[51,12 ; 53,87]$, el cual es claramente incorrecto pues no contiene a la media muestral $\bar{x} = 75$. Un ejemplo de este error puede observarse en la Figura 5, donde el estudiante escribe la fórmula correcta del intervalo, pero no tiene suficiente dominio de la expresión algebraica y se produce el error descrito. Obsérvese que el estudiante también había determinado incorrectamente el valor crítico, obteniendo 1,645.

Figura 5. Respuesta del estudiante de Bachillerato B4.

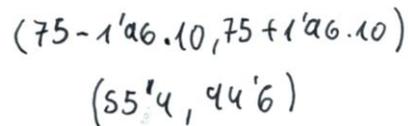


ide para $\mu = \left(75 - 1.645 \cdot \frac{7}{100}, 75 + 1.645 \cdot \frac{7}{100} \right) = (51.348, 53.651)$

Fuente: Datos de la Investigación

Otro tipo de fórmula errónea, como en el ejemplo mostrado en la Figura 6, es que en lugar de multiplicar el valor crítico por el error típico se multiplica por el tamaño de la muestra:

Figura 6. Respuesta del estudiante de Bachillerato B5, donde suma y resta a la media muestral el error típico multiplicado por el tamaño de la muestra.



$(75 - 1'96 \cdot 10, 75 + 1'96 \cdot 10)$
 $(55'4, 44'6)$

Fuente: Datos de la investigación

Cuatro estudiantes determinan erróneamente el nivel de riesgo al usar directamente α en lugar de $\alpha/2$; son estudiantes que muestran no comprender este concepto y arrastran el error al determinar un valor crítico incorrecto, que da lugar a extremos erróneos en el intervalo de confianza.

Respecto a la cuestión del redondeo de los extremos del intervalo de confianza, lo que se observa es que el alumnado trunca el número que obtiene en la calculadora sin más

consideración, lo cual es preocupante si tenemos en cuenta que es un error de cursos muy anteriores (primero o segundo de la E.S.O.) y aquí ha sido cometido por el 15,5% de nuestros alumnos de segundo de Bachillerato.

Otros errores aislados son los siguientes: a) intercambiar los extremos del intervalo, lo que indica desconocimiento de este concepto y del orden numérico; b) utilizar un valor crítico correcto pero negativo, debido a que busca en la curva normal el percentil del 2,5% en lugar del percentil de 97,5%, y que conlleva como resultado que en ocasiones obtenga cambiados los extremos del intervalo, aunque otras los escriba en orden correcto; y c) calcular $\frac{z_{\alpha}}{2}$ en lugar de $z_{\alpha/2}$, lo que de nuevo muestra confusión en la idea de nivel de riesgo.

Discusión e implicaciones didácticas

El intervalo de confianza proporciona más información que los contrastes de hipótesis, permitiendo cambiar el razonamiento estadístico dicotómico (rechazar o no una hipótesis) por un razonamiento de estimación, que se enfoca en la magnitud del efecto de las variables investigadas (Cumming, 2013). Es, por tanto, importante ayudar al estudiante a adquirir este tipo de razonamiento. Por ello, nuestro análisis ofrece una información relevante a los profesores de matemáticas de Bachillerato y profesores de estadística en Psicología, que podrían no ser conscientes de la complejidad y dificultad que el tema tiene para sus alumnos.

Sería necesario hacer reflexionar a los estudiantes sobre los pasos que se siguen en la construcción del intervalo de confianza y pedirles describir los objetos matemáticos que intervienen en cada uno de estos pasos. Debido al poco tiempo disponible, en ocasiones se enseña a construir el intervalo de confianza únicamente memorizando y aplicando la fórmula, sin una reflexión profunda sobre estos pasos de la construcción.

Es evidente que hay que superar este problema pues el cálculo de intervalos de confianza es una cuestión ampliamente resuelta por la tecnología, y la construcción del mismo no debe ser el principal objetivo de la enseñanza. Recomendamos al profesorado destinar más tiempo a transmitir a los estudiantes una comprensión de los diferentes objetos matemáticos involucrados en esta construcción y de sus propiedades, entre ellas las siguientes (nos referimos sólo a la media, aunque la discusión se aplica a otros parámetros, como la proporción):

- Es necesario diferenciar claramente la muestra de la que se dispone, con su media y desviación típica muestral, de la población objeto de estudio, modelizada por una variable con media y desviación típica poblacionales.
- El intervalo de confianza permite obtener una estimación de la media poblacional (que es un parámetro), a partir de la media muestral.
- Aunque usamos únicamente una muestra, es posible construir infinidad de muestras aleatorias del mismo tamaño que ésta. La media de cada una de todas estas muestras es una variable aleatoria y su distribución es la distribución muestral. La media de esta distribución muestral coincide con la media de la población y la desviación típica (error típico) es la desviación típica de la población dividida por la raíz cuadrada del tamaño de la muestra.
- El intervalo de confianza proporciona una estimación aproximada de la media poblacional a partir de la media muestral, a la que se suma y resta una cantidad, por lo que conviene asegurarse que el intervalo contiene a la media muestral. Los extremos del intervalo se obtienen teniendo en cuenta el nivel de confianza y la distribución muestral de la media de la muestra.
- Es importante recordar que no se sabe si el intervalo de confianza concreto construido en un estudio contiene al verdadero valor del parámetro poblacional. Pero sí se puede conocer la proporción de intervalos, generados con muchas muestras aleatorias independientes de igual tamaño, que lo contienen y que viene dada por el coeficiente de confianza.
- Es importante apoyarse en las representaciones gráficas y simulaciones que permiten aumentar la comprensión del significado y propiedades del intervalo de confianza. Más aún, teniendo en cuenta que la mayor parte del alumnado que realiza una representación gráfica adecuada calcula sin dificultad el valor crítico correcto. Sería también importante corregir errores impropios de estudiantes de Bachillerato o universidad, como el redondeo, meras operaciones aritméticas o el uso incorrecto de expresiones algebraicas sencillas.

Finalmente resaltamos la necesidad de dedicar más tiempo al estudio del intervalo de confianza, pues será una noción de enorme importancia en los estudios posteriores del alumnado.

Agradecimientos

Proyectos TIN2017-89517-P y Grupos de Investigación FQM-268 y FQM-126 (Junta de Andalucía).

Referencias

- Behar, R. (2001). *Aportaciones para la mejora del proceso de enseñanza-aprendizaje de la estadística*. Tesis Doctoral. Universidad Politécnica de Cataluña.
- Coulson, M., Healey, M., Fidler, F., & Cumming, G. (2010). Confidence intervals permit, but do not guarantee, better inference than statistical significance testing. *Frontiers in Psychology*, 1(26), 1-9. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2010.00026>
- Cumming, G. (2013). *Understanding the new statistics: Effect sizes, confidence intervals, and meta-analysis*. Routledge.
- Cumming, G., Williams, J., & Fidler, F. (2004). Replication, and researchers' understanding of confidence intervals and standard error bars. *Understanding Statistics*, 18(3), 299-311. DOI: [10.1111/j.1467-9280.2007.01881.x](https://doi.org/10.1111/j.1467-9280.2007.01881.x)
- Fidler, F., & Cumming, G. (2005). Teaching confidence intervals: Problems and potential solutions. *Proceedings of the 55th International Statistics Institute Session CD-ROM*. Sidney, Australia: International Statistical Institute.
- De la Fuente, E. I. & Díaz-Batanero, C. (2004). Controversias en el uso de la inferencia en la investigación experimental. *Metodología de las Ciencias del Comportamiento, Volumen especial 2004*, 161-167.
- Godino, J. D. (1996). Mathematical concepts, their meaning, and understanding. En L. Puig y A. Gutierrez (Eds.), *Proceedings of XX Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (v.2, pp. 417-425). Universidad de Valencia.
- Godino, J. D. (2002). Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 22 (2 y 3), 237-284.
- Godino, J. D., Batanero, C. & Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education ZDM. *The International Journal on Mathematics Education*, 39 (1-2) 127-135.
- Godino, J. D., Batanero, C. & Font, V. (2019). The onto-semiotic approach: Implications for the prescriptive character of didactics. *For the Learning of Mathematics*, 39 (1), 38-43.
- Godino, J. D., Batanero, C., & Roa, R. (2005). An onto-semiotic analysis of combinatorial problems and the solving processes by university students. *Educational Studies in Mathematics*, 60 (1), 3-36.

- López-Martín, M. M., Batanero, C., Díaz-Batanero, C. & Gea, M. (2016). La inferencia estadística en las Pruebas de Acceso a la Universidad en Andalucía, *Revista Paranaense de Educação Matemática*, 5(8), 33-59.
- Mayo, D. G. (1981). In defense of the Neyman-Pearson theory of statistics. *Philosophy of Science*, 48, 269-280. DOI: <http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v33n64a11>.
- Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, MECD (2015). *Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato*. Madrid: Autor.
- Morey, R. D., Hoekstra, R., Rouder, J. N., Lee, M. D., & Wagenmakers, E. J. (2016). The fallacy of placing confidence in confidence intervals. *Psychonomic Bulletin & Review*, 23 (1), 103-123. DOI: <https://doi.org/10.3758/s13423-015-0947-8>.
- Neyman, J. (1937). Outline of a theory of statistical estimation based on the classical theory of probability. *Philosophical Transaction of the Royal Society of London, series A, Mathematical and Physical Sciences*, 236 (767), 33-380.
- Olivo, E. (2008). *Significados del intervalo de confianza en la enseñanza de la ingeniería en México*. Tesis Doctoral. Universidad de Granada.
- Olivo, E., & Batanero, C. (2007). Un estudio exploratorio de dificultades de comprensión del intervalo de confianza. *Unión*, 12, 37-51.
- Olivo, E., Batanero, C., & Díaz, C. (2008). Dificultades de comprensión del intervalo de confianza en estudiantes universitarios. *Educación Matemática*, 20 (3), 5-32.
- Rivadulla, A. (1991). *Probabilidad e inferencia científica*. Barcelona: Anthropos.
- Roldán López de Hierro, A. F. (2019). *Un análisis exploratorio de la comprensión del intervalo de confianza por estudiantes de bachillerato*. Tesis de Máster. Universidad de Granada.
- Roldán López de Hierro, A. F., Batanero, C., & Álvarez-Arroyo, R. (en prensa). Conflictos semióticos relacionados con el intervalo de confianza en estudiantes de Bachillerato e Ingeniería. *Educación Matemática Debate*.
- Silvey, S. D. (2017). *Statistical inference*. London: Routledge.
- Wilkinson, L. & Task Force on Statistical Inference (1999). Statistical methods in psychology journals: Guidelines and explanations. *American Psychologist*, 54, 594-604. DOI: <https://doi.org/10.1037/0003-066X.54.8.594>
- Yaremkó, R. M., Harari, H., Harrison, R. C. & Lynn, E. (2013). *Handbook of research and quantitative methods in psychology: For students and professionals*. Hilldale, NJ: Erlbaum.

Las medidas de tendencia central en libros de texto de Educación Primaria en México

Danilo Díaz-Levicoy

dddiaz01@hotmail.com

<https://orcid.org/0000-0001-8371-7899>

Universidad Católica del Maule (UCM)

Talca, Chile.

Lizzet Morales-García

lmgarcia@uagro.mx

<http://orcid.org/0000-0002-2295-2278>

Universidad Autónoma de Guerrero (UAGro)

Guerrero, México.

Francisco Rodríguez-Alveal

frdriguez@ubiobio.cl

<http://orcid.org/0000-0002-9141-4502>

Universidad de Bío-Bío (UBB)

Chillán, Chile.

Recibido: 15/04/2020 **Aceptado:** 15/05/2020

Resumen

En este trabajo se describen los principales resultados de analizar las actividades en que intervienen las medidas de tendencia central en libros de texto de Educación Primaria en México. Para ello, se realiza un análisis de contenido en los libros de 4º, 5º y 6º de primaria que entrega la Secretaría de Educación Pública y los de una editorial privada, seis textos en total. Los resultados muestran el predominio de la media aritmética y la moda, la tarea de calcular, el uso de las representaciones de listado de datos y tabla de datos y el contexto personal; en el caso de la forma de trabajo, ésta depende de la editorial. Se observa la necesidad de aumentar la cantidad de las actividades sugeridas en los libros de texto.

Palabras clave: Libro de texto. Media aritmética. Moda. Mediana. Actividades.

As medidas de tendência central nos livros didáticos da Educação Primária no México

Resumo

Este trabalho descreve os principais resultados da análise das atividades nas quais medidas de tendência central intervêm nos livros didáticos da educação primária no México. Para isso, realizou-se uma análise de conteúdo nos livros da 4ª, 5ª e 6ª séries do ensino fundamental distribuídos pela Secretaria da Educação Pública, e nos de uma editora privada, num total de seis textos. Os resultados mostram a predominância da média aritmética e da moda, a tarefa de calcular, o uso das representações de lista de dados e tabela de dados e o contexto pessoal; no caso da forma de trabalho, depende da editora. Observa-se a necessidade de aumentar o número de atividades sugeridas nos livros didáticos.

Palavras chave: Livro didático. Média aritmética. Moda. Mediana. Atividades.

Measures of central tendency in textbooks of Primary Education from Mexico

Abstract

This article describes the main results of analyzing the activities in which the central tendency measures in Mexican textbooks of Primary Education are involved. To do this, a content analysis is carried out in books of 4th, 5th and 6th grade of primary education provided by the Public Education Secretariat and also those provided by a private publishing house, making six texts in total. The results show the predominance of the arithmetic mean and the mode, the calculating task, the use of data list representations and data table and the personal context; regarding the way of work, it depends on the publisher. The need to increase the amount of suggested activities in textbooks is observed.

Keywords: Textbook. Arithmetic mean. Mode. Median. Activities.

Introducción

En la actualidad, el uso de la estadística y sus elementos se han masificado debido a su potencial para comprender fenómenos en diversas áreas de conocimiento y en la vida cotidiana. En este sentido, los gráficos, las tablas y las medidas de resumen estadísticos permiten mostrar en forma sintetizada gran cantidad de información, la que debe ser entendida por los ciudadanos que están expuestos a multiplicidad de estos elementos en los medios de comunicación (periódicos, televisión, revistas, radio, etc.). En este sentido, el ciudadano necesita herramientas para leer e interpretar la información, y, partir de esto, poder opinar y tomar decisiones. Por otro lado, las directrices curriculares en el área de matemática en diferentes países incluyen contenidos de estadística en los diferentes niveles educativos (Batanero, 2001; Font, 2008), motivados por su utilidad e importancia.

Con respecto a las medidas de tendencia central (MTC), diversos autores señalan su importancia en la construcción y comprensión de otros conceptos estadísticos (e.g., Batanero, 2001; Cobo, 2003; Escobedo y Mayén, 2018; Mayén, 2009).

Las MTC, así como las tablas y gráficos estadísticos, son consideradas parte de la *cultura estadística* (Arteaga, Batanero, Cañadas y Contreras, 2011; Contreras y Molina-Portillo, 2019).

Esta expresión hace referencia a un derecho ciudadano, que implica:

(...) leer e interpretar tablas, gráficos y medidas de resumen que aparecen en los medios; interpretar, evaluar críticamente y comunicar información estadística; comprender y utilizar el lenguaje y las herramientas básicas de la estadística; apreciar el valor de la estadística en la vida cotidiana, la vida cívica y la vida profesional en calidad de consumidor de datos, de modo de actuar como un ciudadano informado

y crítico en la sociedad basada en la información (Del Pino y Estrella, 2012, p. 55).

Otro elemento central en nuestro trabajo es el libro de texto, recurso pedagógico central para los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática, producto de una *transposición didáctica* (Chevallard, 1991), usado ampliamente por profesores y estudiantes (Díaz-Levicoy, Giacomone y Arteaga, 2017; Díaz-Levicoy, Vásquez y Molina-Portillo, 2018), configurándose “como una invariante de la escuela, como un material estable, de hecho, el material pedagógico de más larga duración en la historia de la escuela, aunque sujeto a modificaciones y transformaciones” (Braga y Belver, 2016, p. 200). Además, guarda relación directa con las directrices curriculares (Herbel, 2007), porque es visto por los profesores como su representación en el aula (Salcedo, Molina-Portillo, Ramírez y Contreras, 2018) y contribuye al éxito o fracaso de su implementación (Cantoral, Montiel y Reyes-Gasperini, 2015).

De acuerdo con estas consideraciones, nos planteamos como objetivo: *analizar las actividades sobre MTC presentes en libros de texto de matemática de Educación Primaria en México*. Proporcionando información novedosa y de interés para quienes investigan en Didáctica de la Estadística en México y Latinoamérica.

Este trabajo se ha estructurado en los siguientes apartados: en la Sección 2 se sinteriza lo estipulado en las directrices curriculares sobre las MTC, en la Sección 3 se presentan resultados de investigaciones previas, en la Sección 4 describimos aspectos sobre la metodología del estudio, en la Sección 5 presentamos los resultados y, finalizamos, en la Sección 6 con las conclusiones más destacadas del trabajo de investigación.

Las medidas de tendencia central en las directrices curriculares

La estadística y la probabilidad son temas que se trabajan desde el inicio de la Educación Primaria en diferentes países (e.g., MECD, 2014; MINEDU, 2017; MINEDUC, 2012). En México, siguiendo esta tendencia, en el Plan de Estudio (SEP, 2011a) y Programas de Estudio de Educación Primaria (SEP, 2011b; SEP, 2011c; SEP, 2011d), el estudio de las MTC se aborda de 4° a 6° grado en el eje *Manejo de la información*; el cual se tiene como objetivo “identificar las medidas de tendencia central en un conjunto de datos” (SEP, 2011b, p. 63). En el Cuadro 1 se presentan los contenidos relacionados con este tema por grado.

Cuadro 1. *Contenidos sobre las MTC para la Educación Primaria en México*

Grado	Contenido
4°	Identificación y análisis de la utilidad del dato más frecuente de un conjunto de datos (moda) (SEP, 2011b, p. 78).
5°	Cálculo de la media (promedio) y análisis de su pertinencia respecto a la moda como dato representativo en situaciones diversas (SEP, 2011c, p. 80).
6°	Uso de la media (promedio), la mediana, y la moda en la resolución de problemas (SEP, 2011d, p. 77).

Fuente: elaborado por los autores

Actualmente, se están realizando cambios en los programas de estudio en México; mismos que se han plasmado paulatinamente en el Nuevo Modelo Educativo 2018 (SEP, 2017). En él, la enseñanza de las MTC se proponen de 4° a 6° curso de Educación Primaria, en el eje temático *Análisis de datos*, cuyo objetivo es “propiciar que los estudiantes adquieran conocimientos y desarrollen habilidades propias de un pensamiento estadístico y probabilístico” (SEP, 2017, p. 306). Este eje se organiza en cuatro ideas fundamentales, donde la tercera se relaciona directamente con las MTC: “el uso de medidas de tendencia central y de dispersión para reducir la complejidad de los conjuntos de datos y aumentar las posibilidades de operar con ellos” (Op. cit., p. 306). En el Cuadro 2 especificamos los aprendizajes esperados relacionados con este tema.

Cuadro 2. *Aprendizajes esperados sobre las MTC para la Educación Primaria en México (SEP, 2017)*

Grado	Aprendizaje esperado
4°	Uso e interpreta la moda de un conjunto de datos (p. 319).
5°	Interpreta la moda (p. 320).
6°	Usa e interpreta la moda, la media aritmética y el rango de un conjunto de datos (p. 321).

Fuente: elaborado por los autores

En ambos casos se observa la importancia que tienen las MTC y que deben ser enseñadas en los últimos tres años de la Educación Primaria. Para este trabajo, no consideramos las últimas modificaciones curriculares, por estar próximas a implementarse.

Antecedentes

Investigaciones sobre MTC

Algunas investigaciones acerca de las MTC se han centrado, mayoritariamente, en la media aritmética (Batanero, Godino y Navas, 1997; Estrella, 2016; Garrett y García, 2008; Ortiz, Font y Mayén, 2009; Marques, Guimarães y Gitinara, 2011); otras combinan dos o más de ellas (Escobedo y Mayén, 2018; Estrella, 2008; Neres y Cantanhêde, 2018; Rodríguez-Alveal, Díaz-Levicoy y Maldonado-Fuentes, 2018; Rodríguez-Alveal, Maldonado-Fuentes y Sandoval, 2012); y son pocas las que indagan exclusivamente la mediana o la moda (e.g., Mayén y Batanero, 2009).

Sobre la media aritmética, Batanero et al. (1997) estudian su comprensión por 273 estudiantes de la Facultad de Ciencias de la Educación. Los resultados evidencian la existencia de errores conceptuales y las dificultades en la aplicación de los conocimientos sobre este objeto estadístico, en especial en el tratamiento de los valores atípicos, por lo que señalan la necesidad de potenciar los contenidos estadísticos en la formación de profesores. En esta misma línea, Ortiz et al. (2009) indagan los significados personales de futuros profesores de Educación Primaria, observando dificultades relacionadas con la comprensión de la media y sus propiedades.

Garrett y García (2008) analizan los niveles de comprensión de la media aritmética en estudiantes de secundaria (130) y universitarios (97). Los resultados muestran que los estudiantes: 1) no tienen noción del valor atípico; 2) no consideran la media aritmética como mejor estimador, sino que otorgan esta propiedad a la moda; 3) no son conscientes de la influencia de los valores nulos; y 4) no comprenden ni usan las propiedades significativas de la media aritmética. Además, no se observan diferencias importantes entre ambos grupos de estudiantes.

Por su parte, Marques et al. (2011) analizan la comprensión que alcanzan profesores y estudiantes de Educación Primaria sobre la media aritmética, por medio de la aplicación de dos cuestionarios paralelos, donde variaba la representación entre gráfico de barras y el texto. Los resultados muestran que la comprensión de la media se ve afectada por la representación usada (gráfico o texto); además se observó, en ambos grupos, la dificultad para trabajar con esta MTC, aunque los profesores obtuvieron mejores resultados.

Investigaciones sobre las MTC en libros de texto

La importancia de investigar libros de texto radica en que cumple un papel transcendental en las decisiones didácticas que toma el profesor, principalmente porque cualquier tema que se enseñará se hará según el contexto, dificultad y modalidad que determine el texto (Ortiz, 2002). Además, “si en un texto aparece un significado sesgado, este puede llegar a transmitirse a los alumnos, debiendo el profesor que los usa mantener una permanente vigilancia epistemológica sobre el contenido” (Op. cit., p. 13).

En Cobo y Batanero (2004) se presenta una caracterización del significado institucional que otorgan los libros de texto de Educación Secundaria Obligatoria de España respecto al concepto de media aritmética. Los resultados evidencian el uso de variedad de formas de presentar el concepto, mientras que el trabajo se centra en la memorización de definiciones y en el manejo de la formulas, dejando de lado el estudio de sus propiedades.

Cabrera (2014) estudió el tratamiento de la media aritmética en libros de texto de Educación Secundaria de Perú y su influencia en la comprensión por parte de 32 estudiantes de ingeniería. Para ello, se aplicó un cuestionario, diseñado a partir de los resultados del análisis de los textos. Los resultados muestran que las respuestas de los estudiantes están relacionadas con lo señalado en los textos, especialmente las definiciones, el uso de su algoritmo y aspectos de memorización.

Por su parte, Anjos y Gitirana (2008) estudian el concepto de media aritmética en libros de texto de Educación Primaria en Brasil. Los resultados muestran que el trabajo con este objeto estadístico es, según las propiedades descritas por Strauss y Bichler (1988), en algunos aspectos, óptimo y, en otros insuficientes. Destacando, en el primer caso, que cerca de 75% de las actividades consideran una media aritmética no coincide con algún valor del conjunto. Entre las propiedades poco exploradas se tienen: la media aritmética está comprendida entre los valores extremos de la distribución y la suma de las desviaciones de los datos respecto de la media es cero.

Asimismo, Carvalho y Gitirana (2014) analizan el tratamiento de la media aritmética en libros de texto en Brasil, observando que la mayoría de las actividades (63%) no promueven la reflexión de sus propiedades propuestas por Strauss y Bichler (1988), el significado explotado mayoritariamente es considerarlo como un elemento representativo de un grupo (86,8%) y la representación más usada en la media aritmética es la lengua materna (56%).

Estrella (2008) estudia la transposición didáctica de las MTC en un libro de texto de 7° de Educación Primaria en Chile. La autora concluye que el texto carece de un lenguaje matemático fino, presenta ambigüedad en el uso de los términos y sus significados, los conceptos son presentados por medio de fórmulas y las actividades se reducen a su aplicación inmediata. Por su parte, Ocoró y Ocoró (2016) analizan las actividades propuestas para la enseñanza de las MTC en dos libros de texto de 7° grado en Colombia. Los resultados permiten detectar que no se presentan todas las propiedades de las MTC, no se trabaja la media ponderada y es poca la presencia de ejemplos que permitan ilustrar cómo aplicar cada MTC.

En general, las investigaciones aquí señaladas se han centrado en el análisis de la media aritmética, siendo escasas las enfocadas en las otras MTC. Bajo esta perspectiva, este trabajo aporta elementos de análisis y resultados enfocados en las tres MTC más importantes: media aritmética, mediana y moda.

Método

Para realizar el análisis de las actividades relacionadas con las MTC seguimos una metodología cualitativa (Pérez-Serrano, 1994), con un nivel de estudio descriptivo (Hernández, Fernández y Baptista, 2010) y mediante el análisis de contenido (López-Noguero, 2002). Se utilizó una muestra no probabilística del tipo intencional (Hernández, Fernández y Baptista, 2010), donde consideramos los libros de texto por su amplia cobertura, uso y prestigio en la enseñanza mexicana para 4° a 6° curso de Educación Primaria en el área de matemática de la SEP y de la editorial privada Santillana. Las referencias de estos textos se observan en el Cuadro 3, los que se codificaron en T1, T2, T3, T4, T5 y T6 para facilitar su citación a lo largo del escrito.

Cuadro 3. Datos de los libros de texto analizados

Código	Autores	Título	Editorial
T1	SEP (2014a)	Desafíos Matemáticos. Libro para el alumno. Cuarto grado	SEP
T2	SEP (2014b)	Desafíos Matemáticos. Libro para el alumno. Quinto grado	SEP
T3	SEP (2014c)	Desafíos Matemáticos. Libro para el alumno. Sexto grado	SEP
T4	Cingerli et al. (2015)	La Guía Santillana 4. Actividades para aprender, convivir y ser	Santillana
T5	Cerón et al. (2015)	La Guía Santillana 5. Actividades para aprender, convivir y ser	Santillana
T6	Cerón et al. (2015)	La Guía Santillana 6. Actividades para aprender, convivir y ser	Santillana

Fuente: elaborado por los autores

Para el análisis de cada una de las actividades en los libros de texto se consideraron las siguientes variables:

- *Tipo de MTC.* Se identifica la (s) MTC que interviene (n) en la actividad: 1) media; 2) mediana; y 3) moda.
- *Tipo de tarea.* Es relacionada con lo que debe realizar el estudiante, de acuerdo a los datos entregados, en cada actividad. En ella se distinguen: 1) calcular una MTC; 2) calcular un dato dada una MTC; y 3) explicar.
- *Representación.* Está asociada con la forma en que se presentan los datos necesarios para desarrollar la actividad relacionada con las MTC: 1) listado de datos; 2) tabla de datos; 3) tabla de frecuencias; 4) tabla de doble entrada; y 5) gráfico de barras.
- *Contexto.* Corresponde al tipo de situación en que se enmarca la actividad, donde se presentan los datos y para los que tienen sentido el resultado obtenido; en este caso, consideramos los contextos descritos en PISA (OCDE, 2013): 1) personal; 2) profesional; 3) social; y 4) científico.
- *Forma de trabajo.* Relacionada con la organización de los estudiantes en el salón de clases para el desarrollo de las actividades, es decir, se indica si estos deben trabajar solos o por equipo, lo que se observa en el enunciado de las instrucciones de la actividad: 1) individual; y 2) grupal.

Cada actividad del libro de texto, en que se hace referencia a una MTC, se ha clasificado de acuerdo a las unidades de análisis y categorías mencionadas. En algunos casos, como en el tipo de MTC y de tarea, en una misma actividad se pueden observar varias categorías, por lo que se contabilizará en cada categoría, según corresponda.

Resultados

La distribución de las actividades sobre MTC encontradas y analizadas en los libros de texto mexicanos de matemática para la Educación Primaria (editados para la SEP y de la editorial Santillana), según curso y editorial, se muestra en la Tabla 1. En ella observamos que la cantidad de actividades, en general, es escasa (tan solo 26 actividades en total). Situación que es similar si se analiza por curso, ya que en la mayoría de ellos hay 3 o 4 actividades; solo en el texto de la SEP de 6° grado existen 8 actividades. De los tres cursos analizados, en 6° es donde se concentra la mayor proporción de actividades (46,2%); especialmente porque en el texto de la SEP se presenta una mayor cantidad de actividades (57,1% para dicha editorial).

Tabla 1. *Frecuencia (y porcentaje) de actividades analizadas por editorial*

Curso	SEP	Santillana	Total
4°	3 (21,4)	4 (33,3)	7 (26,9)
5°	3 (21,4)	4 (33,3)	7 (26,9)
6°	8 (57,1)	4 (33,3)	12 (46,2)
Total	14 (100)	12 (100)	26 (100)

Fuente: elaborado por los autores

A continuación, presentamos resultados del análisis de los libros de texto, tomando en cuenta las variables o unidades de análisis.

Tipo de MTC

La primera variable considera en este estudio es el *tipo de MTC* que se trabaja en la actividad. La moda se observa, por ejemplo, en la actividad de la Figura 1, donde el estudiante debe obtener esta MTC de las calificaciones de un bimestre de dos niños (Jesús y Mariano).

Figura 1. Actividad sobre moda

En equipos de tres, resuelvan los problemas.

1. Éstas son las calificaciones del tercer bimestre de Jesús y de Mariano:

Alumno: Jesús Mena Rosas		Alumno: Mariano Luna López	
Español	5	Español	7
Matemáticas	7	Matemáticas	8
C. Naturales	8	C. Naturales	9
Historia	6	Historia	7
Geografía	7	Geografía	10
F. Cívica y Ética	7	F. Cívica y Ética	7
E. Física	6	E. Física	8
E. Artística	7	E. Artística	7

- a) ¿Cuál es la moda de las calificaciones de Mariano y cuál es la moda de las calificaciones de Jesús?

Fuente: T 1, p. 156

La media aritmética se puede observar en la actividad de la Figura 2, donde se pide calcular esta MTC a partir de un listado de datos, y mencionar el proceso seguido para obtener dicho estadígrafo.

Figura 2. Actividad sobre media

Trabajen en equipos para resolver lo que se indica a continuación.

1. En una reunión hay 9 personas. Sus edades, en años, son las siguientes:



- a) ¿Cuál es la media aritmética (promedio) de las edades?

- b) ¿Qué procedimiento utilizaron para encontrarla?

Fuente: T3, p. 104

La mediana se trabaja en la actividad de la Figura 3, que es continuación de la mostrada en la Figura 2. En ella se introduce la forma de calcular esta MTC cuando se tiene un listado de datos sin agrupar.

Figura 3. Actividad sobre mediana

2. Ordenen las edades de menor a mayor y localicen el valor del centro. ¿Cuál es ese valor?

3. El valor que definieron en la pregunta anterior es la *mediana*. Entre este valor y la media aritmética o promedio, ¿cuál consideran que es más representativo de las edades de las personas de la reunión?

Argumenten su respuesta.

Fuente: T3, p. 104

En la Tabla 2 se presenta la distribución de las MTC en los libros de texto, según la editorial y el curso. Observamos que la moda se comienza a trabajar en 4° grado, en ambos textos, sin la presencia de las otras dos MTC. En 5° curso, junto a la moda, se introducen actividades sobre la media aritmética. Finalmente, en 6° grado se presentan actividades para trabajar la mediana, y se mantiene el trabajo con la moda y media.

En general, las actividades suelen considerar más de una MTC a la vez, es decir, los datos de una misma situación se utilizan para trabajar una o más MTC. Por ejemplo, en la actividad de la Figura 2 y 3 se trabaja la media y la mediana con los mismos datos. Esta situación influye en el predominio de la media y moda, ambas presentes en un 65,4% de las actividades.

Tabla 2. *Frecuencia (y porcentaje) de MTC encontrada en las actividades por curso y editorial*

MTC	SEP				Santillana				Total
	4°	5°	6°	Total	4°	5°	6	Total	
Media	0 (0)	3(100)	6(75)	9(64,3)	0(0)	4(100)	4(100)	8(66,7)	17(65,4)
Mediana	0(0)	0(0)	7(87,5)	7(50)	0(0)	0(0)	4(100)	4(33,3)	11(42,3)
Moda	3(100)	1(33,3)	4(50)	8(57,1)	4(100)	4(100)	1(25)	9(75)	17(65,4)
Total	3(100)	3(100)	8(100)	14(100)	4(100)	4(100)	4(100)	12 (100)	26 (100)

Fuente: elaborado por los autores

Tipo de tarea

En segundo lugar, consideramos la variable *tipo de tarea*, es decir, lo que se pide realizar a los estudiantes. Una de las categorías encontradas es *calcular MTC*, que consiste en obtener, de acuerdo a lo indicado en el enunciado de la actividad, la media, mediana y/o moda, con los datos o información proporcionada. Un ejemplo de esta tarea se presenta en la Figura 4, donde

junto con completar una tabla con algunos datos de familiares (madre, padre y abuelas), se solicita calcular las tres MTC.

Figura 4. Actividad de calcular MTC

Completa la tabla y calcula la media, la moda y la mediana de las dos columnas.

Familiar	Edad	Años de estudio
Papá		
Mamá		
Abuela paterna		
Abuela materna		

Media de edad:

Media de años de estudio:

Mediana de edad:

Mediana de años de estudio:

Moda de edad:

Moda de años de estudio:

Fuente: T6, p. 225

Otra tarea que hemos identificado es *calcular un dato*, que consiste en obtener uno de los valores del conjunto de datos original dada una MTC. Por ejemplo, en el apartado 2 de la actividad de la Figura 5, vemos que los estudiantes deben calcular la calificación mínima que deben obtener Ernesto, Joaquín, Sara y Elisa para acceder a una beca, es decir, lograr una media de 8,2.

Figura 5. Actividad de calcular un dato

En parejas, resuelvan los siguientes problemas.

- Ernesto, Joaquín, Sara y Elisa están concursando por una beca para estudiar. Quien obtenga mínimo 8.2 de promedio obtendrá la beca. En la siguiente tabla se muestran las calificaciones que han obtenido en los cuatro bimestres.

	Primer bimestre	Segundo bimestre	Tercer bimestre	Cuarto bimestre	Quinto bimestre
Ernesto	7	8	8	8	
Joaquín	8	7	8	9	
Sara	8	9	8	8	
Elisa	7	8	8	9	

- Hasta el cuarto bimestre, ¿quién tiene posibilidades de obtener la beca?

- ¿Qué calificación como mínimo necesita obtener cada uno en el quinto bimestre para que le den la beca?

Fuente: T2, p. 189

Explicar, es el tercer tipo de tarea encontrada, consiste en describir detalladamente algún proceso seguido, entregar comentarios o justificaciones sobre determinado resultado, beneficio, desventaja o elección de una MTC. Un ejemplo de esta tarea se presenta en la pregunta 3 de la actividad de la Figura 3, donde se debe argumentar sobre la representatividad de la media o mediana frente a una determinada situación.

A modo de resumen, en la Tabla 3 mostramos la distribución de las tareas presentes en los libros de texto analizados. En ella, observamos que se hace un mayor énfasis a los procesos algorítmicos para obtener los valores de la MTC, *calcular MTC*, presente en todos los libros y cursos considerados, abarcando un 92,3%. Le sigue, en un segundo lugar, la tarea de *explicar* en un 50%, presente en los tres libros de la SEP (78,6%) y sólo en 5° curso de Santillana (50%). La tarea más escasa, que se presenta sólo una vez en el libro de 5° de Educación Primaria de la SEP (33,3%), es *calcular un dato*.

Tabla 3. *Frecuencia (y porcentaje) del tipo de tarea pedida en las actividades por curso y editorial*

Tarea	SEP				Santillana				Total
	4°	5°	6°	Total	4°	5°	6	Total	
Calcular MTC	3(100)	2(66,7)	7(87,5)	12(85,7)	4(100)	4(100)	4(100)	12(100)	24(92,3)
Calcular un dato	0(0)	1(33,3)	0(0)	1(7,1)	0(0)	0(0)	0(0)	0(0)	1(3,8)
Explicar	2(66,7)	2(66,7)	7(87,5)	11(78,6)	0(0)	2(50)	0(0)	2(16,7)	13(50)

Fuente: elaborado por los autores

Representación

Esta variable está relacionada con los objetos estadísticos que intervienen en una actividad sobre MTC, concretamente, sobre la forma en que se proporcionan los datos. El primero de ellos, es el *listado de datos*, donde no se utiliza la idea de frecuencia y distribución. Por ejemplo, en los datos de la Figura 2, donde se entregan los datos uno a uno, sin agrupar los iguales y calcular las frecuencias.

Una segunda forma de representación corresponde a la *tabla de datos*, es decir, es una tabla simple, donde no se trabaja la idea de frecuencia ni de distribución, sino sólo la idea de variable y valor (Díaz-Levicoy, Morales y Vásquez, 2017; Lahanier-Reuter, 2003) y observada en actividades de libros de texto de Educación Primaria (Díaz-Levicoy, Morales y López-Martín, 2015; Díaz-Levicoy, Ruz y Molina-Portillo, 2017). Este tipo de tabla la vemos

ejemplificada en la actividad de la Figura 4, donde el estudiante debe registrar datos particulares, que no provienen del cálculo de frecuencias.

Una tercera forma de representación es la *tabla de frecuencias*, en la que se representa la repetición (frecuencias) de aparición de los valores o categorías de las variables (Díaz-Levicoy, Morales et al., 2017; Lahanier-Reuter, 2003); también observada en libros de texto de Educación Primaria (Díaz-Levicoy et al, 2015; Díaz-Levicoy, Ruz et al., 2017). Un ejemplo de esta representación se presenta en la actividad de la Figura 6, donde se han registrado las frecuencias de la cantidad de veces que se han vendido uniformes escolares según su talla; con lo que se trabaja la MTC de la moda.

Figura 6. Actividad de calcular un dato

2. En la tienda La Paloma se venden uniformes escolares. La señora Irma, encargada de la tienda, elaboró un registro de los suéteres de secundaria vendidos en una semana.

Producto: suéter verde de secundaria (unisex)

Talla	Vendidos
10	4
12	10
14	9
16	2
18	1



a) ¿Cuál es la moda de las tallas de suéter?

b) ¿Servirá de algo conocer la moda en el registro de la señora Irma?

Fuente: T2, p. 198

En la Figura 7 se muestra un ejemplo de la cuarta forma de representación encontrada, *tabla de doble entrada*, que se caracteriza por cruzar dos variables; es decir, un valor está relacionado con dos categorías de una variable de modo simultáneo. En este caso, se muestra la frecuencia de estudiantes, por ciclo y total, de los juegos que les gusta más, donde las variables son juegos favoritos y ciclo al que pertenecen los alumnos encuestados.

Figura 7. Actividad de calcular un dato

En la escuela se realizó una encuesta sobre el juego favorito de los alumnos.

Juego favorito	Número de alumnos			
	Primer ciclo	Segundo Ciclo	Tercer ciclo	Total
Brincar la cuerda	10	12	15	
Basta		16	10	40
Avión	7	9	25	
Encantados	12	7		37
Víbora de la mar	23	4	3	
Otros	12		15	38
Total		59	86	

De acuerdo con la información anterior, contesta las preguntas.

¿En qué ciclo tienen mayor preferencia por jugar Basta? _____

¿En qué ciclo se juega más Encantados? _____

En el primer ciclo, ¿cuál es el juego que más gusta? _____

¿Qué juego gusta más en toda la escuela? _____

Fuente: T4, p. 367

Finalmente, la quinta representación utilizada para trabajar las actividades sobre las MTC es el *gráfico de barras*, que se define como una “representación gráfica que puede ser usada para representar la distribución de frecuencia de variables cualitativas, cuantitativas discretas o incluso variables continuas, si han sido discretizadas y diferentes intervalos de valores se han transformado en categorías” (Arteaga, 2011, p. 8). Por ejemplo, en la Figura 8 vemos que se ha utilizado un gráfico de barras para presentar las frecuencias del tiempo de caída de un balón.

Figura 8. Gráfico de barras como tipo de representación

Observa la gráfica y responde.

¿Cuántas veces se registró 0.7 segundos? _____

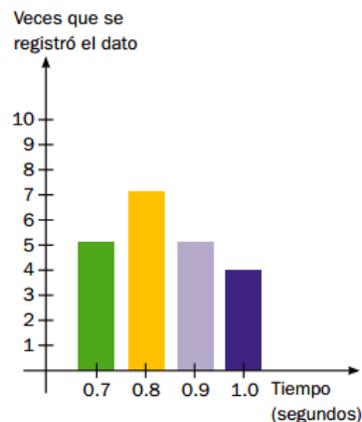
¿Cuántas veces se registró 1.0 segundos? _____

¿Cuál columna representa la moda del conjunto de datos? _____

¿Cuál es el valor de la moda? _____

¿Cuál es el valor de la media o promedio? _____

¿Cuál de las medidas de tendencia central es un valor representativo del tiempo de caída del balón? _____



Fuente: T5, p. 381

En la Tabla 4 resumimos la distribución de las representaciones utilizadas en los libros de texto para el trabajo con las MTC. A modo general, vemos el predominio del *listado de datos* como forma de representación para entregar los datos/información necesarios para resolver la actividad (38,5%); aunque el 57,7% utiliza alguna forma de representación tabular (tabla de datos, frecuencias o doble entrada), donde se destacan las *tablas de datos* presentes en el 34,6% de las actividades. Ninguna de las representaciones se observa en todos los cursos y libros de texto analizados. No obstante, el *listado de datos* se presenta en los textos de todos los cursos de la SEP, y en 4° y 5° grado de Santillana; la *tabla de datos* en los tres libros SEP y únicamente en el texto de 6° grado de Santillana; y las *tablas de frecuencias* aparecen en 4° y 6° de los libros de SEP y en sólo un libro de Santillana (4°). La *tabla de doble entrada* y el *gráfico de barras* se observan sólo una vez en las actividades para trabajar las MTC, en los textos de 4° y 5° curso de Santillana, respectivamente.

Tabla 4. *Frecuencia (y porcentaje) del tipo de representación estadística ocupada en la actividad*

Representación	SEP				Santillana				Total
	4°	5°	6°	Total	4°	5°	6	Total	
Listado de datos	1(33,3)	1(33,3)	3(37,5)	5(35,7)	2(50)	3(75)	0(0)	5(41,7)	10(38,5)
Tabla de datos	1(33,3)	2(66,7)	2(25)	5(35,7)	0(0)	0(0)	4(100)	4(33,3)	9(34,6)
Tabla de frecuencia	1(33,3)	0(0)	3(37,5)	4(28,6)	1(25)	0(0)	0(0)	1(8,3)	5(19,2)
Tabla de doble entrada	0(0)	0(0)	0(0)	0(0)	1(25)	0(0)	0(0)	1(8,3)	1(3,8)
Gráfico de barras	0(0)	0(0)	0(0)	0(0)	0(0)	1(25)	0(0)	1(8,3)	1(3,8)
Total	3(100)	3(100)	8(100)	14(100)	4(100)	4(100)	4(100)	12(100)	26(100)

Fuente: elaborado por los autores

Contexto

Otra de las unidades de análisis de interés en nuestro estudio es el contexto en el que se presentan las actividades, es decir, donde se presentan los datos y para los que tienen sentido el resultado obtenido. En este caso, consideramos los descritos en PISA (OCDE, 2013): 1) personal; 2) profesional; 3) social; y 4) científico. Esta ha sido una variable considerada en diferentes estudios (e.g., Díaz-Levicoy et al., 2015, 2018; Mingorance, 2014).

En el *contexto personal*, la situación se centra en actividades propias del niño, familia o pares (OCDE, 2013), lo observamos en la actividad de la Figura 4, donde se trabaja con datos de algunos familiares del estudiante, o en la Figura 7, donde se aborda una situación sobre los juegos favoritos de un grupo de niños. De igual modo, tiene cabida la actividad de la Figura 8, donde se registra el tiempo de caída de un balón y que se corresponde a una actividad de juego. El *contexto profesional* se centra en el mundo del trabajo (cálculo de coste, control de calidad, inventarios, toma de decisiones, entre otros). Ejemplo de este contexto lo vemos en la actividad de la Figura 6, donde se realiza un registro de las ventas de uniformes escolares de una tienda (La Paloma) en una semana.

El *contexto social* está relacionado con la comunidad local, nacional o mundial y “pueden involucrar (pero no están limitadas a) cosas como los sistemas de votación, el transporte público, el gobierno, las políticas públicas, la demografía, la publicidad, las estadísticas nacionales y la economía” (OCDE, 2013, p. 37). Ejemplo de este contexto lo observamos en la Figura 9, donde se presentan estadísticas nacionales sobre la población mexicana, aspectos demográficos, y donde se plantea la actividad: “De este conjunto de datos, ¿Será más representativa la moda, la mediana o la media aritmética? ¿Por qué?” (T3, p. 108)

Figura 9. Contexto social

1. Distribución de la población en México. La tabla muestra, de la población total de cada entidad, el porcentaje que vive en zonas urbanas.

Entidad	% población urbana	Entidad	% población urbana
Aguascalientes	81	Morelos	84
Baja California Sur	86	Oaxaca	77
Chihuahua	85	Quintana Roo	88
Coahuila	90	Sonora	86
Colima	89	Tamaulipas	88
Jalisco	87	Tlaxcala	80
México	87	Yucatán	84

Fuente: <http://cuentame.inegi.org.mx>

Fuente: T3, p. 107

Finalmente, el *contexto científico*, relacionado a la aplicación de la matemática a la naturaleza, ciencias y/o tecnología. Un ejemplo de este contexto se presenta en la situación descrita en la Figura 10, en ella se muestra el registro de las temperaturas entre las 8 de la mañana

y las 8 de la noche en una población de la ciudad de Puebla. Sobre esta información, se pide calcular la moda y la media.

Figura 10. Contexto científico

A continuación se muestran las temperaturas de un día en una población de Puebla, desde las 8 de la mañana hasta las 8 de la noche: 12°, 15°, 18°, 20°, 21°, 23°, 23°, 24°, 24°, 23°, 22°, 19° y 16°.

¿Cuántos datos aparecen? _____
 La temperatura mínima fue de _____ La temperatura máxima fue de _____
 ¿Cuál es la moda en este grupo de datos? _____
 ¿Cuál es la media? _____

Fuente: T5, p. 381

En general, en la Tabla 5 observamos que predomina el *contexto personal*, presente en un 73,1% de las actividades y en todos los libros de texto analizado. Los contextos *social* y *laboral* se presentan esporádicamente (11,5%), el primero sólo en 6° curso y el segundo en 4° y 5° en los libros de la SEP, respectivamente. El *contexto científico* sólo se observa en el texto de 5° grado de Santillana (3,8%).

Tabla 5. Frecuencia (y porcentaje) del contexto utilizado en las actividades

Contexto	SEP				Santillana				Total
	4°	5°	6°	Total	4°	5°	6	Total	
Personal	1(33,3)	2(66,7)	5(62,5)	8(57,1)	4(100)	3(75)	4(100)	11(91,7)	19(73,1)
Social	0(0)	0(0)	3(37,5)	3(21,4)	0(0)	0(0)	0(0)	0(0)	3(11,5)
Laboral	2(66,7)	1(33,3)	0(0)	3(21,4)	0(0)	0(0)	0(0)	0(0)	3(11,5)
Científico	0(0)	0(0)	0(0)	0(0)	0(0)	1(25)	0(0)	1(8,3)	1(3,8)
Total	3(100)	3(100)	8(100)	14(100)	4(100)	4(100)	4(100)	12(100)	26 (100)

Fuente: elaborado por los autores

Forma de trabajo

La última unidad de análisis considerada es forma de trabajo que se infiere de las instrucciones y enunciado de las actividades, las que pueden ser individuales o en grupales (en equipo) y que han sido considerados en estudios previos (e.g., Díaz-Levicoy et al., 2018). Ejemplos de las actividades individuales se observan, de acuerdo a la redacción de los enunciados, en la Figura 4: “completa la tabla y calcula la media, la moda y la mediana de las dos columnas” (T6, p. 225), Figura 8: “observa la gráfica y responde” (T5, p. 107). De modo

similar, actividades que se sugieren para trabajar en equipo podemos ver en la Figura 1: “en equipos de tres, resuelvan los problemas” (T1, p. 156), la Figura 2: “trabajen en equipos para resolver lo que se indica a continuación” (T3, p. 104), o la Figura 5: “En parejas, resuelvan los siguientes problemas” (T2, p. 189).

En la Tabla 6 presentamos la distribución de las actividades según la forma de trabajo en que se sugieren ser abordadas. El 53,8% de las actividades se plantean para ser resueltas en grupo y en su totalidad corresponden a los libros de la SEP. El porcentaje restante (46,2%) corresponde a aquellas que se proponen para ser desarrolladas en forma individual, presentes exclusivamente en los textos de Santillana.

Tabla 6. Frecuencia (y porcentaje) de la forma de trabajo en que se plantean las actividades

Forma de trabajo	SEP				Santillana				Total
	4°	5°	6°	Total	4°	5°	6	Total	
Individual	0(0)	0(0)	0(0)	0(0)	4(100)	4(100)	4(100)	12(100)	12(46,2)
Grupal	3(100)	3(100)	8(100)	14(100)	0(0)	0(0)	0(0)	0(0)	14(53,8)
Total	3(100)	3(100)	8(100)	14(100)	4(100)	4(100)	4(100)	12(100)	26 (100)

Fuente: elaborado por los autores

Conclusiones

En este trabajo presentamos el análisis de las actividades relacionadas con las MTC en libros de texto de la SEP y de la editorial privada Santillana de 4° a 6° grado de la Educación Primaria en México. El análisis se realizó tomando en cuenta el *tipo de MTC*, el *tipo de tarea*, la *representación*, el *contexto* y la *forma de trabajo*. Se identificaron en total 26 actividades, 14 en los textos de la SEP y 12 en los de Santillana.

Respecto al *tipo de MTC*, identificamos que la moda se introduce en 4° grado, la media en 5° y la mediana en 6°, en concordancia con lo explicitado en las directrices curriculares (SEP, 2011b, 2011c, 2011d). Además, las MTC de moda y media aritmética son las que están presentes en la mayoría de las actividades encontradas (65,4%).

Por otra parte, para la unidad de análisis *tipo de tarea* encontramos que el 92,3% de las actividades piden el desarrollar algún proceso matemático sencillo (*calcular MTC*). Esto coincide con lo reportado por otras investigaciones, donde se observa un predominio aspectos procedimentales de las MTC (Cabrera, 2014; Cobo y Batanero, 2004; Estrella, 2008).

El listado de datos (38,5%) y las tablas (de datos, frecuencia y doble entrada) (57,7%) son las presentaciones más utilizadas para trabajar con las MTC. El gráfico de barras sólo se observa en una actividad de 5° de Educación Primaria, este resultado nos preocupa, en especial por la importancia de los gráficos estadísticos en la sociedad y la utilidad para conectar diversos temas de matemática y estadística. Por lo que debería tener mayor preponderancia.

Respecto del contexto en que se presentan las situaciones en que se trabajan las MTC, vemos que predomina el *personal* (73,1%), resultados que coinciden con trabajos previos sobre otros temas de estadística (e.g., Díaz-Levicoy, Ferrada, Salgado-Orellana y Vásquez, 2019; Díaz-Levicoy et al., 2015, 2018) o matemática (e.g., Álvarez y Blanco, 2015). Pese a ello, es necesario incluir, poco a poco, los otros tipos de contextos.

Sobre la forma de trabajo, vemos que la mayoría de las actividades se explicitan para ser trabajadas de manera de forma grupal (53,8%), pero este resultado se debe a que los textos de la SEP presentan dos actividades más que los de Santillana. Lo anterior está dado porque todas las actividades de los textos de Santillana se sugieren trabajar en forma individual y los de la SEP en forma individual. En este sentido, el profesor sería el encargado de cambiar la forma de trabajo, generando instancias tanto individual como grupal.

Este estudio, pese a la limitación con el número de libros de texto analizados, nos permite tener una aproximación a la enseñanza de las MTC en el contexto mexicano, como así también observar la escasa relevancia que se le asigna a este tema en los libros de texto y la necesidad imperiosa de aumentar la cantidad de actividades, con mayor variedad de contexto, representaciones y forma de trabajar.

Este trabajo sugiere diferentes líneas de investigación futura, tales como indagar en la forma que este tema se trabaja en el aula de Educación Primaria, los niveles de comprensión que alcanzan los estudiantes, y si los futuros profesores de estos niveles tienen las competencias disciplinares y didácticas para su enseñanza.

Referencias

- Álvarez, R. y Blanco, L. (2015). Evaluación en matemáticas: introducción al Álgebra y Ecuaciones en 1° ESO. *UNIÓN. Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 42, 133-149.
- Anjos, D. y Gitirana, V. (2008). Exploração do conceito de média nos em livros didáticos das séries finais do Ensino Fundamental. En V. Gitirana, F. Bellemain y V. Andrade (Eds.), *Anais do 2° Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática* (pp. 1-9). Recife:

Universidad Federal de Pernambuco.

- Arteaga, P. (2011). *Evaluación de conocimientos sobre gráficos estadísticos y conocimientos didácticos de futuros profesores* (Tesis Doctoral). Universidad de Granada, España.
- Arteaga, P., Batanero, C., Cañadas, G. y Contreras, J. M. (2011). Las tablas y gráficos estadísticos como objetos culturales. *Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 76, 55–67.
- Batanero, C. (2001). *Didáctica de la Estadística*. Granada: Grupo de Investigación de Educación Estadística de la Universidad de Granada.
- Batanero, C., Godino, J. D. y Navas, F. (1997). Concepciones de maestros de primaria en formación sobre los promedios. En H. Salmerón (Ed.), *VII Jornadas LOGSE: Evaluación Educativa* (pp. 310-324). Granada: Universidad de Granada.
- Braga, G. y Belver, J. L. (2016). El análisis de libros de texto: una estrategia metodológica en la formación de los profesionales de la educación. *Revista Complutense de Educación*, 27(1), 199-218.
- Cabrera, B. (2014). Contenido de la media aritmética en los libros de texto y su influencia en la comprensión por estudiantes del primer ciclo de la Universidad Nacional Micaela Bastidas de Apurímac. En N. Rubio (Ed.), *VII Coloquio Internacional Enseñanza de las Matemáticas. Educación Matemática en contexto* (pp. 1173-1175). Lima: Pontificia Universidad Católica del Perú.
- Cantoral, R., Montiel, G. y Reyes-Gasperini, D. (2015). Análisis del discurso Matemático Escolar en los libros de texto, una mirada desde la Teoría Socioepistemológica. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 8, 9-28.
- Carvalho, J. I. F. y Gitirana, V. (2014). Média aritmética - uma análise das atividades do livro didático de matemática adotados no brasil. En P. Lestón (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* (Vol. 27, pp. 681-688). Ciudad de México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.
- Cerón, F., García, S. D., Hernández, M. C., Macías, G., Maya, E. C., Puebla, J. J. y Rivera, M. (2015). *La Guía Santillana 5. Actividades para aprender, convivir y ser*. Ciudad de México: Santillana.
- Cerón, F., García, S. D., Lugo, J. O., Martínez, M., Maya, E. C., Puebla, J. J., Rivera, M., Sanz, R. y Zeable, J. (2015). *La Guía Santillana 6. Actividades para aprender, convivir y ser*. Ciudad de México: Santillana.
- Chevallard, Y. (1991). *La transposición didáctica. Del saber sabio al saber enseñado*. Buenos Aires: Aique.
- Cingerli, B. S., Granja, E., Iturbe, B., Larios, C., Puebla, J. J., Olvera, Y. M., Ortega, M. T. y Osorio, I. (2015). *La Guía Santillana 4. Actividades para aprender, convivir y ser*. Ciudad de México: Santillana.
- Cobo, B. (2003). *Significado de las medidas de posición central para estudiantes de secundaria* (Tesis doctoral). Universidad de Granada, España.
- Cobo, B. y Batanero, C. (2004). Significado de la media en los libros de texto de secundaria. *Enseñanza de las Ciencias*, 22(1), 5-18.

- Contreras, J. M. y Molina-Portillo, E. (2019). Elementos clave de la cultura estadística en el análisis de la información basada en datos. En J. M. Contreras, M. M. Gea, M. M. López-Martín y E. Molina-Portillo (Eds.), *Actas del Tercer Congreso Internacional Virtual de Educación Estadística* (pp. 1-12). Granada: Universidad de Granada.
- Del Pino, G. y Estrella, S. (2012). Educación estadística: Relaciones con la matemática. *Pensamiento Educativo. Revista de Investigación Educativa Latinoamericana*, 49(1), 53-64.
- Díaz-Levicoy, D., Ferrada, C., Salgado-Orellana, N. y Vásquez, C. (2019). Análisis de las actividades evaluativas sobre estadística y probabilidad en libros de texto chilenos de Educación Primaria. *Premisa*, 21(80), 5-21
- Díaz-Levicoy, D., Giacomone, B. y Arteaga, P. (2017). Caracterización de los gráficos estadísticos en libros de texto argentinos del segundo ciclo de Educación Primaria. *Profesorado. Revista de Currículum y Formación del Profesorado*, 21(2), 299-326.
- Díaz-Levicoy, D., Morales, R. y López-Martín, M. M. (2015). Tablas estadísticas en libros de texto chilenos de 1° y 2° año de Educación Primaria. *Revista Paranaense de Educação Matemática*, 4(7), 10-39.
- Díaz-Levicoy, D., Morales, R. y Vásquez, C. (2017). Construcción de tablas estadísticas por estudiantes chilenos de tercero de Educación Primaria. *Educação & Linguagem*, 20(1), 149-166.
- Díaz-Levicoy, D., Ruz, F. y Molina-Portillo, E. (2017). Tablas estadísticas en libros de texto chilenos de tercer año de Educación Primaria. *Espaço Plural*, 18(36), 196-218.
- Díaz-Levicoy, D., Vásquez, C. y Molina-Portillo, E. (2018). Estudio exploratorio sobre tablas estadísticas en libros de texto de tercer año de Educación Primaria. *TANGRAM. Revista de Educação Matemática*, 1(2), 18-39.
- Escobedo, J. M. y Mayén, S. (2018). Evolución en la comprensión de estudiantes de telebachillerato de un problema de estimación de media y mediana a partir de un gráfico. En J. D. Zacarías, H. Cruz, F. Velasco, B. Juárez, V. H. Vázquez, H. Reyes y F. Tajonar (Eds.), *Actualidad en la Educación Estadística y Probabilística* (pp. 111-137). Puebla: Benemérita Universidad Autónoma de Puebla.
- Estrella, S. (2008). Medidas de tendencia central en la enseñanza básica en Chile. *Revista Chilena de Educación Matemática*, 4(1), 20-32.
- Estrella, S. (2016). Comprensión de la media por profesores de educación primaria en formación continua. *REDIE. Revista Electrónica de Investigación Educativa*, 18(1), 1-22.
- Font, V. (2008). Enseñanza de la Matemática. Tendencias y perspectivas. En C. Gaita (Ed.), *Actas III Coloquio Internacional sobre Enseñanza de las Matemáticas* (pp. 21-64). Lima: PUCP.
- Garrett, A. y García, J.A. (2008). Caracterización de la comprensión de algunos aspectos de la media aritmética: un estudio con alumnos de secundaria y universitarios. *Enseñanza de la Matemática*, 17(1), 31-57

- Herbel, B. A. (2007). From intended curriculum to written curriculum: Examining the "voice" of a mathematics textbook. *Journal for Research in Mathematics Education*, 38(4), 344-369.
- Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, P. (2010). *Metodología de la investigación*. México D.F.: McGraw Hill.
- Lahanier-Reuter, D. (2003). Différents types de tableaux dans l'enseignement des statistiques. *SPIRALE. Revue de Recherches en Éducation*, 32, 143-154.
- López-Noguero, F. (2002). El análisis de contenido como método de investigación. *XXI. Revista de Educación*, 4, 167-180.
- Marques, M., Guimarães, G. y Gitirana, V. (2011). Compreensões de alunos e professores sobre média aritmética. *BOLEMA. Boletim de Educação Matemática*, 24(40), 725-745.
- Mayén, S. (2009). *Comprensión de las medidas de tendencia central por estudiantes mexicanos de Educación Secundaria y Bachillerato* (Tesis doctoral). Universidad de Granada, España.
- Mayén, S. y Batanero, C. (2009). Conflictos semióticos en estudiantes mexicanos de bachillerato y secundaria alrededor del concepto de mediana. En P. Lestón (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* (Vol. 22, pp. 469-477). Ciudad de México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.
- MECD (2014). *Real Decreto 126/2014, de 28 de febrero, por el que se establece el currículo básico de la Educación Primaria*. Madrid: Ministerio de Educación, Cultura y Deporte.
- MINEDU (2017). *Programa curricular de Educación Primaria*. Lima: Ministerio de Educación.
- MINEDUC. (2012). *Matemática educación básica. Bases curriculares*. Santiago: Ministerio de Educación.
- Mingorance, C. (2014). *La estadística en las pruebas de diagnóstico andaluzas* (Trabajo Fin de Grado). Universidad de Granada, España.
- Neres, R. L. y Cantanhêde, R. B. S. (2018). Construindo conhecimento de média, mediana e moda: uma investigação docente. *Cadernos de Pesquisa*, 25(2), 187-206.
- OCDE (2013). *Marcos y pruebas de evaluación de PISA 2012: matemáticas, lectura y ciencias*. Madrid: Ministerio de Educación, Cultura y Deporte.
- Ocoró, L. V. y Ocoró, S. (2016). Análisis de las medidas de tendencia central en dos libros de textos escolares de grado séptimo: el caso de la media aritmética. En I. Álvarez y C. Sua (Eds.), *Memorias del II Encuentro Colombiano de Educación Estocástica*. Bogotá: Asociación Colombiana de Educación Estocástica.
- Ortiz, J. J. (2002). *La probabilidad en los libros de texto*. Granada: Grupo de Investigación en Educación Estadística de la Universidad de Granada.
- Ortiz, J. J., Font, V. y Mayén, S. (2009). Significados personales de la media aritmética de profesores en formación. En M.J. González, M.T. González y J. Murillo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIII* (pp. 345-353). Santander: SEIEM.
- Pérez-Serrano, G. (1994). *Investigación cualitativa. Retos e interrogantes. I. Métodos*. Madrid: La Muralla.

- Rodríguez-Alveal, F., Díaz-Levicoy, D. y Maldonado-Fuentes, A. C. (2018). Evaluación del conocimiento y argumentación adquiridos por futuros profesores de secundaria de matemática sobre índices de resumen numérico. *Investigación y Postgrado*, 33(2), 97-114.
- Rodríguez-Alveal, F., Maldonado-Fuentes, A. C. y Sandoval, P. (2012). Comprensión de las medidas de tendencia central: un estudio comparativo en estudiantes de pedagogía en matemática en dos instituciones formadoras chilenas. *Avaliação: Revista da Avaliação da Educação Superior*, 21(3), 929-952.
- Salcedo, A., Molina-Portillo, E., Ramírez, T. y Contreras, J. M. (2018). Conflictos semióticos sobre estadística en libros de texto de matemáticas de primaria y bachillerato. *Revista de Pedagogía*, 39(104), 223-244.
- SEP (2011a). *Plan de estudios*. Ciudad de México: Secretaría de Educación Pública.
- SEP (2011b). *Programa de estudios. Cuarto grado*. Ciudad de México: Secretaría de Educación Pública.
- SEP (2011c). *Programa de estudios. Quinto grado*. Ciudad de México: Secretaría de Educación Pública.
- SEP (2011d). *Programa de estudios. Sexto grado*. Ciudad de México: Secretaría de Educación Pública.
- SEP (2014a). *Desafíos Matemáticos. Libro para el alumno. Cuarto grado*. Ciudad de México: Secretaría de Educación Pública.
- SEP (2014b). *Desafíos Matemáticos. Libro para el alumno. Quinto grado*. Ciudad de México: Secretaría de Educación Pública.
- SEP (2014c). *Desafíos Matemáticos. Libro para el alumno. Sexto grado*. Ciudad de México: Secretaría de Educación Pública.
- SEP (2017). *Aprendizaje clave para la Educación Integral. Plan y programa de estudio para la Educación Básica*. Ciudad de México: Secretaría de Educación Pública.
- Strauss, S. E. y Bichler, E. (1988). The development of children's concepts of the arithmetic average. *Journal for Research in Mathematics Education*, 19(1), 64-80.

Las funciones de la escuela secundaria brasileña en el contexto del ajuste neoliberal y de la crisis del capital

Neide de Almeida Lança Galvão Favaro¹

neidegafa@hotmail.com

<http://orcid.org/0000-0003-0569-7225>

Priscila Semzezem¹

priscilasemzezem@hotmail.com

<http://orcid.org/0000-0002-5410-2585>

Cleissiane Aguido Gotardo¹

cleissiane@hotmail.com.br

<http://orcid.org/0000-0002-9436-3827>

¹Universidade Estadual do Paraná
Campus Paranavaí, Brasil

Recibido: 09/04/2020 Aceptado: 22/05/2020

Resumen

Brasil sufre ataques brutales contra los derechos de la clase trabajadora. Entre ellos está la Ley N° 13.415/2017, que cambia la escuela secundaria brasileña, impuesta por encima de manifestaciones y resistencias. Dada la importancia de su comprensión, esta investigación está basada en la referencia del materialismo histórico y analiza las funciones que asume la escuela secundaria con esa normativa, insertada en el marco de las políticas neoliberales y en medio de la fase actual de la reestructuración del capital mundial. En las relaciones sociales contradictorias típicas del capital monopolista, en el que Brasil ocupa una posición subordinada en la división internacional del trabajo, la flexibilización de la escuela secundaria es una de las estrategias de privatización de la educación pública y del control ideológico y político para la conformación de la clase trabajadora. Ello asegura la expansión de las tasas de ganancia del capital, necesarias para su reproducción por medio de crisis periódicas profundizadas desde la mitad de la década de 1970, promoviendo la degradación de la formación humana y su subsunción al capital.

Palabras clave: Producción Flexible. Neoliberalismo. Escuela Secundaria.

As Funções do Ensino Médio Brasileiro no Âmbito do Ajuste Neoliberal e da Crise do Capital

Resumo

O Brasil vivencia ataques brutais aos direitos da classe trabalhadora. Dentre eles situa-se a Lei nº 13.415/2017, que altera o Ensino Médio brasileiro, imposta à revelia de manifestações e resistências. Diante da importância de seu entendimento, esta pesquisa, pautada no referencial do materialismo histórico, analisa as funções que o Ensino Médio assume com essa normativa, inserida no arcabouço das políticas neoliberais, em meio à atual fase de reestruturação do capital mundial. Nas contraditórias relações sociais típicas do capital monopolista, em que o Brasil ocupa uma posição subalterna na divisão internacional do trabalho, a flexibilização do Ensino Médio figura dentre as estratégias de privatização da educação pública e de controle ideológico

e político para a conformação da classe trabalhadora. Assegura-se, assim, a ampliação das taxas de lucro do capital, necessária para sua reprodução mediante as crises periódicas aprofundadas a partir de meados da década de 1970, promovendo a degradação da formação humana e sua subsunção ao capital.

Palavras-chave: Produção Flexível, Neoliberalismo, Ensino Médio.

Functions of brazilian high school in the context of neoliberal adjustment and the capital crisis

Abstract

Brazil experiences brutal attacks on working class rights. Among these attacks there is the Law number 13,415/2017, which changes the Brazilian High School, imposed behind manifestations and resistances. Given the importance of its understanding, this research is based on the reference of historical materialism and analyzes the functions that high school assumes with this normative, inserted in the neoliberal policies framework, amid the current phase of world capital restructuring. In the contradictory social relations typical of monopoly capital, in which Brazil occupies a subordinate position in the international division of labor, the flexibility of high school is among the strategies for privatizing public education and for ideological and political control to make the working-class conformation. Hence, it ensures the expansion of the profit rates of capital, what is necessary for its reproduction through periodic crises deepened from the middle 1970s, promoting the degradation of human formation and its subsumption to capital.

Keywords: Flexible production. Neoliberalism. High School.

Introdução

A posição subalterna que o Brasil ocupa na divisão internacional do trabalho tem determinado as características do projeto nacional adotado, afetando o desenvolvimento da ciência e da tecnologia, bem como o direcionamento da formação humana no país. Isto fica expresso nas políticas sociais e educacionais brasileiras.

Na atual conjuntura, essa posição nacional tem surtido graves efeitos para a classe trabalhadora, em virtude das condições de acumulação do capital diante das intensas e frequentes crises mundiais. As soluções acionadas para seu enfrentamento resultam em medidas que incidem sobre a vida humana, pois destituem direitos conquistados historicamente.

A promulgação da Lei nº 13.415, em 16 de fevereiro de 2017 (Brasil, 2017a), a chamada *Reforma do Ensino Médio*, representa um desses ataques aos direitos da classe trabalhadora, em relação à educação pública e laica. Sua aprovação foi alvo de várias resistências e críticas de representantes dos interesses populares.

Frente a tal contexto, objetiva-se analisar as funções que o Ensino Médio assume com essa normativa legal, inserida no arcabouço das políticas neoliberais e no âmbito da atual fase de reestruturação do capital. A reflexão é pautada na perspectiva do materialismo histórico e

tem como pressuposto a necessidade de apreensão das especificidades da atual relação socioeconômica, pois concebe que as diretrizes educacionais estão condicionadas ao movimento mais amplo do capital na recente fase monopolista. Esse percurso teórico-metodológico permite ir além da esfera política e da constatação de seus efeitos, ao vislumbrar suas causas mais profundas e, deste modo, auxiliar no enfrentamento de suas consequências para as juventudes brasileiras.

Face a esta premissa, é mister considerar que a corrente reforma do Ensino Médio brasileiro é resultado de um amplo processo, que envolve questões econômicas, políticas e sociais, não se limitando a necessidades e interesses pedagógicos. A compreensão de seus objetivos e implicações demanda, por conseguinte, o estudo de seus determinantes estruturais, que é o tema da primeira parte desta exposição. Na seção seguinte, identificam-se as funções que o Ensino Médio assume no Brasil a partir da Reforma de 2017 e suas consequências sociais e humanas, diante das relações típicas do capital em seu estágio atual.

A Reforma do Ensino Médio e seus Fundamentos Estruturais

A Reforma do Ensino Médio foi proposta pelo governo de Michel Temer (2016-2018) e aprovada pela Lei nº 13.415, no dia 16 de fevereiro de 2017 (Brasil, 2017a), sob vários protestos. A necessidade inicial que se coloca é desvelar as causas que geraram tal reformulação, mesmo diante da intensa resistência de estudantes, professores e pesquisadores.

Isto requer a apreensão das políticas públicas no interior de sua vinculação a determinado projeto de desenvolvimento adotado pelo Estado que, no capitalismo, desempenha a função de definir e implementar as medidas necessárias à expansão e acumulação do capital. Segundo Mészáros (2002, p. 121), em qualquer de suas formas, o princípio que o orienta “é o seu papel vital de garantir e proteger as condições gerais da extração da mais-valia do trabalho excedente”. Suas políticas expressam, por conseguinte, demandas e interesses específicos, que estão atrelados à conjuntura que conforma a sociabilidade existente, voltada à defesa do capital.

Considerando a relação social do capital, fundada na propriedade privada dos meios de produção e caracterizada por classes sociais distintas, é frequente a existência de divergências radicais, tendo em vista o confronto de seus interesses. Esta luta de classes é fruto das relações econômicas instituídas e, por isto, é a partir de suas contradições que se revela a base material que sustenta e direciona as políticas públicas implantadas pelo Estado.

Cabe especificar a função do Estado capitalista para assegurar as taxas de lucros, o que traz consequências diretas aos trabalhadores. Tumolo (2003) explica sua atuação: primeiro, através do financiamento parcial ou total para a construção de infraestrutura, isenção de impostos, entre outras medidas; segundo, com a destinação de volumosos aportes estatais para socorrer as crises; e terceiro, a partir da utilização de recursos para outras funções, como as de coerção e de repressão. Na contemporaneidade, há a sua desresponsabilização em relação às políticas sociais, como educação, seguridade social, entre outras.

Isto tem ocorrido mediante a intensificação das crises mundiais do capital, que exige, para sua recuperação, respostas adequadas ao caráter que configura seu estágio atual. Este cenário se estende desde meados da década de 1970, demandando ajustes econômicos e políticos para sua superação e para a retomada do crescimento econômico.

Os sinais de uma grave crise de acumulação eram em toda parte aparentes. O desemprego e a inflação se ampliavam em toda parte, desencadeando uma fase global de ‘estagflação’ que duraria por boa parte dos anos 1970. [...]. O liberalismo embutido que gerara altas taxas de crescimento pelo menos nos países capitalistas avançados depois de 1945 estava claramente esgotado e deixara de funcionar (Harvey, 2008, p. 22).

Esses fatores assinalaram a incapacidade da continuidade do padrão de organização e de gestão da produção então vigente, denominado fordista-keynesiano. Difundiram-se, na produção, os pressupostos do toyotismo, no qual a linha de montagem é substituída pelas células de produção, pelo trabalho coletivo e pelo trabalhador polivalente. A produção em massa, típica do taylorismo e fordismo, cede lugar ao atendimento da demanda, permitindo a diminuição do espaço físico e do número de trabalhadores, flexibilizando as relações de trabalho, em virtude das inovações científico-tecnológicas.

Além disso, Gounet (1999) destaca que este novo modo de organizar a produção exige ainda mais do trabalhador, em relação ao fordismo, pois há uma intensificação do trabalho. Neste processo, um trabalhador chega a operar cinco máquinas ao mesmo tempo e, para essas ações, faz-se necessário que ele seja polivalente.

Os efeitos para a classe trabalhadora são devastadores, pois o trabalho é terceirizado, ampliando os contratos temporários e introduzindo o trabalho intermitente, o que permite aprofundar as condições de exploração. No toyotismo, “a política básica é usar o mínimo de operários e o máximo de horas extras” (Gounet, 1999, p. 30). A exploração do trabalho adquire

novos contornos e o trabalhador atinge a exaustão, o que tem acarretado consequências prejudiciais a sua saúde. O desemprego e a miséria intensificam-se e a degradação do trabalho assola a classe trabalhadora.

O toyotismo, por se caracterizar como um regime flexível, permite superar melhor as eventuais crises econômicas. Tumolo (2002) explica que este modelo de acumulação do capital foi uma resposta à crise de superacumulação de 1973, e que ele passou a conviver com o modelo predominante anterior, taylorista-fordista.

Essas mudanças econômicas ocorreram em sintonia com a implementação da ideologia neoliberal, voltada para atender aos interesses do capital, de superação de suas crises. O neoliberalismo se iniciou com Pinochet, no Chile, em 1975, e foi efetivamente implementado com Margareth Thatcher, na Inglaterra, em 1979, expandindo-se com Ronald Reagan, nos Estados Unidos, em 1980. Ele resulta em um processo de desresponsabilização do Estado na área social, cujos serviços convertem-se em mercadorias, com o objetivo de recuperação das taxas de lucro do capital. Pode-se “interpretar a neoliberalização seja como um projeto utópico de realizar um plano teórico de reorganização do capitalismo internacional ou como um projeto político de restabelecimento das condições da acumulação do capital e de restauração do poder das elites econômicas” (Harvey, 2008, p. 27).

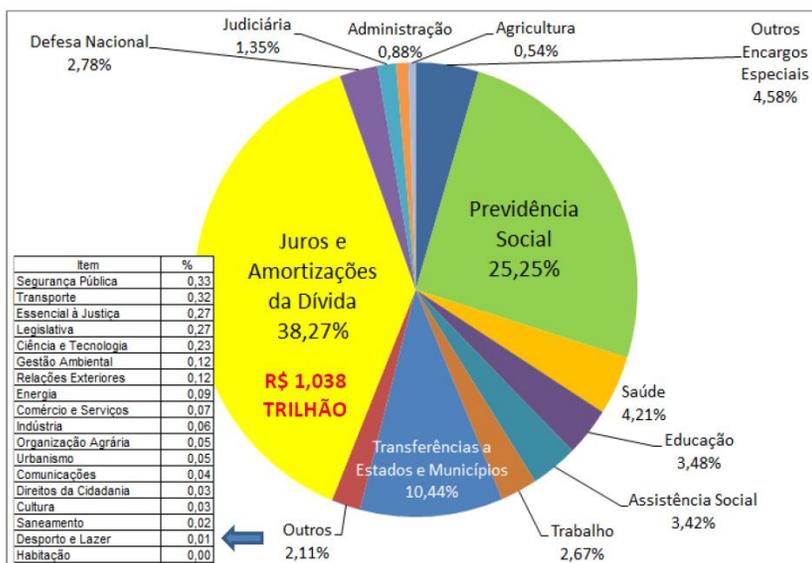
Esse processo ficou mais visível no Brasil a partir da década de 1990, quando o neoliberalismo foi aprofundado no governo nacional, reconfigurando a articulação entre economia e Estado. O país alinhou-se, naquele momento, às medidas neoliberais destinadas à América Latina, que foram gestadas pelos países centrais, a partir do *Consenso de Washington*, em 1989. Recomendaram-se os denominados “ajustes” estruturais e fiscais à periferia do sistema, a fim de atender aos interesses do capital mundial. Para reestabelecer as taxas de acumulação, na divisão internacional do trabalho, serviços e produtos vem sendo mercantilizados e privatizados, sob a justificativa ideológica da eficiência e da qualidade.

Desponta aí uma das características do novo padrão de acumulação do capital, que é a mundialização do capital financeiro. Esta se completou nos anos de 1980, intensificando o deslocamento da acumulação para os ganhos financeiros, em detrimento da esfera produtiva (Chesnais, 1999).

No Brasil, segundo Lima (2019), defende-se o ajuste fiscal para o pagamento da dívida externa, movimento que destina os recursos direto para o capital internacional. Canalizam-se

assim volumosos aportes públicos para o setor da dívida pública. Este processo pode ser visualizado através do Gráfico 1. O valor executado no orçamento brasileiro, durante o ano de 2019, foi de R\$ 2,711 trilhões. A maior parte destes recursos foram direcionados ao capital financeiro, através do pagamento da dívida pública, em um montante de R\$ 1,038 trilhões. A educação, por sua vez, só teve aporte de 3,48% do total de recursos.

Gráfico 1 - Orçamento Federal Executado (Pago) 2019



Fonte: Auditoria Cidadã da Dívida (2020).

Nos países periféricos, como o caso do Brasil, “a dívida pública alimenta continuamente a acumulação financeira por intermédio das finanças públicas” (Chesnais, 2005, p. 41). O autor demonstra ainda que, para assegurar o desenvolvimento do capital financeiro, são operadas também políticas de ajuste estrutural, austeridade fiscal, liberalização e privatização, que rebatem diretamente no cotidiano da vida da classe trabalhadora, já que nesses processos os direitos sociais conquistados historicamente são colocados em xeque.

Por conseguinte, uma determinação deste processo é a restrição de orçamento e recursos das políticas sociais, pois a prioridade da função estatal é assegurar o pagamento da dívida. A forma mais radicalizada deste processo, na atualidade brasileira, expressa-se pela Emenda Constitucional (EC) n° 95/2016, que congelou investimentos públicos por vinte anos. Ela “revoga a vinculação das despesas com saúde e educação aos percentuais da receita líquida da União” (Lima, 2019, p. 518). Entre as justificativas apontadas para efetivação da EC 95 seria a retomada do crescimento do Produto Interno Bruto (PIB), entretanto, mesmo depois aprovada,

os dados expressos pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística sobre o PIB demonstram que, em 2017 e 2018, manteve-se o crescimento de 1,3 %; já em 2019, cresceu apenas 1,1 % (Cucolo & Pamplona, 2020), o que em si justificaria um questionamento social para tal medida.

No setor social, o resultado está sendo o atendimento focalizado aos mais pobres, promovendo “o corte na alocação de verbas públicas para as políticas públicas e o favorecimento da movimentação do setor privado nas áreas de maior lucratividade” (Lima, 2019, p. 518). O saldo brasileiro tem sido o baixo investimento na educação e nas áreas sociais, o que permite apontar que o capital avança para assegurar a sua reprodução.

Dentre os efeitos perversos deste arranjo político e econômico para a classe trabalhadora, destacam-se o seu enfraquecimento coletivo, a competição, a meritocracia e a responsabilização individual. Elementos que contribuem para “novos conformismos sociais, ou seja, tornando naturais condições perversas do mercado, como a incerteza do futuro profissional e a precarização do trabalho” (Zibas, 2005, p. 27).

É neste contexto que o Estado aciona a educação, a fim de contornar os problemas sociais insolúveis, típicos da lógica interna da relação do capital. O discurso da flexibilização ilude a população com a ideologia da empregabilidade, e a mistificação burguesa inclui a defesa do empreendedorismo como solução ao desemprego, delegando ao indivíduo a responsabilidade pela sua condição social. Devido à lógica estrutural do capital e à concorrência do mercado, a tendência perversa é conduzi-lo ao fracasso. Isto porque, nas relações produtivas reais, o que se observa é o crescimento do desemprego nos países que flexibilizaram o trabalho (Netto & Braz, 2012).

Em face da configuração atual da relação do capital, assentada na reestruturação produtiva e no arcabouço político e ideológico neoliberal, é difundida a ideia da necessidade de outra maneira de formar a força de trabalho, supostamente mais ampla e qualificada. Motta, Leher e Gawryszewski (2018) revelam como a educação é mobilizada para essa função, por intermédio da descaracterização da educação pública, desconstruindo a sua imagem e a de seus trabalhadores, os professores, a fim de transferir a esfera educacional para o controle privado. Para isto, acionam-se os meios de comunicação para conformar a opinião pública e difundir a pedagogia do capital.

A narrativa amplamente difundida pelas frações dominantes locais, em consonância com as proposições dos organismos internacionais – destacadamente a Unesco e, sobretudo, a Organização para a Cooperação e o Desenvolvimento Econômico (OCDE) e o Banco Mundial – está centrada na tese de que a formação escolar atual não condiz com as expectativas da sociedade em geral: não é atraente ao jovem e não condiz com a ‘sociedade do conhecimento’ (Motta, Leher & Gawryszewski, 2018, p. 315, grifos dos autores).

Esse argumento tem sustentado as reformas do país no campo da educação desde a década de 1990, a fim de atender à lógica do mercado, resultando em políticas educacionais que viabilizaram as condições para tornar a educação uma mercadoria rentável. A promulgação da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDBEN), Lei nº 9.394/2016 (Brasil, 1996), que reconheceu o Ensino Médio como etapa final da Educação Básica, ocorreu dentro dessa lógica, apesar das resistências sociais e das lutas organizadas assegurarem alguns ganhos.

Bertoldo (2018) destacou a integração entre educação geral e profissional na LDBEN nº 9.394/1996, pois o Art. 36 define que o aluno, no Ensino Médio, será preparado para o exercício do trabalho. Seu Art. 40 estipula que a Educação Regular e a Profissional estarão articuladas. Neves e Pronko (2008) destacam, todavia, que essa lei introduziu a modalidade escolar chamada Educação Profissional, e que esta se voltava à formação do trabalhador polivalente.

As reformas posteriores afetaram a possibilidade de integração na formação das juventudes brasileiras. O Decreto nº 2.208, promulgado em 1997 (Brasil, 1997), contrariou o que fora determinado pela LDBEN. Determinou, no Art. 5º, que a Educação Profissional seria desarticulada do Ensino Regular e teria sua própria organização curricular. Passou-se, assim, a ofertar o Ensino Médio de duas formas: a subsequente e a concomitante.

Essa lei foi alvo de muitas resistências e polêmicas, pois reforçava ainda mais a desigualdade educacional existente. Ela só foi revogada com a promulgação do Decreto nº 5.154, em 2004 (Brasil, 2004). A posse de Luiz Inácio Lula da Silva na presidência (2003-2011) proporcionou uma nova ênfase no Ensino Profissional, que passou a ser integrado ao Ensino Médio, mantendo, no entanto, as modalidades concomitante e subsequente. Ele “se fundamentava na perspectiva de uma formação profissional integrada à formação geral nos seus múltiplos aspectos humanísticos e científicos tecnológicos” (Bertoldo, 2018, p. 04). Ferreira (2017, p. 299) argumenta que “a perspectiva era desenvolver uma política educacional com

vistas ao aumento da escolarização dos jovens e adultos e a melhoria da qualidade da formação do trabalhador”.

Essa tentativa de integração, cujos efeitos não foram os desejados pelos educadores progressistas envolvidos, foi desarticulada com a Reforma do Ensino Médio de 2017, que se configurou como uma proposta alinhada aos interesses do capital.

Entender esse processo requer a apreensão do cenário político-econômico brasileiro, a fim de desvelar as políticas adotadas neste início de século. A partir do ano de 2016, o Brasil “entra em uma nova fase da contrarrevolução preventiva e prolongada, conduzida pelas frações mais agressivas e conservadoras da burguesia” (Lima, 2019, p. 517), aprofundando as proposições restritivas em relação às políticas sociais, o que acirrou a destituição dos direitos conquistados historicamente pela classe trabalhadora. Dentre as ações que compõem este rol, está a Reforma do Ensino Médio, de 2017.

Lima (2019) destaca que a entrada do Governo Temer (2016-2019) foi marcada pela elaboração de documentos e medidas legais que subsidiaram a efetivação das políticas adotadas, sendo eles: I) *Uma Ponte para o Futuro* (Fundação Ulysses Guimarães & Partido do Movimento Democrático Brasileiro, 2015); II) Emenda Constitucional nº 95, promulgada em 15 de dezembro de 2016; e III) *A Travessia Social: uma ponte para o futuro* (Fundação Ulysses Guimarães & Partido do Movimento Democrático Brasileiro, 2016).

Os documentos descrevem as diretrizes do governo para os programas sociais e para a política de educação, com destaque para *A Travessia Social: uma ponte para o futuro*. É visível, em sua plataforma, a gestão e a configuração da Reforma do Ensino Médio:

O ensino de 2º grau no Brasil precisa de uma reforma completa. A estruturação dos currículos pressupõe exclusivamente uma preparação genérica para o ensino superior. O aproveitamento final é muito pequeno. A conclusão desta etapa não habilita o aluno para coisa alguma, a não ser os exames de ingresso na Universidade, embora se saiba que a maioria dos alunos encerra aí sua formação escolar (Fundação Ulysses Guimarães & Partido do Movimento Democrático Brasileiro, 2016, p. 15).

Segundo Lima (2019), este documento aponta um direcionamento político e econômico alinhado aos ditames dos organismos internacionais, reforçando a condição de subalternidade do país na divisão internacional do trabalho. Destaca-se que o atual governo, de Jair Messias Bolsonaro (2019-), não só dá continuidade como aprofunda os ataques às políticas sociais e de

educação. Trata-se, conforme Hillesheim e Garcia (2019, p. 487), de “um mix que alinha os interesses do empresariado educacional com preceitos religiosos que visa, simultaneamente, tornar a educação uma mercadoria ainda mais rentável”.

Cabe considerar ainda que, na lógica de destinar o orçamento ao pagamento da dívida pública, para operar o capital financeiro, a execução orçamentária do último ano, de 2019, revelou a menor porcentagem destinada à política de educação no Brasil, desde o ano de 2013, conforme expressa a Tabela 1:

Tabela 1. Execução Orçamentária - Educação Brasileira: 2013-2019

ANO	ORÇAMENTO EXECUTADO (R\$)	EXECUÇÃO EDUCAÇÃO (%)
2013	1,783 Trilhões	3,70
2014	2,168 Trilhões	3,73
2015	2,268 Trilhões	3,91
2016	2,572 Trilhões	3,70
2017	2,483 Trilhões	4,10
2018	2,621 Trilhões	3,62
2019	2,711 Trilhões	3,48

Fonte: Tabela sistematizada pelas autoras (Auditoria Cidadã da Dívida, 2019, 2020).

No âmago desta lógica política e econômica, o orçamento da Educação Básica no último ano sofreu um corte de 33% na alocação do "Dinheiro Direto na Escola para a Educação Básica". Este programa é responsável pela assistência financeira, a fim de propiciar melhorias na infraestrutura física e pedagógica, por isso tal redução inviabiliza avanços no ensino, bem como deteriora os espaços públicos de acesso à educação (Félix, 2019).

Evidencia-se, ainda, o papel fundamental do Estado para a operacionalização dos ajustes em outras esferas, como na regulamentação da flexibilização do trabalho, por exemplo, viabilizada na Reforma Trabalhista, Lei nº 13.467/2017 (Brasil, 2017b). O projeto adotado

revela que a manutenção do padrão dependente de desenvolvimento associado ao padrão dual de expropriação do excedente econômico e ao padrão compósito de hegemonia burguesa está expressa nas concepções do papel do Brasil na economia mundial como exportador de commodities minerais e agrícolas e do Estado como condutor do arcabouço jurídico que opera a contrarreforma trabalhista e a revisão do sistema tributário, de forma a atender aos interesses econômicos de parceiros privados internacionais e locais (Lima, 2019, p. 518).

Ao analisar o direcionamento das ações do governo, por intermédio dos documentos que o orientam, a autora chama a atenção para o fato de que esse movimento:

evidencia os novos contornos da luta de classes no Brasil na atual fase da contrarrevolução neoliberal, denotando a natureza ultraconservadora da burguesia brasileira e suas ações antissociais e antinacionais de exploração crescente da força de trabalho; de exportação de parte do excedente econômico para os centros imperialistas; de privilegiamento dos setores privados e de intensificação das desigualdades econômicas, políticas e sociais (Lima, 2019, p. 518).

Na esteira das Reformas do Ensino Médio e Trabalhista, em 13 de novembro de 2019 foi aprovada a Reforma Previdenciária, pela Emenda Constitucional nº 103 (Brasil, 2019), que altera o regime de contribuições e benefícios. A sua justificativa “está calcada no mito do seu déficit”, conforme apontam Lourenço, Lacaz e Goulart (2017, p. 481). Ao desvelar seus reais objetivos, constata-se que a Reforma da Previdência Social se fundamenta na relação da mercadorização dos direitos. Os direitos sociais ingressam no processo de valorização pois, conforme Lara e Maranhão (2019, p. 56-57), “as privatizações, as contrarreformas nas políticas sociais, são fenômenos de um mesmo processo socioeconômico que demonstra a crise generalizada e duradoura da produção e reprodução social capitalista”.

Esse conjunto de ações faz parte das estratégias de recuperação do capital, diante das suas contradições internas, e afeta diretamente a classe trabalhadora. Ela se vê ameaçada em sua existência, tanto pela situação de desemprego quanto pela condição atual de sua exploração no trabalho. Esta se dá de forma complexa e contraditória, no atual estágio do capital:

O decremento e a eliminação do uso da força de trabalho, causados pelo aumento das forças produtivas, têm como efeito uma diminuição da parte variável do capital em relação à parte constante, ou seja, cai, relativamente, a quantidade de trabalhadores a ser explorados. Como somente a força de trabalho, que constitui o capital variável, produz mais-valia, sua diminuição em relação ao capital constante provoca uma tendencial redução da taxa de lucro, mesmo que aumente a taxa de mais-valia com o incremento do grau de exploração ocasionado pela mais-valia relativa, o que obriga os capitalistas, como forma de compensação, a prolongar a jornada de trabalho, caracterizando a extração de mais-valia absoluta. Dessa forma, por causa das contradições inerentes à acumulação, a criação das condições de extração de mais-valia relativa gera, ao mesmo tempo, a necessidade de mais-valia absoluta, redundando na combinação de exploração dessas duas modalidades de mais-valia (Tumolo, 2017, p. 610).

É este o processo em curso, que só pode ser apreendido em suas causas ao considerar as relações produtivas que o sustentam. No caso da Reforma do Ensino Médio em vigor, a compreensão dos seus objetivos requer sua articulação a esse processo mais amplo, de valorização do capital no estágio atual.

Reforma Brasileira do Ensino Médio de 2017: Objetivos e Consequências

Proposta pelo Ministério da Educação (MEC), a atual reforma defende a flexibilização do currículo do Ensino Médio, propagando assegurar que o aluno opte pelo aprofundamento em uma área, ou pela sua formação profissional. O processo de sua aprovação, com a Lei nº 13.415/2017 (Brasil, 2017a), evidenciou a disputa entre dois projetos diferentes para esse nível de ensino: de um lado o dos grupos empresariais e representantes do MEC, e de outro, o dos educadores e defensores da educação pública.

A Lei nº 13.415/2017 alterou dispositivos da LDBEN, afetando diversos aspectos do Ensino Médio como, por exemplo, a carga horária. O Art. 13 sugere um ensino de tempo integral: “fica instituída, no âmbito do Ministério da Educação, a Política de Fomento à Implementação de Escolas de Ensino Médio em Tempo Integral” (Brasil, 2017a). As condições precárias das escolas brasileiras, entretanto, tendem a se agravar, tendo em vista a atual diminuição de recursos financeiros. Além disto, muitos estudantes de escolas públicas são trabalhadores e estudam à noite, o que torna inviável integralidade para todos. Esta aparente incoerência é superada na análise dos dispositivos mais amplos da Lei, pois o ensino integral não se estenderá a todas as escolas.

No interior da lógica flexível, a Lei nº 13.415 reformula o currículo do Ensino Médio. Ela estabelece uma Base Nacional Comum Curricular (BNCC), dividida em áreas do conhecimento, em que apenas as disciplinas de matemática e português serão obrigatórias nos três anos do Ensino Médio, pois as demais ficam diluídas em “estudos e práticas”, conforme § 2º do Artigo 35-A (Brasil, 2017a). Além disso, ao lado da BNCC, o currículo do Ensino Médio é composto por cinco “itinerários formativos”: linguagens e suas tecnologias; matemática e suas tecnologias; ciências da natureza e suas tecnologias; ciências humanas e sociais aplicadas; e formação técnica e profissional.

Os apologistas da reforma alegam que, assim, o aluno poderá escolher qual itinerário deseja seguir. Tendo em vista a fragilidade atual das instituições públicas de ensino, prevê-se que não há condições de equipar laboratórios ou de implantar tecnologias para ofertar todos os itinerários, nem haverá professores qualificados nas distintas áreas de conhecimento. Na realidade, a Lei é cristalina: o Artigo 36 estabelece que os itinerários formativos “deverão ser organizados por meio da oferta de diferentes arranjos curriculares, conforme a relevância para o contexto local e a possibilidade dos sistemas de ensino” (Brasil, 2017a).

Caberá, portanto, aos sistemas de ensino definir quais e quantos itinerários formativos ofertar, tendo em vista os profissionais, os materiais e as tecnologias necessárias de que dispõem. O resultado é o aprofundamento da desigualdade nas oportunidades de conhecimento para as juventudes brasileiras, tendo em vista as distintas condições das escolas e dos estados.

Para agravar esse quadro, orientada pela lógica neoliberal, a reforma propicia a redução de investimentos para a educação, pois, “para economizar dinheiro, o Poder Público ofertará menos conteúdos obrigatórios aos estudantes e, conseqüentemente, contratará menos professores para lecionar” (CNTE, 2018, p. 416).

O caráter mistificador do ensino integral é desmascarado em suas intenções. É estabelecido, no § 5º do Artigo 35-A, que “a carga horária destinada ao cumprimento da Base Nacional Comum Curricular não poderá ser superior a mil e oitocentas horas do total da carga horária do ensino médio, de acordo com a definição dos sistemas de ensino” (BRASIL, 2017a).

Ao analisar as proposições iniciais para a carga horária do Ensino Médio, houve uma forte resistência da comunidade educacional, que alertou que a parte comum da formação curricular estaria “condicionada a 1.800 horas de uma etapa escolar prevista para alcançar 4.200 horas em 2022” (CNTE, 2018, p. 416), o que significaria que o exigido na BNCC do Ensino

Médio corresponderia “a menos da metade da carga horária geral” (CNTE, 2018, p. 416). Na regulamentação deste aspecto, ficou determinado que o Ensino Médio deve atingir a carga horária máxima de 3.000 horas até 2022 (Brasil, 2018), mas permaneceu o dispositivo que restringe a duração máxima dos conteúdos comuns a 1.800 horas, o que permite certa autonomia para as escolas apresentarem uma carga horária ainda menor.

Dentre seus efeitos perversos para a formação dos estudantes, vislumbra-se a delimitação dos conteúdos, a depender do total de horas estabelecido. O que se conclui é que os centros de poder do capital conformam o Ensino Médio à sua lógica, a fim de assumir, assim, a direção intelectual e moral das juventudes trabalhadoras.

A publicidade em torno da Base Nacional Curricular Comum (BNCC) é uma forma de eclipsar o fato de que, objetivamente, com a reforma do Ensino Médio (BRASIL, 2017a), os cinco itinerários possíveis denotam percursos escolares distintos, negando o fortalecimento do que é o comum na educação básica. Como poucas escolas conseguirão assegurar os itinerários com maior presença das áreas das ciências da natureza e de matemática, possivelmente restarão itinerários cada vez mais centrados na profissionalização precária e em conformidade com a cadeia produtiva local ou mais funcional aos orçamentos da rede de ensino, desmantelando a ode da ‘livre escolha’ dos estudantes (Motta, Leher & Gawryszewski, 2018, p. 320, grifo dos autores).

Além da parte comum curricular da formação estar limitada a 1.800 horas, no caso da formação técnica e profissional, conforme § 6º do Artigo 36 (Brasil, 2017a), o restante da carga horária poderá considerar outros ambientes formativos que sejam certificados e também vivências práticas no setor produtivo.

O Ensino Profissional, desta forma, volta ao debate, pois a reforma apresenta um formato pedagógico caracterizado pelo aprofundamento da desigualdade educacional, em que o currículo escolar fica regulado pelo setor produtivo. Deste modo, a “formação técnica de baixa qualidade (cursos de qualificação profissional, tipo eletricitista, estética corporal, entre outros) caminha na direção de um verdadeiro *apartheid* educacional” (CNTE, 2018, p. 418).

Embora aparente uma igualdade de oportunidades, na prática, a deficiência na formação em determinadas áreas beneficiará a iniciativa privada, abrindo outros nichos de mercado para a complementação da formação como, por exemplo, cursos preparatórios, presenciais e a distância, além de materiais didáticos.

Outro aspecto a ser problematizado na reforma do Ensino Médio e que está relacionado diretamente com sua flexibilização, é a ampliação dos meios e dos ambientes formativos. A carga horária e a formação exigida no Ensino Médio poderão ser complementadas por intermédio das Parcerias Público-Privadas (PPP).

No § 11 do Artigo 36 da Lei nº 13.415 (Brasil, 2017a), consta que, para o “cumprimento das exigências curriculares do ensino médio, os sistemas de ensino poderão reconhecer competências e firmar convênios com instituições de educação a distância com notório reconhecimento”. Na Resolução nº 03/2018, que “Atualiza as Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio” (Brasil, 2018), fica estipulado que as atividades a distância podem contemplar até 20 (vinte) % da carga horária total do Ensino Médio, aumentando em até 80% no caso da Educação de Jovens e Adultos (EJA).

Ao se considerarem os dados da realidade concreta brasileira, fica evidente a dificuldade de assegurar uma educação pública de qualidade com a adoção da educação a distância (EAD). É preciso considerar que o “acesso à internet” das famílias brasileiras é precário. O levantamento realizado pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), na Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios (PNAD), em 2016 (IBGE, 2018), demonstrou que, no Brasil, dentre as pessoas com mais de dez anos que acessaram a internet, 94,2% foi para trocar mensagens e 94,6% dos usuários nessa faixa etária se conectaram via celular. Sobre os que não acessaram a internet, um total de 63,4 milhões de pessoas pesquisadas, as justificativas foram: falta de interesse (37,6%), serviço de acesso caro (14,3%), e não sabiam usar (37,8%).

Nas residências que possuíam acesso à internet, uma parcela de 69,3 % do total de 48,1 milhões, o celular foi o único equipamento usado para 38,6% delas utilizá-la. Já o acesso pelo computador foi de apenas 2,3% das famílias com internet, mesmo ele estando presente em mais da metade (57,8%) desses domicílios. Especificamente, chama a atenção o acesso dos estudantes à internet. Em um universo de 37,2 milhões de estudantes com 10 anos ou mais, 81,2% utilizaram-na. No que se refere aos estudantes da rede pública, 75,0% deles acessaram a internet, em contraste com 97,4% dos alunos da rede privada. A utilização da internet entre os pesquisados aumentou de acordo com o nível de instrução: sem instrução (11,2%), fundamental incompleto (43,6%), superior incompleto (97,1%) e superior completo (95,7%).

Os dados revelam que um número significativo de famílias e estudantes ainda não possuem acesso à internet no Brasil, principalmente os alunos da educação pública. Desta forma,

a proposta que prevê a possibilidade de cumprimento de uma percentagem de horas do currículo na modalidade a distância, será extremamente prejudicial a esses estudantes, limitando seu direito ao ensino. O que se constata é que esse projeto não está interessado na melhoria da educação pública, mas atende aos objetivos do mercado, em que prevalece a busca de lucro, inclusive por intermédio de recursos públicos. Expressa-se assim, também por esta via, a viabilização da conversão da educação em um produtivo mercado e, conseqüentemente, sua privatização e subsunção ao capital.

Na educação, a mercantil-filantropia adentra ferozmente aos fundos públicos por meio de parcerias, consórcios e mercantilização de suas mercadorias. Capitalizado o ensino superior, agora, o radar dos investidores e das grandes corporações do ramo educativo volta-se para Ensino Médio, a exemplo dos grupos Kroton, 12 SEB e Ser Educacional (Motta, Leher & Gawryszewski, 2018, p. 319).

A CNTE (2018) corrobora com tal constatação, de que o Estado brasileiro direciona o Ensino Médio à privatização, por meio das PPP. Esta forma de terceirização tende a fragmentar ainda mais a educação pública e a inviabilizar a possibilidade de uma formação humana ampla, tendo em vista que o seu objetivo está diretamente voltado para atender às demandas do mercado capitalista. As PPP consistem em “uma conexão que esvaziará as instituições públicas de maiores investimentos em infraestrutura física e humana, dificultando a universalização ou expansão do ensino médio em instituições de ensino público, gratuito e de qualidade” (Costa & Coutinho, 2018, p. 1647). O propalado ensino de tempo integral da reforma em vigor revela sua verdadeira face, ao permitir que parte do Ensino Médio seja efetivado fora da escola, abrindo-se à sua mercantilização e também, no caso da formação técnica e profissional, à possibilidade de exploração precoce da força de trabalho do estudante.

A pedagogia do capital acena com a falsa promessa de uma ocupação certa nos postos de trabalho, desde que o jovem estudante invista em sua formação, acionando, para isto, as ideologias da empregabilidade e do empreendedorismo. Segundo Motta, Leher e Gawryszewski (2018, p. 317, grifos dos autores), “*trata-se de educar, ao seu modo, essa massa de jovens trabalhadores, qualificados ou não, para as adversidades que o mercado impõe e manter as condições políticas e sociais necessárias para a reprodução ampliada do capital*”.

Outro dispositivo que merece reflexão é a implantação do *notório saber*. A Lei nº 13.415/2017 permite a qualquer cidadão, independente do seu nível e grau de formação, desde que comprove o seu saber, ser professor em cursos de Educação Profissional. Isto reforça a

desqualificação da docência e afeta diretamente a qualidade da formação a ser ofertada nos cursos técnicos e profissionais de nível médio. Para Costa e Coutinho (2018), é agravada a condição educacional, ao não se propiciar aos estudantes uma formação que lhes capacite a interagir criticamente com os contextos sociopolíticos, econômicos e culturais.

De fato, este conhecimento não se encontra presente na agenda do capital, pois a formação do jovem passa a ser direcionada para a adequação social e política da força de trabalho, diante da intensificação de sua exploração, da precarização das condições de trabalho e do aumento do desemprego. Sob a perspectiva da pedagogia do capital:

os jovens necessitariam ser contemplados com um projeto formativo em que se desenvolvam competências técnicas específicas para o século XXI, de forma a delinear perspectivas e tomar ‘boas decisões’ acerca do seu ‘projeto de vida’, fortalecendo competências ‘socioemocionais’ – relacionadas a valores morais (filtrados pelos fundamentalistas da Escola Sem Partido e pela bancada evangélica) e procedimentos comportamentais, tais como resiliência, adaptabilidade e persistência (Motta, Leher & Gawryszewski, 2018, p. 320).

A repercussão na formação dos professores avança com intensidade, afastando a função das universidades públicas neste setor, tendo em vista que os organismos internacionais impõem a incorporação das novas tecnologias na educação, por intermédio de condicionalidades para a concessão de recursos. As tecnologias e a EAD passam a ocupar o lugar dos professores, veiculando um novo paradigma educacional.

Esse paradigma é constituído pela substituição tecnológica e pela racionalidade instrumental, está inscrito na ‘flexibilização’, especialmente na precarização do trabalho docente, sendo coerente com a lógica do mercado: quanto maior a presença da tecnologia, menor a necessidade do trabalho humano. Em outras palavras, prevê cada vez menos professores e mais alunos, sob a alegação de que o desempenho dos últimos depende menos da formação dos primeiros e mais dos materiais utilizados (Barreto, 2004, p. 1189, grifo da autora).

Motta, Leher e Gawryszewski (2018, p. 321-322) identificam que a formação docente é esvaziada, “sempre no sentido de uma formação desidratada de teoria e baseada em práticas balizadas no empirismo vulgar – afinal, o que é dado a pensar será assegurado pelas corporações, centros de pensamento do capital e pelas coalizões dos setores dominantes”.

Estes fatores estão voltados para o atendimento das demandas de acumulação do capital frente às crises econômicas, consistindo em uma estratégia de mercantilização do ensino. O

resultado é uma formação superficial, para a adaptação emocional e a qualificação instrumental, a fim de atender às demandas sociais e produtivas imediatas.

Esses fatos reforçam a compreensão de como a contrarreforma do ensino médio é parte integrante de uma agenda globalmente estruturada da educação. Os exemplos utilizados pelos defensores dessas mudanças são frágeis, mas confirmam os padrões de governança internacional, cuja missão modernizadora é reduzir a educação (e o conhecimento) a funções mínimas de acordo com as necessidades imediatas da sociedade capitalista contemporânea. Tarefa essa que deverá ser cumprida crescentemente pelos mercados educacionais (Ferreira, 2017, p. 304).

Na atual conjuntura, não há medidas para a superação desses problemas, pois o objetivo está voltado ao capital, o que revelam as políticas neoliberais adotadas, ao diminuírem os direitos da população. Ofertar uma educação de nível médio adequada aos interesses do capital é o objetivo que se evidencia na atual Reforma do Ensino Médio. Aos trabalhadores, destina-se o ensino público flexível, a fim de assegurar sua conformação socioemocional, acenando com uma suposta empregabilidade, mesmo estando, a maioria, destinada ao fracasso, diante de uma relação social que aprofunda o desemprego e a desigualdade social.

Considerações Finais

A crise econômica mundial da década de 1970 gerou a reestruturação produtiva e a implementação do neoliberalismo. Tornou necessários, por conseguinte, novos processos para o disciplinamento da força de trabalho, tendo em vista as novas formas de sua exploração e a precarização de suas condições de trabalho e de existência. No Brasil, os últimos anos foram expressivos no que se refere ao aprofundamento de medidas que visam o consenso social em torno da concepção de mundo burguesa.

Destaca-se nessa conjuntura a fragilidade que adquire o direito à educação, uma vez que a EC 95 restringe o orçamento e fere conquistas constitucionais históricas. Uma dentre as justificativas desse processo foi que asseguraria o desenvolvimento econômico do país, o que se revelou “uma falácia”, já que os dados do PIB de 2019 contradizem tal expectativa, indicando uma ínfima porcentagem de crescimento, em um cenário de crise global. Os resultados concretos não demonstram melhorias na qualidade de vida da maioria da população, ao contrário, são perversos para a classe trabalhadora, pois acirram-se as desigualdades, aprofunda-se a precarização do trabalho e o desemprego, dentre outros.

Em específico, a Reforma do Ensino Médio brasileiro, de 2017, orientada pela lógica da flexibilidade, alterou sua estrutura e currículo. Trata-se de uma ação consolidada pelas classes dominantes para atender à lógica do capital monopolista na atual fase. Ela volta-se à formação de indivíduos flexíveis, por meio da oferta de uma educação precarizada e fragmentada, viabilizando a mercantilização da educação pública.

O Ensino Médio abre-se para a iniciativa privada por intermédio das PPP e das possibilidades de cumprimento da carga horária em outros ambientes formativos e de trabalho. A reforma incita os estudantes a não frequentarem a escola, fomentando a EAD, desconsiderando que grande parte deles não tem acesso à internet. Além disso, admite o *notório saber* para a docência, dispensando o trabalho qualificado do professor no ensino e no aprendizado.

A precarização da educação pública aumenta e o Ensino Médio é subsumido ao capital, a fim de atender ao modelo de produção imposto no cenário contemporâneo, que dispensa uma formação qualificada e integral para a maioria dos trabalhadores e para os prováveis futuros desempregados. As consequências são nefastas para as juventudes trabalhadoras, pois o projeto em vigor é de uma educação que não prioriza a formação humana. Suas perspectivas em relação ao trabalho são as de piores condições em termos de acesso à proteção social, que também está sendo mercantilizada. Com a Reforma da Previdência Social, também não há previsão de se assegurar renda e sobrevivência na velhice.

Destaca-se o papel do Estado em criar todo o arcabouço de leis e ações para legitimar o *status quo* e assegurar as taxas de lucro ao capital. O Estado se desembaraça de suas funções para com o ensino público, que se converte em uma mercadoria, abrindo-se para a iniciativa privada, efetivando sua face de atrelamento ao capital.

Em face do exposto, infere-se que, no Brasil, a atual Reforma do Ensino Médio adequou a formação dos trabalhadores aos interesses de expansão do capital, em um momento de ultraconservadorismo político e ideológico e de subordinação do país na divisão internacional do trabalho. Isto reverbera na persistência e no aprofundamento das ambiguidades formativas e na degradação da formação e da vida humana.

Entender a Lei nº 13.415/2017 (Brasil, 2017a) requereu situá-la na totalidade que constitui a relação social do capital, no interior da qual ela constitui uma dentre as ações voltadas ao controle, à conformação social e à mercantilização da educação. Tal lógica não se viabiliza

sem resistências sociais, que geram contradições e lutas genuínas em prol de outra educação. Nessa dinâmica, é essencial para todos que advogam uma educação pública, de qualidade, gratuita e comprometida com uma formação humana ampla, compreender a complexa relação social do capital em suas contradições. A educação que se almeja é a integral, omnilateral, mas isto implica a adesão a embates mais profundos, a fim de superar a sociabilidade do capital que a reprime.

Referências

- Auditoria Cidadã da Dívida. (2019). *Gráficos 2011- 2018*. Consulta 07 de março de 2020. <https://auditoriacidada.org.br/categoria-conteudo/graficos/>.
- Auditoria Cidadã da Dívida. (2020). *Orçamento Federal Executado (pago) em 2019 = R\$ 2,711 trilhões*. Consulta 30 de março de 2020. <https://auditoriacidada.org.br/wp-content/uploads/2020/02/Orc%CC%A7amento-2019-versao-final.pdf>.
- Barreto, Raquel Goulart. (2004). Tecnologia e educação: trabalho e formação docente. *Educ. Soc.*, vol. 25 (n. 8), 1181-1201. <http://www.scielo.br/pdf/es/v25n89/22617.pdf>.
- Bertoldo, Edna. (2018). A dualidade estrutural na reforma do ensino médio. *Gesto Debate*, v. 06 (n. 01), 01-06. <https://docplayer.com.br/112748577-A-dualidade-estrutural-na-reforma-do-ensino-medio.html>.
- Brasil. (1996, 23 dezembro). *Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996*. Estabelece as Diretrizes e Bases da Educação Nacional. Brasília, DF. http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/Leis/L9394.htm.
- Brasil. (1997, 17 abril). *Decreto nº 2.208, de 17 de abril de 1997*. Regulamenta o § 2º do art. 36 e os arts. 39 a 42 da Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996, que estabelece as diretrizes e bases da educação nacional – revogado. Brasília, DF. http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/decreto/D2208.htm.
- Brasil. (2004, 23 julho). *Decreto nº 5.154, de 23 de julho de 2004*. Regulamenta o § 2º do art. 36 e os arts. 39 a 41 da Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996, que estabelece as diretrizes e bases da educação nacional, e dá outras providências. Brasília, DF. http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/ Ato2004-006/2004/Decreto/D5154.htm#art9.
- Brasil. (2017a, 17 fevereiro). *Lei nº 13.415/2017, de 16 de fevereiro de 2017*. Altera as Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996 e institui a Política de Fomento à Implementação de Escolas de Ensino Médio em Tempo Integral. Brasília, DF. http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/ ato2015-2018/2017/lei/L13415.htm.
- Brasil. (2017b, 13 julho). *Lei nº 13.467 de 13 de julho de 2017*. Altera a Consolidação das Leis do Trabalho (CLT), aprovada pelo Decreto-Lei no 5.452, de 1º de maio de 1943, e as Leis nos 6.019, de 3 de janeiro de 1974, 8.036, de 11 de maio de 1990, e 8.212, de 24 de julho de 1991, a fim de adequar a legislação às novas relações de trabalho. Brasília, DF. <http://www.normaslegais.com.br/legislacao/Lei-13467-2017.htm>.

- Brasil. (2018, 21 novembro). *Resolução CNE/CEB nº 3, de 21 de novembro de 2018*. Atualiza as Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio. Brasília, DF. <http://novoensinomedio.mec.gov.br/resources/downloads/pdf/dcnem.pdf>.
- Brasil. (2019, 12 novembro). *Emenda Constitucional nº 103 de 12 de novembro de 2019*. Altera o sistema de previdência social e estabelece regras de transição e disposições transitórias. Brasília, DF. <http://www.normaslegais.com.br/legislacao/emendaconstitucional103.htm>.
- Chesnais, François. (1999). *Tobin ou not Tobin?*. São Paulo: Ed. UNESP.
- Chesnais, François. (2005). O capital portador de juros: Acumulação, internacionalização, efeitos econômicos e políticos. Chesnais, François (org.). *A finança mundializada: raízes sociais e políticas, configuração, consequências*, 35-68 São Paulo: Boitempo.
- Confederação Nacional dos Trabalhadores em Educação - CNTE. (2018). Consequências práticas da BNCC e da reforma do ensino médio. *Rev. Retratos da Escola*, v. 12 (n. 23), 413-425. <http://retratosdaescola.emnuvens.com.br/rde/article/viewFile/901/pdf>.
- Costa, M. A., & Coutinho E. H. L. (2018). Educação profissional e a reforma do ensino médio: Lei nº 13.415/2017. *Educação & Realidade*, v. 43 (n. 4), 1633-1652. http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2175-62362018000401633.
- Cucolo, E., & Pamplona, N. (2020, março 04). PIB do Brasil cresce 1,1% em 2019, diz IBGE; resultado é menos da metade do projetado no início do ano. *Folha de São Paulo*. Consulta 28 de março de 2020. <https://www1.folha.uol.com.br/mercado/2020/03/pib-do-brasil-cresce-11-em-2019-diz-ibge.shtml>.
- Félix, Rosana. (2019, Dezembro 25) "Gasto com educação cai desde 2015. 2019 não foi exceção". *Jornal Gazeta do Povo*. Consulta 04 de março de 2020. <https://www.gazetadopovo.com.br/educacao/gasto-com-educacao-cai-desde-2015-2019-nao-foi-excecao/#ancora-1>.
- Ferreira, Eliza Bartolozzi. (2017). A contrarreforma do ensino médio no contexto da nova ordem e progresso. *Educ. Soc.*, v. 38 (n. 139), 293-308. <http://www.scielo.br/pdf/es/v38n139/1678-4626-es-38-139-00293.pdf>.
- Fundação Ulysses Guimarães, Partido do Movimento Democrático Brasileiro. (2016). *A travessia social: uma ponte para o futuro*. Brasília, Fundação Ulysses Guimarães. <https://www.fundacaoulysses.org.br/wpcontent/uploads/2016/11/TRAVESSIA-SOCIAL-PMDB LIVRETO PNTE PARA O FUTURO.pdf>.
- Fundação Ulysses Guimarães, Partido do Movimento Democrático Brasileiro. (2015). *Uma ponte para o futuro*. Brasília: Fundação Ulysses Guimaraes. <https://www.fundacaoulysses.org.br/wp-content/uploads/2016/11/UMA-PONTE-PARA-O-FUTURO.pdf>.
- Gounet, Thomas. (1999). *Fordismo e toyotismo na civilização do automóvel*. São Paulo: Boitempo.
- Harvey, David. (2008). *O neoliberalismo: história e implicações*. 13. ed. São Paulo: Loyola.
- Hillesheim, J., & Garcia, A. V. (2019). Educação e trabalho no Brasil: a perspectiva defendida pelo capital para a formação dos trabalhadores. *R. Katál*, v. 22 (n. 3), 479-490. http://www.scielo.br/pdf/rk/v22n3/pt_1982-0259-rk-22-03-491.pdf.

- Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística - IBGE. (2018). PNAD Contínua TIC 2016: 94,2% das pessoas que utilizaram a Internet o fizeram para trocar mensagens. *Agência IBGE Notícias*. Consulta 08 de março de 2020. <https://agenciadenoticias.ibge.gov.br/agencia-sala-de-imprensa/2013-agencia-de-noticias/releases/20073-pnad-continua-tic-2016-94-2-das-pessoas-que-utilizaram-a-internet-o-fizeram-para-trocar-mensagens>.
- Lara, R., & Maranhão, C. (2019). Fundamentos do trabalho, “questão social” e Serviço Social. Souza, E. Â. de S. Silva, M. L. de O. (orgs). *Trabalho, questão social e serviço social: a autofagia do capital*. 37-60. São Paulo: Cortez.
- Lima, Kátia. (2019). Educação superior em tempos de ajustes neoliberais e regressão de direitos. *R. Katál.*, Florianópolis, v. 22 (n. 3) 513-524. http://www.scielo.br/pdf/rk/v22n3/pt_1982-0259-rk-22-03-525.pdf.
- Lourenço, E. Â. de S., Lacaz, F. A. de C., & Goulart, P. M. (2017). Crise do capital e o desmonte da Previdência Social no Brasil. *Serviço Social e Sociedade*, n. 130, 467-486. <http://www.scielo.br/pdf/sssoc/n130/0101-6628-sssoc-130-0467.pdf>.
- Mészáros, István. (2002). *Para além do capital*. São Paulo, Boitempo Editorial, 2002.
- Motta, V. C. da; Leher, R., & Gawryszewski, B. (2018). A pedagogia do capital e o sentido das resistências da classe trabalhadora. *Ser social: educação e lutas sociais no Brasil*. v. 20 (n. 43), 310-328. https://periodicos.unb.br/index.php/SER_Social/article/view/18862/17577.
- Netto, J. P., & Braz, M. (2012). *Economia Política: uma introdução crítica*. 8. ed. São Paulo: Cortez.
- Neves, L. M. W., & Pronko, M. A. (2008). *Configuração histórica e mudanças da formação para o trabalho complexo no Brasil contemporâneo*. Rio de Janeiro: EPSJV.
- Tumolo, Paulo Sérgio. (2003). Trabalho, vida social e capital na virada do milênio: apontamentos de interpretação. *Educ. Soc.* vol. 24 (n. 82), 159-178. <http://www.scielo.br/pdf/es/v24n82/a07v24n82.pdf>
- Tumolo, Paulo Sérgio. (2017). A atual configuração capitalista na periferia do sistema: contribuições teóricas para um debate. *Perspectiva*. v. 35 (n. 2), 598-614. <https://periodicos.ufsc.br/index.php/perspectiva/article/view/2175-795X.2017v35n2p598>.
- Tumolo, Paulo. Sérgio. (2002). *Da contestação à conformação*. A formação sindical da CUT e a reestruturação capitalista. Campinas, SP: Editora da UNICAMP.
- Zibas, Dagmar Maria Leopoldi. (2005). A reforma do ensino médio nos anos de 1990: o parto da montanha e as novas perspectivas. *Revista Brasileira de Educação*, n. 28, 24-36. <http://www.scielo.br/pdf/rbedu/n28/a03n28.pdf>.

Principio de Autonomía Deontológica para la Praxis Orientadora

Karina Heredia

kisabelhs@gmail.com

<https://orcid.org/0000-0001-7919-2583>

*Universidad de Carabobo
Puerto Cabello, Venezuela.*

Julio González Bello

juliogonzalez47@gmail.com

<https://orcid.org/0000-0001-6099-2994>

*Universidad de Carabobo
Valencia, Venezuela.*

Recibido: 25/03/2020 **Aceptado:** 23/05/2020

Resumen

En estos tiempos uno de los principales problemas del profesional de la orientación se relaciona con su praxis, concretamente con los principios éticos, y específicamente con el principio de autonomía. En este sentido se puede evidenciar que el proceso de ayuda se ve influenciado por las experiencias de vida del Orientador, lo cual es una clara realidad de lo lejos que se encuentra éticamente el Orientador de su práctica. Por lo tanto, este estudio pretende crear una hermenéutica teórica del principio de autonomía deontológica del Orientador del siglo XXI a través de una metamorfosis que redefine su praxis en el medio circundante; sustentándose en la Teoría Ética Deontológica (1785) y la Teoría Crítica de la Escuela de Frankfurt (1937). Del mismo modo, este estudio se orientó en la Metodología Fenomenológica Hermenéutica de Max Van Manen (2003), el paradigma interpretativo, de nivel Interpretativo, y en el cual se develó las esencias que repercuten en la labor profesional del Orientador, encontrando el vacío teórico para fundamentar su accionar desde lo establecido en la Declaración Universal sobre Bioética y Derechos Humanos, así como también la no correspondencia del Código de ética actual con las nuevas exigencias sociales – profesionales, a su vez, esto permitió generar un postulado único que establece el principio de autonomía deontológica propio del Orientador y su medio circundante con la finalidad de garantizar la idealización del ser humano como ente capaz de generar cambios en sí mismo y en los demás, por lo que su accionar ético ha de ser cónsono con su formación académica y profesional. Al respecto no se conocen investigaciones relacionadas más que con la ética del Orientador y no con un principio que redefine su praxis haciendo de este un nuevo profesional con altas competencias éticas profesionales desde la autonomía del sujeto generador de transformaciones sociales.

Palabras Clave: Orientación, Deontología y Ética.

Princípio da Autonomia Deontológica para A Práxis de Orientação

Resumo

Nestes tempos, um dos principais problemas do conselheiro está relacionado à sua práxis, especificamente com os princípios éticos e, especificamente, com o princípio da autonomia. Nesse sentido, pode-se evidenciar que o processo de auxílio é influenciado pelas experiências

de vida do conselheiro, que é uma realidade clara de quão longe o conselheiro é eticamente de sua prática. Portanto, este estudo tem como objetivo criar uma hermenêutica teórica do princípio da autonomia deontológica do Orientador do século XXI através de uma metamorfose que redefine sua práxis no ambiente circundante; baseado na Teoria Deontológica Ética (1785) e na Teoria Crítica da Escola de Frankfurt (1937). Da mesma forma, este estudo foi orientado na Metodologia Fenomenológica Hermenêutica de Max Van Manen (2003), o paradigma interpretativo, de nível Interpretativo, e no qual foram reveladas as essências que afetam o trabalho profissional do Conselheiro, encontrando o vácuo teórico basear suas ações nas disposições da Declaração Universal de Bioética e Direitos Humanos, bem como na não correspondência do atual Código de Ética com os novos requisitos sócio-profissionais, por sua vez, isso permitiu gerar um postulado único que estabelece o princípio Autonomia deontológica do orientador e seu entorno, a fim de garantir a idealização do ser humano como entidade capaz de gerar mudanças em si e nos outros, para que suas ações éticas sejam coerentes com sua formação acadêmica e profissional . Nesse sentido, nenhuma pesquisa relacionada à Ética do Conselheiro é conhecida, e não comum princípio que redefine sua prática, tornando-o um novo profissional com altas competências éticas profissionais a partir da autonomia do sujeito, gerando transformações sociais.

Palavras chave: *Orientação, Deontologia e Ética.*

Principle of Deontological Autonomy for Guiding Praxis

Abstract

In these times one of the main problems of the counselor is related to his praxis, specifically with the ethical principles, and specifically with the principle of autonomy. In this sense it can be evidenced that the aid process is influenced by the life experiences of the Counselor, which is a clear reality of how far the Counselor is ethically from his practice. Therefore, this study aims to create a theoretical hermeneusis of the principle of deontological autonomy of the Counselor of the 21st century through a metamorphosis that redefines its praxis in the surrounding environment; based on the Ethical Deontological Theory (1785) and the Critical Theory of the Frankfurt School (1937). In the same way, this study was oriented in the Hermeneutic Phenomenological Methodology of Max Van Manen (2003), the interpretative paradigm, of Interpretative level, and in which the essences that affect the professional work of the Counselor were revealed, finding the theoretical vacuum to base its actions from the provisions of the Universal Declaration on Bioethics and Human Rights, as well as the non-correspondence of the current Code of Ethics with the new social - professional requirements, in turn, this allowed generating a unique postulate that establishes the principle Deontological autonomy of the Counselor and its surrounding environment in order to guarantee the idealization of the human being as an entity capable of generating changes in himself and in others, so that his ethical actions must be consistent with his academic and professional training . In this regard, no research related to the Ethics of the Counselor is known, and not with a principle that redefines his practice making this a new professional with high professional ethical competences from the autonomy of the subject generating social transformations.

Keywords: Guidance, Counseling, Deontology and Ethics.

Introducción

Los orígenes que vinculan la Orientación con el sistema educativo nace de una acelerada industrialización que trae consigo el éxodo masivo de los campesinos a las ciudades en busca de mejorar su calidad de vida, originando cambios en el modelo educativo liberal y haciendo evidente reformas en la educación con una variedad ocupacional en los requerimientos de trabajo, encaminando así la función Orientadora que buscaba atender las necesidades de la sociedad de manera expedita.

Por su parte, la Orientación comoproceso educativo permite la integración de habilidades y competencias de los seres humanos en su pretensión de atender a la diversidad y universalizar el derecho a la educación. Así pues, esta acción debe asociarse como uno de los factores que favorecen la calidad educativa, elemento que permite la posibilidad de dar adecuadas respuestas a la pluralidad y a las necesidades de cada estudiante. Así pues, uno de los intereses más grande que presenta la Orientación en los diferentes niveles del sistema educativo venezolano, es el énfasis que se le ha dado a la práctica y al proceso focalizado en la persona que se está formando; es indudable que los problemas de Orientación en Venezuela parten de la homogenización del proceso de orientar, a lo que Vilera (2000) dice:

Debemos reconocer que hemos sido muy amplios al momento de acomodarnos a cada movimiento teórico de vanguardia en estos tiempos (autoayuda, desarrollo emocional, etc.) lo cual es un reflejo del automatismo intelectual que nos limita a concepciones inmediatistas que nos desgasta. Y con eso no vamos a lograr una identidad profesional militante, socialmente comprometida con los cambios, con transformaciones que tengan que ver con las desigualdades sociales y la injusticia (p. 4).

Este argumento, no se aleja de la realidad que se vive en cada escenario educativo venezolano. No se investiga, no se contextualiza, se copian modelos que en lugar de solventar situaciones las agravan. Comenzando por los conflictos entre la teoría y la práctica, el aislamiento laboral, la práctica inadecuada, carencias en la supervisión, entre otras, cuestiones vinculadas a la preparación académica y profesional del Orientador.

Al respecto, González, (2001) en el Congreso Mundial de Orientación expresó: “o nos distinguimos o nos extinguimos”, haciendo énfasis en la necesidad de universalizar un modelo que permitiera unificar el proceso de la Orientación como una práctica educativa

condicionada a las necesidades propias de Latinoamérica y considerar un fundamento teórico que sustente los pilares en la cual se sostiene.

Posteriormente, Santana (2003) consideró que las cualidades que se le exigen al Orientador determinan su rol dentro del proceso e influyen poderosamente en la realización de la intervención puesto que la relación de ayuda precisa de una serie de cualidades o actitudes que este ha de transmitir al sujeto y que pueden resumirse en aceptación, comprensión y sinceridad.

Es por esto, que a la Orientación se le atribuyen diversas funciones, las cuales se encuentran establecidas en el Programa de Protección y Desarrollo Estudiantil (2007), establecido por el Ministerio del Poder Popular para la Educación como política de estado aplicable a todos los sistemas y niveles educativos.

Sin embargo, la Orientación requiere de actualización permanente respecto a nuevas prácticas, para poder abordar las diferentes situaciones que se presentan desde una visión amplia y empírica de su realidad, dado que la complejidad multidisciplinar que caracteriza el campo, obliga a los Orientadores a intervenir diferentes realidades socioculturales.

En este sentido las nuevas necesidades de la sociedad demandan el ejercicio de una práctica, de una actividad, sometida a sistematicidad, “pues la forma completamente empírica en que hasta ahora se ha llevado a cabo la Orientación, dadas las nuevas exigencias, ha dejado ser funcional” (Moreno, 2018, p. 68).

Asimismo, González (2008) expresa que:

La Orientación y la educación han sido consideradas como procesos complementarios donde la práctica de la primera debe incidir en los niveles de calidad de la segunda. Definitivamente la posibilidad de la no extinción de la Orientación depende de la capacidad de desarrollar nuevas prácticas para las nuevas dimensiones de la educación del siglo XXI (González, 2008, p. 90).

Por lo tanto, uno de los retos que debe afrontar la Orientación es sin duda, hacer de la práctica un hecho más real respetando las diferencias individuales, sociales y culturales en el proceso de ayudar a otros, ya que la Orientación que se ha venido ejerciendo no ha beneficiado a todas las personas que de alguna manera la han requerido, consecuencia de la falta de conciencia de algunos profesionales del área.

A propósito de ello, se puede observar la realidad vista en el Estado Carabobo - Venezuela, el cual es uno de los dos estados que egresa a nivel universitario Orientadores en

el país, por lo que Heredia (2017) a través de una investigación aplicada al 30 por ciento de los Orientadores de diferentes Municipios, en torno a la interpretación y la puesta en práctica de la Orientación en el campo laboral, determinó que el 12 por ciento de los encuestados al no tener claro cómo, por qué y para qué orientar, buscan reproducir lo que a su vez otros Orientadores realizan en la cotidianidad, teniendo que enfrentar de forma empírica los retos de su práctica.

Lo que quiere decir, que existe un evidente divorcio entre la teoría y la práctica, específicamente con el principio de autonomía tomando en cuenta que este es concreto con respecto a su utilidad en el campo laboral. Por consiguiente, fue necesario precisar que el profesional de la Orientación cumple sus funciones, solo cuando posee criterio suficiente para entender los problemas sociales y educativos y da respuestas curriculares de calidad a las situaciones y espacios educativos que se le presenten.

Escenario de la Investigación

A la Orientación se le han formulado algunos reclamos relacionados con la efectividad y eficacia en su actuación y que justifican la búsqueda de la re-conceptualización (González, 2008). Por lo que el Orientador, ha tenido que resguardarse en diferentes métodos para dar respuesta, siendo una situación de interés y necesidad peculiar que proviene de muchos autores de diversas latitudes, por lo que muchas investigaciones buscan redefinir la teoría y re-conceptualizar su praxis. Es así, como en la praxis de la Orientación se debe asumir el compromiso ético de promover la alteridad, fomentar el respeto y la aceptación de las diferencias, como condiciones necesarias convivencia democrática, inclusiva y consiente del derecho de las personas para el logro de la justicia social traducida en oportunidades para todos, partiendo de un enfoque social, comprometido con él mismo, sin obviar al otro, en el respeto de los derechos humanos, para alcanzar la tan ambicionada igualdad. (Camargo y Leal, 2015)

Por consiguiente, la inquietud por una praxis acorde con las demandas sociales, está calando en numerosos estudios de diferente amplitud geográfica, explorando en ellos las necesidades de formación que emplazan con más frecuencia a los profesionales de la Orientación, de acuerdo con competencias profesionales que se perciben como necesarias y los aspectos éticos claves en el pleno desarrollo de sus facultades profesionales.

En el mismo orden de ideas la Asociación Internacional para Orientación Educativa y Vocacional (IAEVG) a través de la IOEP establece como norma ética de sus miembros, ser conscientes de sus valores y actitudes, para ser discretos y objetivos en la asistencia que proporcionan a sus clientes. En concreto, evitan toda forma de discriminación y de estereotipo racial, sexual y de edad. De la misma manera que, los casos en los que las cuestiones éticas sean ambiguas o no sean suficientemente claras, buscarán el asesoramiento o consulta confidencial de una asociación profesional o de un colega para intentar clarificar la cuestión o desarrollar estrategias para rectificar las condiciones que causaron el problema, siendo un ejemplo más claro y preciso de lo que un Orientador en la más simple de sus funciones debe desarrollar para demostrar calidad educativa y curricular en su ejercicio profesional.

Por consiguiente, toda profesión debe disponer de una ética que regule y conforme el “deber ser” de todo aquello que en ella se trate, por lo que se presenta el código deontológico, el cual es el conjunto de normas que regulan el ideal de las relaciones humanas, ya que la dimensión ética tiene sentido “cuando entra en escena el otro” (Eco, 1998). En este sentido, se convierte en una demanda de toda profesión.

En consecuencia, existen profesiones que por su vinculación a las personas, exigen el desarrollo de una ética explícita: entre ellas encontramos las profesiones educativas y de manera especial las relacionadas con el campo de la Orientación.

Por lo que se hizo necesario, considerar la bioética que “nace como una actuación multidisciplinaria de los científicos por dominar y transformar la naturaleza, logrando un dominio y una capacidad de transformación del mismo ser humano”; y que además, posee sus cimientos en la Declaración Universal sobre Bioética y Derechos Humanos adoptada por la Conferencia General de la UNESCO en 2005 en la que tratan “las cuestiones éticas relacionadas con las ciencias de la vida y las tecnologías conexas aplicadas a los seres humanos, teniendo en cuenta sus dimensiones sociales, jurídicas y ambientales”.(p.86)

Por lo tanto, los principios éticos deontológicos que se sustentan en la bioética, cubren un conjunto de investigaciones, discursos y prácticas, generalmente pluridisciplinarias, que tienen como objeto aclarar y, si es posible, resolver preguntas de tipo ético, suscitadas por la investigación en el seno de sociedades caracterizadas, en diversos grados, por ser individualistas, multiculturales y evolutivas.

En este sentido, aunque los principios éticos son fundamentales, se limitan entre sí ya que en su aplicación a una situación concreta se requiere del buen juicio, es decir, de una ponderación adecuada por parte de quien tiene que tomar la decisión, y esta ponderación exige tomar en serio los derechos e intereses de los otros. (Amaya y Otros, 2015).

Es necesario, por tanto, establecer pautas de actuación fundamentadas en los códigos deontológicos y las normas éticas que se imponen desde la tarea educativa. A su vez, la competencia profesional es también una cuestión ética. Se consideran contrarias a la competencia profesional las malas prácticas como por ejemplo el uso de técnicas o instrumentos no contrastados científicamente o la prolongación de las intervenciones sabiendo que no son eficaces. Por lo que va contra la ética profesional el uso de procedimientos ajenos a la Orientación o aquellos para los que los Orientadores y las Orientadoras no estén cualificados.

Por lo tanto, el profesional de la Orientación debe saber cuándo las necesidades del orientando demandan otros profesionales y no extralimitarse de sus funciones. Por ello, se hizo necesario considerar los Principios Universales de la Ética y los subyacentes códigos deontológicos de la Psicología y la Orientación en los que se reflejan: la no maleficencia que considera la obligación a no hacer daño o mal intencionadamente, de prevenirlos, evitarlos o rechazarlos y de hacer o promover el bien. Seguidamente, el principio de Beneficencia, el cual es la adjudicación de beneficios, el análisis perjuicio beneficio y costo beneficio, esta contribuye con el bienestar de ayudar a las personas de manera activa.

Igualmente el principio de justicia, que considera las normas que garantizan la distribución justa de beneficios, busca solidaridad social, mediante la distribución igual, equitativa y apropiada no solo de bienes materiales, sino de derechos y responsabilidades en la sociedad, para evitar discriminaciones e injusticias y promover la aplicación de lo correcto y debido y finalmente el principio de autonomía que está unida con la libertad de acción independiente de influencias y con la capacidad de actuar intencionadamente que es donde se centra con especial interés esta investigación, puesto que el principio de autonomía obliga a los profesionales a procurar y asegurarse de la comprensión de la información técnica que ofrecen y defender la voluntariedad de las personas, grupos o comunidades en la toma de decisiones.

A juicio de Rubio (1992), la autonomía es uno de los valores morales en general, no es una capacidad individual, no es un estado o atributo de las personas, sino un ejercicio, una cualidad de la vida que viven. Se tiene que hablar, por tanto, de procesos y situaciones sociales en las que las personas se conducen automáticamente y, en ese proceso, construyen su identidad ética

En atención a lo que se viene planteando, el principio de autonomía es al mismo tiempo un derecho y una capacidad. Como derecho hace referencia a la potestad que tienen las personas para decidir sobre sus propios asuntos y en especial sobre su propio cuerpo. La autonomía como derecho va en contravía del paternalismo y por ello exige a los profesionales no intervenir sin el consentimiento de la persona sujeto de atención, así dicha intervención sea en su beneficio. (Amaya, Ob.cit)

Como capacidad, la autonomía tiene que ver tanto con las habilidades intelectuales y afectivas del usuario como también de las oportunidades para ejercer dicha autonomía. Una persona que por diversas circunstancias tiene limitaciones para llevar a cabo deliberaciones racionales, no tiene la capacidad para ejercer su propio juicio y en este sentido no es capaz de ser autónoma, permanente o transitoriamente, según sea el caso. En otras palabras, la autonomía es reconocida como el derecho que tienen las personas competentes a ejercer la regulación personal de forma libre y sin interferencias externas que impidan ejercer sus elecciones. De esta forma, los individuos actuarán de forma intencional, con conocimiento de sus elecciones y ausentes de influencias externas que pretendan controlar y determinar el acto. (Amaya y otros, 2015)

Sin embargo, las contradicciones entre la autonomía humana y la práctica de la autonomía, lleva a revisar lo que plantea Festinger acerca de la teoría de la Disonancia Cognitiva, citado por Vadillo (2004, p.17) “las personas no soportamos mantener al mismo tiempo dos pensamientos o creencias contradictorias, y automáticamente, justificamos dicha contradicción, aunque para ello sea necesario recurrir a argumentaciones absurdas”, lo que quiere decir que el ser humano necesita siempre sentir que todas sus acciones, pensamientos y creencias son coherentes.

Como consecuencia de ello, los conceptos que a lo largo de toda la vida se han venido construyendo y reforzando con los pensamientos incongruentes que se traducen en actos y prácticas formativas contradictorias en el deber como formadores.

Por lo tanto, tener derecho a la autonomía no significa elegir al antojo, significa que para elegir no sólo nos guiamos por el tribunal de nuestras conciencias, sino que es necesario asumir en lo posible una perspectiva imparcial de juicio y reconocer la igual libertad de los demás. Así pues el respeto a la autonomía, establece la necesidad de respetar la capacidad de las personas para tomar decisiones. Es la regulación personal, libre de interferencias externas y limitaciones personales que impiden hacer una elección. Significa simplemente que se va a actuar de una forma ética y moral, se elegir por sí mismo lo que se va hacer. Por supuesto, se pueden recibir sugerencias o persuasiones que provienen de fuentes externas, pero a la hora de la verdad, se debe elegir por sí mismo. Es solo entonces cuando aquello que se ha hecho se puede imputar, por lo tanto es un acto propio, de tal modo que se es responsable, digno de elogio o culpa.

Sin embargo, hoy por hoy, una de las dificultades presentadas respecto al principio autónomo de los Orientadores, viene dada por la falta de definición de un perfil profesional y la asignación de un número de funciones lo que a su vez se ve reflejado en la forma que realizan su práctica. (Luque, 2005),

A modo de entender los diversos planteamientos, la situación de crisis de la Orientación en los momentos actuales está dominada por una gran paradoja, la cual se expresa en el hecho de que si bien hay consenso en justificar la práctica de la Orientación, las necesidades-carencia han ido en aumento y, en consecuencia se ha incrementado la discrepancia entre lo dado y lo deseable, por lo que la Orientación se ha ido debilitando. (Casado, 2010)

Como resultado, se presenta a la Orientación como una práctica social que muestra una falta de especificidad en su ámbito de acción, pues históricamente ha tenido que responder a necesidades de índole muy diversa.

Con mayor peso en la contextualización del problema, se tiene que durante el transcurrir de los años, se han profundizado cambios en el paradigma educativo, y por consiguiente en el modelo de Orientación adoptado, teniendo entonces los profesionales en esta área, adaptarse a diferentes tipos, niveles y experiencias de formación, lo cual conduce a que interpreten su función Orientadora de modo diverso, que es para lo cual se centra el nudo crítico de la investigación, el cual tiene por finalidad hacer una hermenéusis del principio de autonomía que manejan los Orientadores y como a través de este principio ejecutan su praxis,

pretendiendo lograr así una metamorfosis de este principio, es decir, ir más allá de la forma inicial para dar respuesta a una sociedad en constante cambio.

Al respecto, en esta nueva era se necesita que la Orientación , genere respuestas de su rol, vinculado con la aplicación de recursos propios para un ambiente de aprendizaje e investigación que establezca su pertinencia social con las exigencias sociales actuales y de desarrollo científico en Venezuela, por lo que de acuerdo a las demandas socio-históricas de la Orientación revisadas durante este proceso investigativo emergieron las siguientes interrogantes: ¿De qué manera el Orientador debe abordar el principio de autonomía deontológica desde su praxis? ¿Cuáles efectos sociales colaterales acarrea el desconocimiento por parte del Orientador del principio de autonomía establecido? ¿Qué implicaciones morales lleva al Orientador a no ejecutar su praxis conforme a lo curricularmente establecido? ¿Qué cambios o metamorfosis debe sufrir el principio de autonomía para poder adaptarse a los nuevos tiempos y sus exigencias?

Por consiguiente el propósito de la investigación estuvo centrado en construir una hermenéusis teórica del principio de autonomía deontológica del Orientador del siglo XXI a través de una metamorfosis que redefine su praxis en el medio circundante.

Método

En esta investigación, se evidencia la metodología impulsada por Max Van Manen (2003), que parte del hecho de que no hay método, sino un conjunto de procedimientos (p. 48). Por lo que fue el proceso utilizado en el desarrollo de este estudio, dado que no condiciona el constructo investigativo a una forma específica para descubrir las esencias que emergen del contexto.

Por tanto, se trata del estudio de un todo integrado que forma o constituye una unidad de análisis y que hace que algo sea lo que es: una persona, una entidad étnica, social, empresarial, un producto determinado, etc.; donde, se tenga en cuenta los nexos y relaciones que tiene con el todo, los cuales contribuyen a darle su significación propia.

De esta manera, esta investigación respondió al enfoque cualitativo, procurando la identificación de la naturaleza profunda de las realidades, su estructura dinámica, aquella que da razón plena de su comportamiento y manifestaciones.

Así pues, el propósito no es generalizar conocimientos, probar hipótesis, elaborar leyes, establecer relaciones entre variables, etc. Su contribución consiste en la profundización

de los significados esenciales de la experiencia en Orientación. A nivel formal, el investigador llega a elaborar “una descripción (textual) estimulante y evocativa de las acciones, conductas, intenciones y experiencias humanas tal como las conocemos en el mundo de la vida” (Van Manen, Ob. Cit. p.37).

En todo caso, la fenomenología, es la descripción de la cualidad viva de la experiencia vivida y, por el otro, también es la descripción del significado “de las expresiones” de la experiencia vivida. Los dos tipos de descripción parecen en cierto sentido diferentes, puesto que la primera es una descripción inmediata del mundo de la vida tal como es vivido, mientras que la segunda es una descripción intermediada o mediada del mundo de la vida tal como se expresa en forma simbólica. Por lo que hay quienes sostienen que toda descripción es en última instancia una mera interpretación. “El significado de la descripción fenomenológica en tanto que método reside en la interpretación (...). La fenomenología es hermenéutica en el sentido primordial de esta palabra, donde se designa esta actividad de interpretar. (Heidegger)” (1962, p.37)

En este punto, los investigadores tratan de entablar relaciones estrechas y abiertas con alguno de los individuos del escenario de investigación. De esta manera, en función del presente estudio, los informantes claves estuvieron conformados por Orientadores en ejercicio libre y dependiente ubicados en el Estado Carabobo, pertenecientes a diferentes estratos educativos.

Algunos de los métodos empíricos propuestos por Van Manen (2003) son: la descripción de experiencias personales, las experiencias de otros u obtención de descripciones en fuentes literarias); la entrevista conversacional, y la observación de cerca. Cada una de estas actividades, en apariencia comunes a otros enfoques de investigación de corte cualitativo, tienen como peculiaridad fundamental la naturaleza de la pregunta que se formulan.

Para efectos de la presente investigación realizó la descripción de experiencias personales y la entrevista conversacional. Por su parte, la descripción de experiencias aspira que las descripciones obtenidas estén libres de interpretaciones causales, explicaciones teóricas, detalles circunstanciales poco relevantes y valoraciones subjetivas, asimismo, la entrevista conversacional, aspira a obtener el significado vivido de determinada experiencia prescindiendo de las interpretaciones subjetivas acerca de ella. (Van Manen, Ob. Cit)

En el desarrollo de la investigación actuaron transversalmente dos impulsos metodológicos fundamentales: la *reductio* o reducción y la *vocatio* o dimensión vocativa. La reducción es la actitud de fondo y la forma que adopta la reflexión para llegar a captar las estructuras esenciales de la experiencia y que se inspira en el método de la reducción ideado por Husserl.

Por su parte, Van Manen sugiere diferentes modalidades de reducción susceptibles de ser aplicadas de forma simultánea y/o secuencial en la investigación. Sin embargo para efectos de la presente investigación, se tomará en cuenta la reducción eidética.

Al referirnos a la Reducción Eidética es perentorio mencionar el Diccionario de la Real Academia Española (RAE) que define el término de eidético como aquello que guarda relación con los conocimientos. Este término es de origen griego “εἶδος” o eidos, o sea “forma” que se emplea en el ámbito filosófico para describir lo relacionado a la esencia. Por lo tanto, puede decirse que lo eidético es un concepto opuesto a lo fáctico y a lo sensible, esta palabra también abarca la idea de que el individuo que es capaz de proyectar imágenes o vivencias con anticipación; por lo que también es considerado como la capacidad que tienen algunas personas de recordar tanto cosas que han visto como que han oído anteriormente, en algún momento de sus vidas.

Respectivamente, la palabra eidético, es empleada en el ámbito de la fenomenología para describir a aquellas acciones en las que un ser humano en concreto sólo recuerda lo más importante, las principales señas de identidad. Por lo que la reducción eidética es un proceso que se basa en la eliminación de cualquier clase de posición que se adopte frente a la realidad de una vivencia y de su objeto, así como también de cualquier postura vinculada a la naturaleza de los sujetos.

Asimismo, este método está relacionado a la convicción de que la mente humana es como una especie de tabla rasa, que carece del sentido de conciencia previo a su adquisición por medio de la experiencia, por lo que la reducción eidética consiste en apartar o excluir todo lo que no es dado en la pura esencia del fenómeno.

Por su parte, la *vocatio* recoge el conjunto de estrategias de escritura que usa el investigador para revelar de forma convincente, mediante un texto fenomenológico la naturaleza y la importancia del fenómeno estudiado.

A continuación, se describen las fases del Método de Van Manen que contempla el contenido y las actividades a ejecutar como parte de la metódica impulsada por este autor, próximamente se especifican cada una de estas a modo de comprensión de cómo se abordará la realidad vivida en pleno contexto de los informantes clave y el investigador.

Descripción la experiencia vivida

En esta etapa de naturaleza más descriptiva se integra el proceso de recogida de la experiencia vivida desde fuentes diversas: relatos de la experiencia personal, protocolos de la experiencia y entrevistas conversacionales

Se inicia la investigación con la escritura de historias personales acerca de la experiencia en Orientación. A continuación, se solicita la escritura de anécdotas relacionadas con el principio de autonomía deontológica. En efecto, lo que se aspira que las descripciones obtenidas estén libres de interpretaciones causales, explicaciones teóricas, detalles circunstanciales poco relevantes y valoraciones subjetivas. Por este motivo, la escritura de protocolos por parte de los participantes debe ser adecuadamente orientado. Por lo que en las recomendaciones se les pide describir la experiencia tal como ha sido vivida, evitando describir explicaciones causales (como por ejemplo: “yo creo que esto se debe a...”), generalizaciones (“supongo que por eso...”) o interpretaciones abstractas (“como se sabe...”). Se describe por tanto, la experiencia “desde dentro”: lo que se piensa y sentía en ese momento.

Un segundo momento estuvo orientado a la ampliación y reescritura de anécdotas. En una nueva entrevista se intenta constatar la “fidelidad” del relato a la experiencia vivida por las personas y profundizar en la misma. Para la obtención de contenido relevante y responder las cuestiones fundamentales (¿Cómo es la experiencia práctica del Orientador?, ¿Cuál es su valor desde el principio de la autonomía deontológica?), se formula una guía de preguntas a partir del análisis de cada protocolo. A partir de lo obtenido, se reformulan la anécdotas integrando lo más relevante desde el punto de vista del significado “vivido” descartando lo accesorio. En todo momento se procura mantener la fidelidad a la experiencia de la persona, usando sus mismas palabras y el sentido que a ellas les dio.

Interpretación

En esta etapa el esfuerzo se concentró en la reflexión e interpretación del material experiencial. Para ello, se realizó el análisis temático. (Ayala, 2007, pp.171-175). En el nivel

más general de este análisis (reflexión macro-temática) se detecta la frase sentenciosa que pretende captar el significado fundamental o la importancia del texto como un todo (aproximación holística y sentenciosa). (Van Manen, 2003, pp.108-113).

En el siguiente nivel (reflexión micro-temática) se aplicó la aproximación selectiva o de marcaje y la aproximación detallada o línea a línea para obtener un conjunto de frases que “capturaran”, por así decirlo, los significados esenciales de la experiencia.

A medida que se desenvuelve este análisis, se verificó la redacción de transformaciones lingüísticas. Esto significa recoger en párrafos más sensibles, desde el punto de vista fenomenológico, los temas y afirmaciones temáticas reunidas hasta el momento. Es importante mencionar que “redactar transformaciones lingüísticas no es un procedimiento mecánico: se trata más bien de un proceso hermenéutico y creativo” (Van Manen, 2003, p. 113).

Una vez extraídos los significados, es necesario cuestionarlos a fondo: ¿Es “esto” realmente un rasgo esencial de la experiencia en Orientación? Para responder a esto, se lleva a cabo la reducción eidética con cada una de las afirmaciones hechas en el análisis temático. Mediante el método de la variación imaginativa, se verificará la relación esencial o accidental del tema con el principio de deontología. Se trata de realizar un esfuerzo imaginativo de supresión hipotética de un tema que aparenta ser esencial para el ser del fenómeno mismo. (Van Manen, 2003 p.125)

Una vez explicitadas, estas ideas se sometió a una autoconciencia crítica que descubre su naturaleza ideológica. De esta forma se consigue una apertura genuina al fenómeno objeto de estudio.

Descripción – Interpretación

Durante el proceso reflexivo y, de forma intensiva, se redactó el texto fenomenológico recogiendo los hallazgos de la investigación. El objetivo de la investigación fenomenológico-hermenéutica desde la perspectiva de Van Manen es el de “elaborar una descripción (textual) estimulante y evocativa de las acciones, conductas, intenciones y experiencias humanas tal como las conocemos en el mundo de la vida” (Van Manen, 2003, p. 37).

Este texto, debe ser capaz de expresar tal mismo tiempo significado de tipo cognitivo o expositivo y significado no cognitivo. En el primer caso “se trata de las significaciones

semánticas de las palabras y discursos en el habla y la escritura y en el segundo caso se refiere a la cualidad expresiva de los textos”. (Van Manen, 2003 p. 19)

Con el texto fenomenológico se pretende provocar en el lector, un efecto transformativo de forma que su significado más profundo haga una evocación edificante al yo del lector motivando así a la repentina percepción de una comprensión intuitiva del significado vivido de algo.

Teorización

La naturaleza de la experiencia educativa explica por qué para el estudio de ciertos fenómenos resulta inadecuada la opción de enfoques de investigación centrados en la obtención y el desarrollo de conocimiento de naturaleza lógico-formal y/o técnica. Por ende, es necesario hallar vías de investigación y teorización adecuadas para aprehender y desarrollar conocimiento relevante sobre los aspectos esenciales de la experiencia pedagógica.

En este sentido, la Fenomenología Hermenéutica constituye una aproximación rigurosa y especialmente fructífera para alcanzar este objetivo. En realidad, únicamente la Fenomenología Hermenéutica ofrece la posibilidad de adentrarnos en la naturaleza normativa, pática, prerreflexiva, situacional y conversacional de esta experiencia humana. De esta forma, como enfoque orientado a las dimensiones más personales y humanas de la educación complementa los enfoques metodológicos más orientados al desarrollo de la dimensión técnica de la misma. En este sentido, responde a “la necesidad de que la investigación educativa consolide, desde un pluralismo metodológico, una forma de construir las ciencias pedagógicas que implique una mejora real para la educación y, por ende, al desarrollo humano” (Bartolomé, 2000, p. 22).

Desde una perspectiva más amplia, la Fenomenología Hermenéutica desde la aproximación de Van Manen pretende ser una respuesta para algunas deficiencias que afectan a la teorización educativa en general.

Por su parte, la Fenomenología Hermenéutica asume como punto de partida y de llegada de la investigación el mundo de la vida. Este mundo de la vida es “el mundo tal como lo experimentamos inmediatamente de un modo prerreflexivo, y no tal como lo conceptualizamos o categorizamos, ni como reflexionamos sobre él” (Van Manen, 2003, p. 27). Del mismo modo, aspira a responder a otra exigencia crucial de la educación: desarrollar conocimiento pertinente que capacite al educador para afrontar lo particular y único de las

situaciones educativas vividas. Para ello, se propone desarrollar la teoría de lo único, es decir, un conocimiento que posibilite afrontar la unicidad de cada experiencia a la que se enfrenta el Orientador. Como explica Van Manen: “(...) la fenomenología es, en un sentido amplio, una filosofía o ‘teoría de lo único’; se interesa por lo que es en esencia irremplazable” (Ob. cit. 25).

Apertura de la autoconciencia crítica en el proceso de reflexión de la experiencia vivida.

El arte que permite develar el fenómeno, es una poesía simple en la historia del investigador y su habilidad para descubrir de forma genuina el problema visto no solo desde su perspectiva, sino también desde la otredad en la concreción de la persona como individuo diferente, que siendo parte de un contexto, reconoce su existencia y su poder evocativo de hacer y ser parte de la historia. Así es como el Orientador en la majestuosidad de su labor - profesionalmente ética - es y debe ser capaz de actuar. Es la sinfonía que le permite acoplar la teoría y la práctica, es hacerla suya en un ser y permitirse vivir y experimentar la historia desde la alteridad.

Tal como se muestra en la experiencia que se narra en la Anécdota 01, es indiscutible negar que el primer encuentro es punta de lanza que permite entrelazar la historia y las condiciones que llevan a este profesional a actuar de un modo específico. Mientras más acoplado a la historia del otro esté, mayor será su capacidad de entender y comprender las circunstancias que conducen a las personas a actuar de una forma específica.

Ciertamente es la escucha activa, el medio ideal para llegar a entender el problema visto desde el otro, es la lucha en contra de las expectativas y justificar que el fin conduce a los medios. En esta experiencia, se aprecia como el Orientador supone que quien recibe la ayuda debe estar al tanto de las competencias para las cuales está capacitado y es una vía obligada a tener que dar la información sólo porque este, dentro de una institución está capacitado para tal fin.

Es en el proceso de relación de ayuda, donde los individuos se conocen y el establecimiento de la confianza se da por la capacidad del profesional de hacer valer sus competencias, habilidades y destrezas; es permitir que el proceso llegue a la persona como una vía para entender el problema y buscar dentro de sí lo más conveniente.

Es por ello que en la experiencia 02 se hace visible la necesidad de separar las condiciones, estructuras, valores, pensamientos y paradigmas del proceso de relación de

ayuda, para mantener una posición libre de prejuicios. Conducir una entrevista y condicionarla al componente religioso del Orientador es irrespetar la individualidad, los valores y las creencias del otro, derrumbando cualquier condición adquirida desde la niñez hasta la vida adulta, es la sublevación del más alto nivel de pertinencia arraigado hacia la familia. Situaciones como estas, ponen en tela de juicio la capacidad del Orientador de utilizar sus herramientas profesionales, dejando la situación o el problema a favor de cualquier posición personal, bien sea ortodoxa o no ortodoxa, partidista o adoctrinada a una formación distinta al otro, es el irrespeto a la formación y las estructuras curriculares establecidas en la vida universitaria.

De igual manera, la experiencia 03, es una evidencia de que estimar las acciones futuras o permitirse creer lo que ha sucedido antes de que la persona pueda terminar su oratoria, ocasiona formarse estructuras mentales o falsos positivos de lo que pudiera estar generando un comportamiento. Peor es aun, actuar en base a este pensamiento y luego darse cuenta que las cosas no eran como se pensaban, esto trae confusión, sensación de haber perdido el tiempo, frustración por ofrecer alternativas erradas a una situación no expuesta y conseguirse que no hay evolución del problema porque sencillamente la solución era para otro tipo de esquema.

En continuidad, más grave es la situación como se presenta en la narración de la experiencia 05 donde el Orientador se auto invita a ser parte del proceso, en buscar en nombre de otros las alternativas que necesita para cambiar y peor aún permitirse sentirse frustrado porque la persona no cumple con la estructura mental que este posee. No es posible éticamente, permitirse engancharse con las situaciones del otro ya que eso hace más difuso el problema.

Por ello, siempre la práctica vista desde la teoría, será la mejor alternativa para dar respuestas idóneas a cada situación, actitud que se pudo observar en la narración de la experiencia 07, donde al mantener la neutralidad existe mayor capacidad de saber que siempre se puede ser útil., cualidad que no debe ser puesta en duda ni puede ser una sorpresa al maravillarse con la resolución de un problema, y aquí se generan varias interrogantes, siendo una de ellas: ¿Si estoy sorprendido por haber ayudado a resolver un problema, qué pudo haber sucedido con las situaciones anteriores? ¿Quizás no manejaba el tema, el contexto? ¿O mis

creencias personales no me permitieron dar una respuesta oportuna? ¿Quizás el principio de autonomía deontológica es una vía idónea para conocer si realmente estoy en lo correcto?

Esto, fue lo que se demostró con la experiencia 09, que permitió denotar que accionar eficazmente ante una situación, es la garantía de lo preparado que se encuentra profesionalmente un Orientador, "...contar con las herramientas profesionales, tener conocimiento de las redes de apoyo y saber qué hacer en el momento precioso es la mejor demostración de un profesional que sabe lo que hace..." y esto me lleva a generar otra interrogante, ¿qué es entonces lo que hace que unos Orientadores sean más eficientes que otros? ¿Es su condición social?, ¿Es su preparación académica?, ¿Es un rasgo que incide en su situación familiar? o es acaso el conocimiento de su perfil profesional y el respeto a los más altos niveles de conciencia donde se evidencia el principio de autonomía deontológica, que si bien, ha sido generalizado, es necesario pensar en especificar su descripción conceptual a otra estructura cognitiva y apropiarse de su significado como la herramienta madre que permite a los Orientadores actuar con solidez y pertinencia.

Así pues, es en la transformación de las estructuras cognitivas, la adecuación y contextualización del presente siglo, que deben perfilarse las investigaciones científicas; es ahondar en el problema, descubrir el fenómeno y comprender, así como ser capaz de dar respuestas, evolucionar con las necesidades, anticiparse suspicazmente, ello implica un esfuerzo enorme en querer cambiar, darse cuenta y corregir, entender que las generalizaciones de los preceptos que hoy en día se conocen como correctos necesitan ser reformulados, porque las situaciones pasadas no son ni medianamente las mismas, el ser humano girará, se perderá y se encontrará como un círculo vicioso si las aristas que tenemos en las manos por resolver no son expuestas al mundo como un llamado a cambiar e ir más allá de la forma, es una metamorfosis del conocimiento.

Ser y no parecer

Una de las competencias del Orientador supone el desarrollo de un principio deontológico infundado en la autonomía que implica saber cómo actuar en situaciones éticas.

En base a lo anterior, se destaca la importancia de que la Orientación es un proceso de integración de habilidades y competencias de los seres humanos, pues al contrario de lo que han expresado algunos de los sectores más reaccionarios de nuestro sistema educativo, la

Orientación es un derecho de los estudiantes y debe ser considerado como un factor cualitativo en los procesos de innovación en la educación

Asimismo Miller (1971), precisó la Orientación como el proceso por el que se ayuda a los individuos a lograr la autocomprensión y autodirección necesarias para conseguir el máximo ajuste a la escuela, al hogar y a la comunidad.

Igualmente, Crites (1974) consideró que la Orientación era el proceso o programa de asistencia concebido para ayudar al individuo a elegir o adaptarse a una profesión. Y más aún, Knapp (1986), quien explicaba que este proceso se trataba de ayudar al desarrollo y formación de la personalidad de los escolares, siendo el primer objetivo de la Orientación, cuyo proceso influye en el valor de las habilidades, conocimientos, conceptos y aptitudes que aquellos adquieren.

A la vez, uno de los principios básicos de la Orientación es la prevención (Repetto, 2002). Por tanto, las intervenciones han de programarse y responder a una forma de trabajo planificada y sistemática, coherente con el contexto y la especificidad de los entornos, anticipándose, en la medida de lo posible a futuros problemas que puedan surgir, para que éstos no acontezcan o minimizar en lo posible sus efectos.

Ahora bien, Calonge (2004) señala “la Orientación como una disciplina auxiliar de la Educación debe corresponderse con la misma; considerar los objetivos que ella halla trazado, y colaborar en el logro de los mismos”. (p.150). Lo expresado conlleva a proponer lineamientos para la Orientación que concuerden con lo que persigue la Educación; como por ejemplo, desarrollar nuevas prácticas en concordancia con la actual misión de la educación encausada hacia el sujeto en su contexto, en la construcción de sus proyectos de vida y desarrollo socio-personal en concordancia con las actuales exigencias sociales.

A tal efecto, la mayoría de las definiciones de Orientación incluyen la palabra ayuda como rasgo definitorio. Conviene insistir en que la Orientación es un proceso continuo que va más allá de la simple ayuda, que debe ser considerada como parte integrante del proceso educativo, que implica a todos los educadores y que debe llegar a todas las personas, en todos sus aspectos de desarrollo personal y durante todo el ciclo vital.

Según las circunstancias, la Orientación puede atender preferentemente a algunos aspectos en particular: educativos, vocacionales, personales, etc. (áreas de intervención); pero lo que da identidad a la Orientación es la integración de todos los aspectos en una unidad de

acción coordinada. Se concibe entonces la Orientación como una intervención para lograr unos objetivos determinados enfocados preferentemente hacia la prevención, el desarrollo humano y la intervención social.

A razón de lo expuesto, la demandante realidad venezolana de alto riesgo social, aporta un marco explicativo y refuerza la necesidad de presencia de los Orientadores, no sólo en la escuela, sino también en diversos espacios de educación no formal, en los cuales puede responder a necesidades individuales y sociales, como promotores y educadores en bienestar social y desarrollo humano, dado que el hombre es un ser de naturaleza social, que llega a ser humano justamente por la incorporación y organización de las experiencias con los demás individuos en un espacio sociocultural determinado.

Por lo tanto, desde sus inicios, hasta hoy, la práctica de la Orientación se ha fundamentado en explicaciones psicológicas del comportamiento humano, centrándose en Teorías de la Personalidad y del Aprendizaje. Siendo necesario pero no suficiente, dado que el hombre es un ser de naturaleza social que llega a ser humano precisamente por la incorporación de las experiencias que se da con la interrelación con su medio circundante. En los actuales momentos, la Orientación no solo es responsable de los procesos psicológicos sino sociales, pudiendo considerar al sujeto desde la perspectiva biopsicosocial-cultural y comunitaria.

Así pues, el Orientador se encuentra en un contexto de rápidas transformaciones sociales, cambios globales que afectan en el espacio local, modificando, influyendo, distorsionando el campo educativo y la realidad concreta en la que desarrolla su práctica profesional. Por tal motivo, la Orientación se ha visto en la tarea obligada de adaptarse a estos cambios para poder llevar a cabo el proceso de abordaje adaptado a una realidad en constante cambio, han sido pues las investigaciones en esta área que han permitido avanzar teóricamente de la mano con las nuevas exigencias.

De acuerdo con Casado (2010), la situación de crisis de la Orientación en los momentos actuales está dominada por una gran paradoja, la cual se expresa en el hecho de que si bien hay consenso en justificar la práctica de la Orientación por las necesidades individuales y sociales que concurren en el marco de las instituciones educativas, resulta, empero, que a medida en que las necesidades-carencia han ido en aumento y, en consecuencia

se ha incrementado la discrepancia entre lo dado y lo deseable, las necesidades-aspiración, la Orientación se ha ido debilitando.

Al respecto, este dinamismo inherente a la profesión, paralelo a los cambios sociales que se están produciendo, ha encontrado tradicionalmente dificultades para implementarse, una de ellas se derivan de una formación inicial enfocada en gran medida hacia una intervención de corte remedial. En muchos casos, la formación y demandas de intervención se enfocan a la resolución de problemas o dificultades inmediatas, por lo que se deja a largo plazo y no se da una respuesta a las necesidades sociales.

En la actualidad, la inquietud por una formación del Orientador acorde con las demandas sociales, está calando en numerosos estudios de diferente amplitud geográfica. Explorando en ellos las necesidades de formación que emplazan con más frecuencia los profesionales de esta carrera, de acuerdo con competencias profesionales que se perciben como necesarias.

Políticas Universales

Considerando la retórica como la base que sustenta todo nuevo conocimiento, a la luz de las esencias que emergen del fenómeno, es propicio revivir lo que considera el documento de la Declaración Universal sobre Bioética y Derechos Humanos (2005), donde establece en su alcance que las cuestiones éticas relacionadas con las ciencias de la vida aplicadas a los seres humanos debe tomar en cuenta las dimensiones sociales, jurídicas y ambientales, por consiguiente, no es una situación expresa de un área disciplinar, sino de un conjunto de abstracciones unificadas en el ser humano como el protagonista de todo proceso.

Así pues, la Declaración Universal sobre Bioética y Derechos Humanos ha señalado que tratándose de decisiones adoptadas o de prácticas ejecutadas se habrán de respetar los principios éticos, siendo uno de ellos, la Autonomía y responsabilidad individual el cual está referido a la facultad de adoptar decisiones, asumiendo la responsabilidad de éstas y respetando la autonomía de los demás, en este sentido quiere decir que para las personas que carecen de la capacidad de ejercer su autonomía, se habrán de tomar medidas especiales para proteger sus derechos e intereses.

De la misma manera, esta Declaración está enfocada en las cuestiones técnicas – científicas y esboza la condición de los profesionales en el área de las ciencias, sin embargo, ha sido adoptada por diferentes autores e investigadores para justificar de su área disciplinar

el comportamiento de todo profesional, aportando el mayor interés en el Consentimiento Informado, restando importancia a la condición humana en el proceso de toma de decisiones, el enfoque humanista y la historia de la persona involucrada en el proceso, donde influye un universo de situaciones que condicionan las acciones de las personas. Es la teoría de Rogers que establece el proceso del darse cuenta en su enfoque humanista donde el ser actúa incluso desde el inconsciente. Es aquí donde se quiebra el interés superior por el respeto a la persona a ser autónoma, es olvidar que en el proceso existe la condición humana, siendo desplazado por un proceso estático para salvaguardar la postura profesional. Entonces ¿Quién Orienta?, ¿Desde dónde lo hace?

Dinámica Adaptativa de la Norma

Cada área profesional ha asumido esta Declaración como insigne responsable del actuar ético, y la ha adecuado a su formación profesional, quienes tuvieron la oportunidad de adecuarla a su sistema curricular posterior al 2005 tienen un basamento más ideado de cómo es el actuar del profesional. Sin embargo, hoy día existen profesionales anteriores a la fecha mencionada que no atravesaron por esta transición, y que además se perfilan en instituciones en todos los niveles educativos, algunos habrán tenido la oportunidad de estar en formación continua, así como existen gran cantidad de personas que se aferraron a su campo de trabajo y se quedaron con la formación recibida desde el plantel a través de la experiencia de los alumnos y allí radica también la esencia de este fenómeno. Es en la formación donde se halla la respuesta a la problemática de porque hoy día el accionar de los Orientadores no responde a un comportamiento unificado, siendo objeto de críticas, donde además entra en tela de juicio su praxis.

De la misma manera, el Ministerio del Poder Popular para la Ciencia, Tecnología e Industrias Intermedias, impulsa la aplicabilidad de los fundamentos Bioéticos como bases para la construcción de un modelo de desarrollo sustentable orientado a la Suprema Felicidad Social, considerando la Ética para la Vida, o Bioética como aquella que desarrolla los valores y principios derivados del respeto a la vida en todas sus formas, considerando el derecho de todos y todas a nacer y vivir en una sociedad justa, equitativa y en paz, y en un ambiente ecológicamente equilibrado.

Así pues, considerando que hasta el momento los documentos existentes han pretendido hacer uso de este principio y adecuarlo de acuerdo a diferentes necesidades, queda

en evidencia que su estructura conceptual es de fácil manipulación y de libre interpretación, tomando sólo aquello para lo cual puede ser aplicable, dejando a un lado la esencia de la intervención de la condición humana.

La Autonomía como principio universal

Freire (1969), consideraba que la autonomía era una libertad de elección, una capacidad del ser humano para dirigir su independencia conscientemente, es decir, decidir responsablemente de sus acciones, viendo la autonomía como una conquista constante y un proceso de construcción de cada sujeto.

Para Paulo Freire, la idea de autonomía se vincula a la naturaleza del ser humano por ser más, una eterna búsqueda consciente del proceso de ser y estar en el mundo, conquistando una libertad que no lo aprisione sino que lo libere, tal como lo detallo en sus investigaciones, con especial interés el de la “Pedagogía del Oprimido”, lo que se traduce en que se puede ser libre sin necesidad de oprimir a otros que difieran de nuestras necesidades.

En opinión de Mesquita (2002), el educador tiene un papel fundamental como mediador entre el educando y el acceso a la información, más allá de transmitir conocimientos, debe estar atento al tipo de conocimiento, cómo y en qué momento introducirlo, ya que si no queda claro cuál es el rol del educador, esto no contribuirá a que el educando ejerza su autonomía, visto desde la praxis del Orientador quién de primera mano es Educador, este debe cuidar de su rol durante todo el proceso y así garantizar se cumpla de forma consciente el principio de autonomía “en el otro”.

Nótese que en el principio de autonomía exige el respeto de la capacidad de autodeterminación de las personas, que deben tener el derecho de decidir por sí mismos si aceptan o rechazan un determinado tratamiento, lo que supone entonces de la exclusión de un estudio que pueda llevarse a cabo contra la voluntad del individuo o en base al engaño o a cualquier forma de coacción.

Por lo que la tarea del profesional se trata de acompañar a éste a descubrir y a decidir qué es lo que le parece más beneficioso para sí mismo, en función de sus circunstancias personales que sólo es conocida por la persona. La tarea del Orientador es ofrecer a la persona un punto de partida desde su perspectiva profesional, con conocimientos y experiencias, lo que estima es la decisión más acertada, iniciando entonces un diálogo donde el intercambio

mutuo de información es clave y culmina cuando la persona decida qué acción acepta o rechaza.

A partir de ahí se inicia un proceso dialógico, donde el intercambio mutuo de información tiene una importancia clave, que culmina cuando la persona decide en forma autónoma qué opción diagnóstica o terapéutica acepta y cuál rechaza, se trata entonces de encontrar un equilibrio razonable entre los imperativos de beneficencia y de autonomía. Por tanto, la autonomía no funciona en el vacío, sino que se ejerce dentro de la estructura propia de la condición humana y es allí donde se desencadena la diatriba entre el ser y el deber ser.

Siendo el principio de autonomía la potestad que tiene toda persona para tomar decisiones en torno a su vida personal, tratándose de un ser racional y consciente, con capacidad de discernimiento para orientar sus acciones y objetar aquellas instrucciones y mandatos contrarios a su conciencia, se ha utilizado este principio y el conjunto de ellos sólo a hechos científicos o formas de probanza en las investigaciones a través de lo que se conoce como el Consentimiento Informado, pero el principio de autonomía va más allá de ello y es la transformación que se pretende a través de esta hermeneusis.

La Praxis del Orientador

Específicamente en la carrera profesional de la Orientación, se sigue considerando como propio el Código de Ética del Orientador (2001), descrito cuatro años antes de la disposición expuesta por la Declaración de los Derechos Humanos, discutido y fundamentado en ese momento histórico como lo nuevo, lo correcto y lo aceptado; pero la vida está en constante movimiento, la sociedad ha ido cambiando con el acontecer, la tecnología ha desarrollado nuevos métodos de investigación y tecnología que nos pudiera acercar a nuevos modelos en Orientación y nuevas formas de considerar el accionar ético del Orientador con las exigencias del medio circundante. Así pues, 18 años después, el Código de Ética del Orientador, sigue siendo usado como manifiesto y garantía fáctica del ser y hacer de este profesional. Esto también debe ser transformado, actualizado y divulgado como una imperiosa necesidad para garantizar el correcto desempeño del Orientador en las áreas de formación para la cual ha sido preparado. Por tanto, una vez reflexionado acerca de las esencias que emergen del principio de autonomía deontológica, se hace necesario transformarlo.

Deontología, Ética y Moral en la praxis del Orientador

El principio de autonomía tiene su respaldo en la Ética que va más allá de la Deontología y se ocupa de aspectos que son necesario para dar respuestas necesarias, teniendo un gran compromiso en el estado de conciencia de la persona, su instinto, su formación moral, y la experiencia que ha de indicarle el sentido de las cosas correctas, y la lucha de lo que se puede y de lo que se debe, siendo estos aspectos estrictamente personales que difieren de profesional, dado que admite tantas visiones diferentes como personas. Pueden ser propuestas mediante códigos que se podrán aceptar o no pero no impuestas como normas o reglas.

Al respecto, Quintana (2016), expresa que las profesiones se regulan a sí mismas por diversos mecanismos de control; en contraste, los oficios son regulados desde fuera. La ética profesional no es una teoría general ni una ética sistemática sino una normativa especial, que establece preceptos y denegaciones, consejos y reprobaciones, que reflejan el consenso deontológico que ha de regular la actividad de todos, por tanto, los códigos deontológicos buscan regular la forma de actuar de los profesionales en el ejercicio de sus funciones.

Por consiguiente, es necesario que tanto los principios por los cuales se rigen las normas y los códigos deontológicos estén en constante actualización, haciendo uso de terminología más modernas, donde puedan ser incorporados los aspectos éticos que surgen de las socializaciones y encuentros de las comunidades científicas, donde puedan darse cuenta que los cambios en las condiciones de trabajo, las exigencias sociales, los nuevos hitos políticos; las demandas comerciales, el mejoramiento continuo; la globalización, el auge de la economía, la liberación de mercados internacionales; el desarrollo tecnológico y los servicios; repercuten en el contexto que rodea a la práctica de un profesional y por tanto influyen sobre manera en las normas profesionales y sobre la ética de quienes la practican, por ello, a través de esta investigación, ha quedado en evidencia que desde el 2005 hasta la actualidad, los cambios han sido enormes, y las comunidades y sociedades científicas se han quedado detenidas en un principio, específicamente el de autonomía, que respondía a necesidades diferentes a las de ahora, 13 años después.

Si bien es cierto, el cumplimiento del deber ha sido demostrado que es una cuestión personal, lo que quiere decir que lo que haga un profesional bien o mal afecta a los demás y pone en paréntesis la actuación de este personal en su campo de trabajo y condiciona el de los demás. Por ello, se hace notable que en muchos estratos se ha visto la figura del Orientador, como aquella que va en contra de su quehacer en la práctica diaria, y era la pregunta repetitiva

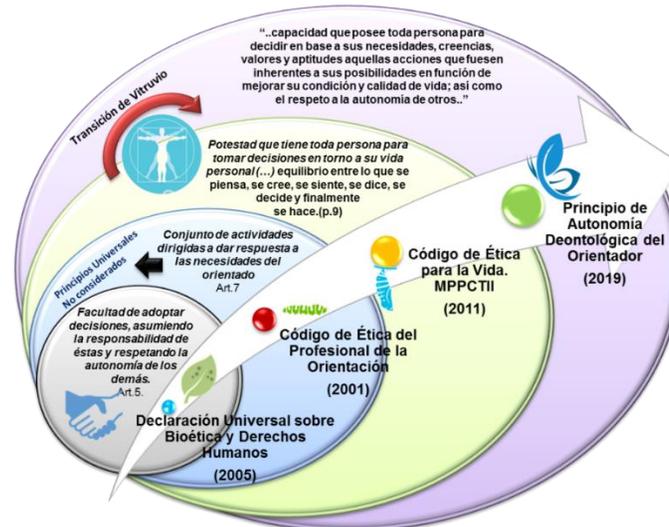
¿Qué Orienta? Y ¿Desde dónde lo hace? Los Orientadores desde su amplio sentido de la congruencia están en el deber de hacer lo correcto para el otro, es una acción desde la alteridad, mirar la verdad desde otro y coordinar la técnica correcta del darse cuenta sin inmiscuirse en el plano profesional, ese es el verdadero principio de autonomía, dado que el actual está generalizado y precozmente ha sido utilizado para fines de soportes de investigación, se presta para determinar diferentes objeciones con respecto a cuál debe ser el uso correcto del mismo.

Metamorfosis del Principio de Autonomía deontológica para la praxis del Orientador

Hoy por hoy es necesario dar a conocer que el principio de autonomía ha evolucionado conforme a las necesidades de la sociedad actual, debe ser reformado y acuñado por todas las profesiones en el respeto al debido proceso del otro, en garantía de su permanencia en el transcurrir de su atención, no es superfluo recordar que no es una autoridad moral quien prescribe los comportamientos, las normas deontológicas son establecidas por los profesionales mismos, sobre la base de aquello que favorece la profesión y aquello que la daña.

El resurgimiento y la transformación producto de esta hermeneusis que converge en el principio de autonomía propiamente deontológica para el enriquecimiento y fortalecimiento de la Orientación y en lo sucesivo, del Orientador, se muestra a continuación de lo que se considera su nacimiento y como ha ido evolucionando en el marco del tiempo, especificando concretamente los puntos en los que la Orientación ha surgido:

Figura N°1. Metamorfosis del Principio de Autonomía deontológica.



Fuente: Elaboración propia

En primera instancia se considera la Declaración Universal sobre Bioética y Derechos Humanos proclamada en 2005 producto de la preservación de la vida en toda su extensión y el respeto a otro en el pleno ejercicio de sus facultades biológicas. Expresamente el principio de autonomía es considerado como aquella facultad que tiene una persona para tomar decisiones y respetar la de terceros.

En el siguiente hilo histórico, he considerado el Código de Ética del Profesional de la Orientación por ser documento que considera el cúmulo de normas que rigen la carrera del Orientador desde el punto de vista ético; sin embargo, los principios bajo los cuales fue creado no consideran los principios universales decretados por la UNESCO en 2005, de igual forma no se aprecia el sustento teórico de los mismos y carece de sustento legal, que de igual manera, por la fecha que posee, muchas leyes han perdido vigencia. Las causas que pudieran justificar el desfase de este Ordenamiento plenamente pensado en Asamblea Nacional de Orientadores y repensado por la comunidad científica del momento, pueden ser diversas. La realidad de hoy día es que el sustento por el cual los Orientadores lo apprehenden como Código de Ético carece de la estructura Deontológica que exigen los parámetros Universales plenamente establecidos.

Es importante denotar que no se está obviando las investigaciones, grandes avances o estudios de la comunidad científica en Orientación, pero la consideración del Código de Ética del Profesional de la Orientación sobre las posibles investigaciones o literaturas en ética, responde a que este es un documento público, ampliamente reconocido y acuñado por los Orientadores como la Base del Ejercicio Profesional.

En la siguiente escala de evolución se ha considerado el Código de ética para la Vida del Ministerio del Poder Popular para Ciencia, Tecnología e Industrias (2011) que establece los lineamientos filosóficos básicos y las normas que de ellos se derivan, estimulando la reflexión y contribuyendo al desarrollo de una conciencia bioética en los espacios para la ciencia, la tecnología y la producción; pero que obvia la presencia del otro y sobrepone el sí mismo por encima de cualquier situación contextual, dando importancia a la ciencia y la tecnología como principal valor de la preservación de la vida. Ofreciendo una imagen de un ser humano completo que es capaz de tomar decisiones en el pleno equilibrio de todo su ser. Por ello, he considerado antes del proceso de metamorfosis en su etapa final, lo que postulo como la “Transición de Vitruvio” para contraponer mi postura con la establecida.

La razón por la cual he considerado la obra magnífica de Leonardo Da Vinci adaptada en 1490 que lleva por nombre “El Hombre de Vitruvio”, y que ha sido considerado durante siglos como modelo de perfección en oficios y obras de arte y que en efecto, arquitectónicamente lo es. Es porque demuestra que el hombre encaja en el cuadrado y el círculo del dibujo, y que pese a que cambia la posición de brazos y piernas, el ombligo permanece en el mismo sitio. El Hombre de Vitruvio históricamente debe su nombre a Marco Vitruvio, un arquitecto romano del siglo I antes de Cristo, que trabajó para Julio César. Y fijó unas proporciones matemáticas para definir al hombre perfecto y que luego Leonardo Da Vinci aplicó estas fórmulas retocadas por él para dibujar su famoso Canon de las Proporciones Humanas.

Al respecto se debe a que, de acuerdo al Código de ética para la Vida mencionado – específicamente en el principio de autonomía – considera que la toma de decisión debe darse en el pleno ejercicio de todas las facultades y la realidad de la Orientación es que durante cualquier proceso que esté experimentando, no toda persona se encuentra en el pleno ejercicio de sus funciones psíquicas, mentales, emocionales o físicas y es la misma observación realizada a la Pirámide de las Necesidades de Abraham Maslow en 1943, lo que queda preguntar. ¿Hoy por hoy es necesario atravesar todas las etapas para sentirse auto- realizado? Teóricamente, otros investigadores han ampliado este punto. Pero el espacio de convergencia en la investigación se debe a que este Código expresamente obvia el factor humano en su esencia como el ser sujeto a cambios y condicionados del mundo exterior.

Así pues, llegando al punto de enfoque de esta Tesis, presentamos el siguiente postulado como lo que considero el Principio de Autonomía Deontológica del Orientador:

Es la capacidad que posee toda persona para decidir en base a sus necesidades, creencias, valores y aptitudes aquellas acciones que fuesen inherentes a sus posibilidades en función de mejorar su condición y calidad de vida; así como el respeto a la autonomía de otros y el reconocimiento a la dignidad de la persona como derecho inalienable, expresado en total aceptación a la integridad física y psicológica en conocimiento de su forma de vida.

En caso de aquellas personas con carencias demostrables que inhiban esta toma decisión, se desarrollaran medidas alternas que puedan motivar a la persona a considerar que es lo más conveniente. Bajo ninguna condición el Orientador a cargo deberá sugerir las vías alternativas para condicionar la decisión de la persona. El Orientador, deberá agotar al máximo

su potencial como profesional siendo capaz de dar respuestas curriculares en respeto de la condición de vida del otro.

Finalmente, considero lo que Coleridge citado por Hill (2014) llamó “la suspensión de la incredulidad”, para distinguir esta investigación en el arte de la hermenéutica para recuperar el pasión por la Orientación, al considerar que ocasionalmente se olvidan las reglas del juego y se anteponen las expectativas de lectores empíricos a las expectativas del lector modelo. Al respecto, toda obra produce su propio efecto, el artista dispone de señales, indicios o sospechas para instruir al propio lector. Aunque estas señales sean ambiguas. Incluso en la interpretación, el lector modelo puede encontrar algo que el autor no sabía que había puesto. Esto no invalida que las interpretaciones deban estar justificadas por la estrategia de la obra. La obra está ahí y produce su propio efecto. La regla fundamental para afrontar la interpretación de una obra, es que el lector acepte tácitamente un pacto ficticio con el autor. (Hill, 2014)

Así pues, a sabiendas de que las decisiones relativas a las cuestiones éticas pueden tener repercusiones en los individuos, familias, grupos o comunidades y en la especie humana en su conjunto, el Orientador debe ser perspicaz en su accionar, dar respuestas a las necesidades que a su bien tenga en honor a su labor y en respeto a la de su gremio.

Respectivamente, La Orientación y la Educación son fenómenos predominantemente humanos, estos son parte de la cultura y de la sociedad, la Orientación busca contribuir, plantear y analizar las múltiples formas en la humanización se manifiesta en los tiempos actuales.

Es en el quehacer cotidiano de la Orientación donde se halla los temas relacionados con el respeto hacia el otro y hacia sí mismo, hoy por hoy denominado en esta investigación como principio de autonomía deontológica, el cual se debate en todos los contextos y que además es necesario profundizar.

Desde la ética del Orientador, es posible reflexionar acerca de cómo se establece el encuentro entre seres humanos en la acción de orientar, y como la acción del profesional en esta área logra que el sujeto ocupe un lugar en el mundo social; ardua tarea la del Orientador, al mantenerse inerte en los procesos personales y ofrecer una atención a la altura y el nivel que extrapolan los grandes pensadores.

Reflexionar desde la ética, implica una óptica específica: la del cuestionamiento, la interpelación acerca de las acciones y también de los principios y criterios, en los que el Orientador se funda. La ética es “una reflexión teórica sobre la moral” (Lagarigue y Lebe, 1997).

Por su parte, la moral establece la acción conforme a reglas, mientras la ética cuestiona aquello que funda la moral, analiza sus fuentes, sus bases, es aquí donde el cuestionamiento interno del Orientador entra en juego, es el proceso del darse cuenta donde todo profesional debe llegar en garantía de su desempeño profesional.

En tanto, es necesario analizar de manera específica las acciones del Orientador, para razonar las situaciones que concurren entorno a la deontología y al mismo tiempo insistir en fundamentar los principios y valores de la misma. Se trata entonces de develar los principios legítimos que surgen de la práctica social en respeto genuino de la existencia del otro. Desechando todo hábito inadecuado que permite hacer válido lo que el “otro” hace y ser considerado como “modelo a seguir”.

De tal manera que la ética en el campo de la Orientación Educativa, con mayor hincapié en el principio de autonomía deontológica, es una mirada sobre las acciones que el Orientador realiza, que permite justificar y fundamentar el porqué de esas acciones y no otras y de cómo éstas influyen de manera en el orientado; en plena armonía de la relación Orientador - orientado.

En opinión de Flores (2004), la ética suscita la responsabilidad de forma implicate, lo que se atribuye a problematizar los comportamientos con referencia a los valores fundamentales en un espacio donde se ejercita la libertad, se trata de una deontología inspirada en la reflexión, esto tiene como propósito final, actuar con la verdad en honra de su servicio.

De tal manera que esta investigación permitió crear una hermenéutica teórica del principio de autonomía deontológica para el Orientador del siglo XXI a través de una metamorfosis para redefinir su praxis en el medio circundante, por lo que se han develado las esencias que repercuten en su labor profesional, encontrando el vacío teórico para fundamentar su accionar desde lo establecido en la Declaración Universal sobre Bioética correspondiente al manifiesto proclamado por la UNESCO en 2005, por lo que el aporte genuino a la comunidad científica es la fundamentación teórica del Principio de Autonomía Deontológica propio del Orientador, que emergió de la hermenéutica y de la investigación

exhaustiva de este principio y su relación con la Orientación para justificar éticamente su praxis.

Al respecto las evidencias fueron claras, hasta el momento no se había adaptado la ética fundada en el principio de autonomía específicamente, por lo que el hilo histórico permitieron demostrar que si es posible poseer el sustento ético – deontológico de la labor del Orientador, contextualizándolo además con la realidad de Latinoamérica, en plena vigencia con el nuevo siglo, por lo que este nuevo postulado acerca de la Autonomía Deontológica del Orientador, viene a reivindicar la noble y sublime tarea de este profesional como impulsor de cambios sociales desde el reconocimiento de la humanización.

Referencias

- Amaya y Otros (2015). ¿Cómo aplicar los principios éticos? Artículo para Pagina Web Ética Psicológica. Recuperado de: <http://eticapsicologica.org/index.php/documentos/articulos/item/17-como-aplicar-los-principios-eticos>
- Asociación Internacional para la Orientación Educativa y Vocacional (2018). Ética en Orientación-Expectativas y Realidad: Enfoques Teóricos, impulso internacional y experiencias prácticas por Suzanne BULTHEEL. Presidenta de la IAEVG/ AIOSP. IAEVG Hoja Informativa. 81, Junio 2018.
- Ayala, R. (2007). La metodología fenomenológico-hermenéutica de Max Van Manen en el campo de la investigación educativa. Posibilidades y primeras experiencias. Revista de Investigación Educativa, vol. 26, núm. 2, 2008, pp. 409-430. Asociación Interuniversitaria de Investigación Pedagógica. Murcia – España
- Bartolomé, M. (2000). *Hacia dónde va la Investigación Educativa*. Inauguración del curso 2000-2001, Facultad de Pedagogía, Universidad de Barcelona. Barcelona: DULAC Ediciones.
- Calonge (2004). Fundamentos Contextuales de la Orientación Educativa. Investigación y Postgrado Online abr 2004 vol 19 N° 1. p. 145 - 170. Recuperado de http://www.scielo.org.ve/scielo.php?script=Sei_arttext&pid=S1316.
- Camargo, X. y Leal, S. (2015). La Orientación: una praxis para la alteridad y la inclusión educativa y laboral. Revista Orientación. Facultad de Ciencias de la Educación. Universidad de Carabobo. Volumen 3, N°3 | Julio-Diciembre. Recuperado de: <http://servicio.bc.uc.edu.ve/educacion/orienta/n3/art04.pdf>
- Casado, E. (2010). *Leyes de servicios sociales del siglo XXI*. Cáritas. Madrid.
- Código de Ética del Profesional de la Educación (2001). XXI “Encuentro Nacional de Orientadores. Federación de Asociaciones Venezolanas de Orientadores (FAVO). Estado Portuguesa – Venezuela.
- Crites, J. (1974): *Psicología vocacional*. Buenos Aires: Paidós.

- Eco, U. (1998). Cinco escritos morales. Barcelona: Lumen. Fernández Sierra, J. y Carrión Martínez, J. J. (1998). La formación de los profesionales de la Orientación. En R. Bisquerra Alzina (coord.), Modelos de Orientación e intervención psicopedagógica. Barcelona.
- Flores, M. (2004). La Reflexión Ética y la Orientación Educativa, una Relación poco conocida. Revista Mexicana de Orientación Educativa. Marzo – Junio 2004.
- Freire, P. (1969). Pedagogía del Oprimido. Contribuciones a la concepción de Autonomía en Mesquita D.L. (2002).
- González, J. (2008). La Orientación desde la transdisciplinariedad. Ponencia presentada en Simposio La Orientación y La Educación en Valores desde una Perspectiva Transdisciplinaria. Valencia.
- González, J. (2001). Perspectivas de la práctica Orientadora en el contexto de las nuevas dimensiones de la Educación. Revista interactiva la Orientación al rededor del Mundo No 4 - 2.001 [Revista en línea] Recuperado de: http://www.geocities.com/Julio_González_revista.html.
- Heidegger, M. (1962). De la experiencia del pensar y otros escritos afines. Universidad de Chile, Facultad de Filosofía, Humanidades y Educación, Departamento de Filosofía, Publicaciones Especiales N° 26, Serie de Textos.
- Heredia, K. (2017). Interpretación y la puesta en práctica de la Orientación en el campo laboral. Informe de Investigación. Estado Carabobo. Venezuela.
- Hill, J. (2014). La completa suspensión de la incredulidad. Recuperado de: <https://www.animalpolitico.com/el-congal-postapocaliptico/la-absoluta-suspension-de-la-incredulidad/>
- Knapp, R. (1986) Orientación del escolar. Madrid: Morata.
- Lagarigue, J. y Lebe, G. (1997). Ética o Moral. Investigación y Formación. N°24. París. INRP.
- Luque, A. (2005). ¿Imprescindibles o desconectados? Sentimiento de competencia y necesidades de formación de los Orientadores en los departamentos de Orientación. En C. Monereo y J. L. Pozo (coords.), La práctica del asesoramiento educativo a examen. Barcelona: Graó.
- Mesquita, D. (2002). El esclarecimiento del concepto de autonomía de Paulo Freire en la práctica de Educadores sociales para niños de la calle. Buenos Aires y México. Siglo XXI Editores. ISBN 968-23-2387-8
- Miller, F. (1971): Principios y servicios de Orientación escolar. Madrid: Magisterio Español.
- Ministerio del Poder popular para la Ciencia, Tecnología e Industrias Intermedias (2011). Código de Ética para la Vida. Venezuela.
- Moreno, L. (2018). Prácticas en Orientación: una mirada holística. Trabajo de Investigación. Universidad del Zulia. Maracaibo – Venezuela.
- Programa de Protección y Desarrollo Estudiantil (2007). División de Desarrollo Estudiantil. Ministerio del Poder Popular para la Educación. Caracas - Venezuela.

- Quintana, O. (2016). Deontología del docente, formador de formadores, en el subsistema de educación universitaria, en su rol investigador. Tesis Doctoral. Universidad Carabobo. Estado Carabobo – Venezuela.
- Repetto, T. (2002), Los equipos de apoyo externo. Modelos de Orientación e intervención psicopedagógica. Volumen 1. Madrid: UNED. pp. 508-543.
- Rubio, M. (1992). *Contratos de aprendizaje*. Universidad de México: México.
- Santana, L. (2003): “El dilema del marco teórico en Orientación”. *Curriculum*, 2, pp. 41-58. Tenerife.
- UNESCO (2005). *Declaración universal sobre Bioética y Derechos Humanos*. Homologada unánimemente por ciento noventa y un países en la 33.^a Sesión de la Conferencia General de la UNESCO realizada en París el 19 de octubre de 2005. (p.86)
- Vadillo, M. (2004). *La disonancia cognitiva, o cómo el ser humano se convierte en esclavo de sí mismo*. Disponible en: <http://www.psicoteca.com>
- Van Manen, M. (2003). *Investigación Educativa y Experiencia vivida. Ciencia humana para una pedagogía de la acción y de la sensibilidad*. Barcelona: Idea Books.
- Vilera, A. (2000). Reafirmación de la Orientación ante las transformaciones culturales: Abriendo espacios críticos (pp. 113-116). En *Congreso Mundial de Orientación y Asesoramiento: 49 Puntos de Vista en Orientación*. Valencia, Venezuela: Universidad de Carabobo.

Los Estilos de Pensamiento y Estilos de Educación Parental en el Rendimiento Académico

Marling Rosario Brito¹

marlingrosario@usb.ve

<https://orcid.org/0000-0002-9053-5951>

Freddy Rojas Velásquez¹

frojas@usb.ve

<https://orcid.org/0000-0003-1091-9072>

Juan Bolívar López²

juan.bolivar@utalca.cl

<https://orcid.org/0000-0001-5465-3929>

¹Universidad Simón Bolívar, Caracas, Venezuela

²Universidad de Talca, Talca, Chile

Recibido: 29/02/2020 **Aceptado:** 15/04/2020

Resumen

Los estilos de educación parental y los estilos de pensamiento son factores que pueden afectar la vida académica. El objetivo de este estudio se centró en realizar un análisis de esos factores y verificar si existe alguna relación de éstos con el desempeño académico. Para ello, se seleccionaron 139 estudiantes de educación secundaria a los que se les aplicaron los cuestionarios que definían a ambos estilos y se analizaron para determinar si existía alguna asociación entre estas variables. Los resultados destacan una relación significativa a favor del estilo de educación familiar Democrático, y entre los estilos de pensamiento Ejecutivo y Jerárquico con el rendimiento académico. Los resultados obtenidos permiten plantear el diseño de Programas de Educación Familiar para padres y de Entrenamiento Didáctico para profesores de manera que se fomente en el estudiante adolescente un mejor proceso de socialización y respuesta a las tareas para su éxito académico.

Palabras clave: Estilos de Pensamiento; Estilos de Educación Parental, Estilos de Educación Familiar, Rendimiento Académico.

Estilos de Pensamento e Estilos de Educação Parental no Desempenho Acadêmico

Resumo

Estilos de educação parental e estilos de pensamento são fatores que podem afetar a vida acadêmica. O objetivo deste estudo foi realizar uma análise desses fatores e verificar se há alguma relação entre eles e o desempenho acadêmico. Para isso, foram selecionados 139 alunos do ensino médio aos quais os questionários que definiam os dois estilos foram aplicados e analisados para determinar se havia alguma associação com o desempenho acadêmico. Os resultados destacam uma relação significativa a favor do estilo de educação familiar democrata e entre os estilos de pensamento executivo e hierárquico e o desempenho acadêmico. Os resultados obtidos nos permitem propor o desenho de Programas de Educação Familiar para pais e Treinamento Didático para professores, para que seja incentivado um melhor processo de socialização e resposta às tarefas para o seu sucesso acadêmico.

Palavras chave: Estilos de Pensamento; Estilos de Educação Parental, Estilos de Educação Familiar, Desempenho Acadêmico.

Thinking Styles and Styles of Parental Education in Academic Performance

Abstract

Parental education styles and thinking styles are factors that can affect academic life. The objective of this study focused on conducting an analysis of these factors and verifying whether there is any relationship between them and academic performance. For this, 139 secondary school students were selected to whom the questionnaires defining both styles were applied and analyzed to determine if there was any association with academic performance. The results highlight a significant relationship in favor of the Democratic family education style, and between Executive and Hierarchical thinking styles with academic performance. The results obtained allow us to propose the design of Family Education Programs for parents and Didactic Training for teachers so that a better process of socialization and response to the tasks for their academic success is encouraged in the adolescent student.

Keywords: Thinking Styles; Parental Education Styles, Family Education Styles, Academic Performance.

Introducción

La educación siempre ha sido motivo de estudio a nivel mundial, se considera el motor que impulsa el desarrollo de los países. Además, las condiciones socioculturales de la época actual, caracterizada por el auge de la tecnología y de la diversificación de los roles sociales, han hecho que surja la necesidad de tener una visión diferente en la forma de enseñar y de aprender (Sánchez, 1992).

Tomando en cuenta esta idea y otras involucradas en el proceso educativo; así como, su renovación para los tiempos venideros, en la conferencia mundial de la UNESCO, celebrada en octubre de 1998 -cuyo tema central se ubicó en las metas y prioridades en la educación superior en el siglo XXI- se estableció que uno de los objetivos generales de la educación, a nivel de secundaria, debe ser dotar a los estudiantes de una estructura cognoscitiva estable (conocimientos, estrategias, habilidades) y, al mismo tiempo, fomentar altas capacidades, elementos necesarios en esta sociedad, sumida en la tecnología, y donde el conocimiento es primordial para elevar la productividad de los países.

La idea es formar un egresado con un perfil que le permita desenvolverse de manera eficiente, tanto en el sistema educativo universitario como en el mundo laboral. Lo que se busca es desarrollar competencias e incorporar conocimientos, que le permitirán insertarse al mercado de trabajo y ser altamente productivos para el desarrollo del país.

La reflexión pasa por reajustar los planes de estudios en función de las características actuales de los estudiantes, tanto en sus condiciones cognitivas como en las afectivas y contextuales, para lograr alcanzar las metas propuestas (UNESCO, 1998).

En la reunión de expertos internacionales sobre la educación secundaria en el siglo XXI, que se celebró en el 2001, se señala que “la finalidad de la educación secundaria es la preparación para la vida y debe reflejar la realidad de ésta en el siglo XXI, lo que comprende un ir y venir continuo entre el aprendizaje permanente y el mundo de trabajo” (UNESCO, 2001, p. 3). Más aún, explican que los responsables de la adopción de decisiones en el ámbito de la educación tienen que estar conscientes de sus repercusiones, y basarse en factores reales, como la relación existente entre el éxito académico, el bienestar personal y de la comunidad.

En concordancia, con los retos establecidos por la UNESCO (1998), el rendimiento escolar pasa a ser una problemática que debe ser vista desde diversos ángulos como el personal, el contextual y el familiar (Garnica, 1997; González et al., 2004; Núñez et al., 2005; Santos, 2009).

Garnica (1997), en su investigación sobre el rendimiento, lo define como “...una variable latente formada por un conjunto de características observables (calificaciones) y algunos otros rasgos que pueden englobarse, por los momentos, en lo que se denomina error aleatorio” (p. 9). Entendiéndose como “error aleatorio”, todos aquellos factores no observables y que inciden en el rendimiento como: La inteligencia individual, el entorno sociocultural, las facilidades socio-económicas, entre otros.

En América Latina, el rendimiento es bajo en todos los niveles de los subsistemas de la educación. De hecho, en el documento encargado para el informe de seguimiento de la educación para todos en el mundo, “Educación para todos en 2015- ¿alcanzaremos la meta?”, realizado por Murillo en el año 2008 y avalado por la UNESCO, revela que no hay evolución en el desempeño educativo en Latinoamérica desde 1999 hasta 2008.

Otra de las informaciones que arrojó esta investigación es que son pocos los países de la región (Chile, Honduras, Uruguay, Nicaragua y México) que han abordado el estudio de la incidencia de factores sociales -asociados a la estructura y cultura de la familia- en el rendimiento de los estudiantes a través de las diferentes áreas de aprendizaje, principalmente con el lenguaje y las matemáticas. Entre sus conclusiones, afirman que el hogar y el contexto

social juegan un papel básico en la adquisición de habilidades cognitivas que maximizan el rendimiento en los estudios.

Se han hecho esfuerzos para transformar el sistema educativo de la secundaria venezolana y tomar en cuenta los lineamientos de la UNESCO, con respeto a la educación del siglo XXI. Una de las medidas adoptadas fue la creación del Currículo Bolivariano del Subsistema de Educación Secundaria Bolivariana: Liceos Bolivarianos. En él se proyecta al egresado como una persona capaz de lograr una “participación crítica y activa en la planificación y ejecución de proyectos de investigación, para la solución de problemas reales y prioritarios en las comunidades” (Ministerio del Poder Popular para la Educación, 2007, p. 13).

Sin embargo, este currículo quedó en un estado de “standbay” y se sigue observando en la práctica diaria del quehacer educativo que:

1. Los reportes académicos arrojan rendimientos variados de los estudiantes, independientemente de la metodología de trabajo utilizada en la asignatura y en el grado de afinidad “cognitiva” que desarrolle el estudiante con ésta, sin ninguna información sobre otros aspectos propios del proceso de aprendizaje (Sternberg, Grigoremko & Zhang, 2008).
2. Aunque algunos estudiantes tienen un alto rendimiento escolar en la secundaria, porque logran los objetivos planificados, fracasan al ingresar a estudios superiores, a pesar de que la metodología de enseñanza más frecuente en los profesores, en ambos niveles educativos, es parecida (Sternberg, 1999).
3. Al parecer, muchos estudiantes que egresan de educación secundaria no cuentan con las habilidades y destrezas necesarias que les garanticen su ingreso en la educación superior y éxito en el campo laboral. Probablemente, como consecuencia de los bajos registros de rendimiento que se ha observado en el dominio del lenguaje escrito y de matemática en los adolescentes (Herrera & España, 2001).

Esto indica que, hay otros aspectos que deben tomarse en cuenta y que siguen siendo ignorados por los docentes y el sistema educativo en general, y que han de enmarcar al rendimiento del estudiante como un elemento multidimensional.

El estudio que se presenta intenta verificar la relación de rendimiento con algunos de esos otros factores antes mencionados, ya que es posible que estén relacionados con la educación

que reciben los niños y adolescente en su hogar. En tal sentido, se seleccionaron dos, el primero asociado con al ámbito familiar y el segundo de naturaleza intrínseca de la persona. De ahí que las interrogantes estuvieron orientadas a verificar de qué manera se relacionan los “Estilos Educativos Parentales” y los “Estilos de Pensamiento del Estudiante” con el Rendimiento Académico.

Ruiz de Miguel (2001) explica que existen factores de tipo escolar (la relación alumno-profesor, el ambiente escolar, relación entre alumno), de tipo personal (la inteligencia, motivación, personalidad), de naturaleza social (ambiente donde se desenvuelve la persona) y los del entorno familiar (estilos educativos, nivel socioeconómico, estructura) que pueden afectar el rendimiento escolar. Aunque los estudios que abarcan esas variables no son recientes, mantienen una vigencia incidental en el rendimiento que se observa día a día, en las instituciones escolares. En tal sentido, es necesario, seguir buscando las posibles soluciones a esta problemática, máxime en países como Venezuela u otros latinoamericanos, donde los estudios en este ámbito son poco explorados a nivel educativo.

En la literatura, se resalta el hecho de que a pesar que existe una estrecha relación entre el rendimiento académico y la cognición (Bernardo et al., 2009; Santos, 2009), este no es el único factor que determina los resultados académicos en los alumnos. También, el medio donde se desenvuelve la persona juega un papel importante, en particular la familia como el elemento de mayor influencia, por ser el ambiente en donde más tiempo pasa el niño. Existen investigaciones (Valdivieso, 1994; Castillo et al., 2011; Cerezo, Cassanova, De la Torre & De la Carpio, 2011) que han determinado que la calidad de vida familiar afecta el desarrollo cognoscitivo de los estudiantes, lo que promueve una actitud positiva frente al estudio y, por ende, un aumento en su rendimiento escolar.

La evidencia empírica señala que es muy probable que ciertos factores familiares y cognitivos, se relacionen entre sí para contribuir conjuntamente con el bajo rendimiento escolar en los adolescentes. En este sentido, es posible que el estilo de educación o de crianza preferido en el núcleo familiar, influya en el desarrollo de una actitud apática, conformista e insegura; que no les permita maximizar su desarrollo cognitivo y que propicie un bajo rendimiento escolar (Ruiz de Miguel, 2001).

Por otro lado, la revisión teórica afirma que hay estilos de pensamiento que favorecen el rendimiento, mientras que otros contribuyen muy poco. (De Zúbiría, Peña & Páez, 2006; Núñez et al., 2005; Zhang, 2004; González-Pineda et al., 2002)

Teniendo en cuenta lo expuesto, la presente investigación tuvo como propósito determinar las posibles asociaciones entre el estilo educativo parental y el estilo de pensamiento de los estudiantes con el rendimiento académico.

Para el logro de ese objetivo, una vez seleccionada la muestra de estudio, se describieron las características sociodemográficas de los estudiantes. Luego, se determinó la tendencia comportamental (estilos educativos) que predomina en las familias para la crianza y educación de sus hijos que cursan ese nivel educativo. Seguidamente, se establecieron los estilos de pensamiento predominante, de acuerdo a la Teoría de Autogobierno Mental (Sternber, 1999) en la resolución de tareas académicas. Finalmente, se analizaron esas variables entre ella y con el rendimiento académico.

Marco referencial

Como se ha visto, hay un conjunto de condiciones tanto externas (escuela, sociedad, familia) como internas (inteligencia, aptitudes) que pueden favorecer o desfavorecer la tarea educativa y, por ende, intervenir en los resultados escolares de los estudiantes. Con respecto a esto, son diversos los autores que han trabajado las variables mencionadas como co-partícipes del aprendizaje y posterior éxito de las personas a nivel profesional; bien sea de forma individual como en conjunto. En primera instancia, Ruiz de Miguel (2001) observó el Rendimiento Académico desde la perspectiva del fracaso o el éxito escolar y como éste se relacionaba con variables sociales como la posición socio-económica de las familias. Entre sus aportes está el hecho que considera que el entorno familiar es el primer predictor del rendimiento, afirmando incluso, que existe una relación entre el ambiente en el hogar y los logros en los estudios.

Así mismo, González-Pineda et al. (2002), subrayan que las conductas de inducción a la autorregulación académica desplegada por los padres en el hogar, en general, inciden positiva y significativamente sobre la percepción de competencia de los alumnos y, a su vez, en el rendimiento académico en las diversas áreas curriculares.

Las condiciones familiares tienen un nivel de influencia muy significativo en la educación de los estudiantes; especialmente, el referido al estilo educativo de los padres (Ruiz de Miguel, 2001; González-Pineda et al., 2004; Parra & Oliva, 2006). Esto se evidencia cuando se observan comportamientos parentales, padres que castigan físicamente a sus hijos, mientras que otros usan el razonamiento o la tolerancia. Existen padres que son muy estrictos, otros son más permisivos; unos son indiferentes, otros son más afectuosos y manifiestan su cariño a través del contacto físico.

Investigaciones llevadas a cabo, relacionadas con los estilos educativos parentales (Baumrind, 1967; Henao, Ramírez & Ramírez-Nieto, 2007) definen a este constructo como “aquellas preferencias globales de comportamiento de los padres o figuras de autoridad relacionadas con las estrategias educativas encausadas hacia los hijos, las cuales poseen como característica la bidireccionalidad en las relaciones padre-hijos” (p. 235)

En este sentido, (Baumrind, 1971; Buri, 1991; Myers, 2005), destacan tres estilos distintivos:

Padres Autoritarios: Aquellos que imponen normas y esperan la obediencia total. La desviación de la normativa trae como consecuencia el castigo severo que, a menudo, puede ser de tipo físico. Ejercen una disciplina basada en la afirmación del poder. La comunicación es unidireccional y poco efectiva pues no se tiene en cuenta la opinión de los hijos. Con respecto a la afectividad es de niveles muy bajos. El niño, en consecuencia, es retraído, temeroso, rebelde, agresivo y con poca interacción social, carece de espontaneidad; mientras que la niña es pasiva y dependiente.

Padres Permisivos: Aquellos que se someten a los deseos de sus hijos, exigen poco y es raro que recurran al castigo. Muestran un amor incondicional. Demandan en el niño una conducta madura y que sea autorregulador de su conducta. La comunicación es pobre, las reglas son inflexibles, la independencia es escasa. Por lo tanto, los niños son autosuficientes, exploratorios, con poco control conductual (rebeldes, impulsivos, agresivos, indiferentes) y relativamente cálidos en sus afectos.

Padres Autorizante o Democráticos: Aquellos que son capaces de equilibrar la imposición de normas rígidas y el afecto desmedido. El control se tiene a través del establecimiento y exigencia de normas de una forma inductiva en el niño. La comunicación es efectiva pues los padres escuchan las demandas de sus hijos al demarcar una norma dentro del

hogar. Hay coherencia entre lo que se dice y lo que se hace por parte de los padres o figuras de autoridad, por lo que diseñan un modelo de vida que es copiado por sus hijos. Por lo tanto, los niños son independientes y controlados, exigentes, con un alto concepto de la responsabilidad social; pero a la vez son cálidos, racionales y receptivos a la comunicación.

De estos estilos distintivos, Baumrind (1967), determinó que el estilo de padre autorizante o democrático es el que permite que se desarrolle en los hijos un comportamiento independiente, que se asocia de manera coherente con todas las ideas de responsabilidad social, en comparación con los otros dos estilos (autoritario y permisivo). Se favorecen interacciones familiares que promueven el desarrollo de habilidades personales y sociales generando efectos positivos en la socialización, desarrollo de competencias sociales, alta autoestima y bienestar psicológico (Jorge y González, 2017), lo que puede denotar en el niño un alto rendimiento académico.

Así mismo, desde la relación entre el estilo parental y el rendimiento académico, los logros escolares del estudiante podrían estar relacionados con aspectos sociales, culturales, experiencias de aprendizaje, actitudes y expectativas que estén presentes en el contexto familiar (Jorge y González, 2017). En otras palabras, el aumento o disminución del rendimiento académico del estudiante, puede estar vinculado con la interrelación que este tenga con su entorno familiar promovido desde el tipo de crianza que recibe.

Por su parte, Zhang (2002) plantea, que son los estilos de pensamientos del estudiante y sus preferencias de uso en las distintas tareas que se propone, lo que contribuye a la autorregulación que se refleja en el desarrollo positivo de sus actividades, y por ende en el rendimiento.

Núñez et al. (2005) destacan que el éxito o el fracaso depende de lo eficaz que sea la persona en el manejo y aplicación de sus capacidades a las tareas o situaciones. En este sentido, los estilos intelectuales serían el instrumento particular que llevan a la persona a usar, de un modo determinado, sus capacidades. Lo que lleva a pensar que la inteligencia no se ve como una propiedad estática o un rasgo estable sino como procesos cognitivos configurados en “Estilos” (Bernardo et al., 2009; Sternberg, 1999) éstos se pueden operacionalizar, para predecir patrones en el aprendizaje y mejorar la instrucción.

Según los principios de la Teoría Triádica de la inteligencia de Sternberg (1986), ser inteligente es ser capaz de pensar oportunamente en una o más veces de forma Analítica, Creativa y Práctica (Núñez et al., 2005).

Las personas analíticas no se caracterizan por solucionar con rapidez, sino por ajustarse al tiempo para manejar su conocimiento de manera efectiva. Las personas creativas son capaces de automatizar la información y enfrentarse a situaciones novedosas. Las personas prácticas tienen la característica de lograr un equilibrio entre la selección, adaptación y transformación del contexto.

Para conducirse de forma inteligente en diferentes ámbitos es necesario disponer de un nivel óptimo y equilibrado de estos tres tipos de pensamiento, pero esto no es suficiente. Ser inteligente implica, además de disponer de estas capacidades, ser hábiles en su aplicación en las diversas tareas que se presentan. En la práctica significa que se debe atender tanto el grado o nivel de inteligencia como la forma de dirigirla en función del éxito escolar.

Los Estilos de Pensamiento “son los responsables del modo en que cada alumno aplica sus capacidades a las tareas, problemas o situaciones de aprendizaje” (Nuñez et al., 2005, p. 555). Son un aspecto intermedio entre los mecanismos intelectuales de la persona y la personalidad desarrollada por la influencia de factores externos.

En Cuadro 1 se ofrece un panorama de la propuesta sobre La Teoría del Autogobierno Mental (Sternberg, 1999) donde se describen 13 estilos de pensamiento que se encuentran ubicados en 5 dimensiones.

Cuadro 1. Estilos de pensamiento propuesto por Robert Sternberg (1999)

Dimensiones	Estilos
Funciones	Legislativo, ejecutivo y Judicial.
Formas	Monárquico, Jerárquico, Oligárquico y Anárquico.
Niveles	Global y Local.
Alcance	Interno y Externo.
Inclinaciones o tendencias	Liberal y Conservador

Fuente: Elaborado a partir de Robert Sternberg (1999)

Investigaciones hechas por Sternberg y Zhang, con respecto a los estilos de pensamiento propuestos a través de la teoría de autogobierno mental, y considerando que en la mayoría de los estilos están presentes los valores como elementos que definen significativamente los

estados de la personalidad, condujeron a una reconceptualización de los estilos, caracterizándolos en tres tipos (Sternber y Zhang, 2005). Los del Tipo I, denotan preferencia para tareas que tienen bajos grados de estructura que requieren que los individuos procesen la información de una manera más compleja, lo que permite originalidad, creatividad y altos niveles de libertad para que la persona haga las cosas a su manera, a estas características corresponden los estilos legislativo, judicial, global, jerárquico y liberal. El tipo II, plantea preferencias para tareas estructuradas que permiten a las personas procesar información en una forma más simple y conforme a formas tradicionales de hacer cosas con altos niveles de respeto por la autoridad, a estos aspectos corresponden los estilos ejecutivo, local, monárquico y conservador. El tipo III, se caracteriza por las demandas que se tengan sobre una tarea específica y el nivel de interés que la persona manifieste sobre la misma, a este aspecto corresponden los estilos oligárquico, anárquico, interno y externo.

No obstante, para efectos de la presente investigación, sólo se tomaron en cuenta las dimensiones Funciones y Formas correspondiente a los estilos legislativo, ejecutivo, judicial y Monárquico, Jerárquico, Oligárquico, Anárquico respectivamente.

En la dimensión *Funciones* destacan las acciones básicas que se observan en un sistema de gobierno democrático: a) Legislativo, describe a las personas que refieren las actividades creativas. Implica crear, formular, planificar las ideas, estrategias, productos u objetivos finales. Los procesos cognitivos involucrados en el procesamiento de la información es la de crear sus propios procedimientos; b) Ejecutivos, describe a las personas que prefieren realizar las tareas, siguen los planes dados por otros, trabajan sobre problemas o tareas preestablecidas. Los procesos cognitivos que tienen que ver con la ejecución o implementación de componentes de realización y adquisición de conocimiento; c) Judiciales, describe a las personas que prefieren analizar información, dar opiniones y evaluar programas. Las personas están propensas a implicarse en la evaluación de procedimientos desarrollados por otros, juzgar las estrategias y estructuras existentes, prefieren tareas en las que tengan que analizar y juzgar las ideas presentes en dichas tareas. Los procesos cognitivos tienen que ver con los metacomponentes que implican autodirección y evaluación del *feedback* interno y externo en la resolución de problemas.

La dimensión *Formas*, está referida a la manera de gobernar que tienen los estados: a) *Monárquico*, estilo de personas que tienden a ser decididas en su manera de actuar y de resolver

los problemas a toda prisa, pasando por encima de cualquier obstáculo. Las personas con esta preferencia tienden a centrarse en una meta o tarea cada vez, tendencia a la simplicidad al abordar las tareas académicas, su personalidad se caracteriza por ser intolerantes e inflexibles, pero sistemáticos y con un sentido de priorización; b) *Jerárquico*, personas que tienden a estar motivadas por más de una meta; son conscientes que unas son más importantes que otras, por lo cual establecen prioridades. Su orientación es hacia múltiples metas, y su realización dentro del mismo período de tiempo, distribuyendo prioridades para hacer cada tarea en su momento. Tienden a buscar la complejidad, la tolerancia y relativamente flexibles, sistemáticos en la resolución y toma de decisiones; c) *Oligárquico*, personas que tienden a estar motivadas por varios objetivos, cuya importancia es semejante para ellas, y que, con frecuencia comparten entre sí. Capacidad intelectual hacia múltiples metas, con igual importancia, cuya resolución de tareas es, al mismo tiempo, sin priorizar. Su comportamiento es de tendencia a la complejidad y autoconsciencia, tolerancia y con una flexibilidad mental; d) *Anárquico*, personas que tienden a estar motivadas por más de una necesidad, por tanto, son difíciles de clasificar. Con tendencia a evitar las reglas, normas, costumbres, procedimientos típicos, etc. Tienen problemas para ajustarse a adaptarse a un sistema formal como la escuela. Adoptan estrategias aleatorias para la resolución de problemas, no suelen utilizar la autoconsciencia, son intolerantes, y muy poco flexibles, tienen verdaderos problemas para fijar prioridades en todos los ámbitos de su vida, suelen ser muy extremistas, asistemáticos.

En la literatura científica, lo que se advierte es que una persona será exitosa académicamente, mientras sea eficaz en el manejo de sus pensamientos en las diversas tareas o actividades a que sea sometida (Núñez et al., 2005).

Lo que quiere decir, que las personas poseen una variedad de estilos que se pueden emplear de acuerdo a las situaciones que se presenten. Por lo tanto, los verdaderos responsables del rendimiento de los estudiantes, son los estilos de pensamiento más que las habilidades y las capacidades desarrolladas (González-Pineda et al., 2002).

Herrera & España (2001, Cap. 3), en un estudio sobre la calidad de la educación venezolana, determinaron tres aspectos que afectan el bajo rendimiento en el país:

1. Factores que no dependen de la escuela, representa el 82%, debido a que condicionan tanto la permanencia como el rendimiento de los alumnos. Entre estos encontramos los referentes a la familia como su situación económica y el nivel educativo de los padres.
2. Factores que dependen de la acción educativa, representa el 9%, que incluyen la organización del sistema, la selección del curriculum, la formación del docente, los libros de texto.
3. Factores que dependen de la acción pedagógica, representa 9%, se destaca la falta de material didáctico eficaz y motivador para el alumno.

Investigaciones sobre la relación entre el contexto familiar y la inteligencia (Herrera & España, 2001; Manzano & Arranz, 2008) destacan que el nivel cultural materno, el tipo de centro educativo y el estilo educativo asertivo aparecen como variables asociadas a los contextos familiares de los niños superdotados. Igualmente, el nivel cultural de la madre, unido al hecho de no trabajar fuera de casa, se asocian como características de los contextos familiares de niños con talento creativo y a los contextos de niños superdotados y a la vez creativos.

Es un hecho que tanto la educación parental como los estilos de pensamiento están presentes en la variación del rendimiento, la pregunta sería si esa relación es significativa. Fan y Zhang (2014) estudiaron el rol de los estilos parentales percibidos en los estilos de pensamiento con estudiantes de la Universidad Integral de Shanghai, China, determinaron que existe una relación estadísticamente significativa del estilo parental que perciben los estudiantes con su estilo pensamiento. Cuando los padres proporcionan un ambiente cálido y seguro en el que los niños tienden a explorar el mundo a su alrededor sin miedo, se facilita el desarrollo de estilos de pensamiento caracterizados por altos niveles de creatividad, autonomía, y bajos niveles de conformidad (Fan y Zhang, 2014). Este hallazgo resulta interesante, ya que brinda información sobre cómo estas dos variables pueden incidir en el rendimiento y ayudar a establecer, desde el campo de la educación, estrategias para incentivar su mejora.

En consecuencia, la importancia de esta investigación se inicia con verificar el estilo de educación familiar más característico en el hogar, determinando el grado de control, comunicación y afecto que se genera dentro de este contexto e integrarlos a las formas de pensar que tiene el adolescente. El conocimiento de estos estilos parentales podría contribuir con la

creación de estrategias cuya función sería lograr direccionar a sus alumnos hacia el logro de los objetivos y metas de aprendizaje propuestos, siempre en función del éxito académico.

Metodología

La población de estudio estuvo constituida por estudiantes de educación secundaria (entre 3° y 5° año), adolescentes con edades comprendidas entre los 15 y 18 años, de diversos colegios oficiales y subsidiados ubicados en el área metropolitana de Caracas. Alrededor del 80% provenían de áreas consideradas de riesgo (barrios pobres, zonas populares).

Se seleccionó una muestra intencional (no probabilística), de 139 estudiantes, tomada de acuerdo a las particularidades de las instituciones seleccionadas, cuyas características fundamentales fueron la edad (adolescentes), el sexo (masculino y femenino), la institución (oficiales 53% y semiprivadas 46%); cuyos participantes se ubicaron en los estratos socioeconómicos III y IV de acuerdo a Graffar. 58 % estudiaba el último año de Educación Media. 59% provenía de familias nucleares (padre y madre presentes). En general, 73% declaró que su madre era su representante ante la institución.

Instrumentos. Se utilizaron dos instrumentos. El primero de ellos, el *Cuestionario de Autoridad Parental (PAQ)*, cuya estructura corresponde a la tipología clásica de los trabajos de Baumrind (1967), diseñada por Buri (1991) formado por 30 ítems de escala tipo likert de 5 grados. Ubica a la persona que lo completa en uno de los siguientes estilos: Democrático, Permisivo y Autoritario. Cada ítem fue diseñado en forma de opiniones, desde la perspectiva de los hijos adolescentes, sobre el modo de comportarse la madre y el padre con respecto a los aspectos educativos hacia ellos. En tal sentido, los adolescentes encuestados señalaron aquellas que consideran reflejan más la manera en que son educados. La evaluación de las puntuaciones consiste en sumar los puntajes obtenido en cada ítem perteneciente a un estilo. Cada estilo lo describen 10 ítems para un total máximo de 50 puntos. Para efectos de la investigación se utilizó de manera indistinta los términos *estilos parentales* o *estilos familiares*.

El segundo instrumento fue *The Thinking Styles Questionnaire for Students (TSQS)*, elaborado por Wagner & Sternberg (1991). Se trata de un cuestionario de estilos de pensamiento cuya finalidad es conocer cuál es el pensamiento predominante en cada uno de los estudiantes para la evaluación de los estilos de autogobierno, según los autores. Consta de 104 ítems o enunciados breves (Cada estilo lo definen 8 ítems). Las respuestas están estructuradas dentro

de una escala de siete niveles (1 = nada presente y 7 = totalmente presente). El estudiante responde al ítem de acuerdo a lo que considere que se ajusta más a su nivel de pensamiento. Una vez administrado, se elabora un baremo para la población de estudio, de acuerdo al procedimiento estadístico establecido por los autores, de manera de comparar los resultados de cada estudiante con el baremo y así determinar el estilo predominante de cada uno, donde 1,0 significa que no se posee ninguna de las características del estilo, mientras que el 7,0 significa una presencia total del estilo en la persona. Finalmente, se depura la data de los participantes eliminando aquellos que no hubiesen contestado adecuadamente todo el cuestionario.

Además de las dos variables independientes de estudio mencionadas, se verificó sus efectos sobre el *Rendimiento Académico*, variable dependiente, cuya definición operacional está referida a la cantidad de conocimientos, hábitos y habilidades que son adquiridos por el estudiante en el centro educativo (Santos, 2009); que “se expresan normalmente a través de las calificaciones promediadas durante el año escolar” (Martínez, 2007. p 34). Para efectos de esta investigación, se utilizó como la calificación final promediada de los tres lapsos (cada uno comprende tres meses de actividad académica) cursados por el estudiante y que se expresa en la escala del 1 al 20.

Validez y Confiabilidad. El cuestionario de *The Thinking Styles Questionnaire for Students (TSQS)* propuesto por Wagner & Sternberg (1991), ha sido replicado en otras latitudes del planeta (Continente americano, europeo y asiático), lo que indica que tiene un alto grado de confiabilidad para el análisis de los Estilos de Pensamiento.

Aunque la validez de la versión en español del cuestionario está ampliamente aceptada, se sometió su contenido a la interpretación de sus ítems a tres expertos (psicólogos y educadores) para confirmar que su contenido es pertinente y comprensible a los niveles donde fue aplicado. Con respecto a esto, las correcciones que se presentaron a la estructura del cuestionario fueron de forma, en cuanto a la redacción de algunos ítems, pero en general, todos dieron su visto bueno y adaptación a la población venezolana.

Por otra parte, su confiabilidad se ha determinado en diferentes investigaciones. En aplicaciones hechas en la población adolescente española (González-Pineda et al., 2004), el grado de significancia está por el orden de $\alpha = 0,959$. Mientras que los estudios realizados en la población adulta joven (universitaria) china, arrojan un alfa de Crombach entre 0,50 y 0,80

(Zhang, 2002). No obstante, se tomó una muestra de 50 estudiantes diferentes del grupo investigado para verificar la confiabilidad del instrumento, a través del método de Matriz de Correlaciones (Gronlund, 1978; Lyman 1978), con un resultado de 0,98, lo que determina un alto grado de confiabilidad.

En lo que respecta al (PAQ), su validez ya ha sido verificada en investigaciones en países como Portugal, Colombia y Estados Unidos; no obstante, también se sometió a revisión de expertos para un análisis de contenido y su adaptación a la población venezolana. Este instrumento, ideado por Buri (1991), ha tenido una consistencia interna de 0,74 y 0,87 en estudios con el alfa de Combrach (Gonçalves & Castellá, 2005; Henao et al., 2007), lo que indica un alto porcentaje de predictibilidad en la tendencia del Estilo de Educación Familiar. No obstante, por tratarse de un cuestionario de 30 ítems, se aplicó el alfa de Crombach, con una muestra diferente de la misma población, para determinar su confiabilidad. Al aplicar el método de Matriz de Correlaciones se obtuvo un 0,64

Procedimiento. El procedimiento para la aplicación de ambos instrumentos se estableció de acuerdo a la planificación de las dependencias académicas de la institución. Es importante destacar, que el levantamiento de la información a través del PAQ se realizó en dos fases, para una mejor y mayor recolección de datos. El cuestionario de estilos de pensamiento (TSQS), se administró a los estudiantes en horario habitual de clases y se les motivó para que lo completaran con la mayor honestidad posible.

Procesamiento Estadístico de Datos. Una vez completada la información se ordenó la data correspondiente y se procedió a los cálculos estadísticos descriptivos e inferenciales con el fin de analizar los resultados. Después del análisis descriptivo, se hicieron correlaciones de Pearson para determinar los niveles de asociación entre las variables de estudio. Finalmente, se realizó un análisis de varianza para indagar sobre la relación entre las variables de estudio.

Resultados y discusión

La Tabla 1, presenta la distribución de los Estilos de Educación Parental, solo 108 estudiantes se ubicaron en un estilo predominante.

Tabla 1. Valores obtenidos para la ubicación de los estudiantes en el Estilo de Educación Parental, de acuerdo al criterio seleccionado. (N=139)

Estilo de educación Parental	Media (M)	Desviación Estándar (DE)	M + ½ DE	N
Democrático	38,07	7,53	41,84	57
Autoritario	30,75	7,76	34,63	35
Permisivo	23,46	6,20	26,57	16
Total estilos parentales				108
Ningún estilo predominante				31

Fuente: Datos de la Investigación

Como se puede observar, de los 108, el estilo democrático estuvo representado por 57 estudiantes (53%). Los datos obtenidos tienen un apoyo importante en la literatura donde se destaca una distribución similar (Baumrind, 1971; Buri, 1991; Henao, et al., 2007; Manzano & Arranz, 2008; Cerezo, et al., 2011).

Una vez ubicados en sus estilos parentales respectivos se calcularon los descriptivos del rendimiento académico de los estudiantes correspondientes a cada uno de ellos (Tabla 2).

Tabla 2. Medias de Rendimiento de la muestra en función del Estilo Parental predominante. (N=108)

	Rendimiento		
	N	Media	Desviación Estándar
Democrático	57	15,58	2,28531
Autoritario	35	13,81	2,81057
Permisivo	16	14,96	2,18119
Total	108	14,92	2,55903

Fuente: Datos de la investigación

Posteriormente, se compararon las medias del rendimiento académico de los tres grupos. La Tabla 3 presenta los resultados.

Tabla 3. Prueba Tukey HSD, Post Hoc. Comparación múltiple de rendimiento

(I) control	(J) control	Diferencia de Media (I-J)	Niv. Sig. **p<0,01
Democrático	Autoritario	1,77431	0,003**
	Permisivo	0,62797	0,639

Autoritario	Democrático	-1,77431	0,003**
	Permisivo	-1,14634	0,273
Permisivo	Democrático	-0,62797	0,639
	Autoritario	1,14634	0,273

Fuente: Datos de la investigación

Estos resultados confirman que para los tres estilos de educación familiar el constructo “Estilos Educativos Parentales”, pone de manifiesto las tendencias de crianza, educativas o comportamentales que los padres, por separado o en conjunto, prefieren y utilizan cotidianamente con sus hijos. En una prueba F la muestra presentó diferencias significativas entre el rendimiento académico de los tres estilos (Permisivo, Autoritario y Democrático) ($p < 0.01$). La prueba Post Hoc indica que esa diferencia fue a favor del Democrático. Es decir, la media del rendimiento del grupo cuyo estilo parental era Democrático se ubicó significativamente por encima de los otros dos.

A continuación, se presenta el análisis de las correlaciones existentes entre las variables de estudio para la muestra de los 139 jóvenes. La Tabla 4, presenta las correlaciones de Pearson entre el Rendimiento Académico y los Estilos de Educación Parental.

Tabla 4. Correlaciones de Pearson entre los Estilos Educativos Parentales y el Rendimiento. (N=108)

	Estilos Educativos de los Padres		
	Permisivo	Autoritario	Democrático
Rendimiento	- 0,169*	- 0,173*	0,174*

Fuente: Datos de la Investigación

La muestra ofrece correlaciones significativas de los tres estilos (Permisivo, Autoritario y Democrático) con el rendimiento ($p < 0.05$). Sin embargo, tanto en el Estilo Permisivo como en el Autoritario la relación es inversa (negativa). Es decir, pareciera que cuando los padres adoptan estilos de crianza y educación en su hogar Permisivos o Autoritarios, los hijos no tienen buenos resultados en la escuela en cuanto al tratamiento de las tareas propuestas. Los valores negativos expresan que en la medida que estos estudiantes estiman que sus padres son autoritarios o permisivos su rendimiento es más bajo ($\sigma = - 0,169, p < 0,05$; $\sigma = - 0,173, p < 0,05$).

En cambio, aquellos estudiantes que perciben que su educación es democrática, presentaron un rendimiento más alto ($\sigma = 0,174, p < 0,05$).

Esto lo explica Manzano & Arranz (2008), cuando manifiesta que si la educación es férrea con normas estrictas y sin afecto, se tiende a producir resentimiento y rigidez que fuerza al talento del estudiante a esfumarse y ocultarse; así mismo, cuando la familia adopta una educación distendida y flexible pero cargada de mucha afectividad donde no se respeta la jerarquización de la estructura familiar, lo que marca una personalidad poco comprometida, impulsiva y con falta de responsabilidad, desfavorece el desarrollo de estrategias que les permitan tener logros importantes en sus estudios.

De manera contraria, cuando en el hogar hay una relación democrática donde existe el establecimiento de normas y control con un grado de afectividad, los hijos responden positivamente en la escuela. Esto se debe, posiblemente, a la delegación de responsabilidades y la independencia que promueven los padres en sus hijos, creando una conciencia de tipo racional que, educativamente, los ayuda en el cuidado de sus trabajos y en la valorización de su propio esfuerzo, lo que otros autores llaman “aprendizaje Autorregulado” (Cerezo, et al., 2011).

En lo que respecta a los estilos de pensamiento (TSQS), en la Tabla 5, se observa que no todos los estudiantes se ubicaron en un estilo específico.

Tabla 5. Valores obtenidos para la ubicación de los estudiantes en el Estilo de Pensamiento (Funciones y Formas), de acuerdo al criterio seleccionado. (N= 139)

ESTILO DE PENSAMIENTO	MEDIA (M)	DESVIACIÓN ESTANDAR (DE)	M + ½ DE	N
Dimensión Funciones				
Ejecutivo	5,338	1,055	5,87	42
Legislativo	5,505	0,962	6,00	44
Judicial	4,704	0,918	5,16	17
Total N				103
Ningún Estilo predominante				36
Dimensión Formas				
Monárquico	4,774	0,858	5,20	25
Oligárquico	4,523	1,029	5,03	21
Jerárquico	4,918	0,991	5,41	29
Anárquico	4,696	0,919	5,16	19
Total N				94
Ningún Estilo predominante				45

Fuente: Datos de la Investigación

La discrepancia numérica entre el total de estudiantes y los ubicados se debe a que, en los estilos de pensamiento de *Funciones*, 36 no alcanzaron el mínimo establecido para ubicarse en alguno de ellos. Lo mismo ocurrió con el grupo de estilos de pensamiento de *Formas*, en esta oportunidad 45 estudiantes tampoco se ubicaron en algún estilo.

En la dimensión de *Funciones* la mayoría se ubicó en el Estilo Legislativo (44) y en la de *Formas* se situó en el Estilo Jerárquico (29), pero el rango de la distribución fue menor. Esto coincide con la teoría de Sternberg (1999) quien afirma que no hay un estilo único o puro; sin que esto quiera decir que exista preferencia por alguno (Tabla 6)

Tabla 6. *Descriptivo de medias de Rendimiento de la muestra en función del Estilo de Pensamiento predominante. (Dimensión Funciones)*

	N	Rendimiento	
		Media	Desviación estándar
Ejecutivo	42	15,2507	2,60028
Legislativo	44	14,8595	2,24433
Judicial	17	14,4735	2,20622
Total	103	14,9553	2,38398

Fuente: Datos de la Investigación

En la Tabla 6 se observa que el rendimiento no pareciera depender de los estilos de pensamiento de la categoría funciones; de hecho, se muestra cómo la media de los rendimientos se diferencia levemente entre los distintos estilos de pensamiento de funciones; el que tiene la media ligeramente más alta es el Ejecutivo con 15,25 y la media más baja el Judicial con 14,47.

Tabla 7. *Medias de Rendimiento de la muestra en función del Estilo de Pensamiento predominante (Dimensión Formas)*

	N	Rendimiento	
		Media	Desviación Estándar
Monárquico	25	14,2040	2,87791
Oligárquico	21	14,3129	2,63080
Jerárquico	29	15,8807	2,19560
Anárquico	19	14,5868	2,16954
Total	94	14,8230	2,55151

Fuente: Datos de la Investigación

De igual manera ocurre con los Estilos de Pensamiento de la dimensión *Formas*. Entre ellos las medias de rendimiento no pareciera ser significativas, el estilo que posee la media más

alta es el Jerárquico con un 15,88; mientras que el más bajo tiene una media de rendimiento de 14,20 (Monárquico).

Se corrobora que el tener un estilo de pensamiento predominante no garantiza el éxito escolar, pareciera que mientras el estudiante combine diferentes estrategias para lograr el aprendizaje, mejor será el rendimiento académico.

Seguidamente se procedió a verificar si los estilos de pensamiento se asocian de alguna manera con el rendimiento. La Tabla 8 presenta las correlaciones correspondientes.

Tabla 8. *Correlaciones de Pearson entre los Estilos de Pensamiento del estudiante (Dimensiones Funciones y Formas) y el Rendimiento. (N= 139)*

	Estilos de Pensamiento del Estudiante						
	Dimensión Funciones			Dimensión Formas			
	Ejecutivo	Legislativo	Judicial	Monárquico	Oligárquico	Jerárquico	Anárquico
Rendimiento	0,172*	0,147	0,117	-0,012	-0,011	0,361**	-0,021

** $p < 0,01$; * $p < 0,05$

Fuente: Datos de la Investigación

Los resultados expresan que no todos los estilos de ambas dimensiones (Funciones y Formas) se asociaron al rendimiento.

En la literatura pedagógica, siempre se ha hablado que el fracaso o el éxito en el área escolar dependen, en gran medida, del manejo y aplicación que hagan las personas de sus capacidades en la resolución de tareas y de problemas. Con respecto a esto, la Tabla 8, presenta la percepción de los estudiantes sobre las distintas maneras de autogobernarse a través de las dimensiones de los Estilos de Pensamiento (Funciones y Formas) y sus implicaciones en el Rendimiento Académico. Las correlaciones significativas ($\sigma = 0,361$; $p < 0.01$ y $\sigma = 0,172$; $p < 0.05$.) destacan que el Jerárquico y Ejecutivo se asocian positivamente con el rendimiento. Esto puede explicarse por las características del estilo Ejecutivo, que exige procedimientos estructurados a la hora de realizar las tareas de los procesos de realización y adquisición del conocimiento. Así como la forma sistemática y el establecimiento de prioridades (Estilo Jerárquico) para lograr un ascenso en la calidad del trabajo escolar que se refleja en su rendimiento.

En el siguiente análisis se presentan las correlaciones entre los Estilos de Educación Parental y los estilos de pensamiento (Tabla 9 y Tabla 10)

Tabla 9. Correlaciones de Pearson entre los Estilos de Pensamiento de los Estudiantes (Dimensión Funciones) y los Estilos de Educación Parental. (N=139)

Estilo de Educación Parental	Funciones		
	Ejecutivo	Legislativo	Judicial
Permisivo	- 0,110	0,050	0,009
Autoritario	- 0,123	- 0,216*	- 0,070
Democrático	0,293**	0,260**	0,277**

** $p < 0,01$; * $p < 0,05$

Tabla 10. Correlaciones de Pearson entre los Estilos de Pensamiento de los Estudiantes (Dimensión Formas) y los Estilos de Educación Parental. (N=139)

Estilo de Educación Parental	Formas			
	Monárquico	Oligárquico	Jerárquico	Anárquico
Permisivo	0,012	0,084	- 0,061	0,144
Autoritario	0,086	0,109	- 0,195*	- 0,059
Democrático	0,112	- 0,010	0,406**	0,116

** $p < 0,01$; * $p < 0,05$

Fuente: Datos de la Investigación

Estos resultados avalan la existencia de una asociación significativa entre las variables del contexto familiar relativas al Estilo Parental Democrático con las tres categorías de Funciones ($p < 0,01$). De esta manera se favorece el desarrollo cognoscitivo de los estudiantes adolescentes, y añaden nuevas evidencias a las investigaciones de este tipo (Sternberg, 1999; Manzano & Arranz, 2008; Cerezo et al., 2011). En la dimensión de Formas, solamente se asociaron significativamente el Jerárquico con el Estilo Parental Democrático ($p < 0,01$); y el Autoritario, de manera inversa con el Jerárquico ($p < 0,05$).

Cuando familiarmente se promueve una crianza donde la creación y cumplimiento de las normas se hace por consenso y la comunicación es fundamental (Democrático), se fomenta en el adolescente la aceptación de sus errores y la independencia en sus actuaciones que son de tipo racional. Los procesos cognoscitivos van en consonancia con esto, de tal manera que al enfrentarse a una tarea éste primero crea las ideas (Legislativo), luego busca los procedimientos para implementarlas (Ejecutivo) y finalmente, evalúa de manera crítica y constante el

procedimiento estructurado para llevar a cabo la tarea (Judicial). Todos estos estilos de funciones están significativamente vinculados con características de tipo cognoscitiva; así como también, van de la mano con la personalidad que se crea de la interacción con su entorno.

Caso contrario, nos encontramos con el Estilo Autoritario donde su asociación significativa es negativa para los Estilos Legislativo (Funciones) y Jerárquico (Formas) ($p < 0,05$). Este estilo parental se distingue por valorar los castigos como medio de formación en el hogar, por lo que las estrategias educativas que el niño o adolescente conocen es la de imposición de normas y el uso punitivo y de coerción para la elaboración de las tareas. Esto hace que el estudiante oculte de una manera u otra sus talentos y su creatividad sea reprimida. Por otro lado, se vuelven personas cuya forma de aprendizaje es asistemático, ya que no saben tomar decisiones por cuenta propia y se vuelven rígidos en el uso de estrategias cognoscitivas de aprendizaje.

Conclusiones

La mayoría de los estudiantes de la muestra se ubicaron en familias de tipo nuclear; es decir, con una estructura familiar conformada por mamá, papá e hijos. De ahí se puede derivar que hay una forma de pensar y actuar en función de su crianza, relacionadas con reglas o normas planteadas y ejecutadas en el hogar. De este contexto familiar, se puede inferir de la investigación lo que sigue:

1. En general, la tendencia del estilo parental fue hacia el Democrático, situación que parecía lógica ya que la generación de padres implicados en el estudio nació y vivió dentro de una sociedad que pregona los valores de la democracia como lo son la libertad de pensamiento y de acción, siempre bajo el marco de las leyes, el respeto a las instituciones y la autonomía, y la responsabilidad de sus acciones dentro de la sociedad. No obstante, son contrarios a lo que se percibe día a día dentro de las instituciones escolares; estudiantes que tienden a desconocer la figura de autoridad con cierta beligerancia en sus actuaciones e irrespeto hacia las normas, lo que conduce a pensar que la tendencia de crianza se podría estar orientando hacia un estilo educativo permisivo, que provoca confusión de conceptos en los hijos de estas familias. Cuando los padres crean un clima en el hogar de independencia, corresponsabilidad y autonomía de acción, pareciera que cognitivamente desarrollan en el hijo un sistema de procesamiento, donde la creación, la planificación y el juicio de valor de

sus acciones son puestas en práctica para la resolución de tareas. Favorecen lo que algunos autores llaman la autorregulación del aprendizaje. Mientras que cuando los padres ejercen la educación familiar de manera coercitiva y punitiva, donde no hay independencia de acción por parte del hijo, entonces, cognitivamente, pareciera que el hijo oculta sus talentos y su creatividad, se reprime y retrae cuando se le plantea una tarea. Además, se vuelven personas asistemáticas, pues no saben tomar decisiones por su cuenta al crear dependencia del adulto o instructor.

2. Con respecto al estilo educativo parental y su relación con el rendimiento, los resultados muestran que cuando dentro de la familia hay preferencias por una educación con características de permisividad, o el extremo contrario de autoritarismo, el aprendizaje escolar declina. Mientras que los padres que escuchan las demandas de sus hijos y demarcan normas dentro del hogar, con una comunicación afectiva, donde se observa coherencia entre lo que se dice y lo que se hace por parte de los padres o figuras de autoridad, al tiempo que se diseña un modelo de vida que es copiado por sus hijos, se favorece el rendimiento académico.
3. Por otro lado, estos resultados expresan que los Estilos de Pensamiento estudiados en la investigación, no son únicos y a su vez son socializados, por lo que pueden ser motivados y modificados de acuerdo al contexto. Al igual que se ha encontrado en numerosas investigaciones (Baumrind, 1971; Peralbo & Fernández, 2003; González-Pineda et al., 2004; Bernardo et al, 2009), en este estudio se apoya el supuesto que el éxito académico de los estudiantes tiene más probabilidades en la medida en que éstos utilicen mayor cantidad de estrategias de elaboración de tareas. Además, también se ha verificado que el estilo educativo paterno incide significativamente sobre dichas estrategias.
4. Partiendo de la idea propuesta por Sternberg (1999), quien destaca que el estilo “no es una aptitud, sino más bien una forma preferida de emplear las aptitudes que uno posee... aptitud se refiere a lo bien que alguien puede hacer algo, estilo se refiere a cómo le gusta a alguien hacer algo” (p.24). Pareciera que existen dos estilos de pensamiento que son de preferencia por los estudiantes de la muestra estudiada para aplicar sus capacidades y habilidades en la solución de tareas, que conducen al éxito en su rendimiento: Ejecutivo y Jerárquico.
5. El estilo de pensamiento Jerárquico es el que más evidencia el estudiante exitoso. Esto podría atribuirse al hecho que las personas jerárquicas son organizadas en el uso de

estrategias; analizan las actividades y la forma de abordarlas; lo que puede ser favorable en la realización de las actividades académicas ya que, como lo plantea Sternberg (1999), éstos son los estudiantes que, al presentar un examen, establecen prioridades en su resolución para lograr el máximo de respuestas posibles de manera efectiva en un tiempo determinado.

6. Los resultados expresaron una asociación interesante entre el estilo educativo parental Democrático y todos los estilos de pensamiento de la dimensión Funciones (Ejecutivo, Legislativo y Judicial), y con el estilo Jerárquico de la dimensión Formas. Mientras que el estilo educativo parental Autoritario sólo con el Legislativo y el Jerárquico, pero de manera inversa.

La idea de un estudio como éste, le da relevancia al contexto como un agente socializador de aspectos cognoscitivos de las personas y de las maneras de actuar, frente a las situaciones de la cotidianidad. Es la familia un reflejo de lo que piensan las personas y en la medida en que éstas reconozcan su forma de relacionarse y enfrentar los problemas, además de las estrategias que se deben abordar en la realización de las distintas tareas, se estaría garantizando el éxito cognoscitivo y conductual.

A nivel educativo, se deben tomar en cuenta los estilos para desarrollar un currículo que proponga estrategias que potencien los procesos mentales y permitan la resolución de problemas de forma significativa. De esta manera se garantiza el éxito académico y se adopta la forma familiar más idónea de promoción de la disciplina, afecto y comunicación que tienen los padres con sus hijos. Partiendo de la idea de Sternberg (1999) quien precisa que el *estilo* no es más que “cómo le gusta a alguien hacer algo”, y teniendo presente las particularidades de la relación del estilo parental Democrático con el de pensamiento Jerárquico, quienes saben establecer prioridades y son flexibles, sistemáticos en la resolución y toma de decisiones, sería interesante que dicho binomio estuviese inserto en el desarrollo de propuesta curriculares y en los programas de formación de padres.

Finalmente, resulta relevante continuar investigando sobre las variables estudiadas e incluir otras que potencien la socialización de los estudiantes, como por ejemplo los entornos de aprendizaje (Fan y Zhang, 2014). Así mismo, se podrían realizar estudios longitudinales a través de los cuales se realicen medidas en distintos momentos, dos o tres veces, de tal manera de corroborar si los estilos de los estudiantes se mantienen con el tiempo o sufren modificaciones

basadas en su desarrollo cognitivo producto de su formación académica, lo que, desde el ámbito educativo, permitiría generar estrategias para una mayor y mejor socialización.

Referencias

- Baumrind, D. (1967). Child care practice anteceding three patterns of preschool behaviour. *Genetic Psychology Monographs*, 75, 43-88.
- Baumrind, D. (1971). Current patterns of parental authority. *Developmental Psychology Monograph*, 4 (1, Pt.2), 1-103.
- Bernardo, A., Núñez, J., González-Pienda, J., Rosário, P., Álvarez, L., González-Castro, P., Rodríguez, S., Álvarez, D. & Rodríguez, C. (2009). Estilos intelectuales y rendimiento académico: una perspectiva evolutiva. *Psicothema*, 21(4), 555-561. Recuperado en Octubre de 2010, de <http://www.psicothema.com/pdf/3670.pdf>.
- Buri, R. (1991). Parental authority questionnaire. *Journal of personality assesment*, 57(1) 110-119.
- Castillo, R., Ruiz, J., Chillón, P., Jiménez, D., Esperanza, L., Moreno, L. & Ortega, F. (2011). Associations between parental educational/ocupational levels and cognitive performance in spanish adolescents. *Psicothema*, 23(3), 349-355.
- Cerezo, M^a. T., Cassanova, P., de la Torre, M. & de la Carpio, M^a. (2011). Estilos educativos paternos y estrategias de aprendizaje en alumnos de educación secundaria. *European Journal of Education and Psychology*. 4(1) 51-61. Recuperado en Mayo de 2012, en <http://www.uned.es/reop/pdfs/2012/23-1%20-%20Suarez.pdf>
- Datos Mundiales de Educación (2010-2011). VII Edición. UNESCO/IBE.
- De Zubiría, J., Peña, J. & Páez, M. (2006). Los estilos cognitivos en el instituto Albert Merani. Trabajo de grado para optar al título de Bachiller Científico del IAM. Recuperado en Diciembre de 2010, en <http://www.institutomerani.edu.co/publicaciones/tesis/los%20Estilos%20Cognitivos%20en%20el%20IAM.pdf>.
- Fan, J. y Zhang, L. (2014). The role of perceived parenting styles in thinking styles. *Elsevier*. 32. pp. 204-211. Recuperado de <http://dx.doi.org/10.1016/j.lindif.2014.03.004>
- Garnica, E. (1997). El rendimiento estudiantil: una metodología para su estudio. *Economía XXII*, 13, 7-25. Recuperado en Diciembre de 2011, de http://iies.faces.ula.ve/Revista/Articulos/Revista_13/Pdf/Rev13Garnica.pdf
- Gonçalves, M. & Castellá, J. (2005). Análise fatorial do Questionário de Estilos Parentais (PAQ) em uma amostra de adultos jovens universitários. *Psico-USF*, 10 (1)1-9.
- González-Pineda, J., Núñez, J., González-Pumariega, S., Álvarez, L., Rocas, C., González, P., Bernardo, A., Valle, A., Cabanach, R., Rodríguez, S & Sales, P. (2002). Inducción parental a la autorregulación, autoconcepto y rendimiento académico. *Psicothema* 14, 853-860. Recuperado en Diciembre de 2010, en <http://www.psicothema.com/pdf/807.pdf>
- González- Pineda, J., Núñez, J., González-Pumariega, S., Álvarez, L., Rocas, C., González, P., Bernardo, A., Valle, A., Cabanach, R., Rodríguez, S & Sales, P. (2004). Estudio de la teoría del autogobierno mental a través del Thinking Styles Questionnaire para estudiantes y

- profesores. *Psicothema*, 16, 139-148. Recuperado en Noviembre de 2010, en <http://redalyc.uaemex.mx/pdf/727/72716122.pdf>
- Gronlund, N. (1978). *Elaboración de test de aprovechamiento*. México: Trillas.
- Henao, G., Ramirez, C. & Ramirez-Nieto, L. (2007). Las prácticas educativas familiares como facilitadoras Del proceso de desarrollo en el niño y niña. *AGO USB*, 7 (nº 2), 233-240. Disponible: <http://web.usbmed.edu.co/usbmed/elagora/hm/v7nro2/documentos/capitulo%203.pdf>
- Herrera, & España (2001). *Capítulo 3. Educación para superar la pobreza y alcanzar la equidad*. En *Calidad en Venezuela*. (Pp:141-169). Caracas. Disponible: su200.2.12.143/iies/bases/iies/.../HERRERA_Y_ESPAÑA_2008.PDF.
- Jorge, E. & González, C. (2017). Estilos de crianza parental: una revisión teórica. *Informes. Psicológicos*, 17(2), pp. 39-66, Recuperado de <http://dx.doi.org/10.18566/infpsic.v17n2a02>
- Lyman, H. (1978). *Test score and what they mean*. New Jersey: Englewood Cliffs.
- Manzano, A. & Arranz, E. (2008). Contexto familiar, superdotación, talentos y altas capacidades. *Anuario de Psicología*. 39(3), 289-309. Recuperado en Noviembre de 2010, en <http://etxadi.org/uploads/files/ultimaspublicaciones/FamiliayAltasCapacidades.pdf>.
- Ministerio del Poder Popular para la Educación. (2007). *Subsistema de educaciones secundaria bolivariana: liceos bolivarianos: Currículo*. Caracas: MPPE/CENAMEC.
- Murillo, F. (2008). Resultados de aprendizaje en américa latina a partir de las evaluaciones nacionales. Documento encargado para el informe de seguimiento de la educación para todos en el mundo 2008 “Educación para todos en 2015” ¿Alcanzaremos la meta? Recuperado en Enero de 2011, de https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000154820_spa
- Myers, D. (2005). *Psychology*. (Scaloff, P. Trad.). Buenos Aires: Editorial Médica Panamericana.
- Núñez, J. C., González-Pineda, J., Bernardo, A., González-Pumariiega, S., Álvarez, L., González, P., Rocas, C., Solano, P., Valle, A., Cabanach, R., Rodríguez, S & Rosário, P. (2005). Estilos intelectuales, aptitudes intelectuales y logro académico. Investigación presentada en el Acta do VII Congreso Galaico Portugués de Psicopedagogía de 2004. Braga: Universidad do Minho. 2da. Edición. Recuperado en Noviembre de 2010, en http://www.guiasiedu.com/publicacoes/documentos/2005_estilos_intelectuales_aptitudes_intelectuales_logro_academico.pdf.
- Parra, Á. & Oliva, A. (2006). Un análisis longitudinal sobre las dimensiones relevantes del estilo parental durante la adolescencia. *Infancia y Aprendizaje*, 29 (4), 453-470. Recuperado en Enero de 2011, en <http://personal.us.es/oliva/dimensiones%20relevantes.pdf>
- Peralbo, M. & Fernández, M^a L. (2003). Estructura familiar y rendimiento escolar en educación secundaria obligatoria. *Revista Galego-Portuguesa de Psicoloxía e Educación*, 7(8), 309-322.

- Ruiz de Miguel, C. (2001). Factores familiares vinculados al bajo rendimiento. *Revista complutense de Educación*, 12(1), 81-113. Recuperado en Enero de 2011, en <http://revistas.ucm.es/edu/11302496/articulos/RCED0101120081A.PDF>
- Sánchez, M. (1992). *Desarrollo de habilidades Del procesamiento. Procesos directivos, ejecutivos y adquisición del conocimiento*. México: Trillas.
- Santos, A. (2009). El rendimiento académico. *Innovación y Experiencias educativas*, 24. Recuperado en Octubre de 2010, en http://www.csi-csif.es/andalucia/modules/mod_ense/revista/pdf/Numero_24/ANTONIO_SANTOS_1.pdf .
- Sternberg, R.J. (1986). *Bases teóricas*. En Molina, S. y Fandos, M. (Eds.) *Educación cognitiva I: Mitos, contramitos y verdades sobre la inteligencia humana* (Pp. 93-104). Zaragoza: MIRA.
- Sternberg, R.J. (1999). *Estilos de Pensamiento*. Claves para identificar nuestro modo de pensar y enriquecer nuestra capacidad de reflexión. Barcelona: Paidós.
- Sternberg, R., Grigoremko, E. & Zang, L. (2008). *Styles of learning and thinking mather in instruction and Assessment*. En prensa.
- UNESCO (1998, Octubre). *Declaración mundial sobre la educación superior en el siglo XXI: visión y acción*. Marco de acción prioritaria para el cambio y desarrollo de la educación superior. Recuperado en Febrero de 2011, de http://www.UNESCO.orgeducación/educprog/wche/declaration_spa.htm
- UNESCO (2001, Mayo). *Reunión de expertos internacionales sobre la educación secundaria en el siglo XXI. Tendencias, retos y prioridades*. Recuperado en Diciembre de 2011, del informe final de la UNESCO disponible en <http://unesdoc.unesco.org/images/0012/001243/124393s.pdf>
- Valdivieso, L. (1994). *Psicología de las dificultades del aprendizaje escolar*. Santiago de Chile: Editorial Universitaria.
- Wagner, R. & Sternberg, R. (1991). *Practical intelligence: nature and origins of competence in the everyday world*. USA: Cambridge University.
- Zhang, L. (2002). Thinking styles: their relationships with modes of thinking and academic performance. *The journal of Psychology*, 22(3), 331-348. Recuperado en Diciembre de 2010, de <http://hub.hku.hk/bitstream/10722/43528/1/79119.pdf>.
- Zhang, L. (2004). Revisiting the predictive power of thinking styles for academic performance. *The journal of Psychology*, 138(4), 351-370. Recuperado en Diciembre de 2010, de <http://hub.hku.hk/bitstream/10722/53494/1/102132.pdf>
- Zhang, L. y Sternberg, R. (2005). A Threefold Model of Intellectual Styles. *Educational Psychology Review*, 17(1), 1-53. DOI: 10.1007/s10648-005-1635-4

Elaboración y Validación de un Instrumento Evaluativo para Monitorear la Adquisición de Competencias Blandas en Estudiantes de Pregrado

Verónica Díaz Quezada

mvdiaz@ulagos.cl

<https://orcid.org/0000-0001-6428-2711>

Universidad de Los Lagos (ULA)

Osorno, Chile

Cecilia Sanhueza Cartes

csanhue@uct.cl

<https://orcid.org/0000-0002-5998-5604>

Universidad Católica de Temuco (UCT)

Temuco, Chile.

Recibido: 05/03/2020 **Aceptado:** 15/04/2020

Resumen

El propósito de esta investigación, es mostrar la elaboración y validación por contenido en base al juicio de expertos en el tema, de un instrumento evaluativo basado en competencias blandas o transversales que permitan monitorear la adquisición de estas habilidades en educadores de párvulos, las cuales son consideradas en la actualidad por la literatura tanto nacional como internacional, imprescindibles en su formación, por su complementación con las llamadas competencias duras o genéricas. Un buen educador no solo debe reunir requisitos de tipo intelectual, sino también sociales, emocionales y personales, lo que en el ámbito educativo tiene como consecuencia cambios de dirección y orientación hacia competencias más afectivas. En el caso del alumnado de edades más pequeñas, como son los de Educación Parvularia o Primera Infancia, los futuros docentes tendrán un papel crucial en el desarrollo de estas habilidades blandas o transversales, como por ejemplo, en la autorregulación cognitiva y emocional. Además, esas competencias sociales y emocionales que se activen a esas edades tan tempranas, jugaran un papel fundamental en el posterior desarrollo del infante.

Palabras clave: Competencias Blandas. Educación Parvularia. Instrumento Evaluativo. Educación Superior.

Desenvolvimento a Validação de um Instrumento de Avaliação para Monitorar a Aquisição de Soft Skills em Estudantes de Graduação

Resumo

O objetivo desta pesquisa é mostrar a elaboração e validação por conteúdo com base na opinião de especialistas no assunto, de um instrumento de avaliação baseado em competências transversais ou flexíveis que permitam monitorar a aquisição dessas habilidades em educadores de infância, atualmente consideradas pela literatura nacional e internacional, essenciais em sua formação, para complementação com as chamadas habilidades duras ou genéricas. Um bom professor deve não apenas atender aos requisitos intelectuais, mas também sociais, emocionais e pessoais, o que no campo educacional resulta em mudanças de direção e orientação para habilidades mais afetivas.

No caso de estudantes de idades menores, como os de Educação Infantil ou Primeira Infância, futuros professores terão um papel crucial no desenvolvimento dessas habilidades suaves ou transversais como, por exemplo, na auto-regulação cognitiva e emocional. Além disso, as competências sociais e emocionais ativadas nessas idades iniciais terão um papel fundamental no desenvolvimento subsequente desenvolvimento infantil.

Palavras-chave: Soft Competencies. Educação Infantil. Instrumento Avaliativo. Educação Superior.

Elaboration and Validation of an evaluation instrument to monitor the acquisition of soft skills in undergraduate students

Abstract

The purpose of this research is to show the elaboration, and validation by content based on the judgment of experts in the topic of an evaluative instrument based on soft skill or transversal competences that allow monitoring the acquisition of the abilities in nursery education, which are currently considered by both national and international literature, essential for the complementation with the so-called hard or generic skills. A good teacher must not only meet intellectual, but also social, emotional and personal requirements, what in the educational field has as a consequence changes of direction and orientation towards more affective competences. In the case of students of smaller ages, such as those of nursery education o early childhood, future teachers will have a crucial role in the development of these soft or transversal skills, such as cognitive and emotional self-regulation. In addition, those social and emotional skills that are activated at these early ages, it will play a fundamental role in the further development of the infant.

Keywords: Soft Skills. Nursery Education. Evaluation Instrumen. Higher Education.

Introducción

Las habilidades del siglo XXI comprenden habilidades, capacidades y disposiciones de aprendizaje que se han identificado como necesarias para el éxito en la sociedad y los lugares de trabajo del siglo XXI por parte de educadores, líderes empresariales, académicos y agencias gubernamentales. Esto es parte de un creciente movimiento internacional que se enfoca en las habilidades requeridas para que los estudiantes dominen en preparación para el éxito en una sociedad digital que cambia rápidamente. Muchas de estas habilidades también están asociadas con un aprendizaje más profundo, que se basa en el dominio de habilidades como el razonamiento analítico, la resolución de problemas complejos y el trabajo en equipo. Estas habilidades difieren de las habilidades académicas tradicionales en que no se basan principalmente en el contenido basado en el conocimiento (Dede, 2009; Cuban, 2015; Graham, 2015). Se trata de cualidades, atributos y capacidades comunicativas que, según la literatura, no se adquieren en el ámbito académico y que no son obligatorias (pero sí deseables) para el desempeño de un trabajo en concreto, sino que se aprenden en el ámbito personal.

Alternativamente conocidas como habilidades esenciales, habilidades del siglo XXI, habilidades sociales emocionales o habilidades para trabajar, estas "habilidades blandas" son de naturaleza interdisciplinaria. La influencia de organismos internacionales tales como World Health Organization WHO (2009), UNESCO (2015) y OCDE (2016) surgió en la década de los noventa en Chile, un impulso por modernizar la educación a través de la implementación del llamado currículum transversal para hacer frente a la complejidad del próximo siglo.

Es así, como en la literatura especializada, existe evidencia que el foco de análisis en la educación en Chile, es la formación inicial docente se basó en el manejo de distintos dominios, entendiendo que el mejoramiento significativo en el rendimiento académico de los estudiantes, está en directa relación con la formación del profesor que imparte la enseñanza (Cisternas, 2018; CIDE y Mineduc, 2007, Darling-Hammond y Sykes, 2003). Lo mismo se ratifica entre los resultados encontrados en las investigaciones internacionales actuales, que destacan que un buen docente no solo debe reunir requisitos de tipo intelectual, sino también sociales, emocionales y personales (Pertegai-Felices, Castejon-Costa y Martinez, 2011).

A la edad de los párvulos, los niños dependen en gran medida de los adultos que los rodean pasando un tiempo importante con sus educadoras. Por lo tanto, por definición, una parte importante de las relaciones a esta edad son jerárquicas. Las relaciones igualitarias con sus compañeros brindan a los párvulos la oportunidad de experimentar la colaboración y la competencia. Para comunicarse de manera efectiva dentro de su grupo de pares, los niños deben relacionarse con los puntos de vista de los demás, comprender a los demás y al mismo tiempo aclarar efectivamente sus propias posiciones. Estas habilidades sociales constituyen una fuente importante para su futuro bienestar social (Campbell, 2002; Denham et al., 2003) y el funcionamiento académico (Dong Hwa y Juhu, 2003).

En Chile, los jardines infantiles donde realizan la práctica profesional los educadores de párvulos son variados. Están las escuelas de párvulos, los jardines privados, Integra, JUNJI. Dada la importancia de la primera infancia, se han creado las Bases Curriculares de Educación Parvularia, generada por parte de la Subsecretaría de Educación Parvularia, el año 2018.

Existen estudios que le dan crédito a la relación existente entre el rendimiento en el trabajo y su relación con las competencias emocionales (Murga y Ortego, 2003; Boyatzis, 2006; Brotheridge y Lee, 2010); Según los autores Uitto, Jokikokko y Estola (2015), Pekrun y

Linnenbrink-Garcia (2014), esto repercutiría en cambios tanto de orientaciones como de direcciones hacia competencias que se consideran mucho más efectivas.

Pero prácticamente no existen instrumentos evaluativos para los futuros educadores de párvulos que den cuenta, por una parte, de las competencias blandas adquiridas, y por otra, de los aspectos prácticos de su ejercicio profesional antes de egresar de los programas de formación (Coll, Taylor y Grainer, 2002; Orellana, Gorrochotegui, Lagomarsino y Mies, 2014).

En general, un estudiante promedio de una carrera de Educación Parvularia en Chile, logra ser un profesional en la medida en que aprueba las asignaturas que están su plan de estudio y que evidencian conocimiento y competencias duras. Sin embargo, existen otras habilidades que, si bien forman regularmente parte del perfil de egreso de la carrera, como se pudo comprobar en la revisión de los perfiles de egreso de varias carreras de Educación Parvularia, éstas son escasamente evaluadas por las instituciones, que tienen relación con las distintas interacciones que los estudiantes efectúan durante su paso por la enseñanza superior.

De hecho, según Corporán (2014) la mitad de las actividades de aprendizaje que los maestros realizan en sus clases, no apuntan a enseñar habilidades blandas, según estudios realizados por la OECD, MICROSOFT y la Sociedad Internacional de la Información, (Corporán, 2014).

Las habilidades blandas se consideran aquellas habilidades de relación humana e interacción que no son específicas del trabajo. Son notables pero difíciles de medir. Las habilidades duras tienden a ser aquellas habilidades que son más específicas del trabajo o de la industria y más mensurables (Mitchell, 2017), por lo tanto, la posibilidad de contar con un instrumento que permita monitorear el estado de apropiación de los estudiantes respecto a las habilidades blandas o transversales que se complementan con las habilidades duras o genéricas que cada institución requiere, resulta imprescindible para las instituciones formadoras. Existe consenso con respecto a la necesidad de monitorear la progresión de estos elementos fundamentales de la formación pedagógica, por lo que crear instrumentos que no existen, instancias y modalidades de evaluación es un punto importante del diseño curricular en especial en Educación Parvularia, dado que los futuros docentes de esta área, en muchos casos serán los responsables no solo del aprendizaje curricular, sino también de la educación, desarrollo y socialización de los menores, donde las emociones y su correcto manejo y comprensión juegan un papel fundamental.

Objetivos

De las consideraciones precedentes, el presente estudio tiene como objetivo general explicar el proceso de elaboración y validación de un instrumento evaluativo para conocer las competencias blandas de los estudiantes de Educación Parvularia de la enseñanza superior.

Los objetivos específicos son (1) Revisión de los perfiles de egreso de las carreras de Educación Parvularia según las Bases Curriculares y Marco para la Buena Enseñanza de Educación Parvularia en Chile en competencias blandas. (2) Selección y definición de las categorías de competencias blandas.

Marco Teórico

Inteligencia emocional

El tema de la inteligencia emocional ha ganado interés desde la introducción original a través de los trabajos de Salovey y Mayer (1990) y Goleman (1995). La evidencia del creciente interés en la inteligencia emocional está presente en una búsqueda del término en la base de datos multidisciplinaria de Thoreau, que arroja cientos de resultados (Dean y East, 2019). Las organizaciones interesadas en comprender el vínculo entre el desempeño organizacional y las emociones han estudiado la inteligencia emocional (Chin, Anantharaman y Tong, 2015).

Wisker y Poulis (2015) identificaron la inteligencia emocional como un componente de las habilidades blandas. Si bien existe la consideración de la inteligencia emocional en un entorno laboral positivo, Ybarra, Kross y Sanchez-Burks (2014) declararon que las emociones de un individuo en un entorno laboral negativo, podrían tener un efecto negativo en las habilidades interpersonales de la persona. Para Joseph, Jin, Newman y O'Boyle (2015), la inteligencia emocional es el vínculo entre las emociones y el rendimiento que impulsa el interés corporativo en el tema. La satisfacción laboral, la motivación, las habilidades interpersonales y la calidad de vida pueden afectar las emociones de un individuo (Siddiqui y Hassan, 2013).

De acuerdo con Serrat (2010), la inteligencia emocional describe la capacidad, habilidad o capacidad autopercebida para identificar, evaluar y manejar las emociones de uno mismo, de los demás y de los grupos. Las personas que poseen un alto grado de inteligencia emocional se conocen muy bien y también pueden sentir las emociones de los demás. Son afables, resistentes y optimistas. La inteligencia emocional se puede distinguir en dos partes de acuerdo con el rendimiento superior u ordinario de los individuos y los equipos: *Inteligencia intrapersonal*: ser

consciente de sí mismo e inteligente al identificar pensamientos y emociones; También tener autogestión para hacer frente a estos pensamientos y sentimientos. *Inteligencia interpersonal*: ser inteligente para ser consciente de los demás e identificar sus pensamientos y sentimientos; También tiene habilidades de gestión de relaciones que son efectivas para organizar las acciones en las cooperaciones adecuadamente (Palethorpe, 2006).

Los autores Cejudo y Lopez (2017) dan cuenta de un estudio dirigido a conocer la opinión de los profesores sobre la importancia de algunas de las dimensiones que componen el dominio muestral de la inteligencia artificial, para ser un maestro altamente competente. En una muestra de 196 docentes de Educación Parvularia y Educación Básica, se evaluó la importancia de algunas de las dimensiones que componen el dominio muestral de la inteligencia artificial (IE), para ser un profesor altamente competente. También se evaluó el nivel de inteligencia emocional del profesorado. Los docentes de Educación Parvularia expresaron mayor valoración de la importancia de las dimensiones de la inteligencia artificial que los docentes de Educación Básica. Los docentes con alta IE mostraron un mayor reconocimiento de la importancia de las dimensiones que componen el dominio muestral de la IE para ser un profesor altamente competente que sus colegas con niveles bajos de IE.

Habilidades blandas

Según la literatura, a partir de los años noventa aparecen las llamadas habilidades o competencias del siglo XXI (Murnane y Levy, 1996; Pellegrino y Hilton, 2012; Soland, Hamilton y Stecher, 2013; Duckworth y Yeager, 2015). Luego de ello, aparece el término de *soft skills* o habilidades blandas (Heckman y Kautz, 2012).

Para Urhan (2018), las habilidades blandas se conocen como habilidades de las personas y contribuyen a las habilidades duras. Se pueden definir fácilmente como la capacidad de interacción con los demás y están relacionados con las emociones, los sentimientos, el instinto, es decir, el conocimiento interno. Estas habilidades pueden mejorar el desempeño laboral, las perspectivas de carrera y las relaciones individuales. Si bien son innatas y no pueden enseñarse como las habilidades duras, se pueden desarrollar y mejorar con suficiente práctica.

Aprender habilidades blandas no es un pensamiento realista porque las habilidades blandas no son las habilidades que uno puede aprender de memoria. Ya han existido en la naturaleza de casi todas las personas, y la única forma de usarlas es identificarlas y desarrollarlas a través de algunos esfuerzos: mediante el autoaprendizaje a través de algunas herramientas u

obtener capacitación de maestros o formadores. Sin embargo, las habilidades no cognitivas pueden ser más susceptibles a la intervención directa que la capacidad cognitiva, particularmente más allá de la infancia y la primera infancia (Cunha y Heckman, 2008; Dee y West, 2011; Heckman y Kautz, 2013)

Existen diferentes definiciones de habilidades blandas, pero casi todas ellas definen en un punto la comprensión común de la naturaleza humana. Una de las primeras definiciones dadas por World Health Organization WHO (1994) sobre habilidades para la vida es la siguiente: “son habilidades para un comportamiento positivo y de adaptación, que permite a los individuos lidiar efectivamente con las demandas y los retos de todos los días” (WHO, 1994, p.1).

Las habilidades que se definieron como básicas para el bienestar de la niñez y adolescentes fueron: la toma de decisiones, resolución de problemas, pensamiento creativo, pensamiento crítico, comunicación efectiva, habilidades para las relaciones interpersonales, empatía, manejo de las emociones, manejo del estrés, auto consciencia. Sin embargo, es importante clarificar que las habilidades sociales forman parte de las habilidades blandas, pero estas últimas están conformadas por otras categorías que puede a su vez implicar el uso de varias habilidades de diversas categorías de manera complementaria (Mangrulkar, Whitman, y Posner, 2001).

Todas las habilidades blandas se han dimensionado desde distintas perspectivas y en las definiciones expuestas solo se busca destacar una conceptualización que integra los elementos básicos de la habilidad, por tanto, no existe una definición única, ni existe una única definición de cada una de las habilidades que forman parte del conjunto. La revisión de la literatura, diferencia de las habilidades duras a las habilidades blandas, las cuales están orientadas a permitir que las personas desarrollen y exploten sus habilidades sociales, las que necesariamente deben ser complementadas con las habilidades duras.

De acuerdo a Cinque (2016), existen diferentes nombres para denominar a las habilidades blandas en algunos países de Europa. Por ejemplo, la OECD (2013) utiliza los términos ‘competencias clave’ y más recientemente, ‘habilidades para el progreso social’ (OECD, 2015). Alemania las denomina “competencias claves y general competencias” ((*Schülsselkompetenzen, übergreifende; (Kompetenzen)*), Austria: “competencias clave” (*Schülsselkompetenzen*), Bélgica: “competencias transversales y competencias clave” Belgium fr: *competences* transversales; Belgium nl. *Sleutelcompetenties*). Inglaterra las denominan

“competencias claves, competencias centrales, habilidades sociales y competencias transversales” (*Key skills*- Enlagand, Ireland; *Core skills*-Scotland; *Life skills, key transferable skills, cross*). Dinamarca “competencias clave” (*Nøglekompetence*). España: Habilidades sociales y competencias genéricas. Francia: Competencias transversales (*Compétences transversales*). Italia: Competencias transversales (*Competenze trasversali*)

Meta Competencias (*Meta competenzaze*) y Portugal: Competencias esenciales (*Competências essenciais*), Competencias transversales o genéricas (*Compeências Transversais ou genéricas*).

Según Mujica (2015), las competencias blandas son atributos de una persona que le permiten relacionarse y comunicarse de manera efectiva con otras manifestando habilidades sociales, tanto en el contexto del trabajo como en la cotidianidad. Para Gardner (2014), estas habilidades se refieren a tener una mente disciplinada, con capacidad de síntesis, de trabajo en equipo, con presencia de liderazgo, con creatividad y ética. CIDE (2013) orienta las habilidades blandas a las aptitudes sociales de la persona. Las refiere capacidades de trabajo en equipo y de comunicación entre otras.

A diferencia de las habilidades duras, técnicas o cognitivas, a las que Iturralde (2003) las define como destrezas técnicas que permiten desempeñar tareas específicas y que se logran a través del proceso formativo disciplinar y entrenamiento en el mismo ejercicio de las funciones que se requieren. Por otra parte, para este autor, las habilidades blandas tienen que ver con habilidades actitudinales necesarias para tener una buena relación con las demás personas, escuchar, hablar, comunicarse, liderar, estimular, delegar, analizar, entre otras. (Iturralde, 2003).

Al agrupar todas estas definiciones se puede confirmar el valor que tienen las habilidades blandas, sobre todo si se enfocan específicamente en el área de la Educación Parvularia, para lograr una buena relación profesor-infante.

Para efectos de esta investigación, compartimos la definición de competencias blandas de Murti (2014), como habilidades que no son técnicas y que se han determinado necesarias en el ambiente de trabajo, son transversales en las competencias del individuo y están más relacionadas a la personalidad, actitud y comportamiento de cada persona.

Investigaciones de competencias blandas internacionales

Según *The Automation Readiness Index* (2018), la educación y la capacitación deben tomarse en serio y deben desarrollarse estrategias a largo plazo para manejar los desafíos que la automatización traerá en el futuro. Todos los estudiantes, es decir, las futuras fuerzas laborales deben ser educados y entrenados en cuanto a las habilidades que las computadoras nunca tienen. Se deben tomar precauciones a nivel país para adaptarse a las necesidades futuras. Por ejemplo, con respecto al informe, se comprueba que Corea del Sur se destaca como el líder que agrega habilidades blandas al plan de estudios. Alemania, Singapur y Japón toman los siguientes tres rankings después de Corea del Sur. El *World Economic Forum* (2019) realizó una encuesta a 56.000 jóvenes entre 15 y 35 años, para conocer para conocer las actitudes y las habilidades, y el impacto de la tecnología en el futuro del trabajo en seis países: Indonesia, Malasia, Filipinas, Singapur, Tailandia y Vietnam. Los jóvenes de la Asociación de jóvenes de las naciones del sudeste asiático ASEAN, valoraron más las habilidades blandas que las habilidades duras, y creen que son más competentes en las habilidades blandas. Cuando se les pregunta qué habilidades creen que serán más valiosas en el futuro, valoran más las habilidades blandas como la inteligencia emocional, la resistencia y adaptabilidad que, en habilidades duras, generalmente consideradas como "STEM": ciencia, tecnología, ingeniería y matemáticas

Dentro de los instrumentos administrados a los estudiantes para conocer su inteligencia emocional, se elaboró el *Trait Meta-Mood Scale 48* (TMMS-48) de los autores Salovey, Mayer, Goldman, Turvey y Palfai (1995), el *Schutte Self Report Inventory* (SSRI) de Schutte, Malouff, Hall, Haggerty, Cooper, Golden y Dornheim (1998). A continuación, se elaboraron los test *Multifactor Emotional Intelligence Scale* (MEIS) y el *Emotional Intelligence Test* conocido como MSCEIT, ambos de los autores Mayer, Caruso y Salovey (1999, 2002), respectivamente.

Por su parte, la OECD (2015) inició un estudio sobre habilidades sociales y emocionales SSES, en estudiantes entre 10 y 15 años, con el objetivo de proporcionar información sobre las condiciones y prácticas que fomentan u obstaculizan el desarrollo de estas habilidades. Este estudio comenzó a mediados de 2017 y durará tres años; el trabajo de campo principal tendrá lugar en 2019 y los hallazgos se publicarán en 2020.

La *OECD Learning Compass 2030* distingue entre tres tipos diferentes de habilidades: habilidades cognitivas y metacognitivas; habilidades sociales y emocionales; y habilidades físicas y prácticas. Indican que las habilidades sociales y emocionales, como la empatía, la

autoconciencia, el respeto por los demás y la capacidad de comunicarse, se están volviendo esenciales a medida que las aulas y los lugares de trabajo se vuelven más étnica, cultural y lingüísticamente diversa (OECD, 2018)

Continuando en el ámbito profesional internacional, Palomera, Fernández-Berrocal y Brackett (2008) aseveran que recientemente se ha comenzado a analizar la relación entre la inteligencia emocional y el bienestar del docente. En Chile, no existe tradición sobre la evaluación de estas competencias, sin embargo, en países anglosajones destaca Estados Unidos, donde se han realizado importantes investigaciones al respecto, invirtiendo alrededor de 50 billones de dólares cada año en formación del profesorado, de la cual, gran parte se centra en capacidades sociales y emocionales (Cherniss, 2000).

Los autores Yan, Yinghong, Man , Whiteside y Tsey (2019), evaluaron la viabilidad de un curso de bienestar australiano en el contexto de la capacitación explícita en habilidades blandas en una universidad china, en un piloto con 29 estudiantes de segundo año. Los resultados muestran claramente que los participantes encontraron relevante y aceptable tanto el contenido de la capacitación como el enfoque de aprendizaje social participativo. La capacitación tuvo un impacto positivo estadísticamente significativo en los resultados evaluados de las habilidades blandas de las cualidades humanas. Se destacan las implicaciones de los hallazgos para el interés actual en capacitar a estudiantes universitarios chinos en el espíritu de innovación y empresa.

El entrenamiento en competencias duras como se les ha denominado a las destrezas cognitivas necesarias para el desarrollo de una profesión, fueron y en algunos casos siguen siendo el interés central de las instituciones de educación superior en Chile, como es el caso de la Prueba de Selección Universitaria PSU como requisito de ingreso a las instituciones de educación superior, el Programa para la Evaluación Internacional de Estudiantes PISA, entre otras, llegando a considerarse necesarias para obtener éxito a nivel profesional (Bassi, Busso, Urzua, y Vargas, 2012). Lo cual a juicio de Singer et al. (2009), no necesariamente es así. En algunos casos se han considerado necesarios para obtener un buen trabajo e incluso éxito profesional (Bassi et al., 2012). Sin embargo, este aspecto es contradictorio, ya que también se ha encontrado que los resultados de estas pruebas no son necesariamente predictivos de éxito profesional (Singer et al., 2009).

No obstante, a juicio de Guerra (2019), son pocas las investigaciones que se han interesado en evaluar las competencias blandas en estudiantes universitarios y su relación con futuro el desempeño laboral. Autores como John (2009), Singer et al. (2009), Fernández y Tapia (2012), Albarrán y González (2015), Gómez, Manrique-Lozada y Gasca-Hurtado (2015), han realizado estudios exploratorios en este campo, pero dada su importancia en la formación de educadores y sobre todo de infantes, no es suficiente.

Esto se explicaría porque al revisar la literatura, en muchos casos el desarrollo de las habilidades blandas se relaciona con características propias de la personalidad del individuo, por lo que teóricamente dificultaría la posibilidad de poder modificarlas a través del entrenamiento (Moss y Tilly, 1996; Brunello y Schlotter, 2011; Nitonde, (2014). Autores como Cunha y Heckman (2007) al respecto argumentan que, si las habilidades blandas son consideradas como aspectos de la personalidad, entonces solo podría lograrse un desarrollo de estas, primero al tenerlas los propios educadores de párvulos para luego poder entrenarlas desde edades muy tempranas, es decir, durante la infancia a sus estudiantes.

Según el World Economic Forum WHO (2018), la comparación de la demanda de habilidades 2018 frente a 2022, son mostradas en la Figura 1

Figura 1. Comparing skills demand, 2018 vs 2022, top ten

Today, 2018	Trending, 2020
<ul style="list-style-type: none"> • Analytical thinking and innovation • Complex problem-solving • Critical thinking and analysis • Active learning and learning strategies • Creativity, originality and initiative • Attention to detail, trustworthiness • Emotional intelligence • Reasoning, problem-solving and ideation • Leadership and social influence • Co-ordination and time management 	<ul style="list-style-type: none"> Analytical thinking and innovation Active learning and learning strategies Creativity, originality and initiative Technology design and programming Critical thinking and analysis Complex problem-solving Leadership and social influence Emotional intelligence Reasoning, problem-solving and ideation Systems analysis and evaluation

Fuente: Future of Jobs Survey 2018, World Economic Forum

Del mismo modo, el World Economic Forum afirma que las 10 habilidades que disminuirán el 2022 son: Manual dexterity, endurance and precision; Memory, verbal, auditory and spatial abilities; Management of financial, material resources; Technology installation and

maintenance; Reading, writing, math and active listening; Management of personnel; Quality control and safety awareness; Co-ordination and time management; Visual, auditory and speech abilities; Technology use, monitoring and control.

De acuerdo al informe de tesis doctoral en la Universidad de Kentucky, las cinco habilidades blandas más valoradas son: la integridad, la capacidad de comunicación, la responsabilidad, las habilidades sociales y el liderazgo (Wayne, 2019).

Un estudio reportado por Young (2018) llevado a cabo en el Centro de Investigación de Stanford concluye que el 85% del éxito profesional depende del desarrollo de las llamadas habilidades blandas y solo el 15% está vinculado a destrezas y conocimientos técnicos adquiridos a lo largo del tiempo de su formación académica, es decir, habilidades duras o genéricas, que se acreditan con las actas de notas, los registros académicos, los títulos obtenidos, los certificados de capacitación, las constancias de idiomas aprendidos, los grados académicos (Boyatzis, 2006), entre otros. Aunque muchas personas poseen inherentemente este tipo de habilidades, cualquiera puede trabajar para desarrollarlas. En cambio, dentro de las habilidades blandas son importantes los buenos modales, el optimismo, el sentido común, el sentido del humor, la empatía y la capacidad de colaborar y negociar. Además, una persona con un alto nivel de inteligencia emocional tiene buenas habilidades de comunicación y gran capacidad para trabajar en equipo.

En Jordania presentaron Groh, Krishnan, McKenzie, y Vishwanath (2016) un programa para evaluar las habilidades blandas que utiliza tres elementos: evaluaciones a través de juegos de roles, ejercicios grupales y entrevistas para indagar sobre las habilidades. Por su parte, Escocia realizó un proyecto en el año 2011 en este mismo ámbito, cuyo propósito era medir y evaluar las habilidades blandas. De acuerdo a sus resultados, el liderazgo y la conciencia del contexto, fueron las habilidades claves tanto para el desarrollo de las personas, el trabajo y el empleo (Kechagias, 2011).

En España, la investigación más reciente la realizaron Balaguer, Pujol y Grell (2018), cuyo objetivo fue presentar y analizar el desarrollo del aprendizaje de los estudiantes que cursan la formación inicial de maestros de Educación Parvularia. Para ello, consideraron cuestionamientos tales como que, en la carrera, los estudiantes tienen que adquirir diferentes competencias que les permitan convertirse en buenas personas y buenos profesionales. Pero también cuestionaron ¿cuál es el proceso a través del que los estudiantes pasan a asumir las

competencias comunicativas y el pensamiento crítico que les permitirán ser maestros? ¿Cómo autorregulan los estudiantes sus aptitudes lingüísticas, ya sea las orales y escritas? ¿Están conscientes con su propio aprendizaje en esta materia y son además críticos de ella? A través de estas reflexiones, se plantea el estudio de los procesos meta cognitivos que permiten la cristalización de los conocimientos y las habilidades lingüísticas. Los autores prevén que la investigación dure 2 años. La metodología responde a un modelo longitudinal mixto para lograr informaciones sobre la percepción de los estudiantes de grado de Educación Parvularia, acerca el desarrollo de su competencia lingüística y comunicativa. En este artículo concretamente se pretende describir el diseño de la investigación, el instrumento elaborado y los primeros resultados de naturaleza cualitativa de los que se desprende la necesidad de mejorar los procesos de reflexión de los estudiantes de grado de Educación Infantil o Educación Parvularia.

En América Latina, el Banco Interamericano de Desarrollo, efectuó entre el 2008 y el 2010 una investigación que buscó observar sistemáticamente las habilidades blandas en Chile, Argentina y Brasil con la finalidad de conocer la relación existente entre la educación en la escuela y la educación para los jóvenes en el contexto laboral. Cabe hacer notar que esta investigación tuvo un importante impacto (Bassi et al., 2012).

Investigaciones en Educación Parvularia en Chile

En Chile, los educadores de párvulos o de primera infancia, son agentes especializados en la educación de los niños de entre 0 a 6 años. Una investigación en el ámbito de la Educación Parvularia, es la medición que se realizó sobre la calidad de vida desde la perspectiva de la salud y su relación en el ámbito laboral a 156 de estos profesionales de la educación. De acuerdo a los resultados que hacen referencia al uso de un cuestionario, se encontraron relaciones altamente positivas en la función física, es decir, que el estado de salud encontrado era compatible con su trabajo. También se percibe una relación del rol emocional con el ausentismo y dependencia laboral, además de una estrecha relación entre la vitalidad y el número de niños a cargo (Arteaga, Hermosilla, Mena y Contreras, 2018).

El Instituto de Estudios Avanzados en Educación CIAE de la Universidad de Chile, realizó una investigación para la Organización de Estados Americanos y la Subsecretaría de Educación Parvularia de Chile, cuyo objetivo era la caracterización de las prácticas de liderazgo en Educación para la Educación Parvularia en Iberoamérica, con especial énfasis en el trabajo

que se desarrolla en jardines infantiles chilenos. Los hallazgos del estudio, se relacionan con una síntesis del estado del arte sobre el liderazgo ejercido en Educación Parvularia, tema escasamente abordado en Chile y en el resto de Iberoamérica, según los autores del estudio; aun cuando aseguran, que existe en Chile mayor preocupación por la calidad de la Educación Parvularia; también se realiza una amplia descripción del sistema de Educación Parvularia chileno, enfatizando el rol directivo y liderazgo en el contexto chileno (CIAE, 2018-2019).

Metodología y Procedimientos

Elaboración del instrumento evaluativo

La confección del instrumento se realizó en cuatro etapas.

✚ Etapa 1

La primera consistió en la revisión de los perfiles de egreso de las carreras de Educación Parvularia y su relación con las Bases Curriculares y Marco para la Buena Enseñanza de Educación Parvularia en Chile, para extraer de cada uno de ellos la relación con las habilidades blandas o transversales que se caracterizan por ayudar a entender mejor un contexto e influir en el.

✚ Etapa 2:

Se revisaron acuciosamente las competencias relacionadas con los perfiles de egreso en las carreras de Educación Parvularia en Chile y su intersección, para llegar a las definiciones internacionales de las competencias más utilizadas en el siglo XXI. De ellas se eligieron las competencias blandas que se reconocen internacionalmente como las más importantes, que coinciden además con las que forman parte de la formación del futuro educador de párvulos, las que posteriormente constituirían la base del instrumento evaluativo. De esta forma, se seleccionaron las siguientes cinco categorías de habilidades o competencias blandas, que se indican a continuación en la Figura 2.

Figura 2. Categorías de competencias blandas



Fuente: Elaborada por las autoras

✚ **Etapa 3:** Se definieron las categorías que formarán parte del instrumento evaluativo

Definición de las categorías de competencias blandas

Habilidades Socioemocionales

La perseverancia, sociabilidad y curiosidad son habilidades socioemocionales que, como su nombre lo indica, están estrechamente relacionadas con las emociones, las cuales se encuentran presentes en todos nuestros comportamientos y son las encargadas de motivar, energizar y dirigir tanto el pensamiento como la conducta (West, 2016).

Ética Profesional

La ética profesional, considera que los maestros están sujetos a un conjunto de normas comunes de conducta profesional que existen principalmente para garantizar que brinden la más alta calidad de servicio público y ejerzan la autoridad que les otorga la sociedad de manera responsable. Típicamente articuladas en un código de ética profesional o documento afín, las normas de profesionalismo ético están destinadas a guiar la conducta de los profesionales con un propósito social específico: mantener la confianza pública en la profesión (Maxwell y Schwimmer, 2016).

Resolución de problemas

Las habilidades para resolver problemas son un conjunto de habilidades blandas para usar en asuntos difíciles, inesperados o complicados que surgen en el lugar de trabajo. Las habilidades blandas para resolver problemas generalmente permiten que un individuo se prepare para los problemas antes de que sucedan. La resolución de problemas involucra aspectos de varios otros conjuntos de habilidades blandas, ya que requiere elementos de comunicación, creatividad, fiabilidad, toma de decisiones, liderazgo y análisis exhaustivo (Contessa, 2019).

Trabajo en equipo

El trabajo en equipo responde a las personas que trabajan juntas en un entorno cooperativo para lograr objetivos comunes del equipo mediante el intercambio de conocimientos y habilidades. El trabajo en equipo exitoso se basa en la sinergia existente entre todos los miembros del equipo que crean un ambiente donde todos están dispuestos a contribuir y participar para promover y nutrir un ambiente positivo y efectivo entorno de equipo. Los miembros del equipo deben ser lo suficientemente flexibles como para adaptarse a entornos de trabajo cooperativo donde los objetivos se alcanzan mediante la colaboración y la interdependencia social en lugar de objetivos competitivos individualizados (Luca y Tarricone, 2001)

Habilidades comunicativas

Corresponden a una sólida habilidad que asegura una comunicación clara dentro del grupo. Alienta a los miembros del equipo a compartir información, habla por todo y valora las contribuciones de todos los miembros. Además, requiere saber plantear de manera adecuada lo que se quiere decir, considerando el contexto y el medio que usará para hacerlo (Alles, 2006).

Etapa 4

En esta fase se elaboró el instrumento evaluativo consistente en un cuestionario de opinión en relación a las cinco categorías de competencias blandas con 41 afirmaciones medidas en una escala Likert de 5 instancias de respuesta: (5) muy de acuerdo, (4) de acuerdo, (3) indiferente, (2) en desacuerdo y (1) muy en desacuerdo, en la cual el encuestado debe marcar una sola respuesta. Se trata de un solo instrumento que puede ser aplicado en forma anónima y

con fines de investigación, a los propios estudiantes educadores de párvulos (autoevaluación). La composición del instrumento se muestra a continuación en los Cuadros 1 al 5.

Instrumento para el monitoreo de las habilidades blandas

Cuadro 1: Habilidades Socioemocionales

Categoría: Habilidades Socioemocionales
Es capaz de mostrarse amable en momentos de estrés
Sabe establecer un diálogo entre las prioridades del infante y las propiedades técnicas
Tiene una vida personal feliz fuera de la Universidad
Se cuida a sí misma/o en momentos de estrés
Se preocupa y cuida a sus compañeras/os en momentos de estrés
Tiene la capacidad de ponerse en el lugar de la otra persona
Es capaz de comunicar sus sentimientos y emociones a otros
Las decisiones no las asume con responsabilidad
Mantiene una relación más bien regular con todos en su carrera
Manifiesta reacciones de emoción frente a ciertas situaciones
Administra su tiempo en función de prioridades

Cuadro 2: Ética Profesional

Categoría: Ética profesional
Comprende su actuar de acuerdo con el sentido ético que la educación demanda
Es puntual y hace las cosas a tiempo
Tiene capacidad para tomar iniciativas
Se considera confiable y cumple las promesas que asume
Establece vínculos de confianza y afecto
Se relaciona con su entorno laboral en forma armoniosa
Manifiesta aceptación de todo tipo de diversidad

Cuadro 3: Resolución de problemas

Categoría: Resolución de problemas
Piensa lógicamente frente a una situación difícil
Encuentra soluciones ante una situación difícil
Es capaz de resolver un problema de manera efectiva y rápida
Es capaz de analizar una información y definir una solución o estrategia de acción
Tiene capacidad para organizarse y hacer una gran cantidad de tareas en poco tiempo
Considera que puede idear una solución para un tema de su trabajo que se encuentra estancado
Si tiene que actuar ante un inconveniente, simplemente lo evade
Ante un problema, piensa más en la solución que en el problema mismo

Cuadro 4: Trabajo en equipo

Categoría: Trabajo en equipo
Le agrada trabajar sola/o
Escucha y aprecia las opiniones de todos los miembros del curso
Apoya y enseña a sus compañeros con menores conocimientos
Impone sus ideas por sobre los demás miembros del curso
Cumple con los acuerdos establecidos por el grupo del curso
Respeto las opiniones de los demás aunque sean diferentes a las suyas
Es incluyente con los miembros del curso y se mantiene al margen
Comunica toda la información posible al resto de sus compañeros para el logro de los objetivos en común

Cuadro 5: Habilidades comunicativas

Categoría: Habilidades comunicativas
Considera que se expresa adecuadamente de forma verbal
Es capaz de jerarquizar asuntos relativos al trabajo y comunicarlos de forma oportuna
Considera que me expresa adecuadamente de forma escrita
Sabe escuchar a los demás
Comprende las necesidades de los demás
Tiene sentido del humor y lo utiliza en momentos acertados
Considera que expresa sus ideas en su curso de manera efectiva
Considera que se expresa adecuadamente de forma verbal

Validación del instrumento evaluativo

Los expertos en medición han enfatizado que la validez no es una característica inherente de una medida en sí misma, sino más bien una característica de una medida con respecto a un uso final particular (AERA, APA, NCME, 1999/2014). Por lo tanto, las diferentes medidas, con sus ventajas y limitaciones únicas, son válidas de manera diferencial dependiendo no solo de sus propiedades psicométricas, sino también de su aplicación prevista.

El cuestionario de opinión basado en competencias blandas fue validado por contenido mediante el juicio de ocho expertos en el tema (Skjong y Wentworth, 2001), todos académicos universitarios. Se les hizo llegar una tabla de operacionalización de las variables, que se iniciaba con las definiciones de cada una de las cinco categorías consideradas en esta investigación. Un cuestionario con 50 preguntas con las cuales debían relacionar la pertenencia a la categoría de trabajo en equipo, habilidades comunicativas, ética profesional, resolución de problemas y habilidades sócioemocionales.

Se consideró un 85% de congruencia entre sus respuestas, para aceptar como válida la categoría y las preguntas asociadas a ellas. Finalmente conformaron el instrumento evaluativo 41 de ellas. (Hyrkäs, Appelqvist-Schmidlechner y Oksa, 2003)

Una vez piloteado, se elaborará la versión final y se calculará su consistencia interna para ser aplicado a los estudiantes de Educación Parvularia del octavo semestre de formación, dado que se encuentran en periodo de práctica profesional insertos en un equipo de trabajo en diversas instituciones de Educación Parvularia, tales como, salas cuna, jardines infantiles, escuelas u otro, en un par de universidades de Chile y en dos regiones del país.

Conclusiones y Comentarios Finales

El instrumento evaluativo se encuentra en una fase previa a su primera aplicación formal a varias cohortes de estudiantes. Se espera que el instrumento permita contar con información acerca del grado de desarrollo de las distintas competencias blandas necesarias para trabajar mejor en el contexto pedagógico; entendiendo este contexto tanto en las relaciones que se producen al interior del aula en la Universidad, como también entre pares en el curso.

Con este instrumento evaluativos como insumo, la institución formadora de profesores de párvulos, estarán en mejores condiciones de dar cuenta de la labor orientada tanto a la formación intelectual como la pedagógica y profesional, con el fin de contribuir a que el país tenga los docentes que necesita para alcanzar una verdadera educación de calidad para todos.

Entre los motivos que explican por qué deben trabajarse en el aula las competencias blandas, coincidimos con Hargreaves (2000) en el sentido en que en la actualidad las familias tienen más dificultad para centrarse en la educación de sus hijos/as, debido a las exigencias tanto laborales como sociales del diario vivir. Esto ha hecho que los docentes en muchos casos sean los responsables no solo del aprendizaje curricular, sino también de la educación, desarrollo y socialización de los menores, donde las emociones y su correcto manejo y comprensión juegan un papel fundamental. Por tanto, el rol docente implica una importante carga de trabajo emocional, tanto en la comprensión de las emociones ajenas como en la regulación de las emociones propias para facilitar la calidad de las relaciones sociales dentro del contexto escolar.

Además, el alumnado adapta su comportamiento al tipo de actitud, claves emocionales y afectivas y conductuales que los docentes transmiten, por lo tanto, dada la importancia del desarrollo de las competencias blandas, sumada a la escasa evaluación que de ellas existe, lo que se puede verificar tanto en la literatura nacional como internacional, se vuelve imprescindible elaborar un instrumento evaluativo que permita monitorear la adquisición efectiva de las competencias blandas que complementan a las competencias duras.

En un entorno de acreditación de Educación Parvularia en educación superior centrado en los resultados, la implementación de una evaluación, seguida de un análisis cuantitativo de los resultados, es probable que sea el primer y el siguiente paso para muchas universidades. Tal evaluación de las habilidades blandas de los estudiantes podría entonces, utilizarse para proporcionar una idea del potencial de las respuestas de los y estudiantes de Educación Parvularia de educación superior, con respuestas reflexivas y multifacéticas que podrían proporcionar una hoja de ruta inicial para un plan integral, para abordar la necesidad de habilidades blandas.

Referencias

- Albarrán, A. y González, C. (2015). *Introduciendo habilidades no cognitivas en liceos técnicos chilenos. Una Evaluación Social* (Tesis de pregrado) Universidad de Chile, Santiago, Chile.
- Alles, M. (2006). *Diccionario de preguntas: Gestión por competencias*. Buenos Aires: Granica, S.A.
- Arteaga, P, Hermosilla-Ávila, P, Mena, C. y Contreras, S. (2018). Una mirada a la calidad de vida y salud de las educadoras de párvulos. *Ciencia & Trabajo*, 20(61), 42-47.
- American Educational Research Association, American Psychological Association, National Council on Measurement in Education (AERA/APA/NCME) (1999). *Standards for educational and psychological testing*. Washington, DC: American Educational Research Association.
- American Educational Research Association, American Psychological Association, National Council on Measurement in Education (AERA/APA/NCME) (2014). *Standards for educational and psychological testing*. Washington, DC: American Educational Research Association.
- Balaguer, M. Pujol, M., y Grell, M. (2018). Desarrollo del pensamiento crítico a través de la competencia comunicativa en la educación superior: una propuesta reflexiva. *Innoeduca. International Journal of Technology and Educational Innovation*, 4(1), 54-61.
- Bassi, M., M. Busso, S. Urzua, y Vargas, J. (2012). *Desconectados: Habilidades, educación y empleo en América Latina*. USA: BID - Fondo de Cultura Económica.
- Boyatzis, R. E. (2006). An overview intentional change theory from a complexity perspective. *Journal of Management Development*, 25(7), 607–623. doi: 10.1108/02621710610678445
- Brotheridge, C. M. y Lee, R. T. (2010). Development and validation of the emotional labour scale. *Journal of Occupational and Organizational Psychology*, 76(3), 365-379. doi: 10.1348/096317903769647229
- Brunello, G. y Schlotter, M. (2011). Non cognitive skills and personality traits: Labour market relevance and their development in education & training systems. *IZA Discussion Paper No. 5743*. Recuperado de <http://ftp.iza.org/dp5743.pdf>
- Campbell, S. B. (2002). *Behavior problems in preschool children*. New York: Guilford Press.

- Cejudo, J. y Lopez, M.L. (2017) Importancia de la inteligencia emocional en la práctica docente: un estudio con maestros. *Psicología Educativa*, 23(1), 29-36. doi.org/10.1016/j.pse.2016.11.001
- Centro de Investigación Avanzada en Educación CIAE (2018-2019). *Caracterización del liderazgo y el rol de los/as directores/as en establecimientos para la primera infancia*. Santiago: Universidad de Chile.
- CIDE (2013) Habilidades blandas fundamentales para el desarrollo personal. *Revistas Grupo Educar*, 186, 22-23. Recuperado de http://www.cide.cl/documentos/Revista_educar_Habilidades_blandas_MJValdebenito.pdf.
- CIDE y MINEDUC (2007). *Estado del arte de la investigación y desarrollo en educación en Chile*. Santiago: Ministerio de Educación.
- Cinque, M. (2016). “Lost in translation”. Soft skills development in European countries. *Tuning Journal for Higher Education*, 3(2), 389-427. doi: 10.18543/tjhe-3(2)-2016pp389-427
- Cisternas, T. (2018). La investigación sobre formación docente en Chile. Territorios explorados e inexplorados. *Calidad en la Educación*, 35,131-164. doi: 10.31619/caledu.n35.98
- Coll, R.K., Taylor, N. y Grainger, S. (2002). Assessment of work based learning: Some lessons from the teaching profession. *Asia-Pacific Journal of Cooperative Education*, 3(2), 5-12.
- Contessa C. (2019, July 24). Are you adding your soft skills to your resume? Here's how. Recuperado de <https://www.careercontessa.com/advice/resume-soft-skills/>.
- Corporán, M. (2014). Competencias blandas. *Congreso internacional Aprendo 2014, INFOTED*, República Dominicana.
- Cuban, L. (2015). *Content vs. skills in high schools - 21st century arguments echo 19th century conflicts*. Recuperado de <https://larrycuban.wordpress.com/2015/11/03/content-vs-skills-in-high-schools-21st-century-arguments-echo-19th-century-conflicts/>
- Cunha, F. y Heckman, J. (2007). The technology of skill formation. *American Economic Review*, 97(2),31-47. doi: 10.1257/aer.97.2.31
- Cunha, F., Heckman, J. J. (2008). Formulating, identifying and estimating the technology of cognitive and noncognitive skill formation. *Journal of Human Resources*, 43(4), 738–782. doi: 10.3368/jhr.43.4.738
- Cherniss, C. (2000). Emotional intelligence: What it is and why it matters. In *Proceedings of the Annual Meeting of the Society for Industrial and Organizational Psychology*, New Orleans, LA. Recuperado de <http://www.talentsmart.com/media/uploads/pdfs/eq-what-it-is.pdf>.
- Chin, S., Anantharaman, R., y Tong, D. (2015). Emotional intelligence and organisational performance: A framework. *Global Business & Management Research: An International Journal*, 7(2), 37–43.
- Darling-Hammond, L. y Sykes, G. (2003). Wanted: a national teacher supply policy for education: the right way to meet the “highly qualified teacher” challenge. *Education Policy Analysis Archives*,11(33),1-55.
- Dean, S. y East, J. (2019). Soft skills needed for the 21st century workforce. *International Journal of Applied Management and Technology*,18(1), 17–32. doi:10.1016/j.paid.2016.11.018

- Dee, T. S., y West, M. R. (2011). The non-cognitive returns to class size. *Education Evaluation and Policy Analysis*, 33(1), 23–46. doi.org/10.3102/0162373710392370
- Dede, C. (2009). Comparing frameworks for “21st century skills”. In J. Bellanca & R. Brandt (Eds.), *21st Century Skills: Rethinking How Students Learn* (pp. 51-75). Bloomington, IN: Solution Tree Press.
- Denham, S. A., Blair, K.A., De Mulder, E., Levitas, J., Sawyer, K., Auerbach- Major, M., y Queenan, P. (2003). Preschool emotional competence: Pathway to social competence. *Child Development*, 74(1), 238-256. doi:10.1111/1467-8624.00533
- Dong Hwa, C., y Juhu, K. (2003). Practicing social skills training for young children with low peer acceptance: A cognitive-social learning model. *Early Childhood Education Journal*, 31(1), 41-46. doi: 10.1023/A:1025184718597
- Duckworth, A. y Yeager, D. (2015). Measurement matters: Assessing personal qualities other than cognitive ability for educational purposes. *Educational Researcher*, 44(4), 237-251. doi: 10.3102/0013189X15584327
- Fernández, J. y Tapia, V. (2012). Emprendimiento y desarrollo de competencias blandas por alumnos de ingeniería comercial Universidad de la Serena. *Revista Universitaria Ruta*, 14, 41-56.
- Gadner, H. (2014). *Inteligencias múltiples. La teoría en la práctica*. Barcelona, España: Editorial Paidós.
- Goleman, D. (1995). *Emotional intelligence: Why it can matter more than IQ*. New York, NY: Bantam Dell.
- Gómez, M. C., Manrique- Lozada, B., Gasca-Hurtado, G.P. (2015). Propuesta de evaluación de habilidades blandas en ingeniería de software por medio de proyectos universidad-empresa. *Revista Educación en Ingeniería*, 10(19), 131-140. doi: https://doi.org/10.26507/rei.v10n19.549
- Graham, S. (2015). *Preparing for the 21st Century: Soft skills matter*. *Huffington Post*. Recuperado de https://www.huffpost.com/entry/preparing-for-the-21st-ce_b_6738538.
- Groh, M. N., Krishnan, D. McKenzie, y Vishwanath, T. (2016). The impact of soft skills training on female youth employment: Evidence from a randomized experiment in Jordan. *IZA Journal of Labor & Development*, 5(9), 1-23. doi:10.1186/s40175-016-0055-9.
- Guerra, S. (2019). Una revisión panorámica al entrenamiento de las habilidades blandas en estudiantes universitarios. *Psicología Escolar e Educativa*, 23, versión On-line ISSN 0718-4565. doi:0000-0001-5367-5069
- Hargreaves, A. (2000). Mixed emotions: teachers’ perceptions of their interactions with students *Teaching and Teacher Education*, 16(8), 811-826. doi: 10.1016/S0742-051X(00)00028-7
- Heckman, J. y Kautz, T. (2012). Hard evidence on soft skills. *Labour Economics*, 19(4), 451-464. doi: 10.1016/j.labeco.2012.05.014.
- Heckman, J. J., Kautz, T. (2013). Fostering and measuring skills: Interventions that improve character and cognition. In Heckman, J. J., Humphries, J. E., Kautz, T. (Eds.), *The myth of achievement tests: The GED and the role of character in American life* (pp. 341–430). Chicago, IL: University of Chicago Press.

- Hyrkäs, K., Appelqvist-Schmidlechner, K. y Oksa, L. (2003). Validating an instrument for clinical supervision using an expert panel. *International Journal of Nursing Studies*, 40(6), 619-625. doi:10.1016/s0020-7489(03)00036-1
- Ybarra, O., Kross, E., y Sanchez-Burks, J. (2014). The “big idea” that is yet to be: Toward a more motivated, contextual, and dynamic model of emotional intelligence. *Academy of Management Perspectives*, 28(2), 93–107. doi.org/10.5465/amp.2012.0106
- Iturralde, E. (2003). *Habilidades para un futuro exitoso*. Ecuador: Worldwide Inc.
- John, J. (2009). Study on the nature of impact of soft skills training programme on the soft skills development of management students. *Pacific Business Review*, 19-27. Recuperado de https://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=159133.
- Joseph, D., Jin, J., Newman, D., y O’Boyle, E. (2015). Why does self-reported emotional intelligence predict job performance? A meta-analytic investigation of mixed. *Journal of Applied Psychology*, 100(2), 298–342. doi.org/10.1037/a0037681
- Kechagias, K. (2011). *Teaching and assessing soft skills*. 1st Second Chance School of Thessaloniki, Neapolis: MASS Project.
- Luca, J., y Tarricone, P. (2001). Does emotional intelligence affect successful teamwork? In Kennedy, G., Keppell, M. McNaught, C. & Petrovic, T. (Eds.), *Meeting at the Crossroads. Proceedings of the 18th Annual Conference of the Australian Society for Computers in Learning in Tertiary Education*. (pp. 365-376). Melbourne: Biomedical Multimedia Unit, The University of Melbourne.
- Mangrulkar, L., Whitman, C.V. y Posner, M. (2001). *Enfoque de habilidades para la vida para un desarrollo saludable de niños y adolescentes*. Washington, DC: Organización Panamericana de Salud.
- Mayer, J. D., Caruso, D. R., y Salovey, P. (1999). Emotional intelligence meets traditional standards for an intelligence. *Intelligence*, 27 (4), 267-298. doi.org/10.1016/S0160-2896(99)00016-1
- Mayer, J. D., Caruso, D. R. y Salovey, P. (2002). *Emotional Intelligence Test (MSCEIT): User’s Manual*. Toronto, Canada: MHS Publisher.
- Maxwell, B., y Schwimmer, M. (2016). Professional ethics education for future teachers: A narrative review of the scholarly writings. *Journal of Moral Education*, 45(3), 1-18. doi:10.1080/03057240.2016.1204271
- Mitchell, A. (2017). Determining the skills gap for new hires in management: Student perceptions vs employer expectations. *International Journal for Innovation Education and Research*, 5(6), 139-147. Recuperado de <https://www.ijer.net/index.php/ijer/article/view/732>
- Moss, P. y Tilly, C. (1996). “Soft” skills and race: An investigation of black men's employment problems. *Work and Occupations*, 23(3), 252-276. doi: 10.1177/0730888496023003002
- Mujica, J. (2015). *Habilidades blandas, No. 1. ¿Qué son las habilidades blandas y cómo se aprenden?* Recuperado en <https://educrea.cl/wp-content/uploads/2016/02/DOC-habilidades-blandas.pdf>
- Murga, J. y Ortego, E. (2003). La importancia de la inteligencia emocional en el funcionamiento de las organizaciones. *Encuentros en Psicología Social*, 1(4), pp. 79-82.

- Murnane, R.J. y Levy, F. (1996). *Teaching the new basic skills: Principles for educating children to thrive in a changing economy*. New York, NY: The Free Press.
- Murti, A. B. (2014), Why soft skills matter. *IUP Journal of Soft Skills*, VIII(3), 32-36.
- Nitonde, R. (2014). Soft skills and personality development. *Proceedings in National Level Seminar on Soft Skills and Personality Development*. Shri Shivaji College, Parbhani (MS) India.
- OECD (2013). *Skilled for life? Key findings from the survey of adult skills*. OECD Skills Studies. Paris: OECD Publishing.
- OECD (2015). *Skills for social progress: The power of social and emotional skills*. Paris, Francia: OECD Publishing.
- OECD (2016). *Global competency for an inclusive world*. París, Francia: OCDE.
- OECD (2018). *The Future of education and skills. Education 2030*. París, Francia: OCDE
- Orellana, P., Gorrochotegui, A. Lagomarsino, R. y Mies, R. (2014). Desarrollo de un instrumento para monitorear la adquisición de habilidades de trabajo en equipo en estudiantes de carreras de educación. *Investigación y Postgrado*, 29(1), 103-128.
- Palethorpe, M. (2006). Are you emotional but intelligent- or are you emotionally intelligent? *Engineering Management*, 16(19), 11-13. doi: 10.1049/em:20060101
- Palomera, R., Fernández-Berrocal, P. y Brackett, M.A. (2008). La inteligencia emocional como una competencia básica en la formación inicial de los docentes: algunas evidencias. *Revista Electrónica de Investigación Psicoeducativa*, 6(2), 437-454.
- Pekrun, R. y Linnenbrink-Garcia, L. (2014). *International handbook of emotions in education*. New York: Routledge.
- Pellegrino, J.W. y Hilton, M.L. (2012). *Education for life and work: Developing transferable knowledge and skills in the 21st century*. Washington, DC: The National Academy of Sciences.
- Pertegai-Felies, M.A., Castejón, J. y Martínez, M.A. (2011). Competencias socioemocionales en el desarrollo profesional del maestro. *Educación XXI*, 14(2), 237-260.
- Salovey, P., y Mayer, J. D. (1990). Emotional intelligence. *Imagination, Cognition and Personality*, 9, 185–211. doi.org/10.2190/DUGG-P24E-52WK-6CDG
- Salovey, P., Mayer, J.D., Goldman, S.L., Turvey, C. y Palfai, T.P. (1995). Emotional attention, clarity and repair: exploring emotional intelligence using the trait meta-mood scale. In Pennebaker, J. (Ed.) *Emotion, Disclosure and Health*. Washington, D.C.: American Psychological Association.
- Schutte, N. S., Malouff, J. M., Hall, L. E., Haggerty, D. J., Cooper, J. T., Golden, C. J. y Dornheim, L. (1998). Development and validation of a measure of emotional intelligence. *Personality and individual differences*, 25(2), 167-177. doi: 10.1016/S0191-8869(98)00001-4.
- Serrat, O. (2010). *Understanding and developing emotional intelligence*. Washington, DC: Asian Development Bank.
- Siddiqui, R., y Hassan, A. (2013). Impact of emotional intelligence on employees turnover rate in FMCG organizations. *Pakistan Journal of Commerce & Social Sciences*, 7(2), 394–404.
- Singer, M., R. Guzman, y Donoso, P. (2009). *Entrenando competencias blandas en jóvenes*. Escuela de administración: Pontificia Universidad Católica de Chile. Recuperado en

- http://www.inacap.cl/tportal/portales/tp90b5f9d07o144/uploadImg/File/PDF/Entrenando_Competencias_Blandas_en_Jovenes.pdf
- Skjong, R. y Wentworth, B. (2001, June 17-22). Expert judgement and risk perception. *Proceedings of Eleventh the International Offshore and Polar Engineering Conference*, Stavanger, Norway.
- Soland, J., Hamilton, L.S. y Stecher, B.M. (2013). *Measuring 21st century competencies: Guidance for educators*. Santa Monica, CA: RAND Corporation.
- The Automation Readiness Index. (2018). *Who is ready for the coming wave of automation? The Economist Intelligence Unit Limited. Supported by AAB*. Recuperado de <http://www.automationreadiness.eiu.com/static/download/PDF.pdf>).
- Uitto, M., Jokikokko, K. y Estola, E. (2015). Virtual special issue on teachers and emotions in teaching and teacher education (TATE) in 1985-2014. *Teaching and Teacher Education*, 50, 124–135. doi.org/10.1016/j.tate.2015.05.008
- UNESCO (2015). *Transversal competences in education policy and practice*. París, Francia: UNESCO.
- Urhan, B. (2018). Soft skill: making use of the human nature to have a job in the age of technology. *Social Sciences Studies Journal*, 4(28), 6298-6304. doi.org/10.26449/sss.1113
- Wayne, K. (2019). *Soft skills: old & new* (Theses and Dissertations-Educational Policy Studies and Evaluation) 65. Recuperado en https://uknowledge.uky.edu/epe_etds/65
- West, R. M. (2016). Should non-cognitive skills be included in school accountability systems? Preliminary evidence from California’s CORE districts. *Brookings Economic Studies: Evidence Speaks Reports*, 1(13). Recuperado de <https://www.brookings.edu/wp-content/uploads/2016/07/EvidenceSpeaksWest031716.pdf>.
- Wisker, Z., y Poulis, A. (2015, January 27). Emotional intelligence and sales performance. A myth or reality? *International Journal of Business & Society*, 16(2), 185–200. doi: 10.33736/ijbs.563.2015
- World Health Organization WHO (1994). *Division of mental health. Life skills education for children and adolescents in schools. Pt. 1, Introduction to life skills for psychosocial competence. Pt. 2, Guidelines to facilitate the development and implementation of life skills programmes, 2nd rev.* Geneva: World Health Organization. Recuperado en <https://apps.who.int/iris/handle/10665/63552>
- World Economic Forum WHO (2009). *Preventing violence by developing life skills in children and adolescents*. Geneva, Switzerland: World Economic Forum
- World Economic Forum WHO (2018). *The future of education, according to experts at Davos*. Geneva: Switzerland: World Economic Forum
- World Economic Forum WHO (2019). *ASEAN Youth Technology, Skills and the Future of Work*. Geneva: World Education Forum.
- Yan, L., Yinghong, Y., Man L., Whiteside, M, y Tsey, K. (2019). Teaching “soft skills” to university students in China: the feasibility of an Australian approach. *Educational Studies*, 45(2), 242-258.
- Young, R. (2018). *Soft skills: The primary predictor of success in academics, career and life*. Recuperado en <https://pairin.com/2018/07/13/soft-skills-primary-predictor-success-academics-career-life/>.

Representaciones sociales de la tesis⁶⁴ reflejadas en los memes⁶⁵

María Susana Harrington Martínez

susanhm23@gmail.com

<https://orcid.org/0000-0002-8807-1326>

Universidad Pedagógica Experimental Libertador (UPEL) Turmero, Venezuela.

Lourdes Ángela Díaz Blanca ludiblan40@gmail.com

<https://orcid.org/0000-0003-2709-883X>

*Universidad Pedagógica Experimental Libertador (UPEL)
Mérida, Venezuela*

Ana Cristina Bolívar Orellana anabolivar29@gmail.com

<https://orcid.org/0000-0002-5245-0375>

*Instituto de Formación docente Salomé Ureña (ISFODOSU)
Universidad Pedagógica Experimental Libertador (UPEL) San Juan de la Maguana.
República Dominicana.*

Recibido: 17/04/2020 **Aceptado:** 25/05/2020

Resumen

El objetivo de este artículo es analizar las representaciones sociales asociadas al proceso de elaboración de unas tesis, manifestadas en los memes publicados en las redes sociales. Se consideró la teoría de las representaciones sociales desde los planteamientos de Moscovici (1979), Abric (2001) entre otros; así como la noción de género discursivo (Swales (1990; 2004) para el estudio de la tesis como un texto que se elabora con el propósito comunicativo de demostrar conocimiento ante una comunidad disciplinar bajo la supervisión de un tutor y en concordancia con las normativas que rigen la producción del conocimiento en una especialidad. Metodológicamente, se corresponde con un estudio documental. El *corpus* está constituido por cien (100) memes estáticos, escogidos bajo los siguientes criterios: asociados con el proceso de elaboración de una tesis, escritos en español, genéricos, sin mención de algún personaje público, y contruidos con variedad de recursos (retóricos, humorísticos, tipos de imágenes). Para analizarlos se transcribieron los textos del meme en una matriz de datos y luego se ubicaron en algún proceso, vinculado a la elaboración de la tesis. En conjunto con el análisis de la imagen se derivaron las siguientes categorías que dan cuenta de las representaciones sociales: a) La tesis es un hecho difícil e interminable, (b) La relación tutorial es conflictiva, (c) La tesis anula la vida familiar y social, (d) La sustentación de la tesis es un acto de intimidación y (e) La presentación de la tesis es un acto de liberación. Entre las conclusiones destaca que en las

⁶⁴ En el contexto universitario de habla hispana, particularmente latinoamericano, para obtener el grado de licenciado, especialista, máster (magister) y doctor, al candidato le es exigida la elaboración de un producto final que, de acuerdo con estos cuatro niveles son denominados, respectivamente, tesina, trabajo especial de grado, trabajo de grado de maestría y tesis doctoral. Sin embargo, en el uso colectivo e informal no se realiza distinción alguna entre estos tipos de trabajo y se hace referencia a todos ellos usando el vocablo *tesis*. Es con este sentido, genérico e incluyente, que tal expresión se usa en este artículo.

⁶⁵ Este artículo forma parte del proyecto intitulado: *Caracterización de la tesis doctoral: criterios intratextuales, intertextuales, contextuales y funcionales*, registrado en la UPEL, IMPM, Mérida.

representaciones sociales que subyacen en los memes la tesis es una meta que solo puede alcanzarse si hay dolor, angustia y sufrimiento de por medio. Dichos resultados plantean la necesidad de revisar la forma en que las instituciones universitarias han orientado el desarrollo de las tesis en pregrado y postgrado.

Palabras clave: representaciones sociales, tesis, memes, cultura digital.

Representações sociais de teses refletidas nos memes

Resumo

O objetivo deste artigo é analisar as representações sociais associadas al processo de elaboração de uma tese manifestadas em memes publicados nas redes sociais. Para isto, consideramos a teoria de representações sociais a partir da perspectiva de Moscovici (1979), Abric (2001) entre outros; e também a noção de gênero discursivo (Swales (1990; 2004) para o estudo da tese de como um texto que se elabora com o propósito comunicativo de demonstrar conhecimento para um comunidade disciplinar sob a supervisão de um orientador, e em concordância com as normas que regem a produção de conhecimento de uma especialidade. Metodologicamente, corresponde com o estudo documental. O *corpus* está constituído por 100 memes estáticos, escolhidos de acordo com os seguintes critérios: associados com o processo de elaboração de uma tese, escrito em espanhol, genérico, sem menção de personagem público, e construídos com variedade de recursos (retóricos, humorísticos e tipos de imagens). Para analisá-los, transcrevemos os textos dos memes em uma matriz de dados y depois relacionamos com algum processo vinculado a elaboração da tese. Em conjunto com a análise de imagens, criamos as seguintes categorias para as representações sociais: a) A tese é uma realização difícil e interminável, (b) A relação de orientação gera conflito, (c) A tese anula a vida familiar y social, (d) A sustentação da tese é um ato de intimidação e (e) A apresentação da tese é um ato de liberação. Entre as conclusões, destacamos que as representações sociais subentendidas nos memes sobre a tese é uma meta que somente se pode alcançar com a existência de dor, angústia y sofrimento. Estes resultados indicam a necessidade de revisar a forma em que as orientações universitárias vêm sendo feitas na elaboração de trabalhos finais na graduação e pós-graduação.

Palavras-chave: representações sociais, teses, memes, cultura digital.

Social representations of the thesis based on memes

Abstract

The objective of this article is to analyze the social representations associated with the process of elaboration of a thesis, expressed in the memes published in the social networks. The theory of social representations was considered from the approaches of Moscovici (1979), Abric (2001) among others; as well as the notion of discursive gender (Swales (1990; 2004) for the study of the thesis as a text that is elaborated with the communicative purpose of demonstrating knowledge before a disciplinary community, under the supervision of a tutor and in agreement with the norms that govern the production of knowledge in a specialty. Methodologically, it corresponds to a documentary study. The *corpus* is made up of one hundred (100) static memes, chosen under the following criteria: associated with the process of preparing a thesis, written in Spanish, generic, without mentioning any public figure, and constructed with a variety of resources (rhetorical, humorous, types of images). To analyze them, the texts of the meme were

transcribed into a data matrix and then placed in some process, linked to the elaboration of the thesis. In conjunction with the analysis of the image, the following categories were derived that account for the social representations: (a) The thesis is a difficult and endless event, (b) The tutorial relationship is conflictive, (c) The thesis cancels out family and social life, (d) The support of the thesis is an act of intimidation, and (e) The presentation of the thesis is an act of liberation. Among the conclusions, it should be noted that in the social representations underlying memes, the thesis is a goal that can only be achieved if there is pain, anguish and suffering involved. These results raise the need to revise the way in which university institutions have oriented the development of theses in undergraduate and graduate studies. **Keywords:** social representations, thesis, memes, digital culture.

Introducción

Los trabajos de grado (Bolívar Orellana, 2016), memorias académicas (Landeau, 2010), tesinas (Castro Azuara y Sánchez Camargo 2015), tesis doctorales (Sánchez Jiménez, 2012; Gallardo, 2012; Pacheco, 2015) y tesis de posgrado (Carcausto y Apaza-Piña, 2018), todos agrupados normalmente bajo el término incluyente tesis; son géneros discursivos académicos que “comparten un propósito comunicativo acreditativo-evaluativo, un tipo de audiencia especializada y el registro académico disciplinar por medio del que se instancian dichos géneros”. (Venegas, Zamora y Galdames, 2016, p. 249).

Es decir que una “tesis”, - denominación que asumiremos en este artículo- presenta las contribuciones originales producidas por un tesista, ante una disciplina específica. A través de esta los estudiantes de pregrado o postgrado demuestran ante la comunidad científica o humanística que han alcanzado los saberes necesarios en cuanto a conocimientos disciplinares (teorías) y habilidades metodológicas para el desarrollo de la investigación (rigurosidad procedimental), exhiben interés y preparación para la divulgación de conocimientos, dan cuenta de su capacidad expositiva, argumentativa y crítica, y con ello tratan de persuadir sobre determinados planteamientos y convencer a una comunidad discursiva disciplinar para que los acepten como miembros competentes que pueden aportar saberes a ese campo del conocimiento.

Dada su complejidad e importancia en la argumentación, construcción y validación del conocimiento científico el estudio de este género discursivo ha recibido interés en los últimos años y se han estudiado diversos aspectos⁶⁶, entre ellos, se ha profundizado en el análisis de las

⁶⁶ Son diversos los aspectos que han sido estudiados: el discurso referido (Gallardo, 2010), la relación con el saber científico (Pacheco, 2015), propuestas y apoyos pedagógicos (Sánchez Jiménez, 2012, Álvarez y Difabio de Anglat 2019), criterios y competencias para elaborar tesis doctoral (Cejas Martínez, 2009), descripción retórico-funcional

representaciones sociales, creencias, actitudes o percepciones que las personas construyen hacia este. En general, las investigaciones en esta dirección coinciden en afirmar que la tesis, indistintamente del nivel de escolaridad, es una labor de alta complejidad, exigencia cognitiva y dedicación, en la que el tesista tiende a sentir soledad y distanciamiento de familiares y amigos, así como tensiones y fricciones con el tutor o director de tesis. (Tapia Ladino y Marinkovich Ravana, 2011; Cubo de Severino y Bosio, 2012; González, 2015; Venegas, Zamora y Galdames, 2016; Carcausto y Apaza-Pino, 2018).

En este sentido, a través del tiempo se han conformado un conjunto de representaciones sociales, vinculadas con la elaboración de este género discursivo (Swales (1990; 2004), que las personas divulgan hoy día por las redes sociales, particularmente a través de los *memes*, los cuales constituyen un fenómeno expresivo de vasto alcance que permite dar a conocer a través de la sátira las percepciones que ante un asunto o situación comparte un conglomerado social; en este caso específico dan a conocer las creencias, actitudes, percepciones, visiones comunes de quienes se han visto en la necesidad de realizar una tesis como parte de su formación académica.

Habida cuenta de los planteamientos anteriores, en este artículo nos proponemos analizar las representaciones sociales asociadas al proceso de elaboración de la tesis, manifestadas en los memes publicados en las redes sociales; puesto que la indagación sobre cómo las comunidades discursivas representan socialmente este género discursivo podría suscitar reflexiones sustanciales en cuanto a la didáctica de la tesis; y proporcionar insumos para la propuesta e implementación de programas que favorezcan el logro de este escrito académico-científico que marca el fin de los estudios de pregrado o posgrado y el inicio de las actividades profesionales (Tapia y Marinkovich, 2011).

(Martínez, 2010; Bolívar Orellana, 2016), contextos favorables y desfavorables para la construcción e inconclusión de tesis (Carlino, 2005, 2008), bajo índice de titulación por tesis (Obermeier Pérez, 2018), debilidades comunicativas de los estudiantes para llevar con éxito el proceso de elaboración de este trabajo final (Valarino 1997, Ochoa Sierra y Cueva Lobelle, 2017); dificultades para realizar trabajos de investigación (González, 2015); influencia de las asesorías o la relación entre tutor y tutorado (Di Fabio de Anglat, 2011; Ruiz Bolívar. 2006); representaciones sociales sobre la construcción de las tesis (Tapia y Marinkovich, 2011; Carcausto y Apaza Pino, 2018); entre otros.

Revisión Teórica

Los memes: Replicadores de Modos de Pensamiento

La paternidad del término meme se le adjudica al etólogo británico Richard Dawkins en su libro *El gen egoísta* publicado en 1976, en el cual refiere las formas en que pueden reproducirse los fenómenos culturales mediante un proceso de imitación, enseñanza o asimilación y para ello abrevia el vocablo griego *mímeme* que significa memoria. Los memes, por sinécdoque con genes y a diferencia de estos, no se replican en la estructura genética, sino que estas unidades informativas mínimas se propagan por imitación cultural y apropiación al saltar de un cerebro a otro (Dawkins, 1983). En ese sentido, el autor reconoce que si bien hay nociones mantenidas a lo largo del tiempo (inmutabilidad), estas también pueden mutar gracias a las transformaciones propias del entorno y del transcurrir de los años (evolución).

Desde el ámbito científico, el término meme se extrapoló al mundo tecnológico hasta llegar a ser una parte importante de la cultura digital contemporánea. Se refiere a través de distintas denominaciones: artefactos de Internet (González Gómez y González Fernández, 2013); artefacto cultural, forma de comunicación o género (Börzsei, 2013), pieza de discurso mediado o artefactos multimodales (Milner, 2012), pieza de cultura (García Huerta, 2014), entre otras.

A pesar de la heterogeneidad terminológica, en general, se consideran como piezas de contenido con diversos formatos (imagen fija, imagen macro, GIF animado, videos de difusión masiva, música, frases sorprendentes, collages, pinturas, modas, fotografías) que se producen y consumen masivamente por las redes sociales, gracias al empleo de múltiples aplicaciones y programas de edición, con un fin básicamente de entretenimiento. Su contenido es negociado y consensuado en las comunidades meméticas. (González Gómez y González Fernández, 2013; Arango Pinto, 2014). No obstante, más allá de esta función humorística (Alarcón Zayas, 2017), construyen matrices de opinión, naturalizan realidades sociales, constituyen instrumentos de autoridad y promueven la adopción de posturas ante el mundo y el hombre (Milner, 2012; Ruiz Martínez, 2018); incluso, se emplean para realizar confesiones íntimas en espacios públicos (Vickery, 2014).

Los memes más comunes consisten en una imagen con un texto breve que satiriza una situación particular, casi de manera inmediata a su ocurrencia, gracias a las distintas redes sociales las cuales se convierten en espacio idóneo para hacer “viral” el evento aludido en el

meme, como por ejemplo la caída de un artista famoso en la entrega de algún premio, un error cometido por un jugador de fútbol, actuaciones controversiales de algún político⁶⁷, entre otros.

Existen memes dinámicos y estáticos, las características más comunes de los últimos son: la base es una imagen y están diseñados en forma rectangular, la letra utilizada (“Impact”) es de color blanco resaltada con contorno negro, el contenido del texto se distribuye en dos líneas, una al inicio de la imagen y otra al final, esta última puede ser una reflexión o un cierre ingenioso que, generalmente, causa el efecto humorístico (Siri, 2016). Por lo general, las *image macro series* son autosemánticas, sin embargo, en ocasiones el productor les coloca un título que no forma parte de ellas para publicarlas en la comunidad y favorecer la comprensión (González Gómez y González Fernández, 2013).

Al igual que en la memética tradicional, los memes elaborados en el contexto de la cibercultura implican propagación o contagio, pero también apropiación, remezcla, resignificación o resemantización de la información transmitida, pues los usuarios de Internet al reinterpretar las realidades construyen nuevos sentidos que trascienden el texto y la imagen (Milner, 2012; Cortázar Rodríguez, 2014; Arango Pinto, 2015). Dada la inmediatez con que transita la información por los medios digitales, los contenidos de los memes se propagan como una “epidemia” y en este movimiento se reinterpretan, dando lugar a la creación de nuevos significados que serán comprendidos por quienes puedan descifrar las claves verbo-visuales presentes en este género discursivo.

Para ello se requiere el despliegue de distintas habilidades por parte de sus creadores (Arango Pinto, 2015). De un lado, las digitales relacionadas con búsqueda de información, edición de imágenes, conocimiento de plantillas o templates de diseño (www.memegenerator.es, memegenerator.com, generador.memexico.com), así como plataformas y comunidades para su difusión (*4Chan.org*, *9gag.com*, *Reddit*, *Memondo Network*). Por el otro, las cognitivas, entre las que destacan: observación, análisis y síntesis. Además, se demandan habilidades para su interpretación relacionadas con la naturaleza intertextual de estas unidades informativas. Por lo tanto, partiendo de la teoría de Genette (1989), la comprensión de los usuarios depende del conocimiento previo de las ideas o argumentos que posean para reconocer la copresencia

⁶⁷ Es oportuno destacar toda la presencia mediática que tuvieron los memes sobre el supuesto plagio de la tesis del expresidente de México Enrique Peña Nieto en 2016 y del primer ministro español Pablo Casado en 2018, los memes dirigidos a este último le adjudicaban la autoría de obras clásicas como *Don Quijote de La Mancha*. El actual presidente del Gobierno español Pedro Sánchez también fue acusado de plagiar su trabajo de postgrado.

explícita o implícita de otros textos (citas, referencias, menciones, alusiones, metáforas), pero también conocimientos sobre cultura popular y contextos sociohistóricos.

En ideas de Mafessoli, la generación de códigos comunes permite hablar de la existencia de comunidades de sentido, a partir de las cuales se construyen referentes que operan como unidades culturales y a su vez hacen posible la articulación de un conjunto particular de actos comunicativos, proveedores de “sentidos identitarios” (Pérez Salazar, Aguilar Edwards y Guillermo Archilla, 2014). Es decir, dichas *comunidades de sentido* se agrupan en función de intereses compartidos, esto se emparenta con el hecho de que el meme es un género discursivo, esencialmente anónimo. Son creados en distintas aplicaciones y de allí comienzan su irradiación, lo cual brinda la libertad a los usuarios de producir contenidos digitales de cualquier tema en este formato para expresar situaciones cotidianas. Ello hace que sean textos idóneos para analizar las representaciones sociales subyacentes.

Representaciones sociales y tecnologías de la información y comunicación

La teoría de las representaciones sociales (RS) fue planteada por Serge Moscovici en 1961, y desde su aparición hasta la actualidad ha sido un campo prolífico para analizar disímiles fenómenos. Dicha teoría postula que al momento de expresar su visión del mundo ninguna persona puede escindirse de lo que es como sujeto social, no hay necesariamente divisiones entre el universo interno del individuo o grupo (sujeto cognoscente) y el universo exterior. Las estructuras de orden mental se empiezan a conformar en los contextos familiares y progresivamente se pueden ir modificando, en la medida que se adquieren nuevas experiencias. Por tanto, son eminentemente sociales, se crean en la interacción con otros y se expresan a través del lenguaje. En efecto, “una representación social es una organización de imágenes y de lenguaje porque recorta y simboliza actos y situaciones que son o se convierten en comunes.” (Moscovici, 1979, p.16).

Este autor reconoce tres dimensiones de las RS: información, campo de representación y actitud. La información se refiere al conjunto de conocimientos que posee un individuo o grupo acerca de acontecimientos, hechos o fenómenos sociales (objetos de representación). La organización y jerarquización de esos contenidos genera un nivel global de información, que da cuenta de las propiedades cualitativas o imaginativas de un grupo social, y constituye el campo de representación. La actitud alude a las orientaciones favorables o desfavorables de individuos o grupos frente a los objetos de representación.

Asimismo, distingue dos procesos básicos de elaboración y funcionamiento de las RS: la objetivación y el anclaje. El proceso de objetivación parte de la selección y descontextualización de los elementos, sigue con la creación de un núcleo figurativo (imagen nuclear sintética que reproduce la esencia del concepto, teoría o idea que se trate de objetivar) y finaliza con su naturalización, para constituir un modelo figurativo o esquema cuya función básica es la de transformar las RS en un marco cognoscitivo estable que guía las percepciones o juicios particulares y las relaciones interindividuales. El anclaje, por su parte, permite la relación entre la representación social y el marco de referencia de la colectividad.

Jodelet (1986) señala que “la noción de representación social nos sitúa en el punto donde se intersectan lo psicológico y lo social” (p. 473) y concierne al modo en que los sujetos sociales aprehenden los acontecimientos de la vida diaria, las características del entorno, las informaciones generadas en él por medio del intercambio entre las personas del entorno próximo o lejano. Son experienciales, pero, también surgen de las informaciones, conocimientos y modelos de pensamiento recibidos y transmitidos por medio de la tradición, la educación y la *comunicación social*.

Según Ibáñez (1994), el avance massmediático y la irrupción de tecnologías de información y comunicación cada vez más sofisticadas constituyen importantes fuentes de las representaciones sociales en la medida en que los seres humanos se ven diariamente expuestos a una amplitud de nuevas informaciones, que circulan por diversos medios y se hacen conscientes así de distintas realidades acerca de su entorno inmediato y lejano. En este sentido, resulta innegable el vínculo entre representaciones sociales y memes, pues el conocimiento práctico de la cultura digital y la producción y /o consumo de memes influye sustancialmente en la cosmovisión, percepción y actitudes favorables o desfavorables que los individuos tienen sobre las tesis, en el modo en que comprenden y explican esta labor académica de investigación y construcción textual, así como en la interacción con los otros y en las posibles conductas que se pudieran adoptar.

La sociedad actual está “bombardeada” continuamente por las redes sociales (Facebook, Twitter, Whatsapp, Instagram), las representaciones circulan permanentemente y devienen formas de conocimiento de sentido común características de esta época, que regulan, estructuran, definen y orientan la comunicación, interacción y comportamiento dentro de las distintas comunidades y los memes son apenas una de las formas. En definitiva, “constituyen

sistemas cognitivos en los que es posible reconocer la presencia de estereotipos, opiniones, creencias, valores y normas que suelen tener una orientación actitudinal positiva o negativa”. (Araya Umaña, 2002, p.11).

Efectivamente, las RS tienen diferentes funciones: epistemológicas (permiten entender y explicar la realidad), identitarias (definen la identidad y salvaguardan la especificidad de los grupos), de orientación (conducen los comportamientos y las prácticas) y justificadoras (defienden *a posteriori* las posturas y los comportamientos). (Abric, 2001). Justamente, los memes podrían facilitar la creación espacios discursivos compartidos en los que se vehiculen determinadas creencias, percepciones, actitudes e ideologías.

Metodología

Corpus de estudio

Para el propósito de esta investigación se hizo una búsqueda amplia por *google* bajo los términos clave “memes sobre la tesis”, lo cual permitió acceder a distintas plataformas como *memegenerator.com*, *memegen.com* así como redes sociales: tableros en *Pinterest*, perfiles de *Facebook* enfocados, exclusivamente, en publicar información vinculada con la tesis. De allí se seleccionaron cien (100) memes estáticos, cuya escogencia respondió a los siguientes criterios: (a) asociados con el proceso de elaboración de una tesis, (b) escritos en español, (c) genéricos y sin mención de algún personaje público, y (d) contruidos con variedad de recursos (retóricos, humorísticos y tipos de imágenes).

Proceso de Categorización

Para dar cuenta del objetivo específico formulado, se empleó la técnica del Análisis de las representaciones sociales, con base en la propuesta de Moscovici (1979), para la creación de campos de representación y la construcción de núcleos figurativos. A través de la ordenación y jerarquización de datos se establecieron los núcleos figurativos que se comportan como categorías de análisis, identificadas o inferidas en la revisión del *corpus* de estudio.

Los textos de los memes del *corpus* se vaciaron en una matriz *ad hoc* diseñada en Excel que contenía los siguientes aspectos (Tabla 1).

Tabla 1. Matriz para el registro de la información.

Código	Texto del meme	Proceso asociado a la tesis	Referentes de la imagen	Expresión de la imagen

El *código* permitió enumerar de forma correlativa los memes (1 al 100), se transcribieron los textos y de acuerdo con su contenido se ubicaron en algún *proceso* vinculado a la elaboración de la tesis (Selección del tema, relación tutorial, culminación, defensa).

Al ser los memes textos multimodales, la imagen tiene un gran valor para su comprensión, en los casos en que fue posible, se identificaron los *referentes* (personajes del cine, tv, cómics), lo cual resultó de gran valor en el análisis. La mayoría estaban contruidos con base en plantilla (imágenes macro), utilizados por sus creadores para expresar su sentir hacia el proceso de elaboración de la tesis, en forma irónica, satírica o paródica. Por ello, se consideró pertinente identificar en la *expresión de la imagen* cuáles eran los sentimientos subyacentes en el meme (burla, angustia, felicidad). Elementos estos que permitieron generar las respectivas categorías que se muestran en los resultados.

Resultados del Análisis

En los memes se encontraron las siguientes categorías que dan cuenta de las representaciones sociales asociadas a la elaboración de una tesis que circulan en las redes sociales: (a) La tesis es un hecho difícil e interminable, (b) La relación tutorial es conflictiva, (c) La tesis anula la vida familiar y social, (d) La sustentación de la tesis es un acto de intimidación y (e) La presentación de la tesis es un acto de liberación.

La Tesis es un hecho difícil e interminable

La primera representación social es la referida a la tesis como un hecho difícil e interminable en el cual intervienen diferentes factores.

Tema de investigación

La finalización del trabajo se retrasa por la dificultad que entraña decidir cuál es el tema de investigación o bien, una vez decidido, se duda de su importancia (Figura 1).

Figura 1. Tema de tesis



Fuente: Internet

Procrastinación

Las muestras analizadas dan cuenta de las dilaciones en el desarrollo y avance de la tesis (Figura 2).

Figura 2. Procastinación



Fuente: Internet

Se presenta el conocido cronograma de actividades incluido en los proyectos de tesis que suele no cumplirse, pues hay distintas circunstancias limitantes, como retrasos en la escolaridad, énfasis en la metodología, sugerencias por parte de los directores o tutores y agotamiento físico y mental por la falta de vacaciones; la postergación de la tesis hasta el final y ya en el límite de los lapsos establecidos, a pesar de disponer de tiempo para otras actividades como ir a fiestas o estar de vacaciones; y, en general, se deja ver que el aplazamiento no responde a la construcción de la tesis propiamente tal sino tal vez a la falta de disposición para realizar una actividad académica con disciplina y constancia. En fin, se plantea que la tesis “no se crea ni se destruye, solo se pospone”.

La postergación de la tesis es casi una norma y aunque no se cuenta con estadísticas al respecto, pareciera que quienes logran terminar lo hacen en el tiempo límite que otorgan las instituciones educativas para tal propósito o incluso en las prórrogas concedidas por situaciones especiales.

Tiempo y esfuerzo

El desarrollo y conclusión de la tesis son tareas prolongadas (Figura 3).

Figura 3. Proceso interminable



Fuente: Internet

En el meme, *Conspiracy Keanu*, se resalta la expresión de turbación del actor Keanu Reeves en la comedia *Bill and Ted's Excellent Adventure*, mientras es perseguido por caballeros medievales, que se asocia con la reacción de los tesisistas tras la afanosa y dilatada producción textual. De hecho, la finalización de la tesis tarda más que acciones cuya ejecución supondría mayor complicación, como las dos fugas de prisión de Joaquín Guzmán Loera, más conocido como el “Chapo” Guzmán, narcotraficante y criminal mexicano, líder del Cártel de Sinaloa quien, en 2001, escapó de la prisión de máxima seguridad de Puente Grande, en Jalisco, y en 2015 se fugó del penal de máxima seguridad de El Altiplano, ubicado en Almoloya, estado de México. La demora se advierte en la cantidad de archivos con distintos nombres (*tesis final*, *tesis finalísima*, *tesis ahora sí*, etc) que parecieran indicar un final inminente.

Poderes extraordinarios

Para concluir la tesis se requiere la aplicación de poderes extraordinarios, por ello se invoca a fuerzas superiores, como se ilustra en la Figura 4.

Figura 4. Poderes extraordinarios para elaborar la tesis



Fuente: Internet

Las imágenes de los memes apelan a nociones del imaginario cultural: la creencia religiosa, las varitas mágicas de los cuentos de hadas, la tradición europea del pozo de los deseos para pedir a las deidades del agua la solución de causas imposibles y el poder de la cartomancia en la develación del futuro. De modo que cumplir el requisito académico de la tesis se asume como una práctica letrada que excede los límites de la razón.

En tono satírico hay una súplica encarnada en la actriz mexicana Victoria Rufo, conocida protagonista de telenovelas, que define la tesis como un melodrama interminable de “pasión y dolor” cuyo capítulo final nunca llega, y por lo cual el tesista necesita buscar ayuda en medios extraterrenales. No hay desesperación por hallar al príncipe azul, sino por culminar la tesis. Igualmente, se observa que no es una moneda la que se arroja en la fuente, sino una bolsa completa, indicando así la magnitud de la petición y el deseo de logro a toda costa. En este sentido, la construcción de las RS está unida, de manera indisoluble, a las actividades cotidianas que son “compartidas, inteligibles, descriptibles y analizables” (Calonge Cole, 2001, p.15). Los memes hacen uso de signos comunicados en otros ámbitos de la cotidianidad como las creencias mágico religiosas, la alusión a personajes televisivos para reforzar que la tesis, como un proceso difícil de culminar, está anclada en los sistemas de pensamiento colectivo.

Actitudes de la familia y amigos

El problema que supone no concluir la escritura de la tesis se acentúa debido a las tensiones que la construcción de este género discursivo ocasiona en el contexto familiar y social. Hay preocupación y angustia familiar limítrofe con el drama propio de las telenovelas, así como irritabilidad, predisposición y agonía del tesista debido a las preguntas e insistencia por saber qué ocurre con el desarrollo y conclusión de la tesis (Figura 5).

Figura 5. Actitudes de la familia y amigos.



Fuente: Internet

Los mecanismos de evasión hacen que el tema “tesis” esté vedado, no hay disposición para afrontar el desarrollo de esta y parece ser más fácil obviarla porque, de alguna manera, es negar la existencia del conflicto en el cual se encuentra sumergido el estudiante. La típica pregunta *¿cómo va la tesis?* no suele ser bien recibida porque se percibe como una forma de presión, aunado a ello, da lugar a comentarios negativos que ponen en tela de juicio la capacidad del estudiante para terminar algo que otros ya han hecho sin tanta demora.

La relación tutorial es conflictiva

Como develan los memes analizados, hay un conocimiento socialmente compartido en cuanto a considerar como conflictivo el vínculo entre tutor y tesista. La naturaleza social de los participantes en el proceso de producción y recepción del género tesis es asimétrica: el tutor⁶⁸ toma las decisiones, el tesista cumple.

Lentitud en la atención y correcciones

La asimetría es palmaria en la exigencia que se le hace al tesista para que entregue un avance o producto final y el tiempo que el tutor demora en atenderlo o corregirlo, lo cual influye en lo interminable del proceso. Los memes incluidos en la Figura 6 dan cuenta de ello.

Figura 6. Lentitud en las correcciones por parte del tutor



Fuente: Internet

Se parodia el ciclo de espera por la respuesta del tutor, a partir de la superposición de dos imágenes del actor Harrison Ford (joven-viejo) en el personaje Han Solo de la famosa saga cinematográfica *La guerra de las galaxias*, estrenada en 1977. Asimismo, se utiliza la plantilla

⁶⁸ Se tomó como referencia tutor por ser la acepción más generalizada en la comunidad académica, aun cuando es común encontrar los términos asesor de tesis o director de tesis, dependiendo del país en el cual se realice la investigación.

genérica del esqueleto: *esperando que...* para expresar la excesiva tardanza en la devolución del texto corregido. Por otro lado, la culpabilidad de que el tesista no avance se le adjudica al tutor y por eso merece ser interpelado por la controversial periodista peruana Laura Bozo quien, en su programa de *talk show*, siempre utiliza la frase *¡Qué pase el desgraciado!* para llamar a sus invitados.

Actitud de los tutores frente al texto

Los tutores asumen actitudes desfavorables durante la lectura de las tesis (Figura 7).

Figura 7. Actitudes del tutor



Fuente: Internet

Así, aprovechando una escena de la película *El hundimiento* (dirigida por Oliver Hirschbiegel), en la cual Hitler se entera de su derrota militar, se erige la parodia acerca de la intolerancia del tutor mientras realiza las correcciones y su consecuente fracaso como asesor. Igualmente, se plantea que antes de la entrevista con el tutor, los tesistas se encuentran felices y satisfechos con su producción, pero, luego de esta, quedan lesionados y sin posibilidad de rebelarse sino de aceptar resignadamente y darse ánimos para volver a comenzar, es como decir “Está bien, lo haré porque no tengo más opción”.

Reacción ante las correcciones del tutor

No siempre en el corpus estudiado se expresan actitudes de tristeza y estoicismo como en *Okay Guy* pues las acciones, obstinaciones y comentarios de los tutores pueden provocar medidas extremas (Figura 8).

Figuras 8. Reacción ante las correcciones del tutor



Fuente: Internet

Se presenta la amenaza personal encarnada en el personaje Jules Winnfield (*Pulp Fiction* / *Tiempos Violentos*), quien interpreta una escena memorable en la cual profetiza la venganza de Yahveh contra los Filisteos (libro del profeta Ezequiel 25:17), o bien, por “encargo” que se simula con Pablo Escobar (serie *Narcos*) y el paradójico uso del apelativo “Mijo” y el término “vuelta” con la interpretación de “puedes estar tranquilo...la misión será cumplida”; así como la consumación de los hechos a través del meme *disaster girl* (niña desastre) utilizado para expresar algún tipo de fatalidad que por venganza ella habría generado. En este caso, se alude a la desaparición del asesor de tesis.

Estas representaciones apuntan a responsabilizar al tutor del éxito o fracaso del estudiante. Él representa la figura de autoridad y quien, a fin de cuentas, emite la respuesta definitiva para que el tesista continúe con el resto del proceso para la aprobación del trabajo por parte del jurado.

La tesis anula la vida familiar y social

Otra de las representaciones sociales que deriva del estudio de los memes es la referida a que la tesis limita el normal desarrollo de la vida social, familiar y personal. *Tesis por todos lados*

Se muestra como algo que está en muchos espacios y circunstancias (Figura 9).

Figura 9. Tesis por todos lados



Por lo tanto, sugiere el poder de la omnipresencia, idea que se materializa en el meme originado con la película Toy Story 2. De manera que no hay posibilidad de cumplir otras actividades como salir a divertirse por las noches. En esta imagen macro de Pinky y Cerebro (dos ratones de laboratorio alterados genéticamente), la frase original “¡Tratar de conquistar el mundo!” se sustituye por “Tratar de terminar la tesis” que también es una forma de conquista. Asimismo, se pone en evidencia que la tesis impide la relación de pareja e incluso puede adquirir este rol.

Aislamiento

Se refleja la sensación de reclusión porque la dedicación es absoluta, tanto que no se diferencia el día de la noche (Figura 10).

Figura 10. Dedicación total.



Fuente: Internet

A través de la imagen de Willy Wonka, la frase introductoria "Dime qué se siente" y el concluyente comentario sarcástico “no distinguir entre el día y la noche” se plantea la inquietud en cuanto al afrontamiento de la construcción de la tesis. El argumento de la obra cinematográfica también permite asimilar el aislamiento y obcecación laboral de Wonka con el comportamiento de los tesisistas.

Este retraimiento de la sociedad y la familia se evidencia mediante la apropiación iconográfica de la galardonada película El Náufrago, en la que Tom Hanks interpreta a Chuck Noland (analista de sistema y trabajador compulsivo de la Corporación FedEx) quien queda atrapado durante cuatro años en una isla desierta del Océano Pacífico, tras un accidente aéreo.

El trasfondo cultural de este “macro de imagen” implica varias representaciones sociales acerca de las prácticas de los tesisistas (trabajo obsesivo), estados emocionales (soledad, tristeza, ensimismamiento), búsqueda de alternativas (quedarse en ese “lugar inhóspito” o salir de él) y fe y esperanza para sobrevivir al “naufrago académico”.

El aislamiento es tan prolongado que cuando concluye, las personas han envejecido (Figura 11).

Figura 11. Aislamiento social



Fuente: Internet

De la vida, tal como se recrea en el Titanic, solo quedan recuerdos maravillosos y el cumplimiento de la promesa de no rendirse jamás. Tras el retiro y reclusión en “una cueva”, el mundo puede quedar despoblado. De allí que, a través de la plantilla con el personaje Fry de la serie animada Futurama, se plantea la experiencia de escribir una tesis como una tarea que puede acabar con la vida. Por analogía con Fry, podría caricaturizarse el proceso de textualización como la caída en una cápsula criogénica.

La sustentación de la tesis es un acto de intimidación

Cuando finalmente se entrega el documento escrito, aún falta por sortear la llamada defensa o sustentación ante el jurado evaluador. Los memes de la Figura 12 señalan que los días previos a la presentación están cargados de muchas expectativas y miedos, por ello se acude, nuevamente, a los poderes divinos para obtener ayuda extraterrenal.

Figura 12. Sustentación de la tesis



Fuente: Internet

La tesis se presenta como un proceso generador de constantes tensiones que inicia desde la selección del tema, el desarrollo del trabajo, la relación tutorial y finalmente su presentación pública. La sustentación es el último paso que cierra el ciclo de esa investigación y asegura la conclusión de los estudios.

La presentación de la tesis es un acto de liberación

Si el tiempo invertido en la elaboración de la tesis se representa como un estado de confinamiento, entonces su finalización se asume como un acto de liberación, la salida de una cueva o fuente donde suelen vivir los elfos (Figura 13).

Figura 13. Liberación anhelada



Fuente: Internet

En el primer meme se usa la imagen de “Dobby”, un personaje que aparece en la segunda película de Harry Potter, *La cámara de los secretos* exhibida en 2002, y quien en el parlamento original pronunció la frase: *El amo le ha regalado a Dobby una prenda, Dobby es libre*. Sin embargo, como es característico en este género discursivo, al “memetizarse” se modificó para referirse a distintas circunstancias, pero la fidelidad se mantiene en torno a un elemento identificador como lo es la afirmación de una libertad que no podrá ser arrebatada.

Terminar de escribir y finalmente aprobar la tesis es un motivo de celebración, y ello se refleja a través del insumo de la historieta *Fuck Yea* y las hazañas del *Stickman* (figura de palo que representa a un ser humano). Así, se naturaliza la aprobación de la tesis como un instante de triunfo, victoria, acierto y autocomplacencia, al tiempo que se simboliza al tesista como una persona que cumple una serie de acciones (resuelve acertijos, sortea obstáculos, cumple misiones, vive aventuras variadas) conducentes al logro de su objetivo.

Esta felicidad se manifiesta a través del grito de Libertad (*Freedom!*). Se usa como fondo una imagen de la cinta épica *Braveheart* /Corazón Valiente que narra la vida de William Wallace,

quien lideró la primera guerra de la independencia de Escocia. Así, se muestra la elaboración de la tesis como una guerra personal librada durante mucho tiempo, que requiere espíritu guerrero y valor humano. Solo después de pelear muchas batallas a “sangre y fuego” es cuando se logra alcanzar el triunfo. En otras palabras, pareciera que concluir con éxito el desarrollo de una tesis rebasa las capacidades de cualquier ser humano común y precisa de condiciones superiores porque lo importante es no rendirse nunca.

A pesar de la existencia de un pensamiento social regulador del intercambio comunicativo intergrupual dentro de una comunidad discursiva, hay pensamientos y actitudes individuales dependientes de las historias personales que, tal como lo señala Abric (2001), dan cuenta de la estabilidad relativa y los conflictos engendrados por la resistencia al cambio. En este sentido, si bien lo natural es que entre los tesisistas se cree una identidad social por la cual una vez concluida la tesis, no se quiera volver a pasar por una experiencia similar (*Ni una tesis MÁS!!!*), de la interiorización de las vivencias y el vínculo establecido con el objeto representado pueden surgir actitudes particulares favorables (OHHH MIRA!!! UN DOCTORADO), como se aprecia en la Figura 14:

Figura 14 Volver a escribir una tesis



Fuente: Internet

No obstante, de alguna manera, implicaría olvidar todo el proceso anterior para empezar de nuevo, la plantilla del meme es Dory, personaje de la película *Buscando a Nemo* cuya característica es su ingenuidad y tener problemas de memoria a corto plazo. En un tono de humor se presenta el hecho de que solo quien ha perdido la memoria puede volver a embarcarse en la aventura de hacer otra tesis.

Discusión de resultados

En líneas generales, las representaciones sociales encontradas en los memes analizados dan cuenta de una comunidad de sentido en función del proceso de escritura y defensa de las tesis en la cual grupos humanos (tutores, tesistas, jurados), orientan la comprensión y explicación de este hecho académico, definen la identidad de los actores sociales involucrados, develan prácticas, interacciones, posturas y comportamientos.

La tesis se representa como un hecho difícil e interminable. Ciertamente, es un texto que amerita un largo proceso de elaboración y maduración de ideas, pues constituye “una de las actividades más complejas para estudiantes universitarios” (Montemayor Borsinger, 2005, p. 267). Es una tarea ardua, difícil, dilatada, con grandes escollos por sortear, cuyas exigencias son incomparables con las de prácticas letradas previas. Por reclamar un mayor esfuerzo y desafío tanto cognitivo como personal, se convierte en una labor titánica, infinita y agotadora. (Carlino, 2003, 2006; Tapia Ladino y Marinkovich Ravena, 2011/12; Cubo de Severino y Bosio, 2012; González, 2015; Venegas, Zamora y Galdames, 2016; Carcausto y Apaza-Pino, 2018).

Dentro del haz de ideas que conforman el objeto a través de las representaciones sociales, la focalización del tema se constituye en el primer obstáculo en el proceso de investigación y elaboración de la tesis. En numerosas investigaciones (Carlino, Tapia Ladino y Marinkovich, 2013; Clerici, Monteverde y Peruzzo, 2018) se plantea la dificultad para acotar y formular el problema de estudio como una de las problemáticas que retrasa considerablemente el hecho de completar las tesis. Este puede ser un indicador de la inexperiencia del tesista, pero también de la ausencia de lineamientos claros en las universidades acerca de cuáles temas son apropiados para desarrollar un trabajo de investigación en concordancia con las políticas institucionales. Igualmente, podría revelar poca supervisión del avance del estudiante, dado que muchas veces cursa distintos seminarios de tesis y los aprueba sin tener la certeza de que ese sea el tema definitivo de la tesis.

Luego, se vehicula un marco común negativo en cuanto a la relación tutorial, que se percibe como conflictiva, vertical e inadecuada, y se traduce en la crítica al tutor por el tiempo prolongado que transcurre entre la entrega de avances o producto final y la recepción de las observaciones. Este cuestionamiento es referido por Revilla (2017), en cuya investigación los informantes “reclamaron que los asesores no tuvieran tiempo, se demoraban en devolver los avances entregados, y sentían que recibían un favor y no un servicio al cual tenían derecho” (p. 293).

Por otra parte, las actitudes hostiles de los asesores mientras leen los textos provocan daño moral, presión y dolor. Estas tensiones se deben a que los tutores suelen ocuparse más de corregir el producto que de orientar el proceso a nivel conceptual, metodológico o formal, lo cual suele originar situaciones de incompreensión, agravio y sentimientos nocivos. (Carlino, 2005; Tapia Ladino y Marinkovich Ravena, 2011, Colombo 2014, Carcausto y Apaza-Pino, 2018;).

Asimismo, la tesis se representa como un hecho que anula la vida familiar y social. El aislamiento, exilio y soledad se descubren como sentimientos que acompañan al tesista durante el proceso de investigación y escritura, pues esa tarea escrita pasa a ocupar todos los espacios y a postergar las otras actividades personales y sociales. El apoyo del grupo familiar es necesario para el éxito del estudiante cuando esto no ocurre sobrevienen problemas de índole económico, disponibilidad de tiempo para dedicar al trabajo de investigación y clima psicoafectivo en casa, que retardan o anulan la consecución de la meta (Colombo 2014, Ruiz Bolívar, 2006,).

Los estados emocionales de soledad no solo dan cuenta de una realidad interior, sino que también denuncian la ausencia de dispositivos institucionales, como la inclusión de los estudiantes en equipos de investigación consolidados. La falta de experiencia “propia” y “vicaria”, el trabajo solitario e inseguro, la carencia de modelos y el desconocimiento de las narrativas sobre los senderos personales de construcción acentúan la incertidumbre, el desasosiego y la orfandad del tesista. (Carlino, 2005, 2008b).

Estas percepciones y actitudes también coinciden con los hallazgos de otras investigaciones, en las cuales se reporta que los estudiantes conciben la tesis como sacrificio, desafío, obligación agobiante y carga pesada, una tarea ardua, extensa, compleja y de resolución compleja para la cual no fueron formados ni teórica ni metodológicamente. (Carlino, 2005; Carcausto y Apaza-Pino, 2018; Tapia Ladino y Marinkovich Ravena, 2011).

Finalmente, si el desarrollo de la tesis se representa como un estado de reclusión y una sobrecarga, entonces la finalización es percibida como un acto liberador. Al concluir la construcción textual y tener la aprobación del tutor o director, pasa a una tercera instancia, un jurado conformado por expertos en el área y adscritos a determinadas comunidades discursivas, quienes primero evalúan y deciden si está en condiciones de presentarse públicamente en un defensa oral, y luego hacen una valoración final. (Cubo de Severino y Bosio, 2012). Este evento académico es fuente de incertidumbre y temor porque el tesista siente que requerirá de poderes

divinos para responder las preguntas del jurado y al no poseerlos podrá ver como todo el esfuerzo invertido se pierde.

Conclusiones

El estudio de las representaciones sociales sobre la tesis es una interesante línea de investigación que permite una obtener una visión acerca de los procesos didácticometodológicos de los procesos investigativos en la Universidad, desde lecturas alternas, propuestas los textos del mundo digital como los memes.

El acceso a las ideas, creencias, actitudes, percepciones y representaciones de una comunidad discursiva en torno a la producción de la tesis tanto de pregrado como posgrado permite comprender la escritura de textos académicos en su dimensión cognitiva, afectiva, retórico-discursiva y sociocultural, lo cual devela la complejidad que entraña lograr la conclusión exitosa del trabajo de grado.

La apropiación de elementos de la cinematografía, televisión, para generar memes es una parte esencial de los códigos visuales que los creadores utilizan y los usuarios deben descifrar para descubrir los rasgos humorísticos y también la dimensión crítica que se encuentra en estos textos de la cibercultura. Ello requirió de la consideración de este aspecto como parte de la metodología para ampliar la comprensión de los memes desde las relaciones intertextuales propuestas porque, precisamente estas “imágenes macro” constituyen un referente que funciona como hipotexto (Genette, 1989) para la conformación de los memes.

Las representaciones sociales que subyacen en los memes expresan que la tesis es una meta que solo puede alcanzarse si hay dolor, angustia y sufrimiento de por medio, dejando en evidencia el refrán medieval de que “la letra con sangre entra”. Así lo reflejan las categorías que emergieron del análisis: (a) La tesis es un hecho difícil e interminable, (b) La relación tutorial es conflictiva, (c) La tesis anula la vida familiar y social, (d) La sustentación de la tesis es un acto de intimidación y (e) La presentación de la tesis es un acto liberador.

Ahora bien, la constante presencia en las redes sociales de memes sobre experiencias negativas vinculadas con la tesis es una muestra de cómo los medios de comunicación de masas contribuyen a la replicación de versiones sobre la realidad que se anclan en el pensamiento colectivo y pueden constituir puntos de referencia para quienes aún no han tenido la oportunidad de vivir esta experiencia que, de antemano, es concebida como difícil. Si bien las representaciones

sociales no son modificadas porque alguien lo decida, lo que sí es cierto es que cuando cambian las condiciones del entorno también pueden variar las percepciones negativas que se tienen ante el objeto representado. Ello invita a revisar la forma en que las instituciones educativas han orientado el desarrollo de las tesis en cualquiera de sus niveles para así generar acciones pertinentes para atacar el síndrome Todo Menos Tesis (Valarino, 1997) en los cursantes de estudios universitarios.

Referencias

- Abric, J. C. (2001). *Prácticas sociales y representaciones*. México D.F.: Ediciones Coyoacán.
- Agencia de Calidad de la Educación (2013a). Balance de gestión integral año 2013. Recuperado el 28 de noviembre de 2013 desde <http://www.agenciaeducacion.cl/>
- Alarcón Zayas, V. (2017). Humorismo como creación y fortalecimiento de los vínculos en la sociedad red el caso de los memes sobre filósofos. *Revista de comunicación*, 16(1), 122-146. Recuperado de [Dialnet-HumorismoComoCreacionYFortalecimientoDeLosVinculos6015158.pdf](http://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=6015158)
- Álvarez, G., & Difabio de Anglat, H. (2019). Retroalimentación entre pares en un taller virtual de escritura de tesis de posgrado. *Apertura* 11(2), 40-53. <https://dx.doi.org/10.32870/ap.v11n2.1540>
- Arango Pinto, L. G. (2014). Los memes como fenómeno de la cultura digital: entre la resignificación y la irradiación de contenidos. En *Espacios de Comunicación. IV Congreso Internacional de la Asociación Española de Investigación en Comunicación*, pp. 401-410. Bilbao: Asociación Española de Investigación de la Comunicación. Recuperado de <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=4788748>.
- Araya Umaña, S. (2002). *Las representaciones sociales: Ejes teóricos para su discusión*. Cuaderno de Ciencias Sociales 127. Costa Rica: Facultad Latinoamericana de Ciencias Sociales (FLACSO). Recuperado de <http://unpan1.un.org/intradoc/groups/public/documents/ICAP/UNPAN027076.pdf>
- Bolívar Orellana, A. C. (2016). *Organización retórica- discursiva del trabajo de grado de maestría en lingüística*. (Tesis de doctorado). Universidad Pedagógica Experimental Libertador, Instituto Pedagógico de Caracas. Caracas, Venezuela.
- Börzsei, L.K. (2013). Makes a Meme Instead: A Concise History of Internet Memes. *New Media Studies Magazine*, 7(March), 1-29. 1. Recuperado de https://works.bepress.com/linda_borzsei/2/download/
- Carcausto, W., & Apaza-Pino, J. (2018). Representaciones sociales de la elaboración de una tesis de posgrado por egresados de una universidad peruana. *Revista Peruana de Salud Pública y Comunitaria*, 1(1), 4-9. Recuperado de <https://revistas.ual.edu.pe/index.php/revistaual/article/view/9>
- Carlino, P. (2005). ¿Por qué no se completan las tesis en los posgrados? Obstáculos percibidos por maestrandos en curso y magistri exitosos. *Educere* 30(9), 415 – 420. Recuperado de <https://www.aacademica.org/paula.carlino/15.pdf>

- Carlino, P. (2008b). Revisión entre pares en la formación de posgrado. *Lectura y Vida*, 29(2), 20-28. Recuperado de <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=2799623>
- Carlino, P. (septiembre, 2008a). *Desafíos para hacer una tesis de posgrado y dispositivos institucionales que favorecerían su completamiento*. Segundo Encuentro Nacional y Primero Internacional sobre Lectura y Escritura en Educación Superior. REDLEES (Red Nacional para el Desarrollo de la Lectura y Escritura en la Educación Superior), ASCUN (Asociación Colombiana de Universidades) y Pontificia Universidad Javeriana, Bogotá, Colombia. Recuperado de <https://www.academica.org/paula.carlino/132>
- Castro Azuara, M. C., y Sánchez Camargo, M. (2015). Escribir en la universidad: la organización retórica del género tesina en el área de humanidades. *Perfiles Educativos XXXVII*(148), 50-67. Recuperado de http://www.perfileseducativos.unam.mx/iisue_pe/index.php/perfiles/article/view/49311
- Cejas, Martínez, M. F. (2010). Criterios y competencias para elaborar la tesis doctoral. *Visión Gerencial*, 35-46. Recuperado de <http://erevistas.saber.ula.ve/index.php/visiongerencial/article/view/846>.
- Clerici, C., Monteverde, A., & Peruzzo, L. (2018). Factores facilitadores y obstaculizadores del proceso de elaboración de la tesina de grado: mirada del estudiante. *Ciencia, Docencia y Tecnología*, 29(56), 1-17. Recuperado de <http://www.pcient.uner.edu.ar/cdyt/article/view/315>
- Colombo, L. (2014). Apoyos personales en la producción de tesis doctorales. *Revista Electrónica de Investigación Educativa*, 16(2), 81-96. Recuperado de <http://redie.uabc.mx/vol16no2/contenido-colombo.html>
- Cortázar Rodríguez, F. J. (2014). Imágenes rumorales, memes y selfies: elementos comunes y significados. *Iztapalapa, Revista de Ciencias Sociales y Humanidades* 77, 191-214. Recuperado de <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=39348246009>
- Cubo de Severino, L y Bosio. (2011). La tesis como clase textual y su proceso de escritura, en Cubo, L, Puiatti, L. y Lacon, N. (Eds.). *Escribir una tesis. Manual de estrategias de producción* (pp. 11-34). Córdoba: Comunicarte.
- Dawkins, R. (1983). *El gen egoísta. Las bases biológicas de nuestra conducta*. Barcelona, España: Salvat. Trabajo original publicado en 1976.
- Difabio de Anglat, H. (2011). Las funciones del tutor de la tesis en educación. *Revista Mexicana de Investigación Educativa*, 16(50), 935-959. Recuperado de http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S140566662011000300012&lng=es&tlng=es.
- Gallardo, S. (2012). *Funciones del discurso referido en tesis doctorales*. IV Coloquio de Investigadores en Estudios del Discurso Regional Argentina de la Asociación Latinoamericana de Estudios del Discurso (ALED) y Facultad de Lenguas de la Universidad Nacional de Córdoba, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Universidad de Buenos Aires.
- García Huerta, D. (2014). Las imágenes macro y los memes de internet: posibilidades de estudio desde las teorías de la comunicación. *PAAKAT: Revista de Tecnología y Sociedad*, 0(6). Recuperado de <http://www.udgvirtual.udg.mx/paakat/index.php/paakat/article/view/217>

- Genette, G. (1989). *Palimpsestos: La escritura en segundo grado*. (Trad. Fernández Prieto, C.). Madrid: Taurus.
- González Gómez, A. y González Fernández, A. J. (2013). *Memes, Rage-comics y Memenautas: comunicación efectiva en internet*. (Tesis de Máster) Universidad Nacional de Educación a Distancia (España). Facultad de Educación. Recuperado de https://www.academia.edu/5352602/Memes_Ragecomics_y_Memenautas_Comunicaci%C3%B3n_Efectiva_en_Internet
- González, F. (2015). Dificuldades na realização de trabalhos de investigação: como enfrentá-las. *Revista Praxis educacional* 11(18), 275-300. Recuperado de <http://periodicos2.uesb.br/index.php/praxis/article/download/812/688/>.
- Ibañez, R. (2010). El texto disciplinar en la transmisión del conocimiento especializado. *Estudios Filológicos* (46). Recuperado de <http://www.redalyc.org/src/inicio/ArtPdfRed.jsp?iCve=173418807004>
- Jodelet, D. (1986). La representación social: fenómeno, concepto y teoría. En: Moscovici, S. (1986). (Comp.), *Psicología Social II: Pensamiento y vida social. Psicología social y problemas sociales*. (Trad. Rosenbaum, D.). España: Paidós Ibérica. Trabajo original publicado en 1984.
- Landeau, R. (2010). *Elaboración de trabajos de investigación*. Caracas: Alfa.
- Marinkovich, J. & Salazar, J. (2011). Representaciones sociales acerca del proceso de Escritura Académica: el caso de la tesis en una Licenciatura en Historia. *Estudios Pedagógicos* 37(1), 85-104. <https://dx.doi.org/10.4067/S0718-07052011000100005>
- Milner, R. M. (2012). The world made meme: Discourse and identity in participatory media culture, dissertation, University of Kansas. Recuperado de <https://kuscholarworks.ku.edu/handle/1808/10256>
- Montemayor Borsinger, A. (2005) La tesis. *Los textos de la ciencia. Principales clases de discurso académico-científico* (pp. 267- 284). Córdoba: Comunicarte.
- Moscovici, S. (1979). *El psicoanálisis, su imagen y su público*. Buenos Aires: Huemul.
- Narvaja de Arnoux, E. (2010). La escritura de tesis: apoyos institucionales y propuestas pedagógicas. En Vázquez de Aprá, A.; Novo, M del C., Jacob, I. y Pelliza, L. (Comp. 2010). *Lectura, escritura y aprendizaje disciplinar*, (pp. 25-39). Argentina: UniRio Editora.
- Obermeier Pérez, M. L. (2018). Índice de actitud hacia la investigación y disposición a la titulación. *Perspectivas Metodológicas* 18(21), 113-134. Recuperado de <http://revistas.unla.edu.ar/epistemologia/article/view/1900>
- Ochoa Sierra, L., & Cueva Lobelle, A. (2017). El bloqueo en el proceso de elaboración de una tesis de maestría: angustias y desazones percibidas por sus protagonistas. *Lenguaje*, 45(1), 61-87. Recuperado de <http://www.scielo.org.co/pdf/leng/v45n1/0120-3479-leng-45-0100061.pdf>
- Pacheco, T. (2015). La tesis doctoral en ciencias sociales y su relación con el quehacer científico. *Cinta Moebio* 52, 37-47. doi: 10.4067/S0717-554X2015000100003
- Pérez Salazar, G., Aguilar Edwards, A. y Guillermo Archilla, M. E. (2014). El meme en internet. Usos sociales, reinterpretación y significados, a partir de Harlem Shake. *Argumentos* (27)75, 79-100. Recuperado de <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=59533233004>.

- Revilla, D. (2017). Expectativas y tensiones en la asesoría de tesis en la Facultad de Educación de la Pontificia Universidad Católica del Perú. *Revista de Docencia Universitaria*, 15(1), 277-303. Recuperado de <https://polipapers.upv.es/index.php/REDU/article/view/6057>.
- Ruiz Bolívar, C. (2006). *La tutoría de tesis de grado. Cómo llegar a ser un tutor competente*. Caracas: FEDUPEL/Santillana.
- Ruiz Martínez, J. M. (2018). Una aproximación retórica a los memes de internet. *Signa: Revista de la Asociación Española de Semiótica*, 27 p. 995-1021. Recuperado de <http://revistas.uned.es/index.php/signa/article/view/21856/17919>.
- Sánchez Jiménez, D. (2012). La elaboración de la tesis doctoral en las universidades de habla hispana: dificultades y planteamientos de mejora. *Revista Iberoamericana de Educación*, 60(3), 2. <https://doi.org/10.35362/rie6031300>
- Siri, L. (2016). Memes en internet: el escándalo Snowden. *Letra. Imagen. Sonido L.I.S*, 16, 16- 39. Recuperado de <https://publicaciones.sociales.uba.ar/index.php/lis/article/view/3835>
- Swales, J. M. (1990) *Genre Analysis. English in academic and research settings*. Australia: CAMBRIDGE
- Swales, J. M. (2004). *Research Genres. Explorations and applications*. USA: CAMBRIDGE
- Tapia Ladino, M. y Marinkovich Ravena, J. (2011). Representaciones sociales sobre la escritura de la tesis en la formación académica inicial en el área de las Ciencias del Mar. *OnOmázein* 24(2): 273-297. Recuperado de <https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/3816411.pdf>
- Tapia Ladino, M. y Marinkovich Ravena, J. (2013). Representaciones sociales sobre la escritura de la tesis en dos carreras del área de humanidades: Periodismo y Trabajo Social *RBLA, Belo Horizonte* 13(1): 145-169. Recuperado de <http://www.scielo.br/pdf/rbla/v13n1/v13n1a08.pdf>
- Valarino, E. (1997). *Tesis a tiempo*. Caracas: Equinoccio.
- Venegas, R., Zamora, S., & Galdames, A. (2016). Hacia un modelo retórico-discursivo del macrogénero Trabajo Final de Grado en Licenciatura. *Revista Signos*, 49(Supl. 1), 247-279. <https://dx.doi.org/10.4067/S0718-09342016000400012>
- Vickery, J. R. (2014) The curious case of Confession Bear: the reappropriation of online macro-image memes, *Information, Communication & Society*, 17:3, 301-325, DOI: 10.1080/1369118X.2013.871056

Entre estilos y colectivo de pensamiento: genealogías y visión formativa de grupos de investigación en la historia de la educación matemática en Brasil

Iran Abreu Mendes¹

iamendes1@gmail.com

<https://orcid.org/0000-0001-7910-1602>

Carlos Aldemir Farias da Silva¹

carlosfarias1@gmail.com

<https://orcid.org/0000-0001-5463-1316>

¹Universidade Federal do Pará

Belém, Brasil

Recibido: 15/04/2020 Aceptado: 15/04/2020

Resumen

Este artículo presenta los resultados de una investigación que tuvo como objetivo discutir sobre las genealogías de grupos de investigación en la historia de la Educación Matemática en Brasil, desde la perspectiva de la visión formativa, los estilos y los colectivos de pensamiento, que caracterizaron el origen, la evolución y la difusión de las organizaciones sociales de estos grupos de investigación en sus generaciones descendientes, basados en el estudio de la epistemología de Ludwik Fleck, asociado con estudios sobre genealogía. Para llevar a cabo una investigación, llevamos a cabo una encuesta en el directorio del grupo de Investigación del CNPq, en la Plataforma Lattes y en otros archivos, con el fin de obtener información que ayude a caracterizar las epistemologías de los grupos en este campo de investigación, sus dimensiones de descendencia, desmembramiento y ramificaciones de miembros de cada grupo en forma de redes de conexiones entre investigadores, doctorados, sus respectivas líneas de investigación y producción generadas durante un curso de posgrado y después de su inclusión en el sistema de investigación en la historia de la educación matemática en Brasil. A partir del levantamiento inicial no dirigido del CNPq, selecciones para analizar, grupos de grupos afectados Grupo-Pai, conforme como teorías adoptadas para el estudio y aprofundamos una interpretación de información. Al final, identificamos una maduración académica de los procesos de capacitación de los investigadores hacia una constitución epistemológica para fortalecer el campo de investigación en la historia de la Educación Matemática y su ramificación multiplicativa en las diferentes regiones de Brasil. Sin embargo, también identificamos que las relaciones teórico-prácticas que emergen de esta capacitación en investigación aún no están bien establecidas en la capacitación de maestros que enseñan matemáticas y para la capacitación de maestros de investigación en la historia de la Educación Matemática en Brasil.

Palabras-clave: Investigación en Historia de la Educación Matemática. Historia de la Educación Matemática. Grupos de historia de la Educación Matemática.

Entre estilos e coletivos de pensamento: genealogias e o ver formativo de grupos de pesquisa em História da Educação Matemática do Brasil

Resumo

En este artículo se presentan los resultados de un estudio, basado en la epistemología de Ludwik Fleck y asociado con estudios sobre genealogía, que tuvo como objetivo discutir las genealogías de los grupos de investigación en Historia de la Educación Matemática de Brasil, desde la perspectiva de su visión formativa, y sus estilos y colectivos de pensamiento, con el fin de caracterizar el origen, la evolución y la difusión de las organizaciones sociales de estos grupos de investigación en relación con sus generaciones descendientes. En el inicio de la investigación, fueron revisados el Directorio de Grupos de Investigación del CNPq, la Plataforma Lattes y otros repositorios de pesquisa, con lo cual se obtuvo información que coadyuvó a la caracterización de las epistemologías, las dimensiones de descendencia, separaciones y ramificaciones de miembros de cada uno de los mencionados grupos de investigación, así como también a la identificación de las redes de conexión entre investigadores, estudiantes de doctorado, sus respectivas líneas de investigación y producciones generadas durante los estudios de posgrado y después de su inclusión en el sistema de investigación en la Historia de la Educación Matemática en Brasil. A partir del levantamiento inicial realizado en el Directorio del CNPq, se seleccionó para analizarlos a tres grupos que, de acuerdo con las teorías adoptadas para el estudio, fueron considerados Grupos-Padre, y se profundizó en la interpretación de la información. De ese modo, se consiguió identificar una trayectoria de maduración académica en los procesos de formación de los investigadores orientada hacia el fortalecimiento de la constitución epistemológica del campo de investigación en Historia de la Educación Matemática y su ramificación multiplicativa en las diferentes regiones de Brasil. Sin embargo, también identificamos que las relaciones teórico-prácticas que emergen de esa formación en investigación aún no están bien establecidas en la formación de los profesores que enseñan Matemática y tampoco en la formación de profesores-investigadores en Historia de la Educación Matemática en Brasil.

Palabras clave: Investigación en Historia de la Educación Matemática. Historia de la Educación Matemática. Grupos de Historia de la Educación Matemática.

Between Styles and Collective of Thought: genealogies and formative view of Research Groups in the History of Mathematical Education in Brazil

Abstract

This article presents the results of a research that aimed to discuss genealogies of research groups in History of Mathematical Education in Brazil, grounded in formative sight, styles and collectives of thought, which characterized social organizations' origin, evolution and dissemination of such research groups in their offspring generations, based on Ludwik Fleck's epistemology, associated with studies on genealogy. In order to operationalize this investigation, a survey in CNPq Research Groups Directory on Lattes Platform and in other files was carried out to obtain information that would contribute to characterizing groups' epistemologies in this investigative field, their descent dimensions, dismemberment and ramifications of members from each group, as well as in connection networks among researchers, doctoral graduate students, their respective research lines and productions generated during graduate school and after their inclusion in the research system on History of Mathematics Education in Brazil. Three groups considered as Parent Groups were selected for analysis in the initial survey in CNPq

Directory, according to the theories adopted for this study, in order to deep the interpretation of information. In the end, an academic maturation of researchers' training processes was identified towards an epistemological constitution of strengthening the research field in History of Mathematical Education and its multiplicative ramification in Brazilian different regions. However, it was also identified that theoretical-practical relationships emerging from this research training are not yet well established in Math teachers' training. The same is true for research teachers' training in History of Mathematical Education in Brazil.

Keywords: Research in History of Mathematics Education. History of Mathematical Education. Groups on History of Mathematical Education.

Considerações Preliminares

Desde a penúltima década do século XX, os estudos e pesquisas sobre as relações entre História da Matemática e Educação Matemática vêm apresentando resultados centrados em enfoques nas histórias de vida e obra de matemáticos e educadores, bem como na formação de professores de Matemática, instituições escolares e nos processos de disciplinarização das matemáticas em nível de Educação Básica e ensino superior. Essas pesquisas quase sempre tomam como fundamentos princípios e procedimentos metodológicos o apelo à memória e a História Oral, materializados nas entrevistas e na organização da memória da Educação Matemática no Brasil. Além disso, a exploração de arquivos pessoais e de centros de documentação em todas as suas dimensões, bem como o método (auto)biográfico, têm ampliado as fontes das pesquisas em História da Educação Matemática e auxiliado os pesquisadores na busca de respostas acerca do processo de constituição dessa história plural, na qual a Educação Matemática vem se constituindo como uma área de produção de conhecimento, tanto na história das instituições como das disciplinas escolares e nas histórias de vida de professores de Matemática, protagonistas das histórias.

A partir de pesquisas que primeiramente tiveram como objetivo cartografar os processos de produção científica de História da Matemática, História para o Ensino da Matemática e História da Educação Matemática nos programas de pós-graduação *stricto sensu* do Brasil, das áreas de Educação, Educação Matemática, Ensino de Ciências Naturais e Matemática e áreas afins, entre 1990 e 2010, identificamos que, de um modo geral, as dissertações e teses estão organizadas em três subáreas: História e Epistemologia da Matemática (HepM); História para o Ensino da Matemática (HenM) e História da Educação Matemática (HedM) (cf. Mendes, 2010, 2012, 2018, 2019). Consequentemente, nessas pesquisas, identificamos também alguns dos fundamentos teóricos e metodológicos que norteiam os estudos e pesquisas nesta área. Na

continuidade das pesquisas, em uma segunda fase, investigamos as genealogias dos grupos de pesquisa e seus pesquisadores, e também a respeito dos modos como são relacionados diretamente com os estudos de seus orientandos identificados com cada grupo ao qual esteve vinculado em processos de formação pós-graduada.

Os resultados dessa primeira pesquisa apontaram um crescimento das abordagens de temas sobre vida e obra de matemáticos e professores de Matemática, história das instituições, história das disciplinas escolares, dentre outras atividades sociais e culturais. Dessa tentativa de aproximação se constituem as bases das interlocuções, nas quais a diversidade de fontes na pesquisa historiográfica com origem nas teorias advindas da História, Antropologia e Sociologia estabelecem relações e implicações para uma compreensão possível acerca de uma História da Educação Matemática e das práticas socioculturais matemáticas no contexto da sociedade e da cultura (Mendes, 2012).

Com base nas informações obtidas na primeira pesquisa e analisadas posteriormente, consideramos necessário avançar nas investigações, na intenção de identificar e caracterizar uma rede de conexões de pesquisas relativamente à História da Matemática e da Educação Matemática nas décadas de 1990 a 2010 no Brasil e que se ampliaram na década de 2011 a 2018. Nesse sentido, identificamos a necessidade de redimensionar a pesquisa em direção às relações dos estudos sobre genealogia para compreender a constituição do campo de pesquisa sobre História da Educação Matemática, com vistas à possibilidade de transpor conceitos e princípios, de modo a desenhar uma cartografia pormenorizada da pesquisa em História da Educação Matemática no Brasil, com foco centralizado nos grupos de pesquisa envolvidos e suas produções, ramificações e reformulações de princípios e métodos, bem como o conhecimento produzido.

Neste artigo, apresentamos resultados e interpretações da segunda pesquisa, que concerne aos estudos sobre as genealogias dos grupos de estudo e pesquisas sobre História da Educação Matemática do Brasil, construída por educadores matemáticos em prol da organização e implementação da formação de pesquisadores nesse campo de conhecimento por meio de uma prática realizada coletivamente, além de analisar esse processo genealógico de disseminação de ideias, conceitos, princípios, fundamentos e métodos de pesquisa e de ensino.

Para tecer nossas descrições e reflexões sobre o objeto abordado neste artigo, tomamos como base epistemológica fundamentos teóricos e metodológicos concernentes à genealogia e

à epistemologia de Ludwik Fleck (1896-1961), no tocante aos conceitos de *estilo e coletivo de pensamento* e *gestaltsehen* (ver formativo), para adentrar no contexto de constituição e institucionalização dos grupos de pesquisa. Do que tratam esses conceitos fleckianos e quais os fundamentos sobre genealogia? De que maneira poderão ser conectados para contribuir com a interpretação e caracterização do processo de formação na pesquisa em História da Educação Matemática, suas produções, ramificações e reformulações de princípios, métodos e conhecimento produzido? Para avançar no alcance das respostas às questões lançadas, apresentaremos inicialmente nossas considerações acerca de Ludwik Fleck e sua epistemologia, os conceitos advindos das teorias genealógicas adotadas na pesquisa e as conexões entre essas *epistemes* para explicitar a dinâmica inter e intracoletiva que envolve os grupos de pesquisa em História da Educação Matemática.

Da epistemologia fleckiana e seus conceitos estruturais

Conforme já mencionamos anteriormente, descreveremos primeiramente, de modo sucinto, o perfil e a epistemologia de Ludwik Fleck. Trata-se de um estudioso que desenvolveu, entre as décadas de 1920 a 1930, uma forma de abordar o problema do conhecimento por meio de uma epistemologia comparativa. Fleck foi um médico polonês que tinha como premissa básica que o conhecimento é fruto de processos históricos efetuados por coletivos em interação sociocultural. Assim, seu pensamento propõe categorias epistemológicas mediante as quais é possível analisar a gênese e a difusão de conhecimentos e práticas produzidos por esses coletivos, originando estilos de pensamento representativo de cada grupo em interação.

Sua epistemologia centra-se em três conceitos estruturais principais: *estilo e coletivo de pensamento e gestaltsehen* (ver formativo ou percepção da forma vinculada ao estilo de pensamento). Secundariamente, emergem outros conceitos, não menos importantes, como as relações inter e intracoletivas, os círculos esotéricos e exotéricos, dentre outros aspectos de extensão conceitual na teoria, que serão agenciados por nós a cada momento em que seu uso se fizer necessário nas explicações sobre o objeto investigado.

Em suas discussões sobre história, ciência e linguagem, Carlos Maia (2015), fundamentado nas teorias de Fleck, esclarece que o conceito de *gestaltsehen* trata do modo como percebemos o *design* do mundo e de que maneira se constitui cada ser histórico de forma individual e coletiva, pois é com base nessas maneiras de se colocar no mundo e olhar as coisas

desse mundo que caracterizamos nosso ver, que atribuímos significações herdadas de gerações anteriores e que se tornarão heranças posteriores para legalizar o devir ativo-passivo ou passado-futuro.

Portanto, o *Gestaltsehen* nos possibilita assumir um papel ativo ou passivo em cada momento histórico de nossos encontros socioculturais por meio de uma espécie de ciclo de agenciamentos que movimentam o mundo histórico e alimentam todo e qualquer desenvolvimento, seja dos fatos, seja do saber, seja dos indivíduos, seja da própria história (Maia, 2015).

É, então, neste movimento de percepção da realidade que agimos no mundo de acordo com sua historicidade. Conforme Fleck (2010), essa maneira de ser e estar no mundo está conjugada à nossa habilidade de interação simbólica por meio do *Gestaltsehen*, que conjuga estratégias conceituais materializadas na teoria do ativo-passivo, no estilo e no coletivo de pensamento e na percepção das formas pelas quais esse autor desenvolve seu modelo explicativo para analisar a ciência como um diálogo entre saber e prática, originadas do coletivo em uma dinâmica de pensar coletivo que engendra o estilo de ser e estar nesse coletivo. Assim se configuram os grupos de pesquisa para constituírem-se em um coletivo de saber e de práticas investigativas.

Ainda a esse respeito, Jerzy Giedymin (1986) discorre sobre a teoria de Ludwik Fleck acerca dos estilos e coletivos de pensamento e enfatiza que os recursos e reivindicações que parecem formar o núcleo de seu programa epistemológico sugerem a rejeição da visão empirista e positivista tradicional dos fatos científicos, dada em contradição à teoria, assim como de qualquer teoria *a priori* ou especulativa do conhecimento, inclusive de modelos abstratos da ciência, ou seja, na forma de reconstrução lógica, como *epistemologia imaginabilis* (epistemologia imaginável).

Giedymin (1986) reitera que, para Fleck, há uma exigência de que a epistemologia seja empírica, com base na psicologia, história e sociologia da ciência, bem como na suposição de que todo conhecimento é socialmente determinado, uma vez que

[...] a alegação de que o conhecimento humano é desenvolvido por grupos de indivíduos em interação – pensamentos-coletivos (alguns momentâneos, outros mais estáveis) – que produzem a partir de estoques anteriores de ideias (proto-ideias) amadurecem, fecham, pelo menos em parte “incongruentes” com os sistemas anteriores e permeando – como estilos de pensamento – o pensamento dos membros individuais dos

coletivos. Tais sistemas de crença fechados são caracterizados por forte tenacidade, apoiada sempre que necessário pela harmonia das ilusões; um indivíduo pode pertencer a mais de um coletivo de pensamento, mas é o último que é o originador e portador do conhecimento, uma vez que o conhecimento é sempre social em sua origem e caráter. Não há critérios absolutos de verdade (as verdades são as únicas soluções de problemas compatíveis com o estilo) e validade; a epistemologia deve conduzir um estudo comparativo dos estilos de pensamento (Giedymin, 1986, p. 179-180).

A experiência é, portanto, admitida como um processo complexo no qual deve ocorrer total interação entre o conhecedor, o que ele já conhece e o que está prestes a aprender, uma vez que, dos três fatores de cognição – o indivíduo, a realidade coletiva e objetiva –, um pode eliminar, enfim, um ou até dois. O coletivo, nesse processo, é composto de indivíduos. A realidade objetiva pode ser resolvida em sequências históricas de ideias pertencentes ao coletivo. No entanto, para Jerzy Giedymin (1986), o pensamento do indivíduo não pode estar em desacordo com o estilo de pensamento; portanto, só se pode prescindir do conceito de coletivo de pensamento na epistemologia introduzindo julgamentos de valor ou fé dogmática, o que não seria desejável.

Nessa dinâmica epistemológica, Fleck (1986) atribui significado ao ato de conhecer admitindo que se trata de uma atividade humana que resulta de uma construção do indivíduo em interação sociocultural, ou seja, o conhecimento é produzido em uma interação entre o sujeito e o objeto, mediada por uma dimensão que é social e culturalmente determinada. Desse modo, as relações históricas existentes em um determinado estilo de pensamento indicam que existe uma inter-relação entre o conhecido e o que se quer conhecer. Assim, Fleck (1986) considera que o já conhecido é fator condicionante na forma e na maneira de gerar um novo conhecimento, e este conhecer se expande, renova-se e dá sentido ao novo ato de conhecer.

Nessa senda, o processo de produção de conhecimento deve levar em consideração o sujeito, o objeto e o estilo de pensamento compartilhado pelo coletivo de pensamento. O estilo de pensamento é o direcionador do modo de pensar e de agir de um grupo de pesquisadores (educadores) de uma determinada área do conhecimento.

Em seus escritos, Fleck (1986, 2010) mostra que todo pensamento e descoberta científicos estão enraizados no estilo de pensamento dominante em uma época. São importantes descobertas produzidas pelo coletivo de pensamento e originadas da análise coletiva. O significado do indivíduo não é subestimado, mas, do ponto de vista histórico, o acúmulo de fatos

e a formação de teorias científicas são provocados pelo trabalho em equipe e pelas qualidades da equipe, e não pelos indivíduos que a compõem.

O coletivo de pensamento compreende uma comunidade de indivíduos que compartilham práticas, concepções, tradições e normas, no qual a *gestaltsehen*, ou seja, a maneira própria de ver o objeto do conhecimento (o ver formativo) e de interagir com ele determina o estilo de pensamento. Na estrutura geral do coletivo de pensamento, Fleck (1986, 2010) distingue os círculos esotérico e exotérico: o primeiro é formado pelos especialistas, enquanto o segundo representa os leigos e leigos formados. As pessoas poderiam pertencer a vários coletivos simultaneamente, atuando como veículos na transmissão de ideias entre os coletivos. Entre os círculos esotérico e exotérico, estabelecem-se relações dinâmicas denominadas de circulação intracoletiva e circulação intercoletiva, que contribuem para a ampliação do campo de conhecimento.

Por meio da circulação intracoletiva de ideias, que ocorre no interior do coletivo de pensamento, o sujeito individual se insere no coletivo de pensamento e aprende a compartilhar os conhecimentos e práticas do estilo de pensamento vigente. A circulação intracoletiva de ideias é a responsável pela coerção de pensamento que forma um membro novato de determinado coletivo de pensamento. Esse tipo de circulação favorece o processo de extensão do estilo de pensamento. Já a circulação intercoletiva de ideias ocorre entre dois ou mais distintos coletivos de pensamento e tem papel fundamental na extensão do estilo de pensamento, uma vez que toda circulação intercoletiva de ideias implica um deslocamento ou transformação dos valores dos pensamentos. A comunicação não ocorre sem transformação e sem que se produza uma remodelação de acordo com o estilo, que, em termos intercoletivos, traduz-se em um reforço, e, numa ótica intercoletiva, em uma mudança fundamental do pensamento comunicado.

Formativo na pesquisa em História da Educação Matemática

A partir do que foi mencionado na seção anterior, podemos destacar que a epistemologia fleckiana possibilita compreender os modos de praticar o processo coletivo da produção do conhecimento nos grupos e entre grupos de pesquisa em História da Educação Matemática. Ao mesmo tempo, possibilita compreender que a maneira de um pesquisador realizar a sua prática investigativa está relacionada ao seu processo de formação como pesquisador. Igualmente, permite identificar condições para a instauração de um estilo de pensamento ligado à pesquisa

em História da Educação Matemática relativamente a cada grupo examinado. Nesse sentido, propicia a compreensão da importância da comunicação intra e intercoletiva no estabelecimento e transformação de um estilo de pensamento e o impacto da formação docente para o ingresso em um estilo de pensamento e na constituição do campo de pesquisa em Educação Matemática.

Assim sendo, nesta seção, consideramos relevante destacar aspectos acerca da História da Educação Matemática brasileira que se caracterizam pela apresentação dos itinerários da constituição das comunidades de educadores matemáticos em prol da organização e implementação de um modelo próprio de formação de pesquisadores nesse campo de conhecimento por meio de uma prática pensada e realizada coletivamente. Esse exercício nos levou a interpretar a organização dos grupos de pesquisa como comunidades investigativas a partir do conceito de coletivo de pensamento de Fleck, conforme discutido na seção anterior. Todavia, é necessário explicitar em quais sentidos as práticas de pesquisa desenvolvidas nesses grupos se caracterizam como uma produção coletiva que reflete os princípios teóricos que sustentam as investigações dos grupos.

Para falar das características e potencialidades das ações dos grupos de pesquisa em História da Educação Matemática, buscamos apoio na epistemologia de Ludwik Fleck, tomando-a referência para focar aspectos teórico-metodológicos concernentes à formação de pesquisadores. Do que se trata, afinal?

No entender de Fleck, os conceitos com os quais o cientista trabalha dependem de “proto-ideias” ou “pré-ideias”, muitas vezes pré-científicas e obscuras, retiradas de outras ideias, da religião, da arte, etc. Neste sentido, os conceitos nunca podem ser produzidos espontaneamente, mas constituem-se como resultado de um desenvolvimento histórico. Por isso Fleck afirma que não é possível, de nenhum modo, cortar os laços com a história” (Bombassaro, 1992, p. 96).

Conforme já foi mencionado na seção anterior, para Fleck (1986), o conhecimento resulta de uma construção do indivíduo em interação sociocultural. Dito de outro modo, o conhecimento se dá em uma interação entre o sujeito e o objeto mediada por uma dimensão socioculturalmente determinada. As relações históricas existentes em um determinado estilo de pensamento indicam que existe uma inter-relação entre o conhecido e o que se quer conhecer, pois, para o referido autor, o já conhecido condiciona a forma e a maneira do novo conhecimento, como também a forma como esse conhecer expande, renova e dá sentido ao novo

conhecer. Assim, o processo de produção de conhecimento deve levar em consideração o sujeito, o objeto e o estilo de pensamento compartilhado pelo coletivo que comunga do estilo, porquanto este é o direcionador do modo de pensar e de agir de um grupo de pesquisadores de uma dada área do conhecimento; em nosso estudo, o campo de pesquisa em História da Educação Matemática (Mendes; Farias, 2015).

O coletivo de pensamento compreende uma comunidade de indivíduos que compartilham práticas, concepções, tradições e normas, na qual a maneira própria de ver o objeto do conhecimento (o ver formativo) e de interagir com ele determina o estilo de pensamento, que passa do círculo esotérico ao exotérico, de modo a possibilitar, então, as interações entre esses coletivos simultaneamente, além da transmissão de ideias entre coletivos por meio de circulação intra e intercoletiva.

Através da circulação intracoletiva de ideias, que ocorre no interior do coletivo de pensamento, o sujeito individual se insere no coletivo. Ele precisa aprender e compartilhar os conhecimentos e práticas do estilo de pensamento vigente. A circulação intracoletiva de ideias é responsável pela coerção de pensamento que forma um membro novato de determinado coletivo de pensamento. Este tipo de circulação contribui para o processo de extensão do estilo de pensamento.

A circulação intercoletiva de ideias ocorre entre dois ou mais distintos coletivos de pensamento e tem papel fundamental na extensão do estilo de pensamento, uma vez que toda circulação intercoletiva de ideias implica um deslocamento ou transformação dos valores dos pensamentos. A comunicação não ocorre sem transformação e sem que se produza uma remodelação de acordo com o estilo, que, na ótica intercoletiva, traduz-se em um reforço, e, em termos intercoletivos, em uma mudança fundamental do pensamento comunicado.

A solução fleckiana reúne os dois lados em disputa (Sociedade ou Natureza?) em uma alternativa mais fiel à história: os indivíduos sociais possuem um papel ativo (como quer o relativismo sociológico), mas também sofrem o agenciamento dos objetos naturais (como quer o realismo cientificista). Este é o agenciamento recíproco (Condé, 2012, p. 73).

De modo interpretativo, podemos considerar que a epistemologia de Fleck (1986, 2010) possibilita compreender a importância da comunicação intra e intercoletiva no estabelecimento e transformação histórica de um estilo de pensamento. No caso da pesquisa em

história da Educação Matemática, poderá estimular a inserção dessas práticas nos currículos da graduação visando a formar professores que, por meio da pesquisa, exercitem uma reflexão sobre a história das práticas pedagógicas dos professores de Matemática em diferentes épocas e locais, com vistas a adquirir habilidades de análise do impacto de uma formação dada ao professor para que ele incorpore um estilo de pensamento característico de um coletivo que represente as ações institucionalizadas pelo campo da Educação Matemática. Nessa perspectiva, abordaremos aspectos relativamente aos grupos de pesquisa em História da Educação Matemática na interface característica de um coletivo de pensamento.

Os grupos de pesquisa em História da Educação Matemática como coletivo de pensamento

O desenvolvimento dos nossos estudos atuais leva em consideração ser extremamente relevante explorar e destacar aspectos da História da Educação Matemática brasileira, que se caracterizam pela apresentação dos itinerários da constituição das comunidades de educadores matemáticos, desafiadores e empreendedores em prol da organização e implementação de um modelo próprio de concretização da formação de pesquisadores em Educação Matemática por meio de uma prática pensada e realizada coletivamente, que nos levou a interpretar a organização dos grupos de pesquisa a partir de um coletivo de pensamento, como sugere Fleck (1986, 2010). A partir de quais aspectos podemos nos questionar sobre os sentidos da produção coletiva que refletem princípios teóricos sustentadores desses grupos?

Para falar das características e potencialidades das ações dos grupos de pesquisa em História da Educação Matemática, buscamos apoio nas contribuições presentes na epistemologia de Fleck (1986, 2010), tomando-as referência para focar aspectos teóricos e metodológicos concernentes à formação de pesquisadores em Educação Matemática, especificamente sobre História da Educação Matemática.

Na epistemologia fleckiana, o conhecimento é resultado de um processo de construção do indivíduo em interação sociocultural, ou seja, o conhecimento se desenvolve por meio de uma interação entre o sujeito e o objeto mediada por uma dimensão, que é social e culturalmente determinada. As relações históricas existentes em um determinado estilo de pensamento indicam que existe uma inter-relação entre o conhecido e o que se quer conhecer. Logo, o que já é conhecido pode condicionar a maneira de produzir o novo conhecimento e o modo de configurar tal conhecimento (estilo de pensamento), e esse conhecer se expande, renova-se e dá sentido ao novo conhecer.

Assim, o processo de produção de conhecimento deve levar em consideração o sujeito, o objeto e o estilo de pensamento compartilhado pelo coletivo de pensamento. Esse estilo de pensamento, portanto, é a base do princípio direcionador do modo de pensar e de agir de um grupo de pesquisadores (educadores) de uma determinada área do conhecimento. Para Fleck (1986, 2010), o coletivo de pensamento compreende uma comunidade de indivíduos que compartilham práticas, concepções, tradições e normas, cuja maneira própria de ver o objeto do conhecimento (o ver formativo) e de interagir com ele determina o estilo de pensamento. Na estrutura geral do coletivo de pensamento, Fleck (1986, 2010) distingue dois círculos de interação: o esotérico e o exotérico. O primeiro é composto pelos especialistas, enquanto o segundo incorpora os não especialistas, ou seja, os leigos e os leigos formados. Todavia, as pessoas podem pertencer a vários coletivos de pensamento simultaneamente, de modo a acarretar uma atuação determinante no processo de transmissão de ideias entre os coletivos.

Nesse sentido, Fleck (1986, 2010) esclarece ser entre os círculos exotérico e esotérico que são estabelecidas algumas relações dinâmicas que podem contribuir para a ampliação da área de conhecimento. Fleck (1986, 2010) denomina esse movimento de circulação intracoletiva e circulação intercoletiva. É por meio da circulação intracoletiva de ideias, ocorrida no interior do coletivo de pensamento, que o sujeito individual se insere no coletivo de pensamento e, a partir daí, precisa aprender e compartilhar conhecimentos e práticas do estilo de pensamento vigente.

Essa circulação intracoletiva de ideias é responsável pela coerção de pensamento que formam um membro novato de determinado coletivo de pensamento, contribuindo, então, para o processo de extensão do estilo de pensamento. Já a circulação intercoletiva de ideias ocorre entre dois ou mais distintos coletivos de pensamento e desempenha um papel fundamental na extensão do estilo de pensamento, haja vista que toda circulação intercoletiva de ideias implica um deslocamento ou transformação dos valores dos pensamentos.

Podemos considerar, então, que a epistemologia de Fleck (1986, 2020) nos possibilita identificar o caráter sócio-histórico-cultural da produção do conhecimento e assim compreender a interação dos coletivos dos pesquisadores e de professores entre si e com outros grupos sociais, explicitando o caráter sociológico da produção e disseminação do conhecimento científico. As categorias circulação intra e intercoletiva de ideias possibilitam caracterizar os processos de constituição, disseminação e modificação do conhecimento. Desse modo, permitem identificar

as condições para a instauração de um estilo de pensamento ligado à Educação Matemática e propiciam compreender a importância da comunicação intra e intercoletiva no estabelecimento e transformação de um estilo de pensamento. Além disso, estimulam a inserção da História da Ciência (da Matemática e da Educação Matemática) nos currículos do curso de Licenciatura em Matemática, visando à formação de professores, tal como ocorre em alguns cursos de licenciatura em Matemática do Brasil a partir da década de 1990. A inserção dessas histórias (da Matemática e da Educação Matemática), conseqüentemente, estimulou os pesquisadores a uma reflexão sobre a prática pedagógica dos professores, de modo a analisar o impacto da formação do professor para o ingresso em um estilo de pensamento e na constituição da área de Educação Matemática na ação docente.

De acordo com a epistemologia de Fleck (1986, 2010), podemos considerar que a condução acadêmica adotada pelos membros de um coletivo de pensamento a partir do ingresso no grupo está diretamente imbricada no percurso profissional delineado em suas carreiras. Isto porque o coletivo oportuniza a aprendizagem do diálogo, a mudança e o desenvolvimento profissional, por meio de uma dinâmica de formação, um movimento autônomo e crítico, admitido como uma necessidade de ampliação dos saberes profissionais.

A epistemologia de Fleck (1986, 2010) possibilita identificar o caráter sócio-histórico-cultural da produção do conhecimento e compreender a interação dos coletivos de cientistas e de professores entre si e com outros grupos sociais, explicitando o caráter sociológico da produção e disseminação do conhecimento científico. Além disso, propõe que as categorias de circulação intra e intercoletiva de ideias possibilitam caracterizar os processos de constituição, disseminação e modificação do conhecimento, pois assim se torna possível conhecer o pensamento e as práticas pedagógicas dos professores, uma vez que a produção do conhecimento se caracteriza como um processo que envolve instauração, extensão e transformação de estilos de pensamento. Tal processo de instauração de um estilo de pensamento decorre do enfrentamento de um problema por mais de um pesquisador, ou seja, por um coletivo.

Igualmente, tomamos a epistemologia de Fleck (1986, 2010) para caracterizar os grupos de pesquisa a considerar que a condução acadêmica é adotada pelos membros de cada grupo a partir do ingresso nesse coletivo e está diretamente imbricada no percurso profissional delineado em suas carreiras. No processo de historicidade da formação dos membros desse

coletivo, são-lhes oportunizadas a aprendizagem do diálogo, a mudança e o desenvolvimento profissional. Assim, a dinâmica de formação se mostra como um movimento autônomo e crítico que denota a necessidade de ampliação dos saberes profissionais para a pesquisa e que são constituídos no coletivo e expressados por meio de um estilo de pensamento que também representa o coletivo, normalmente materializado nos conceitos, fundamentos e métodos adotados para tratar dos objetos de estudo, bem como nos modos de ser e agir no grupo.

A partir daí, a atividade prática em pesquisa deve ser tomada como norteadora para a constituição de um estilo de pensamento no exercício formativo da pesquisa em História da Educação Matemática. Portanto, a partir dessas reflexões, podemos admitir que o pensamento de Fleck pode ser tomado como referencial para a pesquisa praticada pelos grupos, como também e para tentar compreender e explicar o processo de criação desses grupos em suas práticas e exercícios do coletivo de pensamento em História da Educação Matemática, com vistas às suas implicações na organização de palestras, oficinas, cursos e seminários que estabeleçam um estilo de pensamento nas comunidades educativas do país. Foi com base nesses aspectos que procuramos investigar e caracterizar as dinâmicas de três grupos considerados basilares na formação de pesquisadores no campo da História da Educação Matemática.

Do conceito de genealogia dos grupos de pesquisa

Para avançar em nossas discussões e reflexões, é necessário tratar do conceito de genealogia, tendo em vista compreender sobre o surgimento e a organização dos grupos de pesquisa, a ação dos pesquisadores envolvidos e suas produções, desde a década de 1990. Neste caso, a genealogia é tomada como uma ciência auxiliar da História que aponta a origem, evolução e disseminação dos grupos como organizações sociais e institucionais em várias gerações. Desenvolve-se no âmbito da história e memória desses grupos, fundamentando-se na Sociologia, na Antropologia, na Economia e na História da Arte (Archassal, 2000). Para alguns teóricos, a genealogia tem como objetivo desvendar as origens das pessoas e famílias por intermédio do levantamento sistemático de seus antepassados ou descendentes, local onde nasceram e viveram e seus relacionamentos interfamiliares.

Como sabemos, muitos nomes de família dependeram da competência e discrição de quem os fez no ato do registro da história dos ancestrais, sob a forma de texto ou árvore genealógica, com nomes, datas e lugares por onde eles passaram para conhecimento de seus

descendentes. A base desse tipo de pesquisa é encontrar no passado ligações entre pessoas de diversas etnias, credos e classes sociais, a partir de informações levantadas em diversos documentos para que se torne possível construir a árvore genealógica de cada pessoa ou grupo social, de forma que sejam mantidos vivos na memória de seus descendentes e possam explicar o processo de constituição de um modelo sociocultural, político e filosófico.

Para organizar informações sobre a genealogia dos grupos, tomamos a ideia de *Grupo-Pai*, que, em nosso estudo, é representado pelo grupo ao qual o pesquisador foi vinculado durante sua formação pós-graduada, principalmente o doutorado. Nessa representação, entendemos que a herança adquirida no decurso da formação doutoral possibilita ao membro de cada grupo associar a essa formação as referências teóricas do Grupo-Pai, seus princípios, fundamentos e métodos, bem como os modos de institucionalização e constituição do estilo de pensamento incorporado a partir desse grupo.

O estudo genealógico possibilita compreender a organização e hierarquização dos processos hereditários no grupo, uma vez que é por meio das interações socioculturais vivenciadas no Grupo-Pai que ocorrem circulações intra e intercoletivas de ideias entre os membros de cada Grupo-Pai e os seus descendentes, bem como entre dois ou mais distintos grupos-pais (coletivos de pensamento), para fortalecer o exercício fundamental na extensão do estilo de pensamento, pois tais circulações implicam deslocamentos ou transformações de conceitos estabelecidos intra e intercoletivos, os quais formarão o *gestaltsehen* do pesquisador em formação (seu ver formativo). Isto porque, segundo Fleck (2010), a comunicação não ocorre sem transformação e sem que se produza uma remodelação de acordo com o estilo, que intracoletivamente se traduz em um reforço e, intercoletivamente, em uma mudança fundamental do pensamento comunicado entre grupos.

Há, portanto, necessidade de se compreender como surgem os ramos, ou seja, os descendentes das epistemologias dos Grupos-Pai, vale dizer, as possíveis bifurcações dos formatos herdados, fazendo surgir o formato filho, que, embora não se desligue do tronco representado pelo formato-pai, faz surgir a ciência filha, isto é, uma ciência com as características do tronco, mas com novos direcionamentos intencionalizados pelo que se quer alcançar. Trata-se de adotar o formato pai ou o formato ciência filha, conforme argumenta Michel Serres (2008), com implicações no estilo de pensamento estabelecido em um coletivo,

conforme conexões epistemológicas implícitas nas argumentações de Ludwick Fleck (2010) ao tratar da gênese e desenvolvimento de um fato científico.

Particularmente, as análises realizadas a respeito dessas pesquisas demonstraram que, nos estudos concretizados para dissertações e teses, há uma ampla abrangência epistemológica, sociológica e pedagógica, permeada por diferentes linhas de abordagem intimamente ligadas e que caracterizam os fundamentos e métodos de investigação utilizados nos grupos de pesquisa, de modo a caracterizar estilos e coletivos de pensamento (Fleck, 2010) que são disseminados após as conclusões dos estudos pós-graduados, apontando a constituição genealógica adquirida nessa formação, o que possibilita ao descendente operar ramificações e bifurcações dos formatos pai para a criação de uma ciência filha, conforme assevera Serres (2008).

Um exemplo desse movimento sociocognitivo relativamente ao pensamento, reflexão e ação na pesquisa e na formação do pesquisador em grupos representantes desses coletivos de pensamento são expressos nas reuniões de estudos desses grupos, em eventos de divulgação e disseminação de resultados de pesquisas, como congressos, seminários, palestras, oficinas, cursos ou similares, cujas atividades são socialmente planejadas para que sejam estabelecidas disseminações de estilos de pensamento nas comunidades educativas do país.

Mediante tal perspectiva, fizemos um levantamento inicial sobre os grupos de pesquisa do Brasil voltados à História da Educação Matemática, a fim de selecionar, organizar, analisar e catalogar cada um, com o fito de compor um banco de informações que possam caracterizar a área em estudo, suas dimensões, desmembramentos e ramificações. A partir desse levantamento, poderemos vislumbrar a construção das redes de conexão de pesquisadores em História da Educação Matemática e das conexões entre pesquisadores, estudantes de mestrado e doutorado, suas respectivas linhas de pesquisa e produções geradas durante a pós-graduação e após a sua inclusão no sistema de pesquisa em História da Educação Matemática no Brasil (Mendes; Farias, 2015).

Assim, os grupos de pesquisa em História da Educação Matemática precisam ter claramente definidas as suas afiliações filosóficas e intenções epistêmicas, para que seus grupos descendentes possam, posteriormente, configurar os seus como um ramo novo, no mesmo caule ou a partir de uma enchertia agregada ao caule ou ao tronco do formato-pai (Serres, 2008). Estas foram algumas das preocupações que nos fizemos percorrer um caminho investigativo acerca do desenvolvimento das pesquisas materializadas nas escritas de dissertações, teses, artigos e

outras produções científicas geradas em grupos de pesquisa em História da Educação Matemática do Brasil.

Sobre os grupos de pesquisa em história da Educação Matemática

De acordo com um projeto desenvolvido no CNPq desde 1992, o Diretório dos Grupos de Pesquisa no Brasil constitui-se em bases de dados que contêm informações sobre os grupos de pesquisa em atividade no país. Nesse diretório, as informações são atualizadas continuamente pelos líderes de grupos, pesquisadores, estudantes e dirigentes de pesquisa das instituições participantes, e o CNPq realiza censos bienais, que são uma espécie de imagem da base corrente do diretório, que se refere à constituição dos grupos (pesquisadores, estudantes e técnicos), às linhas de pesquisa em andamento, às especialidades do conhecimento, aos setores de aplicação envolvidos, à produção científica e tecnológica e aos padrões de interação com o setor produtivo. Além disso, cada grupo é situado no espaço (região, UF e instituição) e no tempo (CNPq, 2018).

O Diretório dos Grupos de Pesquisa é um eficiente instrumento para o intercâmbio e a troca de informações. Com precisão e rapidez, é capaz de responder quem é quem, onde se encontra, o que está fazendo e o que produziu recentemente, seja no nível das instituições, seja no das sociedades científicas ou ainda no das várias instâncias de organização político-administrativa do país. A base de dados do Diretório é uma fonte inesgotável de informação (CNPq, 2018).

A definição metodológica mais importante na constituição da base de informações é a de sua unidade de análise. Teoricamente, um grupo de pesquisa é considerado como um conjunto de indivíduos organizados hierarquicamente, cuja base de organização se centra na experiência, no destaque e na liderança no campo científico ou tecnológico em que os membros estão envolvidos profissionalmente e com atividades permanentes de pesquisa, com trabalho organizado em torno de linhas comuns de pesquisa e que, em algum grau, compartilham instalações e equipamentos. Cada grupo de pesquisa está organizado em torno de uma liderança (eventualmente duas), que é a fonte das informações constantes na base de dados.

Na quase totalidade dos casos, esses grupos são compostos pelo pesquisador líder (quase sempre o orientador) e de seus estudantes (mestrandos e, principalmente, os doutorandos). No processo interativo entre os elementos do grupo, Fleck (2010, p. 131) assevera que, “quanto mais se entra numa área científica, tanto maior se torna o vínculo com o coletivo de pensamento e tanto maior a ligação imediata com o pesquisador” (líder do grupo), aumentando, assim, os

elementos ativos do saber instituído nesse grupo, com prováveis possibilidades de disseminação, ramificação ou reinvenção desses saberes instituídos quando os descendentes formarem suas famílias, ou seja, seus grupos-filhos ou seus novos coletivos de pensamento. É nesse fluxo que procuramos olhar o movimento desenhado no Diretório do CNPq, tomando três grupos-base para destacar neste artigo, a considerar sua representatividade em todo o coletivo ao qual faz parte na comunidade acadêmica que pesquisa em História da Educação Matemática.

Neste artigo, portanto, apresentamos tão-somente informações sobre uma amostra de três grupos considerados Grupos-Pais (HIFEM, GHEMAT e GHOEM), que desenvolvem estudos e pesquisas voltados à área de História da Educação Matemática, pertencentes às instituições de ensino superior e a institutos de pesquisa que possuem programas de pós-graduação nas áreas de Educação, Educação Matemática ou Ensino de Ciências e Matemática. A escolha desses grupos foi definida com base nos objetivos da pesquisa, nas abordagens de pesquisa dos grupos e no tempo de formação e de suas linhas de pesquisa, porquanto esses são os grupos que expressam a formação de pesquisadores para as diversas regiões geográficas do Brasil, em suas genealogias, ramificações e difusão de conhecimentos produzidos nesse campo. Para a construção das genealogias dos grupos, e tomando as informações presentes no Diretório dos Grupos do CNPq e no Currículos Lattes dos pesquisadores investigados, foi possível identificar os doutores formados no grupo, que se reinventaram de modo a criar novos grupos para atuarem como pesquisadores autônomos, mas, muitas vezes, em conexão de cooperação.

Grupo de pesquisa História, Filosofia e Educação Matemática (HIFEM)⁶⁹

O HIFEM constituiu-se em 1996, com o objetivo fundamental de desenvolver investigações e ações acerca das inter-relações entre História, Filosofia e Educação Matemática. Até 2016, o grupo foi coordenado por Maria Ângela Miorim (UNICAMP), embora seja um grupo interinstitucional. Em mais de duas décadas de existência, o HIFEM desenvolveu projetos individuais ou coletivos nas seguintes temáticas: 1) História e Filosofia da Educação Matemática, particularmente da Educação Matemática brasileira; 2) Processos de produção, transmissão e apropriação da Matemática em diferentes épocas, práticas sociais e contextos institucionais, sobretudo o escolar; 3) História e Filosofia na Educação Matemática. O grupo

⁶⁹ Quase todas as informações mencionadas sobre o grupo foram extraídas do diretório do CNPq, do Currículo Lattes de seus líderes e de algumas publicações de membros do grupo.

conta atualmente com a participação de seis pesquisadores e 17 estudantes, organizados em seis linhas de pesquisa: Educação Matemática e Sociedade; Estudos Histórico-Pedagógicos Temáticos em Educação Matemática; Filosofia da Educação Matemática; Filosofia na Educação Matemática; História da Educação Matemática e História na Educação Matemática.

Os dois pesquisadores pioneiros do HIFEM nas orientações de doutorado foram Maria Ângela Miorim e Antonio Miguel, considerados na genealogia como a base, a raiz do grupo, os pais formadores dos descendentes do grupo, que se inseriram no sistema de pesquisa e ensino superior no país e que foram identificados no Diretório dos Grupos de Pesquisa do CNPq como membros participantes ou egressos, os quais são os representantes do pensamento do HIFEM.

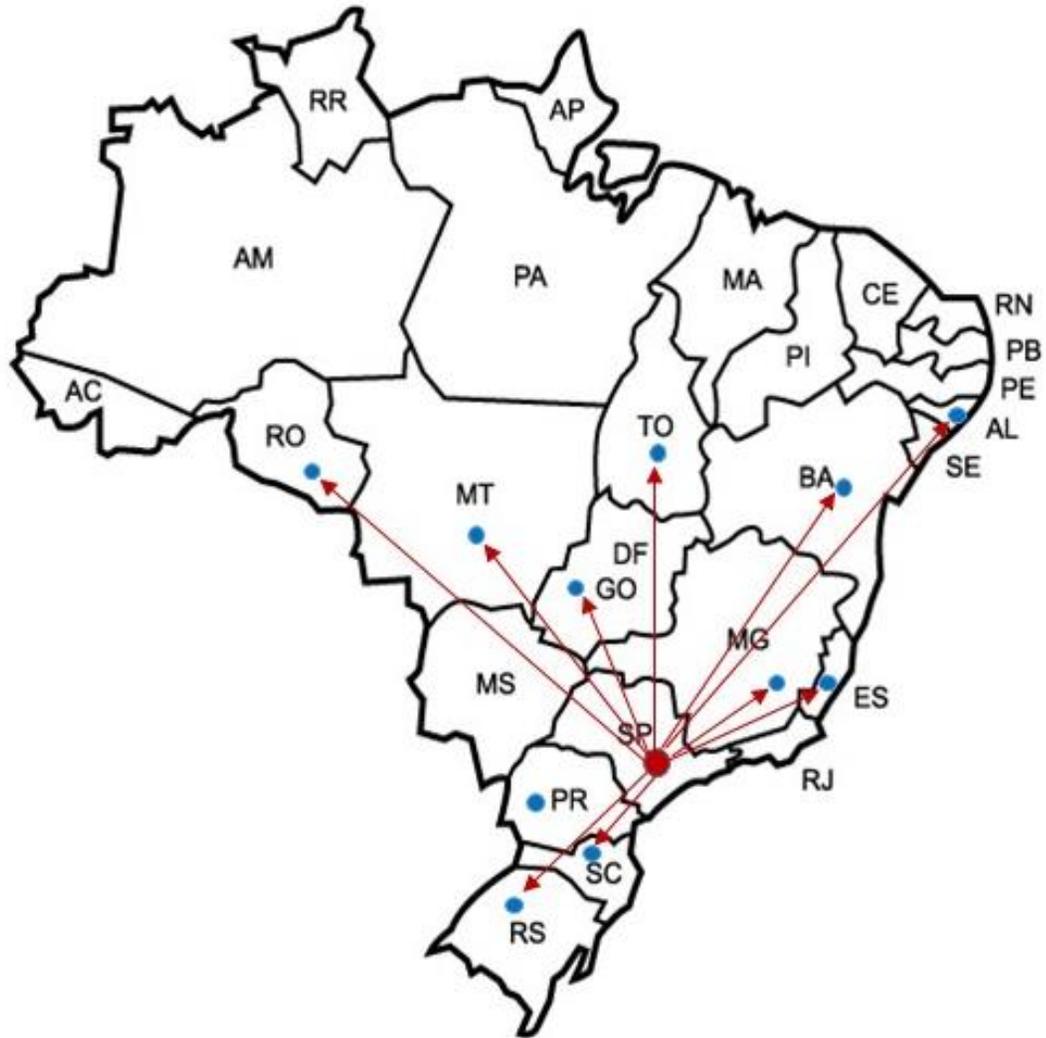
Com formação em Matemática (Bacharelado e Licenciatura), mestrado em Matemática e doutorado em Educação, a pesquisadora Maria Ângela Miorim, coordenou o HIFEM da FE-UNICAMP desde a sua criação, em 1996, até 2018, em paralelo à docência no Departamento de Ensino e Práticas Culturais da Faculdade de Educação, como também nos Programas de Pós-Graduação em Educação e no Multiunidades em Ensino de Ciências e Matemática, com orientações de doutorado até 2018.

O pesquisador Antonio Miguel, graduado em Licenciatura em Matemática, mestrado e doutorado em Educação, desde 1982 atuou na docência do Departamento de Ensino e Práticas Culturais da Faculdade de Educação da UNICAMP, além de orientar no Programa de Pós-Graduação em Educação da Faculdade de Educação e junto ao Programa de Pós-Graduação Multiunidades em Ensino de Ciências e Matemática. Atualmente, encontra-se aposentado. Contudo, continua seus estudos, pesquisa e orientações na pós-graduação na UNICAMP. Destaca-se com pesquisas relacionadas às linhas de Educação em Ciências, Matemática e Tecnologias; Linguagem e Arte em Educação; e História, Filosofia e Linguagem, sendo esta última caracterizada por investigações que adentram a construção do conhecimento em Ciências da Natureza e Matemática, bem como no seu ensino.

A orientação metódica pós-estruturalista e pós-colonialista que tem adotado para lidar com problemas e questões de investigação no interior dessas linhas de pesquisa é denominada de atitude terapêutico-desconstrucionista, que não é vista nem como uma teoria nem como um método genérico com etapas previamente determinadas, mas como uma orientação metódica que assume formas idiossincráticas para cada pesquisa.

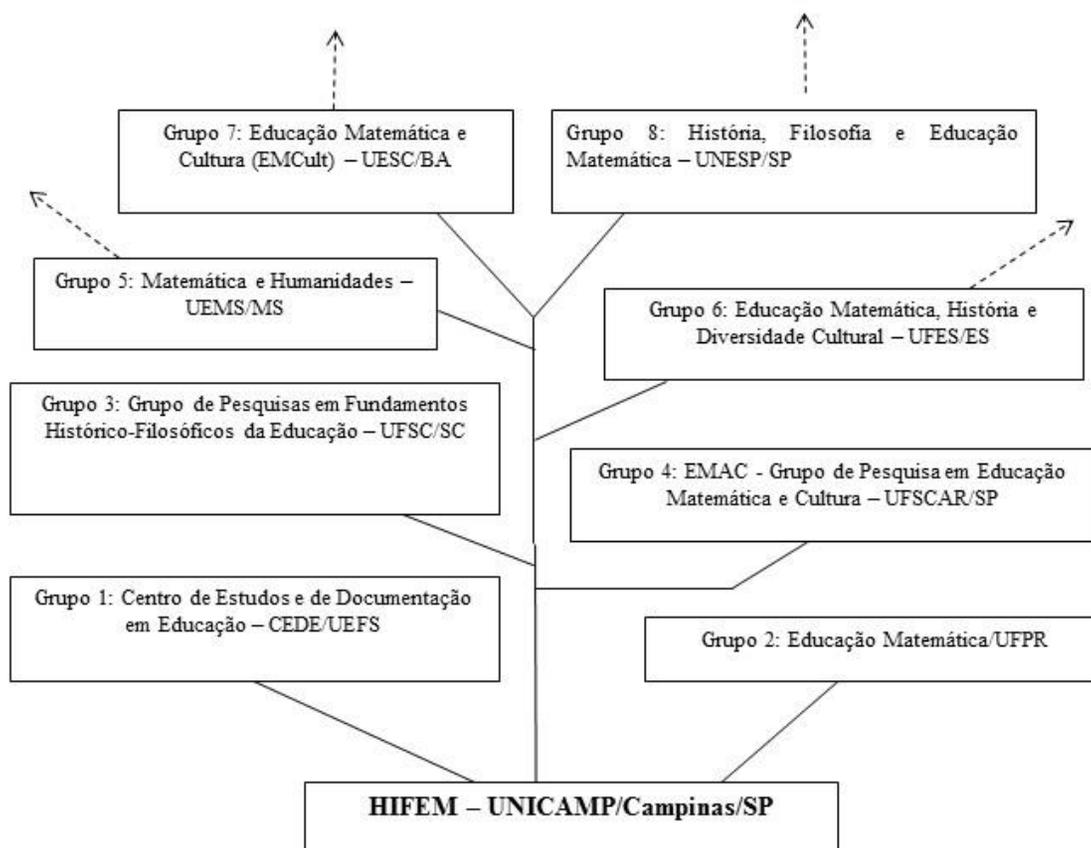
Figura 01. Mapa de abrangência da formação de doutores e ação coletiva em pesquisa, realizada pelo HIFEM até fevereiro de 2018.

Mapa genealógico, ramificações e descendentes do HIFEM
Organizado a partir das informações obtidas na pesquisa até fevereiro de 2018.



Fonte: Elaboração dos pesquisadores a partir dos documentos da plataforma Lattes e diretório dos grupos do CNPq.

Figura 02. Fluxo genealógico da formação de doutores e atuação coletiva em pesquisa, em conexão com o HIFEM até fevereiro de 2018.



Fonte: Elaboração dos pesquisadores a partir dos documentos da Plataforma Lattes e do Diretório dos Grupos de Pesquisas do CNPq.

Atualmente o site do HIFEM para divulgação de informações relativas às pesquisas, ações e produções do grupo é o seguinte: <https://www.fe.unicamp.br/hifem/>.

Grupo de Pesquisa de História da Educação Matemática no Brasil (GHEMAT)⁷⁰

O GHEMAT foi criado no ano 2000 pelo professor Wagner Rodrigues Valente, na área de Educação. Atualmente vinculado à Universidade Federal de São Paulo (UNIFESP), Curso de Pedagogia, *campus* Guarulhos. Esse grupo reúne pesquisadores de diversos estados brasileiros e universidades do país e destaca-se pelo desenvolvimento coletivo de projetos

⁷⁰ A quase totalidade das informações mencionadas sobre o grupo foi extraída do Diretório do CNPq, do Currículo Lattes de seus líderes e de algumas publicações de membros do grupo. Anteriormente, muitas dessas informações também aparecem em um artigo de autoria de Mendes e Farias (2018), publicado na Revista Paradigma, v. 39, jun. 2018 (mencionado nas referências, ao final deste artigo), tendo sido necessário retomá-las aqui.

temáticos de pesquisa sobre Educação Matemática nos diversos níveis de escolaridade: História do Ensino de Matemática, dos conteúdos, dos livros didáticos, da disciplina Matemática e da formação de professores que ensinam essa disciplina são alguns dos temas desenvolvidos nos projetos de pesquisa. Em 2008, o GHEMAT criou o seu Centro de Documentação, cujo acervo consta de arquivos pessoais de educadores matemáticos como Euclides Roxo, Osvaldo Sangiorgi, Ubiratan D'Ambrosio, Scipione Di Pierro Netto, Lucília Bechara Sanchez, Manhúcia Liberman dentre outros. Também fazem parte do acervo, documentação que registra práticas escolares do ensino de matemática de outros tempos como: cadernos de alunos, cadernos de professores, livros didáticos de matemática, exames e provas. O Centro encontra-se aberto ao público e pesquisadores em geral, a partir do agendamento de visitas pelo *site* <www.unifesp.br/centros/ghemat>.

O GHEMAT desenvolve atividades periódicas de pesquisa e formação continuada de professores, em especial, de matemática. As primeiras, ligam-se aos trabalhos semanais realizados no Centro de Documentação e encontros do Grupo, presenciais ou por meio dos chamados “seminários on-line”. A formação continuada de professores relaciona-se aos encontros denominados Ciclo de Seminários, onde especialistas encontram estudantes de licenciatura e professores de matemática para debaterem temas da educação matemática. O grupo é composto atualmente por dezoito pesquisadores de diferentes instituições de ensino superior brasileiras e treze estudantes, organizados na linha de pesquisa História da Educação Matemática, cujo objetivo é desenvolver pesquisas com vistas à compreensão histórica do ensino e aprendizagem da matemática, da formação de professores de matemática e do trajeto de constituição da matemática escolar (Mendes; Farias, 2018).

Pesquisadores representantes do estilo de pensamento do grupo

O pesquisador Wagner Rodrigues Valente é líder do GHEMAT. Atua com pesquisas na área de Educação, em especial no campo História da Educação Matemática, e presentemente investiga sobre a história dos saberes elementares matemáticos da escola primária, a constituição dos experts e expertises nesse contexto de ensino desses saberes. É o principal acionador das ações investigativas do grupo na constituição de seu coletivo e estilo de pensamento, com vistas à formação de pesquisadores e sua ramificação e disseminação em diversas regiões do Brasil, com cooperação internacional em pesquisa com países como Portugal (2006-2009) e França (2014-2017), além de supervisionar pesquisas de mestrado, doutorado e pós-doutorado.

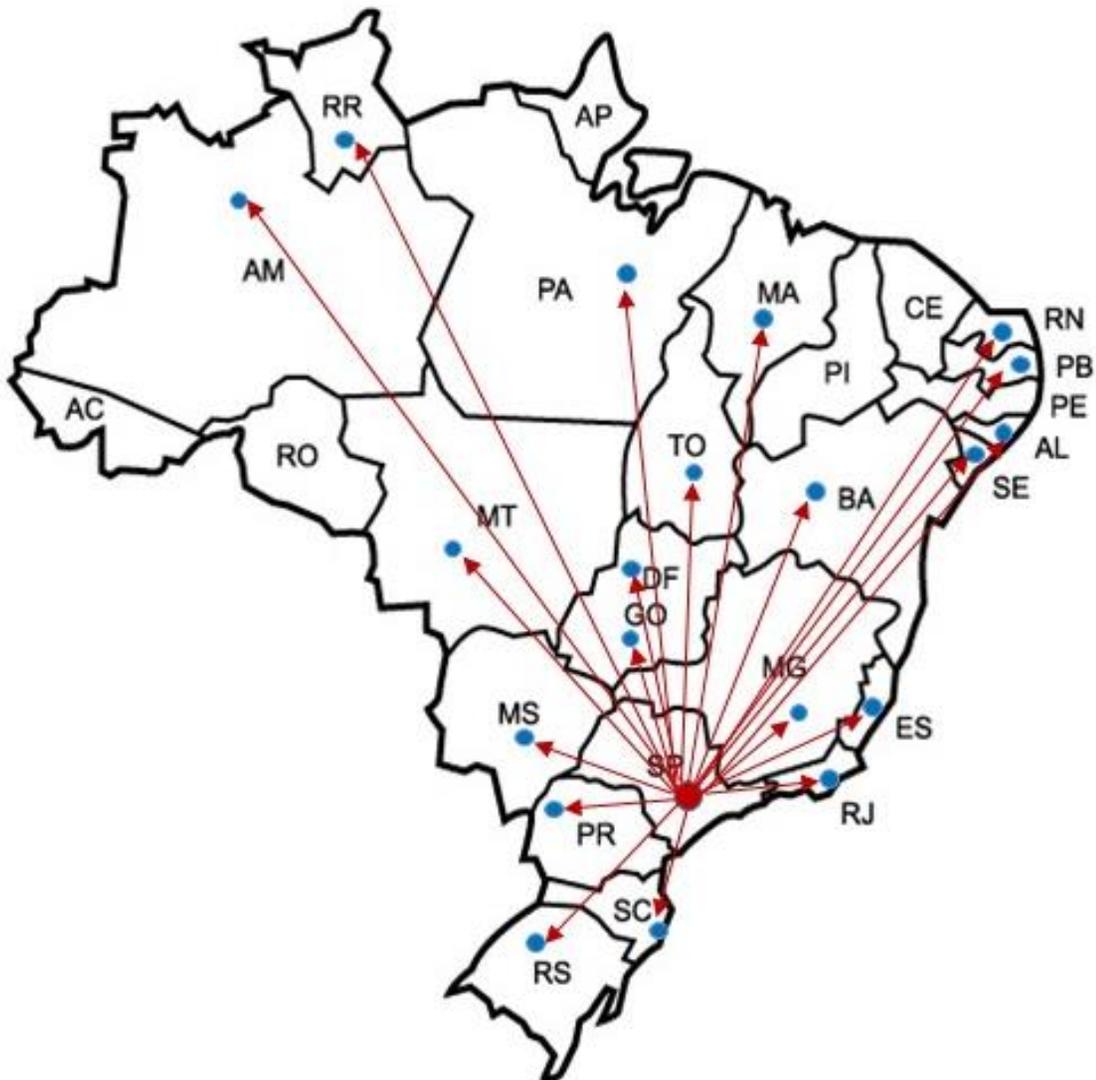
A pesquisadora Neuza Bertoni Pinto é vice-líder do GHEMAT e atua com pesquisas na área de Educação, principalmente no campo História da Educação Matemática. Atualmente, investiga o Movimento da Matemática Moderna, a história dos saberes elementares matemáticos da escola primária e história das disciplinas escolares, saberes que apoiam seus estudos de relevância para a atual configuração do cenário brasileiro.

Os projetos desses pesquisadores preocupam-se em compreender os saberes elementares matemáticos (Aritmética, Geometria e Desenho), de modo a verificar como foram apropriados pelo ensino das escolas primárias (1903 a 1971) a partir de fontes como revistas e/ou manuais pedagógicos, livros didáticos, atas, legislação educacional, dentre outras fontes documentais que contribuem para o processo investigatório intencionado pelo grupo. Destacamos, ainda, que o foco desses estudos recai sobre a história da matemática escolar, utilizando referenciais conceituais da história cultural.

Atualmente, o site do GHEMAT para a divulgação de informações relativas às pesquisas, ações e produções do grupo é: <http://www.unifesp.br/centros/ghemat>.

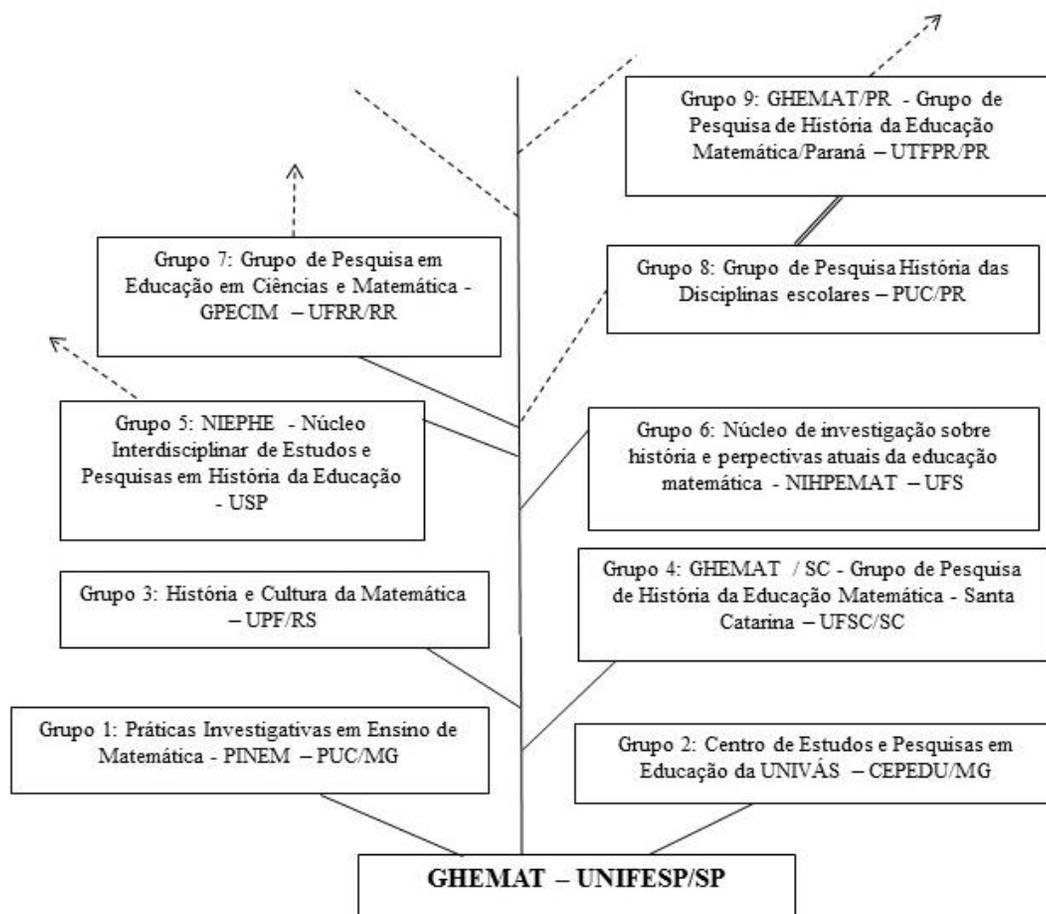
Figura 03. Mapa de abrangência da formação de doutores e ação coletiva em pesquisa, realizada pelo GHEMAT até fevereiro de 2018.

Mapa genealógico, ramificações e descendentes do GHEMAT
Organizado a partir das informações obtidas na pesquisa até fevereiro de 2018.



Fonte: Elaboração dos pesquisadores a partir dos documentos da plataforma Lattes e diretório dos grupos do CNPq.

Figura 04. Fluo genealógico da formação de doutores e atuação coletiva em pesquisa, em conexão com o GHEMAT até fevereiro de 2018.



Fonte: Elaboração dos pesquisadores a partir dos documentos da plataforma Lattes e diretório dos grupos do CNPq.

Grupo História Oral e Educação Matemática (GHOEM)⁷¹

O GHOEM foi criado em 2002 e atualmente é coordenado pelos professores Antonio Vicente Marafioti Garnica e Heloisa da Silva, na área de Educação Matemática, na Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho (UNESP), na Faculdade de Ciências de Bauru, no Departamento de Matemática. O grupo adota a utilização da História Oral como um recurso metodológico referencial de pesquisas em História da Educação Matemática, embora também incrementamente diferentes discussões sobre temas e abordagens teórico-metodológicas diversas no âmbito de suas pesquisas. Com base em seus estudos, o grupo vem elaborando um mapeamento histórico sobre a formação de professores de Matemática no Brasil, tomando a História Oral

⁷¹ Quase todas as informações mencionadas sobre o GHOEM foram extraídas do Diretório do CNPq, do Currículo Lattes de seus líderes e algumas publicações de membros do grupo.

como possibilidade de contribuição para tais estudos e diversas intervenções em temas específicos da Educação Matemática, como concepções de professores de Matemática, identidade de grupos de pesquisa e estudos, referenciais teóricos para nortear análise de livros didáticos, formação de professores de Matemática, dentre outros.

Igualmente, em sua *home page* identificamos informações por meio das quais o coletivo do GHOEM destaca que seu interesse central é o estudo da cultura escolar e o papel da Educação Matemática nessa cultura. Assim, os temas abordados nos diversos trabalhos desenvolvidos no grupo incluem a formação de professores de Matemática, as variedades de narrativas características da história e memória, a História Oral, os manuais didáticos, as instituições de vários níveis e modalidades de ensino nos quais atuam professores de Matemática e dos quais a Matemática faz parte, a História da Educação Matemática, a análise de livros antigos e contemporâneos – didáticos ou não, formação e conservação de acervos etc.

Também na *home page* do GHOEM identificamos descrições evidenciando que, em decorrência da ampliação de seus descendentes ao longo de duas décadas, de 2002 a 2018 aproximadamente, o coletivo do GHOEM vem se mostrando multi-institucional pela diversidade de pesquisadores que compõem esse coletivo, contando com membros da UNESP e da FUNDEC (São Paulo), UFMS (Mato Grosso do Sul), IFMA (Maranhão), UFPB (Paraíba), UFMG e UFU (Minas Gerais), UFRN e UERN (Rio Grande do Norte), FURB (Santa Catarina), UFPR, UTFPR e UEM (Paraná), UNED (Bahia), UFP (Rio Grande do Sul), URCA (Ceará), entre atuais e egressos que atuam em outras universidades e instituições.

Em sua sede fixa na Faculdade de Ciências da UNESP de Bauru, há uma sala na qual está alocado o acervo de livros antigos do GHOEM, disponível a toda a comunidade de educadores matemáticos. O referido acervo conta com cerca de 1500 volumes, todos originais, produzidos desde o século XVII até o final do século XX, dentre os quais há vários exemplares – muitos deles raros – de manuais didáticos de Matemática; obras de referência em Matemática, Educação Matemática, Educação, Pedagogia, Sociologia e História; livros didáticos de outras áreas utilizados em antigas escolas de primeiras letras; textos relativos à legislação educacional brasileira, além de teses, dissertações e monografias em Educação e Educação Matemática.

Além dessas frentes de pesquisa, o GHOEM criou um subgrupo para desenvolver projetos de iniciação científica, o IC-GHOEM, cujos objetivos principais são: intensificar o oferecimento de estágios de iniciação científica aos estudantes de cursos de Licenciatura em

Matemática das Universidades nas quais estão lotados os membros do grupo e promover o exercício de orientação de pesquisa aos ”estudantes“ vinculados ao GHOEM que, como alunos de programas de mestrado e doutorado, serão futuros orientadores em cursos de graduação e programas de pós-graduação.

Nas linhas de pesquisa, são pensados, planejados e desenvolvidos projetos *individuais e coletivos do grupo*, que respondem a princípios comuns que denotam as relações intracoletivas refletidas no estilo de pensamento do GHOEM. Nesse movimento, ocorre a formação de pesquisadores, diante de uma abrangência epistemológica e metodológica que procura respeitar e promover a diversidade, considerando como prioridade formar pesquisadores que, em sua descendência, possam formar novos grupos como egressos, e que, a partir de interações intra e intercoletivas experienciadas nessa formação, operem uma crítica metodológica como proposta de formação, tendo em vista a aposta em perspectivas não deterministas e não personalistas relativamente às pesquisas em História Oral; História; textos; campos científicos; flexibilidade em temas e abordagens; variedade de recursos (fontes e teorias de apoio); biografias (narrativas do eu – história personalista), Olhares Móveis: Jogos de Escalas, Centros e Periferias Estabelecidos; *Outsiders*, Teorização como Processo, teoria como caixa de ferramentas.

Pesquisadores e estilos de pensamento do grupo

Com base na epistemologia fleckiana, consideramos fundamental destacar nesta subseção os pesquisadores que representam os estilos de pensamento do grupo na institucionalização do coletivo de pensamento e práticas de pesquisa em História da Educação Matemática que são geradores de uma herança epistêmica por meio de seus descendentes. Neste artigo, destacaremos três pesquisadores, conforme mencionaremos a seguir.

O pesquisador Antônio Vicente Marafioti Garnica, que, no campo da Educação Matemática, representa um dos pilares dessa área de conhecimento (a raiz dessa árvore), com pesquisas que desaguam na formação de professores de Matemática, História Oral, História da Educação Matemática, Narrativas e Metodologia de Pesquisa. Destacamos que seu pensamento acerca da formação de professores ativa-se em direção às investigações historiográficas, com a adoção de fontes como livro didático, legislação, biografia, entre outros. Na História Oral e Educação Matemática, investe no desenvolvimento de referencial teórico que sustenta o uso da História Oral como recurso metodológico para as investigações em Educação Matemática, além

de estabelecer reflexões teóricas para pensar nessa maneira de escrever a História como uma possível metodologia de pesquisa para a formação de pesquisadores.

Descendente de Garnica, em termos acadêmicos, a pesquisadora Ivete Maria Baraldi egressa de doutorado e orientada por ele, é se ergueu a partir de sua raiz formativa, alimentada no solo do GHOEM, atua no Departamento de Matemática – Faculdade de Ciências da UNESP de Bauru e orienta nos Programas de Pós-Graduação em Educação Matemática (UNESP - Rio Claro) e Educação para Ciências (UNESP - Bauru). Atualmente, desenvolve uma pesquisa sobre narrativas de professores, com vistas às possibilidades para estudos na História da Educação (Matemática) Brasileira e na formação de professores de Matemática em uma perspectiva inclusiva. Sua intenção é elaborar compreensões acerca da formação do professor de Matemática da escola básica e a necessidade da formação continuada para uma educação inclusiva, constituindo tramas da formação de professores de Matemática de uma região específica do Brasil e numa determinada especificidade (educação inclusiva) e, quando possível e necessário, em uma perspectiva histórica, a fim de corroborar as pesquisas já desenvolvidas pelos demais membros do GHOEM, bem como efetuar um estudo da arte acerca das pesquisas em Educação Matemática inclusiva, discussões acerca das narrativas orais (História Oral) ou escritas (memorial de formação) como fontes para as pesquisas em História da Educação Matemática.

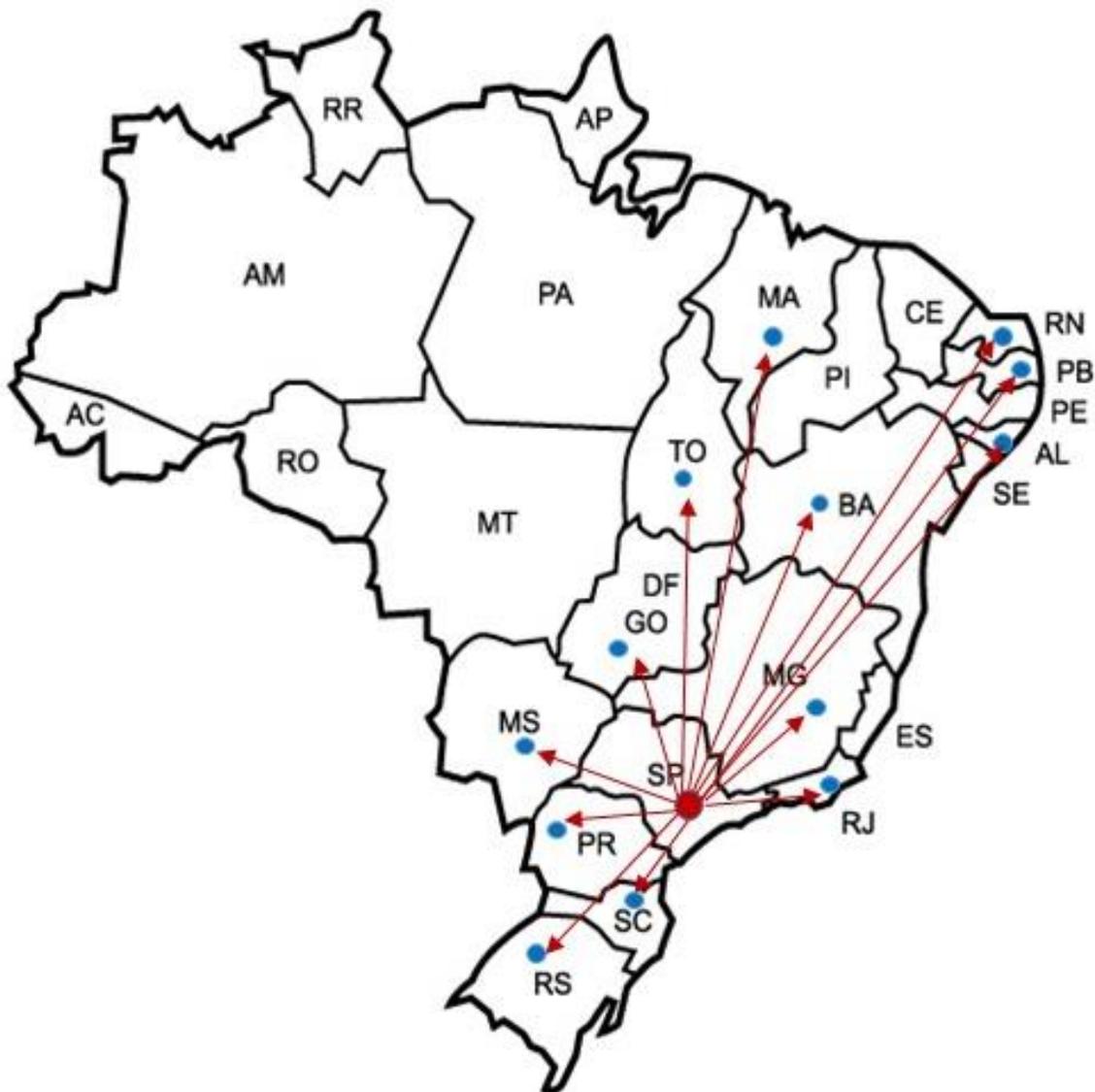
Nessa mesma ramificação genealógica e fortalecida pelas raízes já fincadas no solo acadêmico do campo da história da Educação Matemática, a professora Heloisa da Silva, também descendente de Garnica, fortalece o tronco do grupo nessa árvore do campo plantado inicialmente por Garnica. Atualmente é docente do Departamento de Educação Matemática, IGCE/UNESP, Rio Claro, é a vice-líder do GHOEM e atua como orientadora no Programa Pós-Graduação em Educação Matemática, IGCE/UNESP, Rio Claro, e pesquisa sobre o tema História da Educação Matemática na Formação de Professores de Matemática, embora também atue em outras pesquisas que envolvem História Oral, Narrativas e Educação Matemática; Formação de Professores de Matemática. No momento, desenvolve projetos de pesquisa sobre mobilizações de narrativas na/para a formação inicial de professores de Matemática na linha de pesquisa História Oral, Narrativas e Formação de Professores. Como pesquisa e intervenção no interior do GHOEM, busca mobilizar fundamentos e recursos da História Oral em atividades estrategicamente elaboradas para a formação professores que ensinam Matemática.

Um novo caule surgiu nesta árvore, sendo alimentado desde que apontado no verde em broto surgido nessa genealogia do GH OEM: a professora Luzia Aparecida de Souza. A pesquisadora é licenciada em Matemática, Mestrado e Doutorado pela UNESP e egressa do GH OEM, exercendo atualmente função de coordenadora do Grupo História da Educação Matemática em Pesquisa e membro do Grupo de História Oral e Educação Matemática - GH OEM. Atua como docente no Programa de Pós Graduação em Educação Matemática da UFMS (Campo Grande) e desenvolve pesquisas nesse campo, sobre temas como História da Educação Matemática, Narrativas e História Oral. A referida pesquisadora é um dos ramos novos da árvore genealógica de Garnica que, com outros pendões verdosamente amadurecendo, têm ampliado a copa da árvore com novos ramos ligados ao tronco e à raiz, conforme a metáfora de Michel Serres (2008) ao tratar do *Formato-Pai e da Ciência Filha*, em suas discussões epistemológicas sobre a formação dos pensamentos na Ciência

Conforme mencionamos ao longo deste artigo, reiteramos a base das presentes considerações ancorada nos parâmetros adotados para a construção das genealogias dos grupos como origem, da fundamentação teórica do grupo, área de pesquisa, produção científica, conexões epistemológicas e metodológicas, desmembramentos e ramificações em outras regiões do país a partir da formação pós-graduada, bases epistemológicas e metodológicas que forneceram a seus descendentes e a possibilidade de ampliar as matrizes teórico-metodológicas adquiridas na formação pós-graduada, bem como para bifurcar suas linhas de pesquisa e reinventar-se como grupo e como pesquisadores. A investigação apontou indício de uma formação para a pesquisa, para o ensino e para a gestão, de modo indissociável, pois em suas atividades acadêmicas os egressos do GH OEM têm demonstrado competências e habilidades para assumir posições empreendedoras no fortalecimento de seus campos de pesquisa, o que nos leva a pressupor que tal formação cria possibilidades para tal.

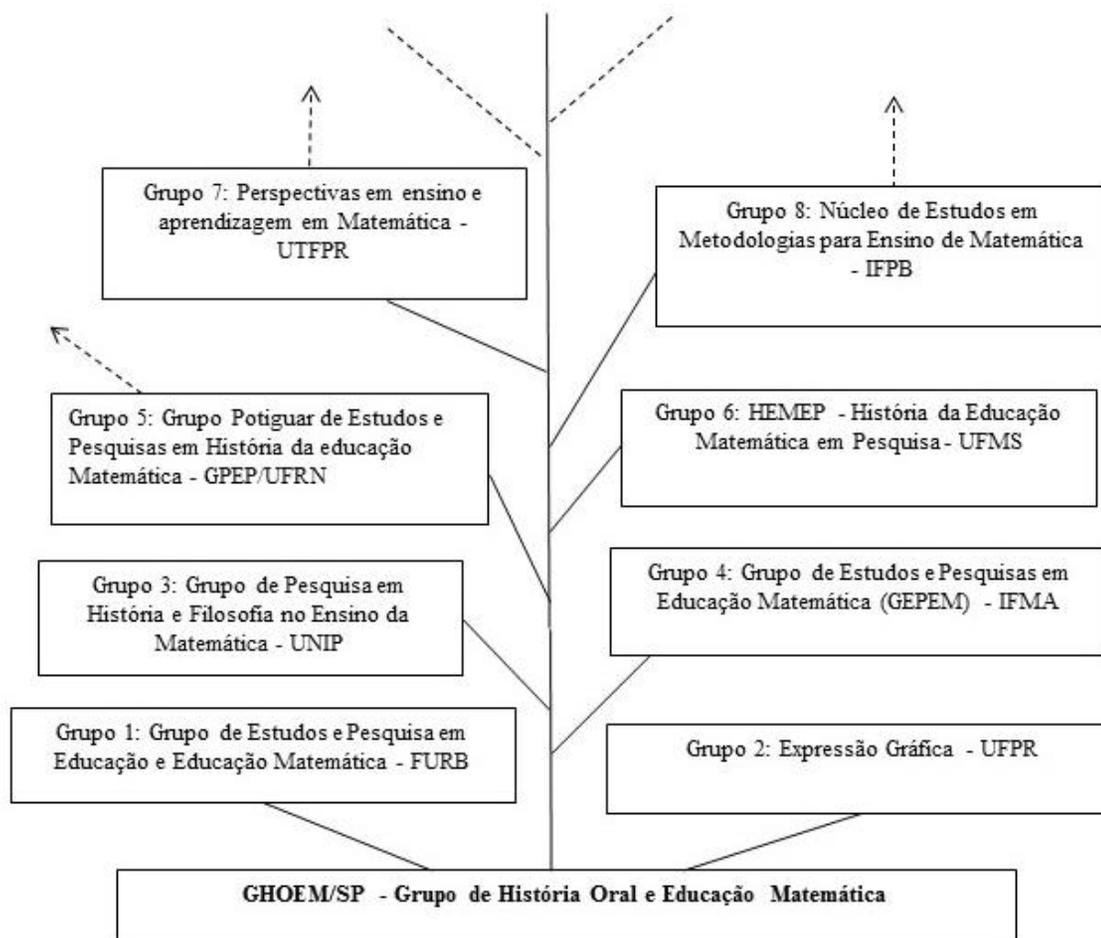
Apresentamos, a seguir, um mapa de localização dos descendentes do grupo e, em seguida, mostramos uma primeira versão da árvore genealógica do grupo (Figuras 05 e 06).

Figura 05. Mapa de abrangência da formação de doutores e ação coletiva em pesquisa, realizada pelo GHOEM até fevereiro de 2018.



Fonte: Elaboração dos pesquisadores a partir dos documentos da Plataforma Lattes e Diretório dos Grupos do CNPq.

Figura 06. Fluxo genealógico da formação de doutores e atuação coletiva em pesquisa, em conexão com o GH OEM até fevereiro de 2018.



Fonte: Elaboração dos pesquisadores a partir dos documentos da Plataforma Lattes e Diretório dos Grupos do CNPq até fevereiro de 2018.

O site do GH OEM entrou em funcionamento no ano de 2004 e em 2007 foi criado um site específico para a divulgação do catálogo de todo o acervo do GH OEM (IC GH OEM). Para o pesquisador interessado, é possível encontrar mais informações sobre as atividades do grupo nos seguintes endereços eletrônicos: <http://www2.fc.unesp.br/ghoem/> ou www.ghoem.org.

Considerações Finais

Conforme mencionamos ao longo das seções deste artigo, nossa intenção foi caracterizar o perfil de três grupos de pesquisa em História da Educação Matemática do Brasil, a partir do levantamento e da organização das informações levantadas no Diretório do CNPq e no Currículo Lattes dos pesquisadores, com enfoque na origem e na fundamentação teórico-metodológica

adotada e praticada nos grupos com vistas a identificar implicações na produção científica de seus membros nesse campo de pesquisa, bem como acerca de suas conexões epistemológicas, metodológicas e ramificações em outras regiões do país, a partir da formação pós-graduada concretizada nas várias instituições de ensino superior onde estão sediados os grupos.

O foco da nossa investigação centrou-se nos pesquisadores que atuam no campo da História da Educação Matemática, almejando identificar, compreender e apresentar fluxos de ramificação dos fundamentos adotados nos grupos investigados que de fato contribuíram para a consolidação da pesquisa nesse campo de conhecimento. Assim, o levantamento preliminar realizado no Diretório dos Grupos de Pesquisa do CNPq nos possibilitou avançar na compreensão sobre a criação e consolidação de grupos de pesquisas oriundos da formação de doutores participantes de grupos como o GHEMAT/UNIFESP, o GHOEM/UNESP (Rio Claro e Bauru) e o HIFEM (UNICAMP). Além disso, pôde-se asseverar que esses grupos forneceram as bases epistemológicas e metodológicas para que seus descendentes pudessem ampliar as matrizes teórico-metodológicas adquiridas na formação pós-graduada, bem como para dar continuidade ou bifurcar suas linhas teóricas e reinventar-se como pesquisadores.

Salientamos que os resultados obtidos na pesquisa demonstram o avanço na produção de uma epistemologia sobre as pesquisas em História da Educação Matemática, em uma ramificação potencializada nos grupos de pesquisa desse campo no Brasil. Do mesmo modo, a pesquisa apontou a existência de uma produção em crescimento significativo nessa área, que é estimulada por vários Programas de Pós-Graduação em Educação, Educação Matemática, Ensino de Ciências e Matemática, mas que precisam de maior sistematização e análise de informações a esse respeito, bem como da criação de um espaço ampliado de disseminação e interação profissional para contribuir com a formação dos professores de Matemática e dos pesquisadores em História da Educação Matemática, em seu processo formativo.

Percebemos, ainda, que a organização das informações levantadas no estudo foram de extrema importância para compreendermos como estão configurados geográfica e epistemologicamente os grupos de pesquisa do Brasil e suas inserções na formação de pesquisadores em História da Educação Matemática. Nesse sentido, as informações obtidas no Diretório dos Grupos do CNPq e no Currículo Lattes dos pesquisadores foram extremamente relevantes como ponto de partida para que empreendêssemos um estudo mais ampliado acerca da genealogia dos grupos pesquisados, tomando como referência uma organização detalhada da

origem, fundamentação e produção científica de cada grupo, na área de pesquisa e também suas conexões epistemológicas, metodológicas e ramificações em outras regiões do país, a partir da formação pós-graduação concretizada em várias das instituições de ensino superior onde estão sediados os grupos.

Os resultados da pesquisa também destacaram o avanço dos estudos e pesquisas em direção a uma produção epistemológica sobre a História da Educação Matemática em suas multiplicidades teórico-metodológicas para melhor produzir historiografias de acordo com os temas e objetivos, implicando, desta feita, ramificações multiplicativas em outras regiões do Brasil, a enfatizar redes de conexão e os fluxos genealógicos de cada um dos três grupos investigados.

É possível, portanto, admitir que as atividades vivenciadas nos grupos de pesquisa são norteadoras da constituição de um estilo de pensamento no exercício formativo dos pesquisadores, de maneira a denotar a gênese dessa formação, ou seja, o DNA da célula geradora de uma epistemologia de grupo, tal como Fleck denomina - *gestaltsehen* - ou ver formativo. Nesse sentido, o pensamento de Fleck, tomado como referencial para a interpretação das práticas formativas dos grupos de pesquisa investigados, possibilitou-nos compreender as relações inter e intracoletivas que alimentaram o processo de instituição e institucionalização do coletivo de pensamento sobre a pesquisa em História da Educação Matemática em cada grupo e nas relações entre grupos, por meio de interações diversas como leituras e discussões em geral, eventos, palestras, oficinas, cursos e seminários, e outras ações que estabeleceram estilos de pensamento nessas comunidades, como também suas ramificações e disseminações em quase todas as regiões do Brasil.

Diante do que foi exposto, é possível afirmar que:

- Os exercícios de preparação e práticas em pesquisa estabelecidos nos grupos de História da Educação Matemática possibilitaram que os participantes se apropriassem dos estilos de pensamento no treinamento formativo em cada grupo;
- O pensamento de Fleck pode ser tomado como referencial para reflexão sobre o processo de formação das comunidades de pesquisa em História da Educação Matemática ou áreas afins;
- O processo de criação de grupos de pesquisa em história da Educação Matemática reflete exercícios do coletivo de pensamento e produzem estilos de pensamento que implicam nos modos de pensar e agir sobre a produção de conhecimento nesse campo de pesquisa, na formação do pesquisador e na produção de ideias, assim como na

disseminação de um estilo de pensamento em outras comunidades investigativas do Brasil.

Além disso, verificamos que, após a incorporação dos descendentes desses grupos em outras comunidades investigativas, são experimentados novos desmembramentos epistemológicos, hibridismos e ramificações que ocorrem por meio de um processo de agenciamento de repertórios adquiridos na formação em pesquisa nos grupos, à qual recorrem os descendentes após sua formação pós-graduada. Há de se considerar que muitos deles migram para outras regiões do país a partir dessa formação, levando consigo os estilos de pensamento do coletivo (grupos) e os *gestaltsehen* (ver formativo e as bases epistemológicas e metodológicas) que forneceram a seus descendentes. Isto denota uma possibilidade de ampliar as matrizes teórico-metodológicas adquiridas na formação pós-graduada, bem como para bifurcar suas linhas de pesquisa e reinventar-se como grupo e como pesquisadores.

É importante também destacar que a organização das informações levantadas no Diretório do CNPq serviu como ponto de partida para emprendermos os modos como os grupos de pesquisa em História da Educação Matemática do Brasil estavam organizados em torno nos temas, dos objetos de estudo, fundamentos epistemológicos, princípios e métodos de pesquisa nesse campo, caracterizando, assim, sua origem, fundamentação e produção científica, bem como suas conexões epistemológicas, metodológicas e ramificações em outras regiões do país, a partir da formação pós-graduação concretizada em várias das instituições de ensino superior onde estão sediados os grupos.

Uma reflexão importante a esse respeito nos mostrou que os pesquisadores desse campo poderiam refletir sobremaneira sobre a necessidade de incorporar as matrizes teórico-metodológicas de seus grupos durante seu processo formativo e procurar cotidianamente inserir todas as informações do grupo no Diretório do CNPq, sempre que possível, para que todos tenham uma imagem ou espelho que reflita de fato o *gestaltsehen* de cada grupo, seu estilo e coletivo de pensamento, para que assim se torne possível estabelecer linhas divisórias entre o que cada grupo faz, o que os diferencia e o que os aproxima.

Nessa senda, mencionamos que a criação de novos grupos de pesquisa oriundos da formação de mestres e doutores participantes de grupos como o GHEMAT, o GHOEM e o HIFEM, dentre outros que forneceram as bases epistemológicas e metodológicas para que seus descendentes pudessem ampliar as matrizes teórico-metodológicas adquiridas na formação pós-

graduada, bem como bifurcar suas linhas teóricas e reinventar-se como pesquisadores, possibilitou a autonomia, a reinvenção epistemológica e a hibridação, mas não eliminou a relação de ligação matricial gerada em cada Grupo-Pai que formou seus descendentes.

Referências

- Archassal, P. V. (2000). *L'ABCdaire de La Généalogie*. Paris: Flammarion.
- Bombassaro, L. C. (1992). *As fronteiras da epistemologia: como se produz o conhecimento*. 3. ed. Petrópolis: Vozes.
- CNPq. Diretório dos Grupos de Pesquisa (2018). www.cnpq.br. Acesso em: 25 fev. 2018.
- Condé, Mauro Lúcio Leitão (Org.) (2012). Ludwik Fleck. *Estilos de pensamento na ciência*. Belo Horizonte: Fino Trato (Coleção Scientia).
- Fleck, L. (2010) *Gênese e desenvolvimento de um fato científico*. Belo Horizonte: Ed. Fabrefactum (Coleção Ciência, Tecnologia e Sociedade).
- Fleck, L. (1986). *La génesis y el desarrollo de un hecho científico*. Madrid: Alianza Editorial.
- Giedymin J. (1986). Polish philosophy in the inter-war period and Ludwik Fleck's theory of thought-styles and thought-collectives. In: Robert Sonné Cohen and Thomas Schnelle (eds). *Cognition and fact: Materials on Ludwik Fleck*, 179-215. Dordrecht/Holland: D. Reidel Publishing Company.
- Maia, C. A. (2015). *História, Ciência e Linguagem: O dilema relativismo-realismo*. Rio de Janeiro: Mauad X.
- Mathematics Genealogy Project. <http://www.genealogy.math.ndsu.nodak.edu/index.php>. Acesso em: 20 jul. 2013.
- Mendes, I. A. (2019). Pesquisas em História da Matemática no Brasil: flashes e imagens das produções em três décadas. *Anais. XIII Seminário Nacional de História da Matemática*. Fortaleza: SBHMat.
- Mendes, I. A. (2018). Uma história das pesquisas em História da Matemática no Brasil: produções, disseminações e contribuições à Formação de Professores de Matemática. **Projeto de Pesquisa CNPq**. Belém: Universidade Federal do Pará.
- Mendes, I. A. (2010). *Cartografias da produção em História da Matemática no Brasil: um estudo centrado nas dissertações e teses defendidas entre 1990-2010*. Projeto de Pesquisa. Natal: UFRN.
- Mendes, I. A. (2012). Historia Social de la Educación Matemática en Iberoamérica: pesquisa em História da Matemática na pós-graduação brasileira e suas dimensões epistemológica, sociológica e pedagógica. *Unión. Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, n. 30, jun.
- Mendes, I. A.; Silva, C. A. F. (2015). História da educação matemática brasileira: entre genealogias e coletivos de pensamento. *Revista de História da Educação Matemática – HISTEMAT*, ano 1, n. 1. p. 89-103.

Mendes, I. A.; Silva, C. A. F. (2018). Pesquisa en historia de la matemática. Genealogías, conexiones y difusiones: el ejemplo del grupo GHEMAT. *Revista Paradigma* 39, n. extra. jun. 2018, p. 1-30.

Serres, M.(2008). *Ramos*. Rio de Janeiro: Bertrand Brasil.

Investigación sobre la Historia del Saber Profesional de los Docentes que Enseñan Matemáticas: Interrogatorios Metodológicos

Wagner Rodrigues Valente

ghemat.contato@gmail.com

<https://orcid.org/0000-0002-2477-6677>

Universidade Federal de São Paulo

Grupo de Pesquisa de História da Educação Matemática (GHEMAT)

São Paulo, Brasil

Recibido: 18/04/2020 **Aceptado:** 22/05/2020

Resumen

En este artículo presentamos algunos resultados de investigación que se han obtenido con el desarrollo de un amplio proyecto de investigación sobre el saber profesional del maestro que enseña matemáticas. En particular, nos centraremos en las discusiones metodológicas que están presentes en la vida diaria de las investigaciones que integran el proyecto. Así, las sistematizaciones que se están llevando a cabo desde los diferentes caminos seguidos por los investigadores que forman parte del proyecto, en la investigación del saber profesional del maestro que enseña matemáticas, se recogen en este texto. En forma de etapas de un proceso metodológico, los pasajes de la recopilación de información se analizan inicialmente, teniendo en cuenta las experiencias de enseñanza; en un segundo paso, es el conocimiento organizado a través de estas experiencias y, finalmente, la etapa de transformar el conocimiento en saber se hace explícita. En la caracterización del saber, se utilizan dos categorías: matemáticas a enseñar y matemáticas para enseñar. A partir de estas dos matemáticas, se establecen relaciones entre ellas para construir teóricamente el objeto identificado como el saber profesional del maestro que enseña matemáticas.

Palabras clave: saber profesional, matemáticas, enseñanza, historia de las matemáticas, formación de maestros.

A Pesquisa sobre História do Saber Profissional do Professor que Ensina Matemática: Interrogações Metodológicas

Resumo

Neste artigo apresentamos alguns resultados de pesquisa que vêm sendo obtidos com o desenvolvimento de projeto amplo de investigação sobre o saber profissional do professor que ensina matemática. Em específico, iremos nos concentrar sobre as discussões metodológicas que estão presentes no cotidiano das pesquisas que integram o projeto. Assim, as sistematizações que estão sendo realizadas a partir dos diferentes caminhos trilhados pelos pesquisadores integrantes do projeto, na investigação do saber profissional do professor que ensina matemática, estão reunidas neste texto. Em forma de etapas de um processo metodológico, analisam-se, inicialmente, as passagens da coleta de informações, tendo em conta as experiências docentes; num segundo momento, o tratam-se dos conhecimentos organizados por meio dessas experiências e, por fim, explicita-se a etapa de transformação dos conhecimentos

em saberes. Na caracterização dos saberes, são mobilizadas duas categorias: a matemática a ensinar e a matemática para ensinar. A partir dessas duas matemáticas, estabelecem-se relações entre elas de modo a poder-se construir teoricamente o objeto identificado como saber profissional do professor que ensina matemática.

Palavras-chave: saber profissional, matemática, ensino, história da matemática, formação de professores.

Research on the History of Professional Knowledge of the Mathematics Teacher: Methodological Interrogations

Abstract

In this article we present some research results that have been obtained with the development of a broad research project on the professional knowledge of the teacher who teaches mathematics. In particular, we will focus on the methodological discussions that are present in the daily life of the researches that integrate the project. Thus, the systematizations that are being carried out from the different paths followed by the researchers who are part of the project, in the investigation of the professional knowledge of the teacher who teaches mathematics, are gathered in this text. In the form of stages of a methodological process, the transformation of information is initially analyzed, taking into account the teaching experiences; in a second step, the knowledge is organized through these experiences and, finally, the stage of transformation of knowledge from experiences into socially available knowledge is made explicit. In the characterization of knowledge, two categories are used: mathematics to teach and mathematics for teaching. From these two mathematics, relationships are established between them in order to theoretically construct the object identified as the professional knowledge of the teacher who teaches mathematics.

Keywords: professional knowledge, mathematics, teaching, history of mathematics, teacher training.

Considerações Iniciais

Por que considerar como tema de pesquisa o saber profissional do professor? A resposta à pergunta vem sendo dada, ao que parece, desde a década de 1960. Um dos primeiros teóricos a enfatizar a necessidade de investigações sobre o assunto é Lee Shulman (FERNANDEZ, 2015). A partir de seus estudos, vai sendo reafirmada a necessidade de caracterização de um saber específico para a docência, um saber que distingue a profissão docente das demais profissões.

O esforço de caracterização da docência como profissão acentua-se, no entanto, a partir da década de 1980, onde o foco dos estudos, com vistas à profissionalização, atém-se ao saber, numa “tentativa de reformular e renovar os fundamentos epistemológicos do ofício de professor e de educador, assim como da formação para o magistério” (TARDIF, 2000, p. 13). Intenta-se a construção de um repertório de saberes próprios ao ensino.

O pioneirismo de Lee Shulman resultou num verdadeiro paradigma para a pesquisa sobre o saber profissional do professor. Haja vista que, depois dele, uma multiplicidade de autores vem construindo variadas tipologias, como propôs inicialmente Shulman. As tipologias sobre as quais embasam suas pesquisas, levam os autores a considerar, por meio delas, a singularidade do saber profissional da docência, comparativamente a saberes ligados a outros campos de trabalho (HOFSTETTER; VALENTE, 2017).

Não fazendo tábula rasa de tempos passados, é razoável pensar que os professores, em diferentes épocas, valeram-se de saberes para o exercício docente. E, mais: esta forma mais atual de considerar tais saberes é devedora de formas anteriores que caracterizavam, num dado tempo, os saberes que orientavam o trabalho da docência. Assim, tendo em vista a existência de um paradigma das tipologias de saberes orientando pesquisas atuais, de modo a ter em conta a formação de professores alicerçada em saberes próprios de sua profissão, poderíamos perguntar como caracterizar o saber profissional do professor historicamente. Como a docência consolidou saberes para o exercício da profissão ao longo do tempo?

A fim de que a questão formulada não nos conduza ao anacronismo de considerarmos a ideia de profissão atravessando os tempos, talvez seja interessante mencionar a caracterização de Tardif (2013) relativamente às “três idades do ensino”: o ensino na “idade da vocação”, com o saber subordinado à moralização, à religião (p. 555); a segunda idade do ensino sendo a do ofício docente: o professor como assalariado do Estado, dependente de suas normas e referências para o exercício do ensino (p. 556); a terceira, marcada pela universitarização da formação de professores e mesmo autonomia dos professores na definição dos saberes de sua atuação no ensino (p. 559). De todo modo, para esses três grandes momentos históricos, o papel do saber é fundamental para a existência do ensino. Assim, poderíamos repor a questão colocada anteriormente: Como a docência consolidou saberes para o exercício da profissão ao longo do tempo?

Tal pergunta ampla, neste texto, será circunscrita à docência em matemática; e, mais especificamente, ao ensino de matemática nos primeiros anos escolares. Desse modo, interrogasse: Como caracterizar historicamente o saber profissional do professor que ensina matemática?

Um tanto diferente do paradigma que considera uma variada gama de tipos de saberes, estabelecidas por Schulman, iremos reter a caracterização dada por Hofstetter; Schneuwly (2017) que apontam haver, para o saber profissional da docência, tão somente dois tipos: os

saberes a ensinar e os saberes para ensinar. Tal caracterização, mesmo sendo datada dos dias atuais, poderá ser mobilizada para análise de tempos passados, tendo em vista que, em qualquer época, estão em discussão os temas do ensino e da formação de professores. E um dos aspectos centrais dessa discussão, como se viu anteriormente, refere-se ao saber. O saber que referencia o ensino e aquele que integra a formação do futuro professor. Assim, sem correr o risco do anacronismo, pode-se, historicamente, tratar o saber disposto para ser ensinado como um saber a ensinar. Tal saber refere-se ao saber como objeto de ensino: aquilo que está consolidado como saber para o professor ensinar a seus alunos. Também é plausível considerar o saber de formação do professor, considerado como um saber para ensinar, que diz respeito às ferramentas que o professor deverá ter para o exercício da docência de um dado saber a ensinar, numa dada época. Desse modo, objeto de ensino e ferramentas para o ensino constituem aparato conceitual que poderá ser utilizado na análise de épocas passadas com o fim de caracterizar um dos ingredientes do ensino, quiçá o mais importante deles: o saber. E, ainda, tendo em consideração o saber a ensinar e o saber para ensinar, torna-se possível a análise da articulação desses dois saberes, em cada tempo que, por hipótese teórica, constituirá a representação do saber profissional do professor.

Isto posto, ainda cabe levar em conta que, no caso dos estudos ligados à matemática, poderemos tratar de uma *matemática a ensinar*, objeto de ensino do professor; e de uma *matemática para ensinar*, ferramenta que o professor deverá mobilizar para o ensino da matemática. Também, a articulação entre objeto de ensino e ferramenta para o ensino caracterizará teoricamente o saber profissional do professor. Isto é, a relação estabelecida entre a matemática a ensinar e a matemática para ensinar revelará o saber profissional do professor que ensina matemática, em nosso caso, nos primeiros anos escolares, num dado tempo escolar (BERTINI; MORAIS; VALENTE, 2017).

A partir dessas considerações, a interrogação anteriormente elaborada, em termos da pergunta sobre como a docência consolidou saberes para o exercício da profissão ao longo do tempo, ganhará precisão maior, tratada do ponto de vista metodológico. Desse modo, este texto atém-se mais precisamente à seguinte interrogação: como investigar as transformações no saber profissional do professor que ensina matemática? Ou, dito de outro modo: como se dá a pesquisa sobre as mudanças nas relações estabelecidas ao longo do tempo entre a matemática a ensinar e a matemática para ensinar nos primeiros anos escolares?

O saber profissional do professor que ensina matemática estudado historicamente: das experiências docentes à sua organização como conhecimentos

Um primeiro ponto que nos parece de suma importância refere-se à postura epistemológica a ser adotada na empreitada de investigação do saber profissional do professor. A pesquisa histórica sobre o saber profissional do professor que ensina matemática nos primeiros anos escolares deve ser entendida como uma construção teórica oriunda de sistematizações das experiências docentes realizadas numa dada época escolar. O saber profissional não representa um dado empírico, algo a ser apenas e tão somente nomeado, coletado do mundo fenomenológico. Na investigação do saber profissional, o posicionamento epistemológico trata o real, o que se quer conhecer, como um objeto a ser teoricamente construído. “Ou seja, o real a ser conhecido não é o real na sua plenitude de aparência, mas é o real que aparece teoricamente, que é construído no pensamento” (BORBA; VALDEMARIN, 2010, p. 26). Em específico, trata-se da construção de um objeto histórico pelo historiador, “já que o passado nunca é um objeto que já está ali” (CHARTIER, 2009, p. 16).

Sob essa perspectiva de análise, sendo o saber profissional tomado como objeto de conhecimento, o processo de sua construção deverá promover uma abstração a partir das experiências docentes, intentando, num dado tempo, verificar como tratá-las como conhecimento e, posteriormente, verificar a possibilidade desse conhecimento ser considerado como um saber.

Assim, desde logo, cabe explicitar o que se está entendendo por conhecimento e por saber. O primeiro termo – conhecimento - diretamente ligado às experiências acumuladas pelo sujeito, saberes da sua ação no mundo, das práticas da sua vida cotidiana. O segundo termo – o saber – mostra-se como discurso sistematizado, pronto para ser mobilizado, com capacidade para circular. O saber é comunicável de modo a ser possível fazer dele uso e apropriação em diferentes contextos (VALENTE, 2019).

Desse modo considerados, conhecimento e saber envolvem discursos que se distinguem pelo grau de sistematização em que se apresentam. Tem-se, por premissa, que a prática de um ofício produz conhecimento; no caso da docência, tal conhecimento permeia, de forma constante, o trabalho do professor, situado em meio às suas experiências com o trato do ensino

e da aprendizagem de seus alunos (MOLANO; ROMERO, 2019). O conhecimento envolvido na docência poderá ser passível de sistematização por meio da análise das experiências docentes.

Cabe discutir, agora, o que se está chamando de “experiências docentes”. E, a partir disso, ter em vista o modo de tratar o processo de sistematização dessas experiências com o intento de elaboração de conhecimentos e saberes.

Iniciemos considerando o que estamos considerando como experiências docentes. De pronto, experiência docente representa toda e qualquer ação do professor em seu labor cotidiano ligado ao ensino e acompanhamento da aprendizagem de seus alunos.

Nos estudos históricos, por certo, não se irá considerar as ações práticas dos professores, as experiências docentes em sala de aula, analisando-as no instante em que elas ocorrem. A análise deverá ser feita por meio de rastros do passado dessas experiências, que foram deixados no presente, e que se tornaram passíveis de estudo. Trata-se da primeira fase da metodologia da produção histórica (VALENTE, 2007). No limite, é possível ponderar, que mesmo as investigações da atualidade, relativas às ações docentes, quando analisadas, mostram-se como atividades de estudo do passado, mesmo que recentíssimo...

As experiências docentes, realizadas em tempos passados, poderão ser analisadas por meio de uma documentação variada que contenha registros sobre as práticas dos professores (CHARTIER, 2006). Esses dados lidos diretamente nos documentos poderão ser tomados como informações. De fato, constituem informações iniciais sobre uma dada experiência docente. Como a informação dispersa nos diferentes documentos poderá converter-se em saber consolidado num dado momento histórico? (BURKE, 2016). A resposta à questão constitui o desafio metodológico maior do processo de análise inicial da documentação com vistas à caracterização do saber profissional do professor. E tal empreitada, para ser vencida, envolve um processo de sistematização, entendido como

(...) um tipo de investigação que se pode denominar reconstrutiva; isto é, um trabalho que a posteriori converte uma experiência em um objeto de produção de conhecimento, de modo a que a experiência é reconstituída em função das ações realizadas pelos atores que dela participaram (RODRIGUEZ, 2019, p. 20, *tradução nossa*).

Como se disse, as experiências docentes, para fins de análise histórica do saber profissional do professor, encontram-se em documentação variada. Por exemplo: a análise de

cadernos de alunos poderá ter por fio condutor as experiências por meio das quais o professor ministrou os cursos que estão presentes nesses cadernos e que foram anotadas pelos alunos. A análise de um livro didático de matemática, também, poderá ser tratada como documento de experiência docente. De fato, tal material – o livro didático - fixa, num dado tempo, conteúdos de ensino, modos para ensinar, finalidades da escola etc. originários de múltiplas determinações, onde uma delas, talvez das mais importantes, seja a experiência de prática docente de seu autor, ou dos discursos que incorporou sobre a atividade da docência, para o caso de personagens que escrevem obras didáticas sem que tenham sido professores, em meio a apropriação dos vários imperativos envolvidos na escrita da obra. O estudado fenômeno da vulgata escolar dá bem uma ideia de conhecimentos compartilhados por diferentes autores, na busca de fixar um saber para o exercício docente (CHERVEL, 1990).

Cadernos com lições de matemática, livros didáticos de matemática, artigos de revistas pedagógicas sobre o ensino de matemática, referências sobre o uso de materiais de ensino para a docência em matemática etc. constituem uma ampla gama de documentos que poderão ser analisados sob a perspectiva de representarem dispositivos depositários de registros sobre experiências docentes que poderão ser sistematizadas rumo à caracterização do saber profissional do professor que ensina matemática num determinado tempo.

Num primeiro momento, a análise dos documentos, que fixam registros sobre experiências docentes, deverá ser considerada como um trabalho de reconstrução do conhecimento mobilizado para a sua produção, isto é, ter em conta como a elaboração do documento foi elaborada por um dado autor ou autores. Trata-se de processo que intenta ultrapassar o nível de tomar informações contidas no documento para a passagem ao conhecimento. Esse conhecimento representa uma forma ainda extremamente ligada ao sujeito que elabora o documento que é considerado como fonte para o estudo. Numa fase posterior, por comparação entre variados documentos de uma mesma época, intenta-se a caracterização do saber.

No estudo das experiências docentes nos deparamos com aquelas ligadas ao ensino ou à formação de professores. Na análise de experiências de ensino busca-se o saber a ensinar, a matemática a ensinar. De modo análogo, no estudo das experiências de formação de professores interessa a sistematização do saber para ensinar, da matemática para ensinar. Nada desautoriza, porém, que a análise de experiências de ensino possa revelar saberes para ensinar; tampouco,

aquelas de formação de professores, evidenciar saberes a ensinar. Tudo depende das intenções originais que movem a análise.

Em estudo anterior, considerou-se um caderno escolar e as anotações relativas à “Metodologia da Aritmética” contidas nesse caderno. As informações vindas desse material foram tratadas como dados da experiência docente do formador. Buscou-se analisar, por meio desse documento, que matemática foi mobilizada pelo professor formador, de modo a orientar os futuros professores no ensino primário – uma matemática para ensinar. Como resultado do estudo,

(...) a análise revela um amálgama. Mostra um compósito de obras e autores com perspectivas pedagógicas diferentes presentes nas orientações metodológicas tratadas no curso de aperfeiçoamento ministrado. Mas, tal organização do curso parece conduzir-se por uma lógica: a necessidade de indicações práticas para a docência dos conteúdos da aritmética. E esses conteúdos são, sobretudo: os problemas aritméticos, as operações e a tabuada. A cada um desses temas, indicações de como o professor deverá proceder, tendo em conta referências de saberes para ensinar, de aritméticas para ensinar, elaborados em tempos diversos e materializadas em dispositivos que poderão auxiliar os professores. Para o ensino de problemas aritméticos, buscou-se Thorndike; para as operações, elementos da própria experiência desenvolvida pelo formador, apropriados de processos intuitivos; para o sistema de numeração, para as tabuadas referências a Pestalozzi (VALENTE, 2018, p. 40).

Assim, a multiplicidade de informações fixadas no caderno, a partir da análise realizada, aponta para a produção de um conhecimento do professor extremamente pragmático e distante de coerências teóricas, ao juntar numa mesma proposta de ensino concepções sobre o ensino intuitivo, atividades relativas ao ensino ativo etc. Será esse conhecimento algo que circulará por esse tempo histórico? Esteve presente essa matemática para ensinar consolidada como um saber? Por certo a análise de apenas um caderno não permite generalizações. Haverá que considerar mais documentos e, comparativamente, verificar se o conhecimento pragmático de ensinar a tabuada por meio das Cartas de Parker, ensinar operações aritméticas por meio de alusões a Pestalozzi e, ainda, o ensinar problemas aritméticos agregando elementos vindos de Thorndike, ganhou circulação em outros lugares nesse tempo escolar revelando-se como um saber.

O saber profissional do professor que ensina matemática estudado historicamente: de conhecimentos para a transformação em saberes

O processo de sistematização tem por finalidade objetivar os saberes. Como se mencionou anteriormente, é importante que se faça distinção entre conhecimento e saber. A justificativa teórica de distinguir esses dois termos refere-se à construção de ferramentas conceituais para o entendimento de que a separação dos conhecimentos dos sujeitos que os produziram, viabiliza, com a sistematização, a sua circulação e apropriação em contextos diferentes daqueles que foram originalmente produzidos. O processo de sistematização é, portanto, um movimento de objetivação.

A trajetória de transformação de informações dispersas em saber consolidado passa inicialmente pela organização e seleção de informações sob dada perspectiva e finalidade, em um discurso que expresse conhecimentos. Tal discurso busca captar elementos, postos em documentos do passado que nos chegam no presente, que revele um sentido para uma prática pedagógica. No exemplo mencionado anteriormente, a análise do caderno tem em vista a organização de elementos que nele estão contidos – informações – sobre o ensino de aritmética. Assim, intenta-se organizar tais elementos de modo a dar resposta à questão: que saber emerge das aulas postas no Caderno de Prática relativas ao ensino da aritmética? Por certo, esta análise já indica um primeiro nível de sistematização das informações. Mas, ela ainda está intimamente ligada ao sujeito e às suas ações registradas no documento, no caderno. Trata-se de um conhecimento situado, gerado num dado contexto.

Um próximo passo na investigação implicará em analisar, por meio dos documentos escolhidos para a pesquisa do saber profissional do professor que ensina matemática, que expressam múltiplos discursos de experiências docentes, quais convergências desses conhecimentos estão presentes numa mesma época. Por este procedimento de pesquisa tem-se a possibilidade de que sejam reveladas tendências de assentamento de propostas e construção de consensos pedagógicos sobre o que deve o professor saber para a realização de seu ofício.

A pesquisa de doutorado em andamento de Bruna Lima Ramos Giusti, para citar um exemplo de trabalho, integrando projeto de pesquisa mais amplo (VALENTE et. al., 2017), que leva em consideração cadernos de futuros professores, vem amalhando esse tipo de material de modo a constituir um *corpus* empírico de documentos elaborados na década de 1950. Trata-se de um conjunto de cadernos de normalistas, futuros professores dos primeiros anos escolares,

que registraram nesses cadernos, seus cursos de aritmética, quando estavam em formação. A cada caderno analisado, Giusti intenta organizar as informações nele contidas de modo a que seja revelado o conhecimento sobre como ensinar aritmética, no contexto particular em que cada caderno foi elaborado. Que elementos da matemática para ensinar revela-se em cada caderno? Tal questão conduz a análise.

Realizadas as análises, interessa verificar a existência de convergências, de levar em conta se, mesmo elaborados em lugares diferentes, em variados contextos, os cadernos guardam relação entre si, de uma mesma proposta de formação dos professores, em termos de uma matemática a ser tratada como ferramenta de ensino do futuro professor. Em caso positivo, os elementos que se mostram convergentes conduzirão à organização da matemática para ensinar, saber objetivado, ingrediente do saber profissional do formação do professor da década de 1950. Em caso negativo, os conhecimentos retirados de cada caderno, não demonstrando qualquer convergência, não serão passíveis de se transformarem em saber.

Retirar elementos dos registros de experiências docentes de modo a codificá-los, organizando-os na forma de conhecimentos, verificar convergências e proceder a novas codificações, de modo a explicitar a organização de um saber é algo complexo. Por certo, o processo de sistematização, com vistas a objetivar saberes, tendo em conta a organização de conhecimentos que emergem de registros de experiências docentes contidas em variada gama de documentos como, por exemplo, os cadernos, não é tarefa simples. Elas começam pelas dificuldades de interpretar as informações postas nos documentos, nos cadernos. Uma delas constitui o desafio de levar a cabo procedimentos de codificação sem que eles permaneçam num nível puramente descritivo. Se assim for, há impossibilidade de tornar a informação recolhida algo que possa ser convertido em conhecimento. Isto é, somente descrevendo materiais, cadernos, livros etc. deixa-se de lado o trabalho interpretativo dos registros encontrados (RODRIGUEZ, 2019). De há muito já, ao que parece, as dificuldades dessa tarefa para os historiadores foram explicitadas por Jacques Le Goff, na distinção que faz o autor entre documento e monumento (LE GOFF, 1990).

Considerações finais

O ensino como uma profissão implica um campo de conhecimentos que possa ser sistematizado e assim comunicado a outros (SHULMAN, 2004). Este desafio, mobiliza

pesquisadores da atualidade, interessados na melhoria do exercício docente, na caracterização dessa profissão, na definição mais nítida da identidade dos professores, dentre outros objetivos. A análise histórica do tema traz outros desafios, dentre eles, o que é próprio da produção histórica: dar referências para o presente, revelar processos e dinâmicas envolvidos no trabalho docente na elaboração de conhecimentos, tendo em vista os saberes que se consolidam e sofrem transformação ao longo do tempo.

Em particular, para o caso da matemática, a investigação do passado do exercício docente, em termos dos saberes, poderá iluminar os debates presentes cotidianamente no âmbito dos departamentos de educação, de matemática. Não é a matemática, como campo disciplinar acadêmico, a referência que distingue o professor que ensina matemática. Trata-se de compreender como a matemática se fez matemática para ensinar tendo em vista a matemática a ensinar. O estudo desses processos e dinâmicas leva-nos ao saber profissional do professor que ensina matemática e às suas alterações ao longo do tempo.

As etapas metodológicas descritas neste texto, com vistas à investigação do saber profissional do professor que ensina matemática, elas mesmas, em termos dos estudos desenvolvidos das pesquisas que compõe projeto amplo de investigação (VALENTE et. al., 2017) foram extraídas e sistematizadas dos achados que estão sendo encontrados na trajetória seguida até o presente de desenvolvimento desse projeto. Nesses termos, constituem a escrita de uma metametodologia da pesquisa.

Referências

- Bertini, L. F. et al. (2017). *A matemática a ensinar e a matemática para ensinar – novos estudos sobre a formação de professores*. São Paulo: L F Editorial.
- Chartier, R. (2006). *Escribir las prácticas – Foucault, De Certeau, Marin*. Buenos Aires, Argentina: Manantial.
- Chartier, R. (2009). *A história ou a leitura do tempo*. Belo Horizonte, MG: Autêntica Editora.
- Chervel, A. (1990). História das disciplinas escolares: reflexões sobre um campo de pesquisa. Porto Alegre: *Teoria & Educação*, 2.
- Fernandez, C. (2015). Revisitando a base de conhecimentos e o conhecimento pedagógico do conteúdo (PCK) de professores de ciências. *Revista Ensaio*. Belo Horizonte, v. 17, n. 2, p. 500-528.
- Orbá, S.; Valdemanin, V. T. (2010). A construção teórica do real: uma questão para a produção do conhecimento em educação. *Currículo sem Fronteiras*, v. 10, n.2, p. 23-37, jul./dez.

- Le Goff, Jacques. Documento/Monumento (1990). In: _____ *História e Memória*. Editora da Unicamp, Campinas.
- Hofstetter, R.; Schneuwly, B. (2017). Saberes um tema central para as profissões do ensino e da formação. In R. Hofstetter; W. R. Valente. *Saberes em (trans)formação – tema central da formação de professores*. São Paulo: L F Editorial.
- Hofstetter, R.; Valente, W. R. (2017). *Saberes em (trans)formação – tema central da formação de professores*. São Paulo: LF Editorial.
- Molano, A. D. R.; Romero, C. E. C. (2019). *La sistematización de experiencias – apuesta investigativa para innovar y transformar escenarios educativos y pedagógicos*. Bogotá, Colombia: Ediciones USTA.
- Rodriguez, J. C. G. (2019). Aspectos críticos en la formación de maestros a través de la sistematización de experiencias. In: Molano, A. D. R.; Romero, C. E. C. (2019). *La sistematización de experiencias – apuesta investigativa para innovar y transformar escenarios educativos y pedagógicos*. Bogotá, Colombia: Ediciones USTA.
- Shulman, L. S. Research on teaching: a historical and personal perspective. In: Shulman, L. S. *The wisdom of practice: essays on teaching learning, and learning to teach*. San Francisco: Jossey-Bass, 2004.
- Tardif, M. (2000). Saberes profissionais dos professores e conhecimentos universitários. Elementos para uma epistemologia da prática profissional dos professores e suas consequências em relação à formação para o magistério. *Revista Brasileira de Educação*. Jan./Abr., no. 13, 2000.
- Tardif, M. (2013). A profissionalização do ensino passados trinta anos: dois passos para a frente, três para trás. *Educ. Soc.*, Campinas, v. 34, n. 123, abr.-jun. 2013. Disponível em <http://www.cedes.unicamp.br>
- Valente, W. R. (2007). História da Educação Matemática: interrogações metodológicas. *REVEMAT – Revista Eletrônica de Educação Matemática*. Florianópolis, SC. V2.2, p. 28-49, UFSC. <https://doi.org/10.5007/%25x>
- Valente, W. R.; Bertini, L. F.; Morais, R. S.; Pinto, N. B. (2017). *A matemática na formação de professores e no ensino: processos e dinâmicas de produção de um saber profissional, 1890-1990*. São Paulo: Projeto Temático FAPESP. Disponível em: <https://bv.fapesp.br/pt/auxilios/98879/a-matematica-na-formacao-de-professores-e-no-ensino-processos-e-dinamicas-de-producao-de-um-saber-p/> Acesso: 18 de abril de 2020.
- Valente, W. R. (2018). O caderno de um professor e as suas relações com o saber matemático. *REVEMAT – Revista Eletrônica de Educação Matemática*. Florianópolis, SC. V. 13, no. 1, p. 31-41, 2018. DOI: <http://doi.org/105007/1981-1322.2018v13n1p31>.
- Valente, W. R. (2019). Saber objetivado e formação de professores: reflexões pedagógico-epistemológicas. *Revista de História da Educação* (Online). V. 23, e77747. <http://dx.doi.org/10.1590/2236-3459/77747>

Una mirada a las producciones en Historia de la educación matemática en el VII Seminario Internacional de Investigación en Educación Matemática

Yohana Taise Hoffmann¹

yohana.thc@gmail.com

<https://orcid.org/0000-0002-3590-315X>

David Antonio da Costa¹

david.costa@ufsc.br

<https://orcid.org/0000-0003-4493-9207>

Luiz Ricardo Nakamura¹

luiz.nakamura@ufsc.br

<https://orcid.org/0000-0002-7312-2717>

¹Universidade Federal de Santa Catarina, Brasil

Recibido: 25/02/2020 **Aceptado:** 01/04/2020

Resumen

Nuestro objetivo es analizar los trabajos presentados en el VII Seminario Internacional de Investigación en Educación Matemática (2018), pertenecientes al Grupo de Trabajo número 15 (GT15), *Historia de la educación matemática*. Tenemos la intención de responder las preguntas: ¿Cuáles son los grupos de investigación (GI's) presentes en el GT15? ¿Qué supuestos teóricos y metodológicos se utilizan? ¿Qué temas se están abordando? Utilizamos conceptos de Fleck y Bourdieu para abordar la producción, la constitución del campo científico y las relaciones entre el colectivo de investigadores. Con el software IRaMuTeQ presentamos una nube de palabras, además de aplicar el análisis factorial de correspondencia que ayuda a visualizar la proximidad y las distancias entre los trabajos presentados en el GT15, contribuyendo así a la identificación de temas comunes. Observamos que los GI's más presentes, dentro deste universo, son GHEMAT y GHOEM. La mayoría de los trabajos presentados provienen de instituciones de la región sureste, como UNESP y UNIFESP. Finalmente, utilizamos el software Gephi para construir una red de referencias compartidas, destacando la investigación que trata problemas en el campo científico de la Historia de la educación matemática, y sus diálogos con Historia, Filosofía y Sociología.

Palabras Clave: Campo científico, Gephi, grupos de investigación, IRaMuTeQ, SIPEM.

Um olhar sobre as produções em História da educação matemática no VII Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática

Resumo

Nosso objetivo é analisar os trabalhos apresentados no VII Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, em particular aqueles pertencentes ao Grupo de Trabalhos número 15 (GT15), intitulado *História da educação matemática*, realizado em 2018. Pretendemos responder aos seguintes questionamentos: Quais são os grupos de pesquisa (GP's) presentes no GT15? Quais pressupostos teóricos e metodológicos são mobilizados? Quais as temáticas que estão sendo tratadas? Utilizamos conceitos de Fleck e de Bourdieu para tratar a produção, a constituição do campo científico e as relações entre o coletivo de pesquisadores. Com o software

IRaMuTeQ apresentamos uma nuvem de palavras, além de aplicarmos a análise fatorial de correspondência que auxilia na visualização das proximidades e distanciamentos entre os trabalhos apresentados no GT15, contribuindo assim para a identificação de temáticas comuns. Observamos que os GP's mais presentes, dentro desse universo, são o GHEMAT e o GHOEM. A maioria dos trabalhos apresentados é oriunda de instituições da região sudeste, como UNESP e UNIFESP. Finalmente, utilizamos o software Gephi para construir uma rede de referências compartilhadas, evidenciando as pesquisas que tratam das problemáticas do campo científico da História da educação matemática, e seus diálogos com a História, Filosofia e Sociologia.

Palavras-chave: Campo científico, Gephi, grupos de pesquisa, IRaMuTeQ, SIPEM.

An Overview at the productions in the History of Mathematics Education at the VII International Research Seminar on Mathematics Education

Abstract

The main aim of this paper is to analyse the contributed papers presented at the VII International Research Seminar on Mathematics Education, in 2018, particularly those belonging to Working Group 15 (WG15) entitled *History of Mathematics Education*. We try to answer the following: Which are the research groups (RGs) present in the GT15? Which are the main theoretical and methodological approaches? What topics are being addressed? We used concepts by Fleck and Bourdieu to address the production and constitution of the scientific field and the relationship between the collective of researchers. Using IRaMuTeQ software we produce a word cloud and also apply a correspondence factor analysis that helps in visualising the proximity and distances among the contributed papers presented in WG15, thus contributing with the identification of common themes. We observed that the most present RGs are GHEMAT and GHOEM. Most presented papers come from institutions from the Southeastern region of Brazil, such as UNESP and UNIFESP. Finally, we use Gephi software in order to create a shared references network, highlighting researches addressing questions in the History of mathematics education scientific field, and its dialogues with History, Philosophy and Sociology.

Keywords: Scientific field, Gephi, research groups, IRaMuTeQ, SIPEM.

Apresentação

Para este artigo, temos como objetivo analisar os trabalhos apresentados no VII Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática (SIPEM), em particular aqueles pertencentes ao Grupo de Trabalhos (GT) número 15 (GT15), intitulado *História da educação matemática*, realizado no ano de 2018. Desta maneira, pretendemos responder aos seguintes questionamentos: Quais são os grupos de pesquisa presentes no GT15? Quais pressupostos teóricos e metodológicos são mobilizados nos trabalhos do GT15? Quais as temáticas que estão sendo tratadas pelos pesquisadores do GT15?

Destarte, é importante evidenciar os caminhos percorridos pelo coletivo de pesquisadores da História da educação matemática (Hem) até a conquista desse lugar no VII SIPEM. Segundo González (2018), a comunidade de pesquisadores interessados em estudar a

Hem só vem aumentando. O autor elenca cinco aspectos que ilustram esse cenário, sendo o primeiro relacionado ao 13th International Congress on Mathematical Education (ICME), realizado em Hamburgo (Alemanha) no ano de 2016:

1. Desarrollo de grupos de trabajo estables en eventos de carácter internacional dedicados a la historia de la Educación Matemática, tales como el *TSG 24 History of the teaching and learning of mathematics del International Congress of Mathematical Education*, cuyos miembros comparten los hallazgos y asuntos pendientes en la historia de la educación matemática así como también trabajan en la búsqueda de acuerdos relacionados con las cuestiones metodológicas propias de la investigación en esta temática (González, 2018, p. 280, grifos do autor).

Outro aspecto importante foi o surgimento da revista *International Journal on the History of Mathematics Education* (IJHME), que circulou entre 2006 e 2016 (Furinghetti e Karp, 2018). A partir da movimentação dos pesquisadores em nível internacional, observou-se a necessidade de realizar um evento específico da Hem. No ano de 2009 foi realizada a primeira *International Conference on the History of Mathematics Education* (ICHME), tendo como sua edição mais recente a ICHME-6, ocorrida em 2019.

De acordo com González (2018), há mais quatro aspectos da comunidade de pesquisadores interessados em estudar a Hem:

2. Organización de eventos específicamente abocados al tema; entre estos destaca el *Congreso Iberoamericano de Historia de la Educación Matemática*, del cual se han llevado a efecto cuatro ediciones: I CIHEM 2011 (Covilhã, Portugal), II CIHEM 2013 (Cancún, México), III CIHEM 2015 (Belém do Pará, Brasil); VI CIHEM 2017 (Murcia, España); este CIHEM está considerado como un escenario que: propicia el intercambio académico, profesional y conceptual de los educadores matemáticos de América Latina, España y Portugal que tienen como asunto de interés investigativo a la historia de la educación matemática en estos espacios sociogeográficos; permite puestas en juego por dichos investigadores; coadyuva a la divulgación, difusión y publicación de la producción científica generada en este ámbito; promueve la creación de nuevos grupos de trabajo y la colaboración entre los que ya están creados; contribuye al examen del estado del arte en este emergente campo de estudio, así como también ayuda a configurar su prospectiva.

3. Apertura de Secciones Fijas en revistas propias del campo de la Educación Matemática; como ejemplo se puede mostrar la sección de la Revista UNIÓN intitulada *Historia Social de la Educación Matemática en Iberoamérica* (ver: <http://www.fisem.org/www/union/>)

4. Creación de Revistas Especializadas como HISTEMAT - Revista de História da Educação Matemática (<http://histemat.com.br/index.php/HISTEMAT>) enfocada en la divulgación, entre investigadores, profesores, y demás personas interesadas en la dimensión histórica tanto de la matemática como de su enseñanza, de resultados de investigaciones relativas a la historia de la educación matemática y otros asuntos conexos.

5. Publicación de *Handbook*, como el *Handbook on the History of Mathematics Education* (KARP, SCHUBRING, 2014) en el cual se examina la historia de la educación matemática considerando múltiples épocas, civilizaciones, países y culturas; teniendo presente el interés que un número cada vez mayor de educadores matemáticos en todo el mundo, tiene sobre el desarrollo disciplinario de la Educación Matemática, no sólo en sus países de origen, sino a nivel global (González, 2018, p. 280-281, grifos do autor).

Segundo Matos e Saraiva (2011), o CIHEM teve como interesse o intercâmbio “entre pesquisadores e a produção de conhecimento ligada à história da educação matemática na América Latina, na Espanha e em Portugal. O interesse pela temática tem crescido enormemente no âmbito da Educação Matemática nesses diversos países” (p. 07). A quinta edição do CIHEM ocorreu no ano de 2019 (Bogotá, Colômbia).

A partir da participação no I CIHEM, vários pesquisadores brasileiros observaram a necessidade da criação de um evento em âmbito nacional. No ano de 2012 realizou-se o primeiro Encontro Nacional de Pesquisa em História da Educação Matemática (ENAPHEM), no município de Vitória da Conquista, Bahia (Brasil). O V ENAPHEM, diferente das últimas edições, será virtual, diante da Pandemia COVID-19, e tem previsão para novembro de 2020, a realização do evento conta com o apoio da UFRN.

Dessa forma, cabe destacar como mais um espaço para a socialização das pesquisas que investigam a Hem, o Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática (SIPEM). Segundo Coppe *et al.* (2018), os primeiros trabalhos apresentados no âmbito da Hem no SIPEM, datam do II SIPEM, realizado no ano de 2003, com quatro pesquisas aprovadas, alocadas no GT 5 - História da Matemática e Cultura.

No ano de 2018 ocorreu o VII SIPEM, inaugurando o GT15, intitulado História da educação matemática. Segundo os coordenadores do GT15, Maria Cristina Araújo de Oliveira e Antonio Vicente Marafioti Garnica, a iniciativa para a criação do mesmo ocorreu no ano de

2016 em reunião na Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM)⁷² (Oliveira e Garnica, 2018).

A participação de diversos grupos de pesquisa nesses eventos contribui “para a escrita da história da educação matemática e que a partir de diferentes afiliações teóricas e para além da disputa de *status* acadêmico, deram visibilidade à pluralidade historiográfica do evento, a uma produção de histórias singulares” (Pinto, 2014, p. 16-17). Assim, os eventos são espaços significativos para a divulgação e socialização da produção do conhecimento no campo científico.

Segundo Bourdieu (2001a), o campo científico é um espaço social constituído por relações de força e de dominação, no qual os agentes estão dispostos de acordo com sua posição, isto é, entre dominantes ou dominados, sendo “microcosmos que, sob certos aspectos, constituem mundos sociais idênticos aos demais, com concentrações de poder e de capital, monopólios, relações de força, interesses egoístas, conflitos etc.” (p. 133). Dessa maneira, a conquista de novos espaços legitima o próprio campo que está em processo de constituição, institucionalização e disciplinarização.

Conquista de novos espaços: VII Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática

Como mencionamos anteriormente, os eventos são espaços importantes e contribuem para a legitimação do campo científico, além da socialização e divulgação de suas produções. Logo, a conquista de novos espaços e lugares para debates são necessários para o reconhecimento desse campo que está se constituindo. Apresentamos neste trabalho uma nova possibilidade para as discussões das pesquisas que investigam a Hem, o VII SIPEM, em particular o GT15, realizado entre os dias 4 e 8 de novembro de 2018, na cidade de Foz do Iguaçu, no estado do Paraná (Brasil).

A proposição do GT15 reuniu pesquisadores que atuam na Hem pertencentes a diversos Grupos de Pesquisas (GP's). Organizados de forma cronológica de criação, são eles (Oliveira e Garnica, 2018, p. 155):

⁷² Destacamos o artigo de Miguel *et al.* (2004), referentes a configuração do campo da Educação Matemática no Brasil, que realizou um panorama histórico, expõe e analisa como esse campo foi se consolidando, assim como, a importância da SBEM e dos eventos da área.

- *História, Filosofia e Educação Matemática (HIFEM)*⁷³, a partir de meados de 1996 se organizou autonomamente como um grupo de pesquisa, possui atualmente como líderes Arlete de Jesus Brito e Andreia Dalcin, alocado na Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho (UNESP);
- *Grupo de Pesquisa em História da Educação Matemática no Brasil (GHEMAT)*⁷⁴ instituído no ano 2000, pelos líderes Wagner Rodrigues Valente e Neuza Bertoni Pinto, na Universidade Federal de São Paulo (UNIFESP);
- *Grupo de Pesquisa História Oral e Educação Matemática (GHOEM)*⁷⁵, possui como líderes Antonio Vicente Marafioti Garnica e Heloisa da Silva, criado no ano de 2002, na Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho (UNESP);
- *Grupo Compasso (DF)*⁷⁶, originou-se do Grupo de Estudo e Pesquisa em Educação Matemática (GEPEM-DF). Em 2006 o GEPEM-DF reviu seus objetivos e a partir de uma consulta aos seus membros, passou a denominar-se COMPASSODF. Atualmente é um grupo não institucional composto pelas pesquisadoras: Carmyra Oliveira Batista (SEEDF), Edilene Simões Costa (UFMS), Mônica Menezes de Souza (SEEDF), Rosália Policarpo Fagundes (SEEDF);
- *Grupo de Estudos Contemporâneos em Educação Matemática (GECEM)*⁷⁷, criado no ano de 2009 na Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC), tendo como líderes Cláudia Regina Flores e Rosilene Beatriz Machado;
- *História da Educação Matemática em Pesquisa (HEMEP)*⁷⁸, criado no ano de 2011, na Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (UFMS), possui como líderes Luzia Aparecida de Souza e Thiago Pedro Pinto;
- *Grupo Potiguar de Estudos e Pesquisas em História da Educação Matemática (GPEP)*⁷⁹, da Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN), possui como líderes Liliane dos Santos Gutierre e Fernando Guedes Cury, instituído no ano de 2013.

De acordo com informações na página da SBEM a respeito da criação do SIPEM, o evento é uma das atividades mais importantes da sociedade, ao possibilitar a abrangência e divulgação das produções das pesquisas em educação matemática⁸⁰. Apresentamos um breve

⁷³ Disponível em: <<http://dgp.cnpq.br/dgp/espelhogrupo/200458>>. Acesso em: 06 mai. 2019.

⁷⁴ Disponível em: <<http://dgp.cnpq.br/dgp/espelhogrupo/11665>> Acesso em: 06 mai. 2019.

⁷⁵ Disponível em: <<http://dgp.cnpq.br/dgp/espelhogrupo/4544>>. Acesso em: 06 mai. 2019.

⁷⁶ Disponível em: <<http://www.compassodf.com.br/>>. Acesso em: 06 mai. 2019.

⁷⁷ Disponível em: <<http://dgp.cnpq.br/dgp/espelhogrupo/4673>> Acesso em: 06 mai. 2019.

⁷⁸ Disponível em: <<http://dgp.cnpq.br/dgp/espelhogrupo/18311>>. Acesso em: 06 mai. 2019.

⁷⁹ Disponível em: <<http://dgp.cnpq.br/dgp/espelhogrupo/38904>>. Acesso em: 06 mai. 2019.

⁸⁰ Para mais informações disponível em: <<http://www.sbem.com.br/sbembrasil/index.php/grupo-de-trabalho/historico-sipem>>. Acesso em: 09 mai. 2019.

panorama das edições do SIPEM, a fim de situar histórico e socialmente o lugar de fala desses pesquisadores.

O primeiro SIPEM⁸¹ ocorreu após a discussão de diversos GP's que investigam a Educação Matemática, provenientes diferentes instituições do ensino superior no Brasil, que reconheceram a necessidade de se realizar um intercâmbio com pesquisadores e grupos de outros países, para além de avaliar a produção, realizar parcerias em projetos e grupos de estudos e pesquisas, em nível nacional e internacional.

O I SIPEM foi realizado entre os dias 22 e 25 de novembro de 2000, na cidade de Serra Negra, São Paulo (Brasil), tendo como tema a *Investigação em Educação Matemática no Brasil*, em que se destacam as seguintes palestras com convidados de renome nacional e internacional nas pesquisas em Educação Matemática: *A investigação sobre o professor de Matemática: problemas e perspectivas*, com a participação do professor João Pedro da Ponte; *O conceito da multiplicação: um obstáculo epistemológico*, palestra proferida pelo professor Gert Schubring; *O que a ciência cognitiva corpórea pode dizer sobre a natureza humana da matemática*, realizada pelo professor Rafael Nuñez; e *Desafios da Educação Matemática no ano 2000*, pelo professor Ubiratan D'Ambrosio (Campos e Pires, 2000).

O evento contou com dez grupos de trabalhos. A saber, GT1: Educação Matemática nas séries iniciais do EF; GT2: Educação Matemática nas séries finais do EF; GT3: Educação Matemática no Ensino Médio; GT4: Educação Matemática no Ensino Superior; GT5: História da Matemática e Cultura; GT6: Educação Matemática: Novas Tecnologias e Ensino a Distância; GT7: Formação de Professores que ensinam Matemática; GT8: Avaliação em Educação Matemática; GT9: Processos Cognitivos e Linguísticos na Educação Matemática; GT10: Modelagem Matemática (este último GT não consta nos Anais do evento) (Campos e Pires, 2000).

No ano de 2003, entre os dias 29 de outubro e 01 de novembro, foi realizado o II SIPEM⁸², na cidade de Santos, São Paulo (Brasil). O evento teve a inclusão de mais dois GTs, a saber, GT11: Filosofia da Educação Matemática e GT12: Ensino de probabilidade e estatística. A temática do evento estava alinhada com a realização do I Fórum Nacional das Licenciaturas,

⁸¹ Para mais informações disponível em: <<http://www.sbembrasil.org.br/files/sipemI.pdf>>. Acesso em: 09 mai. 2019.

⁸² Para mais informações disponível em: <<http://www.sbembrasil.org.br/files/sipemII.pdf>>. Acesso em: 09 mai. 2019.

em São Paulo, e com o Seminário Nacional das Licenciatura, em Salvador. Assim, o tema foi *A contribuição das pesquisas para a formação de professores de Matemática* (Valente, 2013).

O III SIPEM⁸³ foi realizado entre os dias 10 e 14 de outubro de 2006, na cidade de Águas de Lindóia, São Paulo (Brasil). Uma importante observação a ser feita é que os Anais do evento estão com páginas faltantes, iniciando com uma errata em relação a um trabalho do GT1, em seguida trazendo um trabalho do GT5 e, nas páginas subsequentes, não há como distinguir se são trabalhos do GT5 ou de outro GT, sendo difícil identificar os trabalhos de cada GT (Garnica *et al.*, 2006). No ano de 2009, entre os dias 25 e 28 de outubro em Brasília, no Distrito Federal (Brasil), foi realizado o IV SIPEM, e o que tem-se é o relatório e anais do evento⁸⁴. Ao todo foram 244 trabalhos inscritos, sendo 198 aprovados e, destes, 162 trabalhos apresentados (Santos e Lima, 2009).

Em Petrópolis, no estado do Rio de Janeiro (Brasil), entre os dias 28 e 31 de outubro de 2012, foi realizado o V SIPEM⁸⁵. Segundo a apresentação dos anais, a SBEM possuía cerca de 15.000 associados em todo país, e já havia realizado dez Encontros Nacionais de Educação Matemática (ENEM), além de inúmeros encontros regionais. O evento contou com 313 pesquisadores inscritos e com 154 apresentações e discussões de trabalhos (Bellemain e Gitirana, 2012).

O VI SIPEM⁸⁶ foi realizado no ano de 2015, entre os dias 15 e 19 de novembro, na cidade de Pirenópolis, Goiás (Brasil), contando com a participação de 319 pesquisadores inscritos e com a apresentação e discussão de 169 trabalhos de investigação científica, além de um novo GT (GT13: Diferença, Inclusão e Educação Matemática) (Fernandes, 2015).

A última edição do evento até o momento, o VII SIPEM⁸⁷, foi realizado entre os dias 4 e 8 de novembro de 2018, na cidade de Foz do Iguaçu (PR), contando com a implementação de

⁸³ Para mais informações disponível em: <<http://www.sbemrasil.org.br/files/sipemIII.pdf>>. Acesso em: 09 mai. 2019.

⁸⁴ Para mais informações disponível em: <<http://www.sbemrasil.org.br/sbemrasil/images/Relatorio%20Geral%20do%20IV%20SIPEM.pdf>> e <<http://www.sbemrasil.org.br/files/sipemIV.pdf>>. Acesso em: 09 mai. 2019.

⁸⁵ Para mais informações disponível em: <<http://www.sbemrasil.org.br/sbemrasil/images/Boletim%2019.pdf>> e <http://www.sbemrasil.org.br/files/v_sipem/?page=presentation&language=br>. Acesso em: 09 mai. 2019.

⁸⁶ Para mais informações disponível em: <http://www.sbemrasil.org.br/sbemrasil/images/arquivos/relatorio_visipem.pdf> e <http://www.sbemrasil.org.br/visipem/anais/story_html5.html>. Acesso em: 09 mai. 2019.

⁸⁷ Para mais informações disponível em: <http://www.sbemrasil.org.br/files/relatorio_viisipem.pdf> e <<http://www.sbemparana.com.br/viisipem/portuguese/index.php>>. Acesso em: 09 mai. 2019.

mais dois GTs, a saber GT14: Didática da Matemática e GT15: História da Educação Matemática. Estiveram presentes 365 pesquisadores inscritos no evento, todos sócios da SBEM, com um total de 226 trabalhos aceitos para apresentação e publicação, e seis aceitos somente para publicação. De acordo com os coordenadores do GT15 alguns trabalhos foram selecionados para uma edição temática na Revista HISTEMAT⁸⁸ (Carneiro, 2018).

Cabe destacar que há diversos artigos que realizaram análises dos trabalhos apresentados no SIPEM durante esses anos, a exemplo de Mocrosky, Paulo e Bicudo (2010) e Bicudo e Paulo (2011) que analisaram os trabalhos apresentados no III SIPEM, investigando as tendências das pesquisas em Educação Matemática no Brasil. Assim como, as pesquisas referentes à temática da Modelagem Matemática, como, Bicudo e Kluber (2011) e Kluber e Burak (2012) que analisaram os anais do III SIPEM, Kluber e Burak (2014) que utilizaram os trabalhos do IV SIPEM, em específico o GT10, e Oliveira e Kluber (2017) que analisaram quatro edições do SIPEM (2006, 2009, 2012 e 2015), a partir dos relatórios do GT10. Podemos destacar o trabalho de Bicudo e Miarka (2015) relacionado a metodologia de pesquisa em Filosofia da Educação Matemática, analisando os trabalhos do V SIPEM. Outro tema de investigação é o trabalho de Dos Anjos e Moretti (2017) relacionado ao ensino e aprendizagem em matemática para estudantes cegos, em que os autores realizaram um levantamento a respeito da educação inclusiva em diversos eventos, e nos anais do SIPEM encontraram trabalhos nos anos 2003, 2006, 2009, 2012 e 2015.

Dado o histórico do SIPEM, constituir um espaço de discussões em um determinado campo científico possui um capital simbólico, ou seja, segundo Bourdieu (2001a), são manifestações de reconhecimento social, “nos livra da insignificância, como ausência de importância e de sentido” (p. 296). Assim como configura-se um capital científico na área da Hem, isto é, de acordo com Bourdieu (2001b):

O capital científico funciona como um capital simbólico de reconhecimento que vale, antes de mais, e por vezes exclusivamente, nos limites do campo (embora possa ser reconvertido noutras espécies de capital, principalmente econômico): o peso simbólico de um cientista tende a variar segundo o valor distintivo dos seus contributos e a *originalidade* que os pares concorrentes reconhecem ao seu contributo distintivo (p. 80, grifo do autor).

⁸⁸ Para maiores informações disponível em: <<http://www.histemat.com.br/index.php/HISTEMAT/issue/view/13>>. Acesso em 06 mai. 2019.

Esse novo espaço adquirido é significativo para compreender a representatividade e legitimidade desse coletivo de pesquisadores na Hem. Dessa maneira, como mencionado na seção de apresentação, pretendemos analisar os trabalhos que foram apresentados no GT15. A fim de responder alguns questionamentos, como, por exemplo, quais são os grupos de pesquisa presentes no GT15? Quais pressupostos teóricos e metodológicos são mobilizados nos trabalhos do GT15? Quais as temáticas que estão sendo tratadas pelos pesquisadores do GT15?

Corpus de análise: trabalhos apresentados no GT15 do VII SIPEM

O *corpus* de análise é composto pelos trabalhos aprovados no GT15 do VII SIPEM. Em um primeiro momento foram submetidos 20 trabalhos e, após a avaliação dos pareceristas, foram publicados um total de 17 textos (Quadro 1).

Quadro 1 – Trabalhos aprovados no GT15 - VII SIPEM.

ID	Título do Trabalho	Autores	Instituição	GP
T1	Uma proposta do uso da história da matemática na formação continuada de professores, uma experiência com professores do interior do estado de São Paulo	Adriana de Bortoli	FATEC-SP	HIFEM
		Zionice Garbelini Martos Rodrigues	IFSP	HIFEM
T2	Formação de professores de matemática de MT e MS: indícios de um projeto global de colonialidade de poder	Ana Maria de Almeida	UFMS	GHOEM
		Luzia Aparecida de Souza	UFMS	GHOEM
T3	O desenho na Reforma João Pinheiro de 1906 em Minas Gerais	Andréia Magalhães Dias Almeida	UFJF	GHEMAT
T4	Grupo de pesquisa história oral e educação matemática: mapeamento da formação e atuação de professores que ensinam/ensinaram matemática no Brasil	Antonio Vicente Marafioti Garnica	UNESP	GHOEM
T5	Trabalho manual e geometria no curso primário do Distrito Federal (final do século XIX)	Claudia Regina Boen Frizzarini	UNIFESP	GHEMAT
		Maria Célia Leme da Silva	UNIFESP	GHEMAT
T6	Rizza de Araújo Porto: uma expert em tempos da escola nova?	Denise Medina França	UERJ	GHEMAT
		Edilene Simões Costa Santos	UFMS	GHEMAT
T7	Monumentos arquitetônicos: uma fonte de pesquisa em história da educação matemática	Elmha Coelho Martins Moura	UNILA	HIFEM
T8	Grupo de pesquisa História Oral e Educação Matemática: dos estudos sobre intervenções na formação de professores	Heloisa da Silva	UNESP	GHOEM
T9	Grupo de Pesquisa História Oral e Educação Matemática: dos estudos sobre História da Educação Matemática (Inclusiva)	Ivete Maria Baraldi	UNESP	GHOEM

Continua

Quadro 1 – Trabalhos aprovados no GT15 - VII SIPEM (continuação)

T10	História oral, identidade e a constituição de um currículo	Jardel da Silva Costa	UFRJ	Sem GP
		Márcia Maria Fusaro Pinto	UFRJ	CHATER ⁸⁹
T11	Uma história da educação financeira na educação básica escolar: uma análise de livros didáticos	Jéssica Ignácio de Souza	UFSC	GECEM
		Cláudia Regina Flores	UFSC	GECEM
T12	Resolução de problemas pelas equações algébricas: a proposta de Tito Cardoso de Oliveira para o ensino das operações	Luciane de Fatima Bertini	UNIFESP	GHEMAT
		Ivone Lemos da Rocha	UNIFESP	GHEMAT
T13	O desenho e a profissionalidade dos professores primários no século XIX	Maria Cristina Araújo de Oliveira	UFJF	GHEMAT
T14	Grupo de pesquisa história oral e educação matemática: dos estudos sobre hermenêutica de profundidade	Maria Edneia Martins-Salandim	UNESP	GHOEM
T15	75 anos de história do ensino médio no Brasil	Martha Regina Egéa Kleine	SEE-SP	HIFOPEM ⁹⁰
T16	A geometria e o Movimento da Matemática Moderna em Minas Gerais: referências e práticas de uma professora de Juiz de Fora	Thiago Neves Mendonça	IFMG	GHEMAT
T17	Uma genealogia na história da educação matemática do Rio Grande do Norte	Wguineuma Pereira Avelino Cardoso	IFESP	HIFEM
		Liliane dos Santos Gutierre	UFRN	HIFEM

Fonte: Dados da Pesquisa

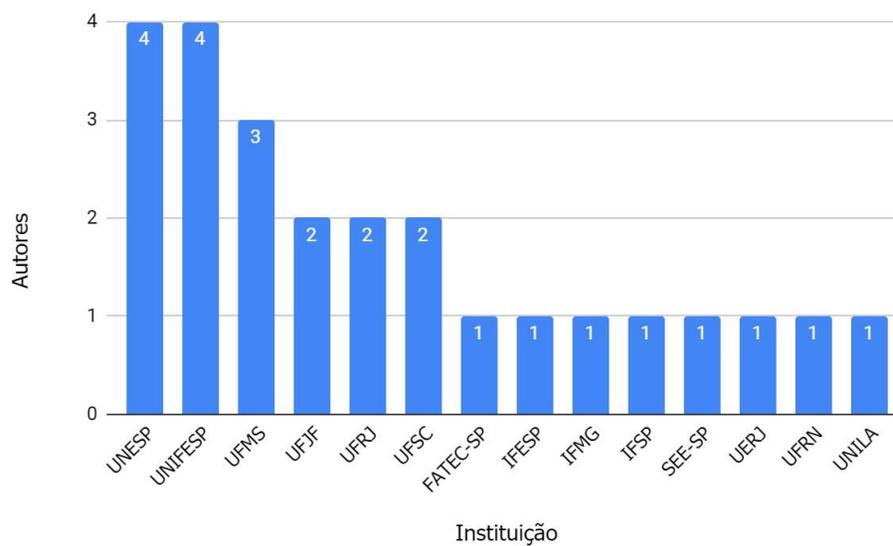
A partir do Quadro 1, podemos identificar autores de distintas instituições de ensino superior e grupos de pesquisas, assim como, podemos analisar quais os pressupostos teóricos e metodológicos que são mobilizados e quais as temáticas que estão sendo tratadas no GT15.

O Gráfico1 apresenta as instituições em que cada autor está vinculado, sendo possível observar que aquelas com mais pesquisadores que apresentaram trabalhos foram a Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho (UNESP) e Universidade Federal de São Paulo (UNIFESP) (16% do total cada instituição) correspondendo a quatro pesquisadores cada. Em seguida, a Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (UFMS) com 12%, com três pesquisadores. Correspondendo a 8%, com dois pesquisadores cada instituição, salientando que são trabalhos em coautorias, estão a Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF), Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ) e a Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC).

⁸⁹ Grupo de pesquisa Teoria da Histórico-cultural da Atividade na pesquisa em Educação (CHATER). Para maiores informações disponível em: <<http://dgp.cnpq.br/dgp/espelhogrupo/12838>>. Acesso em 06 mai. 2019.

⁹⁰ Grupo de pesquisa Histórias de Formação de Professores que ensinam Matemática (HIFOPEM). Para maiores informações disponível em: <<http://dgp.cnpq.br/dgp/espelhogrupo/34587>>. Acesso em 06 mai. 2019.

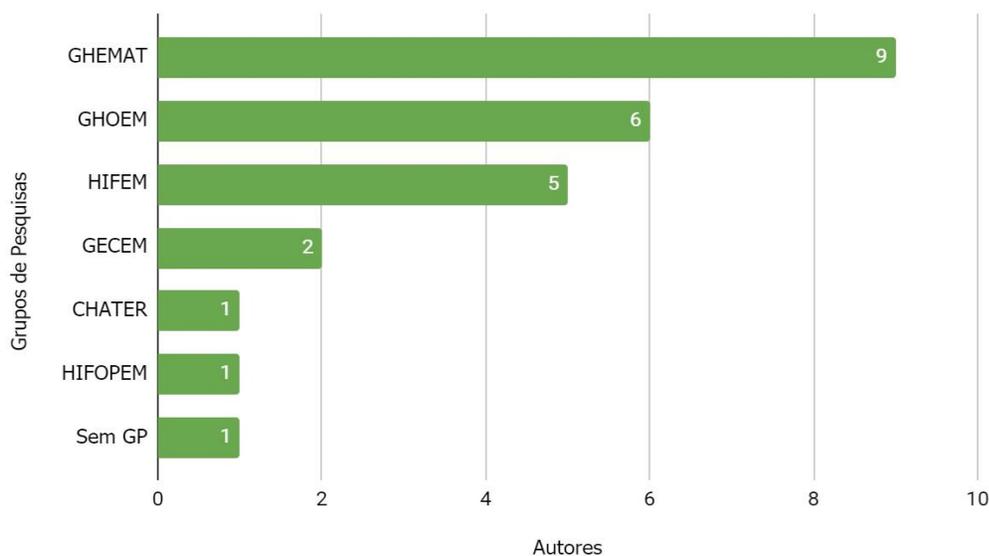
Gráfico 1 – GT15, número de autores por IES no VII SIPEM.



Fonte: Dados da Pesquisa

Em relação aos GP's, identificamos seis principais (Gráfico 2). No entanto, cabe ressaltar que há autores dos trabalhos que participam de mais de um GP. Há casos, por exemplo, em que o autor do trabalho é estudante no GHOEM e no HEMEP, como também é estudante no HIFEM e no GPEP. Outros exemplos são os/as pesquisadores(as) que participam do HIFEM e é líder do GPEP, o mesmo acontece com um pesquisador do GHOEM e líder do HEMEP.

Gráfico 2 – GT15, número de autores por GPs no VII SIPEM.

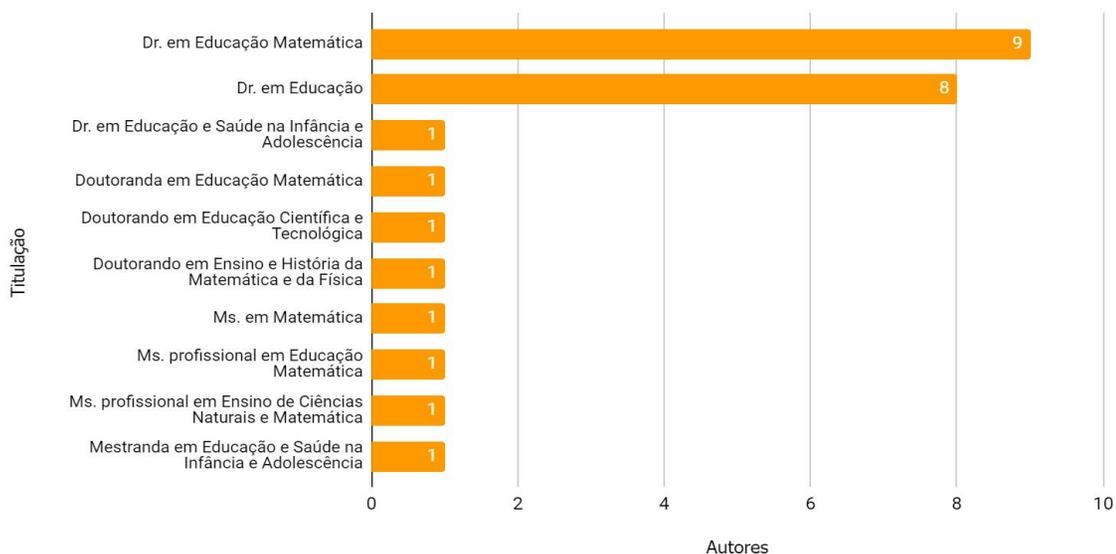


Fonte: Dados da Pesquisa

A partir do Gráfico 2, podemos observar que o GP que mais teve representantes presentes no VII SIPEM foi o GHEMAT, com nove autores, totalizando 36%, que correspondem a seis trabalhos apresentados, a saber: T3, T5, T6, T12, T13 e T16. Em seguida está o GHOEM, com 24%, tendo seis autores e cinco trabalhos, sendo eles: T2, T4, T8, T9 e T14. O terceiro grupo com mais representantes é o HIFEM, correspondendo a 20% do total, com cinco autores e três trabalhos apresentados, T1, T7 e T17.

Outra informação que obtemos para compreender o lugar das produções desse campo, são as titulações desses pesquisadores, conforme apresentado no Gráfico 3. Esse dado é importante para identificarmos a especialização desses pesquisadores que investigam a Hem. Quais são os lugares de fala, suas influências teóricas e metodológicas? Observamos (Gráfico 3) que a maioria dos participantes no GT15 do VII SIPEM possuem doutorado em Educação Matemática, correspondendo a 36% do total, ou nove pesquisadores. Em seguida, temos os pesquisadores que possuem doutorado em Educação, correspondendo a 32%, isto é, oito pesquisadores. Os 32% restantes correspondem a mestrandos e doutorandos dos seguintes programas de pós-graduação: Educação matemática; Educação científica e tecnológica; Ensino e história da matemática e da física; e em Educação e saúde na infância e adolescência.

Gráfico 3– GT15, número de autores por titulação no VII SIPEM.



Fonte: Dados da Pesquisa

Compreendemos que os trabalhos do GT15 não representam todo o universo da produção científica da Hem, porém podem ser utilizados como um indicador interessante, para

identificar as instituições, e os GP's presentes. Além de possibilitar a análise de quais são as temáticas predominantes nos trabalhos e quais os referenciais teóricos e metodológicos mobilizados.

Análise do *corpus* textual: temáticas, referenciais e metodologias dos trabalhos

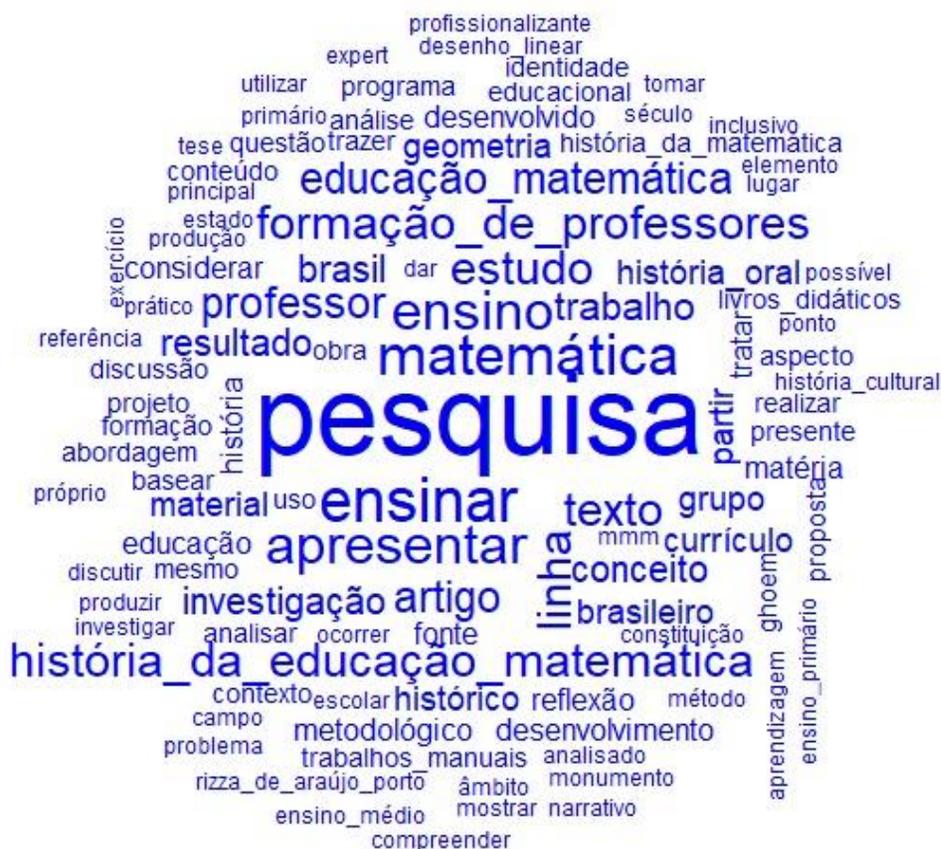
Para a realização do estudo dos dados, optamos pela análise textual, que utiliza desde material transcrito a textos produzidos em diferentes condições, como entrevistas, documentos, entre outros. “Pode ser utilizada a análise textual com a finalidade comparativa, relacional, comparando produções diferentes em função de variáveis específicas que descrevem quem produziu o texto” (Camargo e Justo, 2013, p. 514).

Utilizamos o software IRaMuTeQ (Interface de R pour les Analyses Multidimensionnelles de Textes et de Questionnaires), que possibilita a realização de análises lexicográficas, identificando a quantidade de palavras e sua frequência média, por exemplo (Camargo e Justo, 2018).

Os dados estatísticos desse *corpus* textual apresentam as seguintes informações: a) *Número de textos* - são os textos (registros) contidos no *corpus*, em nosso caso, por exemplo, o *corpus* corresponde aos trabalhos do GT15 compostos pelos 17 resumos; b) *Número de ocorrências* - é o número total de palavras contidas no *corpus*, correspondente a 2.164 palavras; c) *Número de formas* - são as palavras consideradas ativas (adjetivos, nomes, verbos) e suplementares (artigos e pronomes). Para a análise foram eliminados os advérbios, as conjunções, onomatopeias e as preposições, que totalizam 665 palavras (Salviati, 2017).

Utilizamos um dos recursos do IRaMuTeQ para visualizar o *corpus* textual por meio da nuvem de palavras (Figura 1), em razão de agrupar e organizar as palavras pela frequência. As palavras com alta frequência são as maiores e são colocados ao centro, as menores representam frequências inferiores (Camargo e Justo, 2018).

Figura 1 – Nuvem de palavras *corpus* textual GT15



Fonte: Elaboração Própria

Baseado na Figura 1, podemos observar a centralidade da palavra “pesquisa” (citado 28 vezes), esse resultado se dá pelas propostas apresentadas no GT15 que estão relacionados as pesquisas em andamento e concluídas. Outras palavras que indicam temáticas e linhas de pesquisas são: ensinar (frequência 14); matemática (frequência 13); ensino (frequência 12); história da educação matemática, formação de professores e estudo (frequência 10); professor e educação matemática (frequência 9).

Essas palavras mais frequentes nos mostram um indicativo das temáticas como, por exemplo, ensino de matemática, formação de professores e o próprio campo da história da educação matemática. De acordo com os coordenadores do GT15:

A apresentação e discussão dos trabalhos evidenciou as diferentes bases teóricas e metodológicas utilizadas pelos pesquisadores da História da educação matemática oportunizando refletir e questionar potencialidades e limitações de cada uma delas. História Cultural, História Oral, Perspectiva socio-histórica foram algumas das referências mobilizadas pelos autores em seus trabalhos. Outra questão discutida

pelo grupo foi a participação da matemática em termos de saberes, conteúdos, práticas nas pesquisas em História da educação matemática. Um dos campos de atuação importante dos membros do GT relativamente à Educação Matemática na sua relação com os diferentes níveis educativos tem sido a inserção da História da educação matemática na formação de professores que ensinam matemática. Em atividades disciplinares – criação de disciplinas em cursos de licenciatura – ou mesmo em ações como PIBID, TCC, iniciação científica, a História da educação matemática vem se integrando à formação inicial e continuada de professores (Oliveira e Garnica, 2018, p. 159).

Desta maneira, são feitas perguntas a fim de identificar algumas características, tais como: Quais são os pressupostos teóricos mobilizados? Quais as temáticas? Quais referências são utilizadas? Para isso, utilizamos outro recurso do IRaMuTeQ, a análise fatorial de correspondência (AFC), indicada para descrever um grande volume de dados, associando textos com modalidades de uma única variável de caracterização, isto é, elas possibilitam a comparação (contraste) da produção textual destas modalidades (Camargo e Justo, 2018). Segundo Salviati (2017):

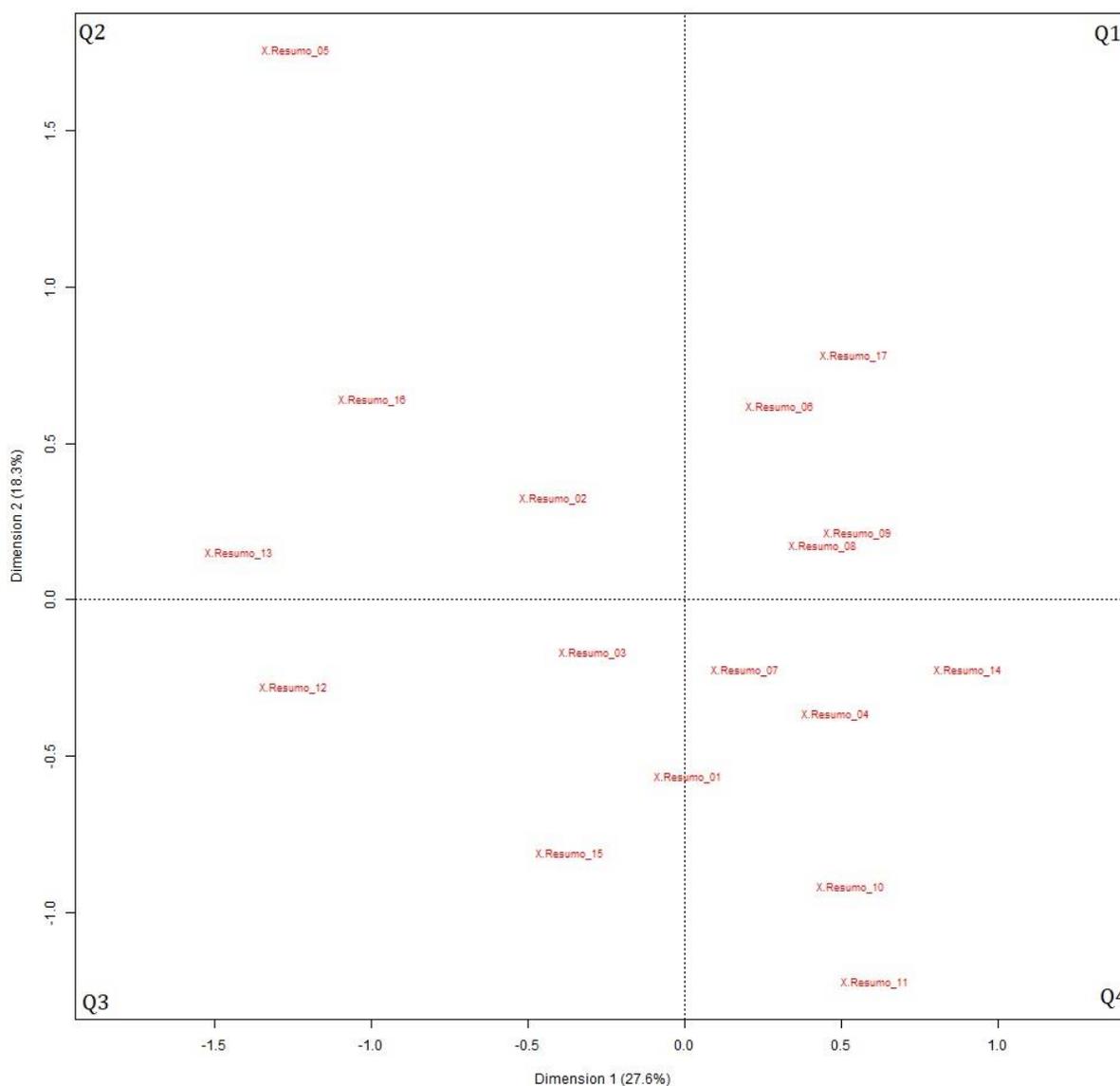
Os procedimentos executados nesta análise englobam o cálculo das frequências e os valores de correlação qui-quadrado de cada palavra do corpus, a partir da frequência pré-definida; e a execução da análise fatorial de correspondências (AFC) numa tabela de contingência que cruza as formas ativas e as variáveis (p.39).

Cabe evidenciar que Bourdieu em suas análises também utiliza a AFC, como pode ser observado no seguinte trecho:

Quando se utiliza uma técnica estatística como a análise de correspondências, cria-se um espaço de várias dimensões em que se distribuem, simultaneamente, propriedades e os detentores dessas propriedades, através de uma operação classificatória que permite caracterizar a estrutura dessa distribuição (Bourdieu, 2001b, p. 88).

A Figura 2 é uma representação gráfica da AFC em plano cartesiano, que auxilia na visualização das proximidades e distanciamentos entre os 17 resumos dos trabalhos apresentados no GT15, a partir do vocabulário do *corpus* textual, onde podemos identificar quatro quadrantes.

Figura 2 – AFC *corpus* textual GT15



Fonte: Dados da Pesquisa

Podemos observar (Figura 2) que o trabalho que mais se distancia dos demais é o T5, localizado no Q2, cujas autoras analisaram as atividades práticas propostas no âmbito da matéria escolar Trabalhos Manuais que se articulam com a matéria Geometria, assim como a atuação profissional de Olavo Freire da Silva e sua obra *Primeiras Noções de Geometria Prática*. As análises dos textos permitem identificar que o T5 é o único dos trabalhos que trata da matéria escolar Trabalhos Manuais, e está mais próximo do T16 devido ao conteúdo de Geometria, que é tema de análise dos dois trabalhos.

Outro trabalho que se distancia dos demais é o T11, do grupo de pesquisa GECM,

localizado no Q4. As autoras analisam livros didáticos, um conjunto de práticas sócio-culturais, que possibilitam identificar a emergência da educação financeira. As análises dos textos permitem identificar que o T11 é o único dos trabalhos que trata da arqueogenealogia do saber segundo Michel Foucault, razão de seu distanciamento dos demais.

Em relação aos trabalhos que mais se aproximam, podemos observar os trabalhos T8 (Grupo de pesquisa História Oral e Educação Matemática: dos estudos sobre intervenções na formação de professores) e T9 (Grupo de Pesquisa História Oral e Educação Matemática: dos estudos sobre História da Educação Matemática (Inclusiva)), localizados no Q1, cujas autoras evidenciam já no título do trabalho que investigam o grupo de pesquisa GHOEM. Além de realizarem o trabalho baseado no grupo de pesquisa, o caráter que aproxima os trabalhos é a temática investigativa, apresentando as potencialidades da História Oral como uma abordagem pedagógica em processos formativos de professores de Matemática. Assim como, a divulgação das linhas de pesquisas que estão sendo desenvolvidas pelo grupo: *História Oral, Narrativas e Formação de Professores: pesquisa e intervenção* e *Narrativas e ensino e aprendizagem de Matemática (inclusiva)*.

Outros trabalhos que se aproximam são os T4 e o T14, relativos ao grupo GHOEM, localizados no Q4. O trabalho T4 também apresenta uma linha de pesquisa do grupo e compreende a história oral como metodologia principal, mas não única, do respectivo grupo. Já o trabalho T14 apresenta o referencial metodológico da Hermenêutica de Profundidade, de acordo com John Thompson, mobilizado pelo grupo.

Os trabalhos T3 e T12, localizados no Q3, e o T13 no Q2, possuem as seguintes semelhanças além de serem de pesquisadores do GHEMAT: estão relacionados ao ensino primário e a formação do professor que ensina matemática. Os trabalhos T3 e T13 se assemelham em relação à disciplina de desenho, um dos focos da análise. Ademais, os trabalhos T12 e T13 apresentam, visualmente, uma certa aproximação, cuja análise do texto permitiu identificar que o referencial teórico utilizado em ambos é relacionado aos saberes a ensinar e para ensinar dos autores Rita Hofstetter e Bernard Schneuwly

Com a AFC conseguimos identificar as temáticas dos trabalhos e suas aproximações e distanciamentos. Assim, dando continuidade às análises dos trabalhos, temos como intuito identificar as referências mobilizadas pelos autores dos 17 trabalhos apresentados no VII SIPEM, a fim de verificar a circulação de conceitos e temáticas desenvolvidas nos trabalhos.

Segundo Bourdieu (2001b), o que irá contribuir para a legitimação e o reconhecimento do campo científico são as referências e suas citações, isto é:

Na troca científica, o cientista dá um « contributo » que lhe é reconhecido por actos de reconhecimento público tais como, nomeadamente, a referência como citação das fontes do conhecimento utilizado. Significa que o capital científico é produto do reconhecimento dos concorrentes (um acto de reconhecimento que dá tanto mais capital quanto mais reconhecido é aquele que o realiza, portanto, mais autónomo e mais dotado de capital) (p. 80).

Destarte, é relevante mencionar algumas pesquisas que utilizaram o referencial teórico e metodológico, as referências e citações, como objeto de estudos, a fim de identificar os coletivos de pensamento (CP) e seus estilos de pensamento (EP), ou seja, as práticas, ideias e teorias compartilhadas, de acordo com a epistemologia de Fleck.

[...] a exemplo de Slongo e Delizoicov (2010) que analisando teses e dissertações caracterizaram *EPs* originários da pesquisa em Ensino de Biologia, de Lorenzetti (2008), que de modo semelhante caracterizou *EPs* encontrados na pesquisa em Educação Ambiental e Da Ros (2000) que ao analisar teses e dissertações em programas de pós graduação em Saúde Pública pode caracterizar os *EPs* que constituem essa área (Hoffmann *et al.*, 2019, p. 1073).

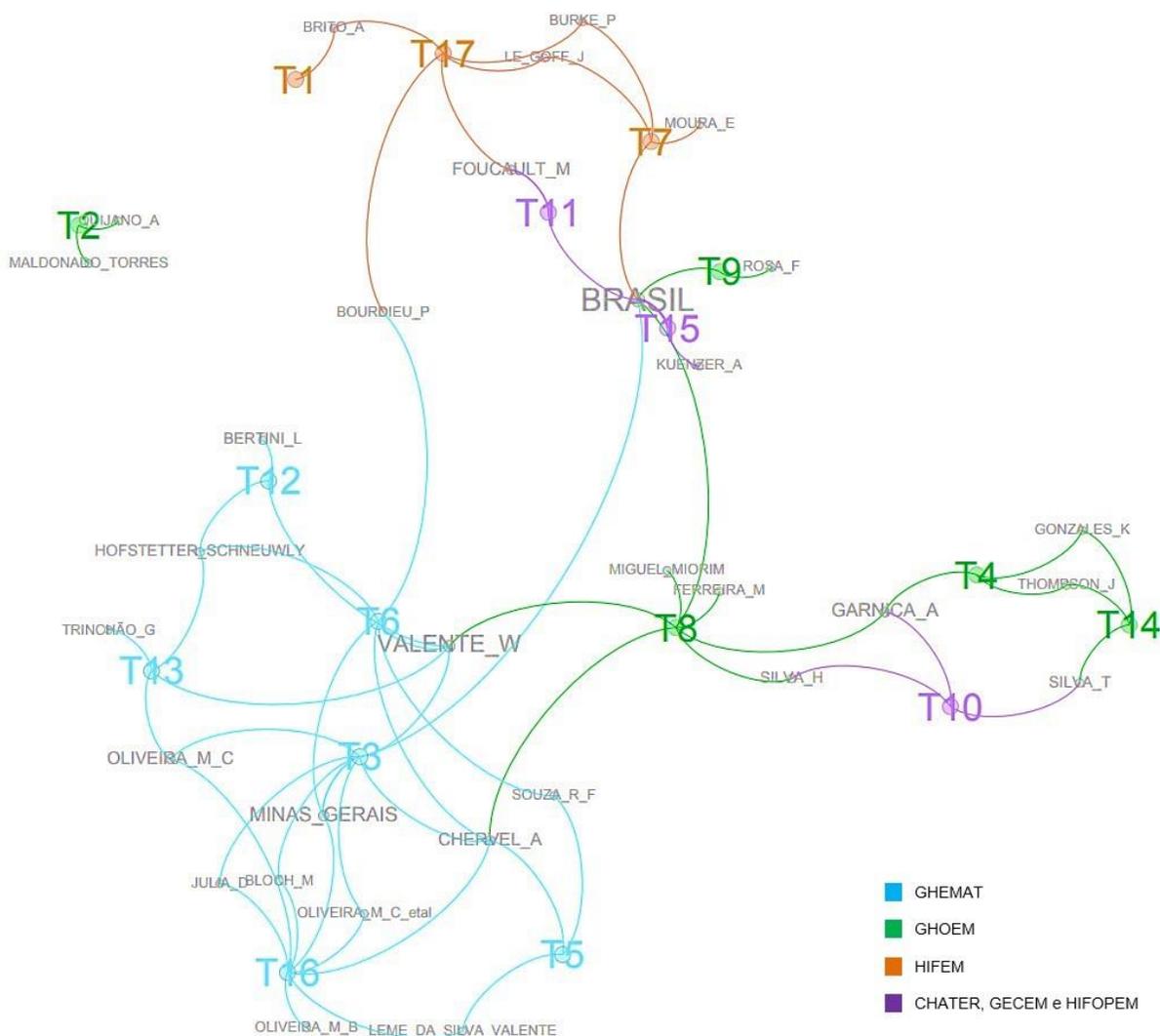
Para construção da rede de referências utilizamos o software Gephi, um programa de código aberto para gráficos e análise de rede, que traz novas possibilidades para trabalhar com conjuntos de dados complexos e produzir resultados visuais valiosos. O Gephi foi usado com sucesso para estudos de caso de rede de internet e semântica (Bastian *et al.*, 2009).

Outro trabalho que mobiliza a epistemologia fleckiana, assim como a análise de redes sociais com o auxílio do Gephi, é a pesquisa de Cecco *et al.* (2017). As autoras analisam os artigos que tratam a respeito da formação de professores que ensinam matemática, em particular os publicados na Revista Bolema (Boletim de Educação Matemática), no período de 1985 a 2015. Dessa forma, construíram uma rede social e intelectual no Gephi, com os 232 autores identificados nos 134 artigos. Analisaram o conhecimento produzido coletivamente, de forma que os pesquisadores ao compartilharem um problema, referencial teórico e práticas comuns formam um *coletivo de pensamento*.

Em relação aos 17 trabalhos do GT15, foi possível construir uma rede de referências compartilhadas, conforme a Figura 3. Na figura, os nós (as circunferências) representam os trabalhos (T1, T2, T3, ..., T16 e T17) e as referências utilizadas com frequência igual ou

superior a dois. As conexões, ou seja, as arestas, representam a ligação dos trabalhos com as referências. A cor azul representa os trabalhos relacionados ao GHEMAT, em verde os trabalhos do GHOEM, em cor laranja os trabalhos do grupo HIFEM e, em lilás, tem-se trabalhos de três grupos de pesquisa distintos: o T10 do grupo CHATER, o T11 do GECEM e o T15 do grupo HIFOPEM.

Figura 3 – Rede das referências utilizadas nos trabalhos do GT15



Fonte: Elaboração Própria

Desse modo, as referências mais citadas são os documentos normativos do Brasil (Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), Base Nacional Curricular Comum (BNCC), declarações, decretos e leis), totalizando 16 correspondências relacionados aos seguintes grupos

e trabalhos: GHEMAT (T3), GHOEM (T8 e T9), HIFEM (T7), GECEM (T11) e HIFOPEM (T15).

Podemos notar que as referências relacionadas às pesquisas, a contextualização e a constituição do campo científico da Hem e a formação de seus professores, são dos pesquisadores Wagner Rodrigues Valente e Antonio Vicente Marafioti Garnica. Os textos referenciados de Valente totalizam 10 correspondências relacionadas aos trabalhos do GHEMAT (T3, T6, T12, T13) e do GHOEM (T8). Os artigos e/ou livros referenciados podem ser vistos no Quadro 2.

Quadro 2 – Referências mobilizadas do autor Valente.

Trabalhos GT15	Título do artigo/livro
T3 e T13	- A matemática nos primeiros anos escolares, elementos ou rudimentos? (2016)
T3	- Oito temas sobre História da Educação Matemática (2013) - Sobre a investigação dos saberes profissionais do professor de Matemática, algumas reflexões para a pesquisa (2016)
T6	- História da Educação Matemática nos anos iniciais: a passagem do simples/complexo para o fácil/difícil (2015) - Matemática no Curso Primário: quando o nacional é internacional, França e Brasil (1880 a 1960) (2017)
T8	- Uma história da matemática escolar no Brasil, 1730-1930 (1999) - História da educação matemática: considerações sobre suas potencialidades na formação do professor de matemática (2010) - História da Educação Matemática no Brasil (2014)
T12	- A Matemática para o Professor dos Primeiros Anos Escolares, a Álgebra Entre a Cultura Enciclopédica e a Formação Profissional. (2017)

Fonte: Dados da Pesquisa

Os textos referenciados de Garnica totalizam seis ocorrências e estão relacionados aos trabalhos do GHOEM (T4 e T8) e do grupo CHATER (T10). Nestas mobilizações das referências do autor citado (Quadro 3), observamos que os trabalhos estão relacionados às pesquisas na Hem e em relação aos referenciais e a metodologia da História Oral.

Quadro 3 – Referências mobilizadas do autor Garnica.

Trabalhos GT15	Título do artigo/livro
T4	- A experiência do labirinto, metodologia, história oral e Educação Matemática (2008) - Sobre a formação de professores de Matemática (2000) - Fascínio da Técnica, Declínio da Crítica: um estudo sobre a prova rigorosa na formação de professores de Matemática (1995)
T8	- História oral e educação matemática: um inventário (2006) - Pesquisa em História da Educação Matemática no Brasil - sob o signo da pluralidade (2016)
T10	- História oral em educação matemática: um panorama sobre pressupostos e exercícios de pesquisa (2015)

Fonte: Dados da Pesquisa

Outras mobilizações importantes são referentes aos estudos do campo da História, com a citação da obra *História das disciplinas escolares, reflexões sobre um campo de pesquisa*, de

André Chervel (1990), com cinco correspondências, relacionados às pesquisas do GHEMAT com quatro trabalhos (T3, T5, T6 e T16), e com um trabalho do GHOEM (T8). Do mesmo modo, com as referências mobilizadas pelo grupo HIFEM (T7 e T17) em relação à obra *História e Memória* de Jacques Le Goff (1992) e de Peter Burke: *Variedades de História Cultural* (2000), presente no trabalho T7; e *A escrita da história: novas perspectivas* (2011), no trabalho T17. Outros historiadores citados foram Marc Bloch com *Apologia da História, ou O Ofício do Historiador* (2002), e Dominique Julia com *A cultura escolar como objeto histórico* (2001), referenciados, respectivamente, nos trabalhos T3 e T16 do grupo de pesquisa GHEMAT.

O campo científico Filosófico também referenciado, essencialmente pelas obras do autor Michel Foucault, com cinco correspondências, relacionados aos trabalhos do GCEM (T11) com as obras: *Ditos e escritos IV* (2006), *As palavras e as coisas: uma arqueologia das ciências humanas* (2007), *A verdade e as formas jurídicas* (2009) e *A Arqueologia do Saber* (2017); e as citações do HIFEM (T17) com a obra *Vigiar e Punir: nascimento da prisão* (1987).

Os temas relacionados ao campo da Sociologia, são as obras de Pierre Bourdieu, *Os usos sociais da ciência: por uma sociologia clínica do campo científico* (2004), no trabalho T6 do grupo de pesquisa GHEMAT, e *Sociologia* (1983) referenciado pelo trabalho T17 do grupo HIFEM. Bem como, John Thompson com a obra *Ideologia e Cultura Moderna: teoria social crítica na era dos meios de comunicação de massa* (1995), citada pelo grupo de pesquisa GHOEM, nos trabalhos T4 e T14.

Segundo Fleck (2010), “podemos dizer, portanto, que qualquer tráfego intercoletivo de pensamentos traz consigo um deslocamento ou uma alteração dos valores de pensamento” (p. 161). Assim, a produção analisada se objetiva na seguinte maneira, “começa com a referência a outros pesquisadores e ao percurso histórico de um problema, para despersonalizá-lo; introduz nomes específicos: ‘termos técnicos’; acrescentam-se signos particulares e, eventualmente, toda uma linguagem particular de signos” (p. 200). Mesmo que os trabalhos apresentados tenham sido desenvolvidos por indivíduos isolados, é possível perceber, principalmente por meio dos referenciais teóricos que compartilham, certo nível de congruência entre esse conjunto de trabalhos, os quais apresentaram um diálogo com diferentes campos científicos, como da História, da Filosofia e da Sociologia, para produzir estudos no campo da Hem no Brasil.

Algumas considerações

Nosso objetivo neste artigo foi analisar os trabalhos apresentados no VII Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática (SIPEM), em particular o Grupo de Trabalhos (GT) número 15, intitulado *História da educação matemática*, realizado no ano de 2018. Assim, houve perguntas que nortearam nossa investigação.

A primeira é relacionada a identificação dos grupos de pesquisas (GP's). Podemos observar que os GP's mais presentes, dentro deste universo, são o GHEMAT, com seis trabalhos apresentados e o GHOEM, com cinco trabalhos. A identificação dos GP's pode ser um fator relevante para caracterizar as diferentes temáticas dos trabalhos, assim como, a participação de um pesquisador em mais de um grupo pode apresentar uma circulação de ideias, práticas e teorias.

Os resultados das análises mostraram que as temáticas que estão sendo tratadas e as metodologias, há uma aproximação dos temas de acordo com as temáticas dos próprios GP's. Ou seja, os trabalhos relacionados ao GHOEM, dentro das diferentes linhas de pesquisa do grupo, tiveram como objetivo apresentar as pesquisas e as potencialidades da História Oral como uma abordagem pedagógica em processos formativos de professores de Matemática.

Em relação aos trabalhos relacionados ao GHEMAT, observamos que possuem temáticas com referências teóricas comuns, ou seja, há uma circulação do referencial teórico e metodológico no grupo. Porém, pela análise textual, os objetos de estudo se diferem quanto aos conteúdos da matemática, como, por exemplo, trabalhos manuais, desenho, geometria, resolução de problemas, entre outros. No entanto, os trabalhos se aproximam quanto às análises que investigam a formação de professores, a matemática escolar, e os documentos normativos mobilizados de um determinado período, como programas de ensino, livros didáticos, revistas pedagógicas, entre outras fontes documentais.

Outra observação está relacionada a produção do conhecimento fortemente ligada aos projetos de pesquisas dos grupos e à pós-graduação, sendo que a maioria dos trabalhos apresentados é oriunda da região sudeste, de instituições como a UNESP e a UNIFESP. Outro aspecto que destacamos é a formação, em particular a especialização desses pesquisadores que investigam a Hem, que em sua maioria são do campo científico da Educação e da Educação Matemática, espaços que já possuem reconhecimento e legitimação dentro do campo, assim como, pelos pares e pelos seus concorrentes.

A rede de referências compartilhadas apresentou diálogos com diferentes campos de pesquisas e os usos de referenciais comuns, como, por exemplo, com os campos científicos da História, Filosofia, Sociologia e em relação às pesquisas que tratam da constituição do próprio campo da Hem, com os trabalhos dos pesquisadores Antonio Vicente Marafioti Garnica e Wagner Rodrigues Valente. Assim, inferir a respeito de um ou mais coletivos de pensamento, de acordo com a epistemologia de Fleck, “é o resultado sócio-histórico de um coletivo e está vinculado a fatores sócio-culturais, empíricos e lógicos” (Hoffmann *et al.*, 2019, p. 1070).

Contudo, identificamos coletivos de pesquisadores que possuem temáticas similares e mobilizam autores de campos científicos reconhecidos e autônomos. Finalizamos com uma frase de Bourdieu (2001b), “a objectividade é um produto intersubjectivo do campo científico: fundada nos pressupostos partilhados nesse campo, é resultado do acordo intersubjectivo no campo” (p. 115).

Referências

- Bastian, M., Heymann, S., e Jacomy, M. (2016). *Gephi*, an open source graph visualization and manipulation software.[s.l: s.n.].
- Bellemain, F. e Gitirana, V. (2012). *Anais V SIPEM*. Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, Petrópolis, Rio de Janeiro, 28 a 31 de outubro de 2012.
- Bicudo, M. A. V e Miarka, R. (2015). Metodologia de Pesquisa em Filosofia da Educação Matemática. *Perspectivas da Educação Matemática*, Campo Grande - MS, 8(18), 5.
- Bicudo, M. A. V. e Kluber, T. E. (2011). Pesquisa em Modelagem Matemática no Brasil: a caminho de uma metacompreensão. *Cad. Pesqui.*, São Paulo, 41(144), 904-927.
- Bicudo, M. A. V. e Paulo, R. M. (2011). Um Exercício Filosófico sobre a Pesquisa em Educação Matemática no Brasil. *Bolema*, Rio Claro, 25(41), 251-298.
- Bourdieu, P. (2001a). *Meditações pascalianas*. Rio de Janeiro: Bertrand Brasil.
- Bourdieu, P. (2001b). *Para uma sociologia da ciência*. Lisboa: Ed. 70.
- Camargo, B. V. e Justo, A. M. (2013). IRAMUTEQ: um software gratuito para análise de dados textuais. *Temas em Psicologia*, 21(2), 513-518.
- Camargo, B. V. e Justo, A. M.(2018). *IRAMUTEQ*: Tutorial para uso do software de análise textual IRAMUTEQ. Florianópolis: Laboratório de Psicologia Social da Comunicação e Cognição- LACCOS, Universidade Federal de Santa Catarina, Brasil.
- Campos, T. M. M. e Pires, C. M. C. (2000). *Anais I SIPEM*. Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, Serra Negra, São Paulo, 22 a 25 de novembro.
- Carneiro, R. F. (2018). *Anais VII SIPEM*. Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, Foz do Iguaçu, Paraná, 4 a 8 de novembro.

- Cecco, B. L., Bernardi, L. T. M. S. e Delizoicov, N. C. (2017). Formação de Professores que Ensinam Matemática: um olhar sobre as redes sociais e intelectuais do BOLEMA. *Bolema*, Rio Claro, 31(59), 1101-1122.
- Coppe, C., Flores, C. R., Orey, D. C. e Oliveira, M. C. A. (2018). History of Mathematics and Culture: Moments and Movements in Brazilian Mathematics Education. In: Ribeiro, A. J., Healy, L., Borba, R. E. S. R. e Fernandes, S. H. A. A. (Org.). *Mathematics Education in Brazil Panorama of Current Research*. 1ed.Switzerland: Springer, v. 1, 2018. p. 1-278.
- Dos Anjos, D. Z. e Moretti, M. T. (2017). Ensino e Aprendizagem em Matemática para Estudantes Cegos: Pesquisas, Resultados e Perspectivas. *Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática*, 10(1), p. 15-22.
- Fernandes, S. H. A. A. (2015). *Anais VI SIPEM*. Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, Pirenópolis, Goiás, 15 a 19 de novembro.
- Fleck, L. (2010). *Gênese e Desenvolvimento de um Fato Científico*: introdução à doutrina do estilo de pensamento e do coletivo de pensamento. Belo Horizonte, Fabrefactum Editora.
- Furinghetti, F. e Karp, A. (Org.). (2018). *Researching the History of Mathematics Education: ICME-13 Monographs*. 1ed.Cham: Springer International Publishing, 2018. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/978-3-319-68294-5>>. Acesso em: 26 nov. 2018.
- Garnica, A. V. M., Soares, M. T. C. e Buriasco, R. L. C. (2006). *Anais III SIPEM*. Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, Águas de Lindóia, São Paulo, 10 a 14 de outubro.
- González, F.E. (2018). Historia de la Educación Matemática en Latinoamérica: 10 claves para su comprensión. *Unión: revista iberoamericana de educación matemática*, 58, abr. 2018, 279-305. Disponível em: <http://www.fisem.org/www/union/revistas/2018/52/historia.pdf>
- Hoffmann, Y. T., Costa, D. A. da, Nakamura, L. R. e Delizoicov Neto, D. (2019). Circulação inter e intracoletiva em Grupos de Pesquisa de História da Educação Matemática. *Ciência & Educação (Bauru)*, 25(4), 1067-1080. Epub December 20, 2019. <https://doi.org/10.1590/1516-731320190040014>
- Kluber, T. E. e Burak, D. (2012). Sobre a Pesquisa Qualitativa na Modelagem Matemática em Educação Matemática. *Bolema*, Rio Claro, 26(43), 883-905, Aug.
- Kluber, T. E. e Burak, D. (2014). Sobre a pesquisa em Modelagem na Educação Matemática brasileira. *Revista Diálogo Educacional*, [S.l.],14(41), 143-163, jul.
- Matos, J. M. e Saraiva, M. (2011). Congresso Ibero-americano de História de Educação Matemática (1.: 2011: Covilhã: Portugal). *Anais do I Congresso Ibero-americano de História da Educação Matemática*.
- Miguel, A., Garnica, A. V. M., Iglioni, S. B. C., e D'Ambrósio, U. (2004). A educação matemática: breve histórico, ações implementadas e questões sobre sua disciplinarização. *Revista Brasileira de Educação*, (27), 70-93.
- Mocrosky, L. F., Paulo, R. M. e Bicudo, M. A. V. (2010). A avaliação em Educação Matemática: um olhar fenomenológico sobre a produção acadêmica do III SIPEM. *Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia*, 3(2), mai./ago.

- Oliveira, M. C. A e Garnica, A. V. M. (2018). Relatório do GT 15 – História da educação matemática. In: *Relatório VII SIPEM*. Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, Foz do Iguaçu, Paraná, 4 a 8 de novembro de 2018, 155-164.
- Oliveira, W. P. e Kluber, T. E. (2017). Formação de professores em Modelagem Matemática: uma hermenêutica dos relatórios do GT 10 – Modelagem Matemática da SBEM. *Educação Matemática Pesquisa: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática*, [S.l.], 19(2), set.
- Pinto, N. B. (2014). A Educação Matemática Brasileira e a Realização do Primeiro Encontro Nacional de Pesquisas em História da Educação Matemática. Da importância do I ENAPHEM. In: Valente, W. R. (Org.). *História da Educação Matemática no Brasil*. Problemáticas de pesquisa, fontes, referências teórico-metodológicas e histórias elaboradas. 1ed. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2014, 13-29.
- Salviati, M. E. (2017). Manual do Aplicativo Iramuteq (versão 0.7 Alpha 2 e R Versão 3.2.3). Compilação, organização e notas de Maria Elisabeth Salviati. 2017. Disponível em: <<http://iramuteq.org/documentation/fichiers/manual-do-aplicativo-iramuteq-par-maria-elisabeth-salviati>> . Acesso em: 10 nov. 2018.
- Santos, M.C. e Lima, P. F. (2009). *Anais IV SIPEM*. Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, Brasília, Distrito Federal, 25 a 28 de outubro.
- Valente, W. R. (2013). *Anais II SIPEM*. Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, Santos, São Paulo, 29 de outubro a 01 de novembro.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem o apoio desta pesquisa dado pelas seguintes agências de fomento:

1. Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES)
2. Fundação de Amparo à Pesquisa e Inovação do Estado de Santa Catarina (FAPESC)

La Enseñanza del álgebra en los años iniciales de la Enseñanza Fundamental: Investigaciones y orientaciones curriculares

Claudianny Amorim Noronha¹

cnoronha.ufrn@gmail.com

<https://orcid.org/0000-0002-4238-065X>

Luanna Priscila da Silva Gomes¹

luanna.gomes1@gmail.com

<https://orcid.org/0000-0002-7157-6870>

¹Universidade Federal do Rio Grande do Norte

Recibido: 05/05/2020 Aceptado: 30/05/2020

Resumen

El objetivo de del estudio reportado en este artículo fue investigar las orientaciones para la enseñanza y el aprendizaje del álgebra en los años iniciales de la Enseñanza Fundamental contenidas en los documentos curriculares oficiales que orienta las prácticas pedagógica en la Educación Básica, así como también hacer un inventario de los estudios sobre el tema, divulgados en las memorias de uno de los principales eventos brasileiros de Educación Matemática. Para ello, fueron utilizados elementos propios de las pesquisas de tipo documental y bibliográfica. La investigación permitió realizar un mapeo general de la caracterización acerca de la enseñanza y el aprendizaje del álgebra con infantes, y constatar que ese eje de la matemática, para los años iniciales de la Enseñanza Fundamental, debe ser diseminado, mejor explorado, investigado y comprendido tanto en sus aspectos teóricos y metodológicos.

Palabras clave: enseñanza del álgebra, orientaciones curriculares, años iniciales de la Enseñanza Fundamental

O ensino de álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental: pesquisas e orientações curriculares

Resumo

O presente artigo objetiva investigar orientações acerca do ensino e aprendizagem da álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental em documentos oficiais curriculares brasileiros que apresentam direcionamentos para práticas pedagógicas na Educação Básica, bem como inventariar pesquisas sobre o tema, divulgadas nos anais de um dos principais eventos brasileiros de Educação Matemática. Para isso, foram utilizados elementos das pesquisas documental e bibliográfica. A investigação possibilitou um mapeamento geral sobre o ensino e aprendizagem da álgebra com crianças e a constatação de que esse eixo da matemática, para os anos iniciais do Ensino Fundamental, necessita ser disseminado, melhor explorado, investigado e compreendido em seus aspectos teóricos e metodológicos.

Palavras-chave: ensino de álgebra, orientações curriculares, anos iniciais do Ensino Fundamental

The teaching of algebra in the initial years of elementary school: research and curricular guidelines

Abstract

This paper aims to investigate guidelines about teaching and learning algebra in the initial years of Elementary Education in official Brazilian curricular documents, which presents guidelines for pedagogical practices in Basic Education, as well as to inventory research on the theme, published in the annals of one of the main Brazilian events of Mathematical Education. For this, elements of documentary and bibliographic research were used. The investigation enabled a general mapping about teaching and learning algebra with children and the finding that this axis of mathematics, for the early years of elementary school, needs to be disseminated, better explored, investigated and understood in its theoretical and methodological aspects.

Keywords: algebra teaching, curriculum guidelines, initial years of elementary school

Introdução

O documento normativo do Ministério da Educação brasileiro, denominado Base Nacional Comum Curricular - BNCC (BRASIL, 2017), aprovado pelo Conselho Nacional de Educação – CNE brasileiro, em 2017, acarretou, entre outras, uma demanda sistemática quanto ao ensino e a aprendizagem da álgebra, uma vez que o documento apresenta esse conhecimento matemático como uma unidade/eixo temático com objetos e habilidades pedagógicas específicas para serem trabalhadas com estudantes desde o 1º ano do Ensino Fundamental.

Nesse sentido, questionamo-nos sobre qual o diferencial desse documento quanto à abordagem da álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental em relação a outros antecedentes, com papel semelhante, e quais as perspectivas abordadas em pesquisas da área da Educação Matemática sobre o trabalho desse conteúdo com crianças. Com o intuito de responder a tais questionamentos, apresentamos o resultado deste estudo, cujo enfoque está no ensino e aprendizagem da álgebra nos primeiros cinco anos da Educação Básica.

Neste texto objetivamos investigar orientações acerca do ensino e aprendizagem da álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental em documentos oficiais curriculares brasileiros, que apresentam direcionamentos para práticas pedagógicas na Educação Básica, bem como inventariar pesquisas sobre o tema, divulgadas nos anais de um dos principais eventos brasileiros de Educação Matemática. Assim, busca-se oferecer um mapeamento geral sobre as demandas curriculares apontadas nesses documentos e os alcances de pesquisas para atendê-las, no que refere ao ensino da álgebra para crianças.

A análise em documentos oficiais brasileiros que apresentam orientações e diretrizes curriculares foi o ponto de partida de nossa investigação, a medida que se desdobram

diretamente na sala de aula e subsidiam práticas educacionais, considerando as discussões pedagógicas de cada época. As orientações documentais dessa natureza repercutem no perfil do livro didático, no currículo, planejamento, objetivos, formação dos professores e na elaboração do Projeto Político Pedagógico em instituições escolares públicas e privadas.

O levantamento das pesquisas científicas que abordam o ensino e a aprendizagem da álgebra nos anos iniciais, por sua vez, evidenciam abordagens do ensino da álgebra para crianças em pesquisas brasileiras. Tanto para a análise dos documentos, quanto dos trabalhos científicos, optamos em não nos deter em analisar as concepções sobre o pensamento algébrico adotadas, deixando-a para outra oportunidade.

A análise desses documentos considerou aspectos referentes às pesquisas documental e bibliográfica. Ambas na perspectiva adotada por Oliveira (2007 *apud* SÁ-SILVA, ALMEIDA, GUINDANE, 2009, p. 6), para a qual a primeira corresponde àquelas caracterizadas pela busca de informações em documentos que não receberam nenhum tratamento científico, ou seja, sem tratamento analítico, que na pesquisa ora apresentada são os documentos oficiais de orientação curricular. Na segunda, por sua vez, o pesquisador se ocupa de estudar e analisar documentos de domínio científico, nos quais temos os artigos científicos, a exemplo dos analisados nos anais de eventos. As estratégias de análise dos documentos e artigos de anais tratadas neste estudo são melhor explicitadas nas seções específicas de cada um.

Nesse sentido, o texto apresenta, na seção a seguir, os documentos de orientações curriculares investigados e as justificativas de suas escolhas. Essa seção é composta por três subseções em que são apresentadas as análises de cada um desses documentos: Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN de Matemática, dos anos iniciais e finais do Ensino Fundamental; Elementos Conceituais e Metodológicos para a definição dos Direitos de Aprendizagem e desenvolvimento do Ciclo de alfabetização do Ensino Fundamental; BNCC. Após, apresentamos como se deu o levantamento bibliográfico sobre a álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental nos anais de doze edições do Encontro Nacional de Educação Matemática. Enfim, as Considerações Finais apresentam uma síntese dos resultados apresentados ao longo do texto.

A álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental: orientações de documentos oficiais

Realizamos a leitura de documentos orientadores sobre a álgebra no Ensino Fundamental em três ciclos da Educação Básica: 1º ciclo (1º, 2º e 3º anos), conhecido como ciclo de

alfabetização e letramento; 2º ciclo (4º e 5º anos); e o ciclo final do Ensino Fundamental (6º ao 9º ano). Embora esta pesquisa tenha como foco os anos iniciais do Ensino Fundamental (1º ao 5º ano), a análise de documentos dos anos finais aconteceu com vistas a mapear as orientações curriculares, suas indicações de continuidades ou possíveis rupturas entre um ciclo e outro.

A análise inicial partiu dos Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN de Matemática (BRASIL, 1997) dos anos iniciais do Ensino Fundamental. A análise desse documento se justifica porque os PCN ocuparam um espaço relevante no cenário educacional brasileiro, durante cerca de 20 anos. Suas orientações repercutiram diretamente nas práticas escolares e na formação de professores e orientaram o desenvolvimento de pesquisas em diferentes áreas de conhecimento.

Analisamos também os Parâmetros Curriculares de Matemática dos anos finais do Ensino Fundamental (BRASIL 1998), mas com o objetivo de identificar se as concepções sobre o ensino e a aprendizagem da álgebra nesse documento dialogam ou não com aquele dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Em um segundo momento, a análise se deu sobre o “Elementos conceituais e metodológicos para definição dos direitos de aprendizagem e desenvolvimento do Ciclo de alfabetização (1º, 2º e 3º anos) do Ensino Fundamental” (BRASIL, 2012), em vigência até 2017. Esse documento orientou o planejamento de políticas educacionais e o ensino no ciclo de alfabetização, possibilitando-nos compreender as indicações curriculares quanto ao ensino e a aprendizagem da álgebra para esse período da Educação Básica.

Em seguida, investigamos as indicações da Base Nacional Comum Curricular - BNCC (BRASIL, 2017) para o ensino da álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Esse documento normativo é a principal diretriz de orientação curricular em vigor do Ministério da Educação brasileiro - MEC. O novo documento ainda está em fase de apropriação pelas escolas e instituições formadoras de professores, embora seja alvo de críticas quanto à estratégia adotada para a sua elaboração e às questões curriculares, a exemplo das referentes à relação entre práticas pedagógicas e políticas, o que abrange o tratamento e enfoque dado aos conteúdos de ensino, a concepção de competência adotada, a abordagem de temáticas de interesse de diferentes grupos sociais, dentre outros (CURY, REIS, ZANARDI, 2018). Apesar das discussões, nossa apreciação se justifica pela relevância do documento no cenário nacional e por apresentar uma unidade temática específica sobre a álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Apresentamos, nos próximos tópicos, as especificidades dos documentos analisados. Ressaltamos que a leitura dos documentos objetivou o mapeamento investigativo, para conhecermos globalmente as orientações de documentos curriculares oficiais quanto ao ensino e aprendizagem da álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

A álgebra nos Parâmetros Curriculares Nacionais de matemática dos anos iniciais e finais do Ensino Fundamental

Os PCN apresentam uma série de direcionamentos e objetivos curriculares quanto às diferentes áreas de ensino. É um documento de natureza aberta e flexível, não apresentado como uma imposição, e sim como orientações, indicações ao desenvolvimento de melhorias curriculares para instituições escolares de todo o território brasileiro.

A origem dos PCN se deu a partir da participação do Brasil na Conferência Mundial de Educação para Todos, em 1990. Essa participação se desdobrou em compromissos assumidos na busca pela qualidade da Educação, dentre eles, a elaboração do Plano Decenal Educação para Todos (1993-2003). Um dos objetivos do Plano foi a elaboração de diretrizes curriculares nacionais, indicada na Lei de Diretrizes e Bases da Educação - Lei Federal n. 9394/96 – (BRASIL, 1996) e no Artigo 210 da Constituição Federal de 1988 (BRASIL, 1988). Em resposta a essa demanda os PCN são lançados, em 1997, pelo Ministério da Educação brasileiro, passando a vigorar até 2017, quando foi substituído pela BNCC.

Assim, no processo de leitura investigativa dos PCN dos anos iniciais (BRASIL, 1997) e dos anos finais (BRASIL, 1998) do Ensino Fundamental, procuramos palavras-chave como álgebra e/ou algébrico. Para facilitar o procedimento de análise, ao identificarmos essas palavras, selecionamos as citações, copiamos e organizamos em um quadro, construído em um processador de textos. Nesse processo, nos PCN dos anos iniciais, localizamos apenas cinco ocorrências com as palavras-chave álgebra e/ou algébrico. Após a leitura e análise das citações, voltamos ao texto do documento e realizamos a leitura do tópico completo em que a citação selecionada estava inserida.

Identificamos em nossa análise que os PCN de matemática dos anos iniciais apresentam dois principais aspectos ao tratar sobre a álgebra: o primeiro diz respeito ao posicionamento favorável de introdução ao ensino e aprendizagem da álgebra nos anos iniciais, denominado pelo documento como pré-álgebra; o segundo é o fato de que esse documento não apresenta

orientações e nem objetivos específicos acerca da abordagem do ensino e da aprendizagem da álgebra. Isso acontece porque, de acordo com o documento, o trabalho sistemático com a álgebra deve ser realizado apenas nos anos finais do Ensino Fundamental, demonstrando, assim, um parecer contrário à formalização algébrica com crianças dos anos iniciais, por isso a denominação de pré-álgebra.

Em suma, apesar de demonstrar-se favorável à introdução da álgebra, o documento isenta-se quanto às orientações pedagógicas, detendo-se a mencionar que o trabalho com esse conteúdo deve se dar de modo a estabelecer relações com a geometria, com o estudo dos números e operações e das grandezas e medidas. Os PCN de matemática dos anos iniciais ressaltam que o conhecimento matemático (aritmético, algébrico, estatístico, geométrico, métrico, combinatório e probabilístico) deve ser utilizado para observar, organizar e produzir informações de maneira analítica e crítica (BRASIL, 1997, p. 37).

Embora não exponha orientações específicas acerca de objetivos, conteúdos, abordagens metodológicas e práticas pedagógicas para o trabalho com a álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental, o posicionamento firmado quanto à necessidade de relacionar a álgebra a outros eixos da matemática, desde os anos iniciais do Ensino Fundamental, torna esse documento um ponto de partida importante para a discussão curricular de ensino e aprendizagem da álgebra nesse nível de ensino.

A partir da análise dos PCN de matemática dos anos iniciais, julgamos necessário investigar também a abordagem trazida no documento de matemática dos anos finais do Ensino Fundamental (BRASIL, 1998). Nessa investigação, buscamos compreender, nas orientações sobre o ensino e aprendizagem da álgebra presentes nesse documento, possíveis relações com aquelas analisadas no documento dos anos iniciais, a medida que se tratava de um continuidade da formação escolar.

A análise nos permitiu concluir que os PCN dos anos finais do Ensino Fundamental (BRASIL, 1998) fomentam a reflexão sobre o ensino e aprendizagem da álgebra, de modo mais sistemático que o documento que orienta o ciclo e formação anterior. Ao enfatizar a necessidade de tornar a álgebra “significativa”, explica que nessa etapa de ensino é preciso enfatizar o processo de generalização e que ele seja fomentado e desenvolvido de diversas formas. O documento ainda destaca o uso de gráficos e tabelas como fundamentais nesse processo.

Os PCN anos finais (1998) mostram posicionamento quanto à álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental, destacando que

Os adolescentes desenvolvem de forma bastante significativa a habilidade de pensar abstratamente, se lhes forem proporcionadas experiências variadas envolvendo noções algébricas, a partir dos ciclos iniciais, de modo informal, em um trabalho articulado com a Aritmética. Assim, os alunos adquirem base para uma aprendizagem de Álgebra mais sólida e rica em significados. Embora se considere importante que esse trabalho chamado de pré-álgebra aconteça nas séries iniciais, ele deve ser retomado no terceiro ciclo para que as noções e conceitos algébricos possam ser ampliados e consolidados (BRASIL, 1998, p. 117).

Segundo os PCN (BRASIL, 1998), nos anos iniciais do Ensino Fundamental, a álgebra pode ser desenvolvida sem uma formalização sistemática de procedimentos para resoluções de equações com a linguagem simbólica própria desse conteúdo. Os fundamentos da álgebra que precisam ser desenvolvidos nos anos iniciais, como dito anteriormente, são os processos de generalização, regularidade e equivalência. Tais processos, para os PCN, constituem a chamada pré-álgebra.

Outro aspecto que os PCN de matemática dos anos finais do Ensino Fundamental destacam é a articulação da álgebra com a aritmética. A aritmética, com seu foco nas operações, é priorizada nos anos iniciais do ensino fundamental e os documentos analisados destacam a relevância de uma prática pedagógica integrada entre a álgebra e aritmética desde os anos iniciais.

Álgebra no documento “Elementos Conceituais e Metodológicos para a definição dos Direitos de Aprendizagem e desenvolvimento do Ciclo de alfabetização do Ensino Fundamental”

Outros documentos oficiais do Ministério da Educação brasileiro apresentam especificações curriculares para os anos iniciais do Ensino Fundamental, é o caso do “Elementos Conceituais e Metodológicos para a definição dos Direitos de Aprendizagem e desenvolvimento do Ciclo de alfabetização do Ensino Fundamental” (BRASIL, 2012), que foi elaborado no contexto da política do Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa (PNAIC), um programa do Ministério da Educação, extinto em 2018, que apresentou diversas ações para alcançar a meta de alfabetizar crianças até, no máximo, oito anos de idade.

O documento, proposto pelo Ministério da Educação brasileiro, apresenta especificações curriculares para os 1º, 2º e 3º anos do Ensino Fundamental, o denominado Ciclo de Alfabetização e letramento. Ele se refere à álgebra como um eixo estruturante chamado “Pensamento algébrico”, o que representa um avanço quanto ao que propunham os PCN a medida que reconhece que esse é um conhecimento que pode ser trabalhado de forma mais efetiva com as crianças, já no ciclo de alfabetização, não se configurando apenas como algo aproximado, pré-álgebra.

Relativo a esse eixo, o documento orientador do PNAIC aponta a compreensão de padrões e relações, a partir de diferentes contextos, como principal objetivo para a aprendizagem da álgebra e que compreende o alcance de três “direitos de aprendizagem”⁹¹, que circulam como objetivos mais específicos e que devem ser desenvolvidos ao longo dos três primeiros anos do Ciclo de Alfabetização.

Conforme apresentado no Quadro 1, para cada ano de ensino (1º, 2º e 3º anos) são propostos, nesse documento, os “direitos de aprendizagem” e em que ano esses devem ser iniciados (I), aprofundados (A) ou consolidados (C).

Para o primeiro ano do Ensino Fundamental, por exemplo, é preciso iniciar o seguinte objetivo “estabelecer critérios para agrupar, classificar e ordenar objetos, considerando diferentes atributos” (BRASIL, 2012, p. 77), esse direito deve ser aprofundado no 2º e consolidado no 3º ano. Sendo assim, o documento orientador do PNAIC apresenta, de forma mais detalhada do que nos PCN, o que pode ser priorizado nos três anos do ciclo de alfabetização e letramento (Quadro 1).

⁹¹ O termo “direitos de aprendizagem”, segundo o Ministério de Educação brasileiro, se refere aos objetivos de aprendizagem elencados para cada área e ano de ensino. Os objetivos são assim denominados com o fim de indicar um compromisso coletivo, de modo a buscar a garantia de aprendizagens essenciais na área e ano de ensino indicados, como um direito básico da criança.

Quadro 1: Objetivos de aprendizagem da álgebra no documento orientador do PNAIC

Eixo estruturante pensamento algébrico - Objetivos de aprendizagem	1º ano	2º ano	3º ano
Compreender padrões e relações, a partir de diferentes contextos			
Estabelecer critérios para agrupar, classificar e ordenar objetos, considerando diferentes atributos.	I	I/A	A/C
Reconhecer padrões de uma sequência para identificação dos próximos elementos, em sequências de sons e formas ou padrões numéricos simples.	I	I/A	A/C
Produzir padrões em faixas decorativas, em sequências de sons e formas ou padrões numéricos simples.	I	I/A	A/C
LEGENDA: I – Introduzir; A – Aprofundar; C – Consolidar.			

Fonte: BRASIL (2012, p. 77)

Considerando o exposto no Quadro 1, o documento orientador curricular do PNAIC (BRASIL, 2012) ressalta o fomento ao pensamento algébrico desde o 1º ano do Ensino Fundamental e a consolidação dos três objetivos pelo aluno até o final do 3º ano. Para isso, indica como foco para o trabalho pedagógico do eixo da álgebra no ciclo de alfabetização, a abordagem de padrões e sequências.

A álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental no documento da Base Nacional Comum Curricular

A Base Nacional Comum Curricular - BNCC (BRASIL, 2017) passou a vigorar como documento oficial do Ministério da Educação brasileiro em 2017. Esse documento orienta o currículo para a Educação Básica nacional nos seguintes níveis de ensino: Educação Infantil, Ensino Fundamental e Ensino Médio, substituindo assim os PCN e o documento orientador do PNAIC, então extinto.

Ao longo do processo de construção da BNCC, três versões do documento foram disponibilizadas no Portal⁹² destinado para consulta pública, o objetivo, segundo o MEC, era que a população pudesse sugerir, criticar e opinar acerca do conteúdo proposto na BNCC, embora não haja clareza de como as contribuições da sociedade civil foram incorporadas ao documento. Para conhecer as orientações sobre a álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental, analisamos as três versões disponibilizadas *on-line*.

⁹² <http://basenacionalcomum.mec.gov.br>

A consulta pública da primeira versão foi realizada entre outubro de 2015 e março de 2016. A segunda versão foi examinada, sistematizada e reorganizada no ano de 2016. Em abril de 2017, o MEC divulga a terceira e última versão da BNCC.

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é um documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica. Aplica-se à educação escolar, tal como a define o § 1º do Artigo 1º da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB, Lei nº 9.394/1996), e indica conhecimentos e competências que se espera que todos os estudantes desenvolvam ao longo da escolaridade. Orientada pelos princípios éticos, políticos e estéticos traçados pelas Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica (DCN), a BNCC soma-se aos propósitos que direcionam a educação brasileira para a formação humana integral e para a construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva (BRASIL, 2017, p. 7).

No que se refere à Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental, a BNCC apresenta alterações em relação aos PCN nas unidades temáticas de ensino, uma vez que, assim como o documento do PNAIC, traz a álgebra como uma nova unidade temática, junto com as unidades: números, geometria, grandezas e medidas, probabilidade e estatística. De acordo com as orientações da BNCC, na unidade Álgebra, o foco do 1º ao 5º ano do Ensino Fundamental não deve ser a formalização de regras e fórmulas e sim o desenvolvimento do pensamento algébrico, nos processos de regularidade, generalização e equivalência.

Diferentemente dos PCN, a BNCC traz de modo mais sistemático orientações sobre o ensino da álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental, limitando esse ensino a um processo intuitivo de elementos da álgebra formal, como os processos de generalização, reconhecimento e estabelecimento de critérios, denominando a unidade temática de Álgebra.

Quanto ao desenvolvimento do pensamento algébrico no Ciclo de alfabetização e letramento (1º, 2º e 3º anos do Ensino Fundamental), o foco de ensino orientado pela BNCC é a organização de sequências de figuras por atributos e cores, na organização em ordem crescente e decrescente por meio de diversas estratégias, com o fim de desenvolver a generalização e perceber regularidades. O documento indica o trabalho com o símbolo de igualdade desde o 3º ano do Ensino Fundamental, apresentando assim, um avanço quanto ao documento do PNAIC.

Para os 4º e 5º anos, o foco das orientações da BNCC, com relação aos objetivos para o desenvolvimento do pensamento algébrico, encontra-se nas noções de equivalência, nas

habilidades de identificação de termos desconhecidos e no uso das quatro operações matemáticas para resolver e elaborar situações-problema algébricos.

A BNCC organiza e apresenta suas orientações curriculares por meio da exposição de habilidades a serem asseguradas aos alunos em cada ano de estudo. Todas as áreas de ensino possuem as suas unidades temáticas, ou eixos, que se estruturam em torno de habilidades cognitivas que se relacionam a objetos de conhecimento – conteúdos, conceitos e processos (BRASIL, 2017, p. 26).

Para o 4º ano, a Base Nacional Comum Curricular orienta, quanto a unidade da álgebra, a utilização da adição, subtração, divisão e multiplicação, seja para perceber regularidades dos múltiplos numa sequência, numa divisão com restos iguais ou ainda reconhecer as relações inversas da adição e subtração e multiplicação e divisão, com o uso de calculadoras e situações-problema. Ainda neste ano, a Base sugere o reconhecimento das propriedades de igualdade, ou seja, que uma igualdade permanece a mesma quando se adiciona ou se subtrai uma mesma quantidade aos seus dois termos. Dentro da competência das propriedades da igualdade, o documento orienta, ainda para o 4º ano, o trabalho com o número desconhecido por meio de desafios e situações-problema com números naturais.

Para o 5º ano do Ensino Fundamental, a Base propõe que seja dada continuidade às noções de igualdade e de equivalência, elaboração e resolução de situações-problema e ainda a introdução à ideia multiplicativa da proporcionalidade.

A álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental: abordagens científicas

Conforme já mencionado, o levantamento bibliográfico realizado com o objetivo de inventariar pesquisas desenvolvidas sobre o ensino e aprendizagem de álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental consistiu na análise de trabalhos publicados nos anais do Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM).

A partir dos textos identificados nessas fontes, ocupamo-nos em realizar um mapeamento sobre *o quê* se discute academicamente sobre a álgebra nos anos iniciais, *como* se discute e *quem* discute, de modo que as informações coletadas permitiram uma breve noção sobre os alcances dessas pesquisas em relação ao tema, possibilitando uma visão situacional para o desenvolvimento de novas pesquisas.

Optamos por pesquisar nos anais⁹³ do Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM), uma vez que esse evento científico é um dos maiores da área de Educação Matemática vinculados a Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM) e realizados no Brasil. O evento congrega um público amplo, que inclui professores da Educação Básica, professores e estudantes das Licenciaturas em Matemática e em Pedagogia, estudantes da Pós-graduação e pesquisadores. A cada encontro constatamos o interesse pelas discussões sobre a Educação Matemática, seus fazeres múltiplos e complexos, tendências metodológicas e pesquisas que constituem a área.

O I ENEM aconteceu em 1987 e até 2016 foram realizadas doze edições desse evento que, atualmente, ocorre com frequência trienal. O levantamento de dados ora apresentado compreendeu as doze edições até então ocorridas e também foi realizado com o objetivo de adquirirmos uma visão global sobre a quantidade e o conteúdo dos trabalhos acerca da álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Além disso, permitiu-nos explorar pontos mais específicos, como os referenciais teóricos mais utilizados, estratégias para a análise de dados, objetivos gerais e específicos que nortearam os trabalhos e o público alvo abrangido pelas pesquisas.

É importante explicarmos que os anais do Encontro Nacional de Educação Matemática disponibilizam, da primeira à sétima edição, apenas o título dos trabalhos e/ou o resumo e, da oitava à décima segunda edição do ENEM, os trabalhos completos tornam-se acessíveis ao público. Sendo assim, ao identificarmos uma pesquisa relativa ao tema, realizamos a leitura investigativa a fim de saber *o que* foi pesquisado, *como* e *por quem* foi desenvolvido o estudo.

Cada edição do evento tinha um perfil diferente na exposição dos anais, os primeiros não tinham *site*, a página da SBEM apenas digitalizou o caderno de anais até a sétima edição. Da oitava a décima segunda edição do evento, por exemplo, encontramos alguns *sites* e constatamos, especialmente em notas da comissão de organização das respectivas edições, que os trabalhos eram organizados de forma diferente em cada uma dessas, uns separavam as pesquisas por temas, outros apenas pela modalidade de apresentação (pôster, comunicação científica, palestra).

⁹³ Os anais de todas as edições encontram-se no seguinte endereço eletrônico:
<<http://www.sbembrasil.org.br/sbembrasil/index.php/anais/enem>> Acesso em 02 abr. 2017.

Iniciamos, então, nossa busca nos anais do I ENEM, o evento aconteceu em 1987 na Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. Primeiramente, fizemos uma leitura do índice dos anais no *site*, a fim de verificar se havia algum trabalho que tratasse sobre a álgebra nos anos iniciais. Pela leitura dos títulos, não identificamos ocorrências, apenas um minicurso tratava sobre a álgebra, mas com foco no ensino médio.

Os anais do I ENEM não apresentam os títulos das sessões coordenadas, mesas redondas e outras modalidades, exibem apenas as discussões, conclusões e recomendações suscitadas em cada sessão. Na análise do conteúdo desse material não identificamos publicações referentes ao ensino e aprendizagem da álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Quanto ao II ENEM, que ocorreu em 1988, na Universidade Estadual de Maringá, Paraná, iniciamos a pesquisa no caderno de resumos, pela leitura dos títulos das comunicações apresentadas nas exposições e das mesas redondas. Não localizamos pesquisas que se vinculem especificamente à álgebra nos anos iniciais. Contudo, os anais do II ENEM apresentam o resumo dos trabalhos, o que nos permitiu buscar aqueles que tratavam sobre temáticas que envolvem a álgebra relacionada ao ensino com crianças. Um dos trabalhos, da categoria comunicações científicas, intitulado “Ensino de equações: uma tentativa do emprego de um método de ensino ativo”, tratou sobre as equações e explicita no resumo que “foi apresentado às crianças uma série de problemas concretos, na forma de jogos para se chegar a elaboração da sentença matemática” (SOUZA JÚNIOR, 1988, p. 54), o que nos permitiu inferir que tal comunicação trata sobre o ensino e aprendizagem da álgebra com crianças. A partir desse ocorrido, ressaltamos a importância da leitura dos resumos e não apenas do título dos trabalhos para o estado da arte. Os minicursos não apresentaram temáticas relacionadas ao nosso foco de estudo.

Nos anais da terceira edição do evento, ocorrido em 1990, na Universidade Federal do Rio Grande do Norte, identificamos dois minicursos relacionados à álgebra com crianças. O primeiro com o título “O ensino da álgebra: conteúdo e forma” (LOPES, 1990, p. 21) problematizou o conteúdo e forma do ensino da álgebra desde a 5ª série (atual 6º ano do Ensino Fundamental). O minicurso apresentou uma proposta de ensino e aprendizagem da álgebra de forma lúdica, com jogos matemáticos, materiais manipuláveis e modelagem.

O segundo minicurso, intitulado “Introdução à álgebra” (VIANNA, 1990, p. 37), voltado para professores das então 1ª a 8ª séries que, atualmente, corresponde ao período do 2º ao 9º ano do Ensino Fundamental. Teve como objetivo explicitar uma proposta de ensino e aprendizagem

das noções iniciais do conteúdo algébrico. Não localizamos trabalhos de outra categoria científica que tratassem do tema buscado.

Não localizamos trabalhos específicos sobre nosso tema na quarta edição do ENEM, ocorrida em 1992, na Universidade Regional de Blumenau, em Blumenau, em Santa Catarina.

No V ENEM, ocorrido em 1995, na Universidade Federal de Sergipe, encontramos apenas uma comunicação científica (FARIAS; BARBOSA; DIAS, 1995), que aponta a relevância de um ensino significativo da álgebra desde a infância. O trabalho destaca que a dificuldade dos alunos quanto à álgebra é consequência de um ensino formal, com ênfase nos procedimentos e algoritmos e não no significado das operações.

O VI ENEM aconteceu em 1998, na Universidade do Vale do Rio dos Sinos, em São Leopoldo, Rio Grande do Sul. Identificamos nos anais dessa edição o minicurso “Pensando algebricamente antes da 7ª série” (OLIVEIRA, 1998), que fomenta a reflexão sobre a necessidade de introduzir conceitos algébricos desde os anos iniciais do Ensino Fundamental. O resumo explicita que o objetivo do trabalho é investigar como os alunos da 5ª série, atual 6º ano do Ensino Fundamental, desenvolvem o pensamento algébrico. A proposta do minicurso foi de discutir e problematizar a necessidade da introdução da álgebra antes da 5ª série (atual 6º ano), ou seja, em turmas com crianças que atualmente compõem os anos iniciais do Ensino Fundamental.

É importante destacarmos que ao fazermos a leitura dos títulos e identificarmos a palavra-chave *álgebra*, lemos o resumo (quando disponibilizado), mesmo que não tratasse especificamente sobre o ensino e aprendizagem da álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Essa leitura investigativa nos levava a perceber alguns pontos específicos sobre os conteúdos, abordagens, metodologias, principais dificuldades dos docentes e discentes. Uma delas, como destacado anteriormente, é a relação que os pesquisadores apontaram entre a álgebra e a geometria como estratégia para tornar o ensino e a aprendizagem da álgebra mais significativos.

Nas comunicações orais, o VI ENEM ofereceu um bloco temático sobre educação algébrica. Dos treze trabalhos apresentados, pela leitura do título selecionamos apenas duas comunicações científicas, porém, ao lermos o resumo, apenas uma tratava sobre a álgebra com crianças (LIMA; FALCÃO, 1998). Na investigação, os autores abordaram a relevância do

enfoque aritmética-álgebra como um *continuum* na introdução de problemas algébricos com crianças a partir de seis anos de idade.

O VII ENEM aconteceu na Universidade Federal do Rio de Janeiro, em 2001. Dos títulos que apresentavam a palavra-chave álgebra, nenhum trabalho tratava sobre o ensino e aprendizagem nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Partimos então para a busca de trabalho na oitava edição do evento.

O VIII Encontro Nacional de Educação Matemática ocorreu em Recife, no ano de 2004. Da oitava edição, analisamos apenas o grupo de trabalho voltado para os anos iniciais do Ensino Fundamental, no qual identificamos uma comunicação científica intitulada “Lógico-histórico: uma perspectiva para o ensino da álgebra” (MOURA; SOUSA, 2004), cujas autoras também ministraram um minicurso sobre a mesma temática. Com a leitura dos trabalhos desse GT, identificamos que os autores apresentaram uma visão filosófica acerca da álgebra. Embora inseridos no GT dos anos iniciais, as conclusões desses trabalhos aplicam-se a qualquer nível de ensino, pois problematizam a abstração da álgebra e tratam sobre a necessidade de (re)significar o seu ensino a partir da realidade dos alunos.

Em 2007, o IX ENEM aconteceu na Universidade de Belo Horizonte, em Belo Horizonte, Minas Gerais. Dentre as comunicações científicas, localizamos a de Freire e Filho (2007). O texto apresenta uma pesquisa de mestrado, na época, em andamento, que realizou atividades para desenvolver, intuitivamente, os conceitos de incógnita, equivalência, igualdade e desigualdade com alunos do 3º ano e 5º ano do Ensino Fundamental. Os pesquisadores responsáveis pelo trabalho fizeram uso do método clínico piagetiano, com perguntas que se modificam de acordo com as respostas dos participantes. A pesquisa utilizou uma balança interativa de dois pratos que, como um jogo, tinha o objetivo de fazer com que os alunos descobrissem o peso desconhecido para equilibrar a balança. A análise se focou não no desempenho dos estudantes, mas nas estratégias de resolução das situações-problema.

O X ENEM ocorreu em Salvador, no ano de 2010. O *site* do X ENEM organizou os anais por eixos temáticos, dos quais investigamos apenas dois, que são: ensino e aprendizagem em álgebra e Educação Matemática nos anos iniciais. No primeiro eixo, encontramos apenas o trabalho de Porto et al. (2010), que se configura como um relato de experiência. O texto apresenta uma experiência realizada com duas turmas do 1º ano do Ensino Fundamental. As atividades desenvolvidas se focaram em desafios para que as crianças vivenciassem situações

de fomento à álgebra. No segundo eixo, por sua vez, não foi encontrado trabalho com a temática de nosso interesse.

O XI ENEM, ocorrido na Pontifícia Universidade Católica do Paraná, em Curitiba, aconteceu no ano de 2013. No site do XI ENEM, pesquisamos por eixo temático, os eixos escolhidos foram: formação de professores, pesquisa em educação matemática e práticas escolares.

Identificamos um relato de experiência no eixo práticas escolares, que tratou sobre a forma lúdica de desenvolver o pensamento algébrico, de Oliveira e Silva (2013). O texto relata a experiência de um Clube da matemática, realizado com alunos do Ensino Fundamental em uma escola pública e destaca a aprendizagem por meio de tarefas lúdicas como jogos e brincadeiras. De acordo com os autores, os alunos precisam compreender o processo de construção das ideias matemáticas e não apenas decorar procedimentos. Dessa forma, os estudantes participavam uma vez por semana do Clube da Matemática, as tarefas desenvolviam o conceito de função, representações simbólicas e ideias intrínsecas ao conceito de equação.

Na modalidade Pôster, localizamos a publicação de Boni, Ferreira e Germano (2013) que teve como base as atividades do programa *Early álgebra*⁹⁴, posto que professores do Ensino Fundamental resolveram e adaptaram as situações-problema com ênfase na interpretação e compreensão de símbolos. Outro trabalho na modalidade pôster, identificado no eixo formação de professores (PIRES; DARIVA, 2013) explica o que é álgebra, o que significa pensamento algébrico e enfatiza que nos anos iniciais é preciso que os alunos compreendam os símbolos, identifiquem generalizações e construam regras a partir dessa percepção.

O XII ENEM aconteceu no ano de 2016, na Universidade Cruzeiro do Sul, em São Paulo. Em seus anais identificamos apenas duas comunicações científicas de nosso interesse, intituladas “Indícios de generalização da linguagem algébrica simbólica por estudantes do clube de matemática” (OLIVEIRA; CEDRO, 2016) e “Um mapeamento de teses e dissertações que abordam o ensino e a aprendizagem da álgebra no ensino fundamental no Brasil” (RODRIGUES, 2016).

O primeiro objetiva apresentar indícios de generalização da linguagem algébrica. Os autores realizaram atividades dentro de um Clube da Matemática com doze crianças do Ensino

⁹⁴ <http://ase.tufts.edu/education/earlyalgebra/about.asp>

Fundamental, em uma escola municipal de Goiânia. Os pesquisadores utilizaram o registro escrito, oral, gravações audiovisuais, rodas de conversa e diário de campo dos pesquisadores como instrumentos de análise. As tarefas objetivavam que as crianças percebessem a necessidade de compreender a linguagem algébrica no cotidiano e dos conceitos de equivalência e variável de forma lúdica, com trilha, boliche, ludo e outros jogos e brincadeiras.

O segundo, uma comunicação científica, aborda o ensino e a aprendizagem da álgebra no ensino fundamental no Brasil (RODRIGUES, 2016). O trabalho apresentou o resultado de uma pesquisa que objetivou apresentar o Estado da Arte no Portal de Periódicos da CAPES sobre a álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Os resultados da investigação remetem a uma carência de trabalhos com a temática voltada para os primeiros ciclos do Ensino Fundamental, pois a maior parte das pesquisas identificadas possuíam como foco os anos finais e o ensino médio.

Na modalidade de relato de experiência, identificamos um trabalho intitulado “Mapeamento de trabalhos sobre pensamento algébrico nos anos iniciais apresentados nos ENEM (1998 - 2013)” – (LIMA, 2016). A pesquisa analisou os anais do VI ao XI ENEM, enquanto a nossa investigação foi realizada nos anais do I ENEM ao XII ENEM. O estudo de Lima (2016), assim como o nosso, assinala poucas recorrências de pesquisas sobre o pensamento algébrico nos anos iniciais no Encontro Nacional de Educação Matemática. O autor ainda aponta a importância de levantamentos de Estado da Arte em eventos como o ENEM, visto que, além de conhecer globalmente os estudos apresentados no evento, possibilita a identificação de lacunas, convergências e divergências dos trabalhos dentro de uma mesma temática.

O pesquisador destacou o papel da álgebra no desenvolvimento do raciocínio lógico-matemático. Além disso, assim como nós, refletiu sobre o destaque dado nos novos documentos oficiais acerca da álgebra para crianças, como o documento da Base Nacional Comum Curricular e o orientador dos direitos de aprendizagem do ciclo de alfabetização.

Na modalidade de minicurso, identificamos um trabalho que trata sobre a álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental, intitulado “O pensamento algébrico nos anos iniciais do ensino fundamental” (SANTOS; MOREIRA, 2016). O texto apresenta seis tarefas realizadas com alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental, o trabalho possibilitou a reflexão sobre as

diferentes estratégias possíveis para desenvolver o ensino e aprendizagem da álgebra, dentre elas o uso de tarefas com foco na identificação de regularidades.

Ao finalizarmos a análise dos anais do ENEM, concluímos que o levantamento evidencia que as pesquisas concentram suas intervenções com foco na identificação de padrões e regularidades e as tarefas são baseadas em abordagens lúdicas, como jogos e brincadeiras e situações-problema. Em suas discussões, os trabalhos relacionam a álgebra com os conteúdos de geometria e aritmética.

Considerações finais

Em suma, a leitura e a análise dos documentos apresentados nesse artigo possibilitaram-nos conhecer pontos convergentes e divergentes quanto ao ensino e a aprendizagem da álgebra presentes nos documentos oficiais de orientações curriculares para os anos iniciais do Ensino Fundamental. Como convergência, destacamos a ênfase que os documentos apresentam quanto ao processo de generalização; e a necessidade de fomentar o pensamento algébrico na infância. Alguns apresentam exemplos e orientações mais específicas, como a BNCC, que embora apresentem os objetos de aprendizagem, ainda são restritos quanto às possibilidades de abordagem desses conteúdos; outros, por sua vez, citam a álgebra de modo superficial, não deixando claro os objetivos de aprendizagem e sem de fato orientar e apresentar orientações pedagógicas para o ensino da álgebra na infância, como os PCN de matemática dos anos iniciais do Ensino Fundamental. O documento que especifica com maior clareza o que deve ser objetivado no trabalho com a álgebra é a Base Nacional Comum Curricular, que apresenta objetos de aprendizagem desde o Ciclo de alfabetização.

Após a consulta nos documentos, realizamos o levantamento bibliográfico nos anais de doze edições do Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM) que, por sua vez, sinaliza para uma produção restrita sobre o assunto. As pesquisas concentram suas intervenções em tarefas baseadas em atividades lúdicas, como jogos e brincadeiras e situações-problemas, que relacionam a álgebra com os conteúdos da geometria e da aritmética. Nos trabalhos analisados, as atividades propostas para os alunos são organizadas da seguinte forma: em grupos e após a realização da tarefa, seguidas de um momento de discussão e retomada das atividades executadas.

Além disso, observou-se que, em sua maioria, as pesquisas que abordam a álgebra com crianças tratam sobre o trabalho com padrões e sequências e pouco abordam a ideia de

equivalência e o símbolo de igualdade em turmas de 3º, 4º e 5º ano, conforme orientado na BNCC.

Por fim, concluímos que o campo da álgebra necessita ser mais explorado, investigado e compreendido no âmbito dos anos iniciais do Ensino Fundamental, principalmente após a aprovação da BNCC, que orienta um trabalho sistemático com a álgebra desde o 1º ano do Ensino Fundamental.

Referências

- BONI, Keila Tatiana; FERREIRA, Marcia Praisler Pereira; GERMANO, Mara Aparecida Pedrini. *Caracterização do pensamento algébrico nos anos iniciais*. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, 11., Curitiba, *Anais...* Curitiba: SBEM-PR, 2013. Disponível em: http://sbem.iuri0094.hospedagemdesites.ws/anais/XIENEM/pdf/2538_2056_ID.pdf Acesso em: 10 mai. 2017.
- BRASIL, Constituição da República Federativa do Brasil, Brasília, DF: *Senado Federal: Centro Gráfico*, 1988. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/constituicao/constituicao.htm Acesso em: 01 mai. 2017.
- BRASIL, Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Currículos e Educação Integral – DICEI. Coordenação Geral do Ensino Fundamental – COEF. *Elementos conceituais e metodológicos para definição dos direitos de aprendizagem e desenvolvimento do ciclo básico de alfabetização (1º, 2º e 3º anos) do ensino fundamental*. Brasília, F: MEC, 2012.
- BRASIL, Secretaria de Ensino Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática*. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1997. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf> Acesso em: 01 mai. 2017.
- BRASIL, Secretaria de Ensino Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática*. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf> Acesso em: 01 mai. 2017.
- BRASIL. Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular*. Terceira versão revista. Brasília: MEC, 2017. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br> Acesso em: 01 dez. 2017.
- BRASIL. Ministério de Educação e Cultura. *LDB - Lei nº 9394/96*, de 20 de dezembro de 1996. Estabelece as diretrizes e bases da Educação Nacional. Brasília: MEC, 1996. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/L9394.htm Acesso em: 01 mai. 2017
- CURY, Carlos Roberto Jamil; REIS, Magali; ZANARDI, Teodoro Adriano Costa. *Base Nacional Comum Curricular: dilemas e perspectivas*. São Paulo: Cortez, 2018.

- CYRINO, Márcia Cristina de Costa Trindade; Oliveira, Hélia Margarida de. *Pensamento Algébrico ao longo do Ensino Básico em Portugal*. Bolema, Rio Claro (SP), v. 24, nº 38, p. 97 a 126, abril 2011. Disponível em: <<http://www.redalyc.org/pdf/2912/291222086006.pdf>> Acesso em: 23 fev. 2017.
- FARIAS, José Moacir Vasconcelos; BARBOSA, Gerardo Oliveira; DIAS, Ana Maria Iório. *Propriedades das operações fundamentais na passagem da aritmética para a álgebra*. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, 5., 1995, Aracaju, *Anais...* Aracaju: SBEM/SE, 1995, p. 209-210. Disponível em: <<http://www.sbembrasil.org.br/sbembrasil/index.php/anais/enem>> Acesso em: 02 abr. 2017.
- FREIRE, Raquel Santiago; FILHO, José Aires de Castro. *Crianças de séries iniciais pensando em álgebra: uma comparação entre o uso de ambientes computacionais e manipulativos*. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, 9., Belo Horizonte, *Anais...* Belo Horizonte: SBEM-MG, 2007. Disponível em <http://sbem.iuri0094.hospedagemdesites.ws/anais/ix_enem/Comunicacao_Cientific a/Trabalhos/CC90480732353T.doc> Acesso em: 25 abr 2017.
- LAVILLE, Christian; DIONNE, Jean. *A construção do saber: manual de metodologia da pesquisa em Ciências Humanas*. Porto Alegre: Artmed; Belo Horizonte: Editora UFMG, 1999.
- LIMA, Anna Paula Brito; FALCÃO, Jorge Tarcísio da Rocha. *Desenvolvimento da representação algébrica em crianças de 1ª a 6ª série do 1º Grau*. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, 6. São Leopoldo, *Anais...* São Leopoldo, 1998, p. 510-512. <<http://www.sbembrasil.org.br/sbembrasil/index.php/anais/enem>> Acesso em: 02 abr 2017.
- LIMA, José Roberto de Campos. *Mapeamento de trabalhos sobre pensamento algébrico nos anos iniciais apresentados nos ENEM (1998 – 2013)*. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, 12., São Paulo, *Anais...* São Paulo: SBEM-SP, 2016. Disponível em: <http://www.sbembrasil.org.br/enem2016/anais/pdf/7327_4156_ID.pdf> Acesso em: 10 mai. 2017.
- LOPES, Antônio José. *O ensino da álgebra: conteúdo e forma*. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, 3., 1990, Natal, *Anais...* Natal: UFRN Editora Universitária, 1990, p. 29. Disponível em: <<http://www.sbembrasil.org.br/sbembrasil/index.php/anais/enem>> Acesso em: 02 abr. 2017.
- LUNA, Ana Virgínia de Almeida; SOUZA, Cremilzza Carla Carneiro Ferreira. *Discussões sobre o ensino de álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental*. Educação Matemática Pesquisa, São Paulo, v.15, Número Especial, 2013, p.817-835. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/emp/article/view/17747/pdf_1> Acesso em: 14 jul. 2019.
- MOURA, Anna Regina Lanner; SOUSA, Maria do Carmo de. *Lógico-histórico: uma perspectiva para o ensino da álgebra*. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, 8., Recife, *Anais...* Recife: SBEM-PE, 2004. Disponível em: <http://www.sbembrasil.org.br/files/viii/arquivos/index_1.htm> Acesso em: 25 abr 2017.

- NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS. *Princípios e normas para a matemática escolar* (tradução portuguesa). Lisboa: APM, 2007.
- OLIVEIRA, Daniela Cristina de; SILVA, Douglas Aires da. *Clube da matemática: atividades lúdicas para o ensino de álgebra*. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, 11., Curitiba, *Anais...* Curitiba: SBEM-PR, 2013. Disponível em: <http://sbem.iuri0094.hospedagemdesites.ws/anais/XIENEM/pdf/68_464_ID.pdf> Acesso em: 10 mai. 2017.
- OLIVEIRA, Daniela Cristina; CEDRO, Wellington. *Indícios de generalização da linguagem algébrica simbólica por estudantes do clube de matemática*. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, 12., São Paulo, *Anais...* São Paulo: SBEM-SP, 2016. Disponível em: <http://www.sbembrasil.org.br/enem2016/anais/pdf/4677_2381_ID.pdf> Acesso em: 10 mai. 2017.
- OLIVEIRA, Rosana. *Pensando algebricamente antes 7ª série*. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, 6. São Leopoldo, *Anais...* São Leopoldo, 1998, p. 340-341. <<http://www.sbembrasil.org.br/sbembrasil/index.php/anais/enem>> Acesso em: 02 abr. 2017.
- PIRES, Magna Natália Marin; DARIVA, Mirian Aparecida Montanholi; PRESTES, Diego Barboza. *O desenvolvimento do pensamento algébrico com crianças dos anos iniciais*. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, 11., Curitiba, *Anais...* Curitiba: SBEM-PR, 2013. Disponível em: <http://sbem.iuri0094.hospedagemdesites.ws/anais/XIENEM/pdf/2325_1834_ID.pdf> Acesso em: 10 mai. 2017.
- PORTO, Mariana Lima et al. *Construindo a base do pensamento algébrico com crianças de 6 anos*. In: X Encontro Nacional de Educação Matemática, 9., Salvador, *Anais...* Salvador: SBEM-BA, 2010. Disponível em: <http://www.lematec.net.br/CDS/ENEM10/?info_type=processsel&lang_user=>> Acesso em: 28 abr. 2017.
- RODRIGUES, Ivan Cruz. *Um mapeamento de teses e dissertações que abordam o ensino e a aprendizagem da álgebra no ensino fundamental no Brasil*. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, 12., São Paulo, *Anais...* São Paulo: SBEM-SP, 2016. Disponível em: <http://www.sbembrasil.org.br/enem2016/anais/pdf/5669_3295_ID.pdf> Acesso em: 10 mai. 2017.
- ROMANOWSKI, Joana Paulin; ENS, Romilda Teodora. *As pesquisas denominadas do tipo “estado da arte” em educação*. *Diálogo Educ.*, Curitiba, v. 6, n.19, p.37-50, set./dez. 2006. Disponível em: <<http://www2.pucpr.br/reol/pb/index.php/dialogo?dd1=237&dd99=view&dd98>> Acesso em: 02 mar. 2017.
- SÁ-SILVA, Jackson Ronie; ALMEIDA, Cristóvão Domingos de; GUINDANI, Joel Felipe. Pesquisa documental: pistas teóricas e metodológicas. *Revista Brasileira de História & Ciências Sociais*, a. 1, n. 1, jul. 2009.

- SANTOS, Carla Cristiane Silva; MOREIRA, Kátia Gabriela. *O pensamento algébrico nos anos iniciais do ensino fundamental*. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, 12., São Paulo, *Anais...* São Paulo: SBEM-SP, 2016. Disponível em: <http://www.sbembrasil.org.br/enem2016/anais/pdf/4980_2866_ID.pdf> Acesso em: 10 mai. 2017.
- SILVA, Daniele Peres da; SAVIOLI, Angela Marta Pereira das Dores. *Caracterizações do pensamento algébrico em tarefas realizadas por estudantes do ensino fundamental I*. Revista Eletrônica de Educação, v. 6, n. 1, mai. 2012. Disponível em: <<http://www.reveduc.ufscar.br/index.php/reveduc/article/view/387/172>> Acesso em: 22 fev. 2017.
- SOUZA JÚNIOR, Arlindo José de Souza. *Ensino de equações: uma tentativa do emprego de um método de ensino ativo*. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, 2., 1988, Maringá. *Anais...* Maringá, 1988, p. 54. Disponível em: <<http://www.sbembrasil.org.br/sbembrasil/index.php/anais/enem>> Acesso em: 02 abr. 2017.
- TEIXEIRA, Célia Regina. *O Estado da arte: a concepção de avaliação educacional veiculada na produção acadêmica do Programa de Pós-Graduação em Educação: Currículo (1975-2000)*. In: Cadernos de Pós-Graduação – educação, São Paulo, v. 5, n. 1, 2006, p. 59-66.
- VIANNA, Carlos Roberto. *Introdução à álgebra*. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, 3., 1990, Natal, *Anais...* Natal: UFRN Editora Universitária, 1990, p. 37. Disponível em: <<http://www.sbembrasil.org.br/sbembrasil/index.php/anais/enem>> Acesso em: 02 abr. 2017.

REFLEXIONES SOBRE LAS APROXIMACIONES Y DISTANCIAS ENTRE HERMENÉUTICA Y HERMENÉUTICA DE PROFUNDIDAD COMO MARCO TEÓRICO PARA LOS ESTUDIOS HISTORIOGRÁFICOS EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Alexandre Ausani Huff¹

alexandre.a.huff@gmail.com

<https://orcid.org/0000-0001-5693-9226>

Arno Bayer¹

arnob@ulbra.br

<https://orcid.org/0000-0001-7721-1162>

Fernando Luís de Rosso¹

fernandol.rosso@gmail.com

<https://orcid.org/0000-0003-2275-9619>

¹Universidad Luterana de Brasil, ULBRA
Rio Grande do Sul, Brasil

Recibido: 15/02/2020 Aceptado: 22/04/2020

Resumen

La investigación en Historia y Educación Matemática siempre ha planteado dudas sobre los procedimientos metodológicos. Es de destacar que un procedimiento metodológico consistente no debe perder de vista principalmente el lenguaje, las condiciones de vida y el concepto del mundo, que experimentan cambios con el tiempo. Las declaraciones relevantes, que son parte de la historia, deben ser traídas al presente para que puedan ser entendidas en su tiempo a la luz de nuestro tiempo. Es por eso que es necesario estudiar y conocer la hermenéutica y las bases del pensamiento hermenéutico, construyendo bases filosóficas conceptuales e históricas, de modo que con estos argumentos, sea posible construir los puentes necesarios entre la hermenéutica, la historicidad y la enseñanza de las matemáticas. Por lo tanto, este artículo tiene la intención de presentar la posibilidad de hacer esta articulación factible y, por lo tanto, ofrecer subsidios para aquellos que investigan la Historia de las Matemáticas y la Historia de la Enseñanza de las Matemáticas y quienes, a veces, encuentran difícil basar sus estudios con respecto a la escritura. Así como para interpretar hechos históricos relevantes en el contexto de la investigación académica. A lo largo del texto, realizaremos un breve rescate histórico de la hermenéutica, y también la contextualización como sus posibilidades de aplicación en los estudios académicos.

Palabras clave: Hermenéutica. Profundidad de la hermenéutica. Investigación historiográfica. Educación Matemática. Enseñanza de las matemáticas.

REFLEXÕES ACERCA DAS APROXIMAÇÕES E DISTANCIAMENTOS ENTRE A HERMENÊUTICA E A HERMENÊUTICA DE PROFUNDIDADE COMO REFERENCIAL TEÓRICO PARA ESTUDOS HISTORIOGRÁFICOS EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Resumo

A Pesquisa em História e Educação Matemática sempre suscitou dúvidas quanto aos procedimentos metodológicos. Destaca-se que um procedimento metodológico consistente não deve perder de vista principalmente a linguagem, as condições de vida e a concepção de mundo, as quais sofrem mudanças ao longo do tempo. Enunciados relevantes, que fazem parte da história, devem ser trazidos ao presente de forma que possam ser compreendidos no seu tempo à luz do nosso tempo. Por isso se faz necessário estudar e conhecer a hermenêutica e as bases do pensamento hermenêutico, construindo conceitualmente e historicamente bases filosóficas, para que com esses argumentos, se possa construir pontes necessárias entre a hermenêutica, a historicidade e o ensino da matemática. Assim, este artigo pretende apresentar uma possibilidade para viabilizar esta articulação e assim oferecer subsídios para aqueles que pesquisam a História da Matemática e a História do Ensino da Matemática e que, por vezes, encontram dificuldades para fundamentar os seus estudos no que se refere à escrita histórica, bem como para interpretar fatos históricos relevantes na contextualização de pesquisas acadêmicas. No decorrer do texto, realizaremos um breve resgate histórico da Hermenêutica, e também a contextualização enquanto as suas possibilidades de aplicação em estudos acadêmicos.

Palavras chave: Hermenêutica. Hermenêutica de Profundidade. Pesquisa Historiográfica. Educação Matemática. Ensino da Matemática.

REFLECTIONS ABOUT APPROXIMATIONS AND DISTANCING BETWEEN HERMENEUTICS AND HERMENEUTICS OF DEPTH AS THEORETICAL FRAMEWORK FOR HISTORIOGRAPHIC STUDIES IN MATHEMATICAL EDUCATION

Abstract

Research in History and Mathematical Education has always raised doubts about methodological procedures. It is noteworthy that a consistent methodological procedure must not lose sight mainly of language, living conditions and the concept of the world, which undergo changes over time. Relevant statements, which are part of history, must be brought to the present so that they can be understood in their time in the light of our time. That is why it is necessary to study and know hermeneutics and the bases of hermeneutic thinking, constructing conceptually and historically philosophical bases, so that with these arguments, it is possible to build necessary bridges between hermeneutics, historicity and the teaching of mathematics. Thus, this article intends to present a possibility to make this articulation feasible and thus offer subsidies for those who research the History of Mathematics and the History of the Teaching of Mathematics and who, at times, find it difficult to base their studies with regard to writing history, as well as to interpret relevant historical facts in the context of academic research. Throughout the text, we will carry out a brief historical review of Hermeneutics, as well as contextualizing it as its possibilities of application in academic studies. **Keywords:** Hermeneutics. Depth Hermeneutics. Historiographical Research. Mathematical Education. Mathematics teaching.

Introdução

Os Estudos Historiográficos em Educação Matemática mostram-se desafiadores para os pesquisadores que não possuem formação específica nesta área de conhecimento sendo que, por vezes, doses de dúvidas e incertezas pairam sobre o pensamento daqueles que se propõem a enfrentar tal desafio. Em virtude disso nos propusemos a, neste artigo, discutir aproximações, distanciamentos, e caminhos que tanto a Hermenêutica, quanto a Hermenêutica de Profundidade nos apresentam como referencial teórico para investigações neste campo de pesquisa.

As ideias de Valente (2002) apresentam a Matemática como uma disciplina escolar que, durante significativo período ficou esquecida pelos pesquisadores da História da Educação. Assim, com seus estudos, este autor, aponta para uma transformação deste campo de pesquisas através da ação dos investigadores da didática do Ensino da Matemática, os quais trazem consigo a intenção de aprofundar seus trabalhos através de um viés histórico e, ainda, pela relevância dada pelos historiadores da disciplina, os quais perceberam neste campo de pesquisa uma importante abertura inclusive para o desenvolvimento da mesma como área de estudo, a qual, escolheu-se como campo de trabalho.

Os estudos de perspectiva historiográfica, via de regra, tentam mostrar que tudo aquilo que ajudou, com o passar do tempo, na construção de uma trajetória, ajuda também a explicar o agora ou, os fatos e contextos, bem como suas produções, que precedem períodos que se deseja pesquisar, os quais têm tanta importância quanto aquele que ocorre neste espaço temporal em que acontece essa reflexão. É necessário, portanto, para que o estudo historiográfico seja válido, a recriação dos contextos social e histórico em que os objetos de análise foram produzidos e utilizados.

Acontece que, para que isto seja possível, faz-se necessária a escolha de uma metodologia capaz de arranjar todas estas perspectivas e que isto possa se estruturar por meio da história, seus fatos e contextos. Além de tudo isso, essa estrutura de contextualização, precisa ser interpretada e reescrita através de uma narrativa concisa, crescente e de boa fundamentação, trazida aos leitores e pesquisadores da área.

Deste modo, apresentamos a discussão de duas possibilidades metodológicas: a Hermenêutica e a Hermenêutica de Profundidade, como possíveis referenciais para esta categoria de estudo as quais, conforme nosso entendimento trazem elementos relevantes quando se faz necessário fundamentar um estudo historiográfico, visto que, além de nos possibilitar a

interpretação dos fatos e/ou escritos, nos proporciona ainda a alternativa analítica dos contextos que os envolveram. Este artigo é fruto de uma reflexão sobre duas dissertações de mestrado, defendidas no ano de 2018, as quais nos ofereceram elementos para este artigo.

A Hermenêutica

Antes de tudo, porém, é fundamental o desenvolvimento de uma definição da hermenêutica e do pensamento hermenêutico, constituindo assim conceitualmente e historicamente as suas bases filosóficas e, com esses argumentos, construir as pontes necessárias entre a hermenêutica, a historicidade e o ensino da matemática.

Trabalharemos então, a partir deste momento, as características da hermenêutica, utilizando como referência os estudos de Strecker; Schnelle (1997) os quais relatam o surgimento da Hermenêutica a partir do século I antes de Cristo, onde são observados os primeiros esboços.

Tratando-se de fato histórico, a hermenêutica aparece no campo científico por meio dos intérpretes da Bíblia, pois estes perceberam que não poderiam realizar a transcrição literal das escrituras. Assim, tomaram por base a necessidade de enxergar o texto no seu contexto, interpretando a sua simbologia linguística, conforme defendido por Strecker; Schnelle (1997, p. 170)⁹⁵:

La necesidad de una reflexión metodológica de esta naturaleza sobre la interpretación de un texto surge de la constatación de la distancia histórica que nos separa de los escritos neo testamentarios. Estos expresan la fe de los primeros cristianos, no atemporal o a-históricamente, sino en conceptos lingüísticos y conceptuales relacionados con el pensamiento y las experiencias de los hombres de su tiempo.

Os autores acima atribuem ao Judaísmo Bíblico, na figura do Rabino Hillel, “sete regras” para a interpretação do Antigo Testamento, também conhecidas como “As Sete Regras de Hillel” que de imediato espalharam-se por muitos lugares. Resumidamente, as Sete Regras de Hillel afirmavam que, para se realizar uma interpretação de textos bíblicos, deveriam ser observados os seguintes pressupostos: *ad minori ad maius* (do menos para o mais) ou, do mais

⁹⁵A necessidade de uma reflexão metodológica dessa natureza sobre a interpretação de um texto surge da verificação da distância histórica que nos separa dos escritos do Novo Testamento. Eles expressam a fé dos primeiros cristãos, não atemporal ou a-historicamente, mas em conceitos lingüísticos e conceituais relacionados ao pensamento e às experiências dos homens de seu tempo. (Tradução dos autores)

fácil ao mais difícil (e também o contrário); per analogiam (por analogia, no que se refere a conclusão, onde deve-se procurar por palavras de mesmo significado; a reunião de passagens (do texto) semelhantes onde seja possível a construção de uma “família”; conclusão principal como resultado de citações do próprio texto; interpretação do geral para o particular (e também ao contrário); a explicação mais aproximada de uma frase usando-se outra como referência e, por fim, a dedução do contexto, onde se tem uma interpretação que parte do contexto de uma afirmação. (Strecker; Schnelle, 1997, p.171).

Os mesmos autores também consideram o método hermenêutico de Pablo, um antigo fariseu que dominava as técnicas de Hillel e, também, as técnicas helenistas. Assim, Pablo assimilou algumas possibilidades oferecidas por Hillel (principalmente a primeira, “aminori ad maius” e a segunda possibilidade) trazendo também, as interpretações de fatos futuros como, por exemplo, o Apocalipse. Conforme Strecker; Schnelle (1997) o Alexandrino Orígenes (185 – 253), um dos teólogos melhor reconhecido pelos filósofos pagãos da época, escreveu comentários sobre os principais livros do Antigo Testamento e, em sua interpretação destes pelo método alegórico, onde por sua influência, este tornou-se “o método eclesiástico de interpretação das Escrituras” através da antonomásia⁹⁶.

Outro hermeneuta que trouxe importante contribuição com a sua “*Doctrina del cuádruple sentido de la Escritura*” foi Juan Casiano (360 – 435) onde propõe uma interpretação dividida primeiramente no sentido literal dos escritos, seguido de uma interpretação alegórica onde discorre sobre a verdade da fé em Jesus Cristo contida no texto; o terceiro passo seria uma interpretação tropológica, ou moral, dos escritos onde destaca as normas do comportamento Cristão contidas nos textos e, por último, através da escatologia (ou análise do fim do mundo), busca indícios da continuidade dos justos e perfeitos nos Reino de Deus após o juízo final. Acerca disso, Strecker; Schnelle (1997, p. 175)⁹⁷ conclui que:

El fundamento de La doctrina del sentido cuádruple de la Escritura fue la convicción de que, en la Biblia, no solo las palabras, sino ella misma, su materialidade, rebosa significado. El objeto de este importante método interpretativo es relacionar lo más posible las afirmaciones de la Escritura con todos los campos de la vida.

⁹⁶ A antonomásia consiste, em retórica, na substituição de termo sem textos por outros que muitas vezes nada tinham a ver, morficamente, com o nome substituído.

⁹⁷ “O fundamento da doutrina do sentido quádruplo da Escritura foi a convicção de que na Bíblia, não apenas as palavras, mas ela mesma, sua materialidade transborda significado. O objeto mais importante deste método de interpretação é relacionar o máximo possível as afirmações da Escritura com todos os campos da vida.” (Tradução dos autores).

Ainda devemos destacar neste estudo o método hermenêutico de Martin Luther, o qual trouxe à discussão o questionamento a respeito das interpretações alegóricas por analogia, contestando inclusive a doutrina do quádruplo sentido das Escrituras. Segundo Strecker; Schnelle (1997), ao rechaçar estas interpretações, Lutero trouxe à tona a sua teoria da interpretação bíblica o literal *issensus*, em que seria correto e traria consigo a vida, o apoio, a força, a doutrina e a arte. No entendimento de Lutero, a interpretação haveria de limitar-se ao sentido literal e imediato dos escritos. Com isso, mostram os autores que “[...] la Escritura es por sé misma lo más cierto, lo más facilmente accesible, lo que mejor se entiende, la que se interpreta a sí mesma, la que examina, juzga e ilumina todas las palabras.”(Strecker; Schnelle, 1997, p. 177)⁹⁸.

O princípio da interpretação é, portanto para Lutero, a divisão da Palavra de Deus entre a lei e o Evangelho, pois o conhecimento sobre a Teologia depende de um autêntico conhecimento da Lei e das Escrituras. No entanto, é pela obra do teólogo alemão Friederich Daniel Ernst Schleiermacher: *Hermenêutica: Arte e Técnica de Interpretação* (2000) que o método hermenêutico consegue transpor uma antiga distinção histórica entre o sacro (que tratava da Teologia) e o profano (que tratava da Filologia), incluindo ainda em seus estudos as ciências orientais e a literatura. Para além disso, na mesma obra, Schleiermacher esboça uma Teoria Hermenêutica Geral que se concentra nos signos linguísticos e, supera a discussão da doutrina do quádruplo sentido das Escrituras.

Com o pensamento de Schleiermacher (2000), a Hermenêutica afasta-se definitivamente da Exegese⁹⁹ Bíblica para visar uma “apreensão das significações intencionais das atividades históricas concretas do homem”. Assim, o autor visualiza a união indissolúvel de pensamento e da linguagem, tanto como a inexistência de uma linguagem universal, pois segundo o próprio, esta é “um infinito indeterminado”, pois é histórica.

A linguagem, por sua vez, é base de uma organização esquemática, a qual interpreta o real. É interessante ainda destacar que na base dos conceitos e juízos, Schleiermacher (2000,

⁹⁸ “A Escritura é, por si mesma o mais certo, o mais facilmente acessível, o que melhor se entende, a que se interpreta a si mesma, a que examina, julga e ilumina todas as palavras.” (Tradução dos autores).

⁹⁹ Exegese é uma análise, interpretação ou explicação detalhada e cuidadosa de uma obra, um texto, uma palavra ou expressão. Etimologicamente, este termo se originou a partir do grego *exégésis*, que significa “interpretação”, “tradução” ou “levar para fora (expor) os fatos”.

p.18) intui uma circularidade¹⁰⁰ onde “o juízo pressupõe conceitos, e os conceitos, por sua vez, pressupõem juízos”. Nessa configuração, interpreta-se o pensamento como se fosse uma reflexão entre o universal e o particular, onde o universal aparece sob uma forma particular e, o particular, por sua vez, manifesta-se no universal.

No decorrer deste artigo ver-se-á que, na elaboração da proposta de Hermenêutica em Schleiermacher, leva-se em consideração ainda a Dialética e a Gramática, onde: a Hermenêutica mostra os limites da Dialética; a Dialética mostra as possibilidades da Hermenêutica e, ambas possuem relação de interdependência com a Gramática, já que esta proporciona o entendimento e a comunicação linguística. A Teoria Hermenêutica de Schleiermacher foi alavancada pela necessidade que se tinha à época de, principalmente interpretar textos clássicos por meio da apreensão do pensamento integrante em um determinado discurso.

Deste modo, tendo por referência os estudos de Schleiermacher (2000) é elaborado um sistema estruturado do método Hermenêutico e este passa então a constituir-se como ciência. Com isso, passa a contar não somente com as “regras e uma explicação” ao procedimento de interpretar, mas agora também traz consigo “as razões” das regras e dos procedimentos, o que eleva a Hermenêutica ao patamar da compreensão geral.

Através de seus movimentos Schleiermacher (2000) desloca o eixo do entendimento sobre Hermenêutica do domínio técnico e científico para o domínio filosófico, com o argumento de que a compreensão está interligada com o falar e o pensar, visto que:

[...] a arte de falar e compreender (correspondente) estão contrapostas uma à outra, e falar é, porém, apenas o lado exterior do pensamento, assim a hermenêutica está conectada com a arte de pensar e, portanto, é filosófica. (Schleiermacher, 2000, p. 15)

Deste modo, pode-se preliminarmente afirmar: a concepção de Hermenêutica, segundo Schleiermacher (2000, p.15), é a “arte da compreensão correta do discurso de um outro” e que, em cada linha, esta compreensão deve ser incessantemente desejada e buscada.

¹⁰⁰Indicaremos seis níveis das circularidades: entre a ocorrência de uma palavra e a ordem da frase; entre a frase e o discurso; entre o discurso e a obra completa do autor; entre a obra e o conjunto da vida total do autor, bem como o conjunto de literatura da sua época; entre a vida e o conjunto da obra do autor e a mentalidade geral da época e, por fim, entre o espírito da época do autor e o espírito da época do intérprete. (conforme artigo intitulado “*Le Rôle du sujet dans l’interprétation. Une nouvelle lecture de Schleiermacher avec Manfred Frank, in revue Philosophique de Louvain*, n. 84 (1991) (606-634).

Da mesma forma, a concepção empreendida por Schleiermacher (2000, p. 16) diz que esta é “uma reconstrução histórica e divinatória dos fatores objetivos e subjetivos de um discurso falado ou escrito”. No método hermenêutico divinatório, busca-se uma apreensão imediata e a compreensão ocorre objetiva ou subjetivamente, de forma provisória, pois o entendimento deste discurso¹⁰¹, invariavelmente, não ocorre de forma simultânea e integral.

O sucesso no estudo hermenêutico de um discurso, sob o ponto de vista de Schleiermacher, terá maiores chances de êxito somente na utilização do método comparativo onde se parte do genérico e busca-se detectar contrastes admitindo-se aqui que já se tenha uma pré-compreensão do discurso, falado ou escrito, que se pretende analisar.

O autor ressalta que, ainda é necessário estabelecer que ambos os métodos, divinatório e comparação, são complementares, pois uma comparação para ser efetiva enquanto método, só ocorre de forma integral a partir do momento em que já houve um pré-entendimento imediato do discurso em análise. Logo, a apreensão do discurso se dá por meio da compreensão da linguagem¹⁰² e só inicia-se um estudo hermenêutico pelo estudo do discurso.

Não menos importante neste momento é deixar claro que, conforme o autor, tudo aquilo encontrado ao iniciar um estudo hermenêutico é a linguagem e que, o produto final do estudo será “novamente linguagem”. Observando a ideia de Schleiermacher (2000) não se falará neste trabalho de uma linguagem geral e irrestrita, mas sim uma linguagem delimitada pelo discurso de seu autor. Desta forma, a linguagem pode ser entendida como base, uma espécie de tripé, para o estudo hermenêutico pois ela é o objeto, o instrumento e o resultado da hermenêutica.

Embora Schleiermacher não tenha sido o único autor a realizar uma estruturação da Hermenêutica, nosso foco prevaleceu sobre ele, pois foi este autor que em seus estudos observou a importância da compreensão das expressões linguísticas. Para Ele, as percepções abarcadas com relação ao discurso, a linguagem utilizada e às memórias do autor não podem, sob hipótese alguma, no percurso interpretativo serem ignoradas. Sem esta não se compreende nem o conjunto, nem o detalhe.

¹⁰¹Entende-se o discurso, falado ou escrito, como “às instâncias de comunicação corretamente presentes” (Thompson, 1990, p. 371).

¹⁰²Uma aproximação do conceito de linguagem é dado por Schleiermacher, (2000, p. 77), onde o autor afirma, entre outras coisas que esta é: “efetuada como discurso. Sem ela, nenhuma manifestação humana seria possível, e nada poderia ser pensado. Pois todo pensar já é um falar, um "falar interior" mediante palavras.”.

Da mesma forma, seria impossível uma interpretação, mesmo que temporária mais próxima da realidade sob rígidas regras sem uma experiência pessoal. Para Schleiermacher (2000, p. 41) há uma grande questão envolvendo tudo isso: “De onde proviria, então, o ponto de partida para o procedimento de comparação, se ele não fosse dado nas tentativas pessoais?”.

A esta pergunta, não há uma resposta imediata e determinada, mas sim considerações acerca da Hermenêutica, onde Schleiermacher (2000, p. 41-42) leva a buscar:

[...] nada diferente do que uma passagem constante de um método a outro, a qual deve se aproximar mais e mais de uma coincidência dos dois métodos no mesmo resultado, idêntico àquele instantâneo, se deve surgir ao menos alguma satisfação.

Neste sentido e, para a superação destas dificuldades o autor sugere outro passo na interpretação quando há o questionamento no que diz respeito à interpretação afirmando que as dificuldades são superadas:

[...] apenas por um procedimento comparativo, no qual nós aproximamos [sempre de novo] alguma coisa já compreendida e semelhante ao ainda não compreendido, encerrando assim a não-compreensão em limites sempre mais estreitos. (Schleiermacher, 2000, p. 42)

Perpassando a ideia de que a Hermenêutica deve se apropriar somente da interpretação de obras literárias e/ou históricas, Schleiermacher desafia a realizar a operação hermenêutica de qualquer discurso, anúncio, notícia, conversação ou problema onde o nível de compreensão não seja satisfatório por parte do operador hermeneuta, como segue:

Quem poderia conviver com pessoas espiritualmente distintas sem que se esforçasse para entender entre as palavras, como nós lemos entre as linhas dos escritos inteligentes e densos, quem não desejaria fazer uma consideração precisa de uma conversação significativa, [...] que não procuraria nesse caso colocar em relevo os pontos salientes e apanhar o seu encadeamento interior, e seguir todas as discretas insinuações? (Schleiermacher, 2000, p. 33)

Em situações como esta, Schleiermacher (1990) orienta interpretar as conversações significativas¹⁰³ e a maneira como ocorre o desenvolvimento do discurso. Isso tudo corrobora para que se possa interpretar um encadeamento de pensamentos, algo como uma sequência

¹⁰³ Para Schleiermacher (2000, p.34) as conversações significativas são aquelas em que ocorre a presença imediata do falante, que assim manifesta a participação de todo o seu ser espiritual.

lógica que, desta forma poderia trazer um recorte de determinado momento do autor. Se mesmo assim, este encadeamento do pensamento do “dono do discurso” não for apreendido, pode-se estar diante de um problema sem solução para a Hermenêutica.

Para que não haja desilusão diante de situações onde a apreensão não ocorrer dentro de um tempo razoável, há que se entender, por outro lado, que conforme destaca Schleiermacher (1990, p. 35) “[...] enquanto uma única de tais possibilidades não estiver completamente descartada, não se pode falar do conhecimento necessário”.

Seguindo a ideia do autor, deve-se através da compreensão gradual das minúcias, dos fragmentos e de tudo aquilo que se organiza a partir destes, formar um juízo provisório. Desta forma, diante de avanços, a cada etapa podem surgir novos começos, novas incertezas, e o que for possível estruturar a partir disso é sempre um juízo mais completo em relação ao anterior de tal maneira que, quanto maior é o progresso hermenêutico, maior é o grau de entendimento em relação ao todo até que, ao final, cada um destes contornos é finalmente trazido à luz da compreensão.

Acerca das obras passíveis de interpretação, Schleiermacher (1990, p. 38) afirma: “[...] cada obra é um particular/singular que pertence a um todo chamado de literatura. A literatura, por sua vez, é formada por outras obras de conteúdo similar que devem ter como referencial a linguística”.

Assim, pode-se dizer que não se deve perder de vista outro importante elemento nesta análise: o aspecto psicológico em relação ao autor onde entende-se: “[...] aquele hermeneuta que acompanhou o autor e sua obra em vida terá condições muito mais facilitadas em relação ao que busca a interpretação em um momento histórico posterior” (Schleiermacher, 1990. p. 39).

Ainda sobre a literatura, com base nas ideias de Schleiermacher (1990), possuir absoluta riqueza em exemplos, torna-se por vezes complexa e, portanto, se faz necessário uma cuidadosa seleção dos exemplos utilizados para o desenvolvimento de um argumento metodológico que possibilite a interligação dos diversos métodos existentes. Neste ponto, o enfoque da Hermenêutica de Profundidade traz possibilidades significativas do ponto de vista da interpretação.

A Hermenêutica de Profundidade (HP)

A perspectiva da HP¹⁰⁴ pretende ser um marco referencial metodológico onde John Thompson traz uma série de argumentos relativos à análise das formas simbólicas¹⁰⁵ e, assim:

[...] coloca em evidência o fato de que o objeto de análise é uma construção simbólica significativa e exige uma interpretação. Por isso, devemos conceder um papel central ao processo de interpretação[...]. Mas as formas simbólicas estão também inseridas em contextos sociais e históricos de diferentes tipos; e sendo construções simbólicas significativas, elas estão estruturadas internamente de várias maneiras. (Thompson, 1990, p. 355)

O entendimento de Thompson (1990) sobre as ciências, leva a compreensão de que todas as ciências, sejam elas sociais ou naturais exigem, em algum momento, compreensão e/ou interpretação de algo. Essa certeza, porém, não pode ser encerrada em si, visto que neste trabalho o horizonte e o objeto de pesquisa são por si um “território pré-interpretado¹⁰⁶”. Segundo o autor, o mundo sócio-histórico, o qual propõe-se a investigar:

[...] não é apenas um campo-objeto que está ali para ser observado; ele é também um *campo-sujeito* que é construído, em parte, por sujeitos que, no curso rotineiro de suas vidas quotidianas, estão constantemente preocupados em compreender a si mesmos e aos outros, e em interpretar ações, falas e acontecimentos que se dão ao seu redor. (Thompson 1990, p.358)

À medida que o principal objetivo é avançar em relação ao método, Thompson (1990, p. 362) alerta para um fato que não pode ser ignorado, pois para ele este processo interpretativo: “[...] pode ser, e de fato exige que seja mediado por uma gama de métodos explanatórios ou objetivantes.”. Prossegue o autor, fazendo a ressalva:

[...] “explanação” e “interpretação” não devem ser vistas, como o são muitas vezes, como termos mutuamente exclusivos [...]; antes, podem ser tratados como momentos complementares dentro de uma teoria compreensiva interpretativa, como passos que se apoiam mutuamente [...]” (Thompson 1990, p. 362)

¹⁰⁴ A partir deste momento da pesquisa, a Hermenêutica de Profundidade será chamada de forma simplificada, por suas iniciais “HP”, conforme Thompson (1990, p. 355).

¹⁰⁵Entende-se formas simbólicas, conforme Thompson (1990, p. 358), como construções significativas que exigem interpretações, podendo elas se apresentar na forma de ações, falas ou textos que, justamente por serem construções significativas, podem ser também compreendidas.

¹⁰⁶ Um território pré-interpretado, conforme Thompson (1990, p.358), é uma forma simbólica que já é fruto de uma interpretação anterior e, ao ser interpretado novamente, terá como resultado uma “interpretação da interpretação” ou, simplesmente, uma re-interpretação.

Do ponto de vista da HP, é então fundamental a compreensão de que o objeto de investigação é um campo pré-interpretado e deve-se, portanto, levar em consideração os modos com os quais as formas simbólicas foram interpretadas pelos sujeitos que constituem assim o campo-sujeito-objeto¹⁰⁷. Com isso, é necessário, neste momento, empenhar-se no entendimento e apreensão das maneiras como as formas simbólicas em estudo foram interpretadas por aqueles que as produzem ou as recebem no decorrer do seu cotidiano. Thompson (1990, p.363) trata este momento como “indispensável ao enfoque da HP” e, observa ainda que por meio de “[...] entrevistas, observação participante e outros tipos de pesquisa etnográfica, podemos reconstruir as maneiras como as formas simbólicas são interpretadas e compreendidas nos vários contextos da vida social”.

Não menos importante que as afirmações anteriores é dizer que essa própria reconstrução já se constitui em um processo interpretativo, nada mais que uma interpretação do entendimento cotidiano ao qual Thompson (1990, p. 363) chamou de *interpretação da doxa*¹⁰⁸. Desconsiderar estes contextos cotidianos, conforme o autor, constitui uma falta grave na interpretação e investigação do campo-objeto de interesse da pesquisa.

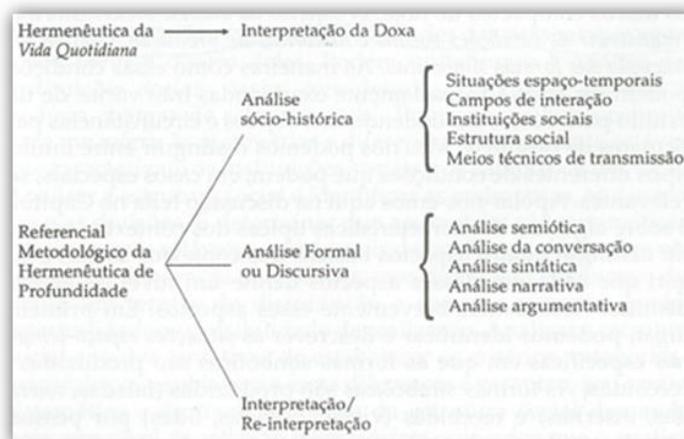
Por outro lado, Thompson (1990, p. 364), afirma que também é importante destacar que a interpretação da doxa “não é o fim da investigação e sim seu ponto de partida, pois existem vários outros pontos que não devem ser desconsiderados”.

Seguindo o raciocínio do autor, para que ocorram avanços na investigação, é necessário compreender que dentro do enfoque da HP existem três procedimentos principais os quais se constituem em dimensões de análise distintas em um processo de interpretação complexo como a HP pretende apresentar-se. A figura 1 traz as várias fases do enfoque da HP, conforme a ideia de Thompson.

¹⁰⁷ Segundo Thompson (1990, p. 359) o termo “campo-sujeito-objeto” refere-se aos sujeitos que já interpretaram o “campo-objeto” da pesquisa e assim, também fazem parte da análise/interpretação.

¹⁰⁸ Segundo Thompson (1990, p. 363), a *interpretação da doxa* (ou hermenêutica da vida cotidiana) é uma interpretação das opiniões, crenças e compreensões que são sustentadas e partilhadas pelas pessoas que constituem o mundo social.

Figura 1 - Formas de Investigação da HP



Fonte: THOMPSON (1990, p. 365)

O esquema apresentado na figura 1 é, conforme Thompson (1990), preliminarmente ilustrativo, sendo que a forma de como estas três fases serão aplicadas depende, sobretudo, da análise e entendimento do pesquisador. Dentro de cada uma destas podem ocorrer alguns métodos mais eficazes que outros onde tudo dependerá do objeto específico ou das circunstâncias da investigação.

As formas simbólicas são produzidas e comunicadas sob condições sócio-históricas específicas e, mesmo aquelas que por vezes representam certa atemporalidade, estão assim caracterizadas. Desta forma, Thompson (1990, p. 366) afirma: “o objetivo da análise sócio-histórica é, reconstruir as condições sociais e históricas de produção, circulação e recepção das formas simbólicas”.

Avançando no entendimento das ideias de Thompson referentes à análise sócio-histórica, chega-se às instituições sociais, as quais formam um conjunto de relativa estabilidade de regras, recursos e relações sociais estabelecidas pelos próprios através de posições e trajetórias. As instituições sociais estão situadas no interior dos campos de interação e interagem com eles, formando outros campos de interação e, com isso fixando novas posições e, trajetórias. Para Thompson (1990, p. 367) proceder com uma análise destas instituições, é “reconstruir os conjuntos de regras, recursos e relações que as constituem, é traçar o seu desenvolvimento através do tempo e examinar práticas e atitudes das pessoas que agem a seu favor e dentro delas”.

Quando, com base em Thompson (1990), compara-se a relativa estabilidade das diferenças existentes entre as instituições sociais e os campos de interação, se está analisando a “estrutura social”. Posto isso, pode-se afirmar que analisar a estrutura social é determinar

diferenças coletivas em termos da distribuição e acesso a recursos e oportunidades de viabilização. Esta análise envolve ainda um ensaio de visualização de critérios, grupos e juízos que possam garantir um caráter sistematizado e perene; onde se deve destacar ainda o seu nível teórico de reflexão, com o objetivo de propor modelos que “[...] ajudem a organizar e iluminar a evidência das assimetrias e diferenças sistemáticas da vida social.” (Thompson 1990, p. 367).

Existe ainda, um conjunto de particular relevância para que se possam investigar as formas simbólicas que Thompson (1990, p. 368) designou de “meios técnicos de construção de mensagens e transmissão”. No entendimento de que as formas simbólicas são transmitidas entre os sujeitos, há o entendimento de que é utilizada alguma forma de troca destas, que pode variar desde conversações face-a-face ou, até mesmo através de esquemas mais complexos como em comunicadores instantâneos como, por exemplo, aqueles utilizados nos smartphones, os quais, nesta pesquisa, serão chamados de meios técnicos de transmissão.

Obviamente, assim como afirma Thompson (1990, p. 368) estes meios técnicos de transmissão não existem no vácuo; “[...] eles estão sempre inseridos em contextos sócio-históricos particulares”, pressupondo então esquemas de codificação e decodificação destas mensagens que, por necessitarem de certos recursos, conhecimentos e/ou habilidades, não estão igualmente distribuídos entre os sujeitos, onde se pode afirmar que, por vezes, esta desigualdade pode estar relacionada com “a regulação, produção e circulação das formas simbólicas” Thompson (1990, p. 368).

Outrossim, Thompson, na sequência, chama a atenção para que os meios técnicos de construção e de transmissão de mensagens não pode se constituir apenas numa investigação técnica, mas deve procurar elucidar os contextos sociais em que estão inseridos e empregados.

A pesquisa sócio-histórica e suas variantes são tentativas diferentes utilizadas para contextualizar socialmente as formas simbólicas. Por sua vez, a produção, a circulação e até mesmo a recepção destas formas simbólicas estão associadas aos processos que ocorrem dentro de contextos sociais estruturados e historicamente específicos. A produção destas formas simbólicas ocorre mediante regras e recursos disponíveis ao autor, sendo orientada à circulação dentro, também, de um campo social. Esta orientação pode possuir uma estratégia clara ou implícita, dependendo sempre do contexto social por onde pretendam seus produtores, que ela circule.

Deste modo, Thompson (1990, p.369) afirma que a função primeira da HP é:

[...] reconstruir as condições e contextos sócio-históricos de produção, circulação e recepção das formas simbólicas, examinar as regras e convenções, as relações sociais e instituições, e a distribuição de poder, recursos e oportunidades em virtude das quais esses contextos constroem campos diferenciados e socialmente estruturados.

Cabe ainda observar que expressões e objetos que porventura orbitem o campo de estudo devem ser entendidos como formas simbólicas construídas e assim, também passíveis de interpretação. Por apresentarem uma forma articulada e complexa exigem, pois, outra forma de análise, pois estas são, por sua vez, produtos de ações ou discursos que baseiam-se em uma série de esquemas disponíveis ao seu mentor. Assim, deve-se compreender estas formas simbólicas complexas como produtos que, em virtude deste esquema estruturado tem por capacidade e, por objetivo versar sobre algo.

Em virtude deste esquema estruturado e de sua forma articulada complexa, estas formas simbólicas possuem uma propriedade de irredutibilidade, exigindo assim outro olhar sobre seus padrões. Aqui, entende-se necessária uma forma diferente de análise, a qual Thompson (1990, p. 369) chamou de “análise formal ou discursiva” que trata de estabelecer:

[...] as bases para um tipo de análise que está interessada primariamente com a organização interna das formas simbólicas, com suas características estruturais, seus padrões e relações. [...] é um empreendimento perfeitamente legítimo, na verdade, indispensável; ele é possível pela própria constituição do campo objetivo.

Considerando estas possibilidades descritas acima, cabe-nos observar que, diante da necessidade de analisar toda esta formulação, foi necessário lançar mão da técnica que Thompson define como semiótica. A análise semiótica trata das relações entre os elementos que compõem a forma simbólica, também chamados de signo, e de como estes elementos se relacionam entre si ou, como estes elementos se relacionam com os demais.

Através da análise semiótica Thompson (1990) foi possível avançar, conforme a necessidade, na compreensão de constituição interna de determinada forma simbólica, não sendo assim prioridade desta a observação, a análise sistemática e seu aspecto referencial, ou seja, como ocorre a combinação de elementos para que se diga algo sobre alguma coisa. Estando ciente destas limitações impostas pela análise semiótica, é importante lembrar que este é um passo na caminhada para uma interpretação mais completa.

No entanto, Thompson (1990) destaca outras formas de interpretação são possíveis através da HP, as quais não podem ser desprezadas, pois representam importantes meios de interpretação das expressões linguísticas. Elas permitem, de certa forma, uma análise sobre a comunicação no dia-a-dia, como por exemplo as interações em uma sala de aula, um programa de televisão, etc.

A saber, o primeiro método de análise das expressões linguísticas descrito por Thompson (1990) foi a análise de conversação, onde deve-se estudar, principalmente, as situações concretas onde a interação linguística ocorre e, ainda o mecanismo do processo onde os integrantes produzem uma certa ordem estrutural, a qual organiza esta interação e possibilita produzir um ordenamento por meio da aplicação de procedimentos rotineiros.

Outra maneira da qual se pode lançar mão quando estuda-se as estruturas internas de um discurso é a análise argumentativa a qual pode ser definida como “[...] cadeias de raciocínio que podem ser reconstituídas de várias maneiras” (Thompson, 1990, p. 374). Estas cadeias de raciocínio, por sua vez, possibilitam ao analista organizar o discurso através de afirmativas e tópicos e após estabelecer relações entre estes.

A última fase do enfoque da HP ao qual Thompson (1990) chamou de Interpretação/reinterpretação, que ora pode ser confundida com a análise, é apenas parte integrante deste aspecto. A interpretação é, e deve ser vista como um complemento necessário à análise formal ou discursiva, pois em sua essência, a análise apresenta um enfoque parcial do estudo das formas simbólicas ou discursivas.

Para, além disso, e, ao passo que, mesmo rigorosos e sistemáticos “[...] os métodos de análise formal e discursiva [...], eles não podem abolir a necessidade de uma construção criativa do significado, isto é, de uma explicação interpretativa do que está representado ou do que é dito” (Thompson, 1990, p.375).

Assim a reinterpretação, e também a interpretação, são operações sempre arriscadas, pois é admissível a existência de conflitos e, um espaço para a discussão, pois segundo a ideia de Thompson (1990, p. 376): “A possibilidade de um conflito de interpretação é intrínseco ao próprio processo de interpretação.”. Este conflito pode surgir não apenas das interpretações distintas entre analistas que utilizam a HP, mas, também, entre sujeitos que se utilizam da HP e outros, que constituem o mundo sócio-histórico e a isto, Thompson (1990, p. 375) chama de

“potencial crítico da interpretação”, onde as divergências se reúnem e se apresentam e se encontram entre suas pré-interpretação e reinterpretação.

Por fim, e ainda dentro da ideia do autor, cabe considerar que a HP oferece um esquema onde as formas simbólicas podem ser analisadas de uma maneira em que é evidenciado o seu caráter histórico e social e que, apresenta estruturas através das quais algo é representado ou dito. Thompson (1990) lembra ainda que a HP impede que o pesquisador caia em armadilhas de métodos particulares os quais levariam facilmente a falácias ou reducionismos, que negligenciariam as condições históricas e processos quotidianos de construção e recepção destas formas.

O referencial acerca da HP, não limita só o estudo das formas simbólicas, mas também de suas estruturas, que nos levam ao estudo da disciplina escolar, no nosso caso a Matemática. Deve contemplar também a interpretação histórica dos fatos que influenciaram o seu contexto, tendo como ponto de partida a instituição escolar.

Refletindo sobre as aproximações e distanciamentos

Realizada a abordagem das principais características da Hermenêutica e da Hermenêutica de Profundidade, relevantes para os estudos historiográfico em educação, podemos perceber o primeiro aspecto de aproximação entre os dois métodos: o fato da HP ser uma metodologia que emerge a partir do método hermenêutico de interpretação, o que sugere que, ao menos em sua essência, as duas metodologias são significadamente semelhantes pois em sua essência, ambas podem ser compreendidas como “a arte da interpretação”.

No entanto, também é possível constatar que os processos de análise da Hermenêutica e da HP apresentam seus distanciamentos. Ao passo que o método hermenêutico está enraizado na interpretação com embasamento teológico, através da compreensão da *exegese* bíblica, de escrituras filosóficas que exigem do leitor um entendimento desta leitura simbólica (e de suas alegorias) ou de escrituras antigas ligadas a filologia, a HP traz a propriedade de interpretar as formas simbólicas a partir do contexto social e histórico em que estas formas simbólicas foram compostas. Dessa forma, a HP nos fornece um novo conceito de interpretação que é a avaliação dos aspectos sociológicos.

Outro ponto em que ocorre um distanciamento entre as duas propostas metodológicas é o fato de que a Hermenêutica indica que o pesquisador pode em algum momento, diante de alguma impossibilidade de apreensão das “conversações significativas” (ou do encadeamento

das ideias que estas trazem consigo) estar a frente de um problema indissolúvel para este método de interpretação. Já a HP, que traz consigo a análise das formas simbólicas, sugere que como tais, estas são construções significativas (que podem ser fruto de ações, falas ou textos) e, por serem significativas podem ser compreendidas, não deixando assim margem para que não ocorram interpretações.

Tratando-se exclusivamente da Educação Matemática podemos compreender que a HP seria uma alternativa metodológica interessante a ser seguida no momento da realização de um estudo historiográfico, pois através dela é possível elaborar uma estratégia de pesquisa onde o investigador escolhe suas formas simbólicas de pesquisa e assume um personagem na sociedade que as constituiu, possibilitando que sua pesquisa traga ao leitor maior fidedignidade dos fatos que propuseram a elaboração de tais formas simbólicas.

Entretanto, quando é requerida uma análise mais filosófica dos significados, onde estes são o principal objeto de estudo, baseando-se na argumentação e arguição para a interpretação e reescrita da história, cabe ao pesquisador utilizar a Hermenêutica para embasar sua estratégia de pesquisa.

A arte de interpretar símbolos é um notório fator comum entre as duas metodologias de pesquisa. Sendo a HP um ramo desenvolvido a partir da Hermenêutica, apresentam ambas estratégias de interpretação em comum, muitas vezes sendo mais claras as suas aproximações e de difícil percepção um estabelecimento de fronteiras e afastamentos entre ambas.

Considerações Finais

Por certo, a pesquisa histórica é uma arte que demanda tempo, disposição e muita sensibilidade do pesquisador. Ademais, uma fundamentação teórica adequada é ferramenta importante no percurso da escrita e que, se utilizada de maneira concisa pode levar a resultados relevantes.

No que diz respeito ao marco teórico em pesquisas historiográficas, seja este o da Hermenêutica ou da HP, é importante dizer que, embora, via de regra, nossa ênfase tenha como foco as obras escritas, seu campo de aplicação não se resume somente a estas, podendo, a critério do investigador ser utilizada para fatos e/ou acontecimentos, rastros, e qualquer outro tipo de registro passível de interpretação.

Neste artigo, buscamos chamar a atenção para o uso da Hermenêutica como uma possibilidade de marco teórico para pesquisas historiográficas no ensino da matemática.

Logicamente não buscamos com isso apontar “o rumo”, mas sim “um rumo” para aqueles pesquisadores que dedicam seus esforços a esta linha de investigação.

Desta forma, entendemos que, através deste escrito, podemos colaborar para a discussão acerca não só da pesquisa historiográfica, mas, também, do ensino da matemática como um todo, pois à partir do momento que compreendemos como os processos se desenvolveram é possível, através do entendimento destas estruturas, pensar em alternativas viáveis e, que possam contribuir para que a educação e o ensino atinjam novos e melhores patamares.

Agradecimentos

O presente trabalho foi realizado com o apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001. Por isso agradecemos especialmente a CAPES por oportunizar este estudo.

Referências

- Huff, A. A. (18 – 03 – 08). A história do ensino de Matemática nas escolas públicas municipais de Canoas de 1940 a 2016. [Dissertação de Mestrado]. Universidade Luterana do Brasil. Canoas, Brasil.
- Rosso, F. L. (18 – 04 – 27). Um estudo a partir da disciplina de Matemática no currículo de um Curso Técnico em Novo Hamburgo/RS: relações de contexto histórico no currículo escolar. [Dissertação de Mestrado]. Universidade Luterana do Brasil. Canoas, Brasil.
- Schleiermacher, F. D. E. (2000). *Hermenêutica: Arte e Técnica de Interpretação*. Petrópolis, Brasil. Editora Vozes.
- Strecker, G.; Schnelle, U. (1997). *Introducción a la exégesis del Nuevo Testamento*. Salamanca, España. Editorial Sígueme.
- Thompson, J. B. (1990) *Ideologia e Cultura Moderna: Teoria social crítica na era dos meios de comunicação de massa*. Petrópolis, Brasil. Editora Vozes.
- Valente, W. R. (2002, novembro) *A Matemática Escolar: Perspectivas Históricas*. [arquivo pdf]. Recuperado de: <http://www.sbhe.org.br/novo/congressos/cbhe3/Documentos/Individ/Eixo1/030.pdf>

**Los Cuatro Ases de la Baraja: un Trío de Ediciones producidas en Caracas del libro
Elementos de Geometría de Legendre más ... una(s) Extraviada(s)**

Walter O. Beyer K.

nowarawb@gmail.com

<https://orcid.org/0000-0003-1726-7994>

Universidad Nacional Abierta (UNA)

Caracas, Venezuela

Recibido: 04/04/2020 **Aceptado:** 08/05/2020

Resumen

Esta investigación tiene como centro el estudio comparativo de tres ediciones venezolanas de los *Elementos de Geometría* de André Marie Legendre, libro ampliamente usado en Venezuela. La indagación se realizó siguiendo el método histórico y la metodología de análisis de textos históricos. Se dispuso de la existencia de ejemplares de estas ediciones accesibles en las Bibliotecas Nacional de Venezuela, de la Universidad Central de Venezuela y en la personal del investigador. Se hace una descripción del ejemplar de la obra de cada edición, considerando y comparando entre sí diversos elementos constitutivos del texto. Se detalla lo referido a la traducción del impreso, determinándose qué componente nacional estuvo presente y el papel jugado en ello por el ingeniero Jesús Muñoz Tébar. Entre los resultados destacables están: la obra circuló en Venezuela al menos desde 1841 prolongando su presencia hasta bien entrado el siglo XX; la primera edición venezolana disponible es la de 1854: una impresión (sin las notas) de la traducida por Gilmán publicada en París en 1827. La de 1854 es *la edición hispanoamericana más antigua hallada hasta ahora*; la parte de geometría y la de trigonometría se publicaron en las ediciones analizadas en un solo volumen, siguiendo el patrón de la francesa; en las ediciones consultadas, posteriores a la de 1854, las partes de geometría y de trigonometría tienen diferentes fechas de edición; la edición de 1908/1895 tiene las figuras intercaladas en el texto. Desde 1873 se ha vinculado a Muñoz Tébar con la traducción, pudiendo determinarse que él es efectivamente el traductor de esta edición del texto y de las subsiguientes tiradas que se hicieron en Venezuela.

Palabras clave: Enseñanza de la Geometría, Legendre, Libros de geometría, *Elementos de Geometría*

Os quatro ases do baralho: um trio de edições produzidas em Caracas do livro *Elementos de Geometria* de Legendre e mais ... várias que estão perdidas

Resumo

Esta pesquisa enfoca o estudo comparativo de três edições venezuelanas dos *Elementos de Geometria* de André Marie Legendre, um livro amplamente usado na Venezuela. A investigação foi realizada seguindo o método histórico e a metodologia de análise de textos históricos. Havia cópias disponíveis dessas edições acessíveis na Biblioteca Nacional da Venezuela, na Universidade Central da Venezuela e na pessoal do pesquisador. É feita uma descrição da cópia do trabalho de cada edição, considerando e comparando entre si vários elementos constituintes do texto. É detalhado o que se refere ao a tradução do impreso, sendo determinado qual componente nacional estava presente e o papel desempenhado pelo engenheiro Jesús Muñoz Tébar. Entre os resultados notáveis estão: a obra circulou na Venezuela pelo menos desde 1841,

prolongando sua presença até o início do século XX; a primeira edição venezuelana disponível é a de 1854: uma impressão (sem as notas) da traduzida por Gilmán publicada em Paris em 1827, *sendo a da 1854 a mais antiga edição hispano-americana encontrada até agora*; a parte da geometria e a parte da trigonometria foram publicados nas edições analisadas em um único volume, seguindo o padrão francês; nas edições consultadas, subsequentes à de 1854, as partes da geometria e da trigonometria têm datas de edição diferentes; a edição de 1908/1895 tem as figuras intercaladas no texto. Desde 1873, Muñoz Tébar está vinculado à tradução, e pode-se determinar que ele é realmente o tradutor desta edição do texto e das edições subsequentes que foram feitas na Venezuela.

Palavras chave: Ensino de geometria, Legendre, Livros de geometria, *Elementos de Geometria*

The Four Aces of the Deck of Card: a Trio of Caracas's Editions of the Legendre's book *Geometry Elements* plus ... several that are lost

Abstract

This research focuses on the comparative study of three Venezuelan editions of the *Elements of Geometry* by André Marie Legendre, a book widely used in Venezuela. The investigation was carried out following the historical method and the methodology of analysis of historical texts. There were available copies of these editions accessible in the National Library of Venezuela, the library of the Central University of Venezuela and a copy of the researcher. A description of the copy of the book of each edition is made, considering and comparing among themselves various constituent elements of the text. Details regarding the translation of the book are discussed, determining which national component was present and the role played in it by the engineer Jesús Muñoz Tébar. Among the notable results are: the work circulated in Venezuela at least since 1841, prolonging its presence until the beginning of the 20th century; the first Venezuelan edition available is that of 1854: a print (without the notes) of the one translated by Gilman published in Paris in 1827. *The 1854 printing is the oldest Spanish-American edition found so far*; the geometry part and the trigonometry part in the editions analyzed were published in a single volume following the French pattern; in the consulted editions, subsequent to that of 1854, the parts of geometry and trigonometry have different edition dates; the 1908/1895 edition has the figures interspersed in the text. Since 1873 Muñoz Tébar has been linked to translation, and it can be determined that he is indeed the translator of this edition of the text and of the subsequent editions that were made in Venezuela.

Keywords: Geometry Teaching, Legendre, books of Geometry, *Elements of Geometry*

Introducción

Las obras didácticas llamadas también manuales escolares o libros de texto ocupan un lugar de trascendental importancia dentro del ámbito educativo. Sobre esto es de acotar, como bien señala Gimeno Sacristan (1998) al referirse al nivel curricular que él denomina el *currículum presentado a los profesores*, que “el papel más decisivo en este sentido lo desempeñan, por ejemplo, los libros de texto” (p. 124). Al respecto expone Schubring (1987) que “la *práctica de la enseñanza* no está tan determinada por los decretos ministeriales y los

planes de estudio oficiales como por *los manuales escolares empleados para la enseñanza*” (p. 41).

Sin duda alguna uno de tales manuales (o libro de texto) ha sido los *Éléments de Géométrie* del matemático francés Adrien Marie Legendre (1752-1833) el cual fue empleado por muchos años como libro de estudio para la geometría en muchas partes del mundo, desplazando el uso de los *Elementos* de Euclides. Particularmente en Venezuela, tanto en su idioma original como traducido al castellano y aún en ediciones autóctonas, este texto dejó su indiscutible impronta.

En virtud de lo antes expuesto se decidió abordar una indagación acerca de la presencia e impacto de los *Éléments de Géométrie* de Legendre en Venezuela presentando aquí, en este reporte, sólo una parcialidad de los resultados obtenidos: la comparación de tres ediciones venezolanas del libro.

La consulta de fuentes fidedignas como el catálogo de los librerías Damirón y Dopouy (1841) ha permitido determinar que esta obra ya estaba en uso en Venezuela por lo menos desde 1841 ya que ellos lo ofrecían a la venta en dicho año.

Los *Éléments* ha sido un texto de estudio para la geometría que se instauró en diversos países habiendo tenido traducciones a diversos idiomas. El libro se caracterizó por una amplia difusión teniendo innumerables ediciones, reediciones y reimpressiones así como adaptaciones estando en uso por más de un siglo en varias naciones, incluyendo la nuestra. El conjunto de ediciones y reediciones constituye un complejo entramado que hubo que dilucidar por cuanto en numerosas oportunidades fueron consideradas reediciones y reimpressiones como si fuesen nuevas ediciones de la obra cuando tales tiradas no involucraron modificaciones, ni en su contenido ni en el formato del libro.

La obra se erigió en un tratado paradigmático catalogado por García Azcárate (2004) como un *best-seller*, convirtiéndose en el prototipo a seguir y en la guía para muchos autores posteriores. Como ya se indicó, el texto desplazó el arraigado uso que hasta ese momento gozaban los *Elementos* de Euclides, modernizando la enseñanza de la matemática en esta área. Pero también desplazó a obras contemporáneas competidoras como la de Lacroix.

En virtud de su amplio uso en Venezuela el cual alcanzó hasta el siglo XX, y habiendo habido ediciones venezolanas algunas con traducción autóctona, siguiendo el precepto de Schubring (1987) antes citado se escogió esta obra didáctica para su descripción y análisis en lo

que se refiere a las ediciones caraqueñas y así a través de ella tratar de comprender, así sea parcialmente, una parcela de una época bastante extensa de nuestra historia pedagógica en lo que a las matemáticas concierne.

En este escrito se va a describir, comparar y analizar la obra considerando ejemplares de tres ediciones venezolanas distintas localizadas en diversas bibliotecas, así como se hará referencia a algunas ediciones realizadas en el país que se conocen sólo por referencias de catálogos u otras fuentes, pero que aún no se han podido localizar ejemplares de las mismas: “*las extraviadas*”.

Algunos elementos teóricos

Ha de partirse del hecho de que no cualquier impreso, aunque se use dentro de un ambiente escolar, pueda considerarse como una obra didáctica. Así, siguiendo a Beyer (2012) se consideran aquí como *obras didácticas, manuales escolares o textos escolares* los escritos que sirven de medios auxiliares para el proceso de enseñanza/aprendizaje de una parcela del saber; caracterizados por la presencia de patrones de estructura retórica propios, asociados a un currículo, con un diseño particular y poseedores de un formato y división interna acorde con su finalidad; que exponen una temática extraída de un cuerpo de conocimiento, la cual es transpuesta como saber enseñable y en donde los contenidos han de estar ordenados considerando simultánea y armónicamente tanto la lógica de la disciplina como ciertos preceptos pedagógicos; en los que la selección de los contenidos obedece a factores de orden educacional, sometidos a fuerzas externas de tipo político, social y económico; escritos que están contextualizados por la cultura de una época específica, con su consiguiente carga ideológica y además presentan valores que dichos impresos acarrearán y transmitirán; pero, a su vez constituyen un bien económico sujeto a los dictados del comercio.

Por otra parte, es menester tener presente que este estudio trata de una obra la cual es considerada un *texto histórico* por cuanto fungió en épocas pasadas como libro de enseñanza pero que hoy en día ya ha dejado de serlo por estar en desuso.

La denominación de la obra con el término *Éléments* tal como aparece en el título original tiene una significación especial. Está asociada con la reforma pedagógica llevada a cabo en Francia después de la Revolución Francesa y en concordancia con ciertos postulados expuestos en la *Enciclopedia o Diccionario razonado de las ciencias, las artes y los oficios* (*L'Encyclopédie o Dictionnaire raisonné des sciences, des arts et des métiers*), obra dirigida por

D'Alembert y Diderot y editada entre 1751 y 1772. A partir de allí se planteó la necesidad de producir *libros elementales*, obras las cuales debían tomar en consideración los avances disciplinarios e ir al meollo de las ciencias, a los aspectos medulares del campo de que se trate; pero debían ser al mismo tiempo comprensibles, didácticas, útiles para la enseñanza. Asimismo estos textos debían ser diferentes a los *abregés* (resúmenes) que sólo transmitían los rudimentos del campo. En consecuencia, deben distinguirse y no confundirse los elementos y los rudimentos de una ciencia. A ellos se asocia dos tipos de textos con finalidades distintas.

El aspecto antes señalado Schubring (1987) lo considera en su propuesta metodológica para el análisis de libros de texto históricos tomándolo como uno de los patrones a ser tomados en cuenta para dicho ello y que él denomina *elementarización y método*. Sobre este particular expone que la elementarización tiene que ver con “la transposición del conocimiento [científico] al conocimiento enseñable y un método relacionado” (p. 47). Se trata de un principio similar o asimilable al concepto de *Transposición Didáctica* propuesto por Chevallard.

Las obras didácticas escritas bajo la concepción de ser libros elementales adoptaron un método de presentación de contenidos característico conocido como *método jurídico*, el cual desplazó al *método catequístico* más ajustado para la presentación de los rudimentos y que era frecuentemente empleado en los textos escolares que recibían el nombre de *catecismos*. El *método jurídico* es un estilo de redacción por párrafos, los cuales usualmente y en muchas obras didácticas son relativamente cortos y ocasionalmente vienen numerados, guardando semejanza con la presentación de las obras jurídicas (Choppin, 2000; Beyer, 2012). Este tipo de presentación se organiza a veces en una estructura arborescente incluyendo varios subniveles.

La obra aquí estudiada, los *Éléments de Géométrie*, se redactó siguiendo el método jurídico. Además, está inspirada en la manera formal tradicional, clásica, de presentación de los asuntos matemáticos, conjugándose ambos aspectos.

Metódica

La presente indagación se ubica dentro del campo de la historia de la educación matemática y es esencialmente de tipo crítico-documental. El método general seguido es el de la investigación histórica (Best, 1961) apoyado en los estudios acerca de textos escolares (Schubring, 1987, 2003; Choppin, 2000). Las fuentes fueron sometidas a la crítica interna y externa, privilegiándose las fuentes primarias complementadas éstas con las secundarias cuando ello fuese necesario.

Las unidades de análisis consideradas consistieron en tres ediciones venezolanas del libro *Elementos de Geometría* de Legendre.

Para la temática aquí tratada, la cual conforma una parcela de una investigación de mayor alcance, el esquema de trabajo partió por determinar en distintas fuentes la presencia de referencias a diversas ediciones venezolanas de los *Elementos de Geometría* de Legendre, para luego proceder a ubicar la existencia física de ejemplares de algunas de ellas, con la finalidad de garantizar la accesibilidad del material base para su posterior descripción, comparación y análisis. Para este proceso se contó como punto de partida con la posesión por parte del investigador de un ejemplar del texto, editado en Caracas y de algunas fuentes pertinentes al asunto en estudio.

La ulterior búsqueda permitió determinar la presencia de ejemplares de la obra en la *Biblioteca de la Universidad Central de Venezuela (UCV)*, en la *Biblioteca Nacional de Venezuela* y en la *Biblioteca de la Universidad de Los Andes*, información que se obtuvo consultando los catálogos digitales de estas dependencias. El arqueo arrojó como resultado la existencia en catálogo de tres (3) ediciones diferentes, una de las cuales aparece en tres bibliotecas. Asimismo, la que posee el investigador está catalogada en una biblioteca (ver Cuadro 1).

Fueron visitadas la biblioteca de la UCV y la Nacional de Venezuela (BNV) para constatar la existencia física de las ediciones catalogadas. Se constató la existencia física de ejemplares, con el plus adicional de que en ambas se localizó un ejemplar de la edición de 1879/1880. Además, en la BNV hay en existencia un ejemplar de la edición 1908/1895, la misma edición del ejemplar que posee el investigador. En total fueron localizados cinco ejemplares (incluyendo el del investigador), correspondientes a tres ediciones distintas. Cada ejemplar consiste en un volumen contentivo de dos obras: la geometría y la trigonometría. Dado que en algunos casos las dos partes que componen la obra tienen fechas de edición distintas usaremos la notación xxxx/yyyy para indicarlo cuando hagamos referencia al volumen como un todo y sólo el año correspondiente si se trata de una parte. Así, p.e. 1908/1895 indica que 1908 corresponde a la Geometría mientras que 1895 refiere a la Trigonometría. Al ser ambas partes editadas en un solo volumen (como se hacía en Francia con las ediciones originales) se entiende que la obra como un todo fue publicada en el año más cercano en el tiempo.

En el Cuadro 1 se especifica el material localizado en las bibliotecas.

Cuadro 1: Ejemplares localizados de ediciones venezolanas de los *Elementos de Geometría*

Título	Editor	Lugar y año de la edición	Ubicación
<i>Elementos de Geometría escritos en francés por A. M. Legendre, individuo del Instituto de Francia, de la Real Sociedad de Londres & c. Traducidos por la duodécima y última edición</i>	Imprenta de Juan de Dios Morales	Caracas, 1854	Biblioteca Central Universidad Central de Venezuela (BUCV)
<i>Elementos de Trigonometría escritos en francés por A. M. Legendre, individuo del Instituto de Francia, de la Real Sociedad de Londres & c. Traducidos por la duodécima y última edición</i>	Imprenta de Juan de Dios Morales	Caracas, 1854	BUCV
<i>Elementos de geometría (con notas). Escritos en francés por A. M. Legendre, miembro del Instituto de Francia, de la Legión de Honor, de la Real Sociedad de Londres & c. Traducidos por la décima y quinta edición. Revisada por el Dr. Jesús Muñoz Tébar-Ingeniero</i>	Alfred Rothe-Editor	Caracas, 1879	Biblioteca Nacional de Venezuela (BNV)
<i>Elementos de trigonometría. Escritos en francés por A. M. Legendre, miembro del Instituto de Francia, de la Legión de Honor, de la Real Sociedad de Londres & c. Traducidos por la décima y quinta edición. Revisada por el Dr. Jesús Muñoz Tébar-Ingeniero</i>	Alfred Rothe-Editor	Caracas, 1880	Biblioteca Universidad de Los Andes (BULA)
<i>Elementos de geometría (con notas). Escritos en francés por A. M. Legendre. Miembro del Instituto de Francia, de la Legión de Honor, de la Real Sociedad de Londres, etc. Última edición. Figuras intercaladas en el texto. Revisada por el Dr. Jesús Muñoz Tébar-Ingeniero</i>	Librería Española de L. Puig Ros	Caracas, 1908	Biblioteca personal del investigador
<i>Elementos de trigonometría. Escritos en francés por A. M. Legendre. Miembro del Instituto de Francia, de la Legión de Honor, de la Real Sociedad de Londres, etc. Última edición. Figuras intercaladas en el texto. Revisada por el Dr. Jesús Muñoz Tébar-Ingeniero</i>	L. Puig Ros y Hermano	Caracas, 1895	BNV

Fuente: Elaboración propia basada en Legendre (1854a, 1854b, 1879, 1880, 1895, 1908)

Una vez verificada la existencia de dichos ejemplares se procedió a diseñar un esquema para la adecuada descripción, comparación y análisis del material en existencia.

Los elementos principales escogidos para ser objeto de comparación y/o análisis fueron esencialmente: el título de la obra (en extenso) y demás datos editoriales; la descripción física (dimensiones, formato, paginación); la división interna y el ordenamiento de las partes y subpartes del volumen; el texto de la advertencia; la redacción de la primera página de cada libro y de las notas, así como la ubicación de las figuras. Adicionalmente se consideraron otros elementos presentes en la obra.

Se extrajeron los datos y la información pertinente antes indicada de cada uno de los ejemplares consultados. Asimismo, en cada caso se tomaron una serie de notas manuscritas acerca de otros detalles y datos relevantes de cada libro. Buena parte de dicha información fue vaciada en un conjunto cuadros y tablas a los fines de poder hacer comparaciones y luego proceder a su discusión y análisis. Como instrumento auxiliar para la recolección de información se empleó la cámara de un teléfono celular para tomar fotografías de ciertas páginas relevantes de los impresos.

A efectos de contrastación se procedió a localizar en Internet versiones digitales de las ediciones francesas originales 12^a y 15^a (Legendre, 1823, 1862), de las cuales proceden las traducciones que corresponden a las ediciones encontradas, así como de ediciones de la obra modificada por Blanchet.

Después de tener a mano los elementos descriptivos y otra información relevante se procedió a contrastarla y analizarla para así poder arribar a un conjunto de conclusiones acerca de las características físicas, estructura interna y enfoque del texto en estudio, así como del origen y autoría de sus traducciones.

Descripción física, datos editoriales y estructura de los ejemplares de la obra

Las dimensiones físicas de los cinco ejemplares revisados se muestran en la Tabla 1.

Tabla 1
Dimensiones de los ejemplares consultados

Edición	Dimensiones
Edición 1854/1854	20,5x13,5 cm (BUCV)
Edición 1879/1880	22,5x14,2 cm (BUCV)
Edición 1879/1880	22,5x14,5 cm (BNV)
Edición 1908/1895	21x14,5 cm (Personal)
Edición 1908/1895	21x14,2 cm (BNV)

Fuente: Elaboración propia

Las dimensiones anteriores corresponden al formato que los bibliógrafos, editores y libreros clásicamente denominan en 8°, el mismo que usaron los editores europeos.

Un elemento a ser destacado es la encuadernación de todos los ejemplares revisados la cual es del tipo *tapa dura*. El ejemplar de la edición 1908/1895 de la BNV así como el de la edición 1854/1854 de la BUCV están restaurados y sus encuadernaciones no son las originales.

En la tapa o cubierta de los ejemplares, salvo el de 1854/1854, no aparece ninguna indicación sobre la obra pero todas están identificadas en el lomo.

Los respectivos títulos son extensos y descriptivos, muy al estilo de la época, incluyéndose allí una especie de microcurrículo del autor, así como cierta referencia sobre la traducción y la base de la misma.

Las diferentes ediciones del texto consultadas (las ediciones: 1854/1854, 1879/1880, 1908/1895) estaban integradas por dos escritos o partes independientes: *Elementos de Geometría* y *Elementos de Trigonometría*, impresas en un solo volumen. Adicionalmente existen unas notas a la parte de geometría las cuales se omiten en la edición de 1854/1854. En las distintas ediciones del texto, después de la portada de la parte referida a trigonometría se encuentra en una portadilla el título *Tratado de Trigonometría*, presentándose así un cambio de denominación con respecto a la de la portada (*Elementos de Trigonometría*).

Se inicia cada ejemplar con una *Advertencia* la cual ocupa dos páginas. En la edición de 1854/1854 es la traducción de la *Advertencia* presente en la edición francesa de 1823 (la 12° de Legendre). En las otras ediciones es una traducción de su similar que aparece en la 15ª edición parisina de 1862.

Cuadro 2: Constitución de cada volumen y extensión de sus componentes

Año(s) de la edición	Advertencia	Cuerpo de los <i>Elementos de Geometría</i>	Notas	Cuerpo de los <i>Elementos de Trigonometría</i>	Figuras
1854/1854	pp. 5-6	pp. 7-169	No hay	pp. 5-92	Al final: 13 láminas desplegables
1879/1880	pp. 5-6	pp. 7-147	pp. 53-92 (siguen a la Trigonometría)	pp. 3-50	Al final: 14 láminas desplegables
1908/1895	pp. 5-6	pp. 7-251	pp. 252-314	pp. 3-77	Intercaladas en el texto

Fuente: Elaboración propia basada en Legendre (1854a, 1854b, 1879, 1880, 1895, 1908)

Como se desprende del Cuadro 2 las dos obras que conforman cada volumen tienen *paginación independiente*. Además, como ya se advirtió con anterioridad, los años de edición que aparecen en las respectivas portadas de cada parte no necesariamente son coincidentes. En razón de lo cual hay que colegir que la parte de la obra con fecha editorial más antigua fue simplemente reimpressa y como fecha de edición de todo el volumen hay que asumir la más cercana en el tiempo.

Otra característica que puede observarse en el Cuadro 2 es que en la tirada de 1854 fueron *omitidas las notas*, las cuales sí aparecen en las otras dos ediciones consultadas aunque distintamente ubicadas; en las ediciones 1854/1854 y 1879/1880 las figuras venían siendo agregadas al final en láminas desplegadas, mientras que en la edición de 1908/1895 ahora están *intercaladas en el texto*.

Un detalle a considerar es que los ejemplares revisados *carecen de índice y de privilegio*.

Las diferencias en el número de páginas son explicables en parte a cambios en las dimensiones de la mancha del volumen (la edición de 1854/1854 tiene una mancha ligeramente menor) y en el caso de la de 1908/1895 debido a que las figuras ahora están intercaladas en el texto lo que cambia el diseño del libro.

La parte de geometría se divide en ocho (8) libros, siguiendo la tradición euclidea. Los temas tratados discriminados por libro son los siguientes:

Cuadro 3: División interna de la parte de geometría y su temario

LIBRO	EDICIÓN	TEMARIO
I	1854, 1879, 1908	Principios
II	1854, 1879, 1908	Del círculo y de la medida de los ángulos
III	1854, 1879, 1908	Proporcionalidad de las figuras
IV	1854, 1879, 1908	De los polígonos regulares y de la medida del círculo
Apéndice al Libro IV	1854	No aparece
	1879	(Sin título). Contiene definiciones y teoremas
	1908	No aparece
V	1854, 1879, 1908	De los planos y ángulos sólidos
VI	1854, 1879, 1908	Los poliedros
VII	1854, 1879, 1908	La esfera
Apéndice a los Libros VI y VII	1854, 1879, 1908	De los poliedros regulares
VIII	1854, 1879, 1908	De los tres cuerpos redondos

Fuente: Elaboración propia basada en Legendre (1854a, 1879, 1908)

La denominación de los ocho libros que conforman la parte de geometría es idéntica en las tres ediciones. Con respecto a los apéndices, el correspondiente al Libro IV sólo está en la edición de 1879/1880; mientras que el referido a los Libros VI y VII aparece en las tres ediciones consultadas.

A continuación mostramos la extensión de cada uno de los ocho (8) libros que componen el escrito referido a geometría.

Cuadro 4: Extensión (en páginas) de los libros que componen los *Elementos de Geometría*

Edición de la Geo.	Libro I	Libro II	Libro III	Libro IV	Apéndice	Libro V	Libro VI	Libro VII	Apéndice	Libro VIII
1854	7-26	27-43	44-74	74-88	-----	89-104	104-128	129-145	146-150	150-169
1879	7-23	24-37	38-62	62-74	74-77	78-90	91-110	111-127	127-130	131-147
1908	7-36	37-65	66-111	112-133	-----	134-155	156-190	191-215	216-222	223-251

Fuente: Elaboración propia basada en Legendre (1854a, 1879, 1908)

Los editores venezolanos del libro

El primer comercio nacional que conocemos ofreciendo la obra es la empresa editorial de Damirón y Dupouy. Esta información se extrajo de su catálogo de 1841 mediante el cual es publicitado el texto para su venta. Sería de sumo interés localizar un ejemplar de esta edición para realizar un análisis detallado del mismo y poder dilucidar si la edición y/o producción física (impresión) se realizó o no en Venezuela. Si fuese edición autóctona sería notable dados los requerimientos técnicos exigidos para imprimir un libro de matemáticas en aquel entonces. Es este el momento de un arranque más firme en la producción criolla de textos referidos a las ciencias exactas (ver Beyer, 2012). Se hallaba localizada esta casa editora en la esquina de Sociedad y su catálogo parece ser uno de los primeros de su tipo que circularon en Venezuela (Castellanos, 2017a).

Posteriormente se encuentra la edición del texto de 1854 debida al impresor Juan de Dios Morales. Es una de las que se localizó a efectos de esta investigación. En 1855 el comercio la *Canastilla de los Estudiantes* ofrece al público un conjunto de libros entre los cuales se encuentra la obra de Legendre en edición caraqueña (Castellanos, 2017a).

En años subsiguientes hay nuevas ediciones que no hemos podido localizar las cuales forman parte del conjunto de “*las extraviadas*”. Así, por ejemplo, para 1873 se encuentra un aviso en *La Opinión Nacional* (citado por Castellanos, 2017b, p. 67) ofreciendo una edición nacional traducida “de la 15ª Edición. *Revisada* por el Dr. Muñoz Tébar”, coligadas a tal fin la *Librería de Rojas Hermanos* y la *Librería de Alfred Rothe*. Esta es la primera mención a Muñoz Tébar asociándolo con el libro.

Una casa editora de renombre, la de Alfred Rothe, publicó nuevamente el libro de Legendre con fecha de edición 1879/1880. En la *Portada* de esta tirada del libro se indica que fue traducida de la décima quinta edición (la francesa de 1862) y *revisada* por el ingeniero venezolano Jesús Muñoz Tébar.

Se encuentran referencias a otras ediciones (Beyer, 2019) entre las que cabe destacar la realizada en el siglo XX por la casa editora de L. Puig Ros (edición 1908/1895), empresa que aún en 1944 mantenía el libro en catálogo. Es la edición que posee el investigador.

Figura 1. Librería de L. Puig Ros a comienzos del siglo XX, casa editora que publicó la obra



Fuente: Museo del Transporte Guillermo José Schael (2014).

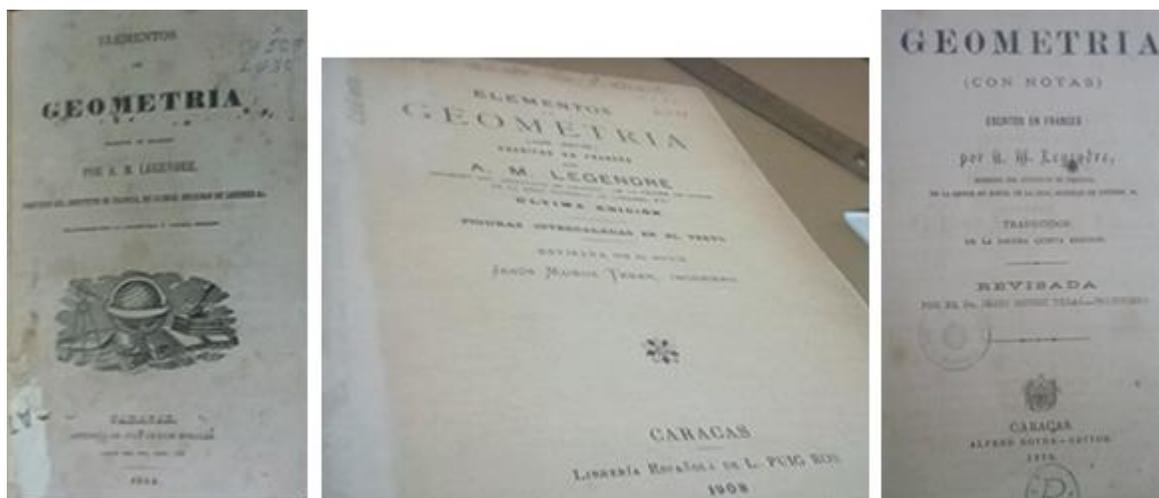
Comparación y análisis de tres ediciones venezolanas distintas de la obra

Obra y autor son un binomio indisoluble y su análisis hay que encuadrarlo dentro de las estrechas relaciones entre ambos y considerando los diversos contextos que les son pertinentes.

El proceso de detección de ediciones venezolanas de la obra condujo a constatar un conjunto de éstas que abarca un período de tiempo que corre desde 1854 hasta el siglo XX, ediciones las cuales se encuentran reseñadas en diversas fuentes. En dicho lapso fueron diversas las casas editoras que se ocuparon de publicar el libro; pero, a pesar de ello la existencia física de ejemplares es escasa y apenas se pudo encontrar los correspondientes a las tres ediciones antes señaladas (ver Cuadro 1).

Las tres ediciones localizadas que se analizan son las de 1854/1854, 1879/1880 y 1908/1895 cuyas portadas se muestran en la Figura 2.

Figura 2. Portadas de las tres ediciones venezolanas analizadas de la geometría de Legendre: 1854, 1908 y 1879



Fuente: Elaboración Propia

Al comparar los ejemplares de las tres ediciones se pudieron observar algunos hechos notorios. De seguidas destacamos algunos.

La edición de 1908/1895, a diferencia de las otras, trae las figuras intercaladas en el texto, lo cual se anuncia ya en su portada. Las figuras aparecen numeradas (con números indo-arábicos) correlativamente a lo largo del impreso.

En todas las ediciones el texto en su parte de geometría se subdivide en *8 libros* siguiendo la tradición euclidea (ver Cuadro 3). A su vez cada uno de los libros se organiza iniciando con las *Definiciones* seguidas de un conjunto de apartados o secciones titulados *Proposiciones* numerados en forma independiente en cada libro; éstas últimas incluyen teoremas, lemas, escolios, corolarios y problemas (no siempre aparecen todos estos elementos). Adicionalmente en algunos libros (II-IV) se contempla al final una sección separada de *problemas*. Ocasionalmente encontramos al final de un libro una sección denominada *Escolio general*. Adicionalmente, en el Libro I se proporciona una explicación de los términos y signos empleados y se enuncian cinco axiomas siguiendo a Euclides.

La parte de trigonometría también se divide en secciones pero éstas carecen de numeración. Es de recordar que aunque la trigonometría aparece en conjunto con la geometría en un mismo volumen sin embargo es un texto independiente de la ésta lo cual explica la diferencia de diseño en la estructuración del escrito y el tener una paginación propia.

El estilo de presentación del contenido sigue básicamente el *modelo jurídico* el cual se adapta a la formalidad matemática del escrito.

Se pudo observar que en la *Geometría* editada en 1908 la extensión de cada Libro es mucho mayor que en las precedentes. Una razón para ello es que ahora las figuras aparecen intercaladas en el texto y no al final de la obra en láminas desplegadas como solían estar en ediciones previas. Asimismo, ocurre con la parte asociada a la *Trigonometría*. Por otro lado, comparando la mancha de esta edición con la de la edición de 1879 la última es mayor, por lo tanto hay más texto por página que en la primera.

Se observaron algunos llamados a pie de página en la edición de 1908 los cuales remiten a las notas.

En la comparación de algunos pasajes se han encontrado leves diferencias de redacción entre una y otra edición.

Cuadro 5: Ejemplos de pequeñas diferencias de redacción entre las ediciones

Edición	Muestra de texto con algunos cambios
1854	“I La Geometría es una ciencia que tiene por objeto la medida de la extensión. La extensión tiene tres dimensiones, longitud, latitud y altura <i>ó profundidad</i> ” (Legendre, 1879, p. 7)
1879	“I La Geometría es una ciencia que tiene por objeto la medida de la extensión. La extensión tiene tres dimensiones, longitud, latitud y altura” (Legendre, 1879, p. 7)
1908	“I La Geometría es una ciencia que tiene por objeto la medida de la extensión <i>de las figuras, y el estudio de sus propiedades</i> . La extensión tiene tres dimensiones, longitud, latitud y altura <i>ó profundidad</i> ” (Legendre, 1908, p. 7)

Fuente: Elaboración propia basada en Legendre (1854a, 1879, 1908)

Aquí se han resaltado con cursivas las pequeñas diferencias (omisión/agregados) en las ediciones correspondientes a 1854 y 1908 con respecto a la de 1879. Dichas modificaciones en las ediciones de 1879 y 1908 han de atribuirse al trabajo realizado por Muñoz Tébar. Cotejando este extracto con su correspondiente en las ediciones francesas 12ª y 15ª se encuentra que en la versión de 1879 se presenta una traducción literal mientras que en la de 1908 se agregan algunas palabras que aclaran el contenido.

Otra diferencia es el *Apéndice al libro IV* incluido en la edición de 1879 el cual está ausente en las ediciones de 1854 y 1908, modificaciones atribuibles a Muñoz Tébar. Asimismo en la edición de 1879/1880 las notas están luego de la parte de trigonometría paginadas correlativamente con ésta (ver resaltado en el Cuadro 2), mientras que en la de 1908/1895 éstas están intercaladas entre la geometría y la trigonometría. Por su lado la edición de 1854/1854 carece de dichas notas.

Una discusión acerca de la(s) traducción(es) editada(s) en Venezuela

Un elemento importante a ser considerado es el referido a las traducciones de la obra. A tal efecto se consideró la evolución editorial del libro fuera de nuestro país y la historia editorial del mismo dentro de nuestras fronteras, así como las traducciones castellanas del texto. Para esto nos basamos en varios estudios (García Azcárate, 2004; Schubring, 2009; Beyer, 2019).

Es de interés anotar que Albis González (1977) y Albis G. y Sánchez B. (s/f) reportan la existencia de una traducción de la versión modificada por Blanchet, realizada por Lleras en Colombia y publicada en 1866, la cual ha sido considerada como la primera de su tipo en América Latina. Por su lado, García Azcárate (2004) hace mención a las dos traducciones realizadas por el español Gilman en 1807 y 1827, respectivamente.

Al estar registrada la circulación en Venezuela de versiones de la obra en castellano desde 1841 es de interés determinar su procedencia y quién las tradujo. Esto se complica dado que de varias de tales ediciones no se han podido obtener ejemplares (“*las extraviadas*”) y sólo es dable establecer algunas conjeturas sobre éstas.

La primera edición caraqueña que puede documentarse sale a la luz en 1854 publicada por Juan de Dios Morales. Antecede pues esta edición a la bogotana de 1866 *teniendo en consecuencia la venezolana la primacía; es decir, es ésta la primera edición de la obra de Legendre en tierras americanas*. Cabe entonces preguntarse si también corresponde a una traducción realizada en Venezuela.

La respuesta a la anterior interrogante es negativa. El análisis del ejemplar consultado indica que se trata de una traducción de la 12ª edición francesa del libro original de Legendre el cual fue publicado en 1823, justamente la que realizó Gilman en 1827. Para dicho análisis se consideró lo afirmado por el traductor en la *Advertencia* de la obra y el estudio realizado por García Azcárate (2004) lo cual permitió contrastar algunos elementos del ejemplar consultado con sus análogos de la traducción de Gilman citados por esa investigadora.

Las posteriores ediciones caraqueñas que han podido detectarse, la de Rojas Hermanos de 1865 y la de Alfred Rothe de 1868, tienen todas las características de ser nuevamente tiradas de la traducción de Gilman de 1827 de acuerdo con la información recopilada. Refieren que son traducción de 12º edición, la francesa de 1823. No ha podido consultarse ningún ejemplar de las mismas. Vale decir son nuevas tiradas del mismo libro que fue publicado en 1854 por Juan de Dios Morales.

Una subsiguiente edición, la de 1873, se encuentra anunciada en el periódico *La Opinión Nacional* (citado por Castellanos, 2017b, p. 67) en donde se ofrece una edición nacional traducida de la “15ª Edición. *Revisada por el Dr. Muñoz Tébar* [cursivas añadidas]”. Se asociaron para esta tarea la *Librería de Rojas Hermanos* y la *Librería de Alfred Rothe*. Evidentemente *se trata de una nueva traducción* de la obra basada en una versión original distinta a la empleada por Gilman, quien lo había hecho en 1827 sobre la base de la 12ª edición francesa de 1823, mientras que ésta se hacía de la 15ª edición francesa de 1862.

Es ésta la primera mención explícita vinculando a Muñoz Tébar con el libro. Llama la atención que allí no se afirme directamente que él la tradujo y se le adjudique sólo el papel de revisor.

Alfred Rothe imprime nuevamente el texto (edición de 1879/1880) con la coletilla “Traducidos de la décima quinta edición. *Revisada por el Dr. Jesús Muñoz Tébar*, Ingeniero [cursivas añadidas]” (Legendre, 1879, *Portada*). Así la reportan también los catálogos de las bibliotecas y bibliógrafos como Sánchez (1946). Es una de las analizadas en este escrito.

Con respecto a esta edición de 1879/1880 de los *Éléments* el acucioso investigador colombiano Albis González (1977) expresa que la traducción “fue realizada en Venezuela *bajo la supervisión de Jesús Muñoz Tébar* en 1879 [cursivas añadidas]” (p. 339) y en la ficha de la obra que él anexa separa la Geometría, la Trigonometría y las Notas, afirmando que Muñoz Tébar supervisó las traducciones de las dos primeras partes mientras que con respecto a *las notas* indica que éstas fueron “*Traducidas de la décima quinta edición francesa por el doctor Jesús Muñoz Tevar* (sic) Ingeniero [cursivas añadidas]” (op. cit., p. 340).

Puede evidenciarse que existen discrepancias y versiones contrapuestas sobre este asunto. Así, biógrafos y otros estudiosos aseveran que Muñoz Tébar sí fue el traductor de todo el libro. Se tiene que Pardo Stolk y de Amezaga (1973), Olivar (2008), Cilento Sarli et al. (1999) y Freytes (2000) así lo afirman tajantemente.

Otra fuente, la copia facsimilar de la *Memoria del Ministerio de Obras Públicas* de 1875 editada en 1975 para celebrar el centenario de la creación de dicho ministerio, tiene un estudio preliminar realizado por los editores en donde se afirma que Muñoz Tébar “dejó prueba impresa [de su inclinación por los estudios matemáticos] en *sus traducciones de los libros de Lacroix y de Legendre sobre álgebra y geometría* ... [cursivas añadidas]” (p. 12). Hay aquí nuevamente una afirmación categórica sobre este asunto.

También Frydensberg (1895) en su catálogo de obras didácticas de aquella época en referencia a la participación de Muñoz Tébar coloca: “Elementos de geometría por A. M. Legendre, traducidos al castellano y arreglados según la 14ª edición” (p. 331), atribuyéndole a Muñoz Tébar la labor de traducción aunque la asocia con la 14ª francesa y no con la 15ª. Un editor del libro en un catálogo inserto en otra obra (Rothe, 1880) también señala a Muñoz Tébar como traductor.

Resumiendo lo antes expuesto aparecen dos señalamientos: en uno se expresa que Muñoz Tébar tradujo la obra (íntegramente) y en el otro se indica que tradujo las notas de la décima quinta edición y/o revisó (o mejoró) la traducción del cuerpo de la obra.

Para dirimir este asunto se requiere realizar un cuidadoso análisis. Se comenzará por bosquejar quién era Jesús Muñoz Tébar enfatizando en su formación profesional, su experiencia y sus inclinaciones.

El insigne ingeniero venezolano Jesús Muñoz Tébar (1847-1909) “culmina satisfactoriamente [en 1866] el tercer bienio en la Academia Militar de Matemáticas de Caracas y obtiene el grado de Teniente de Ingenieros. Para entonces ya había recibido el título de Bachiller en Filosofía en la Universidad Central de Venezuela” (Olivar, 2008, p. 27). Además dominaba el idioma francés.

Es de destacar que Muñoz Tébar profesaba un gran amor por las ciencias exactas a lo cual debemos sumarle el hecho de que “en 1868 es designado profesor del primer bienio de la Academia de Matemáticas y en 1870 aparece dictando cátedra a los alumnos del tercero” (Olivar, 2008., p. 29). Asimismo en 1872 dicta clases en el 2º bienio. Adicionalmente en ese año dirige una importante escuela experimental y su afición por la geometría y su dedicación a la docencia lo llevaron a escribir varias obras didácticas (*Catecismo del Sistema Métrico Decimal, para el uso de las escuelas de la República, 1873; Geometría para el uso de las escuelas de la República, 1877*).

Hay que resaltar que en dicha *Academia* se empleaba desde sus inicios en 1831 los *Éléments* como texto de estudio para la geometría. Este hecho se deduce de las propias palabras de su Director, Juan Manuel Cagigal, quien en su informe de 1838 declara haber incorporado a la naciente biblioteca “algunas de las obras que sirven de texto de la escuela militar de West Point” (Cagigal, 1838, p. 37); expresando además que en en dicho plantel “se enseña [...] por los mismos textos adoptados en la escuela de puentes y calzadas de Francia” (Cagigal, 1838, p.

48). En ambas instituciones extranjeras era obligado el uso del libro de Legendre (Preveraud, 2013; École des Ponts et Chaussées, 1872).

Asimismo, Zawisza (1980) habla de “la modesta biblioteca completada por Cagigal” (p. 61) señalando que “en 1835 llegan los libros de Francia [...]” (Zawisza, 1988, p. 174), dotación que ya reportaba Cagigal en su tercer y cuarto informes (Cagigal, 1834, 1836). Adicionalmente Zawisza (1980) reporta que en un lote de libros adquiridos por la *Academia* entre 1865-1866 vino la versión *Éléments de géométrie avec additions et modifications par Blanchet* la cual correspondía a la 2ª edición basada en la 15ª de Legendre (*Deuxième Édition suivie de la Quinzième Edition*). También da noticia de la presencia en la biblioteca del plantel en el año 1866 de otra edición de la obra traducida al castellano. Ernst (1875) y Zawisza (1980) afirman que allí también estaba la 12ª edición original en francés (la de 1823).

Lo antes señalado indica el uso continuado en esta institución del libro de Legendre encontrándose allí diversas ediciones tanto en francés como en castellano. En consecuencia Muñoz Tébar como estudiante y docente de la *Academia* manejaba los contenidos presentados en la obra y tuvo la oportunidad de tener a la mano distintas versiones de la misma. Asimismo pudo percibir deficiencias en la traducción de Gilman y omisiones como la de las notas en la edición caraqueña de 1854. Tenía pues Muñoz Tébar la motivación y todas las credenciales a su favor para abordar la labor de traductor la cual emprendió vertiendo los *Éléments* al idioma de Cervantes.

Al cotejar la edición de 1854/1854 con la de 1879/1880 (cuya traducción se le atribuye a Muñoz Tébar) se constata que existen cambios de redacción así como en ella están incorporadas las notas las cuales están ausentes en la edición de 1854.

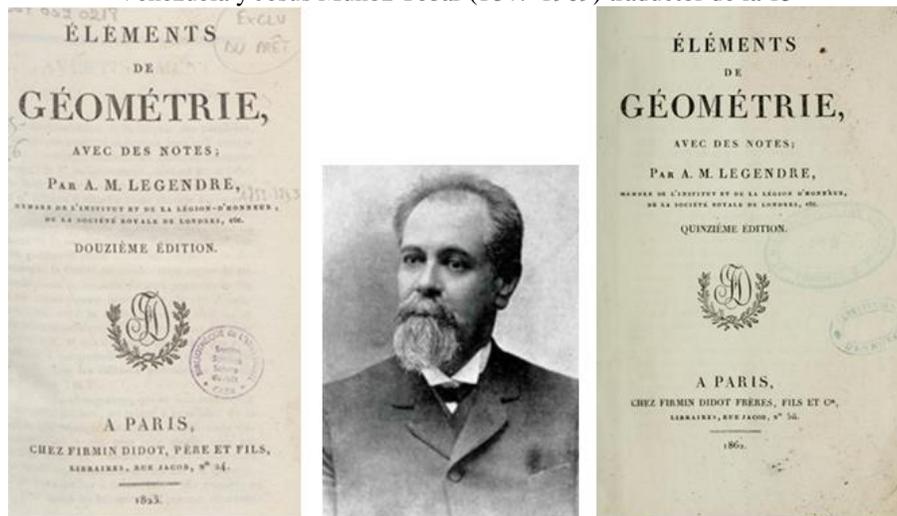
Como ya se dijo, Muñoz Tébar debió percatarse de algunas cuestiones no satisfactorias en las versiones castellanas de Gilman y le parecería pertinente mejorarlas, pero podría también haber sido un encargo del editor o ambas circunstancias la motivación para emprender esta difícil tarea.

Muñoz Tébar podía disponer de las traducciones al castellano de Gilman que habían circulado en el país y contaba con las ediciones francesas: la 12ª y la 15ª de París (Legendre, 1823, 1862) para cotejar aquellas, así como la versión modificada de Blanchet. Tal vez incluso tuvo acceso a la traducción colombiana de 1866.

Los cambios de redacción encontrados al cotejar la edición de 1854/1854 con la 1879/1880 constituyen un claro indicativo de que Muñoz Tébar además de traducir las notas también iba traduciendo el libro basándose en la 15ª edición, teniendo a la vista las versiones españolas de Gilman, haciéndole modificaciones, ajustes y mejoras al trabajo del traductor ibérico. La incorporación en 1879 y subsecuente desincorporación en 1908 del *Apéndice al libro IV* hay que achacársela al ingeniero venezolano. Esa es la manera usual de trabajo de un traductor cuando existe(n) traducción(es) previa(s) de una obra.

Finalmente, en el título de la edición 1908/1895 ya no se habla de traducción sino sólo de revisión lo cual es indicativo que para esta tirada Muñoz Tébar se limitó a revisar su trabajo previo de traducción, haciéndole ajustes y mejoras.

Figura 3. Ediciones 12ª y 15ª francesas cuyas traducciones circularon en Venezuela y Jesús Muñoz Tébar (1847-1909) traductor de la 15ª



Fuente: diversas páginas de Internet

Algunos resultados y conclusiones referidos a las ediciones venezolanas

Los datos e información recopilados y su posterior análisis conducen a un conjunto de conclusiones que se expondrán en esta sección.

Un primer hecho a ser señalado es que existe suficiente documentación que permite estudiar con cierta precisión la obra y la evolución histórica de las ediciones venezolanas, principalmente a través de los catálogos de las empresas editoras y aquellos realizados por diversos bibliógrafos. Además distintas investigaciones y ensayos vinculados con la temática educativa y con la bibliografía nacional orientan en torno a la existencia de diversas ediciones (foráneas y nacionales) de los *Elementos de Geometría* de Legendre, aunque no todas estas

ediciones están disponibles en las bibliotecas. Asimismo, durante la realización de la presente investigación se ha podido constatar la existencia física de ejemplares de tres ediciones del libro en distintas bibliotecas del país.

La indagación ha conducido a determinar fehacientemente la presencia del texto en el mercado librero nacional por lo menos desde 1841. Asimismo, la documentación basada en fuentes primarias permite aseverar la permanencia continuada de la obra en dicho mercado durante el resto del siglo XIX hasta bien entrado el siglo XX, mediante la importación de ediciones foráneas (traducidas al castellano y en francés) así como mediante la producción de diversas ediciones nacionales, incluso algunas traducidas en el país.

Este texto se empleó en Venezuela por más de un siglo marcando una pauta en la enseñanza de esta temática y sirviendo de modelo a seguir para los autores nacionales de obras didácticas de geometría. Fue texto obligado en la *Academia de Matemáticas de Cagigal* desde los inicios de dicho plantel y también fue adoptado por la Universidad al pasar la formación de ingenieros a esa casa de estudios. Asimismo, los Colegios Nacionales y muchos colegios privados acogieron la obra como texto de estudio para la geometría.

Particular relevancia reviste la edición realizada en 1854 por Juan de Dios Morales la cual constituye la primera edición hispanoamericana de la obra antecediendo a la bogotana de 1866 que se tenía como la primera. Adicionalmente la edición caraqueña es una reproducción de la traducción ejecutada por Gilman en 1827 de la 12^o original de Legendre, mientras que la colombiana se tradujo de la versión de la obra de Legendre modificada por Blanchet. En lo que sí mantiene su primacía la obra publicada en Bogotá es en ser la primera traducción realizada en la América Hispana.

El análisis y comparación de los diversos ejemplares consultados ha permitido corroborar los asertos formulados en trabajos previos (p.e. García Azcárate, 2004) acerca del enfoque riguroso de la geometría (en dos y tres dimensiones) presentado en la obra, así como la existencia de dos niveles de lectura: uno establecido en el cuerpo del libro que conforma un texto de estudio para aprendices de esta área de las matemáticas; y otro, desarrollado a través de las notas dedicado a los estudios de la matemática como campo disciplinar, para los que quisieran profundizar o incursionar en la tareas investigativas.

Con respecto a la traducción al castellano se pudo determinar que las ediciones que circularon en el país desde 1854 y antes de 1873 (1854, 1865) estuvieron basadas en la 12^a

edición francesa de 1823 traducida por Gilman en 1827; mientras que con respecto a la de 1841 no hay seguridad. En la edición de 1873 por vez primera aparece Jesús Muñoz Tébar vinculado a la traducción del libro. El análisis de la participación del ingeniero venezolano en esta tarea permite aseverar que *fue él el traductor de las ediciones venezolanas realizadas en 1873 y a partir de allí* (1879/1880, 1908/1895) basándose en la edición 15^a francesa.

Desde el punto de vista comercial la obra fue un éxito de ventas lo cual se constata en las permanentes ofertas de las casas libreras promocionando el libro en sus respectivos catálogos, en la prensa y mediante hojas sueltas (volantes). El texto fue vendido por los principales comercios del ramo en ediciones importadas (traducidas al castellano o en francés) e incluso en ediciones propias, algunas traducidas en el país. Además su difusión fue amplia llegando a diversos lugares del interior de la nación mediante la amplia red comercial que tenían algunos de los empresarios del ramo.

Entre los principales cambios y modificaciones entre una y otra edición, así como características comunes resaltantes, cabe mencionar:

- En las tres ediciones analizadas la obra consta de dos partes (Geometría y Trigonometría), editadas en *un solo volumen* en 8° pero a veces con distinta fecha de edición entre las partes.
- El texto de la parte dedicada a la geometría está *subdividido en ocho libros*, siguiendo la tradición euclídea; cada libro a su vez tiene subdivisiones configurando un todo de *estructura arborescente* y escrito en un formato que sigue esencialmente el *modelo jurídico*.
- El diseño y la presentación de la obra fue mejorado por ejemplo intercalando las figuras en el texto, así como se fue revisando y mejorando la traducción del texto.
- Comparando entre sí las ediciones se aprecian ciertas diferencias: ausencia/presencia de notas y de su ubicación; ausencia/presencia de apéndices; y algunas pequeñas modificaciones en la redacción. También existe diferencias en la paginación.

Ha de concluirse señalando que los *Elementos de Geometría* de Legendre constituyen una obra de innegable importancia la cual tuvo un gran impacto en el país así como un prolongado y continuado uso en el ámbito educativo venezolano en distintos niveles, desplazando el uso de otros libros como los *Elementos* de Euclides y la contemporánea *Geometría* de Lacroix.

Como punto final es de reseñar que existe un conjunto de ediciones como la de 1841 o la 1865 de las cuales no se han localizado ejemplares y sólo se cuenta con escasa información que no va más allá de su anuncio en catálogos u otros medios o en breves entradas en estudios de carácter bibliográfico. Estas ediciones son las que hemos denominado “*las extraviadas*” y cuya localización sería de enorme interés para profundizar el tema aquí tratado.

Referencias

- Albis González, V. S. (1977). Latin-American translations of Legendre's “*Éléments de Géométrie*”. *Historia Mathematica*, 4(3), 339-340. Recuperado de: <https://www.sciencedirect.com/journal/historia-mathematica/vol/4/issue/3>.
- Albis G., V. & Sánchez B., C. E.. (s/f). *Luis María Lleras, su traducción de los Éléments de Géométrie de Legendre y su correspondencia con Hermite..* Recuperado desde <https://accefyn.com/microsites/grupos/historia-filosofia/wp-content/uploads/2018/05/LuisMaraLlerasMathesis3.pdf>.
- Best, J. W. (1961). *Cómo investigar en educación*. México: Editora Nacional.
- Beyer, W. (2012). *Estudio evolutivo de la enseñanza de las matemáticas elementales en Venezuela a través de los textos escolares:1826-1969*. La Paz, Bolivia: Instituto Internacional de Integración Convenio Andrés Bello-Grupo de Investigación y Difusión en Educación Matemática.
- Beyer, W. (2019). Ediciones y traducciones venezolanas de los *Éléments de Géométrie* de Legendre. Un preámbulo para el estudio de su impacto en Venezuela. *Revista Colombiana de Matemática Educativa (RECME)*, 4. (Por aparecer).
- Cagigal, J. M. (1834). III Informe dado al Gobierno por el Director de la Academia de Matemáticas. En: Luis Correa (Comp.). (1956). *Juan Manuel Cagigal. Escritos literarios y científicos* (pp. 29-34). Caracas: Imprenta Nacional.
- Cagigal, J. M. (1836). IV Informe dado al Gobierno por el Director de la Academia de Matemáticas. En: Luis Correa (Comp.). (1956). *Juan Manuel Cagigal. Escritos literarios y científicos* (pp. 35-40). Caracas: Imprenta Nacional.
- Cagigal, J. M. (1838). VI Informe dado al Gobierno por el Director de la Academia de Matemáticas. En: Luis Correa (Comp.). (1956). *Juan Manuel Cagigal. Escritos literarios y científicos* (pp. 47-51). Caracas: Imprenta Nacional.
- Castellanos, R. R. (2017a). *Historia de las librerías en Venezuela (1607-1900). Tomo I*. Caracas: Centro Nacional del Libro.
- Castellanos, R. R. (2017b). *Historia de las librerías en Venezuela (1607-1900). Tomo II*. Caracas: Centro Nacional del Libro.
- Choppin, A. (2000). Pasado y presente de los manuales escolares. En: Julio Ruiz Berrío (Ed). (2000). *La cultura escolar en Europa. Tendencias históricas emergentes* (pp. 107-165). Madrid: Editorial Biblioteca Nueva.

- Cilento Sarli, A.; López Villa, M. A.; Marcano González, Luis F. & Martín Frechilla, J. J. (1999). El dispositivo de obras públicas en Venezuela (1874-1976). En: J. J. Martín Frechilla & Texera, Y. (Comps.) (1999). *Modelos para desarmar. Instituciones y disciplinas para una historia de la ciencia y la tecnología en Venezuela* (pp. 49-125). Caracas: Consejo de Desarrollo Científico y Humanístico, Universidad Central de Venezuela.
- Damirón y Dupouy. (1841). *Catálogo de los libros y mercancías que se hallan de venta en el Almacén de Damirón y Dupouy*. Caracas: Imprenta de Francisco de P. Nuñez.
- École des Ponts et Chaussées (1872). *Catalogue des livres composant la Bibliothèque de l'École des Ponts et Chaussées*. Paris: Imprimerie Nationale. Recuperado de: https://books.google.co.ve/books?id=ubE_AQAAMAAJ&pg=PR1&lpg=PR1&dq=%22Catalogue+des+livres+composant+la+Biblioth%C3%A8que+de+l%27%C3%89cole+des+Ponts+et+Chauss%C3%A9es%22&source=bl&ots=WsNtN0VoUq&sig=ACfU3U3PrdojufFa_GBw7W2f8dMeLTNyag&hl=es-419&sa=X&ved=2ahUKEwiJzuvlqcvoAhVKT98KHY8-CoU4ChDoATAAegQICxAp#v=onepage&q=%22Catalogue%20des%20livres%20composant%20la%20Biblioth%C3%A8que%20de%20l%27%C3%89cole%20des%20Ponts%20et%20Chauss%C3%A9es%22&f=false.
- Ernst, A. (1875). *Catálogo de la biblioteca de la Universidad de Caracas. Formado de orden del Ilustre Americano, Regenerador y Presidente de los Estados Unidos de Venezuela, General Guzmán Blanco*. Caracas: Imprenta de "La Opinión Nacional".
- Freytes, Y. (2000). Un esbozo histórico de las matemáticas en Venezuela. I Parte: Desde la Colonia hasta finales del siglo XIX. *Boletín de la Asociación Matemática Venezolana*, 7(1-2), 9-37. Recuperado de: <https://www.emis.de/journals/BAMV/conten/vol07/yfreites.pdf>.
- Frydensberg, A. (1895). Materiales para la bibliografía nacional. En: R. Seijas (Ed.). (1974). *Primer libro venezolano de literatura, ciencias y bellas artes* (pp. 304-336). Caracas: Concejo Municipal del Distrito Federal.
- García Azcárate, A. (2004). Un best-seller del siglo XIX: Los *Elementos de Geometría* de Legendre. En: J. J. Escribano Benito et al. (Eds.). *Actas VIII Congreso de la Sociedad Española de Historia de las Ciencias y de las Técnicas*. Logroño: SEHCYT-Universidad de La Rioja, 357-367. Recuperado de: <https://docplayer.es/28530187-Un-best-seller-del-siglo-xix-los-elementos-de-geometria-de-legendre-ana-garcia-azcarate.html>.
- Gimeno Sacristán, J. (1998). *El curriculum: una reflexión sobre la práctica*. Madrid: Ediciones Morata.
- Legendre, A. M. (1823). *Éléments de Géométrie, avec des notes; par A. M. Legendre, membre de l'Institut et de la Légion d'Honneur, de la Société Royale de Londres, etc.* Paris: Firmin Didor père et fils. Recuperado de: <https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k9771899n/f9.image>.
- Legendre, A. M. (1854a). *Elementos de Geometría escritos en francés por A. M. Legendre, individuo del Instituto de Francia, de la Real Sociedad de Londres & c. Traducidos por la duodécima y última edición*. Caracas: Imprenta de Juan de Dios Morales.

- Legendre, A. M. (1854b). *Elementos de Trigonometría escritos en francés por A. M. Legendre, individuo del Instituto de Francia, de la Real Sociedad de Londres & c. Traducidos por la duodécima y última edición*. Caracas: Imprenta de Juan de Dios Morales.
- Legendre, A. M. (1862). *Éléments de Géométrie, avec des notes; par A. M. Legendre, membre de l'Institut et de la Légion d'Honneur, de la Société Royale de Londres, etc.* Paris: Firmin Didot frères, fils et c^{ie}. Recuperado de: <https://ia800304.us.archive.org/26/items/lmentsdego00lege/lmentsdego00lege.pdf>.
- Legendre, A. M. (1879). *Elementos de geometría (con notas). Escritos en francés por A. M. Legendre, miembro del Instituto de Francia, de la Legión de Honor, de la Real Sociedad de Londres & c. Traducidos por la décima y quinta edición. Revisada por el Dr. Jesús Muñoz Tébar-Ingeniero*. Caracas: Alfred Rothe-Editor.
- Legendre, A. M. (1880). *Elementos de trigonometría. Escritos en francés por A. M. Legendre, miembro del Instituto de Francia, de la Legión de Honor, de la Real Sociedad de Londres & c. Traducidos por la décima y quinta edición. Revisada por el Dr. Jesús Muñoz Tébar-Ingeniero*. Caracas: Alfred Rothe-Editor.
- Legendre, A. M. (1895). *Elementos de trigonometría. Escritos en francés por A. M. Legendre. Miembro del Instituto de Francia, de la Legión de Honor, de la Real Sociedad de Londres, etc. Última edición. Figuras intercaladas en el texto. Revisada por el Dr. Jesús Muñoz Tébar-Ingeniero*. Caracas: L. Puig Ros y Hermano.
- Legendre, A. M. (1908). *Elementos de geometría (con notas). Escritos en francés por A. M. Legendre. Miembro del Instituto de Francia, de la Legión de Honor, de la Real Sociedad de Londres, etc. Última edición. Figuras intercaladas en el texto. Revisada por el Dr. Jesús Muñoz Tébar-Ingeniero*. Caracas: Librería Española de L. Puig Ros.
- Ministerio de Obras Públicas. (1875). *Memoria del Ministerio de Obras Públicas al Congreso de los Estados Unidos de Venezuela, en 1875*. Caracas, Imprenta Federal. Recuperado de: <https://books.google.co.ve/books?id=BUBRAQAAMAAJ&pg=PA12&lpg=PA12&dq=%22sus+traducciones+de+los+libros+de+Lacroix+y+de+Legendre%22&source=bl&ots=51nztqVj0&sig=ACfU3U0Sbq8iWUZKNwuHeFnjs2eT06xvsQ&hl=es&sa=X&ved=2ahUKewjE8Ka13c3oAhWrnOAKHeTbDrwQ6AEwAHoECAIQKQ#v=onepage&q=%22sus%20traducciones%20de%20los%20libros%20de%20Lacroix%20y%20de%20Legendre%22&f=false>.
- Museo del Transporte Guillermo José Schael. (2014). *Librerías y Libreros de Caracas*. Recuperado de: <http://museodeltransportecaracas.blogspot.com/2014/10/librerias-y-libreros-de-caracas.html>.
- Olivar, J. A. (2008). *Jesús Muñoz Tébar*. Caracas: C. A. Editora El Nacional-Bancaribe.
- Pardo Stolk, E. & de Amezaga, V. (1973). *Jesús Muñoz Tébar*. Caracas: Ministerio de Educación, Dirección General, Departamento de Publicaciones.
- Preveraud, T. (2013). *Transmissions des enseignements mathématiques français à l'Académie militaire américaine de West Point (1815-1836). Amnis, 12*. Recuperado desde <http://journals.openedition.org/amnis/1943>.

- Rothe, A. (1880). Otras obras publicadas en la misma Casa. En: A. Gossart (1880). *Estenaritmia o abreviación de los cálculos, complemento indispensable de la aritmética*. Caracas: Allfred Rothe Editor.
- Sánchez, M. S. (1946). *Bibliografía de obras didácticas publicadas en Venezuela o por autores venezolanos en el exterior*. Caracas: Tipografía Americana.
- Schubring, G. (1987). On the methodology of analysing (SIC) historical textbooks: Lacroix as textbook author. *For the Learning of Mathematics*, 7(3), 41-51.
- Schubring, G. (2003). *Análise histórica de livros de matemática*. Campinas: Editora Autores Associados.
- Schubring, G. (2009). A origem da geometria de Legendre e o seu impacto internacional. En: Luis Carlos Guimarães (Org.). *Adrien Marie Legendre, Elementos de Geometria. Reedición da primeira tradução brasileira de 1809* (pp. 353-384). Rio de Janeiro: Editotra LIMC.
- Zawisa, L. (1980). *La Academia Matemática de Caracas*. Caracas; Ministerio de la Defensa.
- Zawisa, L. (1988). *Arquitectura y obras públicas en Venezuela. Siglo XIX. Tomo I*. Caracas: Ediciones de la Presidencia de la República.

LAS ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS EN UN CONTEXTO REALISTA

Juan Nápoles Valdés

jnapoles@exa.unne.edu.ar

<https://orcid.org/0000-0003-2470-1090>

Universidad del Nordeste, Corrientes, Argentina

Oswaldo Jesús Rojas Velázquez

orojasv69@uan.edu.co

<https://orcid.org/0000-0001-9015-2400>

Universidad Antonio Nariño, Bogotá, Colombia

Recibido: 15/04/2020 **Aceptado:** 23/mayo/2020

Resumen

Indudablemente las ciencias matemáticas, así como el ejercicio de su enseñanza, a lo largo de toda su historia, siempre han tenido como principal medio y fin la resolución de problemas matemáticos. Halmos (1980) no puede ser más elocuente al respecto, cuando afirma que los problemas son “*el corazón de la Matemática*”. Resolver un problema debe servir no sólo para un simple entrenamiento intelectual, sino también para un efecto educativo formativo, para ilustrar lo anterior con suficiente claridad, hemos tomado un tema no demasiado heterogéneo, las ecuaciones diferenciales ordinarias. Presentamos un problema muy actual, un modelo de difusión de una epidemia, discutimos su solución y enfoques y hacemos algunas reflexiones educativas, desde las posiciones de la Matemática Realista.

Palabras clave: Matemática Realista, Ecuaciones Diferenciales, Modelación.

AS EQUAÇÕES DIFERENCIAIS ORDINÁRIAS EM UM CONTEXTO REALISTA

Resumo

Indubitavelmente, as ciências matemáticas, bem como o exercício de seu ensino, ao longo de sua história, sempre tiveram como principal meio e finalidade a resolução de problemas matemáticos. Halmos (1980) não poderia ser mais eloquente a esse respeito, quando afirma que os problemas são “*o coração da matemática*”. A resolução de um problema deve servir não apenas para um treinamento intelectual simples, mas também para um efeito educacional formativo, para ilustrar o exposto com clareza suficiente, adotamos um tópico não muito heterogêneo, equações diferenciais ordinárias. Apresentamos um problema muito atual, um modelo para a disseminação de uma epidemia, discutimos sua solução e abordagens, e fazemos algumas reflexões educacionais, a partir das posições da Matemática Realista.

Palavras chaves: Matemática Realista, Equações Diferenciais, Modelagem

ORDINARY DIFFERENTIAL EQUATIONS IN A REALISTIC CONTEXT

Abstract

Undoubtedly, the mathematical sciences, as well as the exercise of their teaching, throughout their history, have always had as their main means and end the resolution of mathematical problems. Halmos (1980) could not be more eloquent in this regard, when he states that problems are “the heart of mathematics”. Solving a problem should serve not only for a simple intellectual training, but also for a formative educational effect, to illustrate the above with sufficient clarity, we have taken a not too heterogeneous topic, ordinary differential equations. We present a very current problem, a model for spreading an epidemic, discuss its solution and approaches, and make some educational reflections, from the positions of Realistic Mathematics.

Keywords: Realistic Mathematics, Differential Equations, Modeling

Preliminares

Uno de los fundamentos de la actual reforma de la enseñanza de la matemática es el concepto del que se parte respecto a la naturaleza del conocimiento matemático. La perspectiva histórica permite mostrar, entre otras cosas, que la matemática es un conjunto de conocimientos en evolución continua y que en esta evolución desempeña a menudo un papel de primer orden su interrelación con otros conocimientos y la necesidad de resolver determinados problemas prácticos.

En esta dirección, cabe señalar que el marco didáctico-metodológico, en el que está enmarcado nuestro trabajo, es el siguiente:

1. Concebir de manera dinámica a la matemática, lo que se expresa en la célebre frase de Philip E. Jourdain, en la introducción a su texto “**La naturaleza de la matemática**”, cuando al declarar el objetivo central apuntaba: “*Espero que conseguiré mostrar que el proceso del descubrimiento matemático es algo vivo y en desarrollo*” (Jourdain, 1976)¹⁰⁹. Esta concepción se refleja en una enseñanza basada en la *resolución de problemas*, tanto para el desarrollo de diversas habilidades lógicas de los alumnos, como para aclarar cuáles de aquellos hechos fueron los que motivaron el surgimiento de un concepto y por qué, cuál era el marco de rigor en aquel entonces, cuál la metodología, las concepciones y su influencia en el proceso de enseñanza-aprendizaje hoy.
2. Aceptar el triple significado de los objetos matemáticos: institucional, personal y temporal (Godino & Batanero, 1994; Nápoles, 1997)¹¹⁰.

¹⁰⁹ Philip E. B. Jourdain, matemático francés (1879-1919)

¹¹⁰ El conocimiento se produce con **continuidad temporal** y no sólo en el ámbito reconocido **institucionalmente** para ese fin, se produce en **todos los ámbitos de la vida humana**. Los distintos conocimientos que se producen se pueden parcelar para su análisis y calificar a cada una de las facetas separadas con un nombre

3. Distinguir entre una *argumentación*, una *prueba* y una *demostración*, y la necesaria dosificación de éstas en el currículo escolar, así como las discusiones en torno a las concepciones clásicas sobre la demostración matemática y el marco de rigor de las mismas¹¹¹. Así, se prefieren en ocasiones pruebas que expliquen (incluso en la labor docente, a veces más que una demostración es necesaria y útil una “discusión”), en vez de pruebas que sólo “prueben”. Han adquirido relevancia, en los últimos tiempos incluso, las llamadas *pruebas sin palabras*, donde las representaciones geométricas vendrían a jugar el papel de las explicaciones necesarias.
4. Que existen diferencias cualitativas entre el funcionamiento académico (a nivel de investigación, como “saber sabio”) de un determinado conocimiento y el funcionamiento didáctico del mismo ya que, por diversas causas, los usos y connotaciones de las nociones Matemáticas tratadas en las instituciones de enseñanza son necesariamente *restringidas*.
5. Que a los estudiantes es conveniente ofrecerles situaciones problemáticas que pueden imaginar, realistas. En la Educación Matemática Realista, los problemas presentados a los estudiantes pueden venir del mundo real concreto, pero también ser elaborados (pseudo-reales o completamente ficticios) o del mundo formal de las Matemáticas, siempre y cuando estos problemas sean concebidos como reales por los estudiantes.

Partamos de una cuestión central, este enfoque ¿qué ventajas nos ofrece? Entre otras podemos destacar las siguientes:

- a. Aprende nuevas matemáticas participando en actividades matemáticas.
- b. Modifican sus propias concepciones y creencias sobre la naturaleza de las matemáticas.
- c. Permite construir modelos de pensamiento estudiantil y estudiar sus modos de actuación.
- d. Aprenden “nuevas” matemáticas.

¿Por qué usar ecuaciones diferenciales?

- a. Es un curso importante para una gran variedad de especialidades.
- b. Es un área en la que se ha llevado a cabo poca investigación educativa.
- c. Los cursos siguen un enfoque tradicional: organizado principalmente en torno a métodos analíticos de solución.
- d. Es un curso organizado alrededor de la modelación, con métodos gráficos, numéricos y cualitativos.

diferente, sin embargo en el sujeto que conoce tal separación es imposible de modo que la actividad matemática ha de tener en cuenta tal diversidad de fuentes de conocimiento así como los condicionantes que tiene el conocimiento matemático inmerso en el potente conocimiento cultural. Ambos planos de análisis de dentro y de fuera de las instituciones escolares, creemos que pueden ser válidos para aportar luz sobre los procesos cognitivos.

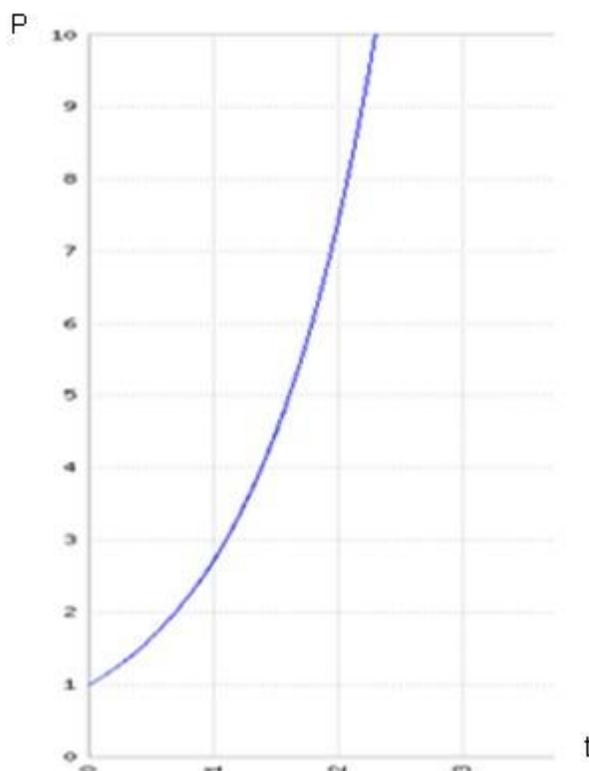
¹¹¹ Sucintamente podemos decir, que una **argumentación** es la acción de hacerle saber algo a alguien, puede que uno mismo, que una **prueba** es un tipo especial de argumentación que incorpora un valor epistémico verdadero y que **demostración** es una prueba lógicamente concluyente.

- e. Tiene fuertes conexiones con el cálculo y el álgebra lineal.

Referentes sobre la modelación y las EDO

Para entender los diferentes modelos que se usan para representar las dinámicas poblacionales, empecemos por la ecuación general del crecimiento exponencial $\frac{dP}{dt} = kP$ donde P es el tamaño de la población, k es la tasa de aumento *per cápita* y t es el tiempo. (Figura 1).

Figura 1. Gráfica de la Ecuación General del Crecimiento Exponencial



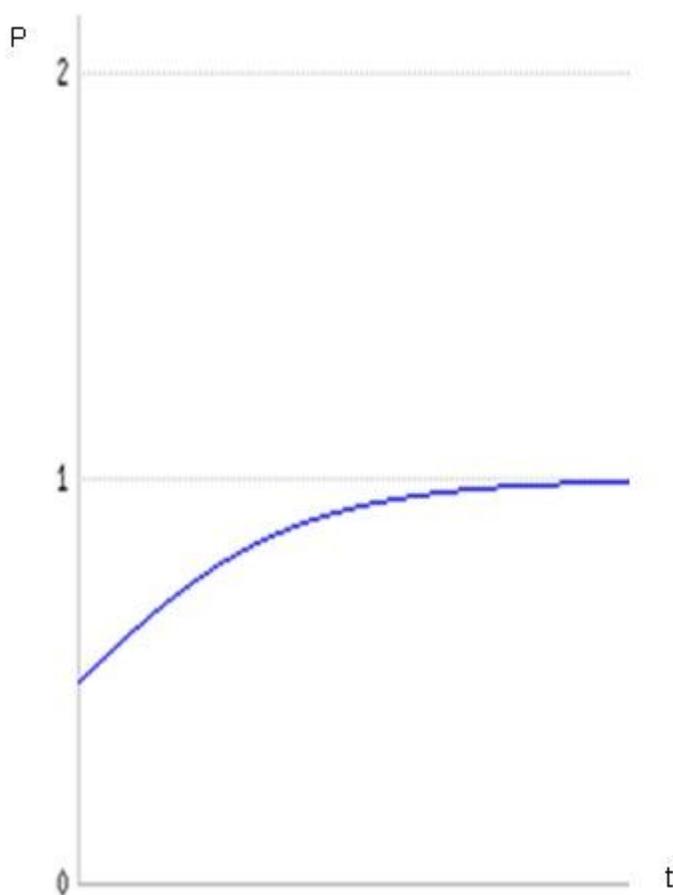
Las bacterias cultivadas en el laboratorio son un excelente ejemplo de crecimiento exponencial. En el **crecimiento exponencial**, la tasa de crecimiento de la población aumenta con el tiempo, en proporción con el tamaño de la población, $P(t) = P_0e^{kt}$, aquí P_0 es la población inicial y k es el factor de proporcionalidad, derivada de las tasas de crecimiento de la población, en unidad de tiempo.

El concepto fundamental del crecimiento exponencial es que la tasa de crecimiento poblacional, el número de organismos que se añade en cada generación, aumenta al mismo tiempo que la población se hace más grande. Los resultados pueden ser dramáticos: ¡la población puede crecer sin límite! Algo que los propios estudiantes pueden obtener desde el gráfico anterior.

Pasemos a una situación más real, en esa población hay muertes, es decir, no crece indefinidamente, ahí pasamos a una nueva situación: la tasa de crecimiento poblacional disminuye a medida que la población alcanza su límite máximo, entonces tenemos un **crecimiento logístico**. En este caso escribiremos, simplificadaamente $P(t) = \frac{P_0 e^{kt}}{1 + P_0 e^{kt}}$.

Lo sencillo es que el modelo es una ecuación diferencial de variables separables, bastante fácil de resolver $\frac{dP}{dt} = P(1 - P)$, la gráfica en este caso es el siguiente se muestra en la Figura 2.

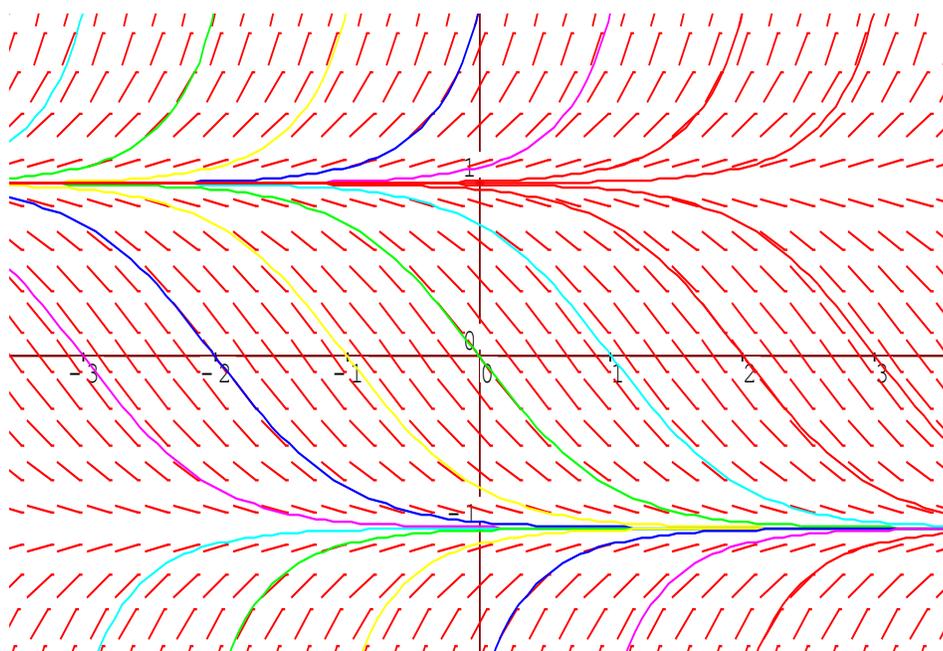
Figura 2: Gráfica de un Crecimiento Logístico:



Aquí 1 representa la carga máxima del universo.

Si nos detuviéramos aquí, tendríamos solo la mitad del camino recorrido, podemos dar el salto y proponer un problema más teórico.

Resolver la ecuación diferencial $\frac{dx}{dt} = (x^2 - 1)$, cuya representación gráfica se muestra en la Figura 3.

Figura 3. Trayectorias de la ecuación diferencial $\frac{dx}{dt} = (x^2 - 1)$ 

Si analizamos el marco algebraico, su solución es muy elemental, pues es una ecuación en variables separables y resoluble en cuadraturas, cuya solución se puede expresar por $x = \frac{1 + ce^{2t}}{1 - ce^{2t}}$, es claro que, esta expresión a los estudiantes no les dice mucho sobre el comportamiento de las soluciones: así declaran que dicho límite es -1. Aún teniendo el comportamiento gráfico (ver figura siguiente), es necesario realizar el análisis de cuándo el límite es -1, ocasión propicia para revelar la necesidad de tener en cuenta las condiciones iniciales y el análisis general del problema. De nuevo recalcamos la necesidad de la integración de los diferentes acercamientos para completar el análisis.

Referentes teóricos sobre las TIC, la visualización matemática y la Educación Matemática Realista.

Para lograr un robusto proceso de enseñanza y aprendizaje de las ecuaciones diferenciales ordinarias, que permita que los estudiantes sean capaces de resolver problemas intramatemático y extramatemático, se hace necesario considerar en este proceso los referentes sobre: las TIC, visualización Matemática, Educación Matemática Realista. A continuación, se explican cada uno de estas teorías.

Referentes sobre las TIC en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la Matemática.

Las tecnologías de la información y la comunicación (TIC) han tenido una gran influencia en la enseñanza de las diferentes áreas del conocimiento en los últimos años en los diferentes niveles educativos. Concerniente al uso de las TIC en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la Matemática, Santos, Moreno & Camacho (2016, p. 828) plantean que: “... *el uso de la tecnología digital ofrece a los docentes y estudiantes la oportunidad de ampliar y profundizar las formas de razonamiento sobre las estrategias matemáticas involucradas en la resolución de problemas*” (Santos, Moreno & Camacho, 2016).

Estos autores consideran además que representar y explorar tareas matemáticas mediadas por tecnologías digitales presenta nuevos desafíos para los docentes. En este sentido, es un campo que, pese a su rápida expansión, ofrece un sinnúmero de posibilidades novedosas de aplicación.

Integrar las TIC, específicamente software de GeoGebra, Matemática, entre otros, en las clases de ecuaciones diferenciales ordinaria contribuye a su enseñanza y aprendizaje, pues le brinda al docente de Matemáticas la oportunidad de crear ambientes de aprendizajes enriquecidos para que los estudiantes perciban esta área del conocimiento como una ciencia experimental. En este proceso los estudiantes se dotan de estrategias que le permiten aplicar las TIC al proceso de resolución de problemas intra y extramatemáticos.

Fundamentos de la visualización Matemática.

Arcavi (2003), Hershkowitz (1990), Zimmermann y Cunningham (1991), entre otros, han investigado sobre la visualización matemática. Según Arcavi (2003) la visualización es:

[...] la capacidad, el proceso y el producto de creación, interpretación, uso y reflexión sobre fotos, imágenes, diagramas, en nuestra mente, sobre el papel o con herramientas tecnológicas, con el propósito de representar y comunicar información sobre el pensamiento y desarrollo de ideas previamente desconocidas y avanzar en la comprensión (Arcavi, 2003, p. 217).

El proceso de visualización constituye un recurso para la comprensión de los conceptos matemáticos y para comunicar ideas matemáticas (Arcavi 2003). Estas ideas se consideran fundamentales en esta investigación. Para De Guzmán (1996) “... *la visualización aparece como algo profundamente natural tanto en el nacimiento del pensamiento matemático como en*

el descubrimiento de nuevas relaciones entre los objetos matemáticos, y también, naturalmente, en la transmisión y comunicación propias del quehacer matemático (Guzmán, 1996, p. 3)”.

En este trabajo se asume la visualización como un proceso que le permite al estudiante establecer relaciones entre los elementos propios de un objeto de ecuaciones diferenciales ordinarias y sus propiedades, para contribuir a la resolución de problemas intramatemático y extramatemático de su contexto.

Referentes sobre la Educación Matemática Realista.

La Educación Matemática Realista (EMR) se fundamenta en “*herramientas conceptuales para una teoría de la educación matemática* (Freudenthal, 1973, p. 31)”. Es una teoría que posibilita un proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática escolar a partir de situaciones de la vida cotidiana o problemas extramatemáticos de un contexto significativo para el estudiante.

En la EMR la matematización es una actividad estructurada y organizada que deviene del quehacer matemático, la cual está al alcance de todos los seres humanos. Es actividad es definida por Freudenthal (ídem, p. 44), como: “*Matematizar es organizar la realidad con medios matemáticos...incluida la matemática misma*”.

Según Freudenthal (ibídem, pp 35, 36), el proceso de matematización involucra:

1. Reconocer características esenciales.
2. Descubrir características comunes.
3. Ejemplificar ideas generales.
4. Enfrentar situaciones problemáticas.
5. La irrupción repentina de nuevos objetos mentales y operaciones.
6. Buscar atajos y abreviar estrategias y simbolizaciones.
7. Reflexionar acerca de la actividad matematizadora, considerando los fenómenos en cuestión desde diferentes perspectivas.

Estos elementos que involucra la matematización se es necesario tenerlos presente para el proceso de enseñanza aprendizaje de la resolución de problemas sobre ecuaciones diferenciales ordinarias. Pues se trata de resolver situaciones o problemas con contexto real y a la vez de interés para los estudiantes, como puede ser el caso del Coronavirus.

El caso del Coronavirus.

Un problema muy actual es la pandemia del COVID-19, por ello puede ser utilizado en diferentes formas, en particular desde el punto de vista educativo.

Para ello utilizaremos el **Modelo SIR** (Kermack & McKendrick, 1927; Uribarri, Rodríguez & Cervantes, 2013-2014), cuyas siglas provienen de considerar tres clases de personas: el número de los individuos susceptibles $S(t)$, es decir aquellos que pueden contagiarse; los infecciosos $I(t)$, los que al estar enfermos pueden transmitir la enfermedad; los recuperados $R(t)$, aquellos que después de enfermarse y aliviarse quedan en un estado de inmunidad o bien están aislados en algún sitio (como un hospital) o fallecieron. Este modelo tiene varias restricciones:

- a. Una sola infección es la responsable de ocasionar un proceso infeccioso en el huésped.
- b. El desenlace de la enfermedad es la muerte o la inmunidad completa.
- c. La tasa de contagio es proporcional al número de enfermos.
- d. Todos los individuos sanos son susceptibles.
- e. La población es cerrada, en la práctica esto es prácticamente imposible como se ha visto en la pandemia que nos ocupa.
- f. El periodo de incubación es muy corto, en particular se usa 14 días en este caso.
- g. El individuo susceptible se enferma y puede contagiar a otro.
- h. El modelo (Figura 4) supone además que los individuos de todas las clases están mezclados y entran en contacto (excepto los que están aislados en hospitales y los muertos). De ahí la importancia de la cuarentena.

Figura 4. Sistema de Ecuaciones del Modelo Clásico SIR

$$\frac{dS}{dt} = -aIS, \quad \frac{dI}{dt} = aIS - bI, \quad \frac{dR}{dt} = bI,$$

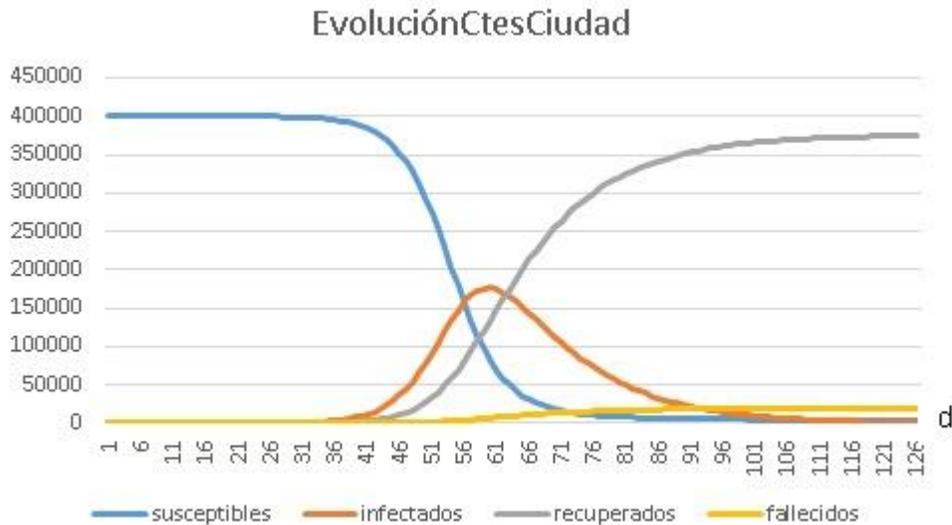
Aquí $a > 0$ es el factor de proporcionalidad de la tasa de contagio y b es la tasa de recuperados por unidad de tiempo.

Por la cuarentena y las diferentes medidas tomadas, la tasa de contagio puede ser reducida (de hecho es el objetivo fundamental al reducir la movilidad social), los datos usados en la modelación son los siguientes: 12 los días de incubación, 2.5 el número básico de reproducción, R_0 (1,5 o menos en cuarentena, o sea, la cantidad de individuos que uno infectado contagia en el período infeccioso), 14% es la tasa de infección, de esos infectados un 95% es la

tasa de recuperados y 5% es la tasa de mortalidad.

Los Gráficos 1, 2, 3 y 4, presentados a continuación, representan una simulación de la evolución de la pandemia en la Ciudad de Corrientes y la Provincia homónima, con una población aproximada de 399999 susceptibles y 1 infectados (999999 para la provincia).

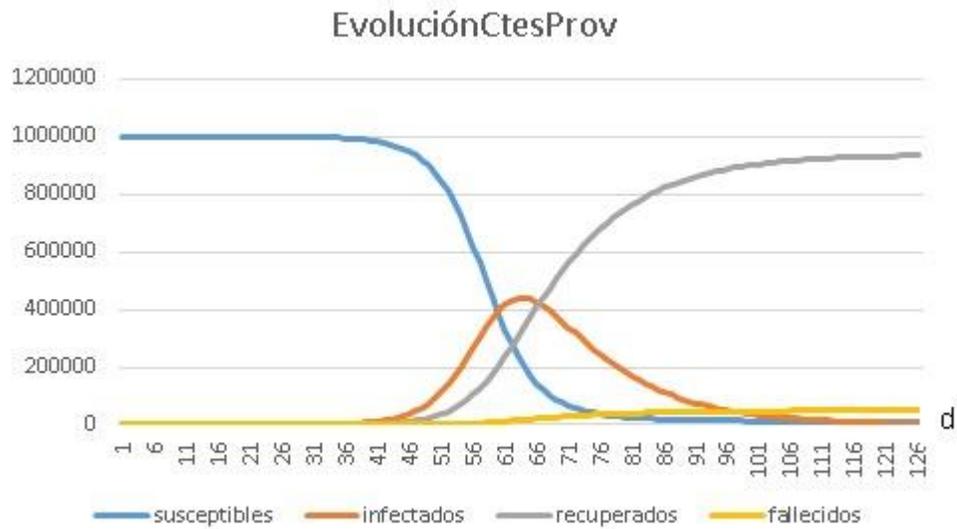
Gráfico 1. Evolución Corrientes-Ciudad



Cuando en la prensa, o en distintos medios, hablan del “pico” de la epidemia, hablan del valor máximo de infectados en un momento dado, así en el Gráfico 1 para la Ciudad de Corrientes y en el Gráfico 2 para la Provincia de Corrientes, el pico se alcanzaría a los 60 días del primer caso reportado, o sea, alrededor del 20 de mayo, siempre que tomemos $R_0=2,5$ o sea, prácticamente con una vida normal y tendríamos alrededor de 175 mil infectados en la Ciudad y unos 430 mil en la Provincia. Es fácil imaginarse que con esos números todos los servicios públicos hubieran colapsados. En los Gráficos 3 y 4, se presenta la evolución de la epidemia para una tasa mucho menor y se ve fácilmente que el pico máximo se alcanza para la Ciudad casi en el doble del período del tiempo y con 75 mil infectados menos, para la Provincia el pico se alcanza en el doble del período de la Gráfica 2 y se disminuyen en 200 mil los infectados.

Ese es el quid de la cuestión a transmitirle a los estudiantes, guardar la distancia social, cumplir con al cuarentena, es vital para achatar el pico y aplanar la curva, de tal forma que el sistema de salud y otros servicios públicos, puedan asimilar de una manera gradual, las atenciones que requiere la población.

Gráfico 2. Evolución Corrientes - Provincia

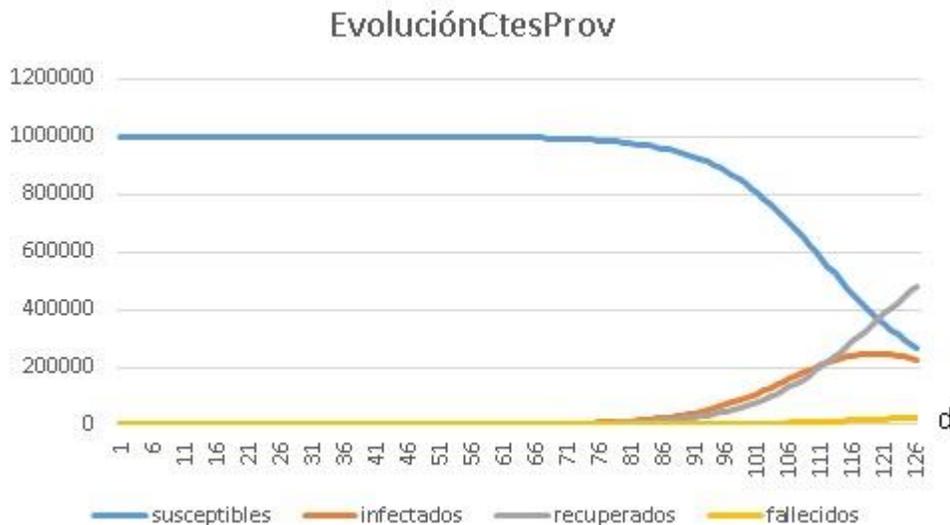


Si consideramos una razón de crecimiento (R_0) de 1,5, el comportamiento es el mostrado en el Gráfico 3.

Gráfico 3. Evolución Corrientes - Ciudad



Gráfico 4. Evolución Corrientes - Provincia



Conclusiones.

Hemos visto como la Matemática Realista (Heuvel-Panhuizen, 2002), en el proceso de enseñanza-aprendizaje bajo un enfoque de resolución de problemas, donde se haga uso de herramientas matemáticas (desde software como Matemática, GeoGebra hasta el Excel) y de la visualización matemática propicia la experimentación, búsqueda y exploración del conocimiento sobre ecuaciones diferenciales ordinarias, que a la vez estimule y propicie el desarrollo del pensamiento matemático y redunde en el proceso educativo, en la formación de valores y actitudes.

De esta manera, creemos que este proceso de enseñanza-aprendizaje de la resolución de problemas intramatemáticos o extramatemáticos (con modelos basados en ecuaciones diferenciales ordinarias) se perfecciona y se enriquece con los aportes que brinda la integración de la modelación, las TIC, la visualización matemática y la Educación Matemática Realista.

La propuesta que hemos presentado, sin ánimo de completitud, puede servir de ilustración para otros docentes en diferentes áreas, y permite imbricar, de manera natural, desde el conocimiento matemático hasta la formación en valores de los estudiantes.

Referencias

Arcavi, A. (2003). The role of visual representations in the learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 52: 215–241. Kluwer Academic Publishers. Printed in the Netherlands.

- De Guzmán, M. (1996). *El Rincón de la Pizarra*. Cap. 0, el papel de la visualización. Pirámide, Madrid.
- Díaz, G. J. y Batanero, M. C. (1994). “Significado institucional y personal de los objetos matemáticos”. En: *Recherches en Didactique des Mathématiques*. Vol.14, No. 3. pp. 325-355.
- Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an educational task*. Dordrecht,Reidel Publishing Co.
- Goffree, F. (1993). HF: Working on Mathematics. *Education.Educational Studies in Mathematics* 25, 21-48, The Legacy of Hans Freudenthal. Kluwer Academic Publishers. Holanda.
- Halmos, P. R. (1980). The Heart of mathematics. *American mathematical Monthly*, 87, 519-524.
- Hershkowitz, R. (1990). Psychological aspects of learning geometry. En P. Nesher y J. Kilpatrick (Eds.), *Mathematics and cognition* (pp. 70-95). Cambridge, G.B.: Cambridge U. P.
- Jourdain, P.E.B. (1976). *La Naturaleza de la Matemática*. En James R. Newman (comp.). “Sigma. El Mundo de la Matemática”, Ediciones Grijalbo, Barcelona-Buenos Aires-México, 1976, tomo 1, 343-408.
- Kermack, W. O. and McKendrick, A.G. (1927), Contributions to the Mathematical Theory of Epidemics, *Proc. Roy. Soc. A*. vol. 115, 700-721.
- Nápoles V., J. E. (1997). “Sobre el significado de los objetos matemáticos. El caso de los irracionales”. En: *Memorias COMAT'97*. Cuba: Universidad de Matanzas.
- Santos, M., Moreno, L. & Camacho, M. (2016). Problem solving and the use of digital technologies within the Mathematical Working Space framework. *ZDM* 48 (6), p. 828.
- Uribarri, S. G., Rodríguez Meza, M. A. y Cervantes Cota, J. L. Las matemáticas de las epidemias: caso México 2009 y otros, *CIENCIA ergo-sum*, Vol. 20-3, noviembre 2013-febrero 2014. Universidad Autónoma del Estado de México, Toluca, México. Pp. 238-246.
- Van den Heuvel-Panhuizen, M. (2002). Towards scientific research in classrooms. *Researching mathematics classrooms: a critical examination of methodology* (London, Praeger), 111-115.
- Zimmermann, W. & Cunningham, S. (1991). *What Is Mathematical Visualization? Visualization in Teaching and Learning Mathematics*. Eds. MAA Notes Number 19, 1991.

La Investigación en la UPEL

Doblado de Papel y Software de Geometría Dinámica. Una Experiencia con Futuros Profesores de Matemática.

Martha Iglesias

mmiglesias@gmail.com

<https://orcid.org/0000-0002-1800-0549>

Universidad Pedagógica Experimental Libertador. Instituto Pedagógico de Maracay (UPEL)

Maracay, Venezuela.

José Ortiz

ortizbuitrigo@gmail.com

<https://orcid.org/0000-0002-8396-7537>

Universidad de Carabobo. Campus La Morita (UC)

Maracay, Venezuela.

Recibido: 15/04/2020 **Aceptado:** 21/05/2020

Resumen

El presente trabajo surge de un curso optativo de Resolución de Problemas Geométricos Asistido por Computadora (RPG-AC) que forma parte de la formación inicial de profesores de matemática en una universidad venezolana. Se estudian las actividades realizadas por 13 futuros profesores de matemática, en cinco grupos de trabajo, durante la implementación de un taller, el cual estuvo dirigido a la exploración de ángulos y triángulos con doblado de papel. Se utilizó el software de geometría dinámica CabriGéomètre II para mostrar la construcción con regla y compás de la herramienta triangular, y dejar ver su equivalencia con la construcción a partir del doblado de papel. En la validación de las construcciones realizadas en CabriGéomètre y en doblado de papel, se observaron esquemas de argumentación fácticos, empíricos y analíticos. Finalmente, el estudio realizado puso en evidencia que las actividades y experiencias formativas llevadas a cabo contribuyen a la formación didáctica y matemática de los futuros profesores.

Palabras clave: Formación inicial de profesores de matemática, educación secundaria, software de geometría dinámica, doblado de papel, esquemas de argumentación.

Ambientes de geometria dinâmica e dobragem de papel. Uma experiência com futuros professores de matemática.

Resumo

O presente trabalho nasce de um curso optativo de Resolução de Problemas Geométricos Assistido por Computador (RPG-AC) o qual forma uma parte da formação inicial de Professores de Matemática de uma Universidade venezuelana. Estudam-se as tarefas feitas por 13 (treze) futuros Professores de Matemática, em 5 (cinco) grupos de trabalho, durante a implementação de um Taller, o qual foi dirigido a exploração de ângulos e triângulos com o dobrado de papel. Utilizou-se o software de Geometria dinâmica: Cabri Géomètre II para ensinar a construção com régua e compás como ferramenta triangular, e deixar olhar a sua equivalência com a construção desde o dobrado do papel. Na validação das construções feitas em Cabri e no dobrado do papel, olharon-se quadros de argumentação fácticos, empíricos e analíticos. Por fim, o estudo realizado mostrou que as atividades e experiências de treinamento realizadas contribuem para a formação didática e matemática de futuros professores.

Palavras chave: formação inicial de Professores de Matemática, Educação secundária, software de Geometria dinâmica, dobrado de papel, quadro de argumentação.

Paper folding and dynamic geometry software. An experience with pre-service mathematics teachers

Abstract

This work arises from an optional course of Computer Aided Geometric Problem Solving (RPG-AC) that is part of the initial training of mathematics teachers in a Venezuelan university. The activities carried out by 13 future teachers of mathematics, in five working groups, are studied during the implementation of workshop, which was aimed at the exploration of angles and triangles with paper folding. The CabriGéomètre II dynamic geometry software was used to show the construction with the ruler and compass of the triangular tool, and to show its equivalence with the construction from the folded paper. In the validation of the constructions carried out in CabriGéomètre and in paper folding, factual, empirical and analytical argumentation schemes were observed. Finally, this study showed that the training activities and experiences carried out contribute to the didactic and mathematical training to pre-service teachers.

Keywords: Pre-service mathematics teachers, secondary school, dynamical geometry software, folded paper, argumentation schemes.

Introducción

En el contexto de la formación inicial de profesores de Matemática en una universidad pública venezolana, se ha venido administrando un curso optativo de formación especializada de Resolución de Problemas Geométricos Asistido por Computadora (RPG-AC), el cual ha servido de escenario formativo e investigativo en el área de Geometría y su Didáctica. Dicho curso se centra básicamente en dos tipos de actividades: Talleres de resolución de problemas geométricos haciendo uso de un software de Geometría Dinámica como lo es el CabriGéomètre II y el diseño de unidades didácticas con contenidos geométricos contemplados en los programas de estudios de Matemática para la educación media en Venezuela; pretendiendo con ello propiciar la puesta en práctica por parte de los docentes en formación de competencias didáctico-matemáticas asociadas al proceso de enseñanza y aprendizaje de la Geometría. En Iglesias y Ortiz (2019), se presenta una caracterización, desde una perspectiva didáctica, de las experiencias de aprendizaje que han conformado el mencionado curso; específicamente el caso de experiencias vinculadas a la demostración en Geometría, a partir de la resolución de problemas haciendo uso del Cabri II.

Cabe señalar que las actividades planteadas en los talleres de resolución de problemas geométricos han sido organizadas atendiendo a las fases de aprendizaje propuestas en el modelo de razonamiento geométrico (Van Hiele, 1957, 1959; Gutiérrez y Jaime, 2012): Información,

orientación guiada o dirigida, explicitación, orientación libre e integración, con énfasis en las construcciones geométricas con regla y compás y siguiendo el esquema didáctico-matemático: Construir → Explorar → Conjeturar → Validar, el cual ha sido considerado por otros educadores matemáticos como Alsina Catalá, Fortuny Aymemí y Pérez Gómez (1997), Perry Carrasco, Camargo Uribe, Samper de Caicedo y Rojas Morales (2006) y Flores (2007) tanto para planificar tareas con contenido geométrico mediadas por tecnología como para analizar las producciones de sus estudiantes.

Este artículo tiene como propósito analizar y dar a conocer las actividades y experiencias formativas llevadas a cabo por un grupo de trece (13) estudiantes, cuatro (4) hombres y nueve (9) mujeres, cursantes del quinto semestre de la especialidad de Matemática en la Universidad Pedagógica Experimental Libertador, Instituto Pedagógico de Maracay (UPEL, IP. de Maracay) durante el desarrollo del taller n° 2; cabe decir que, para la implementación de las actividades planteadas en la correspondiente hoja de trabajo, los participantes se organizaron en seis (6) pequeños grupos de trabajo.

Las actividades planteadas en el taller n° 2 se sustentaron en lo propuesto por Arrieche e Iglesias (2010), quienes presentaron una herramienta didáctica construida mediante el doblado de papel, la cual puede ser utilizada para medir ciertos ángulos, cuando no se cuenta con un transportador; asimismo, se mostró que puede ser aprovechada para reforzar el estudio de las nociones de ángulos y triángulos y propiciar el desarrollo de algunas habilidades geométricas en los estudiantes. Además, emplearon el Cabri II para mostrar la construcción con regla y compás de esta herramienta triangular, basándose en la trisección de un ángulo recto; procurando describir el procedimiento empleado y dejando ver su equivalencia con la construcción con doblado de papel.

Por ello, en el taller n° 2 del curso de Resolución de Problemas Geométricos Asistido por Computadora (RPG-AC), las actividades dirigidas estuvieron centradas en la construcción de tal herramienta triangular tanto con doblado de papel como con regla y compás en un ambiente de Geometría Dinámica (AGD), a partir de la lectura y análisis del mencionado artículo. En cuanto a las actividades libres, los participantes seleccionaron una figura geométrica y realizaron su construcción de ambas maneras, tratando de establecer la equivalencia entre ambas construcciones.

Para llevar a cabo el análisis del razonamiento seguido por los participantes del curso de RPG-AC, cuando efectuaron las construcciones de figuras geométricas con doblado de papel y un software de geometría dinámica, se han tenido en cuenta las acciones realizadas por ellos: construcción, exploración, formulación de conjeturas y validación, enfatizando en la justificación como práctica argumentativa, la cual puede ser vista como una actividad intelectual en la cual se ponen en juego lo que Flores (2007) denomina *esquemas de argumentación*. Para Flores, la justificación de un resultado es el proceso de validación de éste y establece que la demostración o prueba - no hace distinciones entre estos términos - puede ser entendida como resultado de una práctica argumentativa que se apoya en esquemas analíticos cuyos razonamientos son válidos; por lo cual, se ha dedicado a estudiar los esquemas de argumentación en profesores de Matemáticas del bachillerato mexicano. Según Flores, se entiende por esquema de argumentación a la manera en que una persona utiliza sus razonamientos durante una práctica argumentativa dirigida a justificar o explicar un resultado o para validar una conjetura surgida durante el proceso de resolución de un problema. A continuación, se describen los tipos de esquemas de argumentación identificados por Flores (2007):

-*Autoritarios*: Sus argumentaciones se apoyan en las afirmaciones hechas por alguna autoridad; en este caso, puede ser un compañero, un libro de texto o el facilitador del curso.

-*Simbólicos*: En los que el profesor en formación utiliza un lenguaje matemático y símbolos de manera superflua y poco consistente, sin llegar realmente a las conclusiones a las que quiere llegar. En este tipo de esquemas pueden mencionar conceptos poco claros o inventados.

-*Fácticos*: En los que el profesor en formación hace un recuento de lo que hizo o repite hechos evidentes de una situación a manera de explicación o justificación de algún resultado. A menudo, se limita a exponer una serie de pasos como si fueran un algoritmo.

-*Empíricos*: En los que el profesor en formación se apoya en hechos físicos o en un dibujo. En este caso, el dibujo constituye un argumento por sí mismo y no un apoyo para visualizar un argumento.

- *Analíticos*: En los que el profesor en formación sigue una cadena deductiva, sin que por ello llegue forzosamente a una conclusión válida.

Seguidamente, se analizará la fundamentación geométrica de las construcciones con doblado de papel, a partir de la revisión de los axiomas de la papiroflexia propuestos por Germán

Luis Beitia, Humiaki Huzita y Roger Alperin y, posteriormente, teniendo en cuenta las producciones de los participantes en el curso de RPG-AC, se ilustrará la equivalencia entre dos maneras distintas de construir una figura geométrica y los esquemas de argumentación puestos en juego por un grupo de profesores en formación.

Axiomas que se siguen en el doblado de papel

Es necesario destacar que, en este caso, el doblado de papel fue utilizado con fines educativos (construcción de figuras planas para el estudio de sus propiedades geométricas) y no artísticos (construcción de figuras o cuerpos geométricos con fines ornamentales); el doblado se realizó a partir de un trozo de papel en forma rectangular, cuadrada o triangular y no a partir de tiras.

Para entender la noción de equivalencia entre una construcción con doblado de papel y una construcción con regla y compás de un mismo objeto geométrico, es preciso tener en cuenta los axiomas con los que se trabaja en el doblado de papel o la papiroflexia. En la Tabla 1, teniendo en cuenta la investigación realizada por Sánchez (2008), se mencionan los axiomas propuestos por Germán Luis Beitia, Humiaki Huzita y Roger Alperin.

Nótese, en el Cuadro 1, que estos tres conjuntos de axiomas del doblado de papel guardan relación con propiedades (axiomas o teoremas) de la Geometría Euclidiana, pero pudiera decirse que se basan en tres ideas matemáticas distintas, pero relacionadas entre sí: (a) superposición de figuras geométricas (Cuadro 2); (b) correspondencia entre figuras geométricas (Cuadro 3), y (c) puntos y rectas construibles (Cuadro 4).

Cuadro 1: Axiomas en los cuales se soporta el doblado de papel o papiroflexia

I. Germán Luis Beitia	II. Humiaki Huzita	III. Roger Alperin
Puede considerarse que una hoja es una superficie plana.	Dados dos puntos distintos P_1 y P_2 , se puede realizar un pliegue que los conecte.	La línea que conecta dos puntos construibles es una línea construible.
Un pliegue realizado en una hoja de papel que pase por dos puntos y que se ha hecho sobre una superficie plana como soporte es una línea recta.	Dados dos puntos distintos P_1 y P_2 , podemos plegar P_1 sobre P_2 .	El punto de coincidencia de dos líneas construibles es un punto construible.
El papel puede ser plegado de tal manera que pase por dos o más puntos colineales.	Dadas dos rectas distintas L_1 y L_2 , podemos plegar L_1 sobre L_2 .	La mediatriz de un segmento que conecta dos puntos construibles es una línea construible.
Puede superponerse dos puntos distintos en una misma hoja de papel.	Dado un punto P y una recta L , podemos hacer un pliegue perpendicular a L que pase por P .	La línea que biseca cualquier ángulo dado puede ser construida.
Puede doblarse el papel de modo que un punto puede superponerse a otro pliegue.	Dados dos puntos distintos P_1 y P_2 y una recta L , podemos hacer un pliegue que haga corresponder a P_1 con un punto de L y que pase por P_2 .	Dada una línea construida L y los puntos construidos P y Q , entonces siempre es posible construir la línea que pasa por Q y que refleja a P en L .
Puede plegarse el papel de modo que dos pliegues de una misma hoja pueden superponerse.	Dados dos puntos distintos P_1 y P_2 y dos rectas distintas L_1 y L_2 , podemos hacer un pliegue que haga corresponder a P_1 con un punto de L_1 y P_2 con un punto de L_2 .	Dadas las líneas construidas L y M y los puntos construidos P y Q , entonces siempre es posible construir una línea que simultáneamente refleja a P en L y a Q en M .
Dos ángulos son congruentes, si al superponerse coinciden.		
Dos segmentos son congruentes si al superponerse coinciden.		

En este primer conjunto de axiomas del doblado de papel, mencionados en el Cuadro 2, la idea clave es la de superposición de figuras geométricas, entendida como la técnica empleada desde la antigua Grecia para comparar dos figuras geométricas en cuanto a forma y tamaño y así decidir si eran congruentes o no, ya que, mediante la superposición de dos figuras que coinciden se prueba que las mismas son congruentes.

Cuadro 2. Relación de los axiomas propuestos por Beitia con propiedades de la Geometría Euclidiana

Axiomas propuestos por German Luis Beitia	Definiciones, axiomas y teoremas de la Geometría Euclidiana
Puede considerarse que una hoja es una superficie plana.	<p>En la <i>Geometría Euclidiana</i> se consideran como <i>términos primitivos o términos no definidos</i> a los conceptos de <i>punto, recta y plano</i>. De modo que el <i>espacio</i> es el conjunto de todos los puntos y las <i>rectas</i> y los <i>planos</i> son subconjuntos notables del espacio. Suele hablarse del <i>espacio tridimensional</i>. Asimismo, el <i>Axioma o Postulado de la Recta</i> establece que dos puntos distintos cualesquiera determinan una recta y solamente una; es decir, dados dos puntos distintos A y B, existe exactamente una recta que pasa por tales puntos y, por ello, se denota por \overline{AB}. De modo que, si un punto C pertenece a la recta AB, puede escribirse que $\overline{AB} = \overline{BC} + \overline{AC}$ y, además, decirse que los puntos A, B y C están alineados o que son puntos colineales. Además, el <i>Axioma o el Postulado del Plano</i> establece que tres puntos distintos cualesquiera no alineados determinan un único plano; en consecuencia, <i>dada una recta L y un punto P no perteneciente a L, tales objetos determinan un único plano</i>. También se conoce que <i>si dos puntos distintos cualesquiera pertenecen a un plano, entonces la recta que pasa por ellos está contenida en el plano</i>. Esto nos garantiza que <i>los planos son llanos</i>. Por ende, <i>si una recta L interseca a un plano E, que no la contiene, su intersección es un punto solamente</i>. Por otra parte, <i>si dos rectas distintas se intersecan, su intersección es un punto solamente y, además, tales rectas determinan un único plano</i>.</p>
Un pliegue realizado en una hoja de papel que pase por dos puntos y que se ha hecho sobre una superficie plana como soporte es una línea recta.	
El papel puede ser plegado de tal manera que pase por dos o más puntos colineales.	
Puede superponerse dos puntos distintos en una misma hoja de papel.	
Puede doblarse el papel de modo que un punto puede superponerse a otro pliegue.	<p>La superposición de dos figuras es la técnica desarrollada por los antiguos geómetras griegos para comparar figuras geométricas en cuanto a forma y tamaño.</p>
Puede plegarse el papel de modo que dos pliegues de una misma hoja pueden superponerse.	
Dos ángulos son congruentes, si al superponerse coinciden.	
Dos segmentos son congruentes si al superponerse coinciden.	<p>Dos figuras geométricas son congruentes, si tienen la misma forma y el mismo tamaño; por ello, al superponer una sobre la otra, coinciden; es decir, no sobra, ni falta algo. En este caso, dos ángulos son congruentes, si tienen la misma medida y dos segmentos son congruentes, si tienen la misma longitud.</p>

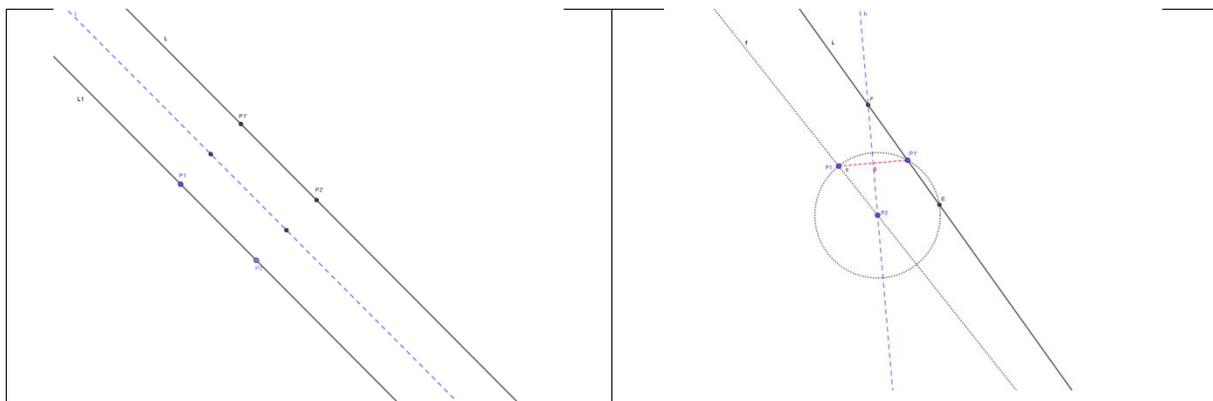
Cuadro 3. Relación de los axiomas propuestos por Huzita con propiedades de la Geometría Euclidiana

Axiomas propuestos por Humiaki Huzita	Definiciones, axiomas y teoremas de la Geometría Euclidiana
Dados dos puntos distintos P_1 y P_2 , se puede realizar un pliegue que los conecte.	<i>Axioma o Postulado de la Recta:</i> Por dos puntos distintos cualesquiera pasa una única recta o dos puntos distintos cualesquiera determinan una única recta.
Dados dos puntos distintos P_1 y P_2 , podemos plegar P_1 sobre P_2 .	Dado que dos puntos distintos A y B determinan una única recta \overline{AB} , así como un segmento \overline{AB} contenido en dicha recta. Además, el punto medio M de un segmento \overline{AB} existe y es único y la mediatriz del segmento \overline{AB} es la recta perpendicular al segmento en su punto medio. Nótese que al hacer coincidir P_1 con P_2 , con doblado de papel, el pliegue representa la mediatriz del segmento $\overline{P_1P_2}$.
Dadas dos rectas distintas L_1 y L_2 , podemos plegar L_1 sobre L_2 .	Dado que L_1 y L_2 son coplanarias, caben dos opciones: (a) que se intersequen (rectas secantes) y su intersección es un punto solamente; determinándose así cuatro ángulos (dos pares de ángulos opuestos por el vértice), de modo que al hacer coincidir una recta con la otra, se bisecan dos de estos ángulos. (b) que no se intersequen (rectas paralelas), al hacer coincidir una recta con la otra, el pliegue representa una recta L_3 paralela a las rectas L_1 y L_2 .
Dado un punto P y una recta L, podemos hacer un pliegue perpendicular a L que pase por P.	Dados un punto P y una recta L, por P pasa una y solo una recta L_1 perpendicular a L. Nótese que P puede pertenecer o no a la recta L.
Dados dos puntos distintos P_1 y P_2 y una recta L, podemos hacer un pliegue que haga corresponder a P_1 con un punto de L y que pase por P_2 .	Si el pliegue L_1 que pasa por los puntos P_1 y P_2 es paralelo a la recta L, entonces bastaría plegar la recta L_1 sobre L, haciendo así corresponder el punto P_1 con un punto P_1' de la recta L. ¿Qué pasaría si el pliegue L_1 no es paralelo a la recta L? Si hacemos el pliegue L_1 que pasa por los puntos P_1 y P_2 , el cual interseca a la recta L en un punto P (L y L_1 son rectas secantes) y, seguidamente, se pliega la recta L_1 sobre la recta L, se obtiene un nuevo pliegue L_2 , haciendo corresponder el punto P_1 con un punto P_1' de la recta L. En este caso, L_2 es la bisectriz del ángulo P_1PP_1' , pero obviamente la bisectriz no pasa por el punto P_2 (falla la 2da condición). ¿El punto P_1' es construible con regla y compás? Sí, nótese que la recta $\overline{P_2F}$ que pasa por el punto P_2 y hace corresponder al punto P_1 con un punto P_1' de la recta L es la mediatriz del segmento $\overline{P_1P_1'}$, siendo F el punto de intersección de la mediatriz con la recta L. Por ello, para hallar – con regla y compás – el punto P_1' , se traza la circunferencia C con centro en P_2 y que pasa por P_1 , la cual interseca a la recta L en, por lo menos, un punto P_1' ; luego se traza la mediatriz del segmento $\overline{P_1P_1'}$, la cual interseca a la recta L en un punto F. La recta $\overline{P_2F}$ representaría el pliegue buscado (ver Figura 1).
Dados dos puntos distintos P_1 y P_2 y dos rectas distintas L_1 y L_2 , podemos hacer un pliegue que haga corresponder a P_1 con un punto de L_1 y P_2 con un punto de L_2 .	Avilés Fajardo (2016) señala que “la aplicación de este postulado se relaciona con la solución de un problema del cálculo, consistente en encontrar una recta tangente que sea tangente a dos parábolas” (p. 22); es decir, un problema que consiste en hallar la recta que sea tangente tanto a la parábola cuya directriz es L_1 y cuyo foco es P_1 como a la parábola cuya directriz es L_2 y cuyo foco es P_2 .

En este segundo conjunto de axiomas, señalados en el Cuadro 3, se asume que el plano (representado por la hoja de papel) es un conjunto de infinitos puntos y que es factible, mediante operaciones propias del doblado de papel, establecer una correspondencia uno a uno entre los

puntos pertenecientes a dicho plano. Cabe señalar que Chocarro Pernaut (2016) realizó un estudio matemático de los llamados Axiomas de Huzita, probando que se trata de un conjunto completo de axiomas, ya que, “cualquier pliegue que podamos realizar será una construcción incluida en los axiomas” (p.3). La discusión sobre este estudio trasciende al propósito de este artículo, pero se sugiere su revisión para profundizar en la fundamentación matemática del doblado de papel o papiroflexia. En este orden de ideas, Royo Prieto (2002) señala que “los puntos construibles con regla y compás son exactamente los mismos que los construibles con los cinco primeros axiomas”(de Huzita) (p. 188). Además, Avilés Fajardo (2016) indica que, a los seis axiomas iniciales propuestos por Huzita, se ha incorporado un séptimo axioma (considerado por Chocarro Pernaut en su estudio): Dados un punto P_1 y dos rectas distintas L_1 y L_2 , se puede hacer un pliegue o doblado perpendicular a L_2 que haga corresponder el punto P_1 con un punto de L_1 ; problema que consiste en “hallar un doblado que sea tangente a la parábola cuya directriz es L_1 y cuyo foco es P_1 , e igualmente, sea perpendicular a la recta que determina el doblado L_2 ” (p. 22).

Figura 1. Interpretación geométrica del Axioma 5 de los propuestos por Huzita



Fuente: Elaboración Propia

En el tercer conjunto de axiomas (ver Cuadro 4), es clave la noción de puntos y rectas construibles, la cual es también propia de las construcciones con regla y compás, donde un punto es construible por la intersección de dos rectas distintas, o por la intersección de una recta con un arco de circunferencia, o por la intersección de dos arcos de circunferencia, o por un número finito de estas operaciones.

Cuadro 4. Relación de los axiomas propuestos por Alperin con propiedades de la Geometría Euclidiana

Axiomas propuestos por Roger Alperin	Definiciones, axiomas y teoremas de la Geometría Euclidiana
La línea que conecta dos puntos construibles es una línea construible.	Axioma o Postulado de la Recta: Por dos puntos distintos cualesquiera pasa una única recta o dos puntos distintos cualesquiera determinan una única recta.
El punto de coincidencia de dos líneas construibles es un punto construible.	Si dos rectas distintas se intersecan, su intersección es un punto solamente y, además, determinan un único plano.
La mediatriz de un segmento que conecta dos puntos construibles es una línea construible.	La mediatriz de un segmento es la recta perpendicular al segmento en su punto medio.
La línea que biseca cualquier ángulo dado puede ser construida.	Dados un ángulo $\angle AOB$ y C un punto perteneciente al interior del $\angle AOB$. Se dice que la semirrecta \overrightarrow{OC} es la bisectriz del ángulo dado, si $m(\angle AOC) = m(\angle COB)$. También se dice que la semirrecta \overrightarrow{OC} biseca al $\angle AOB$.
Dada una línea construida L y los puntos construidos P y Q , entonces siempre es posible construir la línea que pasa por Q y que refleja a P en L .	Estos axiomas se corresponden con los axiomas 5 y 6 propuestos por Huzita; según Royo Prieto (2002), en un artículo publicado por Roger Alperin en el año 2000, este autor realiza una discusión del alcance de los axiomas presentados y, además, caracteriza a “los puntos del origami como aquellos puntos del plano complejo C construibles tras la aplicación finita de los axiomas” (aquí señalados) (p. 188).
Dadas las líneas construidas L y M y los puntos construidos P y Q , entonces siempre es posible construir una línea que simultáneamente refleja a P en L y a Q en M .	

Fuente: Elaboración Propia

Cabe decir que la clave de lo hasta aquí señalado, desde un punto de vista tanto matemático como didáctico, es la interpretación geométrica de lo que se hace cuando realizamos una construcción tanto con doblado de papel como con regla y compás y, más, cuando se trata de establecer equivalencia entre el procedimiento empleado en cada caso.

En el curso de Resolución de Problemas Geométricos Asistido por Computadora (RPG-AC), para la construcción de figuras geométricas con doblado de papel se tomaron en consideración las siguientes “reglas”:

- Una hoja de papel - independientemente de su forma - es asumida como una superficie plana que posee infinitos puntos.
- Un pliegue realizado en una hoja de papel que pase por dos puntos es asumido como una línea recta.
- El papel puede ser plegado de tal manera que el pliegue pase por dos puntos distintos dados.

-Dos puntos distintos pueden superponerse en una misma hoja de papel y el pliegue que se forma representa la mediatriz del segmento de recta determinado por ese par de puntos.

-Dos pliegues en una misma hoja de papel pueden superponerse. Si ambos pliegues se intersecan, su intersección es un punto solamente; determinándose dos pares de ángulos opuestos por el vértice, de modo que al hacer coincidir un pliegue con el otro, se bisecan dos de estos ángulos. Si ambos pliegues no se intersecan, al superponer un pliegue con el otro, se obtiene un tercer pliegue paralelo a los dos iniciales.

-Dados un punto P y un pliegue L, puede hallarse el simétrico del punto P respecto al pliegue L (doblando a lo largo del pliegue L).

-Dos ángulos son congruentes, si al superponerse coinciden.

-Dos segmentos son congruentes si al superponerse coinciden.

¿Qué relación existe entre dos maneras distintas de construir una figura geométrica?

En la introducción de este trabajo, se describieron las actividades correspondientes al taller n° 2; por ello, en el análisis de las producciones de los participantes del curso RPG-AC, se han tenido en consideración solamente lo realizado en las actividades libres, ya que, las actividades dirigidas - centradas en la lectura activa del artículo elaborado por Arrieché & Iglesias (2010) – se considera que permitieron ejemplificar la manera esperada de llevar a cabo la tarea: seleccionar una figura geométrica y realizar su construcción con doblado de papel y con el Cabri II, tratando de establecer la equivalencia entre ambas construcciones y presentar la debida justificación. En el cuadro 5, se mencionan las construcciones realizadas por cinco de los seis grupos de trabajo. Cabe señalar que del grupo n° 6 no se disponía de los recaudos necesarios para analizar sus construcciones apropiadamente; por ello, desde el punto de vista investigativo, no se consideraron sus producciones académicas.

Cuadro 5. Construcciones seleccionadas por los grupos de trabajo

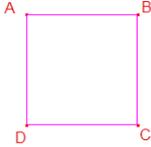
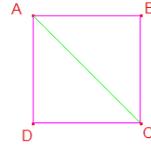
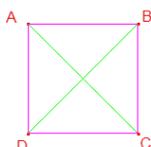
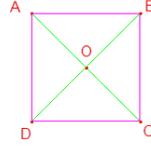
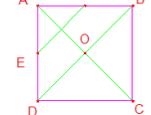
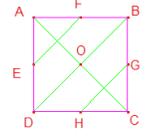
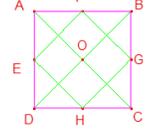
Grupo n° 1	Construir un cuadrado, partiendo de otro cuadrado.
Grupo n° 2	Construcción de un triángulo equilátero a partir de un rectángulo.
Grupo n° 3	Construcción de un pentágono regular.
Grupo n° 4	Construcción de un hexágono, a partir un triángulo equilátero.
Grupo n° 5	Construcción de un triángulo isorrectángulo, partiendo de un cuadrado

Fuente: Elaboración Propia

Para analizar las producciones de los estudiantes durante el desarrollo del taller n° 2, se consideraron los informes escritos (elaborados haciendo uso del editor de texto Word), los archivos .fig elaborados con el Cabri II (el protocolo de construcción empleado por los estudiantes se conoce haciendo uso de la herramienta “mostrar la descripción” disponible en el Cabri II) y grabaciones de audio-video de ciertos episodios (su revisión y transcripción complementaron lo presentado por los distintos grupos de trabajo en los informes escritos y archivos .fig). Los estudiantes del curso de RPG-AC han sido identificados con las iniciales de sus nombres y apellidos (por ejemplo: BP, WR, YC, AO, ZT, OB) y lo que expresaron se ha escrito con cursiva. A modo de ilustración, seguidamente se darán a conocer las construcciones realizadas por los tres primeros grupos.

El grupo n° 1 decidió trabajar con la construcción de un cuadrado a partir de otro cuadrado; en cuanto a la construcción con doblado de papel siguieron el procedimiento descrito en el cuadro 6, la cual fue elaborada con información disponible en el informe escrito presentado por dicho grupo, incluyendo las figuras ilustrativas del procedimiento empleado.

Cuadro 6. Construcción de un cuadrado, a partir de otro cuadrado, con doblado de papel

Procedimiento	Figura ilustrativa
1. Se tiene el cuadrado ABCD.	
2. Se hace coincidir el vértice D con el vértice B, obteniendo así la diagonal AC.	
3. Se hace coincidir el vértice A con el vértice C, obteniendo así la diagonal BD.	
4. Se halla el punto de intersección de las diagonales, siendo este O.	
5. Se hace coincidir el vértice A con O, determinando así los puntos medios de los lados AD y AB, siendo estos E y F respectivamente, constituyendo el segmento EF.	
6. Se hace coincidir el vértice C con O, determinando así los puntos medios de los lados BC y CD, siendo estos G y H respectivamente, constituyendo el segmento GH.	
7. Se hace coincidir los vértices B y D (con el punto O) para lograr conseguir los segmentos FG y EH. De esta manera se obtiene el cuadrilátero EFGH. <i>Ahora bien, probemos que este cuadrilátero es un cuadrado.</i>	

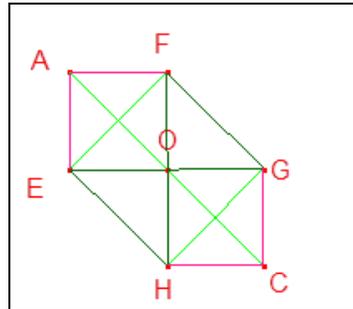
Fuente: Elaboración Propia

Una vez realizada la construcción con doblado de papel (descrita en el cuadro 6), el grupo n° 1 probó que el cuadrilátero EFGH (determinado por los puntos medios de los lados del cuadrado ABCD) es un cuadrado, teniendo como referencia la Figura 2:

Hagamos coincidir los puntos B y D con el punto O (1); así $FO = OH$ y $EO = OG$, siendo \overline{FH} y \overline{EG} las diagonales de $EFHG$ (2). $\overline{OF} \perp \overline{EG}$, ya que, el ángulo $\sphericalangle FOE$ es recto (3) y, por ángulos opuestos por el vértice y ángulos suplementarios, sabemos que las diagonales del cuadrilátero son perpendiculares entre si y son congruentes, ya que la longitud de las mismas es igual a la de los lados del cuadrado ABCD (4) entonces por

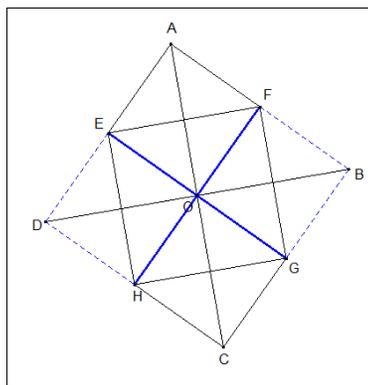
propiedades (atributos) del cuadrado podemos decir que EFGH es un cuadrado (Justificación dada por el grupo n° 1).

Figura 2. Figura empleada por el grupo n° 1 para probar que el cuadrilátero EFGH es un cuadrado.



Fuente: Elaboración Propia

Figura 3. Figura auxiliar elaborada por los investigadores para ilustrar la justificación dada por el grupo n° 1.



Fuente: Elaboración Propia

Nótese que el grupo n° 1 inicia la prueba (ver figuras 2 y 3), haciendo coincidir los vértices B y D del cuadrado original con el punto O (1); de este modo, el segmento \overline{DE} se superpone con el segmento \overline{OE} y el segmento \overline{DH} con el segmento \overline{OH} ($DE = OE$ y $DH = OH$). De manera similar, el segmento \overline{BF} se superpone con el segmento \overline{OF} y el segmento \overline{BG} con el segmento \overline{OG} ($BF = OF$ y $BG = OG$). Además, los segmentos \overline{OE} , \overline{OH} , \overline{OF} y \overline{OG} son congruentes entre sí, ya que, su longitud es $L/2$, donde L es la longitud de los lados del cuadrado $ABCD$; esto es lo que le permite afirmar en (2) que las diagonales \overline{EG} y \overline{FH} del cuadrilátero $EFGH$ se bisecan en O . Asimismo, afirman, en (3), que $\angle FOE$ es recto (lo cual es cierto), pero teniendo en cuenta que parten del coincidir los puntos B y D con el punto O , debieron primero establecer que $\angle FOG$ es recto, ya que, se superpone con el ángulo recto $\angle FBG$ y, por ello, también son ángulos rectos: $\angle FOE$ (por ser el suplemento de un ángulo recto) y $\angle EOH$ (por ángulos opuestos por el vértice). Hasta aquí han probado que las diagonales del cuadrilátero $EFGH$ se bisecan y son perpendiculares entre sí; luego afirman en (4) que son congruentes, ya que tienen la misma longitud de los lados del cuadrado $ABCD$. Pudiera decirse, como se ha

tratado de ilustrar en este comentario, que al trabajar con el doblado de papel, asumieron – aunque no lo hayan mencionado explícitamente – las relaciones existentes entre segmentos y ángulos al hacer coincidir un punto con otro, porque disponían de evidencias suficientes.

Cuadro 7. Construcción de un cuadrado, a partir de otro cuadrado, en un AGD

<i>Procedimiento</i>	<i>Herramientas empleadas</i>	
1. Se traza el segmento \overline{DC} .	Punto	
2. Se traza una perpendicular (L_1) (al segmento \overline{DC}) en el punto C y (L_2) en el punto D respectivamente.	Sistema de coordenadas: _ Punto	
3. Con centro en C y radio en \overline{CD} se traza un arco de circunferencia. Con centro en D y radio DC, se traza un arco de circunferencia.	B Punto C Punto (Vértice de un polígono regular): _, C D Punto (Vértice de un polígono regular): D A Punto (Vértice de un polígono regular): A Polígono regular (Polígono regular): B, C, D, A	
4. Se hallan los puntos de intersección de C_1 y C (L_1); C_2 y D (L_2), encontrando así los puntos A y B.	<i>Observación n° 1:</i> Con el Cabri II, construyeron el cuadrado BCDA, haciendo uso de la herramienta polígono regular de n lados (en este caso, n = 4); sin embargo, en la descripción de los pasos a seguir, parten del trazado del segmento \overline{DC} .	
5. Se trazan los segmentos \overline{AB} , \overline{BC} y \overline{AD} ; obteniendo así un cuadrado ABCD.		
6. Se trazan los segmentos \overline{AC} y \overline{BD} ; siendo estas las diagonales del cuadrado ABCD.		
7. Se halla el punto de intersección entre las diagonales, denominándolo O.		
8. Se halla el punto medio de los segmentos \overline{AD} , \overline{AB} , \overline{BC} y \overline{CD} siendo los mismos E, F, G y H respectivamente.	F Punto (Punto medio): _ E Punto (Punto medio): _ H Punto (Punto medio): _ G Punto (Punto medio): _	
9. Se trazan los segmentos \overline{FG} , \overline{GH} , \overline{HE} y \overline{EF} .	Segmento: E, F Segmento: F, G	Segmento: G, H Segmento: H, E
10. Se considera la recta \overleftrightarrow{FG} y se realiza la simetría axial del triángulo FBG con respecto a la recta.	Triángulo: E, H, D Triángulo: G, H, C Triángulo: G, B, F Triángulo: F, E, A Recta: F, G Recta: G, H	Recta: H, E Recta: E, F Punto (Simetría axial): F, _ Punto (Simetría axial): E, _ Punto (Simetría axial): A, _ Triángulo: _, _, _
11. De igual forma, se considera la recta \overleftrightarrow{GH} y el triángulo GCH, la recta \overleftrightarrow{EH} y el triángulo EDA, la recta \overleftrightarrow{FE} y el triángulo EAF, realizando la simetría axial.	Punto (Simetría axial): E, _ Punto (Simetría axial): H, _ Punto (Simetría axial): D, _ Triángulo: _, _, _ Punto (Simetría axial): G, _ Punto (Simetría axial): H, _	Punto (Simetría axial): C, _ Triángulo: _, _, _ Punto (Simetría axial): G, _ Punto (Simetría axial): B, _ Punto (Simetría axial): F, _ Triángulo: _, _, _
<i>Observación n° 2:</i> A partir del paso 8, hay correspondencia entre lo descrito y la construcción realizada con el Cabri II; ubican el punto medio de cada uno de los lados del cuadrado BCDA. Trazan los segmentos determinados por los puntos medios de los lados del cuadrado BCDA y construyen los triángulos EHD, GHC, GBF y FEA y trazan las rectas \overleftrightarrow{FG} , \overleftrightarrow{GH} , \overleftrightarrow{HE} y \overleftrightarrow{EF} . Luego, buscan la imagen simétrica del triángulo FEA con respecto a la recta \overleftrightarrow{FE} . Obsérvese que, a pesar que, construyeron el triángulo FEA, no le aplicaron la herramienta simetría axial, sino que se la aplicaron a cada uno de los vértices (como lo harían si estuvieran trabajando manualmente). De manera análoga, determinan la imagen simétrica de los triángulos EHD, GHC y GBF con respecto a las rectas \overleftrightarrow{ED} , \overleftrightarrow{GH} y \overleftrightarrow{FG} . Nótese que la descripción no coincide con el orden seguido en la construcción, aunque esto no alteraría lo realizado		

En el Cuadro 7, se presenta el procedimiento descrito por el grupo n° 1 y las herramientas empleadas para construir un cuadrado, a partir de otro cuadrado, en un ambiente de Geometría Dinámica (AGD); en el cual, el hallar la imagen simétrica de una figura con respecto a un eje equivale a doblar el papel a través de ese eje de simetría.

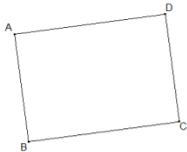
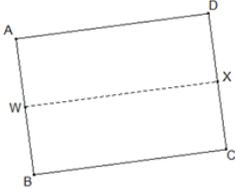
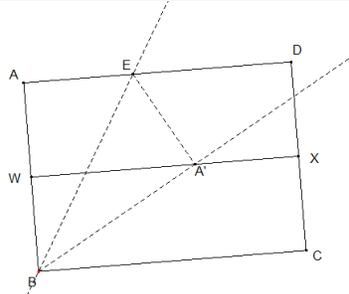
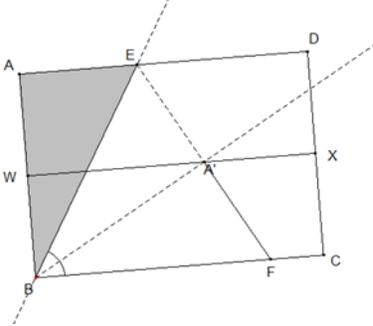
El grupo n° 1 mostró la justificación siguiente: *De esta manera se obtiene el polígono FEHG, el cual es un cuadrado por $GO = OE$ y $FO = OH$; Y ellos son congruentes entre sí, ya que ellos corresponden a $1/2$ del lado del cuadrado ABCD (1). \overleftrightarrow{FH} y \overleftrightarrow{EG} son las diagonales del polígono, las mismas son congruentes y ortogonales entre sí. Son ortogonales porque forman un ángulo de 90° , ya que, el ángulo FOE se corresponde con el ángulo EAF por la simetría axial. De esta forma se ha demostrado que el polígono EFGH es un cuadrado (2).*

Se observa en la afirmación (1) que demuestran que las diagonales del cuadrilátero EFGH se bisecan en el punto O, teniendo en cuenta que los segmentos \overline{EO} , \overline{FO} , \overline{GO} y \overline{HO} son congruentes entre sí, porque su longitud es igual a la mitad de la longitud de los lados del cuadrado original; sin embargo, no lo señalan de forma explícita. Esto es clave porque las diagonales de un cuadrilátero pueden ser congruentes y perpendiculares, sin llegar a bisecarse y el cuadrilátero no sería un cuadrado. En (2), aplican que un triángulo y su imagen simetría son congruentes entre sí; y, por partes correspondientes de triángulos congruentes (PCTC), garantizan que el $\angle FOE$ es un ángulo recto como lo es $\angle FAE$.

Al revisar las justificaciones dadas por el grupo n° 1, con el propósito de garantizar que el cuadrilátero EFGH es un cuadrado, se nota que siguieron una idea central: demostrar que sus diagonales \overline{EG} y \overline{FH} se bisecan en el punto O y, además, son congruentes y perpendiculares entre sí; aquí se estarían basando en ciertas propiedades estudiadas en el curso de Geometría I: (a) Un cuadrado es un rombo y un rectángulo; (b) Si las diagonales de un cuadrilátero se bisecan y son perpendiculares, entonces el cuadrilátero es un rombo; (c) Si las diagonales de un cuadrilátero se bisecan y son congruentes, entonces el cuadrilátero es un rectángulo. En función de la construcción realizada y los datos disponibles, se considera que pudo probar que los triángulos EHD, GHC, GBF y FEA son congruentes entre sí y que los lados \overline{EH} , \overline{GH} , \overline{GF} y \overline{FE} son congruentes, con lo cual pueden llegar a establecer que el cuadrilátero EFGH es un paralelogramo con lados congruentes entre sí (un rombo); luego tendrían que probar que posee un ángulo recto.

El grupo n° 2 seleccionó la construcción de un triángulo equilátero, partiendo de una hoja DIN A4, mediante el doblado de papel. Cabe señalar que, para reconstruir el procedimiento empleado, se revisó el archivo de audio y video disponible, el cual fue grabado durante el desarrollo de la actividad. En el cuadro 8, se ha transcrito el procedimiento empleado por el grupo n° 2 y se ha acompañado de una figura ilustrativa para facilitar su seguimiento por parte de los lectores y algunas notas realizadas por los investigadores.

Cuadro 8. Procedimiento empleado para construir un triángulo equilátero con doblado de papel

Procedimiento	Figuras ilustrativas
<p><i>HB: Vamos a construir un triángulo equilátero con doblado de papel, partiendo de una hoja conocida como DIN A4.</i></p>	
<p>En una hoja DIN A4, la razón entre las longitudes de dos lados consecutivos es raíz cuadrada de 2.</p>	
<p><i>HB: El primer paso que vamos a hacer es unir dos vértices los más cercanos, de modo que encontremos los puntos medios de esos lados paralelos; vemos que se forma una línea, que nos representaría un segmento, que en este nos daría un eje de simetría, por formar dos rectángulos congruentes.</i></p>	
<p>En el rectángulo ABCD, se hace coincidir el vértice A con el B y el vértice D con el C, obteniendo los puntos medios W y X de los lados \overline{AB} y \overline{DC} respectivamente.</p>	
<p><i>HB: Ahora bien colocamos la hoja en forma horizontal. El vértice superior izquierdo lo vamos a trasladar de manera tal que el vértice quede sobre el eje de simetría hallado y a su vez que biseque (al ángulo con vértice en) el vértice inferior izquierdo.</i></p>	
<p>Se hace coincidir el vértice A con un punto A' del segmento \overline{WX}, de modo tal que el segmento \overline{BE} biseque al $\angle ABA'$. En la descripción se nota ciertas imprecisiones en el uso del lenguaje.</p>	
<p><i>HB: Luego de tener este doblado vamos a hacer un dobléz tomando en cuenta la parte que nos queda en el interior del rectángulo, hacemos un dobléz del ángulo contrario a través de esa línea, tratando de prolongarla y que nos quede de forma recta; puede ser hacia dentro o hacia fuera (se puede trabajar cualquiera de los dos vértices). El vértice tiene que coincidir con el lado</i></p>	
<p>Teniendo plegado el triángulo ABE sobre el triángulo A'BE, se hace coincidir el vértice E con un punto F del lado \overline{BC}; de esta manera, $BE = BF$.</p>	
<p><i>HB: Luego en este punto en la parte inferior, nos tuvo que sobrar un triángulo pequeño, este lo vamos a doblar hacia arriba; y de esta manera conseguimos el triángulo equilátero.</i></p>	<p>Esto posiblemente sucedió porque la construcción no la realizaron con una hoja DIN A4, sino con una hoja tamaño carta.</p>

Una vez que HB realizó la construcción con doblado de papel de un triángulo equilátero, otro integrante del grupo WR preguntó: *Ahora ¿cómo sabemos que es un triángulo equilátero?* Seguidamente dijo: *Buscamos las medianas de cada lado del triángulo*, procediendo – de inmediato - a efectuar los correspondientes dobleces; es decir, hace coincidir el vértice B con F, obteniendo la mediana EE' , siendo E' el punto medio del segmento \overline{BF} y, en forma análoga, construye las medianas $\overline{FF'}$ y $\overline{BB'}$ como se ilustra en la figura 4:

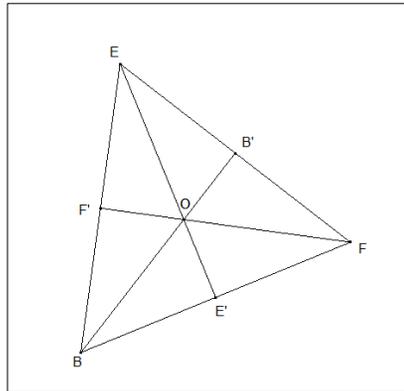


Figura 4. Figura ilustrativa de las medianas de un triángulo equilátero

WR, una vez realizados los dobleces, afirma: *Encontrando así el punto de intersección de todas las medianas. ¿Qué se quiere demostrar con esto? Que todos los triángulos que se forman son congruentes.*

Resulta interesante que la explicación dada por el grupo n° 2 esté basada en el hecho que dos figuras son congruentes si al superponerse coinciden y, además que, si las medianas de un triángulo lo descomponen en seis triángulos congruentes, entonces el triángulo es equilátero. En la figura y, por superposición, WR llegó a que los triángulos $\Delta OBE'$, $\Delta OFE'$, $\Delta OFB'$, $\Delta OEB'$, $\Delta OEF'$ y $\Delta OBF'$ son congruentes entre sí; dejando implícito que, de esta manera, los segmentos $\overline{BE'}$, $\overline{FE'}$, $\overline{FB'}$, $\overline{EB'}$, $\overline{EF'}$ y $\overline{BF'}$ son congruentes entre sí, por partes correspondientes de triángulos congruentes (PCTC) y, en consecuencia, $BF = FE = EB$.

Cabe señalar que, aparentemente al hacer la construcción del triángulo BEF con doblado de papel, los integrantes del grupo n° 2, no se percataron que, por superposición, los ángulos ABE, A'BE y A'BF son congruentes y, por ende, se ha trisecado el ángulo recto ABC y, por el postulado de adición de ángulos, el ángulo EBF mide 60° con $BE = BF$; con estas premisas, es posible probar que el triángulo BEF es equilátero (probando que ΔBEF es equiángulo). Se

conoce que los ángulos en la base de un triángulo isósceles son congruentes (y hasta aquí se conoce que el triángulo BEF es isósceles) y, por ello, los ángulos BEF y BFE son congruentes y, además, $m(\angle BEF) + m(\angle BFE) = 120^\circ$, ya que la suma de los ángulos internos de un triángulo es igual a 180° y el ángulo restante mide 60° . Esta situación fue aprovechada por la facilitadora para propiciar la participación de los profesores en formación y el intercambio de ideas durante el desarrollo de la exposición realizada por el grupo n° 2.

Para finalizar su intervención, los participantes del grupo n° 2, usando la opción “revisar la construcción” disponible en el Cabri II, describieron el procedimiento utilizado para construir un triángulo equilátero BEF, a partir de un rectángulo ABCD, en el cual la razón entre las longitudes de dos lados consecutivos es raíz cuadrada de 2. Se observa, en el cuadro 9, que procuraron establecer relaciones con el procedimiento utilizado con el doblado de papel; sin embargo, al iniciar la construcción con el Cabri II, no construyen un rectángulo que satisfaga las condiciones exigidas. Además, expresan que la clave está en la trisección de un ángulo recto; sin embargo, la manera de hacerlo es inconsistente (ver paso 3 en el mencionado cuadro). Cabe decir que la manera de trisecar - con regla y compás - un ángulo recto lo trataron Arrieche & Iglesias (2010) y la misma fue utilizada por los participantes en las actividades dirigidas. En el cuadro 9, se han incorporado una serie de observaciones como parte del análisis de esta actividad. Es necesario señalar que los integrantes del grupo n° 2, en función a las observaciones realizadas durante el desarrollo de la exposición, asumieron los errores cometidos (inconsistencia de la trisección de un ángulo recto y el haber partido de cualquier rectángulo). Quedándole planteada una tarea: ¿Cómo construir un rectángulo en el cual la razón entre las longitudes de dos lados consecutivos es raíz cuadrada de 2?

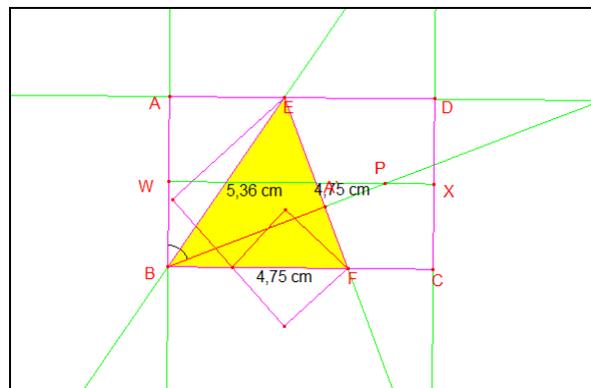
Cuadro 9. Construcción de un triángulo equilátero, a partir de un rectángulo, en un AGD

Procedimiento	Herramientas empleadas
<p><i>HB: (1) Ahora realizaremos la misma construcción, pero esta vez utilizando el Cabri. Esta primera parte es para construir el rectángulo cuya razón es raíz de dos.</i></p>	Punto Sistema de coordenadas: _ B Punto C Punto Segmento: B, C Recta (Recta perpendicular): B, _ Recta (Recta perpendicular): C, _ A Punto (Punto sobre un objeto): _ Recta (Recta paralela): A, _ D Punto (Punto(s) de intersección): _, _ Polígono: A, D, C, B
<p><i>YC: (2) Tenemos los puntos A, B, C y D, los unimos determinando el rectángulo. Luego determinamos los puntos medios de (los lados) \overline{AB} y \overline{CD} y unimos ambos puntos, determinado el segmento \overline{WX}.</i></p> <p><i>HB: <u>De manera de asemejar los pasos que realizamos con doblado de papel al uso del software.</u> Así este segmento \overline{WX} es la línea que se ve cuando hacemos el doblado de papel, lo mismo que el eje de simetría.</i></p>	W Punto (Punto medio): A, B Punto (Punto sobre un objeto): _ X Punto (Punto medio): D, _ Segmento: W, X
<p><i>HB: (3) Ahora como sabemos que un ángulo recto lo podemos trisecar, nos basaremos en esto para tratar de hacer la construcción. Por lo que trisecaremos el ángulo recto $\angle ABC$. De esta manera se nota que la semirrecta $\overline{B1}$ interseca al \overline{WX} en un punto A'. Trazamos la semirrecta $\overline{B2}$ e interseca al \overline{AD} en un punto E.</i></p>	P Punto (Punto sobre un objeto): WX ángulo: A, B, P Semirrecta: B, P Recta (Bisectriz): W, B, P E Punto (Punto(s) de intersección): _, _ Punto (Punto(s) de intersección): _, _ Punto (Punto(s) de intersección): _, _ Triángulo: A, B, E A` Punto (Simetría axial): A, _ Punto (Simetría axial): B, _ Punto (Simetría axial): E, _ Triángulo: A`, _, _
<p><i>HB: Lo próximo que se hace es marcar el triángulo ABE y aplicamos simetría axial con respecto a esa semirrecta (que sería el segundo doblado que trabajamos), como se puede notar el vértice A coincide con el (lado) \overline{WX}. Ahora trazamos una semirrecta que parte del punto E y pasa por el punto A', intersectando al (segmento) \overline{AC} en un punto F. ¿Para qué hacemos esto? Para hacer que en este polígono EDCF a través de simetría axial con respecto a esa semirrecta \overline{EA} que acabamos de trazar nos pueda representar como el próximo doblado de papel que trabajamos.</i></p> <p><i>Por lo que la punta que sobra en la pantalla es la punta que sobra en el doblado de papel. Ese triángulo como lo hicimos anteriormente lo doblamos, en este caso vamos a marcar el triángulo y por simetría axial con respecto al segmento \overline{CD} tenemos todos los doblados y nos quedaría un triángulo equilátero $\triangle BEF$.</i></p>	Semirrecta: E, A` F Punto (Punto(s) de intersección): _, _ Polígono: E, D, C, F Punto (Simetría axial): E, _ Punto (Simetría axial): D, _ Punto (Simetría axial): C, _ Punto (Simetría axial): F, _ Polígono: _, _, _, _ Punto (Punto(s) de intersección): _, _ Triángulo: _, F, _ Punto (Simetría axial): _, _ Punto (Simetría axial): F, _ Punto (Simetría axial): _, _ Triángulo: _, _, _ Triángulo: B, E, F 5,11 cm Texto (Distancia o longitud): E, B 5,11 cm Texto (Distancia o longitud): B, F 5,11 cm Texto (Distancia o longitud): F, E

Nótese que, en el paso 3, ubican un punto P sobre el segmento \overline{WX} y marcan el ángulo ABP y trazan la semirrecta \overrightarrow{BP} ; esto no garantiza que la $m(\angle ABP) = 60^\circ$. Luego trazan la bisectriz del $\angle WBP$, la cual interseca al lado \overline{AD} en el punto E. Trazan el triángulo ABE y buscan su imagen simétrica con respecto a la recta \overline{BE} . Así, hallan un punto A' imagen simétrica de A con respecto a la recta \overline{BE} , el cual no necesariamente pertenece al segmento \overline{WX} . No obstante, arrastrando el punto P, puede lograrse que el punto A' esté sobre el segmento \overline{WX} ; esto sucede cuándo el ángulo ABP mide 60° . En la figura 5, el punto A' no coincide con el punto P y el triángulo BEF no es equilátero. Aquí se observa una trisección inconsistente de un ángulo recto. Luego trazan la semirrecta $\overrightarrow{EA'}$ que corta al lado \overline{BC} en un punto F. Tal semirrecta servirá como eje de simetría del polígono EDCF; así como el lado \overline{BC} servirá como eje de simetría del triángulo C'FQ, siendo Q el punto donde el segmento C'D' corta al lado \overline{BC} . Con esto simulan el doblado de papel.

La clave de la construcción está en la trisección de un ángulo recto; en este caso, el ángulo ABC, ya que así el triángulo ABE es un triángulo $30^\circ-60^\circ-90^\circ$ y también lo será su imagen simétrica: $\triangle A'BE$, con lo cual $\angle A'EB$ mide 60° . De esta manera, el triángulo BEF tendrá dos ángulos de 60° , con lo cual el ángulo EFB también mide 60° . Por ende, si el triángulo BEF es equiángulo también es equilátero. Nótese que se pudiera conjeturar que, siguiendo la construcción si el $\angle ABP$ no mide 60° , el triángulo BEF sería isósceles con $BF = EF$. ¿Por qué?

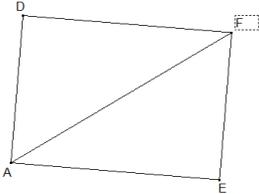
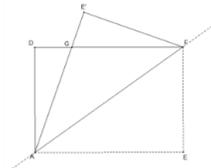
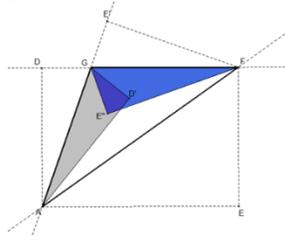
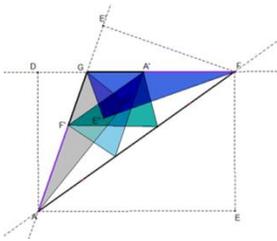
Figura 5. Trisección inconsistente de un ángulo recto



El grupo n° 3 eligió trabajar con la construcción de un pentágono regular, a partir de una hoja DIN A4 (o una hoja rectangular que cumple la condición de que la longitud de la base b entre la longitud de la altura h sea $\sqrt{2}$). Cabe señalar que, en Venezuela, no es habitual conseguir este tipo de hoja, usualmente se trabaja con una hoja de papel tamaño carta (21,59 cm x 27,94 cm) o tamaño oficio (21,59 cm x 35,56 cm). Inicialmente, el grupo n° 3 utilizó una hoja tamaño carta, lo cual implicó que el pentágono construido no fuera regular. Esto llevó a los integrantes

del grupo n° 3 a preguntarse: ¿Cómo construir un rectángulo que sea semejante a una hoja DIN A4? Esto representó la ejecución de una tarea preliminar. En el cuadro 10, se describe el procedimiento, con doblado de papel, utilizado por el grupo n° 3.

Cuadro 10. Construcción de un pentágono regular, usando una hoja DIN A4

Procedimiento	Figuras ilustrativas
<p>1. Se inicia la construcción a partir de un rectángulo de papel que cumpla la condición de que la base entre la altura sea $\sqrt{2}$ (hoja DIN A4).</p>	
<p>2. Trace una de las diagonales del rectángulo y asígnele letras a todos los vértices.</p>	
<p>Nota: A los vértices le asignaron las letras ADFE</p>	
<p>3. Doble el papel por la diagonal.</p>	
<p>Nota: Doblaron la hoja de papel, marcando el pliegue que pasa por los puntos A y F.</p>	
<p>4. Tome los dos vértices sobrantes de la doblez (D y E) respectivamente, y dóblelo de tal manera que se amolden a los lados del rectángulo formal.</p>	
<p>Nota: En el $\Delta AFE'$, hallaron el simétrico del punto E' con respecto al lado DF; obteniendo $\Delta E''FG$, donde G es el punto de intersección de los segmentos DF y AE'. Análogamente, hallaron la imagen simétrica del punto D con respecto al segmento AE'. El vocabulario empleado es impreciso; sin embargo, la realización de la construcción en la medida que se explicaba el procedimiento permitió seguirla.</p>	
<p>5. Doble el vértice E al lado opuesto.</p>	
<p>6. Finalmente tome el vértice A y dóblelo, de tal manera, que el vértice toque un punto del lado opuesto en el punto de doblado superior realizado anteriormente. Obteniéndose así EL PENTÁGONO.</p>	
<p>Nota: En el paso (5) se refieren al vértice F. En ΔAFG, A' está en el lado opuesto al vértice A y F' en el lado opuesto al vértice F. Se observa que $AF' = A'F'$, así como $A'F = A'F'$.</p>	

Cabe señalar que las notas y figuras ilustrativas incorporadas en el cuadro 9 fue posible realizarlas mediante la observación del correspondiente audio – video; a continuación se transcribe el apartado considerado:

AO: Ahora, luego de trazar una de sus diagonales, se le va a asignar letras a cada uno de los vértices. En este caso, A (vértice inferior izquierdo), E (vértice inferior derecho), F (vértice superior derecho), D (vértice superior izquierdo) (Paso 2). Luego, doblar el papel por la diagonal (Paso 3). Seguidamente vamos a tomar los vértices sobrantes, en este caso E y D, doblarlos hacia cualquiera de los dos lados, pero los dos hacia la misma cara (Paso 4). Me explico, los triángulos que sobran se van a doblar hacia adentro quedándose los dos triángulos pequeños ($\Delta E'FG$ y ΔADG) sobre el triángulo mayor (ΔAFG). Esto, de tal manera que se amolden a los lados del triángulo original. Luego, el vértice F se va a llevar al lado opuesto que sería el segmento AG (en el ΔAFG) (Pasos 5 y 6).

ZT: ¿Cómo? ¡No entiendo! ¿Cómo lo coloco?

AO: Cuando nosotros tenemos el triángulo que lo superpusimos. Lo que van a hacer es lo siguiente, cualquiera de los dos vértices (de la base del triángulo) lo van a llevar al lado opuesto de manera que toque un punto del lado opuesto.

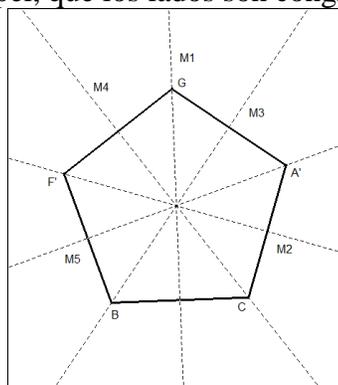
OB: ¿Cualquiera?

AO: Sí, pero de manera de que el otro vértice cuando lo doblen quede también a la misma distancia (es decir que, $AF' = A'F'$ y $A'F = A'F'$). ¿Qué pasa? Yo voy a llevar el vértice al lado opuesto de manera de que sea la diagonal o que sea la base del triángulo pequeño (lo señala en el video). Y se va a llevar, finalmente, el otro vértice que toque el punto que se realizó anteriormente en el doblar anterior, formándose así el pentágono

(Diálogo de profesores en formación durante la implementación del taller, 2018)

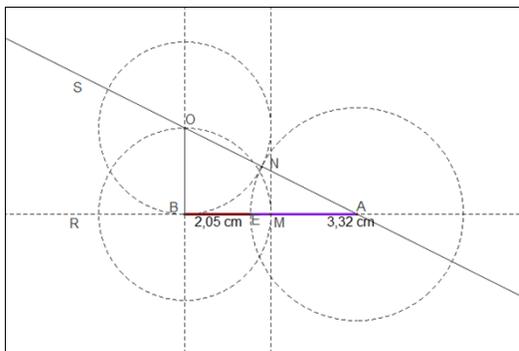
Para garantizar que el pentágono $A'GF'BC$ es un pentágono regular, procedieron a trazar la mediatriz de cada uno de los lados (mediante doblado de papel) para ir verificando que los lados son congruentes entre sí, ya que, al superponerse, coinciden (ver figura 6); así, si se considera la mediatriz M1 – mediatriz del lado BC – se tiene que $GF = GA'$ y $F'B = A'C$ y así sucesivamente.

Figura 6. Construcción de las mediatrices de los lados de un pentágono, para verificar, con doblado de papel, que los lados son congruentes entre sí.



Además, como parte de las exigencias del procedimiento empleado, se vieron en la necesidad de revisar cómo dividir un segmento, de modo que las longitudes de los dos segmentos resultantes satisfagan la razón áurea (figura 7), como se muestra en el cuadro 11 (construcción auxiliar). Esto es lo que les permitió con regla y compás dividir los segmentos \overline{AG} y \overline{FG} , hallando los puntos A' y F' en los lados FG y AG respectivamente.

Figura 7. División de un segmento en dos segmentos cuyas longitudes están en razón áurea.



Cabe destacar que, el grupo n° 3 siguió una estrategia que usualmente se emplea cuando se trabaja con una construcción geométrica con regla y compás: introducir una construcción auxiliar, la cual, consistió en ubicar un punto E sobre el segmento de extremos A y B tal que $\frac{AB}{AE} = \frac{AE}{EB}$; en este caso, se dice que el punto E dividió al segmento \overline{AB} en razón áurea. Asimismo, este tipo de problemas permite trabajar con la construcción del rectángulo áureo, en la cual las longitudes de dos lados consecutivos del mismo están en razón áurea. Además, dado que, desde la antigua Grecia, la sección áurea ha estado vinculada con la belleza y, por ende, con el valor estético de pinturas, esculturas y construcciones; así como también con el estudio de otros temas matemáticos como los números de Fibonacci (Posamentier, 2002), se considera que la construcción seleccionada por el grupo n° 3 posee un potencial didáctico que pudiera ser desarrollado en una propuesta formativa, ya que, establece vínculos con la evolución histórica de la Geometría y con otros temas matemáticos; es decir, lo planteado es una situación – problema que tiene la posibilidad de ser aprovechada por los profesores de Matemática en el diseño de tareas con contenido matemático, debido a que permite integrar distintos organizadores del currículo tales como la historia de la Matemática, la resolución de problemas y el uso de materiales y recursos.

Cuadro 11. División de un segmento en dos segmentos cuyas longitudes están en razón áurea.

Herramientas empleadas		Comentarios
B	Punto	Por un punto B, trazan una recta R y, luego ubican un punto A, distinto de B, sobre dicha recta y trazan el segmento AB. Seguidamente, trazan la mediatriz del segmento AB, siendo M el punto de intersección del segmento AB con su mediatriz.
R	Recta: B	
A	Punto (Punto sobre un objeto): R Segmento: B, A	
M	Recta (Mediatriz): _ Punto (Punto(s) de intersección): R, _	
Recta (Recta perpendicular): B, R		Por B trazan una perpendicular L a la recta R.
Segmento: M, A		Trazan el segmento MA y la circunferencia C1 con centro en B y radio MA, donde $MA = MB = AB/2$. O es el punto de intersección de C1 con L. Luego trazan el segmento BO y una circunferencia C2 con centro en O y radio OB.
C1	Círculo (Compás): B, _	
O	Punto (Punto(s) de intersección): _, _ Segmento: B, O	
C2	Círculo: O, B	
S	Recta: A, O	Trazan la recta S que pasa por A y O, donde N es el punto de intersección de C2 y S.
N	Punto (Punto(s) de intersección): S, _	
C3	Círculo: A, N	Trazan la circunferencia C3 con centro en A y radio AN. Siendo E el punto de intersección de la recta R y la circunferencia C3
E	Punto (Punto(s) de intersección): R, _	
Segmento: A, E		Trazan los segmentos AE y EB, determinan sus longitudes. La razón, en la que E divide al segmento AB, viene dada por BE / EA o por AE / EB
Segmento: E, B		
2,05 cm Texto (Distancia o longitud): _ 3,32 cm Texto (Distancia o longitud): _		

Reflexiones finales

Una vez analizadas las producciones de los equipos en el Taller n° 2 sobre construcciones geométricas con doblado de papel y en un ambiente de Geometría Dinámica (AGD) y teniendo en cuenta los usos técnicos y heurísticos de un software de Geometría Dinámica según lo señalado por Iglesias & Ortiz (2018) y Perry Carrasco, Camargo Uribe, Samper de Caicedo & Rojas Morales (2006), así el tipo de justificaciones dadas por los participantes en el curso de Resolución de Problemas Geométricos Asistido por Computadora (RPG-AC) según lo expuesto por Balacheff (2000) (la justificación como producto final de un proceso de validación matemática puede ser vista como explicación, prueba o demostración formal) y Flores (2007) (la justificación como práctica argumentativa puede ser entendida como una actividad intelectual en la cual se ponen en juego lo que Flores denomina esquemas de argumentación), pudiera decirse que, en cuanto al uso técnico del Cabri II, los profesores en formación emplearon las herramientas correspondientes con lo descrito en el procedimiento de construcción con regla y compás, así como para mejorar la apariencia de la figura en pantalla; en cuanto al empleo de herramientas que le permitieran verificar relaciones existentes entre los objetos geométricos que

conforman una construcción, a diferencia de lo encontrado en el Taller n° 1 cuando se limitaron a medir ángulos o la longitud de un segmento (Iglesias & Ortiz, 2019), hicieron uso del botón simetría axial, para verificar la congruencia entre figuras geométricas. Quizá esto se debió al trabajo realizado con doblado de papel, donde la congruencia entre dos figuras geométricas se estableció por superposición y su equivalente en un AGD es obtener su imagen simétrica, donde el eje de simetría se relaciona con el doblez efectuado.

En relación con el uso heurístico del Cabri II (construcción, exploración, formulación de conjeturas y validación), se encontró que los cinco grupos lograron construir la figura seleccionada, a partir de las condiciones iniciales, así como reconocer relaciones entre los objetos que la conformaban, especialmente establecieron relaciones de congruencia entre una figura y su correspondiente imagen simétrica. En los informes escritos, no formularon de forma explícita conjetura alguna; sin embargo, durante el desarrollo de las exposiciones visualizaron ciertas relaciones entre los objetos geométricos involucrados en las construcciones de un pentágono regular (grupo n° 3: el punto P es la intersección de la mediatriz del segmento \overline{GF} con la diagonal \overline{AF} del rectángulo AEFD) o de un hexágono regular (grupo n° 4: las medianas de los seis triángulos congruentes que conforman el hexágono regular están contenidas en las medianas del triángulo equilátero ABC, a partir del cual iniciaron tal construcción); asimismo fueron capaces de validar las construcciones realizadas, no sólo con el Cabri II, sino también con doblado de papel.

Los grupos n° 2 (construcción de un triángulo equilátero) y n° 3 (construcción de un pentágono regular) dieron explicaciones, teniendo como referencia ciertas relaciones geométricas existentes entre los objetos que intervienen en estas construcciones y algunas definiciones y propiedades conocidas, tales como: (a) Un triángulo es equilátero si sus tres lados tienen igual longitud; (b) Una mediana de un triángulo equilátero lo descompone en dos triángulos 30 – 60 – 90 congruentes entre sí; (c) Dos figuras son congruentes, si al superponerse coinciden; (d) las mediatrices de los lados de un pentágono regular lo descomponen en dos mitades simétricas (ver figura 6). Así, por ejemplo, el grupo n° 2 justifica que el triángulo BEF es equilátero, ya que, sus medianas lo descomponen en seis triángulos congruentes; para ello, efectúan varios dobleces a través de las medianas hasta que quedan superpuestos.

El grupo n° 3 explicó que el pentágono A'GF'BC es regular porque al hacer coincidir dos vértices consecutivos, el doblez obtenido es la mediatriz del lado determinado por tales puntos y los lados al superponerse coinciden y, por tanto, son congruentes entre sí (ver figura 6); cuando realizaron la construcción con el Cabri II, reconocieron que $GA = GF$ y, como los puntos K y K' dividen en razón áurea a los segmentos \overline{GF} y \overline{GA} respectivamente, se llega a que $GK = GK'$ (dos de los lados del pentágono); pero retoman la justificación valiéndose del doblado de papel.

En los grupos n° 2 y n° 3 se observa el uso de un esquema de argumentación fáctico, basado en el recuento de los procedimientos empleados, junto con un esquema de argumentación empírico, ya que, ambos grupos efectuaron la verificación empírica de relaciones de congruencia entre figuras geométricas por superposición.

El grupo n° 1 presentó pruebas que sirvieron para garantizar la consistencia de las correspondientes construcciones. El grupo n° 1 inició la prueba, haciendo coincidir los vértices B y D del cuadrado original con el punto O (ver figura 2), con el propósito de superponer los triángulos EDH y EOH, así como los triángulos FBG y FOG y, así, contar con pares de lados y ángulos correspondientes congruentes. Además, en la construcción realizada con el Cabri II, la prueba se centra en el hecho que si las diagonales de un cuadrilátero se bisecan, son congruentes y perpendiculares entre sí, entonces el cuadrilátero es un cuadrado. En este grupo, se observa un esquema de argumentación analítico, apoyado en un esquema de argumentación fáctico. Esto pareciera estar relacionado con la naturaleza de la tarea propuesta que los obliga inicialmente a enfocar la atención en los procedimientos de construcción empleados, para luego tratar de reconocer relaciones entre los objetos geométricos y, por último, tratar de dar una justificación (explicación o prueba).

Cabe señalar que, aunque en esta ocasión se trabajó con el Cabri II, las actividades realizadas pueden llevarse a cabo haciendo uso de cualquier software de Geometría Dinámica (SGD) disponible, haciendo los ajustes que sean necesarios; actualmente, en el curso de RPG-AC, se está utilizando el GeoGebra, ya que, es un software libre, con versiones disponibles para distintas plataformas y dispositivos tecnológicos, que favorece el manejo de distintos sistemas de representación. Además, se considera que el combinar el uso tanto del doblado de papel como de un SGD favorece el reconocimiento de las relaciones existentes entre los objetos que intervienen en una construcción, así como la validación del procedimiento de construcción empleado. Por otra parte, el contar con unos axiomas para el doblado de papel (reglas en las cuales se soportan las operaciones que son posibles realizar en una construcción con doblado de papel) y, además, reconocer y describir su fundamentación y relación con definiciones, axiomas y teoremas de la Geometría Euclidiana es lo que nos ha permitido examinar la equivalencia entre dos maneras de construir una figura geométrica; es decir, se ha analizado y se ha logrado mostrar a lo largo de este trabajo, las actividades y experiencias formativas llevadas a cabo por el grupo que participó en el estudio, las cuales contribuyen a la formación didáctica y matemática de los futuros profesores.

Finalmente, se considera que, en el contexto de la formación inicial de profesores de Matemática, es necesario que los estudiantes realicen tareas, como las aquí descritas, en las cuales tengan que poner en juego sus conocimientos didáctico – matemáticos, los cuales más adelante les permitirán diseñar y gestionar tareas matemáticas en el ámbito escolar en donde les corresponda laborar.

Referencias

- Alsina Catalá, C., Fortuny Aymemí, J.M. & Pérez Gómez, R. (1997). *¿Por qué Geometría? Propuestas didácticas para la ESO*. Madrid: Síntesis.
- Arrieche, B. & Iglesias, M. (2010). Explorando ángulos e triángulos com dobraduras em papel. *Boletim GEPEM*, 57, 105-117.
- Avilés Fajardo, P. I. (2016). *Uso de la didáctica del plegado de papel, como herramienta de apoyo en la enseñanza de los contenidos de la Geometría para estudiantes del 10° año de Educación General Básica, de la Unidad Educativa Best del Cantón Vinces*. Tesis previa a la obtención del Título de Magister en Ciencias de la Educación. Quito: Pontificia Universidad Católica del Ecuador. Recuperado el 13 de enero de 2019, de <http://repositorio.puce.edu.ec/bitstream/handle/22000/12227/TESIS.pdf?sequence=1>
- Balacheff, N. (2000). *Procesos de Prueba en los alumnos de Matemática*. Bogotá: Una Empresa Docente de la Universidad de los Andes.
- Chocarro Pernaut, A. (2016). *Números de Papel*. Trabajo de fin de grado. Logroño: Facultad de Ciencia y Tecnología de la Universidad de La Rioja. Recuperado el 13 de enero de 2019, de https://biblioteca.unirioja.es/tfe_e/TFE002205.pdf
- Flores, A.H. (2007). Esquemas de Argumentación en Profesores de Matemáticas del Bachillerato. *Educación Matemática*, 19 (1), 63-98.
- Gutiérrez, A. & Jaime, A. (2012). Reflexiones sobre la enseñanza de la geometría en primaria y secundaria. *Tecné, Episteme y Didaxis*, 32, 55 – 70.
- Iglesias, M. & Ortiz, J. (2018). Usos del software de geometría dinámica en la formación inicial de profesores de matemáticas. *Matemáticas, Educación y Sociedad*, 1(2), 21-35.
- Iglesias, M. & Ortiz, J. (2019). La demostración en Geometría desde una perspectiva didáctica. *Unión* 55, abril 2019, 159-183.
- Perry Carrasco, P., Camargo Uribe, L., Samper de Caicedo, C. & Rojas Morales, C. (2006). *Actividad demostrativa en la formación inicial del profesor de matemáticas*. Bogotá: Fondo Editorial de la Universidad Pedagógica Nacional.
- Posamentier, A. S. (2002). *Advanced Euclidean Geometry*. USA: Key College Publishing.
- Royo Prieto, J.I. (2002). Matemáticas y Papiroflexia. *Sigma* n° 21, 175 – 192. Recuperado el 13 de enero de 2019, de http://www.hezkuntza.ejgv.euskadi.eus/r43-573/es/contenidos/informacion/dia6_sigma/es_sigma/adjuntos/sigma_21/11_matematicas_y_papiroflexia.pdf
- Sánchez, R. (2008). *El plegado de papel y las construcciones con regla y compás en la enseñanza y el aprendizaje de la geometría del triángulo a nivel de 7° grado de educación básica*. Trabajo de grado de maestría no publicado. Universidad Pedagógica Experimental Libertador, Instituto Pedagógico Rafael Alberto Escobar Lara, Maracay.
- Van Hiele, P.M. (1957). *El problema de la comprensión. En conexión con la comprensión de los escolares en el aprendizaje de la geometría*. Tesis doctoral no publicada. Universidad Real de Utrecht: Utrecht, Holanda. Recuperado el 11 de octubre de 2018, de <http://www.uv.es/Angel.Gutierrez/aprengeom/archivos2/VanHiele57.pdf>

Van Hiele, P.M. (1959). La pensée de l'enfant et la géométrie. *Bulletin de l'APMEP* 198, 199-205. Traducido al español por Ricardo Barroso. Recuperado el 11 de octubre de 2018, de <http://www.uv.es/Angel.Gutierrez/aprenggeom/aprgeorefer.html>