

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA
EXPERIMENTAL LIBERTADOR
INSTITUTO PEDAGOGICO DE MARACAY
Centro de Investigaciones Educativas
PARADIGMA
CIEP

Diciembre de 2020

ISSN: 1011-2251

ISSN: 2665-0126

PARADIGMA, VOLUMEN XLI, N°2

VOLUMEN XLI, N°2
DICIEMBRE 2020

The logo for the journal 'Paradigma' is rendered in a bold, yellow, sans-serif font. The word 'Paradigma' is written in a large, stylized manner, with the 'P' being particularly prominent and featuring a horizontal bar. The logo is set against a red background that occupies the right side of the cover. Above the logo, there are two horizontal yellow bars of varying lengths, with the longer one on top and the shorter one below it, creating a graphic element that resembles a stylized '11' or a similar symbol.

Paradigma



AUTORIDADES UNIVERSITARIAS

Raúl López Sayago
Rector

Doris Pérez
Vicerrectora de Docencia

Moraima Esteves
Vicerrectora de Investigación y Postgrado

María Teresa Centeno
Vicerrectora de Extensión

Nilva Liuval de Tovar
Secretaria



UPEL MARACAY

Eladio Gideón
Director Decano (E)

Sorsiré Ortega
Subdirectora de Docencia (E)

Francisca Fumero
Subdirectora de Investigación y Postgrado

Evelio Blanco
Subdirector de Extensión (E)

Franklin Sevillano Díaz
Secretario (E)



Revista del Centro de Investigaciones Educativas Paradigma

Depósito Legal AR2019000054



10.37618



1011-2251



E - ISSN 2665-0126

Volumen XLI, Nro. 2; diciembre de 2020

Director

Fredy E. González
Universidad Pedagógica Experimental Libertador (Núcleo Maracay)
Departamento de Matemáticas
Núcleo de Investigación en Educación Matemática “Dr. Emilio Medina” (NIEM)
Venezuela

Consejo Editorial

Fredy E. González
Margarita Villegas
Marina García
Herminia Vincentelli
M^a Teresa Bethencourt
Erika Balaguera
Leonardo Martínez (✉)
Universidad Pedagógica Experimental Libertador (Núcleo Maracay)
Departamento de Componente Docente
Centro de Investigaciones Educativas Paradigma (CIEP)
Venezuela

Lourdes Díaz

Universidad Pedagógica Experimental Libertador (Núcleo Maracay)
Departamento de Castellano
Centro de Investigaciones Lingüística y Literarias
“Dr. Hugo Obregón Muñoz” (CILLHOM);
Venezuela

Ana Bolívar

Oswaldo Martínez
Susana Harrington
Universidad Pedagógica Experimental Libertador (Núcleo El Mácara)
Departamento de Ciencia y Tecnología, Venezuela

Luis Andrés Castillo

Universidade Federal de Para (UFPA, Brasil)

Representante en Estados Unidos de América

Edmée Fernández
Pittsburg State University; Department of Modern Language
412 Grubbs Hall
Pittsburg Kansas 66762 USA
edmefer@yahoo.com

Se permite la reproducción total o parcial del contenido de esta Revista,
siempre y cuando se cite expresamente a la fuente



Revista del Centro de Investigaciones Educativas Paradigma

Depósito Legal AR2019000054



10.37618



1011-2251



E - 2665-0126

Volumen XLI, Nro. 2; diciembre de 2020

La Revista **PARADIGMA** es una publicación semestral arbitrada, producida en el Centro de Investigaciones Educativas Paradigma (CIEP) indizada en el **IRESIE, CREDI-OEI, CEDAL, FEUSP, LATINO, BIBLO, DIALNET, CLASE, LATINDEX y REDUC.**

Certificada por la Scientific Electronic Library Online (Scielo Venezuela);

<http://www.scielo.org/ve/revistas/pdg/eaboutj.htm>

Acreditada por el Fondo Nacional de Ciencia y Tecnología (FONACIT)

Edición y Dirección de Producción

Fredy González

Diseño, Producción Gráfica y Apoyo Técnico

Angélica María Martínez

Luis Andrés Castillo

Canje, Distribución y Publicidad

Centro de Investigaciones Educativas Paradigma (CIEP)

Apartado Postal 514, CP 2101, Telf: (+58243) 2417866

e-mail: revistaparadigmaupel@gmail.com, revistaparadigmaupel@yahoo.es,

Maracay, Estado Aragua, Venezuela.

HECHO EN VENEZUELA



Revista del Centro de Investigaciones Educativas Paradigma
Depósito Legal AR2019000054



10.37618



1011-2251



E - ISSN 2665-0126

Volumen XLI, Nro. 2; diciembre de 2020

CONTENIDO

Editorial	i
Narrativas en la Enseñanza Superior: entre Sentidos y Significados de la Formación en Ciencias / <i>Narratives And Higher Education: Between Senses And Meanings Of Science Training</i> Franciele Siqueira Radetzke; Roque Ismael da Costa Güllich <i>Universidade Federal da Fronteira Sul (UFFS), Brasil</i>	1
Análisis Crítico sobre las Posibles Influencias en el Proceso de Enseñanza y Aprendizaje de Ciencias / <i>A Critical Analysis Of Possible Influences In The Teaching-Learning Process Of Science</i> ^{1,2}Emerson Pereira Branco, ^{3,4}Alessandra Batista de Godoi Branco; ²Shalimar Calegari Zanatta <i>¹Secretaria de Estado da Educação e do Esporte do Paraná (SEED)</i> <i>²Universidade Estadual do Paraná (UNESPAR), ³Instituto Federal do Paraná (IFPR)</i> <i>⁴Universidade Estadual de Maringá (UEM), Brasil</i>	28
Estrategias Metacognitivas en la Educación Científica: Contribuciones a su Inserción en el Contexto Escolar / <i>Metacognitive Strategies In Scientific Education: Contributions To Their Insertion In The School Context</i> Cleci Teresinha Werner da Rosa; Marivane de Oliveira Biazus <i>Universidade de Passo Fundo, Brasil</i>	53
Análisis de los contenidos de Química impartidos en Escuelas Secundarias Estaduales de la Municipalidad de Confresa/MT / <i>Analysis of the contents of Chemistry taught in High School of State Schools in the Municipality of Confresa/MT</i> Lunara Lanna Lima; Marcelo Franco Leão <i>Instituto Federal de Mato Grosso (IFMT) Campus Confresa; Brasil</i>	83
Análisis gráfico de la resolución de un problema químico de reactivo limitante / <i>Graphical analysis of the resolution of a limiting reagent problem</i> ¹Nehemias Moreno Martínez; ²Luis Enrique Hernández Zavala <i>¹Facultad de Ciencias; Universidad Autónoma de San Luis Potosí; México</i> <i>²Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, CINVESTAV-IPN; México</i>	112
Educación Ambiental: Percepciones de los Agentes que Trabajaron en el Proyecto para Revitalizar un Parque Urbano en el Municipio de Confresa/MT / <i>Environmental Education: Perceptions Of Agents Who Worked On The Project To Revitalize An Urban Park In The Municipality Of Confresa/Mt</i> Katiany dos Santos Pereira; Marcelo Franco Leão <i>Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Mato Grosso – IFMG; Brasil</i>	139

<p>Incertidumbre y Malestar Subjetivo en Chile: una Radiografía a la Inseguridad Humana como Fenómeno Multidimensional / <i>Uncertainty And Subjective Discomfort In Chile: Radiography To The Human Insecurity As A Multidimensional Phenomenon</i> Rodríguez Garcés, Carlos; Geraldo Padilla Fuentes; Javier Ávila Bascuñán <i>Universidad del Bío-Bío; Centro de Investigación CIDCIE, Chillán, Chile</i></p>	171
<p>Olimpiada Nacional de Historia del Brasil - ONHB: más allá de la Competición, la Cooperación y la Educación Continua / <i>National Olympic In Brazilian History: Beyond Competition, Cooperation And Continuing Education</i> José Gerardo Bastos Costa Júnior; Francisco Das Chagas Silva Souza <i>Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte (IFRN); Campus Mossoró, Brasil.</i></p>	199
<p>Matemáticas en ECO: Análisis de Artículos Escritos por el Jesuita Luiz Monteiro Reckziegel/ <i>Mathematics In The ECO: Analysis Of Articles Written By Jesuit Luiz Monteiro Reckziegel</i> ¹Malcus Cassiano Kuhn; ^{2,3}Silvio Luiz Martins Britto; ³Arno Bayer ¹Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Sul-rio-grandense - IFSul Câmpus Lajeado. Brasil; ²Faculdades Integradas de Taquara – FACCAT/Taquara/RS. ³Universidade Luterana do Brasil – ULBRA/ Canoas/RS; Brasil</p>	222
<p>Juan Manuel Cagigal (1803-1856) y su Memoria sobre las integrales limitadas: Una aventura del pensamiento / <i>Juan Manuel Cagigal (1803-1856) and his Memoria sobre las integrales limitadas: An Adventure of Thought</i> Walter O. Beyer K. <i>Universidad Nacional Abierta; Caracas, Venezuela</i></p>	253
<p>Metodología ABP: Habilidades de Autonomía y Trabajo Colaborativo en Estudiantes de Bachillerato / <i>PBL Methodology: Autonomy And Collaborative Work Development In Senior High School Students</i> Angie Ximena Valles Ramírez; Patricia Covarrubias Papahiu <i>Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM). México.</i></p>	286
<p>Comprensiones sobre conocimiento en Modelación Matemática en Educación Matemática / <i>Understanding Knowledge in Mathematical Modeling in Mathematics Education</i> Carla Melli Tambarussi; Maria Aparecida Viggiani Bicudo <i>Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho – UNESP; São Paulo, Brasil</i></p>	311
<p>Reflexiones sobre la Importancia de la Modelación Matemática como Estrategia Inductora de Competencias Estadísticas / <i>Reflections on the Importance of Mathematical Modeling as an Inducing Strategy for Statistical Competences</i> Andréa Pavan Perin¹; Celso Ribeiro Campos² ¹Faculdade de Tecnologia de São Paulo; ²Pontificia Universidade Católica de São Paulo - Brasil</p>	331
<p>Aprendizaje de las construcciones euclidianas con GeoGebra: elementos de una actividad formativa para futuros profesores de matemáticas / <i>Learning of Euclidian constructions with GeoGebra: elements of a training activity for preservice mathematics teachers</i> Juan Luis Prieto G.^{1,2}; Elizabeth-H. Arredondo¹ ¹Universidad de Los Lagos (ULAGOS, Chile); ²Asociación Aprender en Red (Venezuela)</p>	356
<p>La Conciencia Semiótica de los Docentes de Matemática en la Construcción Cognitiva de los Conjuntos Infinitos / <i>The Semiotic Consciousness Of Teachers Of Mathematics In The Cognitive Construction Of Infinite Sets</i> Héctor Mauricio Becerra Galindo <i>Universidad Distrital Francisco José de Caldas; Colombia</i></p>	381

<p>Una Propuesta de Investigación Histórico-Epistemológica sobre las Secuencias Recurrentes de 2do Orden / A Proposal For Historical-Epistemological Research On The 2nd Order Sequences</p> <p>¹Francisco Regis Vieira Alves; ²Paula Maria Machado Cruz Catarino / ¹Instituto Federal de Educação, Ciências e Tecnologia do Estado do Ceará – IFCE, Brasil ²Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro; Portugal</p>	404
<p>Constructo Teórico para el Aprendizaje Tecnológico en la Enseñanza de la Matemática en Instituciones Educativas / Theoretical Construction For Technological Learning In The Teaching Of Mathematic In Educational Institutions</p> <p>José Luis Pérez López Universidade Nacional Experimental “Rafael María Baralt” – UNERMB, Venezuela</p>	427
<p>Docencia Profesional (DP): Repercusión para la Investigación en Torno a la Actividad del Profesor de Matemáticas / Professional Didactics (DP): Repercussion For The Research Around The Activity Of The Teacher Of Mathematics</p> <p>Francisco Regis Vieira Alves Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará. IFCE; Brasil</p>	451
<p>Análisis de la Estructura de Situaciones Problemáticas Elaboradas por Docentes en un Proceso Formativo / Analysis Of The Structure Of Problem Situations Elaborated By Teachers In A Formative Process</p> <p>¹Eurivalda R. dos S. Santana; ²Pedro Henrique Milagre ¹Universidade Estadual de Santa Cruz, Bahia; ²Instituto Federal do Espírito Santo, Campus Venda Nova do Imigrante; Brasil</p>	510
<p>Un Análisis de los Productos Educativos de la UTFPR que Usan Tecnologías Digitales en la Enseñanza de Matemáticas / An Analysis In Educational Products From Utfpr Using Digital Technologies In Mathematics Teaching</p> <p>¹Taniele Loss; ¹Luciane Ferreira Mocrosky; ^{1, 2}Fabiana Roberta Gonçalves e Silva Hussein; ¹Souza Motta ¹Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), Campus Curitiba/PR; ²UFBA/Bahia, Brasil</p>	537
<p>La Tarea Docente y el Cálculo Diferencial Vinculados con el Perfil de las Carreras Biológicas / The Educational Task And The Linked Differential Calculation With The Profile Of The Biological Careers</p> <p>Reinaldo Sampedro Ruiz; María Elvira Fernández Sa; Marleny Soler Martínez Universidad de la Habana, Cuba</p>	571
<p>Leer y Escribir el Mundo con Matemáticas: Reflexionando Sobre los Estereotipos y la Visibilidad de la Comunidad LGBT + / Read And Write The World With Mathematics: Thinking About Stereotypes And The Visibility Of The Lgbt+ Community</p> <p>Denner Dias Barros Universidade Estadual Paulista – UNESP; Brasil</p>	583
<p>Casos Investigativos para la Promoción de la Interdisciplinariedad entre la Enseñanza de las Ciencias y la Literatura Brasileira / Investigative Cases For A Promoção Da Interdisciplinaridade Between Or Ensino De Ciências E A Literatura Brasileira</p> <p>Lucas Peres Guimarães; Denise Leal de Castro Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia do Rio de Janeiro – IFRJ; Brasil</p>	602
<p>Investigación en la UPEL</p> <p>Percepción de la Calidad de Vida en Asentamientos Irregulares: Un Aporte Sociogeográfico para la Enseñanza de la Geografía / Perception of the Quality of Life In Irregular Settlements: A Sociogeographic Contribution to the Geography’s Teaching</p> <p>María Isabel García Universidad Pedagógica Experimental Libertador; Instituto Pedagógico Rural Gervasio Rubio, Venezuela</p>	616



Revista del Centro de Investigaciones Educativas Paradigma
Depósito Legal pp.80-0213



Volumen XLI, N° 2; diciembre de 2020

EDITORIAL

Mantener vigente una publicación académica periódica por más de cuatro décadas es evidencia de persistencia, perseverancia y resiliencia. **Paradigma**, a lo largo de su trayectoria, ha tenido que superar innumerables adversidades. Ello ha sido posible gracias a la confianza y al apoyo recibido por los miembros de la comunidad académica y científica a la cual se debe. Los autores, revisores, usuarios y educadores en general que confían en ella, es lo que ha servido de soporte al trabajo del equipo responsable de editar esta revista.

El cierre del cuadragésimo aniversario de **Paradigma** (1980-2020) coincide con la culminación de la segunda década del Siglo XXI, un periodo que fue anunciado como promisorio y que sería el pináculo de varios procesos, iniciados en años anteriores, en materia de ciencia y tecnología.

Sin embargo, durante estos primeros veinte años del nuevo siglo, la Humanidad toda ha asistido a varios eventos a catástrofes ambientales, mudanzas en el ámbito social, tragedias humanas individuales y colectivas, así como también a modificaciones climáticas de gran impacto sobre nuestro planeta. La vigorosidad de la Naturaleza, agredida por situaciones toponegligentes, se ha manifestado con fuerza inusitada, dejando saldos dolorosamente altos en pérdida de vidas humanas.

También hemos asistido a perturbaciones sociales. Procesos latentes en la subterrneidad de lo social, han hecho eclosión. La ciudadanía, en ocasiones de forma espontáneamente anárquica, se ha rebelado. En varios países de Europa, Asia y América Latina, así como en los Estados Unidos de Norteamérica, han florecido movimientos de protesta de variado signo. La mayoría de ellos reclamando la apertura de más espacios de expresión democrática. Otros muy bulliciosos y violentos mas, afortunadamente minoritarios, exhiben una vocación claramente regresiva, propiciando el retorno hacia épocas, que creíamos ya superadas, donde prevalecen el

racismo, la intolerancia, la xenofobia y los fanatismos extremistas tanto de orden religioso como religioso y político.

En esta última dimensión destaca la emergencia de los populismos, formas de gobierno que capitalizan el malestar social; pero, a la larga, no resuelven los problemas que propiciaron su arribo al poder y, al contrario, los agravan creando circunstancias inadecuadas aún más graves que generan mayor malestar, primeramente dentro de cada país, y que luego se expanden alcanzando niveles regionales, hemisférico y, en algunos casos, globales. En el caso de América Latina es sintomático el desplazamiento forzado de la población venezolana que ha dado lugar a una diáspora aun mayor de varias de las que la antecedieron.

Para acrecentar este funesto panorama está la aparición de un nuevo coronavirus, causante de la COVID-19 que alcanzó niveles de epidemia global con un impacto espeluznante por su extensión y por la cantidad de vidas humanas que ha cobrado. Esta pandemia, simultáneamente, ha puesto de manifiesto tanto lo bueno como lo que no lo es de la sociedad contemporánea. Han quedado en evidencia las desigualdades sociales, uno de cuyos indicadores son las circunstancias socioeconómicas de la mayoría de los fallecidos. No obstante las asimetrías antes indicadas, también ha quedado en evidencia la capacidad inusitada de la inteligencia humana. Prueba de ello ha sido la rapidez con la que han sido creadas varias vacunas anti-COVID-19.

Al momento de la escritura de este texto (diciembre de 2020) se ha iniciado un proceso masivo de inmunización en el Reino Unido. Una vez más la ciencia, la investigación, el estudio, la reflexión crítica, el uso adecuado del conocimiento han vencido.

Esperamos que la Humanidad y en especial quienes tienen responsabilidades en la dirección de los países, aprendan la lección.

El Editor.

EDITORIAL

Manter um periódico por mais de quatro décadas é evidência de persistência, perseverança e resiliência. A **Revista Paradigma**, ao longo de sua trajetória, teve que superar inúmeras adversidades. Isso tem sido possível graças à confiança e ao apoio recebidos de parte dos membros da comunidade acadêmica e científica que é seu público alvo. Os autores, revisores, usuários e educadores em geral que confiam nela, é o que tem apoiado o trabalho da equipe responsável pela edição desta revista.

O encerramento do quadragésimo aniversário da Paradigma (1980-2020) coincide com o culminar da segunda década do século XXI, período que se anunciava como promissor e que seria o auge de vários processos, iniciados em anos anteriores, na ciência e tecnologia.

No entanto, durante estes primeiros vinte anos do novo século, a Humanidade testemunhou vários eventos como catástrofes ambientais, mudanças na esfera social, tragédias humanas individuais e coletivas, bem como modificações climáticas de grande impacto em nosso planeta. O vigor da Natureza, atacada por situações tão desprezíveis, tem se manifestado com força incomum, deixando saldos dolorosamente elevados em perdas de vidas humanas.

Também testemunhamos distúrbios sociais. Emergiram processos latentes no subterrâneo do social. Os cidadãos, às vezes espontaneamente anárquicos, se rebelaram. Em vários países da Europa, Ásia e América Latina, bem como nos Estados Unidos da América, surgiram movimentos de protesto de vários tipos. A maioria deles exigindo a abertura de mais espaços de expressão democrática. Outros muito turbulentos e violentos, felizmente uma minoria, exibem uma vocação nitidamente regressiva, favorecendo o retorno a tempos que acreditávamos já superados, onde prevalecem o racismo, a intolerância, a xenofobia e os fanatismos extremistas de ordem religiosa, ideológica e política.

Nesta última dimensão, destaca-se o surgimento de populismos, formas de governo que capitalizam a agitação social; Mas, a longo prazo, não resolvem os problemas que os levaram à subida ao poder e, pelo contrário, os agravam ao criar circunstâncias ainda mais graves e inadequadas que geram maiores inquietações, primeiro dentro de cada país, para depois se espalharem aos níveis regional e hemisférico. e, em alguns casos, global. No caso da América Latina, o deslocamento forçado da população venezuelana é sintomático, o que deu origem a uma diáspora ainda maior do que várias das anteriores.

Somando-se a esse panorama sombrio está o surgimento de um novo coronavírus, a causa do COVID-19 que atingiu níveis epidêmicos globais com impacto chocante devido à sua extensão e à quantidade de vidas humanas que ceifou. Esta pandemia, simultaneamente, revelou o que há de bom e de ruim na sociedade contemporânea. As desigualdades sociais tornaram-se evidentes, sendo um dos indicadores a situação socioeconômica da maioria dos falecidos. Apesar das assimetrias mencionadas, a capacidade incomum da inteligência humana também foi evidenciada. Prova disso é a rapidez com que várias vacinas anti-COVID-19 foram criadas.

No momento em que este editorial foi escrito (dezembro de 2020), um processo massivo de imunização começou no Reino Unido. Mais uma vez a ciência, a pesquisa, o estudo, a reflexão crítica, o uso adequado do conhecimento venceram.

Esperamos que a Humanidade e especialmente aqueles que têm responsabilidades na direção dos países, aprendam a lição.

O Editor.

EDITORIAL

Keeping a regular scholarly publication current for more than four decades is evidence of persistence, perseverance, and resilience. Paradigma, throughout its trajectory, has had to overcome innumerable adversities. This has been possible thanks to the trust and support received by the members of the academic and scientific community to which it is due. The authors, reviewers, users and educators in general who trust it, is what has supported the work of the team responsible for editing this journal.

The closing of the fortieth anniversary of Paradigma (1980-2020) coincides with the culmination of the second decade of the 21st century, a period that was announced as promising and that would be the pinnacle of several processes, initiated in previous years, in science and technology.

However, during these first twenty years of the new century, Humanity has all witnessed various events such as environmental catastrophes, changes in the social sphere, individual and collective human tragedies, as well as climatic modifications of great impact on our planet. The vigor of Nature, attacked by toponegligent situations, has manifested itself with unusual force, leaving painfully high balances in loss of human life.

We have also witnessed social disturbances. Latent processes in the subterranean of the social have emerged. Citizens, sometimes spontaneously anarchic, have rebelled. In various countries in Europe, Asia and Latin America, as well as in the United States of America, protest movements of various kinds have flourished. Most of them demanding the opening of more spaces for democratic expression. Other very boisterous and violent ones, fortunately a minority, exhibit a clearly regressive vocation, favoring the return to times, which we believed were already overcome, where racism, intolerance, xenophobia and extremist fanaticisms of both religious, religious and political order prevail.

In this last dimension, the emergence of populisms stands out, forms of government that capitalize on social unrest; But, in the long run, they do not solve the problems that led to their coming to power and, on the contrary, they aggravate them by creating even more serious inappropriate circumstances that generate greater unrest, firstly within each country, and then spread reaching regional, hemispheric levels. and, in some cases, global. In the case of Latin America, the forced displacement of the Venezuelan population is symptomatic, which has given rise to an even greater diaspora than several of those that preceded it.

Adding to this dire panorama is the appearance of a new coronavirus, the cause of COVID-19 that reached global epidemic levels with a shocking impact due to its extension and the amount of human lives it has claimed. This pandemic, simultaneously, has revealed both the good and the bad of contemporary society. Social inequalities have become evident, one of whose indicators is the socioeconomic circumstances of the majority of the deceased. Despite the aforementioned asymmetries, the unusual capacity of human intelligence has also been evidenced. Proof of this has been the speed with which several anti-COVID-19 vaccines have been created.

As of this writing (December 2020) a massive immunization process has begun in the UK. Once again science, research, study, critical reflection, the proper use of knowledge have won.

We hope that Humanity and especially those who have responsibilities in the direction of countries, learn the lesson.

The editor.

NARRATIVAS EN LA ENSEÑANZA SUPERIOR: ENTRE SENTIDOS Y SIGNIFICADOS DE LA FORMACIÓN EN CIENCIAS

Franciele Siqueira Radetzke

francielesradetzke@gmail.com

<https://orcid.org/0000-0002-3222-7977>

Roque Ismael da Costa Güllich

bioroque.girua@gmail.com

<https://orcid.org/0000-0002-8597-4909>

Universidade Federal da Fronteira Sul (UFFS), Brasil

Recibido: 2020-06-01; **Aceptado:** 2020-11-18

Resumen

El artículo presenta los resultados de una investigación que estudia las perspectivas del proceso de educación continua en la Educación Superior (ES). Se centra especialmente en las titulaciones en el área de las Ciencias de la Naturaleza y sus Tecnologías (CNT) y en la formación de los profesores que participan en el programa de educación continua Ciclos Formativos en la Enseñanza de las Ciencias y las Matemáticas. Desde el punto de vista metodológico, el corpus de análisis estaba formado por las narraciones producidas por los profesores de la formación en relación con sus concepciones de la formación desarrollada. Para la discusión de los resultados se construyeron mónadas y las observaciones resultantes implican considerar algunas interacciones que emanan del conjunto de tales colocaciones, siendo ellas: la reflexión, las prácticas pedagógicas, las experiencias y la formación del formador. Estas interacciones se discuten en dos flancos principales: Reflexión y prácticas pedagógicas - enlaces necesarios y Experiencias de enseñanza - contribuyentes a la constitución de la formación.

Palabras-clave: Enseñanza superior; Mónadas; Formación de la enseñanza; Enseñanza de la ciencia.

AS NARRATIVAS E O ENSINO SUPERIOR: ENTRE SENTIDOS E SIGNIFICADOS DA FORMAÇÃO EM CIÊNCIAS

Resumo

O artigo apresenta resultados de uma pesquisa que investiga as perspectivas do processo de formação continuada no Ensino Superior (ES). Centra-se especialmente no tocante às licenciaturas da área de Ciências da Natureza e suas Tecnologias (CNT) e nos Professores formadores participantes do programa de formação continuada Ciclos Formativos em Ensino de Ciências e Matemática. Do ponto de vista metodológico, o *corpus* de análise foi constituído de narrativas produzidas pelos Professores formadores na relação com suas concepções acerca da formação desenvolvida. Para as discussões dos resultados foram construídas mônadas e as observações decorrentes implicam considerar algumas interações que emanam do conjunto de tais colocações, sendo elas: reflexão, práticas pedagógicas, experiências e constituição-formação do formador. Tais interações são discutidas em dois flancos principais: Reflexão e práticas pedagógicas – enlaces necessários e Experiências Docentes – contribuintes da constituição formação.

Palavras-chave: Docência Superior; Mônadas; Formação Docente; Ensino de Ciências.

NARRATIVES AND HIGHER EDUCATION: BETWEEN SENSES AND MEANINGS OF SCIENCE TRAINING

Abstract

The article presents the results of a research that investigates the perspectives of the continuing education process in Higher Education (ES). It focuses especially on degrees in the area of Nature Sciences and its Technologies (CNT) and on the training teachers participating in the continuing education program Formative Cycles in the Teaching of Science and Mathematics. From a methodological point of view the corpus of analysis was made up of narratives produced by the training teachers in relation to their conceptions of the training developed. For the discussion of the results, monads were constructed and the resulting observations imply considering some interactions that emanate from the set of such placements, being them: reflection, pedagogical practices, experiences and the formation of the trainer. These interactions are discussed on two main flanks: Reflection and pedagogical practices - necessary links and Teaching Experiences - contributors to the formation constitution.

Keywords: Superior teaching. Monads. Teaching Formation. Teaching of Science.

A docência no Ensino Superior: propósitos da investigação

Tratar sobre o processo de formação docente é a intenção central do artigo recorrendo-se ao Ensino Superior (ES), especialmente no tocante às licenciaturas da área de Ciências da Natureza e suas Tecnologias (CNT) e à formação continuada como elementos-chaves de tal discussão. O encontro com o tema é um demarcar de desejos e esforços em compreender a profissão docente não como algo pronto e acabado, mas em convite ao diálogo com vistas a sua contínua (re)construção. O que nos propomos neste estudo não tem sido o início e nem o fim, mas os meandros da formação de Professores¹, carregada de sentimentos, significados, anseios, perspectivas e desafios. Compreendemos a formação continuada como movimento necessário à compreensão e produção de identidades docentes, uma vez que: “a identidade não é um dado adquirido, não é uma propriedade, não é um produto. A identidade é um lugar de lutas e de conflitos, é um espaço de construção de maneiras de ser e estar na profissão” (NÓVOA, 2007, p. 16).

Não obstante, temos entendido a formação inicial como a base da construção de saberes que habilitarão futuros Professores à profissão (IMBERNÓN, 2001). Com efeito, os sentidos atribuídos e produzidos nesse contexto, de forma consciente ou não, perpetuam-se nos fazeres

¹ No texto, a palavra Professor é usada com inicial maiúscula com o intuito de demarcar o peso da expressão PROFESSOR, bem como o sentido da letra “P”, atribuído por Nóvoa (2009), a partir de cinco outros “Ps”, para formação e ação do Professor: P de Práticas; P de Profissão; P de Pessoa; P de Partilha e P de Público.

profissionais docentes (CUNHA, 2005; GAUTHIER, 2006) e daí a necessidade de se olhar para a docência no ES, a fim de melhor compreender/perceber também quais as oportunidades/possibilidades e os desafios vivenciados pelo Professor Formador² de Professores, da área de Ciências da Natureza e suas Tecnologias, ao formar novos Professores.

Em termos históricos, temos percebido no Brasil diferentes direcionamentos acerca dos processos de aprendizagem, reportando-se a desde quando o ensino universitário iniciou, em 1808, no período colonial, em que até então os brasileiros eram enviados à Europa para estudar e obter a formação de bacharéis e de doutores (PIMENTA, ANASTASIOU, 2014). Em termos de licenciatura, tais cursos foram instituídos no Brasil apenas em 1934: “com a finalidade explícita de oferecer aos bacharéis das várias áreas os conhecimentos pedagógicos necessários às atividades de ensinar” (PIMENTA, ANASTASIOU, 2014, p. 41).

Desde então, temos observado diferentes direcionamentos pedagógicos ao processo de ensinar e aprender, influenciados em sua maioria pelo contexto social que atribui possibilidades de mudanças, seja o contexto institucional vivido, momentos político-econômicos do país, formas de controle do conhecimento profissional, entre outros fatores que estimulam certos comportamentos didático-docentes e inibem outros (CUNHA, 1998). À vista disso, a forma pela qual se efetiva a relação entre Professor, aluno e conhecimento tem se modificado ao longo do tempo, ou seja, ao Professor não se incumbe mais a ideia de um profissional encarregado de conhecimentos a serem repassados aos alunos, mas uma relação de parceria colaborativa na direção da construção dos conhecimentos.

Desde o final da década de 90 podemos afirmar que o ensino universitário, especialmente no que se refere ao que forma novos Professores, passa a ser visto como um fenômeno complexo, visto em sua totalidade e valorizando a pesquisa em colaboração com investigadores e Professores de escolas, num movimento de reflexão crítica e coletiva das práticas pedagógicas (PIMENTA, ANASTASIOU, 2014). Dessa forma, de verdades prontas e indiscutíveis a universidade passa a constituir-se como finalidade ao exercício da crítica, ou seja, se ocupa da: “produção do conhecimento por meio da problematização dos conhecimentos historicamente produzidos, de seus resultados na construção da sociedade humana e das novas demandas e desafios que ela apresenta” (PIMENTA, ANASTASIOU, 2014, p.162).

² Aqui tomados os Professores do Ensino Superior como Professores Formadores de Professores da área de CNT e nos dedicamos especialmente a analisar o efeito da formação ligado às licenciaturas, dada sua importância na formação de novos professores.

Em decorrência de tais encaminhamentos, questiona-se a formação docente no ES, uma vez que o Professor é colocado como elemento fundamental que pode favorecer a mudança, haja vista sua condição de dar direção e mediar a prática pedagógica que desenvolve (NÓVOA, 1992; CUNHA, 1998; IMBERNÓN, 2001). E ainda, há de se considerar que na formação inicial iniciam-se as primeiras compreensões que orientarão os futuros Professores no desenvolvimento de seus fazeres docentes (IMBERNÓN, 2001). Dessa forma, as atribuições ao Professor formador carregam uma dimensão oportuna de ser discutida, uma vez que pelo modo que ensina ele pode qualificar/contribuir ou não no processo de ensinar e aprender na educação básica, e daí a necessidade de se discutir suas compreensões e perspectivas junto aos processos de formação continuada.

Entretanto, observamos que em níveis de formação para o ES pouco se tem dado atenção ao desenvolvimento profissional, sendo que a condição necessária para atuação se dará preferencialmente em programas de pós-graduação *stricto sensu* (mestrado e doutorado) (BRASIL, 1996). Nesse sentido, a formação docente para o ES fica a cargo de iniciativas individuais ou institucionais. Em termos de docência no ES, a carreira acadêmica, geralmente, é valorizada mais pelas publicações e desempenho científico do que pela atuação em sala de aula, ficando as competências pedagógicas em segundo plano (CUNHA, 1998, 2005; ISAIA, BOLZAN, 2006; PIMENTA, ANASTASIOU, 2014). Tal situação supõe que o Professor dedique maior tempo e atenção às atividades de pesquisa do que às atividades inerentes ao processo de ensinar e aprender na sala de aula (JUNGES; BEHRENS, 2015), o que converge para sua atuação profissional.

Em vista de tais colocações, direcionamos atenção para a importância dos processos de formação continuada, também no ES, como campo profícuo ao desenvolvimento docente, uma vez que: “a formação continuada de Professores passa pela condição de que estes vão assumindo uma identidade docente, o que supõe a assunção do fato de serem sujeitos da formação, e não objetos dela” (IMBERNÓN, 2010, p.11). Tais perspectivas reforçam-se ao mesmo tempo em que vamos percebendo as possibilidades desse processo nas narrativas dos Professores em formação, participantes da pesquisa neste trabalho³.

³ Neste trabalho, o campo empírico de investigação é constituído de narrativas dos Professores formadores, as quais foram gravadas em áudio e posteriormente transcritas. Como meio de identificação, os professores serão chamados de PES, referindo-se a professor do ensino superior, acrescentado de B (PESB), quando for da área básica, e de E

No presente estudo, buscamos demarcar os pressupostos do processo de formação continuada vivenciado pelos Professores Formadores de Professores da Universidade Federal da Fronteira Sul (UFFS), *Campus Cerro Largo*, nos Ciclos Formativos em Ensino de Ciências e Matemática⁴, com vistas à constituição docente dos Formadores de Professores. Neste sentido, concordamos com Reis e Ostetto (2018, p. 4 [grifos dos autores]), ao afirmarem que: “o formar inexistente no *a priori* e é, antes, formar-se, processo permanente, abarcando transformações e aprendizagens realizadas pelo sujeito sobre si mesmo, nas interações sociais e no relacionamento com seu meio pessoal e profissional”, é também uma perspectiva defendida por Mizukami (2002), de que a formação é um constante devir, num *continuum* estendido por toda a vida do docente.

A discussão acerca dos processos e necessidades da formação continuada na docência do ES tem sido temática recorrente em pesquisas da área (CUNHA, 2005; ISAIA, BOLZAN, 2006; IMBERNÓN, 2010; JUNGES, BEHRENS, 2015). No entanto, algumas passagens de narrativas dos Professores participantes desta pesquisa demonstram temáticas/desafios necessários de serem (re) pensados como possibilidades da formação em Ciências, entre elas: “fazer com que meus colegas pensem diferente, se sensibilizem” (PESBBio, 2019); “eu não gosto de escrever e por isso eu vejo os Ciclos como uma oportunidade de eu ver a minha prática e os sentimentos dos Professores da educação básica” (PESBFís, 2019); “é pouco tempo, porque é uma manhã” (PESBQui, 2019); “pensar em propostas e atividades para continuar a formação continuada” (PESEBio, 2019). Tais desafios e projeções nos convidam ao diálogo reflexivo, num repensar da produção de significados acerca da formação continuada, direcionando nossa atenção para os elementos que a constituem.

Para tanto, acreditamos que analisar as próprias concepções dos Formadores de Professores acerca do processo de formação continuada é tomada como elemento fundamental, uma vez que dá voz aos sujeitos participantes do campo de investigação, com o intuito de

(PESE), quando for da área do ensino, e ainda de Bio, Fís ou Qui, correspondendo às respectivas áreas de atuação (Biologia, Física ou Química).

⁴Programa de extensão vinculado pelo Grupo de Pesquisa em Ensino de Ciências e Matemática (GEPECIEM), da UFFS, *Campus Cerro Largo*. Constitui-se como oportunidade para fundamentar e produzir a formação de Professores (em formação inicial e continuada) por meio de encontros sistemáticos, estes que vêm ocorrendo uma vez por mês desde o ano de 2010, oportunizando o diálogo entre a formação inicial dos licenciandos envolvidos e a formação continuada dos Professores formadores e Professores da educação básica (triade de interação, ZANON, 2003). Interessa-nos, particularmente, investigar o subgrupo que envolve apenas a área de CNT, denominado Ciclos Formativos em Ensino de Ciências.

dialogar com estes as contribuições, necessidades e elementos que perpassam tais processos, uma vez que, segundo PESBFís (2019): “*nos ciclos temos um coletivo de Professores, vários pensamentos em que é possível a troca de ideias e também a reflexão, já que durante as colocações não é? A gente se coloca no lugar do outro e também reflete sobre a própria atuação, é possível perceber acertos, qualidades e também equívocos, não é?*”. Essa narrativa nos fortalece rumo ao objeto de estudo na defesa da formação continuada como viés constitutivo dos Professores em formação, pela e na reflexão acerca da própria atuação docente, bem como no diálogo entre pares sobre suas concepções.

Ao encontro do processo de formação oportunizado pelos Ciclos Formativos, investimos no uso de narrativas como meio de investigação, considerando seu viés também formativo, quando: “dá aos indivíduos a possibilidade de articular, por meio das narrativas que produzem sobre si, as ‘experiências referências’ pelas quais passaram, dotando a própria trajetória profissional de sentido” (PASSEGGI; SOUZA; VICENTINI, 2011, p. 378). Neste caso, as pesquisas narrativas assumem duplo sentido, sendo utilizadas tanto para dados/como resultados de pesquisa como alternativa de formação (CUNHA, 1997; REIS, 2008). Dessa forma, os Professores, ao resgatarem suas experiências, refletem sobre seus processos de formação, permitindo a análise e nessa direção possibilitando a reformulação de seus saberes docentes e ainda, quando utilizado o compartilhamento, pode haver um processo de formação mútua.

Ao buscar pelos elementos constituintes do processo de formação vivenciado, que aqui está contextualizado, reportamo-nos que a escolha, por discutir as narrativas, vai ao encontro da busca de escuta das diferentes vozes emergentes do campo empírico, que de maneira contundente expressam os sentimentos que perpassam tais acontecimentos, dando voz e vez àquele que vivencia os encontros, em que pelas:

brechas de suas memórias, podem oferecer-nos imagens de um tempo e de um lugar. Em outras palavras, nossos trabalhos compõem um método investigativo que não busca o olhar do outro externo à experiência, mas, sim, a voz e o olhar daquele que vive e pratica o cotidiano da escola (ROSA; RAMOS, 2015, p. 146).

As narrativas foram produzidas por meio de escuta de histórias orais de formação dialogadas com a pesquisadora principal da investigação sobre a participação junto aos Ciclos, vivenciadas pelos Professores participantes da pesquisa. Em sua essência, a narrativa é carregada de muitos significados, sentimentos e entendimentos acerca da formação docente.

Depois de transcritas, as narrativas foram textualizadas como meio de direcionar os enunciados, sem modificar o contexto de sua produção. Com esse direcionamento, segundo Rosa e Ramos (2015), é possível trabalhar com um tipo de textualização que denominam de mônada, que nas palavras das autoras são:

fragmentos de histórias que, juntas, narram a conjuntura de um tempo e de um lugar. Metodologicamente, elas são excertos das transcrições das entrevistas que são recriadas mediante textualização, produção de um título e edição. Expressam-se como pequenas crônicas, historietas com início e final geralmente aberto, que deixa brechas para que o leitor ou o ouvinte possa também, criativamente, perceber as verdades que elas contêm (ROSA, RAMOS, 2015, p. 147).

Com essa perspectiva, propusemo-nos à construção de mônadas como meio de diálogo, uma vez que, a partir das narrativas concedidas, entendemos cada uma delas como sendo única, perfazendo cenas distintas com potencial formativo/constitutivo dos Professores em questão e dos outros do discurso por extensão na leitura destas histórias. Para Reis (2008, p. 7), o objetivo da análise de narrativas docentes não é sua generalização, “mas sim o estudo das particularidades e da complexidade de cada caso, ou seja, da realidade específica de cada sujeito, dos sentidos particulares que atribui a essa realidade e das explicações e dos argumentos que apresenta”.

Dessa forma, como já mencionado, todas as histórias orais narradas foram gravadas em áudio, transcritas e textualizadas, as quais constituíram-se em mônadas (ROSA; RAMOS, 2015). Na discussão, os Professores serão chamados de PES, referindo-se a Professor do ES, acrescentado de B (PESB), quando for da área básica, e de E (PESE), quando for da área do ensino, e ainda de Bio, Fís ou Qui, correspondendo à área de atuação: Biologia, Física e Química, respectivamente. Tal investigação delinea-se como pesquisa de abordagem qualitativa (LÜDKE; ANDRÉ, 1986), em que, como meio de constituição do campo empírico, foi desenvolvida uma investigação-formação-ação (ALARCÃO, 2010; GÜLLICH, 2013), com uso das narrativas como estratégia e metodologia de investigação para produção dos resultados, pois: “permite uma melhor compreensão do conhecimento dos Professores através da análise das suas próprias palavras” (REIS, 2008, p. 6). Na sequência, apresentamos o cenário em que as histórias aconteceram.

O cenário em que as histórias aconteceram: os Ciclos Formativos em Ensino de Ciências

*E cá estamos dialogando o Ser Professor em momentos de FormAção.
Os quais nos fazem pensar, que nos deixam inquietos e pensantes.
Um silêncio que agora se encontra a tremer pelas provocações e discussões que
ganham força ao passo que se discutem Ações, Anseios, Medos, Entendimentos e as
Possibilidades que não se cessam!
São minutos de turbulência que agitam pensamentos e a certa altura já convidam
outras vozes a expressar sentimentos, quando todos juntos buscam pela mesma resposta: O
que nos torna Professor?⁵*

A citação que escolhi para iniciar a discussão é trazida como sinônimo aos processos formativos desenvolvidos pelos Ciclos Formativos e não só por ele, mas também acerca do diálogo com os Professores entrevistados dos quais as discussões foram sendo produzidas e como ‘pérolas’ mereciam de serem tratadas/contempladas. Em tom que desse mais vida às discussões, buscamos junto às expressões dos próprios Professores contextualizar o cenário que suas narrações descrevem e buscam apresentar: dos Ciclos. No referido estudo foram pesquisados seis Professores atuantes no ES da UFFS, *Campus* Cerro Largo, participantes do processo de formação continuada. Dos Professores investigados, dois são da área de Ciências Biológicas, dois da Física e dois da Química, sendo três com formação de Pós-graduação na área básica de Biologia, Física e Química e os outros três com Pós-graduação em Educação, sendo escolhidos aos pares por área e formação, com vistas a compreender se decorrem implicações do processo de formação continuada em cada campo de atuação e vice-versa.

Ao realizar a escuta das histórias/narrativas orais sobre a formação, atuação de cada um dos Professores participantes da pesquisa, bem como sobre a sua participação nos Ciclos Formativos, percebemos que os cenários que foram sendo descritos eram completamente diferentes, pois cada Professor, com suas particularidades, seus desafios e seus entendimentos, deu seu próprio contorno a sua história, no que podemos afirmar que é o papel das narrativas constituir os sujeitos de suas histórias (CUNHA, 1997; REIS, 2008).

As narrativas (dados deste estudo), assumidas como viés formativo, produzem sentido maior quando postas em discussão e dialogadas no encontro de outras vozes, uma vez que, para Reis e Ostetto (2018, p.6): “as narrativas possibilitam o entrelaçamento das vidas do narrador e

⁵ Citação retirada do Diário de Formação da autora. Nesse, as escritas são realizadas com base na perspectiva de Porlán e Martín (1997), que nomina o diário como Diário do Professor, uma forma mais autêntica de investigação-ação, pesquisa da própria prática. Importante destacar que o desenvolvo como Professora pesquisadora desde minha formação inicial, no que tem me acompanhado até aqui e guarda, por certo, a história de minha investigação-formação-ação.

do ouvinte que, ao compartilhar dos relatos do narrador, pode tanto reinterpretá-los, quanto recriá-los consoante às suas próprias formas de pensar, sentir e agir”. Desse modo, é por meio das histórias de vida dos Professores pesquisados, as quais retratam o fazer pedagógico, que buscamos destacar os elementos constituintes do processo de formação vivenciado, acreditando que: “pelas histórias de vida podem passar a elaboração de novas propostas sobre a formação de Professores e sobre a profissão docente” (NÓVOA, 2007, p. 25).

O processo de formação desenvolvido pelos Ciclos Formativos busca articular formação inicial e continuada pautada na racionalidade crítica, que implica pensar uma formação através do modelo de Investigação-Formação-Ação (IFA) (CARR; KEMMIS, 1988; CONTRERAS, 1994,2002; ALARCÃO, 2010; GÜLLICH, 2013), em que:

a essência do modelo é muito simples. Por processos de observação e reflexão, a experiência é analisada e conceitualizada. Os conceitos que resultam desse processo de transformação servem, por sua vez, de guias para novas experiências, o que confere à aprendizagem também um caráter cíclico e desenvolvimentista (ALARCÃO, 2010, p.53).

Dessa forma, junto aos Ciclos Formativos o processo de IFA tem sido assumido como possibilidade constitutiva dos Professores participantes, uma vez que é instigada a reflexão acerca da prática docente de forma colaborativa e em diálogo com referentes teóricos. Nas palavras de Güllich (2013, p.268): “a aprendizagem que se dá no contexto da IA [Investigação Ação] é um processo que transforma a experiência pela via reflexiva, com isso adquire potencial formativo”. Nos ciclos formativos, os encontros acontecem uma vez por mês, em que, a partir de atualizações temáticas conceituais e pedagógicas, diálogos formativos, escritas reflexivas e sistematização de experiências, são discutidas questões que permeiam o contexto educacional e os processos de formação de Professores.

Ainda, junto aos Ciclos Formativos pode ser observado um espaço de coletividade, onde se instiga o compartilhamento de experiências, em que a formação:

[...] tem ocorrido de modo coletivo e busca a autoria compartilhada que implica na participação de três tipos de sujeitos durante o processo: Professores formadores da UFFS, licenciandos da UFFS dos cursos de Ciências Biológicas, licenciatura em Física e licenciatura em Química e Professores da educação básica de ciências e matemática, todos considerados como Professores em formação (GÜLLICH, HERMEL, BULLING, 2015, p.168).

O processo formativo, ao perfazer os três níveis de ensino (formação inicial, Professores da educação básica e Professores formadores), implica considerar a tríade de interação enfatizada por Zanon (2003), em que sujeitos com distintas funções no processo interagem para investigar/criar/propor práticas e currículos. Consideramos a importância de tais interações à medida que instigam o compartilhamento de experiências, consolidando-se em espaços de formação mútua: “nos quais cada Professor é chamado a desempenhar simultaneamente, o papel de formador e de formando” (NÓVOA, 1995, p. 26).

Também é oportuno salientar o processo de escrita reflexiva, proporcionado com o Diário de Formação produzido de acordo com a perspectiva de Porlán e Martín (2001). Os autores ressaltam que o diário do Professor: “é usado como um guia para a reflexão sobre a prática, favorecendo ao Professor a consciência sobre seu processo de evolução e sobre seus modelos de referência” (2001, p.22). Assim, as escritas/reflexões construídas acerca das vivências na docência buscam desenvolver, em quem dela usufrui como seres críticos e reflexivos, um repensar constante das ações empreendidas e assim se tornam experiências, ou seja, já estão transformadas (LAROSSA, 2002). As diferentes concepções, posições, elementos constituintes apresentados e que permeiam o transcurso e conteúdo das mônadas, que a seguir são discutidas, não são trazidas como início ou fim da discussão. São elementos que constituem tais espaços e determinados tempos de formação, apresentam-se como ‘pérolas’, que como partes de um todo apresentam uma história de formação, um enlace de perspectivas e de concepções que, ao serem compartilhadas, caminham na construção de um ornamento carregado de ideias e saberes postos/abertos em/a discussão.

Dessa forma, pelas narrativas dos Professores de ES em formação e pelos seus entrelaçamentos com o contexto dos Ciclos Formativos, buscamos os elementos constituintes do processo formativo vivenciado. Na sequência, é apresentado o conjunto de pequenas histórias: as mônadas, produzidas e pautadas conforme metodologia de Rosa e Ramos (2015). Neste sentido, inicialmente são somente apresentadas como um conjunto de textos sem categorização prévia, tampouco nenhum tipo de classificação, produzindo efeitos de compreensão dentro de um regime de verdades, dentro do seu contexto e do outro que as lê, ao estabelecer seu diálogo com a história. Assim, são organizadas mediante textualização, produção de um título e edição, expressando-se como pequenas crônicas (ROSA, RAMOS, 2015). Passamos, então, a apresentá-las na próxima seção.

Narrativas de formação em Ciências são ‘pérolas a serem compartilhadas

Formação e Ensino: um movimento que se transforma pela Investigação

Eu, na verdade, acho importantíssimo para a formação [referindo-se aos ciclos formativos-formação continuada], então tem muitas coisas que eu estou adaptando. Então, é um processo para quem não é da área do ensino, mas pelo menos tem a intenção de melhorar a cada dia essa questão, mesmo sendo da específica valorizo muito o ensino, já que é um curso de formação de Professores. Então, os Ciclos está sendo muito importante para esta, essa minha formação. Isso faz com que eu consiga transpor para a sala de aula, não é? Então, essa experiência que os Ciclos está me passando me ajuda muito, sem dúvida, talvez eu nem perceba isso, mas é que eu não tenho esse hábito de escrever, eu tenho dificuldade nessa escrita, nessa autorreflexão. Não sei se vou conseguir isso ainda um dia, com quase 50 anos já vem com uma bagagem de quase 20 anos no ensino de graduação, mas aquele ensino tradicional. Mas eu vou quebrando isso a cada ano e os Ciclos pode dar um salto maior a isso. É a gente está sempre em metamorfose [transformação], como eu digo, não é? E os Ciclos tem um papel eu acho muito importantíssimo, ele sensibiliza e tem que sensibilizar quem está participando, e, é isso, que eu acho o principal papel dos Ciclos. Ele tá me sensibilizando mais do eu imaginava, não é? Eu sempre fui crítico nas minhas aulas, e isso me ajuda a evoluir em termos de Professor. E os Ciclos ajuda, eu, a pensar mais nessa criticidade do meu ser Professor, então isso eu acho que é bem importante. Eu acho, o principal desafio é ainda, talvez uma coisa tópica minha, é fazer com que meus colegas pensem diferente, se sensibilizem, principalmente da área específica. Isso, talvez no futuro, eles se sensibilizem que é um curso de formação. Não estou dizendo para eles não trabalharem com as específicas que são muito importantes, mas também pensarem que estão num curso de formação, que estão formando Professores. É o trabalho para quando vocês chegar lá, futuros Professores e até nós mesmos, de como a gente vai fazer com que eles consigam assimilar, não digo nem assimilar, mas como eles vão trabalhar com esses conteúdos em sala de aula, já estar repetindo o que os Professores fazem aqui [no sentido de modificar a realidade]. Talvez um grande desafio no meu caso, para mim seja eu conseguir conciliar a disciplina específica com esse olhar voltado para a formação de Professores e também

trabalhar no ensino. E eu gosto das duas coisas, eu me sinto realizado trabalhando com a específica também (PESBio, 2019).

O diálogo com a Educação Básica: realidades e necessidades

Porque eu acho que a gente não pode perder o contato primeiro com aquilo que está sendo lá na básica, não é? Tanto eu não posso perder o meu olhar quando eu era estudante, das minhas dificuldades. Então eu não posso perder isso, nem em pensamento e nem em reflexão, nem naquilo que eu posso aproveitar daquilo que os outros estão falando. Então minha preocupação é essa: é tentar sempre trazer a realidade e já estar pensando, se colocando naquele ambiente e não de uma forma distorcida. Então os Ciclos ele traz isso, porque ele traz uma sala lotada de alunos que estão ali e eu posso ver as reações e vejo as apresentações tanto dos alunos quanto dos Professores e isso me mantém aproximada. Quando eles têm as suas falas a gente consegue se aproximar, das angústias que se tem nas escolas e isso é importante que a gente tem que manter, ajudar como formador e os Ciclos permite isso, não é?, Continuamente repensar as situações da sala de aula e da formação, de estar presente, sabendo conscientemente o nosso papel então tá unindo os Professores não é? É um tripé. E esse é o nosso propósito não dá para se afastar e os Ciclos permite isso. Claro que é pouco tempo, porque é uma manhã, se a gente pudesse falar mais, teria muito mais coisa, fica limitado sempre no tempo, não é? Mas já é um começo. A gente vai afunilando, especificando [em pesquisas de mestrado e doutorado] mas a gente sempre precisa voltar, a gente só estuda uma parte bruta e específica. Então o básico que ajuda explicar o que é complexo às vezes vai ficando pra trás em termos didáticos de transformação, de como ensinar pra um aluno que está vendo pela primeira vez? Então a gente tem que se adequa assim como as tecnologias, a gente precisa é uma necessidade [dos Ciclos]. É essa parte, mais da parte pedagógica que eu sinto que o Ciclos nos fornece. Por que como não tem no mestrado, não tem no doutorado a gente vai pensando de um jeito e aí se a gente não se deixa mudar, pelo conjunto e pelas necessidades que se encara e se não tiver o contato, é como se ficasse perdido nessa caminhada e ali [nos Ciclos] a gente não está sozinho, então os Ciclos ele permite esta junção de repensar e de não me tornar egoísta nesse sentido não é? Então eu tenho que pensar em mim na hora de falar, eu tenho que falar pensando na realidade, no contexto dos que estão se formando. Cada um que faz um estudo é

um acréscimo. Permite um contato maior. Ah eu não estou participando! Não, eu preciso, porque eu preciso me renovar a cada dia, então é importante. É isso aí, um desafio preciso, uma necessidade (PESBQui, 2019).

Formação colaborativa: reflexão sobre o papel do Professor

É bem, eu acho que ver a prática pedagógica e também me colocar como Professor da Educação Básica porque a gente não pode fugir de que são Professores que estamos formando. E lá [referindo-se aos ciclos formativos- formação continuada] nós temos esse contato e entre os diálogos e colocações, não é? É possível observar também a nossa prática enquanto formadores, então eu vejo essa, essa possibilidade nos Ciclos. Tem mudado um pouco a forma de eu dar aula, agora faço trabalhos em grupos, deixo mais eles [alunos] se organizarem, eu trago artigos e eles se organizam em grupos para discutir. Aí eles interagem mais, e eu vou descobrindo o meu papel, que não é só passar o conteúdo de forma mecânica, mas ser mais flexível e fazer com que eles participem. E nos ciclos temos um coletivo de Professores, vários pensamentos em que é possível a troca de ideias e também a reflexão, já que durante as colocações né, a gente se coloca no lugar do outro e também reflete sobre a própria atuação, é possível perceber acertos, qualidades e também equívocos, não é? Eu sempre digo pro Professor R que eu não gosto de escrever e por isso eu vejo os Ciclos como uma oportunidade de eu ver a minha prática e os sentimentos dos Professores da Educação Básica, eu acho que o meu principal desafio seja eu me colocar, eu me ver como um Professor da Educação Básica porque nós estamos formando Professores uma profissão que precisa ser capaz de transpor conhecimentos conceitos e que eu acredito ser interessante de forma colaborativa e daí a necessidade que vejo dessa relação orgânica entre a Universidade e as escolas. Eu me formei na área técnica mesmo, e o Professor se forma em um termo específico, responde a apenas uma pergunta, mesmo os da área do ensino no final o campo de estudo se direciona a uma temática apenas ficando alienado das demais. Então provocar esse processo diferenciado de dar aulas é algo novo pra mim e que precisa ser construído e os Ciclos provoca isso (PESBFis).

Os diálogos coletivos como combustível para a prática docente

Eu fico numa expectativa muito grande para os Ciclos cada mês. Porque, para mim, além da formação é o momento da gente se reencontrar no grupo. O fato de nós estarmos lá todos juntos

sabe, de ver, olhar o grupo todo de quem faz de quem é ali isso tudo pra mim é muito importante esse coletivo. Acho que o mais importante, o significado mais importante dos Ciclos é a coletividade e o compartilhamento que a gente tem lá dentro, das questões teóricas, das experiências vividas, é uma riqueza assim muito grande, em alguns momentos mais, em alguns momentos menos, mas isso é um ciclo que vai passando, por isso Ciclos Formativos, porque não é sempre 100%, a gente não está 100% às vezes fazendo. Então a gente tem momentos em que a gente tem que ficar mais em silêncio às vezes participa mais, tem vezes que é mais teórico, tem vezes que a gente tem que retornar e ir mais para a sala de aula, não é? Buscar as experiências da sala de aula, fazer com que os Professores falem da sala da sua aula, tem vezes que a gente precisa reforçar textos teóricos pra ir compreender coisas que ocorrem na sala de aula e na prática. Então, pra mim, é um momento em que eu me encontro com os colegas e reacende aquela chama da coletividade. Para a minha prática, os Ciclos é o combustível da prática dos Professores formadores independente, claro eu tenho vários alunos do curso de Química que não participam dos Ciclos, são alunos de fora, enfim trabalham, mais participam são os bolsistas. No dicionário dos ciclos formativos não tem a palavra desistir ou cancelar, ocorre Ciclos Formativos para o Ensino de Ciências com quatro ou cinco pessoas eles ocorrem, porque foi o que eu percebi na tese, não influi o número de pessoas e também não influi se um é transformador ou conservador, um é tradicional, um é crítico, é necessário que todos esses estejam no nosso grupo pra que esse grupo se movimente, porque a formação dos Ciclos ela é, eu percebo ela como um movimento constante que ora, como eu disse antes, ela é mais intensa, no sentido de evoluir nó vamos a passos largos às vezes e saímos de lá extremamente satisfeitos com o processo, ora a gente retrocede, não é? Ora a gente tem que refletir outras situações, não é? Então esse movimento de retroceder de evoluir ele é necessário para que o próprio Ciclos Formativos se mantenha, esse eu acho que é o próprio combustível dos Ciclos Formativos, não é? Essas diferenças que nós temos esse constante reprogramar, refazer, não é? Eu acho que isso é muito qualificador no grupo, eu aprendi muito nos Ciclos. (PESEQui, 2019).

Novos olhares a partir do diálogo e da interação

Eu acho importante a gente estar sempre refletindo sobre situações diferentes, porque a gente tem o nosso mundinho, as coisas acontecem de certo modo, e quando a gente vai começar a

perceber outras possibilidades de trabalho, outras formas de trabalho porque cada um que vai lá, que faz a sua fala traz um olhar diferente sobre aquela mesma educação que a gente pensa que entende. Então essa é a formação sempre continuada, porque tu está sempre aprendendo, a gente nunca para de aprender e a importância de estar lá [referindo-se aos Ciclos] sempre querendo novos olhares, novas possibilidades, novos conhecimentos que são apresentados para todos nós, para todos os níveis de formação que estão lá. Outras possibilidades pro nosso crescimento, que a partir de novos olhares a gente vai percebendo outros caminhos, outras possibilidades, outros caminhos para seguir e não ficar só, até porque vai estagnar, vai chegar um momento que você vai fazer sempre a mesma coisa, que vai estagnar e tu não vai ter mais o que fazer, tu vai fazer sempre a mesma coisa como se dizia lá, tu vai ter as páginas amareladas usar sempre as mesmas, mas não vamos usar outros meios de crescimento. A importância está como eu te disse antes de pensar novos modelos de agir e de desenvolver o trabalho na sala de aula e isso também influencia nos estudantes que estão lá, afeta não só a mim afeta a todos eles também começam a pensar em outras formas e trazer para discussão na aula e isso vai fazendo com que eu mude minha aula, porque a cada semestre a gente vê o que deu certo e o que não deu, sempre repensando embora as disciplinas sejam sempre as mesmas tem uma sequência, mas a maneira a cada semestre é diferente do anterior, a gente está sempre buscando melhorar (PESEFis, 2019).

Reflexão, formação e constituição docente

Se eu não quisesse não precisava fazer porque o município aquela vez não exigia, eu comecei a vir porque eu queria participar, e eu acho que é importante a gente sempre estar aprendendo, estar num processo contínuo de constituição, que não é porque eu estou aqui que eu sei mais que os outros, não é? Mas a gente sempre aprende ouvindo o outro, então sempre tem uma coisa ali que vai agregar na tua formação e mesmo pra você repensar outras coisas que a gente está fazendo. Mas agora com essas formações continuadas que têm pelo NAP eu vejo outros Professores vindo, mas eu vejo que não é uma preocupação assim com a formação do formador. E também é uma exigência né e aqui acho que não tem, agora que está começando esse ano com o processo do NAP que está indo, mas você vê que não é todos que vão, você já participou, não é? Eu acho que é um momento importante porque a gente como formador, tu és formador, mas tu não estás formado, tu estás num processo, como eu te disse de constituição, a gente está

todo dia aprendendo uma coisa ou outra. Então quando tu vai e participa dessas formações como teve esses dias o primeiro encontro é importante parar e olhar, ah uma reprovação em massa, fazem pensar será que não sou eu, será que não é comigo é, eu tenho que descer do meu pedestal e olhar pra onde eu estou, rever se é um grande número, não é eles pode ser eu! É aquela coisa das marcas, não é? Tem uma coisa ali que tu vais aproveitar provavelmente. A questão da avaliação, por exemplo, que a Professora R trabalhou, então tu vais pensar diferente esse ponto da avaliação, assim como outros temas, a experimentação, o trabalho de experimentação. Mas assim dizer que eu parei e fiz essa reflexão isso lá e isso aqui, não eu não pensei sobre isso, mas provavelmente tem reflexos de lá na minha prática. Quando você começa a participar de um processo formativo, você vai ampliando teu olhar, começa a se questionar, aí tu vais ter mais subsídios para uma discussão. Então dentro do curso se os Professores participam da formação continuada, não é? Começam a enxergar, se sensibilizam com essa questão talvez aí mudando o jeito de ele trabalhar em sala de aula, o jeito da avaliação que ele vai aplicar. Mas parte dessa vontade de querer, porque é muito mais prático ficar em casa do que vir aqui e querer mudar sair da zona de conforto pensar algo diferente, pensar que não é porque eu sou doutor ou phd em tal área que eu não possa descer e ver o nível em que meus alunos estão e ver o que, de fato, eles estão precisando para aprender (PESEBio, 2019).

O adensamento das pérolas: brechas a serem consideradas

Neste estudo, investimos no uso de narrativas como viés de investigação, ensino e também de formação, uma vez que oportuniza espaços de diálogo para as histórias de formação, de saberes e práticas (REIS, 2016). Ao discutir as ações pedagógicas e a necessidade da formação continuada, Nóvoa (2007; 2009) enfatiza que a maneira pela qual o Professor se desenvolve didaticamente está relacionada à sua maneira de ser e com as suas relações pessoais. O que implica mobilizar dimensões pessoais nos espaços de formação e o diálogo da prática docente como meio de reflexão e também de formação.

Diante das narrativas produzidas pelos Professores e à luz de uma possibilidade de interpretação/compreensão das mônadas⁶, nos implicamos em: “aceitar que por detrás de uma –

⁶ Uma possibilidade de interpretação e compreensão será apresentada neste texto como forma de discussão das histórias pequenas: Mônadas, porém esta não é a única. Conforme Rosa e Ramos (2015), a interpretação é livre, pessoal, única de explicar determinado acontecimento!

logia (uma razão) há sempre uma –*filia* (um sentimento), que o *auto* e o *hetero* são dificilmente separáveis” (NÓVOA, 2007, p.25 [grifos do autor]). Tal pensamento direciona-se ao observarmos que os dizeres dos Professores investigados são carregados de experiências e sentimentos entendidos como determinantes na ação pedagógica, justificando os meios pelos quais atuam. Diante de tais perspectivas, Maldaner (1997, p.1), ao trabalhar com a formação continuada de Professores, ressalta a necessidade de “dar voz aos que fazem a educação por seu trabalho, os Professores, e permitir assim, a sua qualificação e profissionalização”, o que requer a participação dos Professores na realização de estudos e pesquisas sobre a própria prática educacional (MALDANER, 1997).

Dessa forma, faz-se oportuna, em momentos de formação, a discussão de temas pedagógicos e experiências docentes, dando voz à prática pedagógica, assim como tem sido realizado pelos Ciclos. A circunstância de dar voz às memórias carregadas de significados, sentimentos e sonhos (ROSA, RAMOS, 2015), materializa-se na possibilidade do diálogo com outros e na possibilidade do alcance de outras projeções e desafios. Para Larrosa (1998, p. 38): “quando contamos nossas histórias e experiências para os outros, de forma escrita ou oral, elas deixam de ser somente nossas, pois passam a fazer parte da vida do outro”. Assim, destaco a importância dos aspectos relacionados à história de formação, conjunturas atuais e possibilidade de um arranjo, em que, juntas, as “pérolas” são capazes de desdobramentos mais resistentes e significativos, que no percurso das mênades demarcam elementos emergentes, como os sentidos atribuídos.

Ao discutir os elementos que emergem das narrativas, não pretendo aqui encerrar um ciclo. Se esse fosse o objetivo, encerraríamos a escrita por aqui. Pretendemos traçar diálogos junto aos entendimentos dos Professores e trazer as oportunidades e os desafios da docência, quando em processos de formação continuada que envolvem a docência no ES. Assim, intencionamos iniciar ciclos e discussões, e quando voltarmos à discussão, talvez a realização de novos processos de formação venham à tona com diferentes ornamentos, sempre à deriva, em reconstrução.

É assim que, mesmo considerando as singularidades que cada narração representa, permitimo-nos analisar as características interativas que são compartilhadas, indiciando os elementos constituintes do processo de formação, como possibilidade de pensar novos ciclos e desafios. Com olhar para as “brechas” consideramos como elementos-chaves para a discussão:

a reflexão, práticas pedagógicas, experiências e a constituição-formação do professor formador. No entanto, “as narrativas não serão categorizadas, por entendermos que qualquer tipo de classificação fixaria verdades, apagaria as ambiguidades contidas nas histórias e reduziria muito o espectro de ressignificação das experiências vividas” (ROSA, RAMOS, 215, p.154). É assim que o diálogo que segue e busca discutir os elementos/sentidos atribuídos contidas nas narrativas, que as “brechas” nos permitem enxergar neste dado momento, ou melhor, os discursos relacionados com a formação continuada, organizadas em dois flancos/sentidos principais de discussão que seguem.

A) Reflexão e práticas pedagógicas: um enlace necessário à formação do professor formador

Um dos aspectos depreendidos das histórias é o conjunto de conexões entre as narrativas e o processo de reflexão sobre as práticas docentes possibilitado na participação junto aos Ciclos Formativos, em que tais aspectos entrelaçam-se na perspectiva de melhoria das práticas pedagógicas (mônadas 1, 2, 3 e 5).

Para Maldaner (1998, p. 56), o entendimento da sala de aula: “na prática constitui o objeto de pesquisa do Professor e sobre o qual se dá o seu auto aperfeiçoamento profissional”, assim como pôde ser percebido por PESBBio (2019): “*eu sempre fui crítico nas minhas aulas, e isso me ajuda a evoluir em termos de Professor. E os Ciclos ajuda eu a pensar mais nessa criticidade do meu ser Professor*”. Nesse ponto, PESBBio salienta o exercício de análise de suas aulas como meio de evolução acerca de seus princípios docentes. Consideramos tal perspectiva como fundamental ao processo de constituição docente, quando os Professores, em questão de suas atuações, podem produzir novas compreensões ao processo de ensino, colocam-se como sendo sujeitos da transformação. A fim de que o processo torne-se mediador do desenvolvimento docente, Imbernón (2010, p. 23) destaca a participação dos Professores no processo de formação continuada e considera: “fundamental que, no momento de planejar a formação, executá-la e avaliar seus resultados, os Professores participem de todo o processo e que suas opiniões sejam consideradas”.

Vários autores têm proposto a importância da reflexão de práticas pedagógicas como contribuinte da melhoria das mesmas (CARR; KEMMIS, 1998; SCHÖN, 1992; ALARCÃO, 2010; GÜLLICH, 2013). Nesse sentido, a importância de tais colocações voltarem-se para

programas de formação continuada, nos quais, além da investigação individual, é possível a troca entre pares e também a mediação teórica e, por assim ser, tornam-se experiências docentes (LARROSA, 2002). Cambiante ao processo de reflexão, é possível indiciar aspectos relacionados ao compartilhamento de saberes docentes (mônadas 2, 3 e 4), como destacado em: *“eu acho importante a gente estar sempre refletindo sobre situações diferentes [...] perceber outras possibilidades de trabalho, outras formas de trabalho”* (PESEFis, 2019). Aqui, evoca-se o sentido da formação compartilhada e da aprendizagem docente como saber experiencial (ZANON, 2003) e, ao mesmo tempo em que o discurso faz um convite ao entendimento de que os Professores participantes se constituem num coletivo no compartilhamento de saberes (LEITE, 2017).

Silva e Schnetzler (2000), ao trabalharem com a formação continuada de Professores, destacam as possibilidades que emanam do espelhamento de práticas, pelas quais:

os Professores participantes ao desenvolverem a leitura, análise e discussão de situações pedagógicas semelhantes às suas puderam se dar conta de suas próprias ações e concepções. Em outras palavras, refletiram sobre suas práticas pedagógicas e sobre as inadequações nelas existentes, percebendo o que priorizavam e o que descartavam em suas salas de aula.

Mediante tais concepções, Silva e Schnetzler (2000) destacam três aspectos a serem considerados em programas de formação continuada, entre eles a necessidade de reflexões sobre a própria prática pedagógica; a superação do distanciamento entre contribuições da pesquisa educacional e a sala de aula; e, ainda, o Professor compreender que sua atividade vai muito além de conhecer o conteúdo e utilizar algumas técnicas pedagógicas, mas como uma categoria empenhada na função social de ensinar. Cabe também apontar que alguns autores da área de Educação em Ciências vêm discutindo processos de formação que estabeleçam aproximações entre a educação básica e Universidade (NÓVOA, 2000; CARVALHO, GIL-PÉREZ, 2000; MALDANER, 2006).

Tais perspectivas também foram enfatizadas pelos Professores formadores (mônadas 2 e 3), como destacado: *“Eu não posso perder isso [referindo-se ao diálogo com a educação básica e licenciandos], nem em pensamento e nem em reflexão, nem naquilo que eu posso aproveitar do que os outros estão falando. Então minha preocupação é essa, é tentar sempre trazer a realidade e já estar pensando, se colocando naquele ambiente e não de uma forma distorcida”* (PESBQui, 2019). Tal entendimento incita a ideia de que o processo formativo,

além da reflexão acerca da própria prática e mediado teoricamente, é mais produtivo quanto imbuído de processos interativos, no que pese que a ideia de tríade de interação de Zanon (2003), que é utilizada nos Ciclos.

O modelo de formação destacado pelos Ciclos Formativos está disposto de forma a acolher a formação inicial, Professores da Educação Básica e Professores formadores: tríade de interação (ZANON, 2003) em que todos aprendem e todos ensinam e, por isso, são considerados como Professores em Formação (GÜLLICH, 2017). Dessa forma, *“quando eles têm as suas falas a gente consegue se aproximar das angústias que se tem nas escolas e isso é importante que a gente tem que manter, ajudar como formado”* (PESBQui, 2019). É viável enfatizar que o processo de formação investigado tem disposto um processo de desenvolvimento docente amplo, ao qual várias interações puderam aqui ser apreendidas e, como “pérolas”, são carregadas de sentimentos e significados, por isso encontram-se por entre elementos principais a serem consideradas.

Outro elemento evidente nas narrativas pelo sentido atribuído está relacionado à prática de atuação profissional carregada de experiências que, por via dos encontros de formação, constituem o Professor e daí a necessidade de processos de formação continuada como perspectiva de desconstrução e reconstrução de experiências, apostando na diversidade de olhares que, em movimentos, tornam-se formativos e constitutivos (CUNHA, 2005).

B) Experiências e saberes docentes como contributos da constituição-formação do professor formador

De que modo os Professores do ES se identificam profissionalmente? Ou como os Professores compreendem suas concepções docentes? São questões que podem nortear uma interpretação para com outros elementos apresentados nas narrativas, que as “brechas” nos permitiram olhar/pensar e tentar compreender.

Em meio aos olhares atentos, observamos fortes interações entre as narrativas quando intencionam aspectos relacionados com a experiência docente (mônadas 1, 2 e 4). Temos considerado, em outros estudos, a noção de experiência como uma concepção de docência, uma vez que o Professor constrói saberes a partir da experiência (TARDIF, 2002; CUNHA, 2005; RADETZKE; GÜLLICH, 2019). Para Cunha (2005), o desenvolvimento profissional docente está alicerçado, também, nos conhecimentos que os Professores produzem ao longo de suas

atuações, tendo em vista que se referem aos “saberes oriundos da história de vida dos Professores, da formação profissional [...] da prática que realizam como Professores, incorporando o trabalho como espaço e território de aprendizagem” (CUNHA, 2005, p. 57). Esse ponto de vista implica considerar os saberes oriundos da história de vida dos Professores, da formação profissional e de sua prática (CUNHA, 2005), como modelos de constituição docente. Justifica-se por isso a necessidade de discutir tais aspectos com vistas à reflexão formativa.

Cabe em processos de formação continuada colocar em discussão as concepções docentes construídas ao longo da atuação profissional, em que de modo coletivo e compartilhado podem ser configurados como espaços e tempos para construirmos um caminho do meio em termos formativos (SILVA, SCHNETZLER, 2001). No encontro com as narrativas é possível perceber formas de compreensão acerca das experiências docentes. Para PESBBio (2019): “*não sei se vou conseguir isso ainda um dia, com quase 50 anos já vem com uma bagagem de quase 20 anos no ensino de graduação, mas aquele ensino tradicional. Mas eu vou quebrando isso a cada ano e os Ciclos pode dar um salto maior a isso*”. O Professor Formador, nesse aspecto, ressalta a concepção de que sua atuação docente foi voltada para um ensino tradicional por mais de 20 anos, e assim constituiu-se Professor nessa perspectiva, mas que, a partir dos encontros junto aos Ciclos Formativos, tem investido em uma mudança e esta ideia de transformação lhe é possibilitada pelo processo (CARR; KEMMIS, 1998), bem como pela possibilidade de novas narrativas construídas no coletivo de formação que os Ciclos se tornam.

Tardif (2002) considera que os Professores devem ser considerados como um espaço prático de produção, de transformação e de mobilização de saberes, uma vez que compreende que tanto os Professores da Universidade como os Professores da Educação Básica são portadores e produtores de saberes, de teorias e de ações. Portanto, a [...] relação entre a pesquisa universitária e o trabalho docente nunca é uma relação entre uma teoria e uma prática, mas uma relação entre atores, entre sujeitos cujas práticas são portadoras de saberes (TARDIF, 2002, p. 237). Dessa forma, os saberes docentes são entendidos com plurais e provenientes tanto das instituições de formação profissional, dos currículos como da prática cotidiana (TARDIF, 2002).

Entre os saberes implicados na atividade docente, Tardif (2002) destaca: os saberes da formação profissional; os saberes disciplinares; os saberes curriculares e, por fim, os saberes

experienciais. Dentre estes, os saberes experienciais assumem posição de destaque, justificando-se principalmente pela relação de exterioridade que os Professores mantêm com os demais saberes, pois não controlam sua produção e sua circulação (TARDIF, 2002). Acreditamos que a forma como os Professores direcionam suas práticas pedagógicas está fortemente alicerçada nos esquemas produzidos no decorrer de trajetórias docentes. Tal fato implica considerar movimentos de reflexão com viés de intervenção, compreensão e construção de novos olhares para com o processo de ensinar e aprender.

Essa questão fortalece a ideia de que o diálogo deve partir de situações práticas, como enfatizado por PESEQui (2019): *“buscar as experiências da sala de aula, fazer com que os Professores falem da sala de aula, tem vezes que a gente precisa reforçar textos teóricos para ir compreender coisas que ocorrem na sala de aula e na prática”*. Tal diálogo fortalece a perspectiva de que a discussão em processos de formação continuada é também teórica, mas sobretudo prática (CARR, KEMMIS, 1998). Para Larrosa (2002), a experiência é uma viagem de ida e de volta. De ida porque instiga a saída para o encontro com o que se passa e de volta, pelas consequências que a aproximação afeta em mim. Noutras palavras, com base em Alarcão (2010), é uma reflexão sobre a prática (retrospectiva) e para a prática (prospectiva), pois a passo que investigamos nossa ação colocada em perspectiva no processo de formação, também a projetamos de modo a transformá-la, disso decorrem as principais intervenções no processo formativo-constitutivo dos professores em formação (GÜLLICH, 2013).

Dessa forma, pela reflexão e nas interações com os outros, constituímos-nos sujeitos capazes de compreender-nos profissionalmente nossas perspectivas: concepções/paradigmas/práticas como Professores, ideia que também é contemplada pelos formadores. Ou seja, *“eu acho que é um momento importante porque a gente como formador, tu é formador [perceba], mas tu não está formado, tu está num processo, como eu te disse de constituição, a gente está todo dia aprendendo uma coisa ou outra”* (PESEBio, 2019). O processo de (re)constituição docente é, desse modo, necessário aos Professores formadores, uma vez que: *“a questão da docência na universidade ultrapassa os processos de sala de aula, pondo em discussão as finalidades do ensino de graduação”* (PIMENTA, ANASTASIOU, 2014, p.37). Este processo também precisa estar imbricado com o contexto político e social. Dessa forma, o processo de constituição docente se reconstrói por intermédio do significado da profissão, da

revisão das tradições, da questão do conhecimento como Ciência e da construção de saberes pedagógicos (PIMENTA, 1999).

Até aqui, pelas “brechas”/fendas (ROSA, RAMOS, 2015) que olhamos para as narrativas dos Professores, podemos enxergar aproximações e interações que se fortalecem nas leituras e observações focalizadas. Do processo de participação dos Professores junto aos Ciclos Formativos emergem também algumas tensões/conflitos, sobre os quais os Professores, de maneira consciente ou não, revelam em suas narrativas, tais como a dificuldade no processo de escrita reflexiva, o desejo de mais Professores da área básica participarem e mais tempo para discussão. Tais expressões são compreendidas por mim como desafios/ projeções a serem trabalhadas e por isso as pérolas consideradas a cada novo olhar poderão ser outras, ter formas diferentes, uma vez que os ciclos poderão ser outros, estas projeções poderão já ter sido alcançadas e outras/novas poderão surgir.

Formação continuada e constituição docente no Ensino Superior: à guisa de uma conclusão

É possível pensarmos em formação continuada no ES? Os docentes do ES se constituem Professores em processos de formação continuada? Tais questionamentos reportam-se aos aspectos que procuramos discorrer ao longo do texto, incorporando as potencialidades da formação continuada no desenvolvimento profissional docente. O diálogo construído junto às narrativas dos Professores formadores fortalece os pressupostos de uma aproximação entre as pesquisas educacionais e a prática docente, quando é a partir das concepções dos Professores que produzimos o estudo.

Acreditamos que, em se tratando de Professores da área básica e da área do ensino, os quais foram analisados aos pares,⁷ não indicamos diferenças quanto à participação no programa, uma vez que compartilham de situações para as quais acreditam estar participando do processo formativo, entre elas: a reflexão; a discussão de práticas pedagógicas no coletivo de formação; aproximação entre colegas do ES, da Educação Básica e com licenciandos; e ainda o processo de constituição-formação do Professor formador.

⁷ Os formadores foram consultados aos pares, ou seja, dois Professores da área de Biologia, no entanto um com formação na área básica e outro na área do ensino, e assim para a Física e Química. Tal critério implica um dos objetivos do estudo: compreender se decorrem diferenças quanto à formação continuada junto a cada campo de atuação.

O modelo de formação de Professores, compartilhado com base na IFA crítica, produz um contexto de investigação, formação e ação, ao qual formadores e demais Professores participantes são instigados por processos compartilhados de reflexão a intervirem em suas concepções de ensino, buscando compreendê-las no devir do seu melhoramento. Assim, o contexto projetado pelos Ciclos Formativos potencializa a formação de Professores como sujeitos produtores do próprio desenvolvimento profissional, pondo saberes, concepções e práticas em discussão.

Dessa forma, podemos perceber no desencadear das narrativas docentes apresentadas que os Professores de ES da área de CNT dialogam sobre seus entendimentos, concepções, práticas de formação, bem como que se percebem como sujeitos de uma InvestigaçãO-FormaçãO-AçãO e que, em meio a histórias narradas/compartilhadas, buscaram justificar suas ações, compreender suas singularidades e ao mesmo tempo investigaram suas ações, o que os torna/constitui Professores Formadores.

Ao passo que iam pautando dilemas, puderam complexificar a docência no ES e as necessidades desta FormaçãO, foram sendo também instigados ao discurso acerca do próprio processo de FormaçãO vivenciado e acerca da responsabilidade de formar/formar-se Professores de Ciências. E, assim, o cenário aos poucos foi ganhando forma e faz surgir:

Das brechas das mônadas: uma nova história coletiva

Da ideia de que eu não tenho esse habito de escrever, surge a dificuldade que tenho nessa escrita, nessa autorreflexão. Porém ao ver um auditório lotado desse jeito, é uma emoção muito grande e desta forma o compartilhamento que a gente tem lá dentro, das questões teóricas, das experiências vividas, é uma riqueza assim: muito grande. Tem sido proveitoso interagir com licenciandos e Professores da Educação Básica: ouvir os anseios que eles trazem de suas vivências, da escola, sabes? Porque para mim além da formação, é um momento de a gente se reencontrar no grupo. O fato de nós estarmos lá todos juntos sabes? Você pode olhar o grupo todo e olhar quem faz, quem está ali! Isso tudo para nós é muito importante: esse coletivo. É possível observar também a nossa prática enquanto formadores, pois estamos formando Professores uma profissão que precisa ser capaz de transpor conhecimentos conceitos. Provocar esse processo diferenciado de dar aulas é algo que precisa ser construído e os Ciclos

provoca isso. Então essa é a formação sempre continuada, porque tu estas sempre aprendendo. Tu é formador mas não estás formado, está num processo, como eu te disse de constituição, a gente está todo dia aprendendo uma coisa ou outra. Ass: (PESBBio, 2019), (PESEBio,2019) (PESEQui, 2019), (PESBQui, 2019), (PESBFís, 2019), (PESEFís).

Referências

- ALARCÃO, I. (2005). *Formação reflexiva de Professores: estratégias de supervisão*. Porto: Porto Editora.
- CARR, W., & KEMMIS, S. (1998). *Teoría crítica de la enseñanza: investigación-acción en la formación del Profesorado*. Barcelona: Martinez Roca.
- CUNHA, M. I. da. (1998). *O professor universitário na transição de paradigmas*. Araraquara: JM Editora.
- CUNHA, M. I. da. (2005). *Formatos avaliativos e concepção de docência*. Campinas: Autores Associados.
- GAUTHIER, C. (2006). *Por uma teoria da pedagogia: pesquisas contemporâneas sobre o fazer docente*. Ijuí: Ed. Unijuí.
- GÜLLICH, R. I. da C. (2013). *Investigação-Formação-Ação em Ciências: um caminho para reconstruir a relação entre Livro Didático, o Professor e o Ensino*. Curitiba: Prisma.
- IMBERNÓN, F. (2001). *Formação docente e Profissional: Formar-se para a mudança e a incerteza*. São Paulo: Cortez.
- JUNGES, K. dos S. J., & BEHRENS, M. A. (2015). Prática docente no Ensino Superior: a formação pedagógica como mobilizadora de mudança. *PERSPECTIVA*, 33(1), 285-317.
- LARROSA, J. (2002). Notas sobre a experiência e o saber de experiência. *Revista Brasileira de Educação*, 1(19), 20-28.
- LÜDKE, M., & ANDRÉ, M. (1986). *Pesquisa em educação: abordagens qualitativas*. São Paulo: E.P.U.
- MALDANER, O. A. (1997). *A formação inicial e continuada de Professores de Química: Professores/pesquisadores*. Tese de doutorado, Unicamp, Faculdade de Educação, Campinas.
- MALDANER, O. A. (2006). *A formação inicial e continuada de Professores de Química: Professores/pesquisadores*. Ijuí: UNIJUÍ.
- MIZUKAMI, M. da G. N. (2002). *Escola e aprendizagem da docência: processos de investigação e formação*. São Carlo: EDUFSCar.
- NÓVOA, A. (2007). *Vidas de Professores*. Porto: Porto Editora.
- NÓVOA, A. (2009). *Professores: Imagens do futuro presente*. Lisboa: Educa.
- PERSON, V. A., & GÜLLICH, R. da C. (2016). Demarcando elementos constitutivos da formação continuada de Professores de ciências. In BONOTTO, D. de L., LEITE, F. de

- A., & GÜLLICH, R. I. da C.. *Movimentos formativos: desafios para pensar a educação em ciências e matemática*. Tubarão: Copiart.
- PIMENTA, S. G. (1999). Formação de professores: saberes e identidades. In PIMENTA, S. G. (Org.). *Saberes pedagógicos e atividade docente*. São Paulo: Cortez.
- PIMENTA, S. G., & ANASTASIOU, L. das G. C. (2014). *Docência no ensino superior*. São Paulo: Cortez.
- PORLÁN, R., MARTÍN, J. (1997). *El diario del profesor*. Sevilla: Díada Editora.
- RADETZKE, F. S., & GÜLLICH, R. I. da C. (2019). As pesquisas sobre a docência no ensino superior em contexto brasileiro: desafios para pensar a formação em ciências. *Rev. Inter. Educ. Sup.* 6(1), 1-25.
- REIS, G. A. de S. V. (2016). *Formação continuada e prática pedagógica: percursos e narrativas de Professores da educação infantil*. Dissertação de mestrado – Faculdade de Educação da Universidade Federal Fluminense, Niterói.
- REIS, G. A. de S. V. (2018). (2018). Compartilhar, estudar, ampliar olhares: narrativas docentes sobre formação continuada. *Educação e Pesquisa* 44(1), 1-18.
- REIS, P. (2008). As narrativas na formação de Professores e na investigação em educação. *Nuances* 15(16), 17-34.
- ROSA, M. I. P., & RAMOS, T. A. (2015). Identidades docentes no Ensino Médio: investigando narrativas a partir de práticas curriculares disciplinares. *Pro-Posições* 26 (1), 141-160.
- SCHÖN, D. (1992). Formar Professores como profissionais reflexivos. In: NÓVOA, A. *Os Professores e a sua formação*. Lisboa, Dom Quixote.
- SILVA, L. H. de A. (2016). Formação de Professores de ciências: problemáticas, paradigmas e desafios para mudança. In BONOTTO, D. de L; LEITE, F. de A., & GÜLLICH, R. I. da C. *Movimentos formativos: desafios para pensar a educação em ciências e matemática*. Tubarão: Copiart.
- SILVA, L. H. de A., & SCHNETZLER, R. P. (2000). Buscando o caminho do meio: a “sala de espelhos” na construção de parcerias entre professores e formadores de professores de Ciências. *Ciência e Educação* 6 (1), 43-54.
- TARDIF, M. (2002). *Saberes docentes e formação profissional*. Petrópolis: Vozes.
- ZANON, L. B. (2003). *Interações de licenciandos, formadores e Professores na elaboração conceitual de prática docente: módulos triádicos na licenciatura de Química*. Tese de doutorado. Universidade Metodista de Piracicaba-UNIMEP, Faculdade de Ciências Humanas, Piracicaba.

Autores:

Franciele Siqueira Radetzke.

francielesradetzke@gmail.com.

<https://orcid.org/0000-0002-3222-7977>

Universidade Federal da Fronteira Sul (UFFS), Brasil

Bacharel em Química e Mestranda do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências - PPGEC / CAPES da Universidade Federal da Fronteira Sul (UFFS). Temas de Pesquisa: Formação Contínua de Professores, Práticas Pedagógicas, Constituição de Ensino, Ensino de Ciências e Química.

Roque Ismael da Costa Güllich

bioroque.girua@gmail.com

<https://orcid.org/0000-0002-8597-4909>

Universidade Federal da Fronteira Sul (UFFS), Brasil

Doutor em Educação nas Ciências. Professor e Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências – PPGEC/CAPES na Universidade Federal da Fronteira Sul (UFFS).
Temas Investigados: Ensino de Ciências e Biologia, Formação de Professores, Investigação-Formação-Ação, Pensamento Crítico.

ANÁLISIS CRÍTICO SOBRE LAS POSIBLES INFLUENCIAS EN EL PROCESO DE ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE CIENCIAS

Emerson Pereira Branco

ems_branco@hotmail.com

<http://orcid.org/0000-0003-3597-0392>

Secretaria de Estado da Educação e do Esporte do Paraná (SEED)
Universidade Estadual do Paraná (UNESPAR)

Alessandra Batista de Godoi Branco

alessandra_g12@hotmail.com

<https://orcid.org/0000-0003-3488-592X>

Instituto Federal do Paraná (IFPR)
Universidade Estadual de Maringá (UEM)

Shalimar Calegari Zanatta

shalicaza@yahoo.com.br

<http://orcid.org/0000-0003-0302-8300>

Universidade Estadual do Paraná (UNESPAR)
Brasil

Recibido: 2020-03-22; **Aceptado:** 2020-11-14

Resumen

En este artículo proporcionamos un análisis crítico del proceso de enseñanza y aprendizaje de Ciencias en la Educación Básica Brasileña. El análisis se basa en las especificidades de la enseñanza de las Ciencias que, debido a su carácter epistemológico, expande su complejidad. Como metodología de análisis, utilizamos la investigación bibliográfica y documental. El objetivo principal del estudio es analizar los posibles factores, así como las influencias internas y externas que, en el contexto de la educación pública, dificultan la calidad de la enseñanza. Los resultados muestran que varios factores han sido decisivos en la organización pedagógica y curricular y en su práctica, entre los que cabe destacar: el desarrollo tecnológico, las políticas neoliberales, la educación y capacitación de docentes, el número insuficiente de docentes con capacitación específica para impartir clases de Ciencias, la falta de estructura física e inversiones en escuelas públicas, el carácter positivista de la ciencia y la mala interpretación de las pedagogías constructivistas.

Palabras clave: Enseñanza de las Ciencias. Formación de profesores. Teorías constructivistas.

UMA ANÁLISE CRÍTICA SOBRE AS POSSÍVEIS INFLUÊNCIAS NO PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM DE CIÊNCIAS

Resumo

No presente artigo discorremos uma análise crítica sobre o processo de ensino e aprendizagem de Ciências na Educação Básica Brasileira. A análise se pauta principalmente nas especificidades do ensino de Ciências que, devido seu caráter epistemológico, amplia sua complexidade. Como metodologia de coleta e análise dos dados, utilizamos a pesquisa bibliográfica e documental. O estudo tem por objetivo analisar os possíveis fatores, bem como

as influências internas e externas, que, no contexto da educação pública, dificultam um ensino de qualidade. Os resultados apontam que diversos fatores têm sido decisivos na organização pedagógica e curricular e em sua prática, entre os quais é possível destacar: o desenvolvimento tecnológico, as políticas neoliberais, a formação e a formação continuada dos professores, a insuficiência no número de professores com formação específica para ministrar aulas de Ciências, problemas e/ou carências na infraestrutura, de recursos e de investimentos nas escolas públicas, o caráter positivista da Ciência e a má interpretação das pedagogias construtivistas.

Palavras-chaves: Ensino de Ciências. Formação de Professores. Teorias Construtivistas.

A CRITICAL ANALYSIS OF POSSIBLE INFLUENCES IN THE TEACHING-LEARNING PROCESS OF SCIENCE

Abstract

In this article we provide a critical analysis of the science teaching and learning process in Brazilian Basic Education. The analysis is based on the specificities of Science teaching which, due to its epistemological character, expands its complexity. As an analysis methodology, we use bibliographic and documentary research. The main objective of the study is to analyze the possible factors, as well as the internal and external influences, which, in the context of public education, hinder quality teaching. The results show that several factors have been decisive in the pedagogical and curricular and in its practice, among which is possible to highlight: technological development, neoliberal policies, teacher education and training, the insufficient number of teachers with specific training to teach Science classes, the lack of physical structure and investments in public schools, the positivist character of Science and the misinterpretation of constructivist pedagogies.

Keywords: Teaching of Sciences, Teacher Training, Constructivist Theories.

Introdução

O início da organização da escola pública, para o atendimento e a educação das massas, foi marcado pela necessidade de especialização da mão de obra. E esse objetivo foi superado? Não nos causa estranheza que influências externas ainda interfiram na organização da educação nacional, como por exemplo, as políticas neoliberais que atuam de forma direta na legislação de países em desenvolvimento por meio da ação do Banco Mundial e do Fundo Monetário Internacional.

É importante salientar que essas interferências resultam em mudanças significativas na formação inicial e continuada e no papel do professor enquanto agente central da comunicação do conhecimento acumulado pela humanidade. Quanto ao processo de ensino e aprendizagem de Ciências, as análises são mais complexas porque as influências das políticas neoliberais se somam à sua relação com o desenvolvimento científico e tecnológico e com sua própria

natureza epistemológica. Por tais motivos, acredita-se que fazer uma análise crítica sobre o processo de ensino e de aprendizagem de Ciências não é uma tarefa fácil porque é resultado de uma relação complexa entre vários fatores, nem sempre explícitos ou consensuais.

Inserido neste contexto, buscou-se construir uma análise crítica sobre as possíveis influências nas metodologias didático-pedagógicas mais disseminadas entre os professores de Ciências e, principalmente seu papel no processo de ensino e aprendizagem na Educação Básica. Para isso, discutimos a trajetória desta área de conhecimento, no contexto das políticas neoliberais.

O Ensino de Ciências no Brasil

No Brasil, as políticas públicas negligenciaram o ensino de Ciências por muitos anos. Sua obrigatoriedade foi promulgada em 21 de dezembro de 1961, pela Lei de Diretrizes e Bases da Educação – LDB nº 4.024 (BRASIL, 1961). Essa ação foi vinculada com a necessidade de ampliar o desenvolvimento tecnológico, intensificada com o término da II Guerra Mundial e tinha como base uma Ciência positivista (ROSA e ROSA, 2012).

Antes que o Brasil pudesse consolidar o processo de ensino e aprendizagem em Ciências, com o golpe Militar de 1964, a escola deixou de se preocupar com a formação do cidadão em detrimento da formação do trabalhador. Essa escola foi chancelada pela Lei nº 5.692/71 a qual traduzia qualidade como sinônimo da quantidade de conteúdos trabalhados.

Outro aspecto é que os investimentos na educação não acompanharam o aumento da demanda social pela escolaridade. Este fato repercutiu que determinados órgãos governamentais brasileiros recorressem a parcerias com organizações internacionais como a *United States Agency for International Development (USAID)*. Essa situação propiciou maior participação e influências do setor externo sobre o pretexto de assessoramento e financiamento, sobretudo na área educacional, como destaca Romanelli (1986, p. 209):

[...] o setor externo voltou a manifestar-se mais intensa e interessadamente, em princípio, assessorando a própria administração pública nas propostas de modernização destas e criando, através desse assessoramento, as condições prévias para a retomada da expansão eminente. É aqui que entram a cooperação financeira e a assistência técnica prestadas pela AID que, no caso específico da educação, resultaram na série de acordos MEC-USAID.

Na década de 1960, o contexto social e político brasileiro propiciou a adoção da pedagogia por ‘Projetos’, iniciada nos Estados Unidos com o intuito de ensinar Ciências para

o desenvolvimento tecnológico. Neste caso, a Ciência era vista como uma área empírica, na qual o aluno, para aprender, deveria reproduzir experimentos considerados essenciais para a interpretação de um determinado fenômeno. A reprodução desses experimentos, a observação dos resultados e o preenchimento das lacunas ou dos questionamentos do caderno de atividades garantiriam a aprendizagem. Essa metodologia ou técnica era conhecida como “Instrução Programada” e influenciou o ensino de Ciência no mundo inteiro.

No Brasil, a Universidade de Brasília traduziu o projeto que mais influenciou o ensino de Física: o Physical Science Study Committee – PSSC. Havia um projeto para cada área/disciplina: Biological Science Curriculum Study – BSCS, para o ensino de Biologia; Chemical Bond Approach – CBA, para o ensino de Química e Science Mathematics Study Group-SMSG, para o ensino de Matemática (ROSA; ROSA, 2012).

Falando especificamente sobre Física o PSSC consistia de kits de materiais para a execução de experimentos, filmes, demonstrações e textos históricos sobre as descobertas da Física, todos com manuais de instruções e cadernos de atividades detalhadas, com ênfase no como fazer. Pode-se considerar que a história sobre o ensino de Física no Brasil é dividida entre antes e depois do PSSC, isto porque esse projeto mudou o paradigma da prática pedagógica, colocando o aluno no centro do processo de ensino e aprendizagem.

Devido às dificuldades de transposição dos conteúdos do PSSC para o contexto e a realidade brasileira, o Instituto de Física da Universidade de São Paulo (USP), em convênio com o Ministério da Educação (MEC) e com mais duas instituições importantes da época, a Fundação Nacional do Material Escolar (Fename) e o Programa de Expansão e Melhoria do Ensino (Premen), desenvolveram o Projeto de Ensino de Física (PEF). Seguindo o mesmo formato, na década de 1970, a USP desenvolveu o projeto Física Auto Instrutiva (FAI).

Salvo algumas exceções, os projetos brasileiros também eram compostos de *kits* com materiais de baixo custo, manual de instrução para auxiliar os estudantes a reproduzirem experiências simples e textos com conteúdos fragmentados. Desse modo, o estudante poderia seguir o manual, realizar os experimentos e completar o caderno de atividades que não apresentava questões complexas. Conforme os objetivos esperados, acreditava-se que o fato de reproduzir o experimento, o capacitaria para preencher as lacunas do caderno de atividades. Essa forma de “ensinar” Ciência, pela Instrução Programada, está inserida no contexto da

pedagogia comportamentalista, numa crença de que a Ciência se desenvolve pelo empirismo, que fundamenta a ideia do Método Científico (MOREIRA, 2000).

Tais propostas não foram exitosas e em pouco tempo deixaram de ser utilizadas no ensino de Ciências. Apesar das controvérsias sobre as justificativas do insucesso dos “Projetos”, é possível afirmar que este método fracassou no Brasil e em outros lugares do mundo que o adotaram. Para Gaspar (1997, p. 5-6), o fracasso pode ser atribuído pela expropriação do papel do professor:

Trabalhei com os cinco textos programados do FAI durante quase dois anos em várias turmas dos três anos do então segundo grau. Foi certamente o período mais frustrante de minha longa carreira de professor. De início, a sensação de minha inutilidade em sala de aula – os alunos, envolvidos em sua interação com o texto, mal notavam a minha presença – era compensada com a expectativa de que, agora sim, eles estariam aprendendo. Nunca os havia visto tão concentrados, lendo, estudando, preenchendo lacunas, alguns até com avidez e entusiasmo. As avaliações pareciam dar indicar bons resultados, mesmo porque abordavam tópicos de conteúdo relativamente curtos e eram repetidas até que os alunos atingissem um nível de acerto considerado satisfatório... Com o tempo, no entanto, percebi que a aprendizagem dos alunos era estranhamente passageira, algo que não se consolidava, uma espécie de “frente de onda” que parecia conter o domínio do aluno de algum fragmento de conteúdo, talvez induzido pelos estímulos recorrentes do próprio texto ou das próprias avaliações. Mas logo o conhecimento adquirido desaparecia praticamente sem deixar rastros. No último bimestre do segundo ano da aplicação da proposta, angustiado e convencido da ineficiência da proposta, voltei às minhas velhas aulas tradicionais e a interagir diretamente com os alunos. Desde então começou a se consolidar em mim a convicção de que não há material ou proposta pedagógica que possa prescindir da ação direta e insubstituível do professor.

Depois do fracasso dos “Projetos”, Rosa e Rosa (2012) elucidam que, na década de 1980, o ensino de Ciências enfatizava a interdisciplinaridade e nascia o termo “Ciência/Tecnologia/Sociedade” - conhecido por enfoque CTS. As dificuldades em realizar ações que efetivem a interdisciplinaridade, de se fazer a transposição didática dos conteúdos da Ciência num enfoque tecnológico e de compreensão do papel social da Ciência e Tecnologia acrescentaram desafios ao processo de ensino e aprendizagem.

Além destes fatores, pode-se citar a disseminação do construtivismo, que foi interpretado por muitos professores de Ciências, como uma abordagem em que o aluno deve construir seu conhecimento. Para Saviani (2010) o construtivismo teve grande influência no campo da pedagogia, na década de 1990, tornando-se referência para a orientação da prática pedagógica e para as reformas de ensino de vários países, incluindo o Brasil. Para o autor, encontra-se no construtivismo a teoria que veio dar base científica para o lema “aprender a

aprender”, apresentado pelo **Relatório Delors** como a habilidade do sujeito de lidar com as mais diferentes situações e pessoas.

Nesse cenário, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) propostos pelo MEC em 1997 conferem grande destaque à perspectiva construtivista, conforme é possível verificar no documento:

A perspectiva construtivista na educação é configurada por uma série de princípios explicativos do desenvolvimento e da aprendizagem humana que se complementam, integrando um conjunto orientado a analisar, compreender e explicar os processos escolares de ensino e aprendizagem. A configuração do marco explicativo construtivista para os processos de educação escolar deu-se, entre outras influências, a partir da psicologia genética, da teoria sociointeracionista e das explicações da atividade significativa. Vários autores partiram dessas ideias para desenvolver e conceitualizar as várias dimensões envolvidas na educação escolar, trazendo inegáveis contribuições à teoria e à prática educativa. O núcleo central da integração de todas essas contribuições refere-se ao reconhecimento da importância da atividade mental construtiva nos processos de aquisição de conhecimento. Daí o termo construtivismo, denominando essa convergência. Assim, o conhecimento não é visto como algo situado fora do indivíduo, a ser adquirido por meio de cópia do real, tampouco como algo que o indivíduo constrói independentemente da realidade exterior, dos demais indivíduos e de suas próprias capacidades pessoais. É, antes de mais nada, uma construção histórica e social, na qual interferem fatores de ordem cultural e psicológica (BRASIL, 1997, p. 36-37).

Nesse sentido, pode-se dizer que o construtivismo se relaciona com a valorização dos saberes e da prática docente situados na experiência cotidiana do aluno, vinculando-se às pedagogias das competências. Configurou-se então um período marcante e crucial na história do ensino de Ciências, que de certo modo implica até hoje nas tendências metodológicas e pedagógicas das várias disciplinas nas diversas séries da Educação Básica.

Na primeira década de 2000, as discussões sobre o processo de ensino e aprendizagem enfatizaram uma Ciência relacional, buscando um ensino mais articulado com vistas à superar a fragmentação do currículo. Dessa forma, fortaleceu-se a defesa da interdisciplinaridade como alternativa de melhorias na educação formal. Contudo, a prática do ensino de Ciência pode revelar que a prática interdisciplinar ainda não se efetivou de maneira ampla no chão da escola. Tal ocorrência pode ser reflexo da necessidade de [re]adequações na formação inicial e continuada de professores, nas condições de trabalho docente e na organização dos currículos e do trabalho pedagógico, entre outros motivos.

Cabe destacar que no final da década de 1980 e início da década de 1990, o Brasil vivenciou um período de adaptação às novas exigências do mercado, sobretudo com o advento das políticas neoliberais que influenciaram na legislação do país, na reorganização da política

e no campo educacional. Essas medidas visavam proteger os interesses de mercado e do capital que defendia o Estado Mínimo¹.

É possível destacar que essas exigências foram marcadas na LDB nº 9.394 de 20 de dezembro de 1996 e nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), de 1997, que apontaram novos desafios para o ensino de Ciências: conferir habilidades “úteis”, tanto para os que pretendiam e poderiam continuar seus estudos na Universidade, como para aqueles que logo após o Ensino Médio possivelmente entrariam para o mercado de trabalho. Entre as habilidades apregoadas para este nível de escolarização, destacava-se a necessidade do “aprender a aprender” como forma de garantir aos alunos acesso aos conhecimentos e ao seu aperfeiçoamento ao longo de toda a vida.

Duarte argumenta (2001) que o lema “aprender a aprender” passou a ser revigorado nos meios educacionais, sob o discurso de que à escola não caberia a tarefa ensinar o saber objetivo, mas sim o de preparar os indivíduos para aprenderem aquilo que deles for exigido pelo processo de sua adaptação às alienadas e alienantes relações sociais que presidem o capitalismo contemporâneo. Para o autor, a essência do lema é exatamente o esvaziamento do trabalho educativo escolar, transformando-o num processo sem conteúdo.

Marsiglia et al. (2017) consideram que as reformas que alinharam a educação escolar ao projeto neoliberal de sociedade interferiram diretamente no currículo da escola pública. Para os autores, os PCNs situam-se como um importante marco dessa ofensiva contra uma organização curricular consoante aos interesses dos professores e alunos. Apontados como sugestões para o planejamento de ensino e de formação docente, os PCNs buscaram redirecionar e uniformizar os conteúdos curriculares. Para tanto, além de se fundamentar no lema “aprender a aprender”, reforçando a concepção de formação humana enquanto adaptação constante e dinâmica dos indivíduos às necessidades do mercado, buscou-se também instituir formas de controle para verificar a ligação entre o “currículo unificado” e o ensino na escola, a exemplo da criação do Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB), criado em 1990.

Krasilchik (2004) afirma que publicação dos PCNs evidencia uma tentativa de se implantar um currículo nacional, embora houvesse ressalvas, informando que não era um modelo curricular homogêneo e impositivo. Embora tenham sido referência em quase duas

¹ A ideia de Estado Mínimo significa o Estado com menor capacidade regulatória do mercado, sendo suficiente e necessário para atender os interesses da reprodução do capital.

décadas, os Parâmetros não tinham caráter de obrigatoriedade e não lograram êxito como documentos norteadores para a Educação Básica. A discussão em torno de uma Base Comum para todo o território nacional ganhou força a partir da década de 2010, o que desencadeou em discussões e debates, inclusive com a presença de representantes empresariado, que culminaram na elaboração e publicação da Base Nacional Comum Curricular (BNCC).

A primeira versão do supracitado documento foi disponibilizada em setembro de 2015. Em prosseguimento, as discussões objetivando sua elaboração não cessaram e seminários com professores, gestores e especialistas, abertos à participação pública, foram realizados por todo o Brasil. O processo culminou na elaboração da segunda versão da BNCC, disponibilizada em maio de 2016. Após discussões acerca dessa versão, o procedimento resultou na elaboração da terceira e última versão do documento, entregue em abril 2017, referente ao Ensino Fundamental, sendo aprovada pelo Conselho Nacional de Educação (CNE) em dezembro do mesmo ano (BRASIL, 2017a), e a parte referente à etapa do Ensino Médio, entregue em abril e homologada em dezembro de 2018.

Desde sua primeira versão, a BNCC se apresenta como um documento:

[...] cuja finalidade é orientar os sistemas na elaboração de suas propostas curriculares, tem como fundamento o direito à aprendizagem e ao desenvolvimento, em conformidade com o que preceituam o PNE e o CONAE. [...] Os conhecimentos, saberes e valores produzidos culturalmente, expressos nas políticas públicas e que são gerados nas instituições produtoras do conhecimento científico e tecnológico, no mundo do trabalho; no desenvolvimento das linguagens, nas atividades desportivas e corporais, na produção artística; nas formas diversas de exercício da cidadania, nos movimentos sociais (BRASIL, 2016, p. 24 e 25).

É válido destacar que, diferente dos PCNs, a BNCC tem caráter obrigatório e normativo para a educação nacional. Estabelece a reorganização curricular, centralizando o ensino no desenvolvimento de competências e habilidades. No que se refere ao ensino de Ciências, a Base destaca a seriedade do compromisso com o letramento científico, considerando-o fundamental para desenvolver “a capacidade de compreender e interpretar o mundo (natural, social e tecnológico), mas também de transformá-lo com base nos aportes teóricos e processuais da ciência” (BRASIL, 2017a, p. 273).

Por outro lado, embora o documento mencione a importância do letramento científico e do ensino de Ciências, os mesmos aparentam ser secundarizados, tendo em vista a afirmação: “aprender Ciência não é a finalidade última do letramento, mas, sim, o desenvolvimento da

capacidade de atuação no e sobre o mundo [...]” (BRASIL, 2017a, p. 273). Pode-se avaliar que tal afirmação se consolida com um ensino voltado para o desenvolvimento de competências e habilidades, em detrimento dos conteúdos, relegados a um segundo plano. Assim, configura-se um ensino que direciona os indivíduos à adaptação ao meio e ao processo produtivo, resgatando desta forma, ainda que numa nova roupagem, a filosofia do “aprender a aprender”.

Portanto, como um documento norteador, acredita-se que BNCC deveria estruturar o ensino de Ciências para superação dos desafios históricos, como o caráter reducionista e a fragmentação. Contudo, percebe-se que sua organização favorece um ensino que evidencia o desenvolvimento de competências e habilidades, secundariza e precariza ainda mais o ensino.

A Formação e o Papel do Professor de Ciências

De acordo com Nascimento, Fernandes e Mendonça (2010), o papel do professor de Ciências foi reduzido à simples execução de tarefas programadas e controladas, sendo preparado para memorizar as informações científicas que seriam exigidas dos estudantes e aplicar procedimentos didáticos sugeridos por especialistas. Dessa forma, a formação disciplinar, originada sob o pressuposto da disciplinaridade científica possibilitou a criação de currículos fragmentados e a especialização de saberes, de materiais didáticos e da formação docente.

Para os autores supramencionados, a partir de meados dos anos 1970, especialistas e pesquisadores em educação passaram a criticar a formação oferecida aos professores, iniciando um movimento de oposição e rejeição ao ensino da época. Assim, as teorias educacionais que consideravam a escola como reprodutora das relações sociais permearam as discussões sobre a atuação de professores e influenciaram algumas disciplinas dos cursos de formação. Contudo, poucos avanços foram obtidos e os cursos de formação de professores de Ciências continuaram com enfoques técnico e funcionalista.

Após a primeira metade da década de 1980, os debates sobre a formação docente sugeriam que o professor deveria se conscientizar a respeito da função da escola na transformação da realidade social dos estudantes e das articulações da prática educativa com a prática social mais ampla.

Entre o final dos anos 1980 e início dos 1990, as mudanças ocorridas no cenário internacional repercutiram intensamente na educacional brasileira, evidenciando a necessidade de incorporar as visões micro e macrossociais nos processos de formação docente e de

possibilitar a formação do professor reflexivo e pesquisador de sua própria prática educativa. A partir disso, muitas pesquisas passaram a focalizar a relação existente entre as condições de formação e de atuação dos professores, apontando para a necessidade de mudanças nos cursos de formação de professores, de melhorias das condições objetivas de trabalho nas escolas e de estímulo à formação continuada (NASCIMENTO; FERNANDES; MENDONÇA, 2010).

Conforme já mencionado, a LDB de 1996 e os PCNs, cada um com sua especificidade, são exemplos de publicações que nortearam os conteúdos curriculares e as práticas dos professores. Para a Educação Básica foram fixados os conteúdos mínimos para o Ensino Fundamental e para o Ensino Médio, objetivando assegurar formação básica comum com respeito aos valores científicos, culturais e artísticos, nacionais e regionais.

É válido ressaltar que essa reorganização da Educação Básica repercutiu em mudanças na formação inicial e continuada dos professores. Essas mudanças eram alinhadas aos discursos de que as escolas deveriam possibilitar aos alunos uma formação básica de qualidade com o objetivo de conduzi-los ao desenvolvimento de capacidades de pesquisar, buscar informações, analisá-las e selecioná-las a capacidade de “aprender a aprender”.

Nascimento, Fernandes e Mendonça (2010) afirmam que essa formação deveria ter como foco a aquisição de conhecimentos básicos, a preparação científica e a capacidade de utilizar diferentes tecnologias. Nesse sentido, equipes ligadas ao MEC e especialistas em educação de diversas universidades elaboraram e desenvolveram propostas de formação continuada de professores que objetivavam romper com uma educação descontextualizada e compartimentalizada, que valorizava essencialmente a memorização e o acúmulo de informações. Nessa perspectiva, a finalidade era defender que os professores de Ciências ensinasse os conteúdos escolares para além da dimensão conceitual, possibilitando aos estudantes uma formação contextualizada socialmente, para além dos conteúdos.

Para os autores, preconizava-se que o êxito dessa formação somente seria alcançado se os futuros professores tivessem oportunidades de vivenciar situações reais de ensino e de aprendizagem, de modo a refletir criticamente sobre as mesmas, de pesquisar e atuar a partir de um projeto pedagógico próprio e de se apropriar efetivamente de conhecimentos científicos e pedagógicos relevantes. Porém, consideram que esse ideal formativo não se efetivou na maioria dos cursos de formação de professores de Ciências, pois continuaram seguindo a lógica da racionalidade técnica (NASCIMENTO; FERNANDES; MENDONÇA, 2010).

É importante destacar que na década de 1990 as influências das políticas neoliberais na Educação brasileira ganharam força. Essas políticas estavam em consonância com a necessidade dos novos processos de trabalho, da organização do capital flexível, exigindo também uma reorganização do Estado e de instituições públicas para que fossem capazes de dar suporte aos ideais neoliberais. Flexibilização, controle e privatização se tornaram as palavras de ordem. Assim, o Estado (detentor do poder de decisão) influenciado por organismos multilaterais converte a educação em mercadoria, modificando a formação do professor e o ensino nas escolas.

Portanto, a partir desse período as políticas educacionais do governo brasileiro estão atreladas às diretrizes do Banco Mundial e outros organismos internacionais que direcionavam e continuam favorecendo a formação dos professores aos interesses neoliberais. Nessa perspectiva, o intuito é transformar os professores em meros operadores de ensino, enfatizando certo protagonismo nos livros didáticos, nas modernas tecnologias de educação à distância e nas propostas de autoaprendizagem, vistas como custo-efetivas e rápidas (NASCIMENTO; FERNANDES; MENDONÇA, 2010).

Esse movimento de discursos e práticas neoliberais foi superado? Na atualidade, diante de um novo processo de mudanças substanciais da Educação que se pode exemplificar com a implantação da BNCC e da chamada “reforma do Ensino Médio”, observam-se as mesmas influências das políticas neoliberais por meio da ação dos organismos internacionais, do empresariado e de grupos políticos e da elite dominantes (MACEDO, 2014). Subsidiado pela Lei nº 13.415/2017, originada da Medida Provisória nº 746/2016, o processo de “reforma do Ensino Médio” influenciará diretamente na formação dos professores, uma vez que a referida Lei estabelece que os cursos de licenciatura deverão se adequar a Base, conforme o parágrafo 8º do artigo 62 da LDB, alterado pelo artigo 7º da Lei 13.415/2017: “os currículos dos cursos de formação de docentes terão por referência a Base Nacional Comum Curricular” (BRASIL, 2017b).

Cabe destacar que a Lei 13.415/2017 também influenciará as parcerias entre os setores público e privado, conforme o parágrafo 11º do artigo 36 que trata do complemento dos estudos do Ensino Médio por meio do ensino na modalidade à distância:

§ 11º Para efeito de cumprimento das exigências curriculares do ensino médio, os sistemas de ensino poderão reconhecer competências e firmar convênios com

instituições de educação a distância com notório reconhecimento, mediante as seguintes formas de comprovação:

I - demonstração prática;

II - experiência de trabalho supervisionado ou outra experiência adquirida fora do ambiente escolar;

III - **atividades de educação técnica oferecidas em outras instituições de ensino credenciadas;**

IV - **cursos oferecidos por centros ou programas ocupacionais;**

V - **estudos realizados em instituições de ensino nacionais ou estrangeiras;**

VI - **cursos realizados por meio de educação a distância ou educação presencial mediada por tecnologias** (BRASIL, 2017b, grifos nossos).

Dessa forma, no lugar aumentar os investimentos na escola pública, se encaminha uma ampliação de investimentos na iniciativa privada. Com relação à oferta de cursos de formação de professores de Ciências e de outras áreas a reforma não prevê a ampliação de vagas nem de outras políticas de incentivo ao ingresso em cursos de licenciatura. Conforme mencionado anteriormente, estabelece que os cursos deverão se adequar a Base - sem especificar o prazo e como tais mudanças ocorrerão.

A questão que se coloca é: qual a importância da implantação de uma Base Nacional Comum para transformações e melhorias da qualidade do processo de ensino e aprendizagem de Ciências no contexto educacional brasileiro? Entendemos que seja arriscado fazer uma análise unilateral em torno de qualquer variável, mas a qualidade da formação dos professores é um parâmetro significativo. Por qualidade de Educação, entendemos uma formação de qualidade, equitativa, inclusiva e justa. Para tanto, professores bem preparados podem contribuir significativamente na melhoria da qualidade da educação.

Dentro dessa premissa, a Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (Capes), vinculada ao Ministério da Educação reconheceu, em 2010, a necessidade de investir na formação de professores e, para isto, disponibilizou recursos para atender o Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID).

Considerando que a maioria dos cursos presenciais de licenciatura é noturno e frequentados por acadêmicos da classe trabalhadora, o PIBID é uma oportunidade para os acadêmicos terem um referencial importante para sua formação acadêmica. O Programa mostrou que houve redução do índice de evasão dos participantes, maior participação destes acadêmicos na comunidade, melhoria do Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB) das escolas atendidas, entre outros aspectos (NAGASHIMA et al, 2017).

A partir desse exemplo, reafirmamos e compreendemos que o financiamento adequado da educação é um dos grandes desafios a serem enfrentados e uma luta constante. Nesse

cenário, fica demonstrado que enquanto se proclamam as virtudes da educação exaltando a importância da construção de uma sociedade do conhecimento, inclusiva e democrática, as políticas predominantes não consideram melhorar investimentos ou pior: regularizam para reduzir custos e cortar investimentos. Faz-se necessário ajustar as decisões e ações políticas aos discursos proclamados.

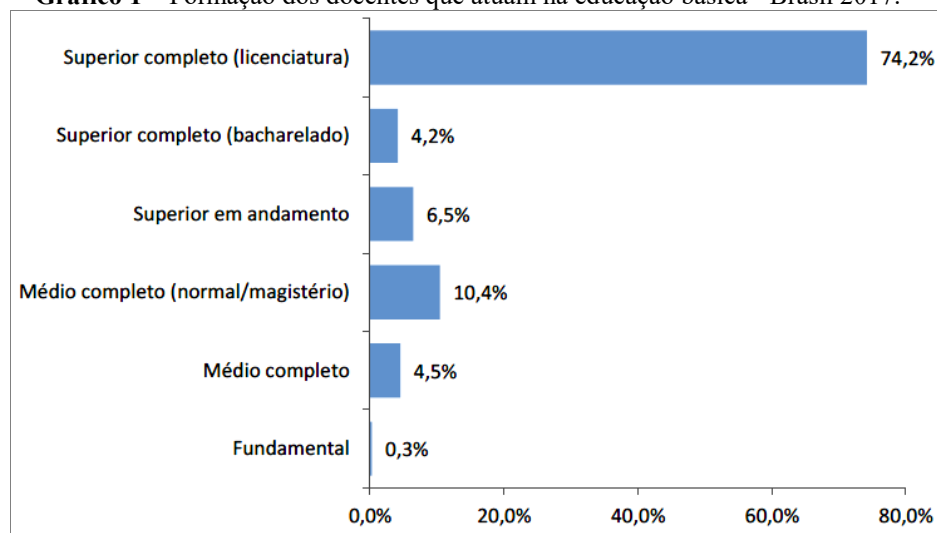
Na sequência, direcionamos os estudos para os professores de Ciências, buscando um perfil representado a partir de dados recentes.

Perfil do Professor de Ciências

O perfil do professor brasileiro muda e é transformado de acordo com as políticas e reformas educacionais que influenciam direta ou indiretamente a organização dos cursos superiores. Na atualidade, apesar de significativos avanços, é possível considerar que muitos aspectos ainda precisam de melhorias e avanços. O primeiro a ser enfatizado é a formação adequada em nível superior (licenciatura) dos professores.

Segundo dados do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira - INEP (2018), muitos professores da educação básica não possuem formação mínima e/ou específica (Gráfico 1).

Gráfico 1 – Formação dos docentes que atuam na educação básica - Brasil 2017.

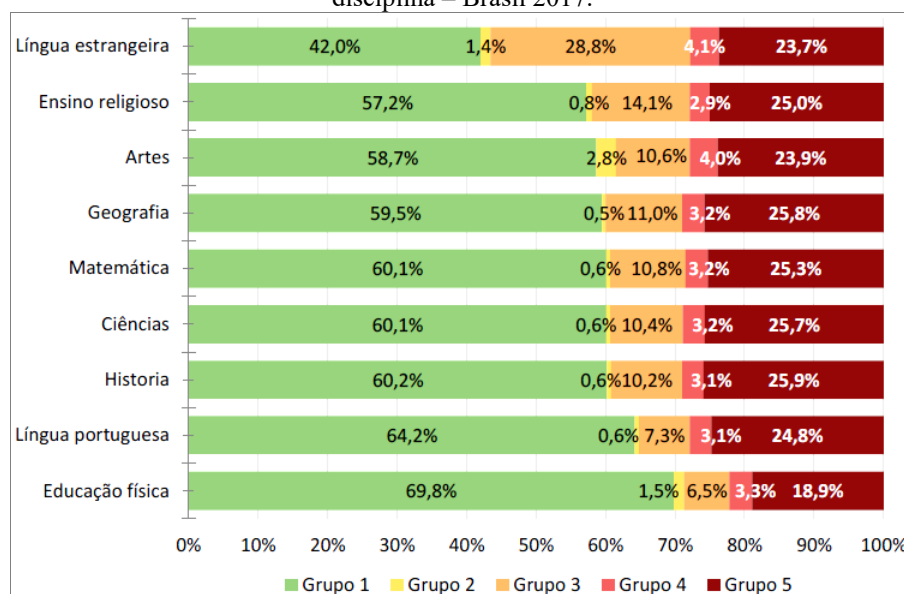


Fonte: INEP (2018, p. 17).

Em análise aos dados, observa-se que em 2017 mais de 25% dos professores brasileiros não eram licenciados, ou seja, não tinham Ensino Superior completo. Em outro aspecto, é

pertinente considerar a adequação da formação com a disciplina lecionada. Ao tomar como exemplo a disciplina de Ciências, nos anos iniciais do Ensino Fundamental apenas 60,1% possuíam formação específica e mais de 25% sequer tinham formação de nível superior (Gráfico 2).

Gráfico 2 – Adequação da Formação Docente dos anos iniciais do Ensino Fundamental por disciplina – Brasil 2017.

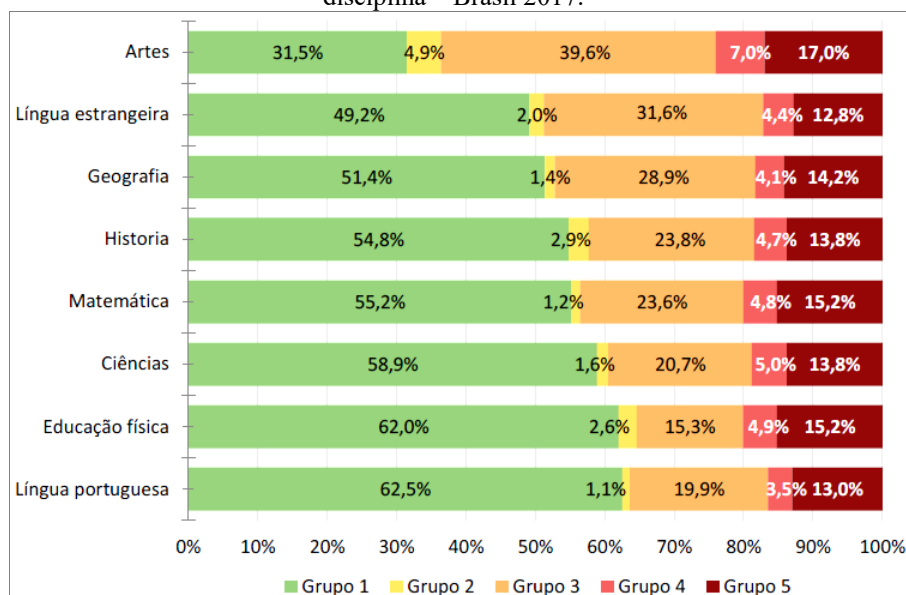


Grupo 1: Disciplinas ministradas por professores com formação superior de licenciatura (ou bacharelado com complementação pedagógica) na mesma área da disciplina que leciona; **Grupo 2:** Disciplinas ministradas por professores com formação superior de bacharelado (sem complementação pedagógica) na mesma área da disciplina que leciona; **Grupo 3:** Disciplinas ministradas por professores com formação superior de licenciatura (ou bacharelado com complementação pedagógica) em área diferente daquela que leciona; **Grupo 4:** Disciplinas ministradas por professores com formação superior não considerada nas categorias; **Grupo 5:** Disciplinas ministradas por professores sem formação superior.

Fonte: INEP (2018, p. 20).

Com relação aos anos Finais do Ensino Fundamental a situação não é muito diferente. De acordo com o Gráfico 3, o resultado de adequação da formação docente para a disciplina de Ciências nessa etapa de ensino era de 58,9% ao passo que 13,8% dos professores não tinham formação superior.

Gráfico 3 – Adequação da Formação Docente dos anos finais do Ensino Fundamental por disciplina – Brasil 2017.

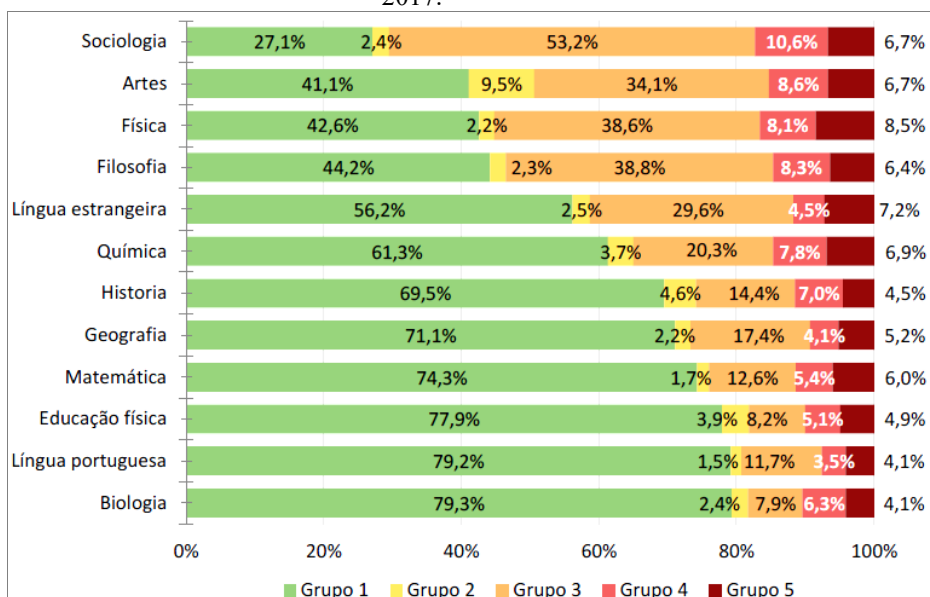


Grupo 1: Disciplinas ministradas por professores com formação superior de licenciatura (ou bacharelado com complementação pedagógica) na mesma área da disciplina que leciona; **Grupo 2:** Disciplinas ministradas por professores com formação superior de bacharelado (sem complementação pedagógica) na mesma área da disciplina que leciona; **Grupo 3:** Disciplinas ministradas por professores com formação superior de licenciatura (ou bacharelado com complementação pedagógica) em área diferente daquela que leciona; **Grupo 4:** Disciplinas ministradas por professores com formação superior não considerada nas categorias; **Grupo 5:** Disciplinas ministradas por professores sem formação superior.

Fonte: INEP (2018, p. 20).

Em relação a etapa do Ensino Médio (Gráfico 4) observa-se que para a disciplina de Física, 42,6% das aulas eram ministradas por professores com formação específica na área, e 8,5%, não possuíam formação superior; na disciplina de Química, 61,3% possuíam formação adequada e 6,9% eram sem formação superior. A disciplina de Biologia apresentava melhores índices em comparação às primeiras, sendo que 79,3% de professores tinham formação específica, enquanto 4,1% de professores lecionavam a disciplina sem curso superior (INEP, 2018).

Gráfico 4 – Adequação da Formação Docente do Ensino Médio por disciplina – Brasil 2017.



Grupo 1: Disciplinas ministradas por professores com formação superior de licenciatura (ou bacharelado com complementação pedagógica) na mesma área da disciplina que leciona; **Grupo 2:** Disciplinas ministradas por professores com formação superior de bacharelado (sem complementação pedagógica) na mesma área da disciplina que leciona; **Grupo 3:** Disciplinas ministradas por professores com formação superior de licenciatura (ou bacharelado com complementação pedagógica) em área diferente daquela que leciona; **Grupo 4:** Disciplinas ministradas por professores com formação superior não considerada nas categorias; **Grupo 5:** Disciplinas ministradas por professores sem formação superior.
Fonte: INEP (2018, p. 22).

É oportuno destacar que a insuficiência do número de professores com formação adequada em atuação na Educação Básica não é recente, sendo agravada com a democratização do ensino e com sua obrigatoriedade, uma vez que aumentou a demanda por esses profissionais. Nesse sentido, essas mudanças contribuíram para acentuar as demandas do cenário atual, uma vez que os recursos e os investimentos financeiros na educação não aumentaram adequada e suficientemente para a melhoria das unidades escolares, da formação inicial e continuada dos professores, entre outros.

Dessa forma, mesmo com a abertura de novos cursos de licenciatura nos últimos anos se perpetua uma demanda grande, principalmente, nas disciplinas de Ciências do Ensino Fundamental e de Química e de Física no Ensino Médio.

Por tais quesitos, é fundamental uma política de financiamento da Educação que atenda as demandas existentes e supere disparidades e carências existentes. Além disso, é necessário repensar a formação inicial e continuada de professores, além de investir por meio de uma

política progressiva e consistente em melhoria salarial e condições adequadas de trabalho, a fim de estimular os concluintes dos cursos na área das Ciências a exercerem a profissão e atuarem na Educação Básica. Reitera-se: com investimentos apropriados, formação adequada e com o devido reconhecimento do trabalho dos professores, espera-se que seja possível reforçar o papel da socialização e da valorização humana, de forma que todos sejam cidadãos participativos em uma sociedade justa, democrática e inclusiva – tal como é apresentada nos ideais da BNCC.

Na sequência, discorreremos sobre o construtivismo no ensino de Ciências.

O Ensino de Ciências e as Teorias Construtivistas

O construtivismo tem sido tema importante no/para o ensino de Ciências e é abordado e compreendido sob diferentes facetas. Entre tais aspectos, julga-se pertinente alertar para concepções espontâneas ou errôneas acerca de tais teorias. Os principais defensores dessa abordagem partem de estudos de psicologia e de medicina, buscando a melhor compreensão do processo de aprendizagem. Em comum, há a defesa de se considerar o que o aluno já sabe, suas experiências e seu papel ativo no processo de aprendizagem, em substituição a teorias e abordagens que compreendem o aluno como uma “tábula rasa” e sujeito passivo a quem compete a memorização e assimilação de conteúdos.

Para Aranha (1996), as teorias construtivistas representam um esforço na busca de caminhos que atendam a complexidade do processo de aprendizagem. Do ponto de vista epistemológico, a autora entende que os representantes dessa tendência desenvolvem uma **concepção interacionista** ou **construtivista** do conhecimento, superando o **inatismo**, pelo qual o aluno seria o polo mais importante no processo de conhecimento, e o **empirismo**, onde o indivíduo seria passivo, recebendo de fora os elementos para a elaboração do conteúdo mental.

Nesse entendimento, os construtivistas defendem que o conhecimento não é inato ou transmitido e que o aluno não é um sujeito passivo e o professor não é um mero transmissor de conhecimento. Assim, o conhecimento deriva e se edifica de um processo de construção contínua, intercalado por processos fundamentais como a invenção e a descoberta. Assim, percebe-se uma concepção diferente de tendências que objetivam o desenvolvimento e treinamento de habilidades e competências.

Saviani (2010) afirma que as pedagogias das competências se apresentam como outra face da pedagogia do “aprender a aprender”, cujo objetivo principal é dotar os indivíduos de comportamentos flexíveis que lhes permitam se ajustar às condições de uma sociedade em que as próprias necessidades de sobrevivência não estão garantidas. Ou seja, as necessidades sociais deixaram de ser um compromisso coletivo e se tornaram responsabilidade dos próprios sujeitos, que se encontram subjugados à “mão invisível do mercado”.

Nesse cenário, é possível identificar qual ou quais objetivos têm se fortalecido na prática educativa da educação básica? Aranha (2009) lembra que apesar da defesa da teoria do construtivismo pelos PCNs, sua introdução nas escolas tem enfrentado os problemas de sempre, principalmente no que se refere a formação dos professores, dificuldades que se agravaram diante da exigência de formação continuada. Dessa forma, se mantém a premissa: as escolas tentam assumir novas práticas sem que os professores estejam adequadamente informados e formados sobre a (nova) teoria, sem ser oferecido um tempo adequado para estudo e avaliação das possibilidades, desafios e troca de experiências. Além disso, há o risco de não se conseguir superar rapidamente as sedimentações decorrentes das antigas práticas (ARANHA, 1996). Por tais considerações, é importante refletir: como efetivar propostas educativas sem a participação efetiva, conhecimentos e recursos mínimos para sua realização?

Retomando sobre a teoria, muitos estudiosos podem ser classificados como teóricos do construtivismo. Entre os principais, podemos citar: Jean Piaget, considerado o precursor, ao mesmo tempo que sua obra continua baseando as pesquisas mais atuais sobre aquisição do conhecimento; Henri Wallon; Lev Semionovitch Vygotsky; Alexis Nikolaevich Leontiev; Alexander Romanovich Luria e Emília Ferreiro. Entre esses, Piaget é considerado o mais importante teórico que influenciou a construção das pedagogias pautadas no construtivismo. Os dois pressupostos básicos de sua obra são o **Interacionismo** e o **Construtivismo Sequencial**. Para o biólogo suíço, o desenvolvimento resulta de combinações entre aquilo que o organismo traz e as circunstâncias oferecidas pelo meio, sendo que o eixo central de sua teoria sobre o desenvolvimento cognitivo é justamente a interação entre o organismo e o meio ambiente em que está inserido (LEÃO, 1999).

Segundo Fernandes (2015), no modelo construtivista o conhecimento passa a ser considerado uma construção contínua, e a passagem de um estágio de desenvolvimento do indivíduo para outro é caracterizada por formação de novas estruturas intelectuais e cognitivas

que não existiam anteriormente. Dessa forma, o processo de ensino deve provocar situações de desequilíbrio cognitivo no estudante, de forma que seja possível ao mesmo construir progressivamente noções e operações, ao mesmo tempo em que vive intensamente, tanto intelectual como afetivamente, cada etapa do seu desenvolvimento. Para o autor, a concepção de ensino de Ciências pode variar de acordo com a corrente teórica assumida, mas está relacionada à construção de conhecimentos através do desenvolvimento do pensamento lógico-crítico.

Nesse entendimento,

Construtivismo significa isto: a ideia de que nada, a rigor, está pronto, acabado, e de que, especificamente, o conhecimento não é dado, em nenhuma instância, como algo terminado. Ele se constitui pela interação do indivíduo com o meio físico e social, com o simbolismo humano, com o mundo das relações sociais; e se constitui por força de sua ação e não por qualquer dotação prévia, na bagagem hereditária ou no meio, de tal modo que podemos afirmar que antes da ação não há psiquismo nem consciência e, muito menos, pensamento (BECKER, 1993. p. 88 apud LEÃO, 1999, p. 195).

Sobre o ensino de Ciências, Amaral (1997, apud FERNANDES, 2015) assevera que na “descoberta” uma corrente do modelo construtivista é voltada para o ensino, na qual o papel da **experimentação** é o de etapa do processo de investigação em que o conhecimento é construído pelo estudante, em que se busca simular uma pesquisa científica autêntica. Assim, no modelo construtivista a experimentação é uma das etapas do processo de construção do conhecimento, é centrada no educando e, na maioria das vezes, caracteriza-se como uma “atividade aberta”, ou seja, não dirigida.

Este pensamento coaduna com Nascimento, Fernandes e Mendonça (2010), quando afirmam que o construtivismo interacionista de Piaget valoriza a aprendizagem pela descoberta e o desenvolvimento de habilidades cognitivas, e sugerem que os estudantes utilizem os materiais e realizem experiências para aprender de modo significativo e que os professores não sejam transmissores de informações, mas sejam orientadores e mediadores.

Os autores defendem que os professores de Ciências desenvolvam suas ações educativas considerando a valorização do trabalho coletivo e a mediação dos sistemas simbólicos na relação entre o sujeito e a realidade a ser conhecida, bem como planejem atividades didáticas que permitam aos estudantes alcançar níveis mais elevados de conhecimentos e de desenvolvimento de habilidades cognitivas e sociais, oferecendo-lhes

tarefas cada vez mais complexas e apoio didático para que as realizem individualmente e com o auxílio dos colegas. Desse modo, busca-se superar estratégias de ensino baseadas essencialmente na apropriação dos produtos da Ciência de tal modo que as atividades educativas possibilitem aos estudantes a construção de conhecimentos científicos segundo os pressupostos educativos construtivistas.

Em outra perspectiva, Massabni (2007) considera que no construtivismo o papel do professor é secundário, tornando-se apenas um “facilitador da aprendizagem”, e que o conteúdo pode ser desvalorizado em prol da propalada “construção de conhecimentos”. Dessa forma, entende-se que um dos aspectos do construtivismo é valorizar a ação do aluno como construtor de seu conhecimento e tirar o professor da posição de detentor “soberano” do saber. Por outro lado, o professor pode deixar de apresentar conhecimentos aos alunos, esvaziando o currículo escolar, e os alunos, por sua vez, nem sempre constroem o que é almejado pelo professor.

Para o autor, conhecimentos que não são lógico-matemáticos dificilmente serão construídos pelo estudante se não forem apresentados, tais como: as datas comemorativas, os fatos históricos e os nomes científicos. Nesse sentido, o construtivismo rechaça a memorização fomentando que memorizar/decorar é prática desnecessária e condenável na educação. Falta, contudo, esclarecer a preferência por atividades em que o decorar não se sobreponha ao compreender conceitos importantes. Sem apologia da memorização enquanto forma de aprender, é evidente que existem determinados conteúdos em que memória é importante e até necessária, como a tabuada, a tabela periódica, o alfabeto, entre outros. Isso não significa, porém, proferir que se trata de uma aprendizagem puramente mecânica e sem significado aos aprendizes.

Saviani (1999, p. 57. *Grifos do autor*) apresenta uma síntese comparativa entre o ensino tradicional e o ensino baseado nas teorias construtivistas:

O ensino tradicional se propunha a transmitir os conhecimentos obtidos pela ciência, portanto, já compendiados, sistematizados e incorporados ao acervo cultural da humanidade. Eis por que esse tipo de ensino, o ensino tradicional, se centra no professor, nos conteúdos e no aspecto lógico, isto é, se centra no professor, o adulto, que domina os conteúdos logicamente estruturados, organizados, enquanto que os métodos novos se centram no aluno (nas crianças), nos procedimentos e no aspecto psicológico, isto é, se centra nas motivações e interesses da criança em desenvolver os procedimentos que a conduzam à posse dos conhecimentos capazes de responder às suas dúvidas e indagações. Em suma, aqui, nos métodos novos, se privilegiam os processos de **obtenção/dos** conhecimentos, enquanto que lá, nos métodos tradicionais, se privilegiam os métodos de **transmissão** dos conhecimentos já obtidos.

A partir dessas considerações, é preciso ressaltar que apesar da defesa do construtivismo e das críticas ao ensino tradicional, considerado por muitos como: de caráter “transmissivo de conhecimentos acumulados”; centralizador do papel do professor; intelectualista e enciclopedista; de aprendizagem receptiva e mecânica; por não valorizar as experiências dos alunos e oferecer os mesmos meios de aprendizagem para todos os alunos, entre outras críticas, não se conseguiu superar (totalmente) o ensino de Ciências com tais características.

Outro problema que podemos apresentar é que uma metodologia didático-pedagógica construtivista não precisa deixar de lado a transmissão do conhecimento em detrimento do seu processo de construção pelo aluno, como se fossem processos que jamais se associam.

Cabe frisar que secundarizar o papel do professor é, no mínimo, assumir o risco de que o aluno permaneça no senso comum. Com isso, não se defende o professor autoritário ou dogmático, que não dialoga com os estudantes e se coloque como um transmissor de conteúdos, por exemplo. Porém, sua figura é de autoridade, liderança e condução do processo de ensino e aprendizagem. Assim sendo, entendemos que os professores são aqueles que podem e devem proporcionar aos educandos os subsídios necessários para que aprendam, construam, se posicionem, ensinem e se apropriem do conhecimento científico. Esse processo e seu desenvolvimento podem ocorrer de diferentes modos e formas, seja pela mediação, pela apresentação de informações, pela socialização de conceitos já sistematizados, por experimentos, entre outras possibilidades. O processo de ensino e aprendizagem de Ciências não depende apenas de um ator que deva estar “no centro” de todo o processo, mas sim da interação entre os envolvidos, sendo, em muitos casos, difícil definir a quem cabe o papel principal.

Considerações Finais

O ensino de Ciências no Brasil desde o início do século anterior tem passado por uma série de transformações, entretanto, apesar de transformações importantes, muitas são as demandas que ainda se apresentam. Neste contexto de modificações, destaca-se que as influências externas e os interesses políticos e de grupos dominantes ainda são muito presentes, influenciando não apenas a reorganização curricular, mas também a formação inicial e continuada dos professores e a prática docente.

É válido ressaltar que as alterações (teorias, métodos, recursos e conteúdos) no ensino de Ciências são estreitamente vinculadas ao avanço tecnológico, ao desenvolvimento do país e as demandas de mercado. Por tal conjuntura, permanece sob forte influência das políticas neoliberais que atuam por meio de organismos internacionais que ditam regras na legislação e na organização do sistema educacional.

Em termos de “reformas”, é difícil prever a superação de dificuldades no ensino de Ciências, sobretudo nas escolas públicas que necessitam de mais investimentos em infraestrutura, e recursos básicos como bibliotecas, laboratórios de Ciências, internet, quadras de esportes, entre outros espaços que sejam fundamentais.

Em outro aspecto, é preciso resolver a escassez de professores licenciados e com formação específica. Sobre isso, a intenção não é atribuir a responsabilidade a esses professores que atuam sob permissão das instituições e sistemas, mas defender que esses tenham mais incentivo e condições para uma formação mínima de qualidade. É preciso questionar: Por que a ampliação na oferta de vagas ainda não foi suficiente para suprir da demanda por novos profissionais? Por que muitos licenciandos não concluem o curso? Por que há licenciados que não atuam como professores?

Com relação aos aspectos didáticos e metodológicos, acredita-se que para o ensino de Ciências prevalece o ensino tradicional e o construtivista. Entende-se que o avanço em relação à qualidade do ensino, em uma perspectiva construtivista, não é apenas uma questão de “escolha” dos professores, uma vez que envolve outras dimensões relacionadas à natureza do currículo, as políticas educacionais do Estado, a formação docente, a estrutura escolar e a disponibilidade de recursos humanos e financeiros.

Além disso, as injustiças sociais que colocam muitos brasileiros e brasileiras em condições de desprovimento de condições e direitos mínimos de qualidade de vida, saúde,

alimentação, emprego, violência, moradia, entre tantos problemas tão “comuns” assolam estudantes, familiares, comunidades. Como não considerar que tal realidade afeta a educação?

Diante dessa realidade, a escolha epistemológica para o ensino de Ciências e sua manifestação no processo de ensino e aprendizagem deve ser democrática, coletiva, dotada de significado e sustentada por condições adequadas e formação e prática.

Diante de problemáticas tão emergentes e, pode-se dizer, tão coloniais, “reformas” nacionais como a do Ensino Médio e a BNCC não são, por si só, respostas para resolver dificuldades da educação nacional, principalmente na dualidade e disparidade evidentes. Neste preâmbulo, o que se nota é uma anedota cheia de ironias e discursos.

Contudo, práticas contra-hegemônicas não são vazias e tampouco ineficazes. A escola pode e deve propiciar a construção de uma sociedade verdadeiramente democrática, justa e equitativa, promovendo uma formação científica de qualidade que permita ao aluno tornar-se alfabetizado cientificamente, capaz de refletir e atuar contra a ideologia neoliberal e as injustiças, de forma a promover a socialização dos conhecimentos científicos e a democratização dos avanços tecnológicos, numa perspectiva emancipatória por meio da educação.

Referências

- ARANHA, Maria Lúcia de Arruda. (1996). *Filosofia da educação*. 2. ed. São Paulo: Moderna. 254 p.
- BRASIL. (1997). *Parâmetros curriculares nacionais: Introdução aos Parâmetros Curriculares Nacionais*. Brasília: MEC/SEF. 126 p.
- BRASIL. (1961). *Lei nº 4.024*, de 20 de dezembro de 1961. Fixa as diretrizes e as bases da educação nacional. Disponível em: <<http://www2.camara.leg.br/legin/fed/lei/1960-1969/lei-4024-20-dezembro-1961-353722-publicacaooriginal-1-pl.html>>. Consulta: 28 out. 2017.
- BRASIL. (2017b). *Lei n. 13.415*, de 16 de fevereiro de 2017b. Altera as Leis nºs 9.394, de 20 de dezembro de 1996, que estabelece as diretrizes e bases da educação nacional, e 11.494, de 20 de junho 2007, que regulamenta o Fundo de Manutenção e Desenvolvimento da Educação Básica e de Valorização dos Profissionais da Educação, a Consolidação das Leis do Trabalho - CLT, aprovada pelo Decreto-Lei nº 5.452, de 1º de maio de 1943, e o Decreto-Lei nº 236, de 28 de fevereiro de 1967; revoga a Lei nº 11.161, de 5 de agosto de 2005; e institui a Política de Fomento à Implementação de Escolas de Ensino Médio em Tempo Integral. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2015-2018/2017/lei/L13415.htm>. Consulta: 27 jul. 2017.
- BRASIL.. (2016). *Base Nacional Comum Curricular: proposta preliminar*. 2ª versão revista. Brasília: MEC. 652 p.

- BRASIL.. (2017a). *Base Nacional Comum Curricular: educação é a base*. 3ª versão revista. Brasília: MEC. 396 p. Disponível em: <http://agbcampinas.com.br/site/http://agbcampinas.com.br/site/wp-content/uploads/2017/08/BNCC_publicacao.pdf>. Consulta: 21 mar. 2020.
- DUARTE, Newton. (2001). *Vigotski e o “aprender a aprender”*: críticas às apropriações neoliberais e pós-modernas da teoria vikostkiana. 2. Ed. Campinas: Autores Associados. 296 p.
- FERNANDES, Rebeca Chiacchio Azevedo. (2015). *Inovações pedagógicas no ensino de ciências dos anos iniciais: um estudo a partir de pesquisas acadêmicas brasileiras (1972-2012)*. 2015. 397 f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação. Campinas.
- GASPAR, Alberto. (2016). *Cinquenta anos de ensino de física: muitos equívocos, alguns acertos e a necessidade do resgate do papel do professor*. Disponível em: <http://disciplinas.stoa.usp.br/pluginfile.php/351678/mod_resource/content/4/texto_5.pdf>. Consulta: 08 dez. 2016.
- INEP. (2018). *Censo escolar da educação básica 2017: notas estatísticas*. Brasília: MEC. 23 p.
- KRASILCHIK, Myriam. (2004). *Prática de ensino de biologia*. 4. ed. São Paulo: EPU/Edusp.
- LEÃO, Denise Maria Maciel. (1999). Paradigmas contemporâneos de educação: escola tradicional e escola construtivista. *Cadernos de Pesquisa*, n. 107, p. 187-206.
- MACEDO Elizabhet. (2014). Base Nacional Curricular Comum: Novas formas de sociabilidade produzindo sentidos para a educação. *Revista e-curriculum*, São Paulo, v. 12, 03, p. 1530-1555.
- MARSIGLIA, Ana Carolina Galvão; PINA, Leonardo Docena; MACHADO, Vinícius de Oliveira; LIMA, Marcelo. (2017). A base nacional comum curricular: um novo episódio de esvaziamento da escola no Brasil. *Germinal: Marxismo e Educação em Debate*, Salvador, v. 9, n. 1, p. 107-121.
- MASSABNI, Vânia Galindo. (2007). O construtivismo na prática de professores de Ciências: realidade ou utopia? *Ciências & Cognição*, v. 10, p. 104-114.
- MOREIRA, M. A. (2000). Ensino de física no Brasil: retrospectiva e perspectivas. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, v. 22, n. 1, p. 94-99.
- NAGASHIMA, L.A.; ZANATTA, S.C.; ROYER, M.R.; PIRES, M.M.Y. (2017). Subprojeto de Ciências Biológicas/Câmpus de Paranaíba: uma abordagem qualiquantitativa. In: STENTZLER, M.M. (Org.). *Experiências multidisciplinares na iniciação à docência na Unespar*. Porto União, SC: Kayganguê Ltda, p. 43-54.
- NASCIMENTO; Fabrício do; FERNANDES, Hylio Laganá; MENDONÇA, Viviane Melo de. (2010). O ensino de ciências no Brasil: história, formação de professores e desafios atuais. *Revista HISTEDBR On-line*, Campinas, n. 39, p. 225-249.
- ROMANELLI, Otaiza de Oliveira. (1986). *História da educação no Brasil*. 8. Ed. Petrópolis: Vozes. 270 p.
- ROSA, Cleci Werner; ROSA, Álvaro Becker da. (2012). O ensino de ciências (Física) no Brasil: da história às novas orientações educacionais. *Revista Ibero-americana de Educação*, n. 58/2.

SAVIANI, Dermeval. (1999). *Escola e democracia: teorias da educação, curvatura da vara, onze teses sobre educação e política*. 32. ed. Campinas: Autores Associados. 99 p.

SAVIANI, Dermeval. (2010). *Histórias das ideias pedagógicas no Brasil*. 3. ed. Campinas: Autores Associados. 474 p.

Autores/as

Emerson Pereira Branco - Mestre em Ensino pelo Programa de Pós-graduação em Ensino: Formação Docente Interdisciplinar, Universidade Estadual do Paraná (UNESPAR), campus de Paranavaí. Professor PDE - Programa de Desenvolvimento Educacional - PDE 2019 - UNICENTRO. Possui graduação em Ciências Ensino Fundamental/Habilitação Matemática pela Faculdade Estadual de Educação Ciências e Letras de Paranavaí (2003) e graduação em Engenharia de Alimentos pela Universidade Estadual de Maringá (2008). É especialista em Educação e Gestão Ambiental. É professor de Matemática - Secretaria de Estado da Educação e do Esporte do Paraná. Trabalhou no cargo de Diretor do Colégio Estadual São Vicente de Paula de Nova Esperança-PR entre janeiro de 2012 e abril de 2019. Atualmente é Chefe do Núcleo Regional de Educação de Paranavaí.

Alessandra Batista de Godoi Branco - Doutoranda em Educação para a Ciência e a Matemática (PCM) da Universidade Estadual de Maringá (UEM). Mestre em Ensino pela Universidade Estadual do Paraná (UNESPAR). É especialista em: Coordenação Pedagógica; Métodos e Técnicas de Ensino - Tópicos Especiais de Metodologia de Ensino e Comunicação e Artes; Neuropedagogia na Educação e Psicopedagogia Clínica e Institucional. Possui licenciatura plena em Pedagogia pela Faculdade Estadual de Ciências e Letras de Paranavaí (FAFIPA). Ocupa o cargo efetivo de pedagoga e atua na Seção Pedagógica e de Assuntos Estudantis do Instituto Federal do Paraná (IFPR), campus de Paranavaí-PR.

Shalimar Calegari Zanatta - Graduada em Física (licenciatura) pela Universidade Estadual de Maringá - UEM (1992). Atuou no Ensino Médio como professora de Química e Física. Em 1999 iniciou pós-graduação, a nível de especialização, na área de Química: "A Química no Cotidiano" pela Universidade Estadual de Maringá - UEM. Dando continuidade ao aprimoramento profissional, fez mestrado e doutorado na área de Física da Matéria Condensada - UEM e em 2016, pós doutorado em Ensino de Física. O trabalho do mestrado versou sobre as propriedades magnéticas de ligas metálicas e no doutorado sobre as propriedades magnéticas, estruturais e hiperfinas dos óxidos definidos como garnets, numa tradução livre, granadas. O pós doutorado abordou: "Uma discussão qualitativa sobre a implantação da Base Nacional Comum Curricular - um olhar para as Ciências da natureza e suas tecnologias. É professora Associada da Universidade Estadual do Paraná - UNESPAR/ Campus de Paranavaí desde 2008, atuando na coordenação do PIBID (Ciências Biológicas), enfatizando o Ensino de Ciências, na graduação, nos cursos de Ciências Biológicas e Matemática e na pós graduação Stricto Sensu. Como professora convidada atua também no MNPEF, polo de Maringá (Universidade Estadual de Maringá), ministrando a disciplina "Fundamentos teóricos em Ensino e Aprendizagem".

ESTRATEGIAS METACOGNITIVAS EN LA EDUCACIÓN CIENTÍFICA: CONTRIBUCIONES A SU INSERCIÓN EN EL CONTEXTO ESCOLAR

Cleci Teresinha Werner da Rosa
cwerner@upf.br

<http://orcid.org/0000-0001-9933-8834>
Universidade de Passo Fundo, Brasil

Marivane de Oliveira Biazus
marivanebiazus@gmail.com

<https://orcid.org/0000-0003-4394-7061>
Universidade de Passo Fundo, Brasil

Recibido: 2020-01-20; **Aceptado:** 2020-11-10

Resumen: El presente artículo parte de la necesidad de implementar prácticas educativas asociadas a las estrategias metacognitivas como forma de cualificar el aprendizaje de los estudiantes. El objetivo es discutir la comprensión de la metacognición como posibilidad para su asociación con el campo de la educación científica. Más específicamente, el texto, de naturaleza teórica, busca rescatar el concepto de metacognición frente a diferentes interpretaciones; reflexionar sobre la distinción entre los dominios cognitivos y metacognitivos; y discutir las estrategias metacognitivas y la importancia del profesor en este proceso. Además, el texto se ocupa de acenar para la necesidad de incluir una ampliación en los elementos metacognitivos. Particularmente en los trabajos de Monero y sus colaboradores. Finalmente, se señala el título de consideraciones finales, que el marco teórico emergido del estudio puede auxiliar los profesores e investigadores en la estructuración de prácticas pedagógicas destinadas a favorecer la activación del pensamiento metacognitivo y con esto permitir la cualificación del aprendizaje en el campo de la educación científica.

Palabra-clave: metacognición; maestro estratégico.

ESTRATÉGIAS METACOGNITIVAS NA EDUCAÇÃO CIENTÍFICA: CONTRIBUIÇÕES PARA SUA INSERÇÃO NO CONTEXTO ESCOLAR

Resumo: O presente texto parte da necessidade de implementar práticas educativas associadas às estratégias metacognitivas como forma de qualificar a aprendizagem dos estudantes. O objetivo está em discutir o entendimento de metacognição vinculada ao contexto educacional, apresentando as estratégias metacognitivas como possibilidade para sua associação ao campo da educação científica. De forma mais específica o texto, de natureza teórica, busca resgatar o conceito de metacognição frente a diferentes entendimentos; refletir sobre a distinção entre os domínios cognitivos e metacognitivos; e, discorrer sobre as estratégias metacognitivas e a importância do professor neste processo. Além disso, o texto se ocupa de acenar para a necessidade de incluir uma ampliação nos elementos metacognitivos tradicionalmente contemplados nos referenciais que discutem as estratégias metacognitivas, particularmente nos trabalhos de Monereo e colaboradores. Por fim, é apontado a título de considerações finais, que o arcabouço teórico emergido do estudo pode auxiliar os professores e pesquisadores na estruturação de práticas pedagógicas voltadas a favorecer a ativação do pensamento

metacognitivo e com isso oportunizar a qualificação da aprendizagem no campo da educação científica.

Palavras-chave: metacognição; professor estratégico;

METACOGNITIVE STRATEGIES IN SCIENTIFIC EDUCATION: CONTRIBUTIONS TO THEIR INSERTION IN THE SCHOOL CONTEXT

Abstract: The present text of the need for implement educational practices associated with metacognitive strategies as a way to qualify students' learning. The objective is to discuss the understanding of metacognition linked to the educational context, presenting metacognitive strategies as a possibility for its association with the field of scientific education. More specifically the text, of a theoretical nature, it seeks to rescue the concept of metacognition in the face of different understandings; reflect on the distinction between cognitive and metacognitive domains; and discuss the metacognitive strategies and the importance of the teacher in this process. In addition, the text emphasizes the need to include an extension of the metacognitive elements traditionally contemplated in the references that discuss metacognitive strategies, particularly in the works of Monereo and collaborators. Finally, it is pointed out a final considerations, that the theoretical framework emerged from the study can help teachers and researchers in the structuring of pedagogical practices aimed at favoring the activation of metacognitive thinking and thereby enabling the qualification of learning in the field of scientific education.

Keywords: metacognition; strategic teacher.

Introdução

As dificuldades de aprendizagem têm sido apontadas como fator que contribui para que os estudantes se afastem da escola, particularmente em termos da educação básica (Cravino, 2004; Souza, 2006; Melo, 2004). Além disso, como lembram Pozo e Crespo (2006, p. 40) “os alunos não aprendem porque não estão motivados, mas, por sua vez, não estão motivados porque não aprendem”. Seguem os autores mostrando que os alunos têm aprendido cada vez menos, mostrando-se desinteressados por aquilo que aprendem e afastando-se cada vez mais da Ciência.

Diante disso, temos a necessidade de buscar alternativas que contribuam para melhoria da aprendizagem dos jovens, favorecendo uma formação qualificada e voltada a autonomia intelectual, ao pensamento crítico e a capacidade de atuar e interferir na sociedade. Ou seja, urge como necessário ultrapassar o modelo de ensino tradicional presente nas escolas, particularmente no ensino de Ciências, melhorando as condições de aprendizagem dos conteúdos escolares. Formica, Easley e Spraker (2010) mostram que o ensino tradicional focado na exposição verbal do professor tem se tornado ineficaz para a aprendizagem, especialmente em relação a manter os alunos atentos e em provocar movimentos cognitivos que resultem na

interação entre os conhecimentos prévios e os novos, considerado como fundamental para uma aprendizagem significativa. As metodologias alternativas que tem buscado superar essa visão do ensino tradicional focam como eixo central o deslocamento de ator principal do professor para o aluno. Nesse processo em que o aluno passa a ser o protagonista ao invés do professor, o foco está em oportunizar a ativação de mecanismos cognitivos potencializadores da aprendizagem e que possam contribuir para a autonomia intelectual, a formação de um pensamento crítico e a capacidade de continuar aprendendo (Mota, & Rosa, 2018).

A partir dessa necessidade surgem possibilidades de intervenções didáticas focadas no desenvolvimento destas capacidades, dentre as quais estão às vinculadas aos processos metacognitivos. Essa inferência toma por base o fato de que o uso do pensamento metacognitivo está relacionado diretamente ao reconhecimento dos estudantes sobre seus conhecimentos e suas habilidades frente ao desenvolvimento das ações. Isso representa uma alternativa promissora na busca por qualificar a aprendizagem, como salientado por Reif e Larkin (1991), Campanario e Otero (2000), Veeman (2006), Rosa (2011), Hinojosa e Sanmartí (2016) entre outros. De acordo com esses autores a tomada de consciência dos estudantes sobre seus próprios conhecimentos, tanto em termos dos conteúdos específicos quanto das tarefas propostas, bem como o controle autorregulador frente à execução dessas atividades, potencializam e favorecem a aprendizagem. Tais processos entendidos como metacognitivos são aqueles ativados pelo sujeito no momento em que identificam o seu próprio modo de pensar e regulam sua ação a partir disso. É estar consciente dos próprios processos cognitivos e de como eles se constituíram para a partir disso regular a ação a fim de obter êxito.

Desde os estudos desenvolvidos pela equipe de investigadores coordenados pela psicóloga americana Michelene Chi em 1982, o uso dos processos metacognitivos durante a aprendizagem em áreas como a Física, por exemplo, tem sido apontado como diferencial entre aqueles que apresentam facilidade na apropriação dos conteúdos (*experts*) e os que apresentam dificuldades na aprendizagem (*novatos*). A partir desses estudos, outros têm apontado que os alunos que compreendem melhor a estrutura de conceitos envolvidas na Física, que resolvem de forma mais eficientes os problemas e, portanto, apresentam melhores rendimentos acadêmicos, são os que recorrem ao pensamento de natureza metacognitiva (Reif, & Larkin, 1993; Hennissey, 2003; Malone, 2008; Taasobshirazi, & Farley, 2013; Ryan et al., 2016).

Taasoobshirazi e Farley (2013), por exemplo, destacam que os alunos que são *experts* em Física, são aqueles que usam mais estratégias orientadas para a meta de resolver problemas, apresentam um conhecimento maior e mais organizado, recorrem de forma mais eficaz ao pensamento metacognitivo, estão motivados para aprender e recebem mais estímulos sociais. Os autores ainda destacam que existem variáveis importantes, as quais contribuem para o sucesso dos *experts*, e que também os diferenciem dos considerados novatos na aprendizagem em Física. Segundo os autores, as variáveis referem-se a maneira como os problemas de Física são resolvidos, incluindo aspectos como: as estratégias reais de resolução de problemas usadas; a forma como os problemas são classificados, distinguindo os mais simples dos mais complexos; a amplitude e organização do conhecimento conceitual; o uso do pensamento metacognitivo; e, o uso de diagrama de corpo livre como parte da resolução dos problemas.

Particularmente vamos nos ater a variável vinculada ao pensamento metacognitivo, cuja evocação não representa um movimento espontâneo para muitos sujeitos, necessitando ser ativado por mecanismos externos. Em outras palavras, embora as pesquisas evidenciem os benefícios de sua utilização, particularmente em relação a aprendizagem em Física, grande parte dos estudantes não conseguem ativá-lo espontaneamente. Além disso, embora essa forma de pensamento seja algo interno do sujeito e sua ativação espontânea surgir em decorrência de um movimento interno das próprias estruturas de pensamento do sujeito, ela pode necessitar de estímulos externos, advindos de situações que a levem perceber a eficácia de pensar metacognitivamente.

Nesse contexto, em que essa forma de pensamento é entendida como inerente ao ser humano, identificamos que ela nem sempre é evocado espontaneamente, surgindo a necessidade de propor alternativas para estimular o seu uso pelos estudantes, de modo a mostrar os benefícios que ela representa. Sobre isso, temos que há uma crença consensual de que a prática da metacognição conduz a uma melhoria de toda a atividade intelectual e, portanto, a uma potencialização do processo de aprender (Lefebvre-Pinard, 1983; Borkowski, 1985; Campione, 1987). De acordo com os autores, a capacidade de identificar os próprios conhecimentos e o posterior gerenciamento consciente da ação, representam uma componente importante das performances de sucesso dos aprendizes. Nesse contexto, é salientado a capacidade de automonitoramento que contribui não só para melhorar a aquisição, mas, igualmente, para melhorar a generalização e a transferência do conhecimento e habilidades (Wang, & Luidvall,

1984; McCombs, 1988). Entretanto, as atividades metacognitivas contribuem não apenas o desenvolvimento dessas habilidades autorregulatórias, vinculada ao monitoramento, mas igualmente para o desenvolvimento do sentimento de domínio pessoal que, por sua vez, está relacionado a tomada de consciência dos sujeitos sobre seus próprios conhecimentos, como veremos mais adiante (Wang, 1983; McCombs, 1988).

A identificação da potencialidade do uso do pensamento metacognitivo, somado ao desejo por amenizar as dificuldades de aprendizagem dos estudantes, oportunizando que aprendam a aprender, emana o objetivo principal desse texto, estruturado na forma de um texto teórico: discutir o entendimento de metacognição vinculada ao contexto educacional, apresentando as estratégias metacognitivas como possibilidade para sua associação ao campo da educação científica. De forma mais específica pretendemos: resgatar o conceito de metacognição frente a diferentes entendimentos; refletir sobre a distinção entre os domínios cognitivos e metacognitivos; e, discorrer sobre as estratégias metacognitivas e a importância do professor neste processo.

Frente ao objetivo anunciado e suas especificidades, temos que o presente texto está estruturado na forma de seções, contendo inicialmente a descrição do conceito de metacognição e suas variações; na sequência, a distinção entre cognição e metacognição; e, na continuidade, se além a discutir as estratégias metacognitivas, consideradas como o meio pelo qual podemos associar a ativação do pensamento metacognitivo às ações didáticas no campo da educação científica. Nesse sentido, o texto, ao final de sua incursão, aponta a necessidade de ampliar os aspectos metacognitivos que tradicionalmente tem sido associado as estratégias metacognitivas.

Entendimento e variações do conceito de metacognição

Em trabalhos anteriores relatamos o processo de construção do conceito de “metacognição” a partir de seu precursor, o psicólogo americano John Hurley Flavell, no final dos anos de 1969 e início dos anos de 1970 (Rosa, 2011; Rosa, & Pinho-Alves, 2013; Rosa, 2014). Nas discussões partimos de que a construção dos primeiros entendimentos teve como pano de fundo as investigações sobre como os sujeitos usam seus processos de memória. Nesses estudos Flavell (1971; 1976), utiliza o termo “metacognição” para designar o modo como o sujeito conhece o que já conhece. Posteriormente, e em estudo com Henry Wellman (1977), Flavell sugere que o conhecimento metacognitivo se desenvolve por meio da consciencialização

do sujeito sobre o modo como determinadas variáveis interagem no sentido de influenciar os resultados das atividades cognitivas.

Apesar do termo remontar as discussões já apresentadas por Piaget, a literatura atribui a Flavell o pioneirismo da sua utilização, pois é a partir dele que os investigadores, especialmente na educação e na psicologia cognitiva, passaram a se servir e adaptar esse construto aos seus campos. Reconhecidamente a metacognição, na forma como entendida por Flavell, tem suas bases na psicologia do desenvolvimento de Jean Piaget, sob a qual Flavell apoia suas discussões e estudos no campo da memória. Contudo, as definições, que foram sendo designadas ao termo nesses mais de quarenta anos de sua utilização pela acadêmica, trazem aproximações com teóricos como Lev Semionovich Vygotsky, por exemplo, sob uma perspectiva denominada de “metacognição social”.

Essa, por sua vez, está voltada a reconhecer a importância de que os processos metacognitivos e aqui mais voltados aos autorregulatórios, surjam em decorrência de um convívio em grupo, em sociedade. Todavia, a exemplo do que veremos em Flavell, esta compreensão associa a metacognição ao objetivo da atividade a ser desenvolvida, vinculando a ela a oportunidade de que os sujeitos a compartilhar e explicitar com o outro suas ideias, terá mais chances de revisá-las e compreender as razões que o levaram a fazê-lo dessa forma (Chan, 2012).

Em Flavell, entretanto, é possível perceber a alusão à concepção piagetiana, embora a definição de “metacognição” do próprio autor tenha sofrido mudanças e ajustes ao longo de suas publicações. Dentre os marcos históricos está o publicado por Flavell em 1976 e intitulado “Metacognitive aspects of problem solving”, no qual ele destaca que a metacognição

se refere ao conhecimento que se tem dos próprios processos e produtos cognitivos ou de qualquer outro assunto relacionado a eles, por exemplo, as propriedades relevantes para a aprendizagem de informações ou dados. [...] se refere, entre outras coisas, à avaliação ativa e consequente regulação e orquestração desses processos em função dos objetivos e dados cognitivos sobre o que se quer e, normalmente, a serviço de alguma meta ou objetivo concreto (Flavell, 1976, p. 232, tradução nossa).

Tal compreensão revela que a metacognição é integralizada por duas componentes: conhecimento do conhecimento e controle executivo e autorregulador (Rosa, 2011, p. 42). Dessas duas componentes, Flavell, em estudo com Wellman (1977), detalhou a primeira

componente especificando as variáveis que interferem nessa tomada de consciência sobre os próprios conhecimentos; entretanto, a segunda não foi objeto de detalhamento de Flavell e levou a distintas interpretações e aproximações na literatura. Aliás, não apenas a especificação da segunda componente foi motivo de interpretações distintas como a própria definição de metacognição tem sido objeto de discórdia ente autores, como mostrou Muñoz (2019).

Essa falta de definição unânime entre os autores é, no entender de Weinert (1987), decorrente de o termo ser um construto de segunda ordem, uma vez que pensamentos sobre pensamentos, conhecimento sobre conhecimento ou reflexões sobre as ações necessitam vir acompanhados de uma especificidade para serem compreendidos. Dessa forma, o autor justifica o fato de que ainda não há um consenso sobre a definição de metacognição e sobre quais são as suas componentes.

Sobre isso, Veemann, Van Hout-Wolters e Afflerbach (2006, p. 3-4), retomando a definição de Flavell (1976), mostram que “sob a égide desta definição inclusiva, uma proliferação de termos metacognitivos se desenvolveu ao longo dos anos”. Dentre esses termos, os autores mencionam um conjunto que estão vinculados à metacognição e que tem como cerne a definição original de Flavell. Nas palavras de Veemann, Van Hout-Wolters e Afflerbach (2006, p. 4, tradução nossa):

Crenças metacognitivas, percepção metacognitiva, experiências metacognitivas, conhecimento metacognitivo, sentimento de saber, julgamento da aprendizagem, teoria da mente, metamemória, habilidades metacognitivas, habilidades executivas, habilidades de ordem superior, metacomponentes, monitoramento de compreensão, estratégias de aprendizagem, estratégias heurísticas e autorregulação são vários dos termos que comumente associamos à metacognição.

Para os autores, essa gama de termos derivados do original tem levado a dispersar o foco da pesquisa em metacognição, demonstrando sua carência em termos de definição de um corpo teórico. Para eles, alguns termos se referem a conhecimentos mais gerais e a habilidades metacognitivas, enquanto outros abordam conhecimentos específicos para certas faixas etárias ou tipos de tarefas. Além disso, alguns se relacionam com processos cognitivos e metacognitivos (por exemplo, estratégias de aprendizagem e estratégias heurísticas), enquanto outros são puramente metacognitivos por natureza. Por fim, os autores reforçam a necessidade de realizar um estudo teórico mais profundo como forma de instituir uma teoria para esse constructo.

No entanto, mesmo sem haver consenso sobre uma definição mais ampla em relação a metacognição, o campo tem avançado, particularmente em termos das pesquisas em educação científica, como mostrou Zohar e Barzilai (2013). De acordo com essas autoras, há um crescimento no interesse dos pesquisadores pelo termo, especialmente a partir dos anos 2000 e considerando o processo de ensino e de aprendizagem em Ciências.

O estudo das autoras, assim como o de Veemann, Van Hout-Wolters e Afflerbach (2006), aponta que, mesmo frente a essa diversidade de possibilidades de definições para a metacognição, o mais utilizado nas pesquisas no campo da educação em Ciências é a definição clássica de Flavell e seus colaboradores (1976, 1979, 1999), uma vez que ele vem servindo de base para muitos quadros de definições subsequentes. Portanto, como mencionado por Zohar e Barzilai (2013, p. 122, tradução nossa), “mesmo que muitos trabalhos divergem a partir do proposto por Flavell e seus colaboradores, existem, pelo menos, alguns aspectos comuns para comparações”. Situação que foi igualmente identificada e mencionado por Rosa (2011, p. 37) ao enfatizar a existência de um “núcleo coeso em torno do entendimento de metacognição como o pensamento sobre o próprio pensamento, ou a cognição da cognição”, o que remete à definição clássica de Flavell.

A partir dessa identificação, embora com diferenças em relação ao entendimento de metacognição, especialmente por conta das componentes e elementos que a constituem, há um consenso em termos da definição originalmente proposta por Flavell. Essa definição pode ser sintetizada pelo apresentado por Rosa (2011 p. 57, destaque da autora): “*Metacognição é o conhecimento que o sujeito tem sobre seu conhecimento e a capacidade de regulação dada aos processos executivos, somada ao controle e à orquestração desses mecanismos*”.

O entendimento que vem em decorrência dessa definição infere o que Flavell já havia mencionado em 1976, que a metacognição é constituída por duas componentes: o conhecimento do conhecimento e o controle executivo e autorregulador. Todavia, nesse ponto iniciam as diferenças entre os autores, incluindo entre eles o próprio Flavell em seu artigo de 1979.

Dentre esses distintos arranjos temos estudos como o de Flavell e Wellman (1977) que centram sua análise no detalhamento do conhecimento metacognitivo associando-o aos processo de memória e recuperação da informação; o de Brown (1978) que volta sua análise ao plano executivo da ação, apontando a necessidade de planejar, monitorar e avaliar a ação; o de Flavell (1979) que direciona seu olhar para a constituição de um modelo no qual as experiências e o

conhecimento metacognitivo são influenciados pelo objetivo e ações cognitivas, resultando que a ativação dessa forma de pensamento está associada a intencionalidade e aos caminhos executados pelos sujeitos, mas, sobretudo, aos sentimentos que os sujeitos apresentam em relação a esse objetivo e ação; o de Noël (1991) que enfatiza a tomada de consciência como um aspecto distinto da etapa do conhecimento metacognitivo, estruturando a metacognição a partir de três componentes (tomada de consciência - “processos metacognitivos”; julgamento – “julgamento metacognitivo” ou “produto metacognitivo”; e, regulação dos mecanismos cognitivos – “decisão metacognitiva”); o de Nelson e Narens (1994) que compreende que a metacognição está envolvida por duas componentes (monitoramento e controle metacognitivo), sendo uma destinada a capacidade de observar, refletir, analisar, experienciar o andamento dos processos cognitivos e a outra a realizar estimativas por parte dos sujeitos sobre seu desempenho cognitivo e o que precisa ser feito para obter êxito na tarefa, estando associada ao julgamento que pode ocorrer em distintas fases da ação cognitiva (antes, durante ou depois).

Os exemplos mencionados ilustram diferentes entendimentos, todavia, há outros como o de Efklides (2006; 2008) que volta seu olhar para a importância das experiências metacognitivas associadas as emoções como desencadeadoras do processo de ativação do pensamento metacognitivo. Tais estudos no Brasil tem sido desenvolvido por Correa, Passos e Arruda (2017; 2018) que enaltecem a presença das experiências metacognitivas como integrante das ações de ativação do pensamento metacognitivo em contexto de aprendizagem.

Por fim, mencionamos o entendimento de Veenman (2011) que se assemelha ao de Rosa (2011) partindo igualmente dos estudos de Flavell (1976; 1979) e Brown (1978), enfatiza a metacognição como o conhecimento e a regulação das atividades cognitivas nos processos de aprendizagem, distinguindo o primeiro como conhecimento metacognitivo e o segundo como habilidades metacognitivas, como mencionado na seção anterior. Os estudos de Veenman e colaboradores têm se centrado mais em explorar as habilidades metacognitivas e enfatizam a presença dos elementos planejamento, monitoramento e avaliação, a exemplo do proposto por Brown.

Foge ao escopo do presente texto apresentar todas as interpretações/definições existentes, assim como detalhar cada um desses entendimentos, o que demandaria um texto específico. O olhar deste texto está voltado a importância de que no contexto escolar os

professores se preocupem em explicitar momentos de evocação dessa forma de pensamento, o que pode ser traduzido pela utilização de estratégias metacognitivas.

Cognição X Metacognição

A identificação da compreensão de metacognição a partir de suas origens e a demarcação de que, embora ela tenha diferentes possibilidades de estruturação, pode ser utilizada no contexto escolar em função de sua definição mais geral, leva a discussão das “estratégias metacognitivas”. Ao adotarmos como uma estratégia a metacognição pode atuar como favorecedora da aprendizagem, impulsionando a ativação de mecanismos que favorecem, além da tomada de consciência dos sujeitos sobre seus próprios conhecimentos – ainda pouco explorado nas ações didáticas, o gerenciamento sobre suas ações – que tem se revela mais presente, com veremos.

Sua discussão em termos da associação com o contexto escolar, requer antes uma retomada entre o que se entende por cognição, no sentido de distingui-la da metacognição. Iniciamos mencionando que tradicionalmente a imagem da cognição está restrita aos processos e produtos mais chamativos e inequivocamente “inteligentes” da mente humana, ou seja, são os processos que constituem as imagens que evocam essa mente humana. Dessa forma, a cognição estaria relacionada ao que Flavell, Miller e Miller (1999, p. 9) entendem como processos mentais superiores correspondendo ao

conhecimento, a consciência, a inteligência, o pensamento, a imaginação, a criatividade, a geração de planos e estratégias, o raciocínio, as inferências, a solução de problemas, a conceitualização, a classificação e a formação de relações, a simbolização e, talvez, a fantasia e os sonhos.

Continuam os autores, mencionando que contemporaneamente, são acrescentados a essa definição clássica outros processos, como “os movimentos motores, a percepção, as imagens mentais, a memória, a atenção e o aprendizado, além de variações sociopsicológicas” (p. 9). Todavia, os mesmos autores mencionam que para uma concepção ampla do que é a cognição, é necessário compreender também a complexa inter-relação entre aspectos da cognição, considerando o funcionamento cognitivo efetivo em tempo real. Os processos cognitivos têm papel vital para a manutenção e desenvolvimento uns com os outros, numa concepção de interação mútua. Nesse sentido, ao associar a relação entre processos cognitivos e

conhecimento, o modo como as pessoas elaboram os conceitos ou como os classificam pode influenciar, em alguma medida, no raciocínio e, conseqüentemente, na forma como percebem as coisas. Os autores comparam a mente a uma máquina, pois ela é formada por inúmeras partes interligadas que, juntas, formam “um sistema de componentes em interação, organizada de forma complexa” (Flavell, Miller, & Miller, 1999, p. 10).

De acordo com esses mesmos autores, a metacognição, de forma geral, está relacionada a “qualquer conhecimento ou atividade cognitiva que toma como seu objeto, ou regula, qualquer aspecto de qualquer iniciativa cognitiva” (p. 125). Dessa forma, a metacognição está fundamentada na cognição, pois é muito difícil ter um conhecimento metacognitivo adequado das competências de um domínio sem conhecimento substancial, ou seja, cognitivo, específico do domínio, tal como o conhecimento sobre conceitos e teorias relevantes num domínio, sobre dificuldades intrínsecas de um domínio e sobre o que é irrelevante.

Veenman, Van Hout-Wolters e Afflerbach (2006) destacam que grande parte das conceituações a respeito da metacognição segue a perspectiva da cognição de ordem superior à cognição. Nessa perspectiva, há um agente de ordem superior, o qual supervisiona e governa o sistema cognitivo ao mesmo tempo que faz parte dele. No entanto, os autores ressaltam que não é possível “dividir o eu em dois, dos quais um pensa enquanto o outro o observa pensando” (2006, p. 5). Visto dessa forma, a metacognição seria o conjunto de autoinstruções para regular o desempenho da tarefa, e a cognição seria um veículo dessas autoinstruções, de modo que um se conecta ao outro, tornando-se difícil separá-los ou colocá-los de formas distintas, já que um está relacionado ao outro.

Os autores mencionam ainda que, em algumas situações, é possível observar a metacognição quando os alunos verbalizam autoinstruções, “como isso é difícil para mim, vamos fazê-lo passo a passo ou espere, eu não sei o que essa palavra significa” (Veenman, Van Hout-Wolters, & Afflerbach, 2006, p. 6). Seguem os autores especificando que nem sempre é possível observar de forma clara ou explícita os processos metacognitivos utilizados pelo aluno na realização da tarefa ou, ainda, podem se tratar apenas de processos cuja natureza é cognitiva. Nesse sentido, as pesquisas futuras precisam mostrar de forma mais precisa “o conhecimento metacognitivo explicitamente verbalizado nas autoinstruções - atividades cognitivas que são indicativas de metacognição e atividade puramente cognitiva” (p. 6).

Kuhl e Kraska (1989) defendem que, em um nível mais superficial, parece ser mais simples distinguir a cognição da metacognição. Segundo os autores, a cognição está relacionada à representação dos objetos e fatos, num sentido mais específico, e a qualquer tipo de representação da informação proveniente do meio, num sentido mais amplo. Já a metacognição está relacionada ao conhecimento do próprio conhecimento, à avaliação, à regulação e à organização dos próprios processos cognitivos. Brown (1978), por sua vez, destaca que, dentro dos inúmeros problemas relacionados à formulação de uma teoria sobre a metacognição, encontra-se essa distinção entre cognição e metacognição. Contudo, lembra que um bom exemplo dessa relação está na habilidade para ler um texto e na habilidade para monitorar a compreensão desse texto. A primeira habilidade está mais relacionada ao campo da cognição, enquanto a segunda se situa na metacognição.

A dificuldade em distinguir o que pertence a cada domínio é compartilhada por Flavell (1979), ao mencionar que aparentemente algo que possa estar relacionado à monitoração da aprendizagem, por exemplo, pode estar a serviço do pensamento cognitivo. Nesse mesmo sentido, Livingston (2003) apoiando-se em Flavell (1979) não diferencia o conhecimento metacognitivo do cognitivo, mas ressalta que a identificação de cada um estaria na forma como uma informação é utilizada. Segundo ela, deve-se considerar que “a metacognição é referida como ‘pensar sobre o pensar’ e envolve a supervisão se uma meta cognitiva foi cumprida” (Livingston, 2003, p. 4, tradução nossa).

Tal distinção pode ser utilizada para determinar que uma situação se aproxima de um processo cognitivo ou de um processo metacognitivo. Ou seja, uma mesma situação pode ser entendida como demanda cognitiva ou metacognitiva, dependendo dos recursos empregado pelo indivíduo para alcançar o objetivo.

Livingston (2003, p. 5, tradução nossa), seguindo o mencionado por Flavell, Miller e Miller (1999) coloca que:

As estratégias metacognitivas e cognitivas podem sobrepor-se na medida em que a mesma estratégia, como questionamento, poderia ser considerada tanto como uma estratégia cognitiva ou uma metacognitiva, dependendo do que o objetivo do uso dessa estratégia pode ser.

De forma a exemplificar, a autora cita que, durante uma leitura, quando o sujeito levanta questionamentos como uma forma de estratégia para compreendê-lo, estes podem fornecer

conhecimento cognitivo, ou, por outro lado, podem representar uma forma de monitorar o que foi lido, ou seja, um conhecimento metacognitivo. Isso revela que as estratégias “estão intimamente ligadas e dependentes umas das outras, qualquer tentativa de analisar um sem reconhecer o outro não daria uma imagem adequada” (Livingston, 2003, p. 5, tradução nossa).

Hacker (1998), com o objetivo de clarear essa distinção, menciona outro fator como relevante, que é a identificação da fonte. Para ele, o que se situa no campo da cognição seriam as coisas do mundo real e suas imagens mentais, ou seja, os objetos, pessoas, eventos etc.; enquanto as relacionadas à metacognição estariam vinculadas às habilidades que os sujeitos apresentam para lidar com essas entidades. De forma mais clara, o autor pontua que os pensamentos metacognitivos não brotam da realidade externa imediata de uma pessoa; em vez disso, sua fonte está ligada às próprias representações mentais internas daquela realidade, que podem incluir o que se sabe sobre essa representação interna, como ela funciona e como se sente sobre ela.

Considerando os estudos mencionados, observamos que há um consenso entre os pesquisadores sobre a importância da diferenciação entre o que se situa na dimensão cognitiva e o que pertence a metacognitiva. Também é evidente nos estudos, que essa tarefa não é fácil, uma vez que se trata de conceitos complexos em que uma mesma situação pode se revelar no campo da cognição e em outro momento da metacognição. A utilização de distintas estratégias para cada uma das situações pode ser uma forma de diferenciação entre o que é cognitivo e metacognitivo, todavia, elas estariam centradas na intencionalidade de quem utiliza ou propõe as estratégias e não em uma situação natural de espontaneidade. Considerando a intencionalidade podemos inferir que as estratégias orientadas pela cognição seriam aquelas utilizadas pelo sujeito para resolver um problema, sem a associação de momentos de identificação de seus próprios conhecimentos, planificação das ações ou mesmo o acompanhamento e avaliação da ação executada, o que caracterizaria uma estratégia de natureza metacognitiva.

Estratégias metacognitivas no contexto escolar: entendimentos conceituais

De acordo com Camargo e Dias (2003), o termo “estratégia” tem sua origem a aproximadamente, 3000 anos e está associado a táticas desenvolvidas para alcançar vitórias. Desde então o termo vem sendo utilizado e passou a ser empregado em diferentes setores como

a política, o financeiro, comércio, entre outros, cuja definição passou a compreender ações que devem ser realizadas para alcançar uma meta ou um objetivo. Ao adicionarmos a aprendizagem ele fica delineado como sendo um conjunto de ações que são realizadas para alcançar o objetivo de aprendizagem.

No caso das estratégias de aprendizagem, Figueira (2006), destaca que há um grande número de definições e interpretações do termo em se tratando do contexto escolar, mas de forma geral e consensual entre os pesquisadores, pode-se definir “como comportamentos e pensamentos que o sujeito pode utilizar no decurso da aprendizagem e que influenciam a forma como processa a informação, através da ativação, controle e regulação dos processos cognitivos” (p. 7). Desta forma, as estratégias de aprendizagem seriam as ações e os meios pelos quais o sujeito aprende.

Monereo (1990), considerando também diferentes visões, coloca que as estratégias para aprendizagem são comportamentos planejados utilizados para a seleção e organização de mecanismos cognitivos, afetivos e motores para enfrentar situações problemáticas, globais ou específicas, de aprendizagem. Ainda, segundo o autor, as estratégias têm uma função primária em qualquer processo de aprendizagem, cujo papel é “facilitar a assimilação da informação que chega do lado de fora ao sistema cognitivo do sujeito, que envolve gerenciar e monitorar a entrada, rotulagem-categorização, armazenamento, recuperação e saída de dados” (p. 4).

As estratégias de aprendizagem podem envolver operações cognitivas e metacognitivas, que são adequadas às exigências de diferentes situações em que são realizadas deliberada e conscientemente para alcançar os objetivos de aprendizagem da maneira mais eficiente possível, como mencionado na seção anterior. Rosa (2011; 2014) coloca que as estratégias de aprendizagem cognitivas seriam aquelas que tem o objetivo de auxiliar na organização do conhecimento, como por exemplo, elaborar tópicos, sublinhar, estabelecer redes de conceitos entre outros, e as estratégias de aprendizagem metacognitivas estariam envolvidas com o planejamento, a monitoração e a regulação do próprio pensamento. Infere-se, portanto, que as estratégias metacognitivas constituem um suporte para estratégias cognitivas.

Segundo a autora, muitas pesquisas têm apontado que o uso de estratégias de aprendizagem favorece uma aprendizagem significativa, uma vez que desafia e oportuniza o aluno a construir o seu próprio conhecimento, através da mediação do professor. A autora ainda enfatiza que as estratégias de aprendizagem que se utilizam de processos metacognitivos

representam um aprendizado mais rico, e “conduzem os aprendizes a entender não apenas os conhecimentos específicos, mas também os mecanismos internos que lhes permitiram a construção desses conhecimentos” (ROSA, 2014, p. 82).

Retomando a perspectiva de Monereo e agora referindo-se a seus estudos desenvolvido com colaboradores, inferimos que as estratégias de aprendizagem são definidas como “processos decisórios (conscientes e intencionais) nos quais o aluno escolhe e recupera, de forma coordenada, o conhecimento necessário para completar uma demanda determinada ou objetivo, dependendo das características da situação educacional em que a ação ocorre” (Monereo et al., 2011, p. 27, tradução nossa). Isso significa que um estudante para utilizar uma determinada estratégia de aprendizagem, precisa planejar, regular e avaliar as suas ações de forma a adaptá-la ao seu conhecimento e as demandas da tarefa e do contexto.

Visto dessa forma, o aluno não deve apenas conhecer ou utilizar um procedimento para resolver uma tarefa específica, repetindo as etapas corretas de sua utilização. Mas deve também ser capaz de avaliar as vantagens de um procedimento em relação a outro, para aquela atividade específica e refletir em como essa técnica ou procedimento pode ser útil na resolução da tarefa. Nesse processo, é importante destacar que a consciência de ambos os conteúdos de conhecimento das estratégias empregadas e sua eficácia (regulação da cognição) vêm como resultado da reflexão consciente realizado durante o processo de ensino.

Nesse sentido, Monereo et al. (2011, p. 23, tradução nossa) fazem uma distinção entre o que seria uma estratégia de aprendizagem e o uso apenas de um procedimento ou técnica: “As técnicas podem ser utilizadas mais ou menos mecanicamente, sem que seja necessário que para a sua aplicação exista uma finalidade de aprendizagem por parte do usuário”. Segundo os autores, as técnicas, assim como os procedimentos, seriam elementos subordinados ao uso das estratégias. Segue esses mesmos autores, “as estratégias, por outro lado, são sempre conscientes e intencional, visando um objetivo relacionado à aprendizagem” (p. 23, tradução nossa). Os autores ressaltam que, muitas vezes, os termos “técnicas” e “procedimentos” aparecem como sinônimos, mas é necessário distingui-los para que se possa concentrar nos objetivos de uma aprendizagem.

Nessa perspectiva, Monereo et al. (2011) afirmam que o interesse dessa forma de aprendizagem não está apenas em transmitir certos procedimentos, para que o aluno possa realizar determinada tarefa, mas sim que ele possa construir um conhecimento próprio sobre o

uso adequado desses procedimentos. Essa construção pessoal, que deve partir do conhecimento já adquirido, está intimamente relacionada à reflexão ativa e consciente sobre quando e por que um procedimento ou técnica é apropriado, ou em relação aos requisitos que tanto o conteúdo quanto a situação de ensino possam exigir ao resolver a tarefa.

Os autores mencionados, utilizando-se de uma analogia, apresentam como essa estratégia de aprendizagem seria operacionalizada na execução de uma tarefa. Suponha que o objetivo da tarefa seja a de cortar uma peça (uma manga, um dossel e o vidro de uma janela, por exemplo) a partir de determinado material (um pedaço de pano, a superfície de um tubo e um vidro). Para cada situação, os profissionais precisam tomar decisões a respeito de qual processo devem utilizar para realizar o corte, ou seja, utilizar uma estratégia. Nesse caso, precisam levar em consideração o material a ser cortado (isso representa o conteúdo); escolher a ferramenta adequada (aqui seria o tipo de procedimento a ser utilizado); alguns materiais precisam de ferramentas específicas (procedimentos específicos de uma disciplina); a qualidade e complexidade do produto a ser desenvolvido (qualidade e complexidade da aprendizagem); a habilidade do profissional em manusear as ferramentas (por exemplo, para sintetizar um texto pode ser utilizado um resumo, um esquema, uma tabela). Também é preciso considerar as condições externas, como o tempo disponível, as preferências do cliente (no caso, as preferências do professor), o trabalho em equipe ou individual, a aproximação que cada um tem com o tipo de tarefa, entre outros aspectos (Monereo et al., 2011).

A partir de exemplos como o mencionado, os autores apontando que, para um aluno utilizar estratégias de aprendizagens, podemos inferir três objetivos principais, que devem ser desenvolvidos a fim de que ele possa aprender a ser estratégico: o primeiro objetivo é melhorar o conhecimento declarativo e processual (conhecimentos específicos, disciplinares e interdisciplinares); o segundo e o mais desafiador consiste em aumentar a consciência do aluno sobre as operações e decisões que toma quando aprende um conteúdo ou resolve uma tarefa; o terceiro é o necessário para promover o conhecimento e a análise das condições exigidas para a resolução de um certo tipo de tarefa ou a aprendizagem de um conteúdo específico, ou seja, conseguir transferir as estratégias usadas para novas situações, por meio do reconhecimento de condições similares em uma nova situação.

Esses três objetivos podem ajudar os alunos a aprender de forma mais consciente, analisando e monitorando suas atividades de aprendizagem, especialmente no momento em que

planejam sua ação durante a sua execução e também durante a avaliação do executado nessa ação. Para promover tais objetivos, Monereo et al. (2011, p. 32, tradução nossa) destacam que

o ensino de estratégias está ligado à metodologia de ensino-aprendizagem utilizada pelo professor para favorecer uma dinâmica em que a premissa "refletir ou pensar em voz alta sobre como pensa-se ao aprender", ocupa um lugar privilegiado em cada uma das atividades escolares.

Nesse contexto, a ação do professor é fundamental, pois é ele quem planeja as atividades, repassa aos alunos, avalia e fornece certos mecanismos de ajuda pedagógica que podem favorecer ou não o aprendizado dessas estratégias. O professor, nesse contexto, representa o profissional que possui a teoria, a sistematização metodológica e a intencionalidade educacional e tem a função de mediação, na qual recorre a mecanismos de orientação capazes de guiar o aluno para alcançar seus objetivos de aprendizagem.

Estratégias metacognitivas no contexto escolar: o papel do professor

Frente a esse papel central do professor no processo de aprendizagem, a escola torna-se o local ideal para ensinar aos alunos como utilizar as estratégias de aprendizagem, pois dificilmente estratégias elaboradas, por exemplo, compreensão, leitura ou resolução de problemas são desenvolvidas sem orientação. Por outro lado, é preciso considerar que o ensino ineficiente pode fazer com que os alunos não desenvolvam estratégias de aprendizagem adequadas que, posteriormente, podem se revelar um obstáculo à construção do conhecimento por parte dos alunos.

A respeito disso Monereo et al. (2011) reconhecem que, para os alunos utilizarem as estratégias de aprendizagem, é necessário que o professor também o faça, sendo “estratégico”, ou seja, ele deve conhecer e usar estratégias de aprendizagem na estruturação das ações didáticas. Monereo e Clariana (1993) definem um “professor estratégico” como aquele que apresenta competências reguladoras que tornam possíveis o planejamento, o monitoramento e a avaliação dos seus processos cognitivos, tanto no momento da aprendizagem dos conteúdos a serem ensinados quanto no momento que passa a ensiná-los para os alunos.

Todavia, é necessário considerar que as estratégias precisam ser aprendidas e isso não é diferente quando se trata do professor. Conforme os autores, é necessário que os professores sejam “aprendizes” no seu próprio processo de formação, obtendo o conhecimento “declarativo”

(sobre os objetos, propriedades, relações gerais e específicos), o conhecimento procedimental (sobre como ele aprende) e, acima de tudo, o conhecimento condicional (sobre quando e para que propósito utilizará o conteúdo aprendido), para poder tomar decisões mais apropriadas na organização e preparo das aulas e no momento de ensiná-lo, formando estudantes estratégicos. Para aprender a ser estratégicos, Monereo et al. (2011, p. 54, tradução nossa) especificam que há dois requisitos fundamentais que devem ser considerados:

O primeiro refere-se à reflexão sobre o estado do próprio conhecimento e habilidades, e envolveria a capacidade de pensar e responder perguntas como: Sou capaz de escrever sinteticamente as ideias que um professor expõe? Eu posso lembrar depois de uma semana de aula os nomes e sobrenomes de todos os meus alunos? Eu tenho os recursos necessários para gerenciar adequadamente uma atividade? Sei como expandir meu conhecimento sobre minha especialidade? Esta avaliação do conhecimento ou habilidades em uma situação hipotética, ou uma autoimagem cognitiva, adquire um papel relevante quando se trata de prever o sucesso antes de uma tarefa específica e permite tomar decisões que facilitem a realização de um objetivo. O segundo requisito refere-se à capacidade do aprendiz de regular seu desempenho para executar uma tarefa ou resolver um problema, e envolve a capacidade de pensar e responder a perguntas como as seguintes: no início da tarefa, quais são os objetivos que pretendo conseguir? Quais parâmetros devo levar em conta para resolvê-lo? Que conhecimento é preciso para realizá-lo? Durante a realização da tarefa, estou atingindo os objetivos que pretendo? Os procedimentos que estou usando são adequados? Estou ajustando meu desempenho no momento quando necessário? No final da tarefa eu alcancei os objetivos inicialmente propostos? Se eu recomeçasse quais fases do processo eu modificaria?

Outro requisito mencionado pelos autores e de grande importância na definição do como ser estratégico, é a intencionalidade. Segundo eles, os sujeitos não passam a ser estratégicos de forma espontânea é necessário que tenham a intenção voltada para isso. Os autores salientam que cabe ao indivíduo à decisão em usar os procedimentos de aprendizagem para resolver uma tarefa com um propósito específico, não de forma aleatória, em que o objetivo perseguido nem sempre é o mesmo. Em algumas ocasiões, o interesse pode se concentrar na aquisição de cultura sobre um assunto; em outros, a intenção é aprofundar o conhecimento de um assunto; em outros casos, o propósito pode ser concordar em um ponto de vista, ou especialmente quando se trata do professor, o objetivo é o de ensinar os alunos o que aprendeu.

Essa diversidade de objetivos que o aprendiz enfrenta determinará sua decisão em relação a quais procedimentos de aprendizado serão usados e de que maneira. Se o professor é o aprendiz, especialmente ao executar atividades de aprendizagem, seu desafio será em como ensinar o que aprendeu aos seus alunos. A intencionalidade nesse caso tem um papel

fundamental na preparação da sua aula, pois, conhecendo as estratégias adequadas, pode propor atividades, ou seja, procedimentos que favoreçam nos alunos o desenvolvimento de tais estratégias.

Para o professor ser estratégico, Monereo et al. (2011) sinalizam que ele precisa aprender sobre como ser estratégico em sua disciplina e como implementar essas estratégias em sala de aula. Para isso é necessário que, na sua formação, desde o nível universitário até a formação continuada, elas sejam desenvolvidas. A formação inicial deve abarcar, além dos conhecimentos específicos da área, instrumentos de interpretação e análise que permitam ao docente a capacidade de refletir sobre sua didática, tomar decisões sobre o seu desempenho como aprendizes e como professores estratégicos, de modo a enriquecer e expandir a formação na interação com a realidade cotidiana da prática profissional.

Sobre o papel do professor em termos de ensinar as estratégias metacognitivas a seus alunos, temos que compreender que ao orientar o desenvolvimento de seus alunos por meio desse processo, ele o faz não só descrevendo as etapas, mas também por meio de suas experiências, normas, valores, técnicas, modos de ação, hábitos e habilidades.

Grangeat (1999) enfatiza que o professor pode desenvolver inúmeras situações que possam estimular o aluno a recorrer a vários métodos e, dessa forma, avaliar suas escolhas. É dessa forma que o aluno, sobretudo aqueles com mais dificuldades, tem a oportunidade de conduzir de maneira refletida suas próprias operações cognitivas. Ainda a respeito disso, Brown (1987) também destaca o papel do professor, ao dizer que ele tem a função de mediador na aprendizagem e age como um promotor da autorregulação, ou seja, deve ensinar o aluno a planejar e monitorar suas atividades.

É significativo que os processos educacionais possam orientar e fomentar habilidades de pensamento nos estudantes, isto é, aprender a aprender e aprender a pensar de forma autônoma, e não apenas acumular conhecimentos sem significado. Como já mencionado, a efetivação desses processos no contexto escolar está fortemente ligada ao papel do professor, que, por meio da sua metodologia de ensino, pode contribuir para que os alunos passem a adotar essa forma de pensamento. Por outro lado, como salientam Monereo et al. (2011), se o trabalho realizado pelo professor não for adequado, pode favorecer o desenvolvimento de um pensamento rígido nos alunos, uma forma mecânica de aprendizagem, ou ainda, transformar-se em dificuldades no aprendizado da disciplina.

Destacamos, ainda, que a verdadeira aprendizagem é aquela adquirida de forma ativa e consciente, por meio de um sistema de ações e práticas mentais empreendidas pelo aluno e que têm como precedente a orientação do professor. Essa orientação varia quantitativa e qualitativamente ao longo do processo de ensino-aprendizagem, conforme destaca Pérez Cabaní (1995, p. 2, tradução nossa):

A ajuda necessária em cada momento do processo será variável em forma e quantidade. Às vezes, o ajuste da ajuda pedagógica será alcançado, fornecendo ao aluno informações organizadas e estruturadas; em outras ocasiões, oferecendo modelos de ação para imitar, em outros, pedindo instruções e sugestões mais ou menos detalhada para enfrentar o trabalho, ou em outros casos, permitindo-lhe escolher e desenvolver completamente autonomamente a atividade de aprendizagem.

Sintetizando o apresentado, Monereo et al. (2011) anuncia algumas orientações que o professor deve realizar para ensinar seus alunos a aprender estratégias de aprendizagem, a saber:

- o professor deve ajudar na análise das operações e decisões mentais tomadas no processo de resolução de uma tarefa, a fim de melhorar os processos cognitivos que os alunos utilizam. Deve orientá-lo a buscar onde e como pesquisar, como selecionar informações relevantes, como elaborar e confirmar uma hipótese, que forma e sob quais critérios organizar e apresentar as informações descobertas, entre outros. Por exemplo, na resolução de um problema de Física, a leitura do enunciado e a identificação dos dados (planejamento) durante a resolução (regulação e monitoração) e finalização do problema (avaliação);
- o professor deve explicar as relações existentes entre o conteúdo e a forma como ele é ensinado, oferecendo modelos de aprendizado sobre como aprender o assunto e as relações com o mundo vivencial. Nesse processo, é necessário favorecer o uso estratégico de procedimentos de aprendizagem;
- o professor deve induzir os alunos a pensarem de forma reflexiva sobre os processos de pensamento que utilizam para resolver os problemas propostos na sala de aula, levando em conta as características particulares ou condições em que ocorre, como enunciado do problema e indicações prévias do professor, resultado a ser obtido, palavras-chave do problema, algoritmos e/ou heurísticos de resolução, recursos que podem ser usados, restrições de tempo, etc. Dessa forma, as técnicas de estudo não devem ser apresentadas

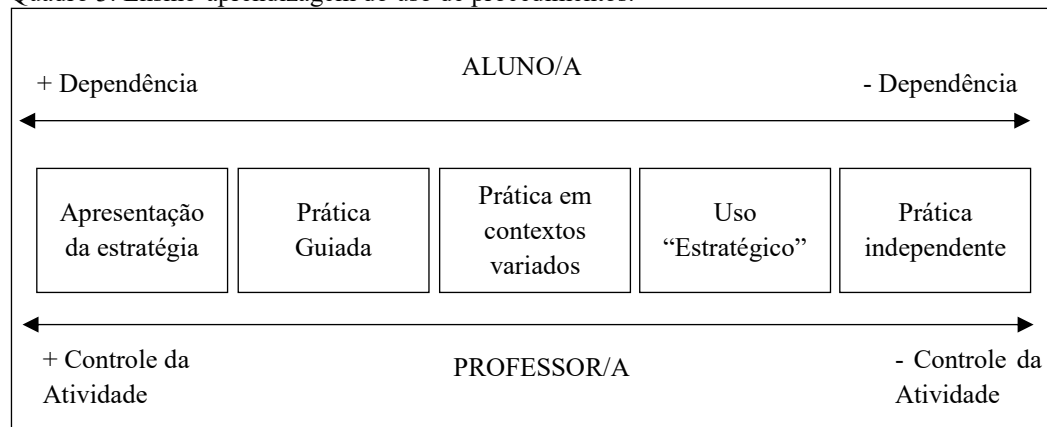
de forma prescritiva, mas por meio de oportunidades em que os alunos possam aplicar estratégias e decidir em que momento e de que modo elas serão realizadas;

- o professor deve propor avaliações que permitam a reelaboração das ideias ensinadas e não apenas a sua repetição. Diferentes estudos mostraram que avaliações que propõem uma evolução do que é aprendido afetam muito a forma e a qualidade do estudo e da aprendizagem dos alunos. Esses estudos ainda apontam que testes objetivos parecem favorecer uma aprendizagem mais mecânica e repetitiva, enquanto as avaliações baseadas na resolução de problemas ou na análise de casos facilitam uma aprendizagem mais significativa e abrangente dos conceitos estudados. As avaliações devem ser vistas como uma oportunidade especial para aprender sobre o assunto, a partir da aplicação autônoma das estratégias aprendidas pelo aluno.

Seguem os autores mencionando que essa orientação metodológica busca que o aluno passe a ter cada vez mais autonomia e controle da sua própria aprendizagem. Dessa forma, ensinar os alunos a agir estrategicamente, durante o seu aprendizado, significaria “passar a função reguladora desempenhada pelo professor para autorregular sua aprendizagem, e assim planejar, controlar e avaliar suas operações mentais enquanto aprendem um processo de ensino” (p. 67, tradução nossa).

O esquema elaborado pelos autores está sintetizado no Quadro 3.

Quadro 3: Ensino-aprendizagem do uso de procedimentos.



Fonte: Monereo et al., (2011, p. 67)

Nesse modelo, o processo de ensino inicia com uma situação de apresentação, em que é explicitada a maneira apropriada de executar um procedimento. Por exemplo, o professor apresentaria métodos para a resolução de um problema como um guia, um passo a passo, em que são empregadas estratégias que poderiam ser usadas para a resolução. De forma gradativa, devem ser apresentadas outras situações, de complexidades maiores, que exijam um aprofundamento do conhecimento cognitivo, estimulando os alunos a avaliar se o procedimento empregado anteriormente poderia ser adequado para essas novas situações. Nessa etapa, é necessário que o aluno possa observar o uso estratégico do procedimento como uma forma condicional e que possa avaliar em que situações é mais ou menos apropriada a sua utilização, ou quais outros procedimentos precisam ser acionados.

Aos poucos, o professor começa a responsabilizar seus alunos pelas decisões que devem ser tomadas ao estender o procedimento para diferentes situações. Isso fará com que seja mais fácil para o aluno generalizar a estratégia para outros tópicos e tarefas de maior complexidade com o mínimo de ajuda do professor. Ao final do processo, a ajuda oferecida pelo professor diminui ou é retirada definitivamente, de modo que o aluno passe a ter autonomia para a prática da estratégia em ambientes de aprendizagem em outras situações.

Essa orientação metodológica sugerida pelos autores leva em consideração que “é o professor, por meio da interação educacional que estabelece na aula, quem vai gradualmente transferindo o controle e a regulação das atividades para seus alunos” (Monereo et al., 2011, p. 68, tradução nossa). Esse trabalho de inserir as estratégias e confrontá-las às diferentes situações deve ser realizado de forma frequente até que estas possam ser internalizadas e utilizadas de forma independente e, em certa medida, até em outras situações que não sejam necessariamente do contexto escolar.

O exposto sobre as estratégias de aprendizagem anunciadas por Monereo et al. (2011) e os respectivos entendimentos sobre o papel e as possibilidades do professor recorrer a elas representam movimentos de natureza metacognitiva, como bem destacado pelo próprio autor em trabalho anterior (2001). Mesmo sem se ater especificamente a elas, os autores dialogam com essa possibilidade à medida que defendem a importância do aluno (ou professor) reconhecer seus conhecimentos, bem como no momento em que devem autorregular sua ação, por meio da planificação, monitoramento e avaliação. Nesse contexto, reconhecemos a importância de que as estratégias utilizadas pelos professores ou pelos alunos em suas

aprendizagens representam estratégias metacognitivas e podem ser agregadas às diferentes ferramentas didáticas.

Todavia, unimos a essa proposta de Monereo et al. (2011) a etapa de tomada de consciência sobre os próprios conhecimentos ou, como proposto por Flavell (1976), o “conhecimento do conhecimento”, uma vez que essa etapa não assume relevância nas discussões do autor, assim como as experiências metacognitivas, particularmente de aspectos como motivação e emoções.

Estratégias metacognitivas: novas possibilidades

O apresentado por Monereo et al. (2011), embora represente uma perspectiva metodológica interessante e com especificidades que julgamos fundamentais para um ensino por estratégias metacognitivas, foca as ações na parte do controle executivo e autorregulador (planejamento, monitoramento e avaliação), carecendo, em nosso entendimento, ampliá-lo na perspectiva de trazer para o contexto escolar perspectivas que permitam perpassar situações que estimulem o conhecimento metacognitivo, considerando este associado diretamente relacionado às experiências metacognitivas.

Como mencionado por Wang (1983) e McCombs (1988) e apresentado na introdução, o pensamento metacognitivo contribui não apenas para o desenvolvimento de habilidades relacionadas aos processos de controle executivo e autorregulador, mas igualmente para o desenvolvimento da tomada de consciência dos sujeitos sobre seus próprios conhecimentos, considerados por Piaget como fundamentais na construção dos conhecimentos. Tais elementos metacognitivos vem ao encontro do especificado por Flavell e Wellman (1977) sobre os elementos considerados as variáveis que interferem na tomada de consciência do sujeito/estudante sobre seus próprios conhecimentos: pessoa, tarefa e estratégia.

A variável *pessoa* incluiu os atributos e estados que são importantes para a identificação do conhecimento que o indivíduo possui sobre si mesmo e sobre ele em relação aos outros, especialmente no que diz respeito à recuperação da informação na estrutura cognitiva. De acordo com Flavell e Wellman (1977) e apoiados nos estudos de Flavell sobre a memória, recuperar informações é importante para desenvolver a potencialidade individual de aprendizagem e saber como o sujeito é enquanto aprendiz e em comparação com o outro. A experiência de recuperar informações poderia auxiliar o aluno a lembrar datas e pessoas e formar opinião sobre como

suas técnicas de recuperação são comparadas às dos demais indivíduos. Outro aspecto que os autores chamam a atenção é que as sensações mnemônicas internas influenciam a lembrança de determinado dado e podem intuir no sujeito que esse dado nunca foi armazenado, mas também pode identificar que ele não é recuperável na memória agora, mas poderá perceber que, se usar algum artifício externo, poderá lembrar. Durante a aprendizagem, a sensação de que algo é difícil de aprender ou a satisfação de poder recuperar uma informação pode lhe proporcionar uma satisfação que auxilia novas aprendizagens (Flavell, & Wellman, 1977).

De acordo Zohar e Barzilai (2013), o conhecimento sobre a pessoa refere-se ao autoconhecimento daquilo que influencia a atividade cognitiva do indivíduo, o conhecimento da cognição dos outros e o conhecimento da cognição universal das pessoas. Flavell, Miller e Miller (1999) subdividem esse conhecimento em três possibilidades: universal, intraindividual e interindividual. Por universal são entendidos os conhecimentos que os indivíduos apresentam sobre como funciona seu pensamento, ou, conforme mencionado anteriormente, quando não se lembra de algo, mas sabe que pode recuperar essa informação mais tarde. Os intraindividuais são as crenças que os sujeitos apresentam sobre si mesmo, ou seja, quando identifica que precisa anotar algo para lembrar futuramente, porque sabe das limitações de sua memória; por fim, os interindividuais representam os conhecimentos que as pessoas têm sobre elas em comparação com o outro, isto é, quando identifica que é melhor resolvidor de problemas em Física que seu colega, enquanto ele é melhor nas discussões teóricas.

A segunda variável que integra o conhecimento metacognitivo é a *tarefa*, que está associada às diferentes naturezas que as tarefas apresentam, ou seja, algumas são mais fáceis de serem lembradas e outras mais difíceis. Aspectos mais próximos a situações vivenciadas, próximas ao sujeito, são mais fáceis de serem recuperáveis na estrutura cognitiva; outras, entretanto, carecem de mais esforços para serem recuperadas e, algumas vezes, não são. Como exemplo dessas últimas, pode-se mencionar conteúdos distantes que, por alguma razão, são necessários para a aprendizagem. Tais conteúdos dificilmente representam uma tarefa fácil de serem lembrados e pode ser necessário um processo intermediário para que eles sejam recuperados na estrutura cognitiva da pessoa. Sobre isso Flavell e Wellmann (1977) mencionam que a tarefa de recuperar informações mais distantes pode ser favorecida quando for criada uma história com links entre elas, isso favorecerá a sua recuperação. Portanto, a variável tarefa está

relacionada a dois tipos: as que estão vinculadas à natureza do conhecimento a ser recuperado e as que estão vinculadas às exigências que essa recuperação poderá requerer.

Flavell, Miller e Miller (1999, p. 127) exemplificam cada um dos dois tipos relatando que o primeiro se refere ao caso de que “você sabe, por experiência própria, que informações complexas e estranhas tendem a ser difíceis e trabalhosas de compreender e lembrar”; enquanto o segundo tipo estaria mais próximo da situação em que “você sabe que é mais fácil recordar a ideia geral de uma história do que suas palavras exatas”.

Como terceiro elemento do conhecimento metacognitivo, Flavell e Wellman (1977) mencionam a variável *estratégia*, que está vinculada às táticas que o sujeito utiliza para recuperar as informações em sua estrutura cognitiva. Mais especificamente, está associada à identificação de “quando”, “como” e “por que” utilizar tal estratégia para recuperar a informação. Os autores inferem haver estratégias que “podem servir para preparação de uma futura recuperação e estratégias que podem facilitar a presente recuperação” (Flavell, & Wellman, 1977, p. 19, tradução nossa). Portanto, a variedade de estratégias e os movimentos que o indivíduo faz para recuperar conhecimentos são variados e estão associados ao que se deseja recuperar ou ativar.

Flavell, Miller e Miller (1999) relatam que essa variável do conhecimento se encontra associada às diferentes possibilidades para recordar um fato ou para resolver um problema; o sujeito, diante dessas possibilidades, acaba estabelecendo critérios próprios para selecionar a estratégia que melhor lhe convém. Para exemplificar, os autores relatam que os sujeitos recorrem a um tipo de estratégia para recordar números de telefones e a outras mais sofisticadas para estudar “materiais mais importantes ou menos familiares do que materiais menos importantes e já aprendidos” (FLAVELL; MILLER; MILLER, 1999, p. 127).

A descrição das três variáveis permite retomar o trabalho de Monereo et al. (2011) e enfatizar a importância de incluir esses elementos como forma de oportunizar uma qualificação no processo ensino-aprendizagem, particularmente daqueles que declaradamente não se apoiam nessa possibilidade em suas ações de aprendizagem escolar. Essa associação foi avaliada em um estudo sobre a viabilidade de uma proposta didática em Física envolvendo as atividades experimentais (Rosa, 2011). No estudo, foi elaborado um modelo de atividades experimentais na orientação metacognitiva denominado “Atividades Experimentais Metacognitivas” (AEMc) que envolvia as três variáveis anunciadas por Flavell e Wellman (1977) somada as três

discutidas por Brown (1978) e igualmente assinaladas por Monereo et al. (2011) como integrantes das estratégias metacognitivas. O modelo desenvolvido foi aplicado com um grupo de estudantes do ensino médio e os resultados foram promissores, tanto em termos da viabilidade didática, como na retenção dos conhecimentos. Como avaliação do modelo proposto, a autora enfatiza a importância dele para aprendizagem em Física, mas menciona a dificuldade de os estudantes distinguirem em suas ações os elementos estratégia e planificação e em executar o monitoramento. Tais limitações são atribuídas a falta de hábito dos estudantes em refletir sobre seus próprios conhecimentos e ações.

Considerações finais

O texto se ocupou de relatar aspectos vinculados a utilização da metacognição no contexto da educação científica, por meio, de uso de estratégias metacognitivas. Nessa retomada foi apresentado algumas variações associadas ao entendimento de metacognição, a diferenciação entre os domínios cognitivos e metacognitivos, o entendimento das estratégias metacognitivas e descrita uma possibilidade de ampliar o defendido nos estudos de Monereo e colaboradores.

Retomando o objetivo do texto temos que o estudo mostrou aspectos que precisam ser considerados no momento em que o professor deseja incluir estratégias metacognitivas associadas as ações didáticas. Dentre esses enfatizou a necessidade de o professor recorrer a essas estratégias no momento em que prepara suas atividades, demonstrando aos estudantes que faz uso desse tipo de estratégia. Além disso, Monereo e colaboradores inferem que o professor deve servir explicitar o uso dessas estratégias de modo que os alunos as compreendam no contexto das matérias e conteúdos escolares. Ao exposto o texto acrescenta a necessidade de revisitar a proposta dos autores de modo a incluir aspectos vinculados a tomada de consciência dos estudantes em relação aos seus próprios conhecimentos, na perspectiva do que Flavell (1976) denomina de “conhecimento metacognitivo”. Nessa perspectiva, as estratégias metacognitivas estariam associadas a um momento anterior a realização das atividades (etapa de operacionalização ou execução da ação) e vinculada a discussão sobre as variáveis que vão influenciar o desempenho do estudante na concretude de seu objetivo. Tais variáveis estão associadas ao proposto por Flavell e Wellman (1977) e operacionalizadas no contexto do ensino de Física por Rosa (2011): pessoa, tarefa e estratégia.

Por fim e como continuidade do estudo, propomos ampliar o número de estudos buscando uma compreensão consensual de metacognição e que as estratégias metacognitivas a partir desse novo incremento, possam ser analisadas em novos estudos vinculados a sala de aula, fornecendo mais elementos para que possamos ter avanços significativos no campo da metacognição.

Referenciais bibliográficos

- Brown, A. L. (1978). Knowing when, where, and how to remember: a problem of metacognition. In R. Glaser (Org.), *Advances in instructional psychology* (pp. 77-165). NJ: LEA.
- Brown, A. L. (1987). Metacognition, executive control, self-regulation, and other more mysterious mechanisms. In F. E. Weinert, R. H. Kluwe (Eds.). *Metacognition, motivation and understanding* (pp. 65-116). Hillsdale, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- Campanario, J. M., & Otero, J. (2000). Más allá de las ideas previas como dificultades de aprendizaje: las pautas de pensamiento, las concepciones epistemológicas y las estrategias metacognitivas de los alumnos de ciencias. *Enseñanza de las Ciencias*, 18(2), 155-169.
- Chan, C. K. (2012). Co-regulation of learning in computer-supported collaborative learning environments: A discussion. *Metacognition and learning*, 7(1), 63-73. <https://doi.org/10.1007/s11409-012-9086-z>
- Chi, M. T., Glaser, R., & Rees, E. (1982). Expertise in problem solving. In R. J. Sternberg (Org.). *Advances in the psychology of human intelligence*. v. 1 (pp. 7-75). Hillsdale, N.J.: Erlbaum.
- Correa, N. N. G., Passos, M. M., Arruda, S. M. (2017) Perfil Metacognitivo (parte I): uma proposta de instrumento de análise. *Investigações em Ensino de Ciências*, 22(3), 176-191. <http://dx.doi.org/10.22600/1518-8795.ienci2017v22n3p176>
- Correa, N. N. G., Passos, M. M., Arruda, S. M. (2018) Perfil Metacognitivo (parte I): aplicação de instrumento de análise. *Investigações em Ensino de Ciências*, 23(1), 230-244. <http://dx.doi.org/10.22600/1518-8795.ienci2018v23n1p230>
- Efklides, A. (2006). Metacognition and affect: What can metacognitive experiences tell us about the learning process? *Educational Research Review*, 1(1), 3-14. <https://doi.org/10.1016/j.edurev.2005.11.001>
- Figueira, A. P. C. (2006). Estratégias cognitivo/comportamentais de aprendizagem: problemática conceptual e outras rubricas. *Revista Iberoamericana de Educación*, 37(6).
- Flavell, J. H. (1971). First discussant's comments: what is memory development the development of? *Human Development*, 14(4), 272-278. <https://doi.org/10.1159/000271221>

- Flavell, J. H. (1976). Metacognitive aspects of problem solving. In L. B. Resnick (Ed.). *The nature of intelligence* (pp. 231-236). NJ: LEA.
- Flavell, J. H., & Wellman, H. (1977). Metamemory. In R. V. Kail, & J. W. Hagen (Eds), *Perspectives on the development of memory and cognition* (pp. 3-33). NJ: LEA.
- Flavell, J. H. (1979). Metacognition and cognitive monitoring. *American Psychologist*, 34(10), 906-911. <http://dx.doi.org/10.1037/0003-066X.34.10.906>
- Flavell, J. H., Miller, P. H., & Miller, S. A. (1999). *Desenvolvimento cognitivo*. Tradução de Cláudia Dornelles. 3. ed. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 1999.
- Formica, S. P., Easley, J. L., & Spraker, M. C. (2010). Transforming common-sense beliefs into Newtonian thinking through Just-In-Time Teaching. *Physical Review Special Topics-Physics Education Research*, 6(2), 020106.
- Hacker, D. J. (1998). Definitions and empirical foundations. In J. D. Hacker, J. Dunlosky, & A. Graesser. *Metacognition in educational theory and practice* (pp. 1- 23). Mahwah, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- Hennessey, G. (2003). Metacognitive aspects of students' reflective discourse: Implications for intentional conceptual change teaching and learning. In G. Sinatra & P. Pintrich (Orgs.), *Intentional conceptual change* (pp. 103-132). Mahwah, NJ: LEA.
- Hinojosa, J., & Sanmartí, N. (2016). Promoviendo la autorregulación en la resolución de problemas de física. *Ciência & Educação*, 22(1), 7-22. <http://dx.doi.org/10.1590/1516-731320160010002>
- Malone, K. L. (2008). Correlations among knowledge structures, force concept inventory, and problem-solving behaviors. *Physical Review Special Topics - Physics Education Research*, 4(2), 020107-1-15. <https://doi.org/10.1103/PhysRevSTPER.4.020107>
- Mayor, J., Suengas, A., & González Marqués, J. (1995). *Estratégias metacognitivas: aprender a aprender e aprender a pensar*. Madrid: Síntese.
- Monereo, C. (2001). La enseñanza estratégica: enseñar para la autonomía. In C. Monereo (Org.). *Ser estratégico y autónomo aprendiendo* (pp. 11-27). Barcelona: Graó.
- Mota, A. R., & Rosa, C. T.W. (2018). Ensaio sobre metodologias ativas: reflexões e propostas. *Revista Espaço Pedagógico*, 25(2), 261-276.
- Muñoz, Á. V. (2017) ¿Qué hay de nuevo en la metacognición? Una revisión del concepto y su aplicación en los procesos de lectura y escritura. Venezuela. Recuperado de <https://www.researchgate.net/publication/306079274>
- Nelson, T., & Narens, L.(1994). Why investigate metacognition. In M. Janet, & A. Shimamura (Org). *Metacognition: Knowing about knowing* (pp. 1-25). Cambridge: ABB.
- Noël, B. (1991). *La métacognition*. Bruxelles: De Boeck Université.
- Peters, E. E. (2012). Developing content knowledge in students through explicit teaching of the nature of science: Influences of goal setting and self-monitoring. *Science & Education*, 21(6), 881-898. <https://doi.org/10.1007/s11191-009-9219-1>

- Pintrich, P. R., Wolters, C. A., & Baxter, G. P. (2000). Assessing metacognition and self-regulated learning. In G. Schraw, & J. C. Impara (Orgs.), *Issues in the measurement of metacognition* (pp. 43-97). Lincoln, NE: Buros Institute of Mental Measurement.
- Pol, H. J., Harskamp, E. G., Suhre, C. J., & Goedhart, M. J. (2009). How indirect supportive digital help during and after solving physics problems can improve problem-solving abilities. *Computers & Education*, 53(1), 34-50. <https://doi.org/10.1016/j.compedu.2008.12.015>
- Pozo, J. I., & Crespo, G. M. A (2006). *Aprender y enseñar ciencia: del conocimiento cotidiano al conocimiento científico*. Ediciones Morata. Madrid.
- Reif, F., & Larkin, Jill H. (1991). Cognition in scientific and everyday domains: comparison and learning implications. *Journal of Research in Science Teaching*, 28(9), 733-760.
- Rosa, C. T. W. (2011). *A metacognição e as atividades experimentais no ensino de Física*. (Tese de Doutorado). Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis.
- Rosa, C. T. W., & Pinho-Alves, J. (2013). Metacognição e as atividades experimentais: aproximações teóricas. *Ensaio: Pesquisa em Educação em Ciências*, v. 15(1), 95-111.
- Rosa, C. T. W. (2014). *Metacognição no ensino de Física: da concepção à aplicação*. Passo Fundo: Editora da Universidade de Passo Fundo.
- Ryan, Q. X., Frodermann, E., Heller, K., Hsu, L., & Mason, A. (2016). Computer problem-solving coaches for introductory physics: Design and usability studies. *Physical Review Physics Education Research*, 12(1), 0101051-17. <https://doi.org/10.1103/PhysRevPhysEducRes.12.010105>
- Taasoobshirazi, G., & Farley, J. (2013a). Construct validation of the physics metacognition inventory. *International Journal of Science Education*, 35(3), 447-459. <https://doi.org/10.1080/09500693.2012.750433>
- Taasoobshirazi, G., & Farley, J. A. (2013b). Multivariate Model of Physics Problem Solving. *Learning and Individual Differences*, 24, 53-62. <https://doi.org/10.1016/j.lindif.2012.05.001>
- Veenman, M. V. J. (2005). The assessment of metacognitive skills: What can be learned from multimethod designs? In C. Artelt, & B. Moschner (Orgs), *Lernstrategien und Metakognition: Implikationen für Forschung und Praxis* (pp. 75-97). Münster: Waxmann.
- Veenman, M. V. J. (2011). Learning to self-monitor and self-regulate. In R. E. Mayer & P. A. Alexander (Orgs.), *Handbook of research on learning and instruction* (pp. 197-218). NY: Routledge.
- Veenman, M. V. J., Kok, R., & Blöte, A. W. (2005). The relation between intellectual and metacognitive skills in early adolescence. *Instructional Science*, 33(3), 193-211. <http://doi.org/10.1007/s11251-004-2274-8>
- Veenman, M. V. J., van Hout-Wolters, B. H. A. M., & Afflerbach, P. (2006). Metacognition and learning: Conceptual and methodological considerations. *Metacognition and Learning*, 1(1), 3-14. <https://doi.org/10.1007/s11409-006-6893-0>

Zohar, A. & Barzilai, S. (2013). A review of research on metacognition in science education: current and future directions. *Studies in Science Education*, 49(2), 121-169. <https://doi.org/10.1080/03057267.2013.847261>

Autores/as

Cleci Teresinha Werner da Rosa. <http://orcid.org/0000-0001-9933-8834>. Universidade de Passo Fundo; Brasil. Doutora em Educação Científica e Tecnológica
Docente no Programa de Pós-Graduação em Educação
Docente no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática
Docente do Curso de Física-L

Marivane de Oliveira Biazus. <https://orcid.org/0000-0003-4394-7061>. Universidade de Passo Fundo; Brasil. Doutorando em Educação na Universidade de Passo Fundo; Mestre em Ensino de Ciências e Matemática; Professora de Física na Universidade de Passo Fundo Curso de Física-L

Análisis gráfico de la resolución de un problema químico de reactivo limitante

Nehemías Moreno Martínez

nehemias_moreno@live.com

<https://orcid.org/0000-0002-5919-612X>

Facultad de Ciencias; Universidad Autónoma de San Luis Potosí; México

Luis Enrique Hernández Zavala

luisenri.hernandez@cinvestav.mx

<https://orcid.org/0000-0003-0746-7503>

Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional,
CINVESTAV-IPN; México

Recibido: 2020-08-01; **Aceptado:** 2020-11-19

Resumen: Se propone una interpretación de la técnica de representación del Mapa Conceptual Híbrido a partir de la extensión a la química escolar de algunos elementos teóricos del Enfoque Ontosemiótico de la Matemática Educativa. Para mostrar la viabilidad de la propuesta, se planteó el objetivo de analizar de manera gráfica, mediante un estudio de casos de carácter descriptivo, el sistema de prácticas implicado en la resolución de un problema químico, por parte de un docente y uno de sus estudiantes, que implicaba el uso del concepto de reactivo limitante. El análisis muestra que, en la resolución del problema, los sujetos se apoyan en objetos químicos como en objetos de tipo químico-matemático, los cuales son conectados y organizados en el sistema de prácticas; el docente llevó a cabo un sistema de prácticas predominantemente interpretativo mientras que el alumno realizó uno mayormente operativo; los sujetos también realizaron cierto conjunto de procesos cognitivos que se encuentran implicados en la producción del conocimiento químico.

Palabras clave: Mapa conceptual híbrido, resolución de problemas, reactivo limitante, química escolar, objetos químico-matemáticos.

Análise gráfica da resolução de um problema químico de reagente limitante

Resumo: É proposta uma interpretação da técnica de representação do Mapa Conceitual Híbrido a partir da extensão à química escolar de alguns elementos teóricos da Abordagem Ontosemiótica à Matemática Educacional. Para mostrar a viabilidade da proposta, o objetivo foi analisar graficamente, por meio de um estudo de caso descritivo, o sistema de prática envolvido na resolução de um problema químico, por um professor e um de seus alunos, o que implicou na utilização do conceito de reagente limitante. A análise mostra que, para resolver o problema, os sujeitos contam com objetos químicos, bem como objetos químico-matemáticos, que estão conectados e organizados no sistema de prática; o professor realizou um sistema de prática predominantemente interpretativo, enquanto o aluno realizou um sistema predominantemente operacional; os sujeitos também realizaram um determinado conjunto de processos cognitivos que estão envolvidos na produção do conhecimento químico.

Palavras-chave: Mapa conceitual híbrido, solução de problemas, reagente limitante, química escolar, objetos químico-matemáticos.

Graphical analysis of the resolution of a limiting reagent problem

Abstract: An interpretation of the representation technique of the Hybrid Concept Map is proposed from the extension to the school chemistry of some theoretical elements of the Ontosemiotic Approach of Educational Mathematics. In order to show the viability of the proposal, the objective was raised to analyze graphically, through a descriptive case study, the system of practices involved in solving a chemical problem posed in a textual way, by a teacher and one of his students, which involved the use of the concept of limiting reagent. The analysis shows that, in solving the problem, the subjects rely on chemical and chemical-mathematical objects, which are connected and organized in the system of practices; the teacher carried out a predominantly interpretive practice system while the student carried out an operational one; subjects also perform a certain set of cognitive processes that are involved in the production of chemical knowledge.

Keywords: Hybrid conceptual map, problem solving, limiting reagent, scholar chemistry, chemical-mathematical objects.

Introducción

La Química es una disciplina científica que ha tenido un largo desarrollo histórico, por ejemplo, en las culturas antiguas como Mesopotamia, Egipto, así como en las zonas culturales mesoamericanas y andinas (Chamizo, 2004) ya se manejaba una química empírica que se compartió de generación en generación, desprovista de fundamento teórico. También se tienen rastros de que en la antigua Grecia y en la India (quizá influenciados por los griegos) ya se contaba con una teoría atómica primitiva, se tenía una noción de elemento (distinta a la que se tiene actualmente) y se concebía a los átomos como las partículas mínimas indivisibles de la materia. La cosmovisión que tenían estas culturas influía en las prácticas empíricas de la química primitiva, tal es el caso del pensamiento mágico y religioso como fundamento de la herbolaria indígena en el México prehispánico (Ríos, Quijano y Reyes, 2012). Sin embargo, creencias similares estuvieron presentes en personajes ilustres como Boyle y Newton en el siglo XVII, los cuales, con un sentido teológico, realizaron investigaciones acerca de la existencia de la llamada piedra filosofal (sustancia que tenía la capacidad de convertir metales viles en oro o plata) lo cual permitiría aportar evidencia clara de la interacción entre materia y espíritu (Pérez, 2005).

En relación con la práctica empírica en los inicios de la Química, cabe destacar la concepción que el célebre filósofo prusiano Kant (1724-1804) tenía acerca de la ciencia, según la cual sólo era ciencia aquella doctrina susceptible de matematización (Villaveces, 2000), por lo que, tomando como modelo de ciencia a la física newtoniana y a la geometría euclidiana, Kant consideraba que la Química alcanzaba a ser tan sólo un arte sistemático. Sin embargo,

Richter (alumno de Kant) se propuso introducir las matemáticas en la química y creó el concepto de estequiometría, y en esta misma dirección. Posteriormente, Lavoisier estuvo convencido de que el álgebra debería de ser el lenguaje en el que se deberían de expresar las formulaciones científicas, por lo que su ley de conservación de los pesos no es una consecuencia empírica, sino una concepción algebraica (Gallego, Pérez y Gallego, 2009). Más recientemente, se ha encontrado un importante uso de las matemáticas en la descripción y predicción de situaciones químicas, por ejemplo, la descripción gráfica bidimensional de las moléculas mediante la teoría de grafos, la caracterización de superficies de energía potencial moleculares a través de la topología, la descripción de procesos termodinámicos mediante la teoría de la información (Restrepo, 2005).

Los señalamientos anteriores permiten observar dos aspectos, el primero, relacionado con las prácticas empíricas y procedimientos experimentales ligados con las creencias de culturas antiguas y de científicos de gran renombre, a partir de las cuales la química ha heredado una gran cantidad de oficios y tradiciones que se han concretado en técnicas experimentales que se emplean actualmente en el laboratorio (Chamizo, Castillo y Pacheco, 2012) y, el segundo aspecto, que tiene que ver con la matematización de la química, que ha permitido el desarrollo de ésta y, de manera recíproca, también ha permitido la generación de nuevo conocimiento matemático en el proceso de aplicación (Restrepo, 2005). Los aspectos anteriores son tomados en cuenta en la propuesta que se describe en este trabajo, la cual nos permite plantear que la resolución de un problema químico involucra un conocimiento que se apoya en dos conjuntos de objetos, uno de tipo químico (relacionado directamente con cuestiones empíricas) y otro de tipo químico-matemático. Éste último formulado a partir de relaciones de significación entre objetos químicos y objetos matemáticos.

Existen numerosos estudios que se interesan en explorar qué y cómo aprenden los estudiantes de ciencias, en particular ¿Cómo aprenden química mediante la resolución de problemas? Una breve exploración sobre el estado del arte en este menester permite identificar dos dimensiones convergentes, la primera enfocada en el cambio conceptual de los estudiantes (Garcés y Velázquez, 2007) y la segunda enfocada a revisar propuestas didácticas de enseñanza de la química (Meroni, Copello y Paredes, 2015). La aproximación teórica que se propone en este trabajo para la química escolar viene a apoyar estas dimensiones al considerar, por un lado,

una perspectiva institucional o experta del conocimiento que se pone en juego en la resolución de los problemas y, por otro lado, una perspectiva cognitiva o inexperta del que aprende.

Por otra parte, en relación con la ontología de los objetos que intervienen en la actividad química, se tiene que la física ha tenido un papel relevante. Por ejemplo, el éxito de la mecánica cuántica llevó a algunos físicos y filósofos de la ciencia a considerar la química reducible a la física, e inclusive se llegó al extremo de considerar a la química como una ciencia experimental con fundamento en la física atómica (Bautista, 2004). Algunos investigadores han defendido la autonomía de la química considerando un pluralismo ontológico, según la cual es posible la coexistencia de distintas ontologías no reducibles entre ellas (Labarca y Lombardi, 2010; Restrepo, 2004; Bautista, 2004). Al respecto, Restrepo (2004) apoya dicho pluralismo ontológico al señalar que la tabla periódica es un producto químico que considera información química y su explicación desde la física no genera resultados satisfactorios.

En particular, en algunos trabajos se ha comentado una multiplicidad ontológica para el concepto de estructura molecular (Villaveces, 2000). Por ejemplo, desde la mecánica cuántica se han hecho señalamientos de que la estructura molecular no es más que una metáfora, en contraste con la perspectiva realista que muchos químicos han generado a partir de las evidencias espectroscópicas (Scerri, 2000). Sin embargo, ambas miradas han resultado de gran utilidad en las investigaciones que realizan tanto los químicos como los físicos o químicos teóricos. Esta última postura, de corte pragmatista, ha sido señalada por Jenkins (2003) en relación con los orbitales *reales* de la química y la interpretación de éstos como entidades matemáticas *no reales* (funciones de onda) de los físicos y químicos teóricos, las cuales dan lugar a aproximaciones de valores empíricos o *reales* y que ninguno de los dos es estrictamente cierto, por lo que Jenkins sugiere no juzgar la naturaleza del orbital en cada disciplina, sino más bien considerar dichas posturas como descripciones aproximadas en lugar de como entidades aproximadamente reales u ocasionalmente reales (Jenkins, 2003).

En este trabajo se describe una aproximación teórica para la química escolar, la cual fue obtenida al extender algunos elementos teóricos del Enfoque Ontosemiótico (EOS), proveniente de la Matemática Educativa, y de la consideración de la noción de *objeto* del Interaccionismo Simbólico. Éste último considera que el objeto es todo lo que puede señalarse o indicarse, y se apoya en tres premisas, a saber: (i) el ser humano orienta sus actos hacia los objetos en función

de lo que éstos significan para él; (ii) el significado de los objetos se deriva o surge como consecuencia de la interacción social que tiene el sujeto con otras personas; (iii) los significados se manipulan y modifican mediante un proceso interpretativo desarrollado por la persona al enfrentarse con las cosas que va hallando a su paso, desde esta perspectiva, el significado del objeto es fruto del proceso de interacción entre los individuos. El significado que una cosa encierra para una persona es el resultado de las distintas formas en que otras personas actúan hacia ella en relación con esa cosa (Blumer, 1969).

La aproximación teórica adopta una postura pragmatista heredada de las teorías de la que fue derivada, esto es, no se interesa por la naturaleza de los objetos de la actividad o el fenómeno químico, que lleva a buscar una realidad absoluta y obliga a caer en un reduccionismo ontológico. Más bien, la aproximación apoya el pluralismo ontológico al no considerar una química reducible a la física o a las matemáticas, y se interesa por el uso de los objetos de la actividad química, por ejemplo, para describir o predecir el comportamiento de los sistemas químicos, analizar e interpretar los datos obtenidos en la experimentación química. Y, por otro lado, en un sentido epistemológico, considera a la química como una ciencia experimental cuyos objetos tienen sus raíces en la experiencia sensible.

En la investigación se planteó el objetivo de emplear la aproximación teórica para analizar y describir de manera gráfica, mediante la técnica de representación del Mapa Conceptual Híbrido (MCH), la actividad químico-matemática implicada en la resolución de un problema químico. Para mostrar la viabilidad de la propuesta anterior, se abordó el estudio de la actividad químico-matemática realizada por un docente y uno de sus alumnos, universitarios, cuando se enfrentan a la tarea de resolver un problema químico que involucra al concepto de reactivo limitante. En particular, nos planteamos indagar ¿Cómo se conectan y se organizan los objetos de la actividad química en la resolución del problema químico? y ¿cuáles son los procesos cognitivos implicados en la construcción de conocimiento químico? Cabe señalar que en otros trabajos se han reportado interpretaciones del MCH desde el EOS (Bencomo, Godino y Wilhelmi, 2004; Moreno, 2017; Moreno, Torres y Zúñiga, 2019), y desde extensiones teóricas del EOS a la física escolar (Moreno, Angulo y Reducindo, 2018; Moreno, Angulo, Reducindo y Aguilar 2018; Moreno, Zúñiga y Tovar, 2018; Moreno, Aguilar, Angulo y Ramírez, 2019).

Una aproximación teórica para la química escolar

En esta sección se describe en un primer momento los elementos teóricos del EOS que fueron extendidos a la química escolar y posteriormente se presenta la propuesta de aproximación teórica.

Algunos elementos del EOS considerados en la aproximación teórica

De acuerdo con el EOS (Godino, Batanero y Font, 2007), en la resolución de un problema matemático P , un sujeto experto (docente) o inexperto (estudiante) descompone P en subproblemas menores P_1, P_2, \dots, P_i y en la resolución de cada subproblema el sujeto lleva a cabo una práctica donde interviene un conjunto de objetos matemáticos primarios. La práctica es entendida aquí como todo aquello que hace el sujeto para resolver y comunicar la resolución del problema. El sujeto organiza y conecta las prácticas conformando así el llamado *sistema de prácticas* que le permite resolver el problema mayor P .

El constructo de objeto matemático primario se apoya, por un lado, en la noción de objeto del Interaccionismo Simbólico (Blumer, 1969), entendido como todo aquello que puede ser indicado o señalado y, por otro lado, en la lingüística, en el constructo *función de signo* de Hjelmslev que describe relaciones entre elementos lingüísticos. Puesto que en la actividad matemática no solo participan objetos lingüísticos (símbolos, expresiones algebraicas, entre otros), sino que también se hace referencia a otros objetos matemáticos y a sus relaciones, en el desarrollo del EOS se propuso agregar a los objetos lingüísticos una tipología de objetos matemáticos (conceptos, propiedades, procedimientos y argumentos) y también se propuso extender el constructo función de signo (ahora *función semiótica* en el EOS) para relacionar no solo objetos lingüísticos sino también a los objetos matemáticos (incluyendo el lenguaje), lo cual condujo a un nuevo conjunto de objetos, los objetos matemáticos primarios.

Los objetos matemáticos primarios son: (i) *lenguaje*, se refiere a signos, expresiones algebraicas, gráficas, por mencionar algunas; (ii) *conceptos*, enunciados mediante definiciones tales como número, ángulo, recta, entre otros; (iii) *propiedades*, anunciados acerca de los conceptos; (iv) *procedimiento*, en términos de algoritmos o técnicas de cálculo; (v) *argumentos*, empleados para justificar los procedimientos realizados. La organización de dichos objetos en una práctica lleva a la emergencia de otros objetos matemáticos los cuales son empleados en la realización de otras prácticas que conforman el sistema de prácticas.

El EOS también señala la realización de procesos cognitivos: idealización, materialización, particularización, generalización, personalización, institucionalización, argumentación, representación, significación, entre otros, los cuales conducen a las diferentes facetas o versiones de los objetos (Godino, Batanero y Font, 2007). En particular, los procesos de representación y significación pueden entenderse en términos de la noción de *función semiótica* (Godino, 2003) “ f ”, esto es, mediante la significación “ f ”, el sujeto atribuye un significado “ y ” a un objeto matemático (significante) “ x ”, es decir, $y = f(x)$ ”, por ejemplo, al objeto lenguaje $\frac{dz}{dt}$ se le atribuye el concepto de *derivada* y, de manera inversa, mediante la representación, el sujeto atribuye a un objeto pensado “ y ” (contenido o significado) un significante o representamen “ x ”, es decir, $f^{-1}(y) = x$, por ejemplo, cuando en una clase pensamos en una recta con pendiente negativa (significado) y lo representamos en el pizarrón como un segmento de recta inclinado hacia la izquierda (significante).

Aplicación para la química escolar

La aproximación se apoya en la noción de objeto y significado del Interaccionismo Simbólico (Blumer, 1969), entendido como todo aquello que puede ser indicado o señalado. Como se ha señalado anteriormente, el significado del objeto no emana de su composición intrínseca ni de la expresión de elementos psicológicos que se ponen en juego en relación con la percepción del objeto. Más bien, el significado del objeto surge de la interacción social, de manera que la acción sobre los objetos se realiza con base en lo que los objetos significan para el sujeto (obtenido a partir de la interacción con otros sujetos), además de que los significados son manipulados y modificados a través de un proceso interpretativo al tratar con otros objetos (Blumer, 1969).

Con base en lo anterior, en el contexto de la resolución de problemas de química (en el aula o en el laboratorio escolar), puede decirse que se hace referencia a *objetos químicos* y *objetos químico-matemáticos*, los cuales son idealizaciones que provienen de la experiencia sensible. Por ejemplo, la idealización ocurre cuando un profesor dibuja en el pizarrón un vaso con una sustancia y dice a sus alumnos que piensen en una sustancia al interior del vaso. El significado del objeto idealizado se encuentra en la acción que el sujeto realiza sobre el objeto (actúa sobre el objeto de cierto modo porque eso es lo que significa para él), y va estableciendo

nuevos significados al manipular y modificar dicho objeto a través de las conexiones que establece con otros objetos.

En relación con los objetos químicos, algunos de éstos no pueden ser formulados o matematizados, pero juegan un rol de gran importancia en la actividad químico-matemática. Sin embargo, también es posible encontrar otros objetos químicos que sí tienen una formulación matemática en la forma de objetos químico-matemáticos. Otras posibles relaciones que se pudiesen establecer entre los objetos químicos y otros objetos (por ejemplo, objetos físicos o biológicos) quedan fuera del alcance de la aproximación teórica que proponemos en este trabajo. A continuación, se describen los objetos químicos que no presentan una formulación matemática y, posteriormente, se describen los objetos químico-matemáticos.

—*situación química problematizada*, se consideran situaciones químicas problematizadas que no tienen un enfoque matemático y pueden ser catalogadas como “ejemplares”, en el sentido de Merino (2009), por ejemplo, las reacciones ácido base en presencia de varios indicadores como la fenolftaleína, timolftaleína y p-nitrofenol, para la enseñanza del concepto de reacción como cambio químico (Aguilar, Fernández y Durán, 2011).

—*lenguaje químico*, se refiere a las representaciones pictóricas, dibujos, esquemas, fotografías empleados para describir las etapas de una reacción, para mostrar la disposición del equipo de laboratorio que permite realizar cierto proceso químico, para ilustrar los productos de alguna reacción o cierta propiedad química, entre otras formas de comunicación.

—*conceptos químicos*, se enuncia mediante definiciones que no se *matematizan* directamente, por ejemplo, *sustancia*, definido como materia homogénea de composición fija que posee propiedades específicas que la diferencian de otras; *compuesto químico* (macroscópico), como una sustancia a partir de la cual pueden obtenerse sustancias elementales por medios químicos (Raviolo, 2008), *destilación fraccionada*, definida como un procedimiento de separación de los componentes líquidos de una disolución que se basa en la diferencia en sus puntos de ebullición, por mencionar algunos.

—*propiedad química*, son enunciados acerca de los conceptos que no se matematizan directamente, por ejemplo, en relación con el concepto “hidrógeno” se puede señalar “el gas de hidrógeno se quema al reaccionar con oxígeno gaseoso formando agua”, respecto al concepto

“ácido” se puede señalar que “el papel tornasol azul cambia a rojo cuando éste entra en contacto con una sustancia ácida”.

—*procedimiento químico*, Tiene que ver con algoritmos o pasos químicos que no se matematizan, por ejemplo, en la preparación de una disolución, una cantidad de soluto sólido se transfiere a un matraz volumétrico, se agrega agua al matraz para luego agitar y disolver el soluto, con el soluto disuelto se agrega más agua hasta el aforo del matraz, una vez conocidos el volumen de la disolución y la cantidad de soluto disuelto le sigue un procedimiento químico-matemático que consiste en calcular la molaridad de la disolución preparada. Otros procedimientos químicos son la técnica de análisis gravimétrico o el procedimiento de valoración.

—*argumentos químicos*, son enunciados que justifican los procedimientos químicos experimentales, por ejemplo, en el procedimiento de disolución de ácido sulfúrico concentrado en agua se puede emplear el argumento de que “siempre debe diluirse agregando, con lentitud y cuidado, el ácido al agua. Nunca debe agregarse agua al ácido. Si hubiera salpicaduras cuando se agrega ácido al agua, lo que salpica es agua en su mayor parte, no ácido corrosivo” (Whitten, Davis, Stanley y Peck, 2014, p. 511).

Por otro lado, en relación con los objetos químicos que sí tienen una matematización directa en la forma de objetos químico-matemáticos, en el presente trabajo se propone definirlos de manera análoga a como fueron construidos los objetos matemáticos en el EOS, es decir, se propuso agregar a los objetos matemáticos del EOS la tipología de objetos químicos (que se pueden formular matemáticamente) y, al mismo tiempo, también se propone extender el constructo función semiótica del EOS (definida solo para relacionar a los objetos matemáticos) para relacionar a los objetos matemáticos con los objetos químicos, obteniendo así lo que llamamos objetos químico-matemáticos. Cabe señalar que la función semiótica extendida, además de relacionar algunos de los objetos químicos con los objetos matemáticos (en el objeto químico-matemático), también permiten relacionar los objetos químico-matemáticos con otros objetos químicos.

Tanto los objetos químicos como los objetos químico-matemáticos tienen una naturaleza distinta a la de los objetos matemáticos del EOS, pues ambos son idealizaciones que tienen raíces en la actividad experimental propia de la química, es decir, no se trata de objetos ficticios

como ocurre con los objetos matemáticos del EOS. En particular, los objetos químico-matemáticos pueden pensarse como la *composición* de dos funciones semióticas, la función semiótica extendida que va del objeto químico al objeto matemático y la función semiótica (en el sentido del EOS) al interior de los objetos matemáticos. La figura 1 ilustra la función semiótica “*g*” que permite significar el concepto *razón* (objeto matemático *concepto y*) en términos de la propiedad *equilibrio químico* (objeto químico *propiedad x*), por otro lado, la función semiótica “*f*” permite dotar de significado la expresión algebraica $K_c = \frac{[C]c_{eq} [D]d_{eq}}{[A]a_{eq} [B]b_{eq}}$ (objeto *lenguaje z*) en términos del concepto *razón* (objeto *concepto y*), por lo que la composición de funciones $f(g(x))$ permite entender el objeto químico-matemático propiedad *z* llamada *constante de equilibrio*.

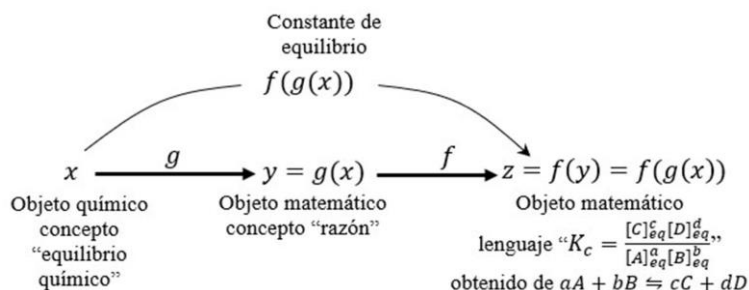


Figura 1. El objeto químico-matemático como una composición de funciones semióticas.

Fuente: elaboración propia

A continuación, se presentan algunos ejemplos de la tipología de objetos químico-matemáticos:

—*Situación químico-matemática problematizada*, son las situaciones problematizadas que son objeto de estudio cuantitativo en la química escolar, por ejemplo, calcular la masa del soluto en una disolución, calcular la cantidad de cierto producto en una reacción, por mencionar algunas.

—*Lenguaje químico-matemático*, se refiere a las fórmulas moleculares, a las ecuaciones químicas, las gráficas, entre otros registros. Desde la perspectiva de la semiótica de Peirce, los modelos concretos de barras y esferas o imágenes virtuales de moléculas son íconos. Las letras empleadas para referirse a los elementos químicos tales como “C” para el carbono, “H” para el hidrógeno, entre otros, pueden ser considerados como índices (Wartha & de Brito, 2016). De hecho, las ecuaciones químicas, al igual que las expresiones algebraicas en matemáticas, pueden

ser consideradas como la imbricación de los tres tipos de signos: índice, símbolo e ícono (Peirce, 1987). Por ejemplo, en la ecuación $C_6H_{12}O_6 + 6O_2 \rightarrow 6CO_2 + 6H_2O$, los signos $C_6H_{12}O_6$, O_2 , $+$, \rightarrow y el resto de los signos son símbolos debido a que guardan una relación convencional con el objeto (elemento o molécula); también son índices porque designan al elemento o molécula en cuestión. Los coeficientes y subíndices numéricos adjuntos en las letras y en las fórmulas denotan la proporción cuantitativa de las sustancias reaccionantes y de los productos; y en particular, la ecuación química es un ícono debido a que guarda semejanza con la reacción química en el sentido de que a partir de ciertos reactivos se obtienen ciertos productos y también es posible descubrir otras verdades relacionadas con su objeto (la reacción).

—*conceptos químico-matemáticos*, los cuales se enuncian a través de definiciones que se pueden matematizar directamente, por ejemplo, los conceptos de: *molaridad* M , definida como los moles de soluto por litro de solución, $molaridad = \frac{\text{moles de soluto}}{\text{litros de solución}}$; *molalidad* m , definida como los moles de soluto por kilogramo de solvente, $molalidad = \frac{\text{moles de soluto}}{\text{kilogramos de solvente}}$; entre otros conceptos.

—*propiedades químico-matemáticas*, son enunciados químico-matemáticos acerca de los conceptos químicos o químico-matemáticos. Por ejemplo, al concepto químico-matemático de *solubilidad* de un gas se le puede asociar la ley de Henry que señala que la solubilidad de un gas en un líquido es directamente proporcional a la presión parcial del gas sobre la solución, es decir, “ $C_{gas} = kP_{gas}$ ”; sobre el concepto químico de *ácido* se puede enunciar la propiedad de que *una disolución ácida a 25°C tiene un valor pH < 7.00*,

—*procedimientos químico-matemáticos*, se refiere a las técnicas de cálculo o algoritmos tales como el balanceo de ecuaciones que resulta de gran importancia para cualquier estudio cuantitativo. El balanceo de ecuaciones puede llevarse a cabo mediante el método algebraico o el matricial (Castelló, 1997), el cálculo de la concentración molar o la determinación de la fórmula molecular de un compuesto a partir de la fórmula empírica y la masa molecular.

—*argumentos químico-matemáticos*, que se refieren a enunciados que permiten justificar o validar los procedimientos químico-matemáticos.

Con base en lo anterior, la aproximación teórica propone un conjunto de objetos químicos y químico-matemáticos que son organizados en un sistema de prácticas que permiten

al sujeto (novato o experto) la resolución de la situación química problematizada. Sin embargo, dada la importancia de la componente matemática en la actividad química, también considera viable tomar en cuenta algunos procesos y facetas señaladas por el EOS, por ejemplo: *idealización*, cuando se piensa en una disolución (faceta no ostensiva) al observar la representación pictórica de una sustancia al interior de un vaso de precipitados (faceta ostensiva); *materialización*, proceso inverso a la idealización, cuando se representa de manera pública sobre el papel (faceta ostensiva) un objeto pensado (faceta no ostensiva), como sería la fórmula molecular de un compuesto o una ecuación química de una reacción; *particularización*, cuando la expresión general para la molaridad $M = \frac{n}{V}$ (faceta intensiva), donde “n” son los moles de soluto y V los litros de disolución, es empleada en un caso particular como $M = \frac{0.730 \text{ mol C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6}{500 \text{ mL disol}} \times \frac{1000 \text{ mL disol}}{1 \text{ L disol}}$ (faceta extensiva); *significación*, al atribuirle significado a un significante, por ejemplo, cuando una constante de equilibrio $K_C \gg 1$, del orden de 1×10^{18} , en una reacción reversible (faceta significativa) es entendida que en equilibrio casi todos los reactivos se convierten en productos (faceta contenido); *institucionalización*, cuando los objetos y prácticas son compartidos en el seno de una institución, de manera que los objetos emergentes se encuentran en “faceta epistémica”; *personalización*, si los objetos y sistemas de prácticas son específicos de una persona se consideran que están en “faceta cognitiva”; entre otros procesos cognitivos y facetas.

Otro proceso cognitivo que considera la aproximación teórica en el contexto de la resolución de problemas químicos planteados textualmente es el de *comprensión lectora*, el cual tiene que ver con el proceso de (i) *inferencia*, que le permite relacionar las ideas del texto con sus propias ideas, plantear hipótesis, sacar conclusiones, anticipar hechos, entre otras, (ii) *memoria*, para recuperar información u organizar su conocimiento, y (iii) *metacognición*, que le permite organizar, cuestionar, planear, monitorear la comprensión, por mencionar algunas (Montealegre, 2004).

La aproximación teórica descrita previamente como extensión del EOS al contexto de la química escolar, se propone en el presente trabajo como marco interpretativo de la técnica del MCH, para analizar la actividad químico-matemática implicada en la resolución de problemas de la química escolar.

Metodología

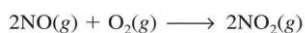
Para mostrar la viabilidad de la aproximación teórica descrita en los párrafos anteriores, se indagó a un docente D y a uno de sus estudiantes, Arturo, el cual fue seleccionado de manera aleatoria de un grupo de cinco alumnos que cursaban la asignatura de Química A, impartida por el docente en la Facultad de Ingeniería de la Universidad Autónoma de San Luis Potosí, México. Respecto a la formación académica del docente, el profesor señaló que había realizado estudios de licenciatura en Ciencias Químicas y un doctorado en Ciencias de Materiales y que también tenía casi treinta años impartiendo la asignatura de química en el nivel universitario.

Se llevó a cabo una metodología cualitativa a través de un estudio de caso de tipo descriptivo, ya que, por un lado, se describe la producción oral y escrita de los sujetos indagados al resolver la situación problematizada de reactivo limitante y, por otro lado, las producciones de los sujetos fueron representadas de manera gráfica por parte del investigador mediante la técnica del MCH. El estudio también fue interpretativo, pues una vez que fueron elaborados el MCH epistémico del docente y el MCH cognitivo del alumno, los mapas se analizaron empleando los constructos de la aproximación teórica. La comparación entre el MCH epistémico y el MCH cognitivo permitió conocer las diferencias y semejanzas de los significados, los objetos químicos y químico-matemáticos empleados, las conexiones entre dichos objetos y los procesos cognitivos realizados.

Diseño de la actividad y herramienta para la recolección de datos

La situación química problematizada que se planteó al profesor y a su estudiante fue un problema del capítulo tres de un libro de química general (Chang, 2010), figura 2. De acuerdo con el autor, la resolución del problema requiere del empleo del concepto de reactivo limitante. Mediante el planteamiento del problema a los sujetos, únicamente se buscaba aplicar y mostrar la viabilidad del empleo de la aproximación teórica como marco interpretativo del MCH para describir la actividad químico-matemática implicada en la resolución del problema.

El óxido nítrico (NO) reacciona inmediatamente con el oxígeno gaseoso para formar dióxido de nitrógeno (NO₂), un gas café oscuro:



En un experimento se mezclaron 0.886 moles de NO con 0.503 moles de O₂. Calcule cuál de los dos reactivos es el limitante. Calcule también el número de moles de NO₂ producido.

Figura 2. Situación química problematizada sobre reactivo limitante (Chang, 2010, p. 114).

De manera individual se solicitó al docente y a Arturo resolver el problema y explicar en voz alta el proceso de resolución. Para resolver el problema se proporcionó a los sujetos una pluma electrónica, *Smart Pen Livescribe*, que permite llevar un registro sincronizado en tiempo real de la producción oral y escrita. El instrumento almacena el registro en un archivo electrónico (*pencast*) que puede ser reproducido posteriormente en la computadora. Mediante el archivo electrónico se llevó a cabo la transcripción de la producción oral y escrita de cada sujeto. A partir de cada transcripción se elaboró el MCH correspondiente donde se identificaron las prácticas, los objetos químicos y químico-matemáticos, la organización y las conexiones de los objetos, así como algunos procesos cognitivos.

En la resolución del problema se proporcionó al alumno una tabla periódica de los elementos químicos y se permitió el uso de calculadora. El docente resolvió el problema en 1 minuto con 36 segundos y el alumno en 2 minutos con 3 segundos.

Elaboración e interpretación del MCH químico

Según la aproximación teórica, el MCH se considera de tipo cognitivo cuando es elaborado a partir de la producción de un inexperto o estudiante novato y es considerado de tipo epistémico cuando es construido a partir de la producción de un experto o docente. La elaboración de ambos tipos de mapas por parte del investigador se realiza mediante el mismo procedimiento, el cual se apoya en la producción oral y escrita del sujeto cuando resuelve la situación química problematizada.

La figura 3 ilustra la producción del docente al resolver el problema de reactivo limitante ilustrado en la figura 2. El texto en los recuadros muestra la transcripción del discurso oral y el texto en el espacio en rayas muestra la producción escrita. Los recuadros fueron numerados del (1) al (8) para describir la secuencia de resolución del problema y las flechas indican la parte del registro escrito que la docente explicó oralmente; los recuadros (1), (5), (6), (7) y (8) que no tienen flecha muestran el discurso oral del docente que no está asociado directamente a la producción escrita.

(1) Se ve que hay una **interacción** entre **una molécula** de **monóxido de nitrógeno** con **una molécula** de **oxígeno** y forma **una molécula de dióxido de nitrógeno**. La **ecuación** tiene que estar **balanceada** para considerar sus **coeficientes** pues es más fácil **percibir** el **cambio** de **reactivos** en **productos**. Tenemos **dos reactivos** y tenemos sus **cantidades**, pero un **reactivo** se va a **consumir primero**, y a este le llamamos **reactivo limitante** pues **detiene la reacción**.

(2) Primero la **ecuación** tiene que estar **balanceada** donde se observa que **2 moles de NO** me forman **2 de NO₂** es decir la **reacción** es **uno a uno**.

(3) Entonces con **0.886 ¿cuánto?**, aquí **despejo x**, entonces **0.886 por 2 entre 2**, donde **x=0.886**, y serían **moles de NO₂**. Esto **no dice nada**.

(4) Entonces debo hacer **cálculos** con el **otro reactivo** y luego **comparar**, entonces en el **otro caso** sería **1 de O₂**, forman **2 de NO₂** con **0.503 cuánto?** y esto sería igual a **1.503 por 2**, son **x=1.006**, éstos serían **moles de NO₂**.

(5) Entonces **comparamos** cuál de los **2 reactivos** me da **menor cantidad de producto**, que sería el **monóxido de nitrógeno** por lo que sería el **reactivo limitante**.

(6) Dado que **Produce menos producto**, y significa que cuando se **formen 0.886 moles de dióxido de nitrógeno** se **consumió** todo el **monóxido** y, por lo tanto, **el otro** será el que **queda en exceso**.

(7) Se tiene **2 respuestas**, me dice quién se **consume primero**, es decir el **reactivo limitante** y me dice **cuánto es lo máximo** que se **puede obtener en teoría de producto**, a esto se le llama **rendimiento teórico**.

(8) Al identificar el **reactivo limitante**, tienes **2 respuestas**, una es la **sustancia que se consume primero**, y la **cantidad de sustancia** que puedo **obtener como producto**, entonces el **número de moles** serían **0.886 moles**.

Figura 3. Producción escrita y transcripción del discurso oral del docente al resolver el problema de reactivo limitante. Fuente: elaboración propia

Las proposiciones (que pueden ser argumentos o propiedades químicas o químico-matemáticas) que se encuentran en los recuadros pueden verse como la conexión de conceptos mediante palabras enlace. Los conceptos se encuentran en negritas y con subrayado, por ejemplo, en el recuadro (2) de la figura 3, el enunciado *Primero la ecuación tiene que estar balanceada donde se observa que 2 moles de NO me forman 2 de NO₂ es decir la reacción es uno a uno*, los conceptos son: *ecuación, balanceada, 2 moles de NO, 2 de NO₂, reacción y uno a uno*, y las palabras enlace son: *primero la, tiene que estar y donde se observa que, me, es decir la y es*. Los conceptos en negritas y subrayados son considerados en la elaboración del MCH epistémico.

Por otro lado, en la producción de la figura 3 puede observarse que el docente resuelve el problema mediante la realización de un sistema de tres prácticas: en la primera práctica el profesor realiza una interpretación del problema mediante los señalamientos del recuadro (1); en la segunda práctica, recuadros (2) a (7), el docente determina el reactivo limitante; en la tercera práctica, recuadro (8), determina el número de moles de NO₂ producido. La construcción del MCH inicia con la descripción del sistema de prácticas, la cual consiste en la práctica A nombrada *interpretación de la situación-problema*, la práctica B *determinar el reactivo*

limitante y la práctica C Determinar el número de moles de NO_2 producido, ver la figura 4. La primera práctica se coloca del lado izquierdo y las siguientes prácticas se colocan horizontalmente hacia la derecha (también se pueden presentar verticalmente).

Las proposiciones en los recuadros de la figura 3 son representadas en el MCH mediante cadenas de recuadros ovalados, que contienen en su interior los conceptos en negritas y subrayados. Los recuadros están conectados mediante segmentos con flechas que contienen las palabras enlace. Los recuadros están numerados para ayudar a la lectura e interpretación del MCH, de esta manera, nos referimos al concepto *oxígeno* de la práctica A mediante A5 o al concepto *reacción* de la práctica B mediante B5, figura 4.

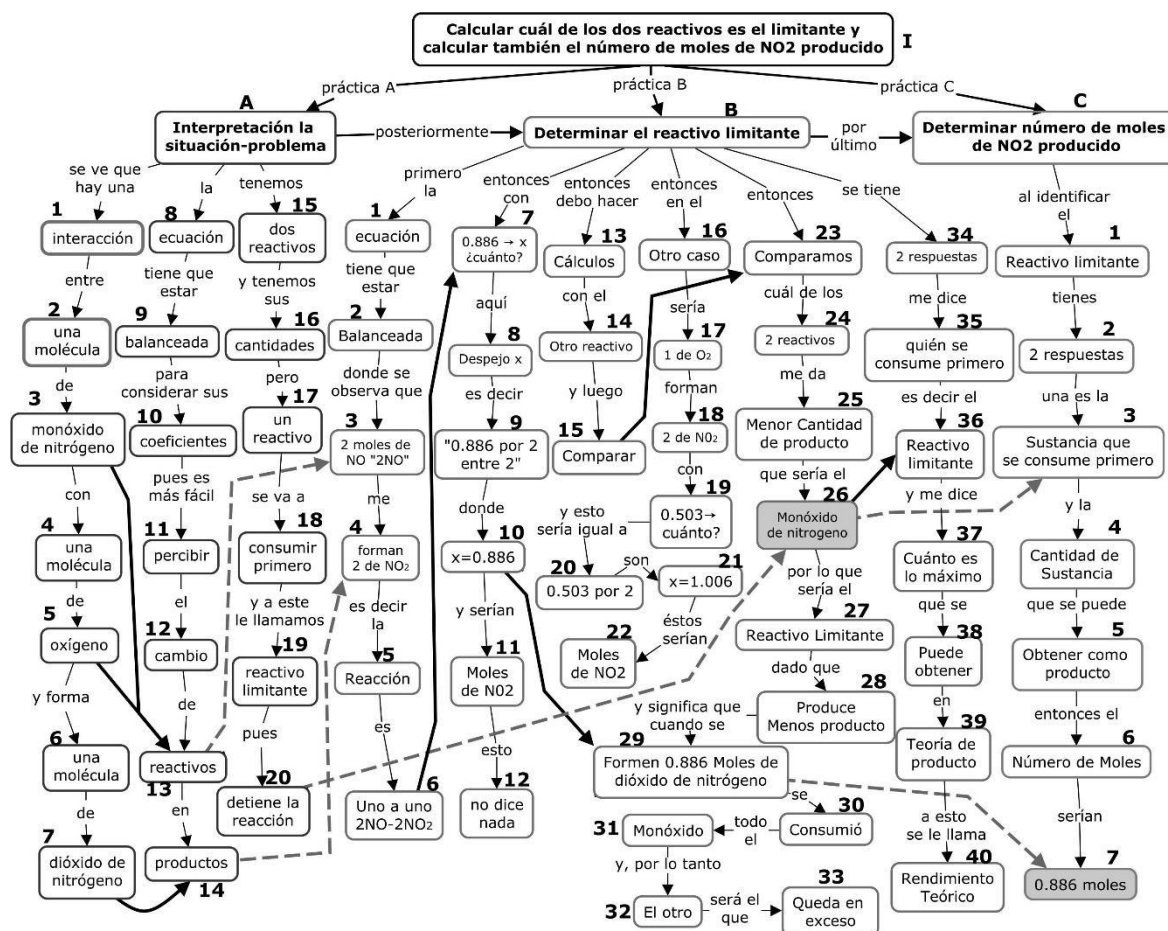


Figura 4. MCH epistémico correspondiente a la producción del docente. Fuente: elaboración propia.

Según el MCH de la figura 4, el docente llevó a cabo un proceso de comprensión lectora del primer párrafo del texto que describe la situación química problematizada, ya que por un lado realizó un proceso de inferencia en el que relacionó el texto con sus ideas propias mediante

A1-A2-A3-A4-A5-A6-A7, donde A1, A2, A4 y A6 provienen de su memoria, pues éstos no están señalados en el texto de la figura 2 y, por otro lado, mediante el proceso de metacognición, organiza en su mente la manera en que ocurre la reacción al señalar la formación de A7 a partir de A3 y A5. El docente también llevó a cabo un proceso de idealización, pues a partir del texto y de la ecuación química de la figura 2 pensó en la interacción entre el objeto químico A3 y el objeto químico A5 para formar el objeto químico de A7.

El docente, por un lado, realiza un proceso de significación de la ecuación química de la figura 2 y, por otro lado, mediante el proceso de comprensión lectora realizado sobre el texto, recupera información de su memoria y materializa el argumento A8-A9-A10-A11-A12-A13-A14, lo cual da evidencia de que el docente considera necesario balancear la ecuación para luego resolver el problema. De igual manera, mediante la significación de la ecuación el docente reconoce dos reactivos y, a partir de la comprensión lectora, reconoce, por un lado, que cuenta con los datos de las cantidades de los reactivos al materializar el argumento A15-A16 y, por otro lado, accede a su memoria y materializa el argumento A17-A18-A19-A20 para manifestar su conocimiento previo acerca del reactivo limitante. Este último argumento es lo que desencadena la realización del resto de las prácticas.

Una vez que el docente ha reconocido los datos de los que dispone y ha realizado un proceso metacognitivo que le lleva a analizar su conocimiento acerca del concepto de reactivo limitante, evidenciado por la materialización de la propiedad A17-A18-A19-A20, procede a realizar la segunda práctica B. En la práctica B el docente recupera el señalamiento general inicial A8-A9-...-A13-A14 mediante el argumento B1-B2 el cual particulariza a través de la materialización del argumento B3-B4 el cual significa como una reacción *uno a uno* mediante B5-B6.

A partir de la significación de B5-B6 y el dato del número de moles de *NO* que aporta el problema el docente advierte la propiedad B6-B7 que desencadena el procedimiento B8-B9-B10 y, finalmente, significa B11-B12 al materializar que el resultado obtenido no le aporta nada a la resolución del problema (hasta el momento). Cabe señalar que la formulación de la propiedad B6-B7 resulta de la particularización de un conocimiento previo general del docente que tiene que ver con la proporción en la que reaccionan los compuestos y que no es señalada explícitamente en el discurso.

El docente materializa el argumento B13-B14-B15 para advertir que la determinación del reactivo limitante requiere realizar el procedimiento anterior pero ahora con el reactivo O_2 y, posteriormente, comparar dicho resultado con B10. Con base en esto, el docente materializa la propiedad B17-B18-B19, que se refiere a una relación de proporción entre el O_2 y el NO_2 , luego realiza el procedimiento B20-B21 que le lleva a significar el resultado B21 a través de B21-B22. Cabe señalar nuevamente que, al igual que B6-B7, la propiedad B17-B18-B19 es la particularización de una propiedad general conocida previamente por el docente acerca de la proporción en la que reaccionan los compuestos y que el docente maneja implícitamente.

A partir de la materialización del argumento B23-B24-B25, el docente señala que el NO , B26, es el reactivo limitante y lo justifica a través del argumento B27-B28-...-B32-B33. El docente realiza un proceso de metacognición para monitorear su comprensión de los resultados que ha obtenido, B26 y B10, al materializar el argumento B34-B35-...-B39-B40.

Finalmente, en la práctica C, el docente dictamina cuál es el número de moles producidos de NO_2 al materializar el argumento C1-C2-...-C6-C7. El docente había obtenido este resultado anteriormente en B10, sin embargo, requería realizar el proceso metacognitivo B34-B35-...-B39-B40 para poder emitir una conclusión.

En el MCH epistémico de la figura 3 se destacan algunas conexiones entre conceptos mediante segmentos con flecha pero sin palabras enlace, por ejemplo, conexiones al interior de las prácticas mediante segmentos continuos (por ejemplo, en la práctica A, A3-A13, A5-A13, A7-A14), o conexiones entre prácticas mediante segmentos discontinuos (por ejemplo, A13-B3, A14-B4, A20-B26), las cuales fueron advertidas e indicadas por los investigadores pues dan cuenta de la organización y conexión implícita, por un lado, entre los OQ y los OQM en y entre las prácticas.

Con base en el análisis anterior se observa que en el sistema de prácticas realizado por el docente aparece un conjunto de procesos cognitivos responsable de la producción de conocimiento químico-matemático, figura 5.

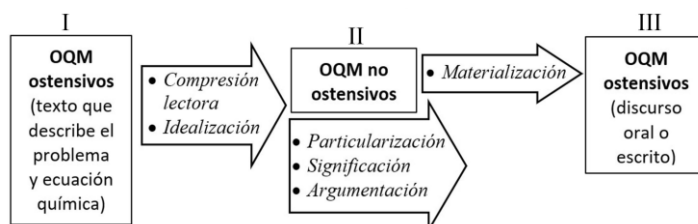


Figura 5. Conjunto de procesos implicados en la producción de conocimiento químico matemático. Fuente: elaboración propia

El texto y la ecuación química que describen la situación química problematizada proveen objetos químicos y químico-matemáticos en su faceta ostensiva, I en la figura 5, los cuales mediante la lectura son interpretados e idealizados en objetos no ostensivos, II en la Figura 5.

La comprensión lectora permite al sujeto establecer relaciones de inferencia entre los objetos del texto y los objetos químicos o químico-matemáticos provenientes de su conocimiento previo. Por ejemplo, relaciona la ecuación y las fórmulas químicas del problema con una interacción molecular y con objetos químicos, respectivamente, presentes en el conocimiento previo del sujeto; también le permite acceder a su memoria para recuperar otros objetos no ostensivos tales como los procedimientos generales de balanceo de ecuaciones (A8-A9-...-A13-A14), la determinación del reactivo limitante (A17-A18-A19-A20) y la propiedad general de proporción de reacción entre compuestos manejada implícitamente II en la figura 5.

Por otra parte, los procedimientos generales en la memoria son particularizados por el sujeto, por ejemplo: particulariza el procedimiento de balanceo de ecuaciones al caso de la ecuación química del problema, lo cual materializa con el argumento B1-B2, III en la figura 5. La ecuación balanceada le lleva a particularizar la propiedad general de la proporción de reacción entre compuestos, que también materializa mediante B6-B7 y B17-B18-B19, III en la figura 5. El sujeto particulariza el procedimiento general para determinar el reactivo limitante de una reacción a través de la materialización de la práctica B donde, para cada cantidad de reactivo, calcula la cantidad de producto obtenido, luego compara los resultados B10 y B21 y, posteriormente, expresa el significado de dicha comparación al materializar el argumento C1-C2-...-C6-C7.

A continuación, se presenta el análisis del MCH cognitivo correspondiente a la producción de los estudiantes.

Análisis de los Mapas Conceptuales Híbridos químicos de tipo cognitivo

Por cuestiones de espacio, se prescindirá de la exposición de la producción oral y escrita del estudiante y únicamente se presentará el MCH cognitivo con objeto de realizar el análisis correspondiente mediante la AOC.

El MCH químico del alumno

Arturo realizó tres prácticas, en la práctica A interpretó la situación química problematizada, en B determinó el reactivo limitante y en C calculó el número de moles de producto, figura 6. La resolución del problema fue correcta, sin embargo, el sistema de prácticas que realizó fue distinto al del docente, ya que trabajó en *gramos*, mientras que el docente resolvió el problema en *moles*. En la práctica A el alumno idealizó la ecuación química y realizó un proceso de significación con el procedimiento general de balanceo de ecuaciones químicas de su conocimiento previo, posteriormente, particularizó dicho procedimiento general de balanceo de ecuaciones al caso de la ecuación química del problema, lo cual se verifica a través de la materialización del argumento A1-A2-A3.

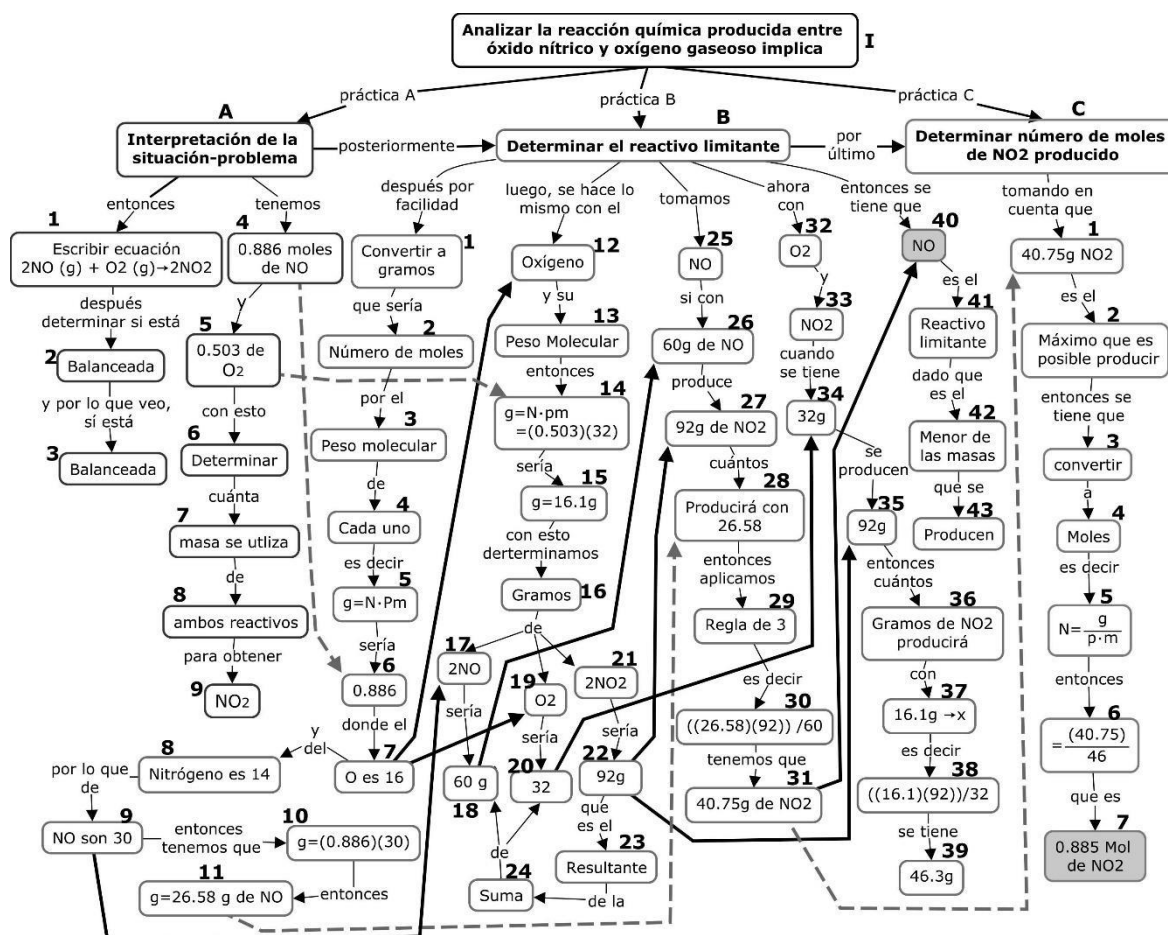


Figura 6. MCH cognitivo correspondiente a la producción del alumno. Fuente: elaboración propia.

Por otra parte, el estudiante realizó la lectura y comprensión del texto que describe el problema y luego realizó un proceso de inferencia para relacionar el texto con sus ideas para convertir la cantidad de moles que proporciona el problema a unidades de masa en gramos y se anticipa con esto antes de resolver el problema, esto lleva al alumno a materializar el argumento A4-A5-A6-A7-A8-A9.

En la práctica B el alumno materializa el argumento B1-B2-B3-B4 donde planea convertir los moles a gramos mediante. El alumno accede a su memoria y materializa la propiedad no ostensiva general B5 para calcular la masa de un compuesto químico NO a partir del número de moles N y su peso molecular Pm . Posteriormente, en B5 significa N con el número de moles del compuesto NO que proporciona el problema a través de la materialización de B6, luego, accede nuevamente a su memoria para recuperar la propiedad general del peso molecular de un compuesto la cual particulariza y materializa mediante el procedimiento B7-B8-B9. De este modo, la propiedad general B5 es particularizada y materializada a través de B10, lo cual le lleva a obtener la masa del NO en gramos B11. El alumno realiza los procesos descritos anteriormente para el caso del compuesto O_2 al materializar B12-B13-B14-B15.

Posteriormente, el alumno accede a su memoria y recuerda la propiedad general no ostensiva de conservación de la materia (no señalada explícitamente), establece una relación de significación entre la propiedad general y la ecuación química idealizada para luego particularizar dicha propiedad general mediante la materialización de B17-B18 y B19-B20 y consecuentemente de B21-B22-B23-B24.

El alumno recupera de su conocimiento previo la propiedad general no ostensiva que tiene que ver con la proporción en la que reaccionan los compuestos, la particulariza y la materializa mediante B25-B26-B27-B28-B29, luego materializa el procedimiento B30 que le lleva a obtener la masa del producto NO_2 en B31. El estudiante repite los mismos procesos, pero ahora empleado O_2 , mediante la materialización de B32-B33-...-B38-B39. Por último, realiza un proceso de metacognición que le permite organizar los resultados B31 y B39 y luego afirmar qué compuesto es el reactivo limitante, esto a través de la materialización del argumento B40-B41-B42-B43.

Finalmente, una vez que determinó el reactivo limitante, el alumno se apoya en el resultado B31, que expresa la masa del producto en gramos, y busca calcular el número de moles

correspondiente al materializar C1-C2-C3-C4. Para esto, accede a su memoria, recupera nuevamente y materializa la propiedad general no ostensiva C5 que le permite calcular el número de moles de un compuesto químico N a partir del peso molecular Pm y su masa en gramos g , ver C5, luego establece una relación de significación entre g y C1 y entre Pm y el peso molecular de NO_2 , materializa dicha significación y realiza el procedimiento C6 que le lleva al resultado correcto C7.

Comparación entre el MCH epistémico y el MCH cognitivo de los estudiantes

La comparación entre el MCH epistémico y el cognitivo se realizará con base en las semejanzas y diferencias que guardan entre sí. Tanto el MCH epistémico como el cognitivo permiten observar que los sujetos emplean tanto objetos químicos, por ejemplo, molécula, dióxido de nitrógeno, monóxido de nitrógeno, entre otros, como objetos químico-matemáticos, tales como B6-B7-B8-B9-B10 y B17-B18-B19-B20-B21 en la figura 4. Cabe destacar el uso implícito de un objeto químico-matemático en ambos mapas. Se trata de la propiedad general implícita que lleva al docente y al estudiante a materializar los procedimientos B8-B9-B10, figura 4, y B29-B30-B31, figura 6, respectivamente. La transcripción no aporta información sobre el significado que atribuyen los sujetos a esta propiedad.

Por otra parte, en ambos mapas, también se observa cierto conjunto de funciones semióticas entre los objetos de una misma práctica y entre objetos de distintas prácticas, por ejemplo, en el MCH de la figura 4, las conexiones B10-B29, B15-B23 o B26-B36, señaladas mediante una línea continua al interior de la práctica B, o bien las conexiones A13-B3, A14-B4 o A20-B26 entre la práctica A y B indicadas mediante líneas segmentadas. Se trata de relaciones de significación no ostensivas que hacen posible la coordinación del sistema de prácticas.

En ambos mapas se observa un conjunto de procesos cognitivos implicados en la producción de conocimiento. Se trata de los procesos esquematizados en la figura 5: *comprensión lectora*, que permite relacionar los objetos del texto con aquellos objetos no ostensivos en el conocimiento previo del sujeto, también le lleva al sujeto a recuperar información de su memoria (por ejemplo, balancear la ecuación química antes que todo) y a realizar el proceso de metacognición acerca de cómo actuar a partir de la información de la que dispone; *idealización*, cuando se desmaterializan las fórmulas y la ecuación química ostensiva y pasan a ser objetos no ostensivos en la mente del sujeto; *particularización*, cuando el sujeto

accede a su memoria y recupera una propiedad químico-matemática general y la particulariza según los datos que proporciona el problema químico, por ejemplo, la particularización de la propiedad general que le lleva a materializar el procedimiento B6-B7-B8-B9-B10 o la propiedad B5 particularizada en B10 de la figura 6; *significación*, que permite el establecimiento de relaciones de significación entre los objetos químico-matemáticos, por ejemplo, la significación de B10 como moles de NO_2 en B11 o bien la significación de N en C6 como moles de NO_2 en C7 de la figura 6; *argumentación*, que permite justificar el procedimiento realizado, por ejemplo, cuando a partir del resultado B10-B11-B12 el docente argumenta B-B13-B14-B15 en la figura 4; *materialización*, que se encuentra presente en todo momento con el propósito de comunicar a otros el sistema de prácticas realizado.

Por otra parte, entre las diferencias se tiene que el docente resolvió el problema empleando únicamente los coeficientes de la ecuación química y la cantidad de moles de los reactivos, mientras que el alumno realizó la conversión de los moles de los reactivos a unidades de masa en gramos, lo cual le llevó a considerar el peso molecular de los reactivos. En este sentido, el MCH cognitivo puede considerarse de tipo operativo, en cambio el MCH epistémico revela una mayor comprensión del concepto de reactivo limitante. El MCH epistémico muestra que los objetos químicos, objetos químico-matemáticos y la organización de las prácticas llevan a entender el reactivo limitante como aquel compuesto que se consume primero en la reacción y detiene la reacción, A17-A18-A19-A20, por lo tanto, como aquella que permite obtener la mayor cantidad de producto, B36-B37-B38-B39. En contraste, en el MCH cognitivo, el reactivo limitante es entendido en términos procedimentales como aquel compuesto que al emplear una regla de tres arroja la menor masa de producto, B29 y B40-B41-B42-B43, la cual es significada como la cantidad de producto máxima que es posible producir, C1-C2.

El MCH epistémico muestra que el docente se apoya en conceptos que el alumno no toma en cuenta, lo cual le permite apoyar de una manera más adecuada el procedimiento empleado en la resolución del problema. Por ejemplo, en la figura 4 se puede observar que el docente emplea los conceptos A18 *consumir primero* y A20 *detiene la reacción* que le permite argumentar A17-A18-A19-A20; también toma en cuenta los conceptos B30 *consumió* y B33 *queda en exceso* que le llevan a señalar B26-B27-...B32-B33; y también considera B40 *rendimiento teórico* que le permite advertir B34-B35-...-B39-B40, figura 4.

Conclusiones

Se concluye que el docente muestra un mayor dominio del concepto de reactivo limitante y realiza un sistema de prácticas que le permite llegar al resultado correcto de manera directa, en comparación con el alumno que, si bien obtuvo el resultado correcto, sin embargo, realizó un sistema de prácticas que puede considerarse de tipo procedimental, que le llevó a emplear más recursos. En particular, nos referimos a la consideración del peso molecular de los compuestos y a la conversión del número de moles a gramos y viceversa.

La interpretación del MCH desde la aproximación teórica permite analizar de manera gráfica cuáles son los objetos químicos y químico-matemáticos que participan en la resolución del problema. También permite advertir las funciones semióticas a través de las conexiones entre los objetos representados en el MCH (a través de segmentos que contienen palabras enlace y mediante segmentos continuos o segmentados). Los objetos y sus conexiones, al interior de las prácticas y entre las prácticas, así como la organización de las prácticas permiten tener un acercamiento al significado que el sujeto atribuye al concepto de reactivo limitante. Es en este sentido en el que es posible señalar que el sistema de prácticas del estudiante es mayormente operativo mientras que el del docente muestra una comprensión más profunda.

Existe un conjunto de procesos cognitivos (comprensión lectora, idealización, particularización, significación, argumentación y materialización) que aparecen tanto en el sistema de prácticas epistémico como en el cognitivo, los cuales están implicados en la producción de conocimiento químico-matemático. Sin embargo, cabe señalar que se trata de procesos necesarios, pero no suficientes para la realización de un sistema de prácticas adecuado (tomando como referente el sistema de prácticas del docente).

Existen objetos químico-matemáticos no ostensivos que no son materializados en el sistema de prácticas, sin embargo, puede advertirse su existencia a partir de la relación que guardan con otros objetos. Al respecto, considerando que el MCH epistémico, figura 4, y el cognitivo, figura 6, no aportan información acerca del significado que atribuyen los sujetos a la propiedad general que fue materializada en el procedimiento del docente, B8-B9-B10, y del estudiante, B29-B30-B31, es necesario señalar la importancia que tiene complementar el instrumento de investigación, es decir, el problema planteado textualmente, con preguntas que

permitan indagar más a fondo cuáles son los significados que los sujetos atribuyen a las propiedades químico-matemáticas que emplean en la resolución del problema.

El problema planteado a los sujetos investigados no fue difícil, sin embargo, el análisis gráfico realizado al interpretar el MCH mediante la aproximación teórica permitió evidenciar la viabilidad de nuestra propuesta. Como se pudo observar, el análisis es muy fino, pues muestra a detalle los objetos (químicos y químico-matemáticos) y la manera en que éstos se organizan en las prácticas, las conexiones entre los distintos objetos químicos y químico-matemáticos al interior de las prácticas y entre las prácticas que constituyen el sistema de prácticas que permite la resolución del problema, así como también advertir algunos procesos cognitivos importantes. Se trata de una aproximación teórica que podría ser de gran utilidad en la investigación relacionada con el aprendizaje de conceptos de mayor complejidad a través de la resolución de problemas.

Referencias

- Aguilar, M. M., Fernández, T. M. y Durán, T. C. (2011). Experiencias curiosas para enseñar química en el aula. *Educació química*, 8, 23-34.
- Bautista, B. J. (2004). Filosofía y Enseñanza de la Química sin reduccionismos. *Revista Educação e Filosofia*, 18(35/36), 233-258.
- Bencomo, D., Godino, J. D. y Wilhelmi, M. R. (2004). Elaboración de redes ontosemióticas de configuraciones didácticas con Atlas/TI. En Cañas A. J., Novak J. D., González F. M. (Eds.), *Proceedings of the First International Conference on Concept Mapping* (pp. 71-74). Pamplona, España: Dirección de Publicaciones de la Universidad Pública de Navarra.
- Blumer, H. (1969). *Symbolic Interactionism, Perspective and Method*. New Jersey, U. S. A.: Prentice Hall, Inc.
- Castelló, H. M. (1997). Balanceo de ecuaciones químicas mediante computadora. *Educación Química*, 8(1), 56-62.
- Chamizo, J. A. (2004). Apuntes sobre la historia de la química en América Latina. *Revista de la Sociedad Química de México*, 48(2), 165-171.
- Chamizo, J. A., Castillo, D. y Pacheco, I. (2012). La naturaleza de la química. *Educación química*, 23(2), 298-304.
- Chang, R. (2010). *Química (décima edición)*. México DF, México: McGraw-Hill/Interamericana Editores, S. A. DE C.V.
- Gallego, B. R., Pérez, M. R. y Gallego, T. A. P. (2009). Una aproximación histórico epistemológica a las leyes fundamentales de la Química. *Revista Electrónica de Enseñanza de las Ciencias*, 8(1), 359-375.

- Garcés, S. B., y Velázquez, L. V. (2007). La motivación y el cambio conceptual. *Revista Cubana de Química*, 19(2), 67-70.
- Godino, J. D. (2003). Teoría de las funciones semióticas. Un enfoque ontológico-semiótico de la cognición e instrucción matemática. Granada, España: Universidad de Granada. <https://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/monografiatfs.pdf>
- Godino, D. J., Batanero, C. y Font, M. V. (2007). The ontosemiotic approach to research in mathematics education. *ZDM The International Journal on Mathematics Education*, 39(1-2), 127-135. <https://doi.org/10.1007/s11858-006-0004-1>
- Jenkins, Z. (2003). Do you need to Believe in Orbitals to use them?: Realism and the Autonomy of Chemistry. *Philosophy of Science*, 70(5), 1052-1062.
- Labarca, M. y Lombardi O. (2010). Why orbitals do not exist. *Foundations of Chemistry*, 12(2), 149-157. <https://doi.org/10.1007/s10698-010-9086-5>
- Merino, R. C. (2009). Aportes a la caracterización del ‘Modelo Cambio Químico Escolar’. Tesis doctoral inédita. UAB.
- Meroni, G., Copello, M. I., y Paredes, J. (2015). Enseñar química en contexto. Una dimensión de la innovación didáctica en educación secundaria. *Educación química*, 26(4), 275-280.
- Montealegre, R. (2004). La comprensión del texto: sentido y significado. *Revista Latinoamericana de Psicología*, 36(2), 243-255.
- Moreno, M. N. (2017). Una representación gráfica de la práctica de resolución de problemas en cálculo diferencial. *Investigación en la Escuela*, 92, 60-75. <http://dx.doi.org/10.12795/IE.2017.i92.05>
- Moreno, M. N., Angulo, V. R. G. y Reducindo, R. I. (2018). Mapas Conceptuales Híbridos para la enseñanza de la física y la matemática en el aula. *Investigación e Innovación en Matemática Educativa*, 3(1), 113-130.
- Moreno, M. N., Zúñiga, M. S. C. y Tovar, R. D. A. (2018). Una herramienta gráfica para la resolución de problemas de cinemática. *Latin-American Journal of Physics Education*, 12(4). <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=6960474>
- Moreno, M. N., Angulo, V. R. G., Reducindo, R. I. y Aguilar, P. R. M. (2018). Enseñanza de la física mediante fislets que incorporan mapas conceptuales híbridos. *Apertura* 10(2), 20-35.
- Moreno, M. N., Torres, M. R. de G. y Zúñiga, M. S. C. (2019). Enseñanza de Ecuaciones Diferenciales Ordinarias de primer grado mediante Mapas Conceptuales Híbridos. *Investigación e Innovación en Matemática Educativa*, 4(1), 2-17.
- Moreno, M. N., Aguilar, T. M. F., Angulo, V. R. G. y Ramírez, M. J. C. (2019). Análisis de la resolución de problemas de hidrostática en el bachillerato. *Revista Electrónica de Enseñanza de las Ciencias*, 18(1), 274-296.
- Peirce, C. S. (1987). *Obra lógico-semiótica*. Madrid: Taurus Ediciones.
- Pérez, P. J. (2005). La alquimia de Newton y Boyle. *Anales de la Real Sociedad de Química*, 4, 63-69.

- Raviolo, A. (2008). Las definiciones de conceptos químicos básicos en textos de secundaria. *Educación química*, 19(4), 315-322.
- Restrepo, G. (2004). Los elementos químicos, su matemática y relación con el sistema periódico. *Revista de la Facultad de Ciencias Básicas*, 2(1), 91-98.
- Restrepo, G. (2005). Química matemática y la Universidad de Pamplona. *Bistua*, 3(1), 61-76.
- Ríos, C. T., Quijano, L. y Reyes, C. R. (2012) Algunas reflexiones actuales sobre la herbolaria prehispánica desde el punto de vista químico. *Revista Latinoamericana de Química*, 40(2), 41-64.
- Scerri, E. R. (2000). Philosophy of Chemistry-A New Interdisciplinary Field?. *Journal of Chemical Education*, 77(4), 522-525. <https://doi.org/10.1021/ed077p522>
- Villaveces, C. J. L. (2000). Química y Epistemología, una relación esquivada. *Revista Colombiana de Filosofía de la Ciencia*, 1(3), 9-26.
- Wartha, E. J., y de Brito, R. D. (2016). Os níveis de representação no ensino de química e as categorias da semiótica de Peirce. *Investigações em Ensino de Ciências*, 16(2), 275-290.
- Whitten, W. K., Davis, E. R., Stanley, G. G. y Peck, L. M. (2014). *Química (décima edición)*, México DF, México: Cengage Learning Editores S. A. de C. V.

Autores:

Nehemías Moreno Martínez, Profesor de Tiempo Completo en la Facultad de Ciencias de la Universidad Autónoma de San Luis Potosí, México. Licenciado en Ciencias con especialidad en Física (UAEM), maestría y doctorado en Matemática Educativa (CINVESTAV), postdoctorado en el Instituto de Ciencias de la Educación de la UAEM (ICE-UAEM). Miembro del Cuerpo Académico CA-UASLP-266 “Currículum, enseñanza de las ciencias y tecnologías para la educación”, miembro activo de la Red Cimates, CLAME y de la AAPT-Mx. Línea de investigación: interpretación y aplicación del Mapa Conceptual Híbrido en las matemáticas, la física, la química y la biología escolar. Email: nehemias_moreno@live.com; <https://orcid.org/0000-0002-5919-612X>

Luis Enrique Hernández Zavala, Licenciado en Matemática Educativa, Estudiante de la Maestría en Ciencias con la especialidad en Matemática Educativa (CINVESTAV-IPN), México. Líneas de investigación: interpretación y aplicación del Mapa Conceptual Híbrido en las matemáticas, la física y la química, Aspectos cognitivos del aprendizaje y la enseñanza de la matemática, Análisis de las soluciones matemáticas a utilizar en la toma de decisiones. luisenri.hernandez@cinvestav.mx <https://orcid.org/0000-0003-0746-7503>

EDUCACIÓN AMBIENTAL: PERCEPCIONES DE LOS AGENTES QUE TRABAJARON EN EL PROYECTO PARA REVITALIZAR UN PARQUE URBANO EN EL MUNICIPIO DE CONFRESA/MT

Katiany dos Santos Pereira

KatianydosSantos@outlook.com

<https://orcid.org/0000-0002-3121-9692>

Marcelo Franco Leão

marcelo.leao@cfs.ifmt.edu.br

<http://orcid.org/0000-0002-9184-916X>

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Mato Grosso - IFMG
Brasil

Recibido: 2020-04-22; **Aceptado:** 2020-11-12

Resumen

Desarrollar acciones dirigidas a la conservación del medio ambiente, con el fin de provocar la reflexión sobre cuestiones ambientales, es una forma de Educación Ambiental (EA). El objetivo de este estudio es describir cómo los agentes que trabajaron en el proyecto de revitalización de Eco Park perciben las acciones desarrolladas como un medio para promover la EE. La revitalización propuesta para este parque en el municipio de Confresa / MT, tuvo lugar en 2019, a través de tres acciones para mejorar la calidad del lugar y crear conciencia entre la población que lo frecuenta. Con base en las acciones realizadas, se aplicó un cuestionario con 10 preguntas a 12 agentes responsables de la elaboración y desarrollo del proyecto. Para analizar los datos, se adoptó la técnica de Análisis de Contenido. Se identificaron 5 categorías: problemas ambientales en la región; Educación ambiental y revitalización de Eco Park; Participación en el proyecto y cambios a través de las acciones desarrolladas; Aprendizaje, beneficios y mejoras para el parque; Desarrollo sostenible y sensibilización. Por lo tanto, se observó que los agentes entienden el concepto y la percepción de EA, exponiendo la importancia del proyecto, citando problemas ambientales presentes en el entorno en el que se insertan y acciones que aún deben llevarse a cabo en el parque, en el municipio y especialmente en las escuelas de la región.

Palabras clave: Educación ambiental, medio ambiente, revitalización.

ENVIRONMENTAL EDUCATION: PERCEPTIONS OF AGENTS WHO WORKED ON THE PROJECT TO REVITALIZE AN URBAN PARK IN THE MUNICIPALITY OF CONFRESA/MT

Abstract

Developing actions aimed at environmental conservation, in order to provoke reflection on environmental issues, is a form of Environmental Education (EE). The aim of this study is to describe how the agents who worked on the Eco Park revitalization project perceive the actions developed as a means of promoting EE. The proposed revitalization for this park in the municipality of Confresa / MT, took place in 2019, through three actions to improve the quality of the place and raise awareness among the population that frequents it. Based on the actions

carried out, a questionnaire with 10 questions was applied to 12 agents responsible for the elaboration and development of the project. To analyze the data, the Content Analysis technique was adopted. There were 5 categories identified: Environmental problems in the region; Environmental education and the revitalization of Eco Park; Participation in the project and changes through the actions developed; Learning, benefits and improvement for the park; Sustainable development and awareness. Therefore, it was noticed that the agents understand the concept and perception of AE, exposing the importance of the project, citing environmental problems present in the environment in which they are inserted and actions that still need to be carried out in the park, in the municipality and especially in the schools of the region.

Keywords: Environmental education, environment, revitalization.

EDUCAÇÃO AMBIENTAL: PERCEPÇÕES DOS AGENTES QUE ATUARAM NO PROJETO DE REVITALIZAÇÃO DE UM PARQUE URBANO NO MUNICÍPIO DE CONFRESA/MT

Resumo

Desenvolver ações voltadas à conservação do meio ambiente, de maneira a provocar reflexão sobre as problemáticas ambientais, é uma forma de Educação Ambiental (EA). O objetivo deste estudo é descrever como os agentes que atuaram no projeto de revitalização do Eco Park percebem as ações desenvolvidas como meio de promover EA. A revitalização proposta para este parque do município de Confresa/MT, ocorreu em 2019, por meio de três ações para melhorar a qualidade do local e sensibilizar da população que o frequenta. A partir das ações executadas, aplicou-se um questionário com 10 perguntas para 12 agentes responsáveis pela elaboração e desenvolvimento do projeto. Para analisar os dados, adotou-se a técnica da Análise de Conteúdo. Foram 5 as categorias identificadas: Problemas ambientais da região; A educação ambiental e a revitalização do Eco Park; A participação no projeto e as mudanças por meio das ações desenvolvidas; Aprendizagem, benefícios e melhoria para o parque; Desenvolvimento sustentável e sensibilização. Logo, notou-se que os agentes compreendem o conceito e a percepção da EA, expondo a importância do projeto, citando problemas ambientais presentes no ambiente em que estão inseridos e ações que ainda precisam ser realizadas no parque, no município e principalmente nas escolas da região.

Palavras-chave: Educação Ambiental, meio ambiente, revitalização.

Introdução

Os processos de organização das sociedades atuais por volta do século XVIII e século XIX foram conduzidos pela grande expansão da Revolução Industrial. As cidades foram ganhando novas formas com o avanço populacional e conseqüentemente houve um crescimento exagerado da exploração da natureza para consumo (Lima & Rocha, 2009).

Gonçalves, Lima e Marques (2019) afirmam que a exploração da natureza exageradamente tem a possibilidade de colocar a sobrevivência em risco no planeta Terra. Se por um lado temos o desenvolvimento econômico, do outro lado tem as conseqüências de tal

avanço, como: degradação dos recursos naturais, perda da biodiversidade, redução da qualidade e quantidade da água potável, diminuição da camada de ozônio e acúmulo de gases responsáveis pelo efeito estufa na atmosfera.

Diante de várias ameaças que o meio ambiente está enfrentando é importante criar medidas de recuperação a biodiversidade em conjunto a Educação Ambiental (EA). Tais medidas devem focar na sensibilização e conscientização ambiental como, por exemplo, na revitalização de áreas verdes urbanas, devido ao grande índice de poluição gerada.

Os parques urbanos têm a finalidade de proporcionar um contato maior com a natureza, pois, a maioria da população que vive em cidades tem pouco acesso à interação com o meio ambiente. Diante do enunciado, faz-se necessário uma abordagem da EA que leve as pessoas a se conscientizarem para a utilização racional dos recursos naturais e assim ocorrer o desenvolvimento sustentável (Franco et al., 2012).

No que lhe concerne, a revitalização urbana consiste na recuperação de áreas que são utilizadas de formas incorretas ou por abandono, ocorrendo à degradação. Esse processo tem como principal objetivo mudanças de reestruturações e reconstruções por meio de um planejamento do município.

Ser servidora da Secretaria de Planejamento da Prefeitura Municipal de Confresa/MT e ainda cursar Biologia no IFMT Campus Confresa, foram os pontos principais para a elaboração do projeto. Assim, a iniciativa pelo projeto de revitalização surgiu pela necessidade de criar ações e práticas educativas ligadas a EA para preservação e conservação do meio ambiente, com o intuito de alertar a população sobre os impactos ambientais e maneiras viáveis de uma consciência cidadã.

O presente estudo consiste em descrever como os agentes que atuaram no projeto de revitalização do Eco Park percebem as ações desenvolvidas como meio de promover EA. Esse parque fica localizado em uma área urbana de Confresa-MT de 56.058 m², no residencial Imperial Eco Park, que é dividido em duas áreas pela Av. José Bernardes Pinto.

Para a elaboração e execução do projeto de revitalização contou com o apoio Secretaria de Planejamento, Secretaria de Agricultura e Meio Ambiente, Secretaria de Educação, Secretaria de Obras e Cultura, bem como Polícia Militar, Sindicato Rural, Conselho Tutelar, Escolas, ONGS, além dos moradores da localidade.

Antes das ações desenvolvidas, o parque se encontrava em situação degradada pela população local, devido à falta de sensibilização ambiental. Lixo jogado no chão e dentro da represa, poluição sonora com carros de som automotivo e consumo de drogas lícitas e ilícitas eram uns dos problemas encontrados no local.

A partir desses problemas encontrados, o estudo visa responder a seguinte pergunta: Como os agentes que atuaram na revitalização do Eco Park percebem a EA envolvida no projeto? Esse projeto de intervenção teve como objetivo melhorar as condições de infraestrutura e limpeza do local. Para isso, foi necessário realizar um levantamento para identificar a situação do ambiente e buscar parceiros para abrangência da sensibilização ambiental, tendo como o princípio à preservação para futuras gerações.

Princípios da Educação Ambiental

A Conferência de Organização das Nações Unidas (1972) em Estocolmo sobre o ambiente humano é um ponto de partida internacional para as emergências das políticas ambientais. O plano da Conferência de Estocolmo teve como principal objetivo educar o cidadão em respeito aos problemas ambientais, surgindo assim o que conhecemos hoje como EA (Oliveira, 2018).

De acordo com Carneiro et al. (2016) e Fonseca (2016), as questões ambientais estão se tornando progressivamente assunto de extrema urgência em relação à preservação, conservação e conscientização do meio ambiente. Deste modo a EA é um processo mundial, que visa criar formas e maneiras conscientes de preservação e conservação para desempenhar melhorias e proteger o meio ambiente.

A educação ambiental vem sendo construída com diversos conceitos e abordagens, mas que coincidem na intenção em construir outro ser humano, que possa estar mais integrado à natureza e em si mesmo, diferindo em si no caminho e na forma de se construir um processo educacional. O conceito de educação ambiental vem se aprimorando ao longo do tempo, assim como outros conceitos que tratam da relação do homem com o meio ambiente, tal como o desenvolvimento sustentável, e se adaptando à realidade social que o homem se encontra (Silva, 2017, p. 7).

Entende-se por preservação, o cuidado com a natureza sem a modificação/utilização dos recursos naturais sem nenhuma intervenção humana e a conservação defende uma maneira de desenvolvimento sustentável dos recursos, garantido melhor qualidade de vida.

A EA se estende do contato com o meio ambiente até aos espaços formais da educação. A escola nesse contexto possui a finalidade de promover uma educação integral dos estudantes inserindo na dimensão ambiental, mas também na formação do caráter, do senso de solidariedade e de justiça, percebendo assim o mundo de uma forma crítica (Hofstatter et al., 2016; Rodrigues & Sahab, 2018).

No âmbito escolar a EA não apresenta como uma nova disciplina, ela deve ser trabalhada interdisciplinarmente na busca do conhecimento integrado. Leite et al. (2017) elucidam que a EA deve estar presente nas relações e atividades escolares para pôr em prática um pensamento ecologista mundial, assim o papel da escola é de formar estudantes com a sensibilização a respeito das ações ambientais.

Deste modo, os professores e formadores de opiniões precisam lançar metas e ações para a mitigação de quaisquer crises e problemas ambientais, levando a integração da escola, comunidade e meio ambiente à construção de uma sociedade capaz de enxergar as gravidades e os impactos de seus atos (Figueiredo, 2017).

No trabalho desenvolvido por Guimarães (2016), a EA é uma das dimensões do processo educacional, podendo ter diferentes projetos educacionais com distintos olhares sociais do mundo, alcançando assim uma EA conservadora e uma EA crítica. A conservadora compreende as práticas informativas e comportamentais, enquanto a crítica aponta a dominação do Ser Humano e suas ações para as transformações da sociedade em relação ao equilíbrio socioambiental.

A EA pode-se apresentar também de forma Informativa, Vivencial e Construtivista. A Informativa (Educação sobre ambiente) tem enfoque na aquisição de conhecimento em que o meio ambiente se torna um objeto de aprendizado. A Vivencial (educação no meio ambiente) proporciona contato com a natureza, assim o meio ambiente se torna um meio de aprendizado. A Construtivista (educação para o ambiente) busca por meio de projetos e ações de intervenções a prevenção de problemas ambientais (Sorrentino & Trabjer, 2007).

Cruz et al. (2016) ressaltam que o papel da EA não é impor modelos comportamentais para a sociedade, é preciso que cada cidadão construa hábitos e atitudes voltadas a preservação e conservação do meio ambiente.

No Brasil, a EA passou a integrar as ações do governo desde 1973, com a criação da primeira Secretaria Especial do Meio Ambiente (SEMA), e nas décadas de 80 a 90 à EA se

tornou mais conhecida devido ao avanço da sensibilização ambiental, devido aos grandes problemas ambientais enfrentados na contemporaneidade (Carvalho, 2004).

A Lei no 9.795/99 dispõe sobre a EA, sendo uma educação voltada para a construção coletiva de valores sociais e conhecimentos presentes na educação nacional de forma em todos os níveis e modalidades de ensino, devendo estar presente de forma articulada, em caráter formal e não formal (Lima & Sobrinho, 2017). Os autores ainda abordam que a lei define a EA como uma construção de habilidades, atitudes e competências voltadas para a conservação do ambiente, enunciando princípios básicos e apontando os objetivos fundamentais da EA.

O artigo 4º da lei 9.795/99, afirma os princípios básicos:

Art.4º São princípios básicos da educação ambiental:

I – o enfoque humanista, holístico, democrático e participativo;

II – a concepção do meio ambiente em sua totalidade, considerando a interdependência entre o meio natural, o socioeconômico e o cultural, sob o enfoque da sustentabilidade.

Assim, todos que estão inseridos em um meio social devem ter a preocupação com as suas ações geradas e sobre os impactos que as mesmas têm ao meio ambiente, levando a participação dos envolvidos para a resolução dos desafios que é exposto a respeito da mitigação dos problemas ambientais.

Problemas Ambientais Atuais

A grande preocupação neste século sobre problemas ambientais tem tornado uma grande questão para o nosso planeta a respeito da crise ambiental, ganhando repercussão nos meios de comunicação e no cotidiano da sociedade. Destacam-se também os movimentos ambientalistas, institutos de pesquisas e encontros internacionais, que se mobilizam a desenvolver práticas que reduzam os impactos causados e a degradação ambiental (Junior & Sá, 2017; Sulaiman & Aledo, 2016).

No estudo desenvolvido por Santos e Gardolinski (2016), é exposto que os problemas ambientais se introduziram em pauta entre 1960 a 1970. Os autores abordam que as grandes constatações científicas sobre os danos que estavam sendo causados ao planeta devido à exploração dos recursos naturais, consumo desenfreado produzido pela industrialização e a falta de cuidado com o destino de resíduos sólidos, foram circunstâncias chaves para se pensar nos impactos do desequilíbrio ambiental.

“A intensificação do processo de urbanização é um dos grandes indutores dos atuais problemas ambientais devido à diversificação de usos da terra, à degradação dos solos, à retirada da vegetação, etc.” (Stanganini & Lollo, 2018, p. 119).

De acordo com Pitanga (2016), a crise ambiental é um processo que vai além dos limites físicos dos recursos naturais. Ela também é discutida com uma crise do conhecimento, evidenciando os primeiros problemas nos atores principais dessa história e a educação como um instrumento necessário para seu enfrentamento. “As discussões centradas na chamada “crise ambiental” compõem diversos debates científicos, políticos, econômicos e sociais voltados para a questão ambiental” (Reis & Silva, 2016, p. 146).

Carvalho et al. (2016) e Budzilo (2016) apresentam ainda que uns dos principais problemas ambientais que a sociedade está enfrentando é o aumento na produção do lixo. O consumo exagerado da sociedade leva a uma grande desordem na produção e também no ambiente, repercutindo na falta de conscientização pessoal para o hábito de utilizar o local correto para o destino do lixo, que causam bastantes problemas para os indivíduos.

A degradação das áreas verdes em função do crescimento populacional é também um grave problema enfrentado pelas cidades, pois, essas áreas agem como proteção contra o assoreamento dos cursos d’água, do solo quanto à erosão e regularização dos regimes hídricos (Rubira, 2016).

Outra questão envolvida neste contexto são os espaços livres como as áreas verdes dentro da cidade, caracterizados como parques ou jardins possuindo cunho recreativo e comunitário, mas como estão inseridos em locais com índice populacional sofrem de ações de constante degradação ambiental por falta de conscientização e sensibilização ecológica (Rubira, 2016; Silva, 2016).

No estudo desenvolvido por Barbosa et al. (2017), os autores destacam que para que ocorra uma mudança significativa no comportamento e conscientização a respeito dos problemas ambientais é preciso ter uma união entre os seres humanos e o meio ambiente que eles se encontram inserido. A partir dessa ligação, os autores ainda abordam um processo de interação, e preocupação com o meio ambiente por meio da percepção ambiental.

A percepção ambiental é um elemento voltado para a educação EA, relacionando a natureza e atribuição de valores e conhecimento entre grupos de indivíduos de diferentes culturas para promover uma sensibilização ambiental (Ostrovski & Ostrovski, 2015).

Revitalização de Áreas Urbanas

Com o passar do tempo, as edificações e estruturas das cidades chamam a atenção pela necessidade de um processo de transformação devido à degradação. Assim surgem as oportunidades de valorização e de ser trabalhar uma educação ambiental capaz de conscientizar e sensibilizar possíveis locais culturais e sociais por meio da revitalização desses espaços (Gaspar et al., 2017). Segundo Teixeira (2016), as áreas verdes urbanas surgiram desde o Egito Antigo considerado como jardins. Com o processo de Revolução Industrial foram surgindo áreas verdes maiores conhecidas também como parques urbanos ganhando cada vez mais espaços nas cidades.

A revitalização de áreas urbanas é um tema de diversos estudos, compreendendo as ações e estratégias de recuperação de locais abandonados e degradados que teve início por volta da década de 60, com o movimento progressista italiano, que tinha como objetivo a restauração e preservação de edifícios e centros históricos (Jardim, 2012). A revitalização trata-se de recuperar o espaço ou construção (Tanscheit, 2017). A autora aborda que uma área revitalizada beneficia toda a população e não somente um grupo específico.

Zancheti et al. (2015) apontam alguns projetos de revitalização no Brasil como, por exemplo:

Em Salvador, em 1992 inicia o processo de revitalização que teve como características a reforma urbanística e de imóveis com a mudança radical de usos, introdução de habitação e novo mix comercial. Os objetivos eram mudar radicalmente o perfil de público e atividades para a criação de uma área de comércio, lazer, cultura, turismo e habitação, usando como estratégia a aplicação de investimentos públicos do governo estadual e municipal no apoio a promoção de atividades culturais e subsídios para empresas privadas na área de lazer, alimentação e comércios (Zancheti et al., 2015, p. 7).

Gaspar et al. (2017), ainda mostram ações de revitalização elaboradas pelo projeto Centro Sapiens, que tem como principal objetivo transformar o Centro Histórico da cidade de Florianópolis, incentivando assim uma conexão entre os cidadãos e a cidade em desenvolvimento.

Outros exemplos de revitalização trazidos no trabalho de Zancheti et al. (2015), foram a: recuperação urbana e produzir espaços adaptados para atividades de comércios, serviços e cultura que atraíssem a população em São Luiz/MA, em São Paulo/SP o projeto de revitalização

teve como característica a inclusão de equipamentos culturais e de lazer como atração de novos usuários, a transformação do mix de atividades econômicas e pôr fim a tentativa da mudança na paisagem urbana e em Rio de Janeiro o Projeto Corredor Cultural com objetivo de ir além da preservação de edifícios isolados, introduzindo a questão da preservação das ambiências e de estruturas físicas em conjuntos.

Procedimentos Metodológicos

A metodologia adotada nesse estudo foi elaborada em três etapas: revisão bibliográfica, revitalização do parque urbano Eco Park e aplicação de questionários sobre a percepção da EA no projeto de revitalização.

A primeira etapa do estudo foi realizada no período de setembro a novembro de 2019 por meio da realização de uma revisão bibliográfica sobre os temas: educação ambiental, problemas ambientais e revitalização de áreas urbanas. Utilizaram-se como bases de dados: anais de eventos, sites, livros, publicações em revistas científicas e teses de graduação, especialização e mestrado disponíveis na Scielo Brasil, Portal de Periódicos Capes e nos acervos da biblioteca do Instituto Federal de Mato Grosso, Campus Confresa, delimitando-se para publicações em revistas um período de quatro anos, de 2015 a 2018 e teses um período de dez anos, de 2009 a 2018.

Segundo Marconi e Lakatos (2007), a pesquisa bibliográfica abrange a toda bibliografia desde publicações avulsas, boletins, jornais, revistas, livros, pesquisas, monografias, teses, etc., acessível ao público que realiza estudo do tema e tem a finalidade de colocar o pesquisador em contato com tudo que já foi escrito, dito ou filmado.

A segunda etapa consistiu na revitalização do parque urbano Eco Park, no período de setembro a novembro de 2019. Essa área urbana está situada a 10°39'26.7'' S, 51°35'09.0'' W, na entrada do Loteamento Imperial Eco Park, no município de Confresa-MT. As ações de revitalização foram realizadas em parceria com a Secretaria Municipal de Planejamento, Secretaria de Agricultura e Meio Ambiente, Secretaria de Educação, Secretaria de Obras e Secretaria de Cultura, Polícia Militar, Sindicato Rural, Conselho Tutelar, Escolas, ONGs (Engajamundo e Associação dos Agentes Ambientais Voluntários), além dos moradores da localidade em que a ação foi desenvolvida.

O projeto de revitalização urbana foi elaborado como uma intervenção a médio e longo prazo, sobre uma perspectiva de sustentabilidade ambiental em áreas verdes, promovendo vantagens para o meio ambiente e as comunidades envolvidas para uma melhor qualidade de vida em colaboração com órgãos públicos (Moura et al., 2006).

A etapa de revitalização dividiu em 3 (três) ações, (1) Identificar os principais problemas do parque; (2) Limpeza do local e poda das árvores com auxílios de rastelos, vassouras, sacos de lixos, luvas, facões, canoa para retirada do lixo dentro da represa, pá carregadeira e caminhão para o transporte de lixo para local apropriado; (3) Confecção de placas de sensibilização feitas de madeiras recolhidas em serraria, utilizando tintas, pincéis e arames recozidos.

A terceira e última etapa, se realizou em novembro de 2019 com uma pesquisa qualitativa com 10 (dez) perguntas semiestruturadas (impressas em folhas A4) com 12 (dozes) agentes que estiveram presentes na realização de todas as ações do projeto de revitalização sobre a percepção ambiental, com a faixa etária entre os indivíduos de 18 a 52 anos. Para preservar a identidade dos sujeitos participantes, optou-se por substituir os nomes por algarismos alfanuméricos da seguinte maneira: Agente 1 (A1), Agente 2 (A2), Agente 3 (A3) e assim consecutivamente.

A pesquisa qualitativa possui como objetivo observar e interpretar a realidade estudada. Esta pesquisa utiliza procedimentos metodológicos, buscando explicações e alternativas que não precise de previsões, permanecendo critérios de confiança nas informações repassadas e credibilidade para a comunidade científica (Pádua, 2012).

As perguntas contidas no questionário foram: 1. O que você considera como maior problema ambiental da região? 2. O que você entende sobre educação ambiental? 3. Você considera que a revitalização do Eco Park é um meio de educação ambiental? Justifique. 4. Você acredita que as ações desenvolvidas no Eco Park podem causar mudanças na postura dos moradores e demais pessoas que utilizam a área? 5. Porque você quis participar do projeto? 6. Quais os aprendizados que foram lhe proporcionados por esse projeto de revitalização? 7. Quais benefícios foram proporcionados pelas ações de revitalização do Eco Park? 8. Quais aspectos da revitalização que você considera mais importantes para melhorar os aspectos do parque? 9. Faça sugestões viáveis para promover sensibilização ambiental com os moradores do entorno do Eco Park e demais pessoas que utilizam a área. 10. Você considera que ações de

sensibilização ambiental em áreas urbanas incentivam no desenvolvimento sustentável do município?

Após a coleta dos questionários, analisaram-se às dez perguntas, colocando as respostas em uma tabela no Microsoft Excell 2017. Para análise dos dados das respostas, utilizou-se a metodologia Análise de Conteúdo. A Análise de Conteúdo é uma metodologia capaz de enriquecer o que se busca, sendo uma confirmação ou uma informação dependendo da interpretação do objetivo do estudo (Bardin, 2012). Segunda a autora, com a metodologia é possível dividir o texto em alguns temas principais (categorias) dos resultados obtidos da pesquisa, podendo se ampliar em subtemas (subcategorias) a critério do(s) autor(es).

Por meio da análise dos dados coletados, foram identificadas 5 (cinco) categorias: Problemas ambientais da região; A educação ambiental e a revitalização do Eco Park; A participação no projeto e as mudanças por meio das ações desenvolvidas; Aprendizagem, benefícios e melhoria para o parque; Desenvolvimento sustentável e sensibilização.

Contextualização e ações desenvolvidas pelo projeto de revitalização

A Primeira denominação do núcleo de povoação que originou o município de Confresa foi Vila Tapiraguaia, uma fusão dos termos Tapirapé e Araguaia. Tratava-se de referência geográfica aos Rios Tapirapé e Araguaia (Ferreira, 2017). Com passar dos tempos, as pessoas começaram a chamar o local de Confresa em alusão a Colonizadora Frenova Sapeva, que foi acatada oficialmente (IBGE, 2020).

O município de Confresa está localizado na Microrregião Norte do Vale do Araguaia inserido no Estado do Mato Grosso, possuindo imensas extensões de terras que servem para o plantio de grão e pastagens (Cessa, 2013). Segundo dados do IBGE (2020), o município possuía em 2010 um total de 25.124 habitantes e a estimativa para o ano de 2019 em torno de 30.933 habitantes.

O parque utilizado como objeto do estudo está localizado no município de Confresa no loteamento Imperial Eco Park, e começou a ser construindo em 2014 para atender a comunidade do local com área de lazer e descanso, contando com duas represas e espaço para pratica de atividades físicas. A área do parque é de aproximadamente 56.058 m², cuja visão aérea está ilustra a Figura 1.

Figura 1: Visão aérea do parque por satélite.



Fonte: Google Maps (2019).

Sendo uma área com bastantes espécies arbóreas com a função de preservar os recursos hídricos, é imprescindível que se crie ações e práticas educativas voltadas à EA para que não ocorram danos severos de degradação de tais recursos. O parque também se mostra muito suscetível para a realização de aulas práticas, palestras de preservação e pesquisas para desenvolver em seu entorno, possuindo muitas espécies nativas.

O projeto se inicializou com uma primeira reunião na segunda quinzena do agosto de 2019 na Câmara Municipal de Confresa. A reunião contou com a participação dos agentes ambientais voluntários, agentes da Ong Engajamundo, secretário do meio ambiente e agricultura, secretário do turismo, secretária da cultura, professores, estudantes, policiais civis, servidores da prefeitura e a equipe da televisão local RNA TV.

Durante a primeira reunião, foram elencados alguns problemas encontrados no parque: o local se encontrava com bastante lixo espalhado por toda a área e dentro das duas represas, churrasqueiras improvisadas feitas de tijolos, carência de recolhimento do lixo que era depositado nas lixeiras, ausência de iluminação pública, tráfico e consumo de drogas no período noturno e poluição sonora principalmente nos finais de semana.

A partir dos principais problemas do parque elencados fez-se um planejamento das atividades para realizar em 2019 pelos agentes. Assim, às duas ações iniciais para ajudar a melhoria da qualidade e infraestrutura do parque foram: limpeza do local e confecção de placas de sensibilização.

No decorrer da primeira semana do mês de outubro, a associação dos agentes ambientais voluntários com a equipe de Secretaria de Obras e a equipe da Secretaria de Planejamento começaram fazendo a poda dos galhos das árvores e retirando galhos secos encontrados com auxílio de materiais de limpeza com facões e motosserras (Figuras 2A e 2B).

A equipe do projeto focou na retirada dos galhos mais baixos das árvores, facilitando assim a elaboração das próximas ações e também a caminhada por todo o parque pelos moradores. Foram retirados, ainda no início, os galhos secos e árvores mortas do meio do parque para ser levado a uma área de floresta encontrada no final do loteamento, pois a permanência do mesmo poderia trazer problemas futuros para a população, tal como: abrigar animais peçonhentos em um local de grande circulação de pessoas.

Após a retirada dos galhos e árvores mortas foi realizada a limpeza do local, onde se encontrava em uma situação de verdadeiro descaso pelos moradores da região que faziam churrasqueiras improvisadas de tijolos e uma grande quantidade de lixo espalhados na área (Figuras 2C e 2D).

Figura 2: Situação encontrada no Parque.



Fonte: acervo pessoal (2019).

Dentro do parque, a quantidade de lixo encontrado era uns dos principais problemas no local, pois apenas duas lixeiras estavam presentes para a coleta. Foi possível observar que a coleta do lixo não ocorre semanalmente, agravando mais o problema. Assim, na ação de coleta foi preciso vasculhar com auxílio de rastelos e vassouras toda a serapilheira para encontrar resíduos sólidos entre a serapilheira e até mesmo ações dentro das represas.

Nos dias seguintes, os agentes ambientais voluntários de Confresa entraram em ação dentro da represa do parque, retirando lixos, tais como: sacolas, garrafas PET e de alumínio, roupas, fraudas descartáveis e capim (Figura 2E e 2F), essa atividade contou com a participação da Secretaria do Meio Ambiente que disponibilizou uma canoa para facilitar o acesso.

Foi possível recolher uma grande quantidade de resíduos dentro das represas, podendo prejudicar algumas espécies de peixes presentes no parque e principalmente no fluxo de água.

Por último, aconteceu o dia “D”, que reuniu a Secretaria Municipal de Planejamento, Secretaria Agricultura e Meio Ambiente, Secretaria de Educação, Secretaria de Obras e Secretaria de Cultura, Sindicato Rural, Conselho Tutelar, Escola Municipal Tiradentes, ONG Engajamundo e a Associação dos Agentes Ambientais, além dos moradores da cidade para terminar a limpeza, contado com ajuda de uma pá carregadeira para retirada do lixo e dos galhos/pedaços das árvores do local e um caminhão para o transporte do mesmo a um local. Todo lixo encontrado no local foi colocado em sacos de plásticos pretos e destinados para o “Lixão” do município. Cabe ressaltar que o município ainda não possui um aterro sanitário para a deposição correta do lixo.

Nesse dia “D”, alguns agentes pintaram os troncos das árvores com cal, no processo chamado de caiação. Mas por falta de planejamento e diálogo nessa questão não se verificou os impactos negativos de tal prática, pois antigamente acreditava-se que ao pintar os troncos das árvores estaria protegendo contra agentes patogênicos, porém não traz nenhum benefício para as plantas, apenas prejudicando as trocas gasosas.

A EA utiliza estratégias relevantes como as placas informativas e de sensibilização, desde que se enquadram no perfil ambiental e de envolvimento com a comunidade destinada, identificando os problemas de uma área, a manutenção e de como ocorreram à mudança por essas estratégias (Dias, 2004).

A terceira ação do projeto foi à confecção de placas de sensibilização de preservação do meio ambiente. Nesta ação utilizaram-se pedaços de madeiras doadas por uma serraria da cidade, tinta acrílica branca, pincéis marcadores pretos e azuis e furadeira.

Em cada placa foram escritas frases encontradas na “internet” e colocadas nas árvores com auxílio de arame recozido. Optou-se por colocar as placas penduradas nas árvores ao invés de estacas e não utilizar pregos prejudicando assim os vasos condutores de nutrientes

Com essa ação, buscou-se uma maior sensibilização das pessoas que visitam o parque no que diz respeito a utilizar o espaço de forma consciente, a jogar o lixo gerado em local correto, a conservação dos recursos hídricos, a importância das espécies arbóreas e principalmente a ações em prol da EA.

Resultados e Discussões

Conforme descrito na metodologia, foram entrevistados 12 agentes que atuaram no projeto de revitalização. Diante das respostas coletadas, foram identificadas 5 (cinco) categorias de análise por meio das questões contidas no instrumento de coleta de dados: Problemas ambientais da região; A educação ambiental e a revitalização do Eco Park; A participação no projeto e as mudanças por meio das ações desenvolvidas; Aprendizagem, benefícios e melhoria para o parque; e Desenvolvimento sustentável e sensibilização, conforme Quadro 1:

Quadro 1: Organização dos dados da pesquisa.

Pergunta(s) do questionário	Categorias
1. O que você considera como maior problema ambiental da região?	Problemas ambientais da região
2. O que você entende sobre educação ambiental? 3. Você considera que a revitalização do Eco Park é um meio de educação ambiental? Justifique.	A educação ambiental e a revitalização do Eco Park
4. Você acredita que as ações desenvolvidas no Eco Park podem causar mudanças na postura dos moradores e demais pessoas que utilizam a área? 5. Porque você quis participar do projeto?	A participação no projeto e as mudanças por meio das ações desenvolvidas
6. Quais os aprendizados que foram lhe proporcionados por esse projeto de revitalização? 7. Quais benefícios foram proporcionados pelas ações de revitalização do Eco Park? 8. Quais aspectos da revitalização que você considera mais importantes para melhorar os aspectos do parque?	Aprendizagem, benefícios e melhoria para o parque

<p>9. Faça sugestões viáveis para promover sensibilização ambiental com os moradores do entorno do Eco Park e demais pessoas que utilizam a área.</p> <p>10. Você considera que ações de sensibilização ambiental em áreas urbanas incentivam no desenvolvimento sustentável do município?</p>	<p>Desenvolvimento sustentável e sensibilização</p>
--	---

Fonte: Elaborada pelos autores (2019).

A partir das categorias elencadas surgiram subcategorias, conforme no Quadro 2.

Quadro 2: Subcategorias encontradas.

Categorias	Subcategorias
Problemas ambientais da região	Falta de conscientização da população
	Desmatamento e problemas relacionados
	Destino do lixo
A educação ambiental e a revitalização do Eco Park.	O papel da educação ambiental
	Impactos ao meio ambiente
	Construção do conhecimento mediante ao projeto de revitalização
A participação no projeto e as ações desenvolvidas.	A importância do projeto
	Mudanças acontecidas após as ações
Aprendizagem, benefícios e melhoria para o parque.	O cuidado com o meio ambiente
	A principal ação desenvolvida
Desenvolvimento sustentável e sensibilização	Fiscalização
	Ações no espaço escolar

Fonte: Elaborada pelos autores (2019).

Cada uma das categorias e subcategorias serão apresentadas e discutidas na sequência.

Problemas ambientais da região

A EA busca elaborar métodos e técnicas dentro e fora do ambiente escolar que facilite na formação da consciência a respeito da gravidade e a necessidade sobre os problemas ambientais (Carvalho et al., 2016). Com relação à categoria obtida da pergunta 1 (um), buscou identificar por meio dos agentes o que eles consideravam o maior problema da região, assim da categoria problemas ambientais da região surgiu as seguintes subcategorias: falta de sensibilização da população, desmatamento e problemas relacionados e destino do lixo.

No que se refere à subcategoria: falta sensibilização da população obtiveram-se duas respostas: A4: “Falta de conscientização das pessoas”. A6: “A falta de consciência e atitude de todos que vivem na região”.

É evidente nas respostas alcançadas que a região mostra um déficit no que abrange a preocupação e preservação e conservação com o meio ambiente, pois ocorre a degradação de vários locais no município. Sendo preciso à elaboração de mais ações envolvendo a EA e a população, pois as questões ambientais encontram-se em extrema urgência de serem debatidas. Portanto, a EA busca maneiras conscientes para melhoria e proteção do meio ambiente e prevenção contra desastres ambientais (Carneiro et al., 2016; Fonseca, 2016).

Diante do questionamento dos problemas ambientais da região, as repostas dos agentes A4 e A6 se mostraram adjacentes. Deste modo, cabe acentuar que a grande preocupação com os problemas ambientais é um dever de todos. Sendo que a EA se entende dos espaços formais da educação ao contato com meio ambiente, é imprescindível que aconteça mais ações voltadas para a conscientização ambiental, principalmente no âmbito escolar, visto que formando cidadãos conscientes presenciamos a criação de um futuro melhor (Hofstatter et al., 2016; Rodrigues & Sahab, 2018).

A respeito ao desmatamento e problemas relacionados, sendo tais problemas os mais apontados na pesquisa, algumas respostas dos agentes foram: A7: “O maior problema da região está ligado com assoreamento dos rios e desmatamentos. Na área urbana a população sofre com o abastecimento de água”. A2: “Desmatamento e assoreamento”. A9: “Queimadas, desmatamento e assoreamento”.

Na percepção dos agentes diante da subcategoria fica evidente que o principal problema ambiental enfrentado pela região é o desmatamento, podendo ter impactos nos demais, como o assoreamento dos rios, abastecimento de água e queimadas. Segundo o Projeto de Monitoramento do Desmatamento na Amazônia Legal por Satélite (PRODES), em 2018 a área desmatada do município de Confresa-MT equivalia à 3906.8 km², mostrando um crescimento de 0,73 %, desde 2016.

Assim, como abordam os agentes A2, A7 e A9 a respeito dos assoreamentos dos rios, Rubira (2016) aponta que tal problema é oriundo principalmente da degradação das áreas verdes para crescimento populacional. Cabe ressaltar ainda que além do crescimento populacional a degradação das áreas verdes é estimulada para a produção da agricultura e pecuária.

O desmatamento ocasionado principalmente para a produção de grãos e a pecuária assumiu papel de destaque como principal problema da região, que além de afetar a fauna e flora, o desmatamento agrava vários outros problemas citados pelos agentes, tais como:

queimadas, assoreamento dos rios e o abastecimento de água para a área urbana e outros problemas que não foram abordados: altas temperaturas, diminuição das chuvas, desgaste dos solos e redução da umidade relativa do ar.

Como relatados pelos agentes, o município ainda sofre com a escassez de água entre os meses de maio a outubro, devido que o Córrego Cacau como a principal fonte de abastecimento se encontra desprotegido de mata ciliar ocasionado principalmente pelo desmatamento.

Na subcategoria destino do lixo os agentes relataram alguns problemas: A11: “Destino incorreto dos resíduos sólidos”. A12: “[...] queimadas de lixo nas áreas urbanas”.

A10: O descarte inadequado do lixo urbano e principalmente o lixo da zona rural (pelo menos na urbana ainda tem coleta seletiva mesmo não tendo um aterro sanitário adequado). Descarte inadequado de resíduos de sólidos de defensivos agrícolas [...].

Conforme Carvalho et al. (2016) e Budzilo (2016), o consumo exagerado da sociedade leva a uma desordem na produção e no destino do lixo, causando vários problemas a população. No município o destino dos resíduos sólidos é realizado no “Lixão” a céu aberto sem nenhum tratamento, podendo contaminar córregos, rios e represas, destaca-se que constantemente ocorre a queimadas dos resíduos no local. Ainda como relata o agente A12, é perceptível que os moradores queimam resíduos sólidos dentro do município, ocasionando prejuízos enormes para a população devido à grande quantidade de fumaça produzida e contaminando o ar e provocando doenças respiratórias.

De acordo com o agente A10, na zona rural é feito o descarte inadequado dos resíduos oriundos dos defensivos agrícolas, tal problema pode acarretar principalmente na contaminação dos lençóis freáticos que compromete a vida dos humanos e dos animais.

Uma pesquisa desenvolvida por Ostrovski e Ostrovski (2015), com estudantes do curso de graduação em Engenharia de Alimentos na Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR) Campus Medianeira, mostra resultados semelhantes em comparação aos agentes deste trabalho sobre os problemas ambientais na cidade de Medianeira-PA, foram elencados pelos estudantes: falta de água, queimadas, desmatamento e lixo na rua.

Os resultados quanto aos conhecimentos dos agentes sobre os problemas ambientais mostraram uma grande compressão sobre o tema no município. Diante disso, é possível que mais ações e práticas possam ser desenvolvidas na região para que aconteça uma sensibilização pelo meio ambiente. Por essa razão Barbosa et al. (2017) afirmam que para que ocorra uma

mudança no comportamento e conscientização a respeito dos problemas ambientais é preciso ter uma união entre os seres humanos e o meio ambiente em que eles se encontram inseridos.

Portanto, essas concepções mostram que a EA estimula na visão dos problemas ambientais, a resolução dos problemas reais e a concretização de projetos que visam preveni-los (Cruz et al., 2016). Assim, ações de coleta seletiva do lixo, redução no desperdício de água e outras atitudes para a proteção do meio ambiente, são ações que devem estar presentes em cada indivíduo, havendo uma mudança comportamental (Carneiro et al. 2016).

Além dos problemas elencados, os agentes apontaram sobre as queimadas rurais, que ocorrem principalmente entre os meses de setembro a outubro, deixando o ar poluindo e agravando casos de pessoas com problemas respiratórios e também queimadas urbanas de lixo que acontecesse em vários períodos do ano.

A educação ambiental e a revitalização do Eco Park

“A educação é apontada como uma das ferramentas imprescindíveis na iniciativa de buscar orientar humanidade para que possa tomar outro rumo, um novo destino” (Pitanga, et al., 2016, p. 145). O projeto de revitalização teve como objetivo principal promover a EA no parque, deste modo a segunda categoria sobre a EA e a revitalização do Eco Park emergiu das perguntas 2 (dois) e 3 (três). Dentro da categoria foi possível identificar as seguintes subcategorias: O papel da educação ambiental, impactos ao meio ambiente e construção do conhecimento mediante ao projeto de revitalização.

As repostas dos agentes sobre o papel da educação ambiental foram: A2: “É a educação que forma indivíduos preocupados com o meio ambiente. A partir daí busca a preservação do meio em que vive”. A3: “Entendo que é toda forma de educação que visa à conscientização das pessoas para que busquem viver de forma mais sustentável”. A12: “É uma educação que visa melhorar o meio ambiente”.

A9: É um processo responsável que contribuem para que os indivíduos construam conhecimento, atitudes relacionando com a preservação/conservação do meio ambiente, e é uma ação educacional para adquirir a consciência ambiental que precisamos para construir uma sociedade mais igualitária garantida um futuro melhor para as futuras gerações.

A10: Formação socioambiental de um indivíduo, onde ele constrói valores sociais individuais e coletivos, habilidades de conservação do meio onde ele vive, assim como

o uso comum do povo, evitando desperdícios de alimentos, reduzindo o consumo de coisas desnecessárias e a quantidade de lixo produzido além de reciclar.

Com relação às repostas obtidas, os agentes possuem uma visão ampla ligada ao papel da EA em relação à natureza e meio ambiente, descrevendo que é um processo que se constrói conhecimento sobre a proteção e melhorias. Foi constatado também pelos agentes a preocupação em tornos dos problemas ambientais, por exemplo, o consumo exagerado, desperdício de alimentos e a quantidade de lixo produzido.

Assim como o A3 evidencia que a EA compreende a toda forma de educação que visa à sensibilização das pessoas, Hofstatter et al. (2016), debatem que a EA não se restringe aos espaços formais da educação, mas por meio da escola é possível promover uma formação comprometida com as causas ambientais que será apresentada nas demais áreas.

Segundo o A10, a EA possui o papel de formação socioambiental de um indivíduo, é importante ressaltar que essa formação não impõe hábitos e modelos comportamentais, os autores Cruz et al. (2016), destacam que cada cidadão construa atitudes voltadas a preservação do meio ambiente. Carvalho et al. (2016) nesse contexto, enfatiza que é importante que EA desperte o sentimento de que somos corresponsáveis pelas mudanças de atitudes de preservação e na promoção de um novo tipo de desenvolvimento, o desenvolvimento sustentável.

Na segunda subcategoria sobre os impactos ao meio ambiente, os agentes relataram: A4: “Ensinar as pessoas que as ações feitas por elas têm impactos no meio ambiente, quais seriam como reverter ou cuidar para não piorar”. A1: “É uma forma de conscientizar as pessoas sobre os impactos negativos que elas causam no meio ambiente e como mudar isso”.

Nas respostas dos agentes A1 A4, relata-se que as ações dos seres humanos podem ter impactos negativos ao meio ambiente e que se não houver uma mudança significa teremos um agravamento dos problemas ambientais no futuro. Assim, no trabalho desenvolvido por Junior e Sá (2017), ressaltam que a preocupação do século XVI é em torno das questões ambientais, Santos e Gardolinski (2016), ainda afirmam que os impactos ambientais são devido à exploração dos recursos naturais, consumo desenfreado e a falta de cuidados com o destino de resíduos sólidos.

Deste modo, faz-se necessário que todos reflitam sobre os impactos causados pelas suas ações ao meio ambiente e procurar maneiras de utiliza-lo sem promover a degradação. A respeito da prevenção contra os desastres ambientais, Sulaiman e Aledo (2016), destacam que é

preciso conhecer para prevenir por meio de conhecimentos científicos em prol do desenvolvimento sustentável. Essa mudança não é apenas a transferência de conhecimentos, é preciso um compromisso com a transformação da sociedade e no pensamento crítico consciente, livre e responsável com o mundo a sua volta (Carvalho et al., 2016).

A terceira subcategoria sobre construção do conhecimento mediante ao projeto de revitalização, os agentes apontaram: A11: “[...] a revitalização é uma forma de mostrar a todos que um ambiente limpo, bem cuidado e preservado, melhora a qualidade de vida de todos”. A8: “[...] é uma ação comunitária que atinge e educa pessoas de todas as áreas da cidade, considerando uma consciência cidadã”. A9: “Sim, este é um importante local de preservação ambiental, onde a população tem um espaço público voltado para a convivência harmônica com o meio ambiente”.

A2: “[...] qualquer ação já está sim promovendo um aprendizado, e a revitalização do Eco Park está totalmente voltada para a essa educação ambiental”. A3: “[...] foi um espaço de educação informal e de troca de experiências entre todos os envolvidos. Além de que o contato com o local proporcionou uma sensação de pertencimento”.

Foi percebido que as respostas obtidas pelos agentes que o projeto de revitalização cumpriu com o seu objetivo de promover a EA, pois, por meio das ações desenvolvidas foi possível a troca experiências sobre o processo de preservação do parque, sendo proibida a retirada de recursos naturais. Nesse contexto, Cruz et al. (2016) abordam que as propostas da EA é um processo que exige uma ação coletiva e ações na transformação do sujeito, construindo uma visão crítica em relação ao homem e ao meio ambiente.

Deste modo, A EA Construtivista que busca desenvolver projetos e ações à prevenção aos problemas ambientais (Sorrentino & Trabjer, 2007), Guimarães (2016) acredita que por meio dos conhecimentos nas ações e no desenvolvimento ocorre uma transformação da sociedade na compreensão da gravidade dos problemas socioambientais.

A participação no projeto e as mudanças por meio das ações desenvolvidas

A EA tem como missão criar um espírito crítico para a cidadania por meio de escolhas conscientes e responsáveis (Leite et al., 2016). Assim, a terceira categoria sobre a participação no projeto e as mudanças por meio das ações desenvolvidas surgiu das perguntas (4) quatro e

(5) cinco. A partir da elaboração da categoria foi possível evidenciar as seguintes subcategorias: A importância do projeto e mudanças acontecidas após as ações.

Sobre a importância do projeto, os relatos dos agentes foram: A3: “Achei o projeto muito importante para a melhoria dos poucos espaços de lazer da cidade e para proteção da fauna do local que estava prejudicada devido à grande quantidade de lixo”. A11: “Eu participei do projeto, pois é muito importante que todas as pessoas assumam a sua responsabilidade social”. A1: “Eu participei porque existia a necessidade de se fazer algo em relação àquele local e também por influência de amigos”.

A9: Ansiava por estar revitalização geral, manutenção, algo que nunca ocorreu desde a sua inauguração. Um local de grande relevância, por ser uma área de preservação permanente (APP), utilizando inclusive como referência na promoção da educação ambiental.

A10: Porque acredito que uma ação transforma a forma como as pessoas no entorno visualizam aquela área tão promissora. Para muitos lá é um local de lazer, no entanto, uma parte não entende isso e pensa que lá é somente um depósito de lixo. Acredito que dando o exemplo pelo menos uma pessoa será atingida de forma positiva e quem sabe essa pessoa também resolva fazer uma ação e assim mais pessoas vão sendo tocadas – uma gentileza gera muitas outras gentilezas.

De acordo com as respostas obtidas, fica evidente que ações desenvolvidas foram importantes para a melhoria e revitalização do parque e que nos pensamentos dos agentes que participaram do projeto já havia uma preocupação a respeito do local, mas precisava-se de uma iniciativa para que tais ações fossem desenvolvidas. Assim, a partir das ações e o conhecimento adquirido, espera-se que os agentes possam elaborar mais propostas que atinja grande parte da sociedade. Faz-se necessário à elaboração de ações críticas e inovadoras em relação às questões ambientais, objetivando a formação de cada cidadão (Carvalho et al., 2016).

O parque nunca havia passado por uma revitalização ou reforma, o mesmo se encontrava bastante sujo e com lixo espalhado por toda sua extensão, inclusive dentro das represas, o A9 aborda que ansiava por esta revitalização, pois nunca ocorreu nenhuma ação desde inauguração, destacando que o parque é de grande relevância para a sociedade, sendo uma Área de Preservação Permanente (APP), servindo de referencial para a EA, assim todos que frequentam o parque ou que participaram do projeto tenham uma responsabilidade social com o meio ambiente.

Na subcategoria mudanças acontecidas após as ações desenvolvidas, os agentes apontaram: A2: “Depois da ação que foi feita no Eco Park, as pessoas não jogam mais lixo como

antes (influenciadas pelas placas de sensibilização que foram ali colocadas)”. A12: “Porque por meio de pequenas ações conseguimos trazer melhorias para toda a população”.

A9: [...] está revitalização é super importante para a população do Eco Park e outros bairros, pois é um local onde diversas atividades podem ser desenvolvidas, por exemplo, caminhadas e outros exercícios, e também, um ponto de encontro da comunidade, atendendo desde crianças até os idosos.

A3: “Ao ver que as pessoas estão cuidando do lugar os outros visitantes do parque podem seguir o exemplo começando a melhorar suas atitudes”. A8: “pois demonstra uma preocupação coletiva com a problemática de revitalizar uma área verde”. A11: “Porém são necessárias ações mais pesadas em relação à fiscalização do local. Pois, se percebe que práticas de mau comportamento em relação ao uso do local permanecem”.

Em relação à subcategoria percebe-se que as ações desenvolvidas tiveram impactos na população do município como aborda o agente A2 sobre a importância de utilizar as placas de sensibilização, mas segundo o A11 ainda é preciso ter uma maior fiscalização do local. Além da fiscalização que é um fato importante para se considerar, Barbosa et al. (2016), colocam que seria necessário encontrar meios mais efetivo no espaço escolar, ou até mesmo fora da escola de promover ações contínuas de preservação ambiental, por meio de leituras, projetos e tantas outras.

Tiveram duas respostas que se divergiram das demais dos agentes A1 e A5: A1: “Não, vejo a revitalização do Eco Park como uma ação conjunta. Muitas pessoas estavam ali só por status sociais e essa educação deve ser feita de outras formas”. A5: “Não, porque quem auxiliou já tinha essa sensibilização para o meio ambiente, só exercitou o que já tinha”.

Diante disso, cabe ressaltar que essas pessoas que só participaram das ações para poder postar fotos nas redes sociais contribuíram com o processo e nas ações propostas, e por mais que os elaboradores do projeto já tivessem o entendimento sobre a EA, todos os agentes que participaram das ações teve algo para acrescentar, compartilhando com os demais.

Aprendizagem, benefícios e melhoria para o parque

Carneiro et al. (2016) abordam que nas últimas décadas as preocupações sobre os problemas ambientais vêm se intensificando, é preciso uma mudança de posturas ao equilíbrio para educar a sociedade. Assim, a quarta categoria que contempla a aprendizagem, benefícios e melhoria para o parque emergiu das perguntas 6 (seis), 7 (sete) e 8 (oito). Dentro

da categoria se manifestou as seguintes subcategorias: Cuidado com o meio ambiente e a principal ação desenvolvida.

Na subcategoria, cuidado com o meio ambiente, os agentes abordaram: A5: “Precisamos entender a importância do trabalho em equipe, que precisamos ter mais contato com a natureza e que trabalhar sem esperar nenhum retorno financeiro, só pelo ato de colaborar, faz bem para a alma”. A8: “Que quanto mais se preocupa em divulgar e sensibilizar as pessoas mais surge pessoas preocupadas com a causa”.

A10: Que essas ações não devem ser só pontuais, elas têm que acontecer em forma de sensibilização nos outros setores, porque toda a cidade faz uso daquele espaço. Tem que ter aumento da divulgação publicitária, não só nas redes sociais, mas também nas mídias. Foi uma ação que atingiu um quantitativo substancial de pessoas, que pôde ser visualizado nas postagens das redes sociais, onde a comunidade fazia elogios e agradecimentos às pessoas que realizaram a limpeza do parque. Fica claro que elas entendem a importância da ação, mesmo não participando.

A1: “Precisamos ter consciência de que jogar lixo em locais indevidos é ruim, precisamos ter educação ambiental e ter compromisso conosco de não jogar lixo em locais públicos”. A2: “Que devemos guardar até uma embalagem de balinha, porque faz toda diferença”.

Percebe-se nessa categoria a ação de coletividade voltada a EA e o respeito ao meio ambiente. Os agentes elencaram que desenvolver ações da EA em grupo ajuda no processo de aprendizagem e que mais pessoas possam ser engajadas nas causas ambientais. Carvalho et al. (2016), debatem que cada indivíduo tem uma maneira de percepção e a partir dessa percepção cria-se programas de EA, que possa envolver e despertar mais pessoas na preservação ambiental.

Sobre a categoria a principal ação desenvolvida, foram relatadas as seguintes respostas: A3: “A limpeza do lixo na beira das represas e na serapilheira [...]”. A6: “Sem dúvida nenhuma a limpeza e coleta de lixos [...]”. A8: “A coleta de lixo e as placas de sensibilização com uma linguagem descontraída”.

Partido do pressuposto das ações desenvolvidas os agentes citaram mais de uma ação: limpeza e coletas do lixo e as placas de sensibilização. Deste modo, é evidente que as ações elaboradas tiveram impactos para os agentes e ao meio ambiente. Pitanga (2016) aborda que nesse cenário, a EA é indispensável para uma integração de valores ambientais para garantir uma nova formação humana. A autora ainda enfatiza que é preciso uma nova postura na construção de sociedades ecologicamente equilibradas.

A1: “As pessoas agora possuem um local mais limpo e mais organizado para passar aquele final de semana”. A5: “O local ficou mais chamativo e convidativo para passar alguns momentos em família ou com amigos”.

A10: “Ambiente mais aprazível e acolhedor para se passar uma tarde com amigos e familiares. O ambiente ficou afável para se fazer uma aula prática com estudantes das escolas locais. Mais famílias começaram a frequentar o local. Houve diminuição da poluição visual do local”.

Nos estudos de Lima e Rocha (2016), os parques urbanos estão sempre ligados à preocupação de conservação, preservação e revitalização, pois esses espaços servem para manifestações culturais e artísticas. Deste modo, todos os indivíduos em torno do parque, perceberam os impactos positivos da revitalização, mas esses ganhos não podem ser temporários, é preciso que a comunidade adote ações e interesses ao longo prazo (Tanscheit, 2017).

A12: “O parque tornou-se mais agradável para as pessoas irem ao final de semana”. A9: “Por meio das ações desenvolvidas no local, proporcionou que este espaço fosse utilizado por todos e na conscientização da importância de sua preservação”.

Desenvolvimento sustentável e sensibilização

É importante que ações produzidas no presente tenham impactos positivos no futuro (Carneiro et al., 2016). Deste modo, a quinta categoria sobre o desenvolvimento sustentável do município e sensibilização, que aborda sugestões para promover a EA surgiu das perguntas 9 (nove) e 10 (dez). Dentro da categoria emergiu as seguintes subcategorias: fiscalização e ações no espaço escolar.

Referente à subcategoria falta de fiscalização, os agentes relataram: A1: “A contratação de fiscais que reprima pessoas que não utilizam corretamente aquela área”. A11: “Ações de fiscalização ambiental em relação a queimadas urbanas de folhas e lixos, e lançamento de esgotamento sanitário”.

Com as repostas obtidas, percebe-se que ainda precisa ser desenvolvidas mais ações em torno da EA, pois no município a fiscalização ambiental é precária na área do projeto e a respeito das queimadas urbanas. Assim é preciso uma maior preocupação com alguns problemas da região para que ocorra um desenvolvimento sustentável e uma sensibilização ambiental.

Leite et al. (2016), acometem que a sensibilização pode acontecer em todo ambiente (ambiente escolar, bairros e comunidades), contribuindo para uma formação preocupada o desenvolvimento das sociedades de formas mais justas e consciente sem prejuízo ao meio ambiente.

Em relação à subcategoria ações no espaço escolar, os agentes apontaram: A10: “Ações formativas nas escolas, que trazem linguagem acessível para o estudante, pois eles são os maiores replicadores de informações que podem agir em favor daqueles que encabeçam o processo de revitalização do parque”. A12: “Elaborar mais ações de sensibilização principalmente nas escolas”. A6: “Envolver as escolas, a secretaria de saúde por meio dos agentes de saúde, falando e fazendo ações que desperte essa tomada de consciência, algo esse cuidar”.

Nesta subcategoria é evidenciado pelos agentes que para ocorrer uma maior sensibilização ambiental é preciso desenvolver ações nos espaços formais de educação. Assim Barboza et al. (2016), destacam que para que a escola consiga trabalhar a sensibilização ambiental, faz se necessário que se tenha políticas institucionais diárias sobre a preservação e conservação ambiental, uma vez que a abordagem de EA em alguns momentos têm sido ineficientes para mudanças na sociedade.

No estudo desenvolvido por Figueiredo (2016), mostra que ações em prol da EA já vêm acontecendo no município de Confresa-MT, como é o caso da Escola Estadual Sol Nascente. Localizada na zona rural, a escola possui local apropriado para o destino do lixo com lixeiras seletivas e por meio do projeto Mais Educação, os estudantes realizam a arborização do local e a construção de uma horta, incentivando a uma alimentação saudável e a não utilização de substâncias que prejudicam o meio ambiente para a produção de alimento.

Na Escola Estadual Sol Nascente, os professores promovem debates sobre as questões ambientais, tornando possível com essas discussões preparar aulas que possam trabalhar a EA na escola, fortalecendo assim uma aprendizagem de qualidade (Silva, 2016).

Deste modo, o âmbito escolar como apresentado na subcategoria, possui a responsabilidade de desenvolver ações voltadas a EA, encaminhando os estudantes a serem ativos na conservação do meio ambiente por meio de atividades artísticas, experiências práticas, atividades fora de sala de aula e projetos (Leite et al., 2017). Nesse contexto Barboza et al.

(2016), abordam que as práticas da EA se tornam necessárias no ambiente escolar, pois é uma estratégia promissora na formação cognitiva das crianças e dos adolescentes.

Outras ações apontadas pelos agentes para ajudar no processo de sensibilização foram à implantação de placas de identificação das espécies arbóreas do parque, lixeiras ecológicas e coletores de resíduos, entregar de panfletos e oficinas de materiais recicláveis. Assim é importante que no espaço institucional e fora aconteçam mais ações voltadas para a EA no parque e no município.

Cabe destacar ainda que Secretaria Municipal de Agricultura e Meio Ambiente em parceria com o Ministério Público, EMPAER, IFMT, UNEMAT e INCRA, estão discutindo propostas de intervenção ambiental para serem elaboradas no projeto “Cacau Verde” que visa a conservação do principal córrego que abastece o município de Confresa-MT, o mesmo se encontra desprovido de matar ciliar (Governo de Confresa, 2020).

Considerações Finais

O presente estudo teve como objetivo descrever as percepções dos agentes que atuaram na revitalização do Eco Park sobre a EA envolvida no projeto. Dentro desse contexto realizou uma pesquisa de cunho qualitativo com 10 (dez) perguntas semiestruturadas envolvendo desde os problemas ambientais da região até sugestões para promover a sensibilização ambiental.

A EA sendo um instrumento de melhoria para o meio ambiente, também tem o papel de apontar os problemas e como solucioná-los. Nesse sentido, os agentes mostraram um grande conhecimento em relação à percepção da EA, dos problemas ambientais: a falta de conscientização, desmatamento e destino do lixo e a compressão de sustentabilidade. Assim, a análise permitiu uma maior aproximação da participação do homem com a natureza, despertando novos comportamentos para os que atuaram no projeto e para aqueles que visitam o parque.

Os agentes destacaram bastante o desmatamento como principal problema regional. Deste modo, é questionado que se pensem em ações focada na EA para à mitigação dos problemas dentro das escolas, sendo possível a parceira com os Órgãos Públicos da região. Ainda foi possível observar uma preocupação por parte dos agentes para se desenvolver mais ações e sugestões de melhoria, como a implantação de placas de identificação das espécies arbóreas, lixeiras ecológicas e oficinas de materiais recicláveis.

Algumas ações são realizadas em escola do município de Confresa-MT para a promoção da EA como mostra o estudo. Assim, por meio do projeto de revitalização do Eco Park espera-se que mais ações de sensibilização e melhoria para o meio ambiente possam ser elaboradas e que essa pesquisa seja capaz de servir como base para uma mudança no pensamento crítico da população a respeito dos impactos ambientais e que mais estudo e ações possam ser realizados na área da EA.

Deste modo, considera-se que a pesquisa possa influenciar nas práticas pedagógicas das escolas do município, realizando um trabalho de qualidade por meio de propostas trazidas pelos professores nos conteúdos a respeito do conhecimento e mudanças de comportamentos de ações voltadas para a EA.

Referências

- Barboza, L.A.S.; Brasil, D.S.B; Conceição, G. S. (2016). Environmental perception of 6th and 9th grade students from a municipal school in Redenção, Pará State, Brazil/Percepção ambiental dos alunos do 6º e do 9º anos de uma escola pública municipal de Redenção, Estado do Pará, Brasil. *Rev Pan-Amaz Saude*, p. 11-20. Disponível em: <http://scielo.iec.gov.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2176-62232016000400011&lng=pt&nrm=iso>. Acesso em: 26 Jan 2020.
- Bardin, L. (2012). *Análise de conteúdo*. Edições 70. São Paulo.
- Brasil (1999). Lei Nº 9795, de 27 de abril de 1999. Dispõe sobre a educação ambiental, institui a Política Nacional de Educação Ambiental e dá outras providências. Diário Oficial [da] República Federativa do Brasil. Poder Executivo, Brasília, DF, 27 abr. 1999. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/19795.htm>. Acesso em: 01 Out 2019.
- Budzilo, V. C. (2016). Problemas ambientais do núcleo urbano de Reserva. Os desafios da escola pública paranaense na perspectiva do professor PDE, Produções Didático-Pedagógicas. Reserva-PR. Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2016/2016_pdp_geo_uepg_valdecicarlosbudzilo.pdf>. Acesso em 01 Out 2019.
- Carneiro, B. S.; Oliveira, M. A. S.; Moreira, R. F. (2016). Educação ambiental na escola pública. *Revista brasileira de educação ambiental*. São Paulo, v. 11, n.1, p. 25-36. Disponível em: <<https://periodicos.unifesp.br/index.php/revbea/article/view/1893/1288>>. Acesso em: 01 Out 2019.
- Carvalho, I. C. de M. (2004). Educação ambiental: a Educação ambiental formação do sujeito ecológico. São Paulo: Cortez. Disponível em: <https://books.google.com.br/books?hl=pt-BR&lr=&id=o_VADwAAQBAJ&oi=fnd&pg=PT20&dq=educa%C3%A7%C3%A3o+ambiental+critica&ots=5Hz21fVaxJ&sig=bZFwvNxQyZDhcEyb7M9hsSftV0c#v=onepage&q=brasil%20&f=false>. Acesso em: 30 Set. 2019.
- Carvalho, V. F.; Silva, M. D. da; Silva, L. M. de S.; Borges, C. J.; Silva, L. A. da; Robazzi, M.

- L. do C. C. (2016). Riscos ocupacionais e acidentes de trabalho: percepções dos catadores de lixo. *Revista de Enfermagem*, UFPE online, Recife, v.10, n.4, p. 85-93. Disponível em: <<https://pdfs.semanticscholar.org/b951/eabbcaa5a2123fb3508ffc37853390613c10.pdf>> Acesso em: 30 Set 2019.
- Cessa, R. M. A.; Souza, T. A. de; Silva, F. G. R.; Vitorino, A. C. T. (2013). Modelo digital de elevação do município de Confresa-MT. *Revista Agrogeoambiental*, Pouso Alegre, v. 5, n. 1, p. 75-84. Disponível em: <<https://agrogeoambiental.ifsuldeminas.edu.br/index.php/Agrogeoambiental/article/view/435>>. Acesso em: 22 Jan 2020.
- Cruz, C. A. da; Melo, I. B. N. de; Marques, S. C. M. (2016). A educação ambiental brasileira: história e adjetivações. *Revista Brasileira de Educação Ambiental*, São Paulo, v. 11, n.1, p. 183-195. Disponível em: <<http://revbea.emnuvens.com.br/revbea/article/view/4718>> Acesso em: 29 Set 2019.
- Dias, G. F. (2014). *Educação Ambiental – princípios e práticas*. 9. ed. São Paulo, SP: Gaia.
- Ferreira, J. C. V. (2017). *História de Confresa*. Portal Mato Grosso. Disponível em: <<http://www.portalmatogrosso.com.br/municipios/confresa/dados-gerais/historia-de-confresa/457>>. Acesso em: 17 Nov 2019.
- Figueiredo; C. A. M. dos S. (2017). *Abordagem sobre educação ambiental na escola estadual Sol Nascente*. 17 p. Conclusão do Curso de Especialização (Especialização em Educação no Campo) – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Mato Grosso, Confresa.
- Fonseca, S. M. (2016). A educação ambiental como disciplina. *Revista Brasileira de Educação Ambiental*, São Paulo, v. 11, n.1, p. 305-314. Disponível em: <<http://revbea.emnuvens.com.br/revbea/article/view/4154/3115>>. Acesso em: 01 Out 2019.
- Franco, A. R.; Morais, G. A. C. de; NETO, J. D.; Lopes, J. C. C.; Leucas, H. L. B. de; Guadalupe, D. de C.; Barros, M. D. M. de. (2012). Estudo de percepção ambiental com alunos de escola municipal localizada no entorno do Parque Estadual da Serra do Rola-Moça. *Ambiente & Educação*, Rio Grande-RS, v. 1. n. 11, p. 155-175. Disponível em: <<https://periodicos.furg.br/ambeduc/article/view/1845>>. Acesso em: 14 Jan 2020.
- GASPAR, J. V.; MENEGAZZO, C.; FIATES, J. E.; TEIXEIRA, C. S.; GOMES, L. S. R. (2017). A Revitalização de Espaços Urbanos: O Case do Centro Sapiens em Florianópolis. *Revista Livre de Sustentabilidade e Empreendedorismo*, v. 2, n. 4, p. 183-205, out-dez. Disponível em: <<http://www.relise.eco.br/index.php/relise/article/view/104/102>>. Acesso em: 29 Set 2019.
- Gonçalves, A. A., Lima, M. E. O.; Marques, M. R. (2019). *A percepção e educação ambiental com alunos do ensino fundamental*. Belo Horizonte-MG: Centro Universitário de Belo Horizonte, Departamento de Ciências Biológicas. Disponível em:<<http://www.observatoriogeograficoamericalatina.org.mx/egal12/Ensenanzadelageografia/Metodologiaparalaensenanza/117.pdf>>. Acesso em: 04 Out 2019.
- Governo de Confresa. (2020). *Recuperação das matas ciliares do córrego Cacaú é o tema de uma reunião entre prefeitura de Confresa e parceiros*. Disponível em:

- <<https://confresa.org/recuperacao-das-matas-ciliares-do-corrego-cacau-e-o-tema-de-uma-reuniao-entre-prefeitura-de-confresa-e-parceiros/>>. Acesso em: 29 Jan. 2020.
- Guimarães, M. (2016). Por uma educação ambiental crítica na sociedade atual. *Revista Margens Interdisciplinar*, Abaetetuba-PA, v. 7, n. 9, p. 11-22. Disponível em: <<https://periodicos.ufpa.br/index.php/revistamargens/article/view/2767>>. Acesso em: 30 de Set de 2019.
- Hofstatter, L. J. V.; Oliveira, H. T. de; Souto, F. J. B. (2016). Uma contribuição da educação ambiental crítica para (des)construção do olhar sobre a seca no semiárido baiano. *Ciência & Educação*, Bauru, v. 22, n. 3, p. 615-633, jul./set. Disponível em: <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1516-73132016000300615&lang=eng>. Acesso em: 30 Set 2019.
- IBGE. (2020). *Confresa*. Disponível em: <<https://cidades.ibge.gov.br/brasil/mt/confresa/panorama>>. Acesso em: 22 Jan 2020.
- Jardim, R. M. (2012). *Revitalização de espaços urbanos ociosos como estratégia para a sustentabilidade ambiental: o caso do High Line Park no contexto do PlaNYC*. 180 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Urbana e Ambiental) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Disponível em: <http://www.urb.puc-rio.br/dissertacao/dissertacao_renata_jardim.pdf>. Acesso em: 29 Set 2019.
- Junior, L. P. C.; Sá, L. P. (2017). Conhecimento pedagógico do conteúdo no contexto da educação ambiental: uma experiência com mestrandos em ensino de ciências. *Revista Ensaio*, Belo Horizonte, v.19, e2589. Disponível em: <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1983-21172017000100204&lang=en>. Acesso em: 30 Set 2019.
- Leite, I. A.; Leite, C. A. (2017). Percepção de alunos acerca de educação ambiental em uma comunidade escolar, Patos-PB. *Revista Biodiversidade*, Rondonópolis-MT, v. 16, n. 2, p. 45-53. Disponível em: <<http://periodicoscientificos.ufmt.br/ojs/index.php/biodiversidade/article/view/5600>>. Acesso em: 29 Nov 2019.
- Lima, A. E. F.; Rocha, N. M. M. (2009). Dinâmica de parques urbanos em Fortaleza-CE: considerações sobre o parque Rio Branco. *Conexões-Ciência e Tecnologia*, v. 3, n. 1, p. 53-61. Disponível em: <<http://www.conexoes.ifce.edu.br/index.php/conexoes/article/view/128>>. Acesso em: 29 Set 2019.
- Lima, G. A. de O.; Sobrinho, D. M. dos S. (2017). *Educação ambiental nos anos iniciais do ensino fundamental*. Disponível em: <https://monografias.ufrn.br/jspui/bitstream/123456789/5771/3/Educa%C3%A7%C3%A3o%20ambiental_Artigo_2017.pdf>. Acesso em: 11 Jan 2020.
- Marconi, M. de A.; Lakatos, E. M. (2007). *Técnicas de Pesquisa*. 6th ed. São Paulo: Editora Atlas S. A.
- Moura, D.; Guerra, I.; Seixas, J.; Freitas, M. J. (2006). A revitalização urbana cidades – contributos para a definição de um conceito operativo. *Comunidades e Territórios*, n. 12/13, p. 15-34. Disponível em: <<https://repositorio.iscte->

- iul.pt/bitstream/10071/3428/1/Cidades2006-12-13_Moura_al.pdf>. Acesso em: 30 Set 2019.
- Oliveira, D. E. R. (2018). *Relatos de experiência e história da educação ambiental: grupo ecológico kaa-eté*. In: 11 Encontro Internacional de Formação de Professores. Aracaju-SE, Anais. Disponível em:<<https://eventos.set.edu.br/index.php/enfope/article/view/9091>>. Acesso em: 29 Set 2019.
- Ostrovski, D.; Ostrovski, C. S. (2015). *A percepção e educação ambiental de estudantes universitários*. In: Educere, XII Congresso Nacional de Educação. Disponível em: <https://educere.bruc.com.br/arquivo/pdf2015/16078_7385.pdf>. Acesso em: 24 Out. 2019.
- Pádua, E. M. M. de. (2012). *Metodologia da pesquisa: abordagem teórico-prática*. 18 ed. Campinas, SP: Papirus. (Coleção Magistério: formação e trabalho pedagógico).
- Pitanga, Â. F. (2016). Crise da modernidade, educação ambiental, educação para o desenvolvimento sustentável e educação em química verde: (re)pensando paradigmas. *Ensino pesquisa educação e ciência*, Belo Horizonte, v. 18, n. 3, 141-159. Disponível em: <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=s1983-21172016000300141&lng=en&nrm=iso>. Acesso em: 03 Out 2019.
- Reis, D. A. dos; Silva, L. F. (2016). Análise de dissertações e teses brasileiras de Educação Ambiental: compreensões elaboradas sobre o tema "mudanças climáticas". *Ciência & Educação*, Bauru, v. 22, n. 1, p. 145-162. Disponível em: <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1516-73132016000100145&lng=en&nrm=iso>. Acesso em: 04 Out 2020.
- Rodrigues, D. G.; Saheb, D. (2018). A educação ambiental na educação infantil segundo os saberes de Morin. *Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos*, Brasília, v. 99, n. 253, p. 573-588, set./dez. Disponível em: <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2176-66812018000300573&lng=en&nrm=iso&tlng=pt>. Acesso em: 30 Set 2019.
- Rubira, F.G. (2016). Definição e diferenciação dos conceitos de áreas verdes/espços livres e degradação ambiental/impacto ambiental. *Caderno de Geografia, Minas Gerais*, v. 26, n. 45, p. 134-150. Disponível em: <<http://periodicos.pucminas.br/index.php/geografia/article/view/P.2318-2962.2016v26n45p134>>. Acesso em 30 Set 2019.
- Silva, M. S. (2016). *Crescimento urbano e degradação ambiental: a ausência de espaços livres no Residencial Novo Tempo em Timon-MA*, 108p. Dissertação (Mestrado em Práticas em Desenvolvimento Sustentável) – Universidade Federal Rural, Rio de Janeiro. Disponível em: <<https://tede.ufrj.br/handle/jspui/2135>>. Acesso em: 30 Set 2019.
- Silva; N. C. da. (2017). *Os desafios do ensino da educação ambiental em uma escola do campo: Um estudo de caso*. 22 f. Trabalho de conclusão do Curso de Especialização (Especialização em Educação no Campo) – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Mato Grosso, Confresa.
- Sorrentino, M.; Trajber, R. (2007). *Políticas de Educação Ambiental do Órgão Gestor*. In: MELLO, Soraia Silva de (Coord.); TRAJBER, Rachel (Coord.). *Vamos cuidar do Brasil:*

conceitos e práticas em educação ambiental na escola. Brasília: UNESCO, p. 13-21.

- Stanganini, F. N.; Lollo, J. A. de. (2018). O crescimento da área urbana da cidade de São Carlos/SP entre os anos de 2010 e 2015: o avanço da degradação ambiental. *Urbe, Revista Brasileira de Gestão Urbana*, Curitiba, v. 10, supl. 1, p. 118-128, nov. 2018. Disponível em: <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2175-33692018000400118&lng=en&nrm=iso>. Acesso em: 01 Nov 2019.
- Sulaiman, S. N.; Aledo, A. (2016). Desastres naturais: convivência com o risco. *Estudo Avançado*, São Paulo, v. 30, n. 88, p. 11-23, dez. Disponível em:<http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0103-40142016000300011&lng=en&nrm=iso>. Acesso em: 28 Jan 2020.
- Tanscheit, P. (2017). *Espaços Públicos: a transformação urbana com a participação da população*. Archdaily. Disponível em: <<https://www.archdaily.com.br/br/875364/espacos-publicos-a-transformacao-urbana-com-a-participacao-da-populacao>>. Acesso em: 28 Jan 2020.
- Teixeira, L. C. (2016). *Projeto de revitalização do parque aquático municipal da cidade de Arcos-MG*. 99 f. Trabalho de Conclusão de Curso - Curso de Arquitetura e Urbanismo. Centro Universitário de Formiga, Formiga-MG.
- Zancheti, S.; Somekh, N.; Fregonezi, B. (2015). Revitalização urbana no Brasil comparando seis centros históricos. *Fórum Patrimônio: Ambiente Construído e Patrimônio Sustentável*. Belo Horizonte, v.8, n.1. jan./jun. Disponível em: <http://www.forumpatrimonio.com.br/seer/index.php/forum_patrimonio/article/view/151>. Acesso em: 30 Set 2019.

Autores/as

Katiany dos Santos Pereira. <https://orcid.org/0000-0002-3121-9692>. Instituto Federal de Mato Grosso-Brasil. Graduação em Licenciatura em Biologia pelo Instituto Federal de Mato Grosso (IFMT). Técnica em Alimentos pelo IFMT Campus Confresa. Ativista da ONG ENGAJAMUNDO. Atua na Secretaria de Planejamento da Prefeitura de Confresa.

Marcelo Franco Leão. <http://orcid.org/0000-0002-9184-916X>. <http://lattes.cnpq.br/6237242675937692>. Instituto Federal de Mato Grosso-Brasil. Doutorado em Educação em Ciências (UFRGS). Mestre em Ensino (UNIVATES). Especialização em Orientação Educacional (Dom Alberto) e em Relações Raciais na Educação e na Sociedade Brasileira (UFMT). Graduação em Licenciatura em Química (UNISC) e em Física (UNEMAT). Professor do Departamento de Ensino do IFMT Campus Confresa. Membro do Grupo de Pesquisa Ensino de Ciências e Matemática no Baixo Araguaia (EnCiMa).

INCERTIDUMBRE Y MALESTAR SUBJETIVO EN CHILE: UNA RADIOGRAFÍA A LA INSEGURIDAD HUMANA COMO FENÓMENO MULTIDIMENSIONAL

Rodríguez Garcés, Carlos

carlosro@ubiobio.cl

<https://orcid.org/0000-0002-9346-0780>

Geraldo Padilla Fuentes

gpadilla@ubiobio.cl

<https://orcid.org/0000-0003-0882-1818>

Javier Ávila Bascuñán

javier.avila1501@alumnos.ubiobio.cl

<https://orcid.org/0000-0002-6921-2808>

Universidad del Bío-Bío

Centro de Investigación CIDCIE, Chillán, Chile

Recibido: 2020-03-22; **Aceptado:** 2020-11-15

Resumen

La inseguridad de la ciudadanía va más allá de lo delictivo, abarcando múltiples dimensiones de la vida social contemporánea; la raíz compartida es la incertidumbre, el sentirse vulnerable. Bajo tal premisa, este artículo analiza la situación de inseguridad ciudadana desde un enfoque multidimensional, enfatizando la perspectiva humana del riesgo percibido. Para esto se utilizan los datos de la encuesta de Bienestar Subjetivo aplicada por el PNUD en Chile el año 2011. Entre los resultados destacan tres hallazgos. Primero, la sensación de vulnerabilidad se encuentra ampliamente extendida entre personas y dimensiones; segundo, los *Ingresos*, la *Salud*, y la *Delincuencia* se posicionan con notabilidad las productoras de inseguridad, y en menor medida el *Trabajo* y la *Educación*. Las conclusiones apuntan en dos direcciones aparentemente contradictorias, y es que, por una parte, pese a los intentos por mitigar su extensión, la inseguridad se ha masificado entre públicos y, por otra, si bien las problemáticas responsables de la incertidumbre son inherentes al colectivo, los ciudadanos asumen sus consecuencias individualmente.

Palabras clave: Bienestar subjetivo, Salud, Educación, Inseguridad ciudadana, Perspectiva multidimensional.

UNCERTAINTY AND SUBJECTIVE DISCOMFORT IN CHILE: RADIOGRAPHY TO THE HUMAN INSECURITY AS A MULTIDIMENSIONAL PHENOMENON

Abstract

The insecurity of citizenship goes beyond crime, covering multiple dimensions of social life; the common root is uncertainty, the feeling of vulnerability. In this sense, this article analyzes the situation of citizen insecurity from a multidimensional approach, reviewing the human perspective of perceived risk. The data from the Subjective Wellbeing survey applied by UNDP in Chile in 2011. The results include two findings. First, the feeling of vulnerability is widespread among people and dimensions; second, Income, Health and Crime are positioned

notably as producers of insecurity, and to a lesser extent, Work and Education. The conclusions go in two seemingly contradictory directions; on the one hand, despite attempts to mitigate its extension, insecurity has become widespread among audiences; on the other, although the issues responsible for uncertainty are inherent in the collective, citizens assume their consequences individually.

Key Words: Subjective well-being, Health, Education, citizen insecurity, Multidimensional perspective.

Introducción

El tránsito de las sociedades hacia periodos post-industriales exige que tanto organizaciones como ciudadanos acepten los términos y condiciones de un contrato social aglomerante e interconectado con el resto del mundo. La transición hacia contextos globales conlleva implícitamente a la adopción de perspectivas tangenciales y maleables en la comprensión acerca de cómo realizar los proyectos de desarrollo, tanto para los grupos nacionales como para los ciudadanos que se reposicionan o crecen en ellos. Apropiarse de la virtualidad que interviene los sectores locales a raíz de la influencia de fenómenos foráneos redefinió lo que antes parecía claro y seguro, haciendo de lo nacional-local-personal algo expuesto (Giddens, 1993; Castells, 2001).

Esta perspectiva de análisis social fue ampliamente discutida durante los 80' y 90' por pensadores occidentales, como son ejemplo Giddens (1993), Esposito y Nancy (2003) o Beck (2005), cada uno de los cuales buscó dar cuenta de cómo la ampliación de los horizontes de la experiencia social a causa de la globalización y sus dispositivos modernos había exacerbado el cuidado por las fronteras, el temor al extranjero y la inclusión del riesgo al abanico común de sentimientos ciudadanos. Todo un campo de análisis que pretendía explicar la mezcla entre contextos locales y extranjeros, sensibilidades endémicas y riesgos sin fronteras, peligros lejanos, pero jamás inofensivos. Si bien la comunicación entre sociedades no es una cuestión exclusivamente moderna, si lo son los aparatos, velocidad e intereses con que los que lo hace actualmente, más aún, la conciencia de las personas acerca de que aquello está sucediendo.

Los medios de comunicación y su instantaneidad, accesibilidad y vigilancia del estado del mundo desembocaron prontamente en la exposición de la pobreza, las enfermedades, la falta de educación y la delincuencia como eventos comunes. Por supuesto que el contexto de esta afirmación es netamente moderno, incluso cercano a lo que autores como Vattimo (2004) han definido más allá de lo moderno (que no se confunda con posmodernidad), por cuanto las funciones, fijaciones y ejes descritos de los medios comunicación responden a un momento

particular de su historia, al momento de la interconexión, de la preocupación ciudadana por los males que persisten en el mundo, por la desgracia que puede llegar a suceder o que ya se encuentra en ciernes alrededor suyo. Esta premisa es necesaria de explicitar toda vez que, si una vez abierta la comunicación, las fronteras y la conciencia hacia el afuera el peligro les siguió, los periódicos, la radio, la televisión e internet se han convertido en dispositivos ávidos de este tipo de contenidos.

Las sociedades interconectadas rápidamente iniciaron relaciones no tan solo comerciales y diplomáticas, sino también las preocupaciones ubicuas del riesgo y peligro que significaba la existencia misma (Beck, 2005). A medianías del siglo XX, la experiencia de las guerras y otros conflictos bélicos había dejado en claro la capacidad de conexión entre sociedades, sobre todo, los efectos colaterales, ya sean económicos, políticos o sociales, que puede tener algún evento en el resto del mundo.

Como resultado de lo anterior, la vida cotidiana parece cada vez más flexible, con proyectos a corto plazo y siempre sujeta a externalidades. No solo intervienen en ella características propias del territorio donde se despliega, como por ejemplo las condiciones geográficas, medioambientales o comunitarias inmediatas, sino que también está cruzada por factores externos difíciles de predecir, como desempleo, delincuencia, pobreza, inestabilidad política e incluso terrorismo (Gilbert, 2010). Al interior de sociedades donde todo parece diluirse con prontitud (Bauman, 2015), la vida se ha vuelto un tránsito peligroso por las calles y plazas de ciudades que se distancian del hogar, que asemejan atrios donde el mundo depositaría más riesgos que beneficios (Wallerstein, 2005; Polomer, 2005).

El sentimiento de inseguridad y consiguiente demanda por ser vigilados incrementa su adhesión entre las ciudadanías, sin importar que ello sea a costa de establecer la peligrosidad, la mera virtualidad o sospecha de riesgo, como criterio suficiente para la intervención de los mecanismos de control y corrección (Foucault, 2008). Los contextos que se inauguraron con la globalización y maduración de la modernidad se saturaron de renovados discursos acerca del riesgo, las amenazas y el juego azaroso de las afueras, es decir, no saber cuándo el exterior y sus fluctuaciones apoyan o amenazan la seguridad.

La (in)seguridad ciudadana en Chile

Durante la década de los 80'- 90', Chile se presentaba como una potencia emergente capaz de lograr cualquier reto en la búsqueda por mantener lo que varios economistas de la

época llamaron el *milagro* chileno, que consistía en el repunte del Producto Interno Bruto a causa de la política económica de shock de corriente liberal que acompañó el plan económico militar de aquel entonces. El espléndido jaguar de Latinoamérica (apodo mediático de Chile), conectado al mercado global y sus transacciones, fue perdiendo fuerza a medida que avanzaban los periodos de crisis en el continente, especialmente por su dependencia a la inversión extranjeros.

Pese a que el país se ubicaba entre los líderes de la región latinoamericana y organizaciones como el Banco Mundial y el Fondo Monetario Internacional elogiaban su proyección, parte importante de la población declaraba sentirse desconectada del acontecimiento, poco involucrada y vulnerable (PNUD, 1998). Las medidas políticas y sociales aplicadas no germinaron tan solo en bonanza, sino también incertidumbre, inseguridad y malestar; la liberalización de los servicios vinculados a derechos fue tal que incluso liberaron la seguridad que la ciudadanía podía tener de acceder a ellos oportuna y gratuitamente.

Como dieron cuenta algunos análisis de aquellos años, el temor que aquejaba las percepciones y seguridades sociales no era endémico, no remitía exclusivamente a la situación política y de seguridad nacional (PNUD, 1998). La misma apertura que había puesto al país en la escena internacional tuvo un efecto inesperado: introdujo en la conciencia y sensibilidad ciudadanos el riesgo como constante, frecuente, tal vez imperceptible pero no por ello ausente.

La situación local paulatinamente fue envuelta por acontecimientos internacionales, por la preocupación hacia la fluctuación de la bolsa, los conflictos entre países geográficamente lejanos, pero mediáticamente cercanos y otros eventos que, aun cuando no tenían un efecto directo sobre las personas, por diversas razones llegaron a sentirse contiguos (Dammert, 2005). Sin dudas, parte importante de esta germinación de incertidumbre la debemos a la irrupción de los televisores en cada hogar, a través de los cuales la conectividad alcanzó sensibilidades cada vez más capilares (Larraín, 2005).

A este panorama de incertidumbre se suma la influencia que tuvo entre la ciudadanía la *propaganda del miedo*, llevada a cabo fuertemente durante los años 80' a raíz de los plebiscitos que decidirían la continuación o deposición del régimen militar. Aunque la pugna entre sectores políticos y ciudadanos no escatimó en estrategias para dar cuenta de la situación del país, ya fuera como grave o exitosa, lo cierto es que el temor e inseguridad fueron herramientas recurrentes al momento de decidir cómo enfrentar al público.

Instaurar el orden, resguardar la moral pública y capturar a los delincuentes, fueron objetivos a cumplir bajo cualquier medio para quienes se presentaban como veladores del proyecto nacional (Pratt, 2000), lo cual significó señalar criminalmente a cualquiera que diera señales *comunistas* o atentara contra el bien público. Una de los rasgos a destacar en toda esta propaganda fue la divulgación de la idea que cualquiera podía ser víctima del mal que acechaba el país, que nadie estaba seguro excepto bajo la guarda militar; cualquiera podía sufrir cualquier cosa en cualquier lugar, premisa más ideológica que policial, tan exitosa que fue acogida por el marco de interpretación ciudadano incluso una vez retornada la democracia (Moulian, 1997).

Entre la geografía criminal que apareció post dictadura, los llamados Delitos de Mayor Connotación Social (DMCS) se han fijado con fuerza en las parrillas mediáticas y discursos políticos, tanto así que constituyen un punto visiblemente trabajado en tiempo de elecciones. Como explican desde Fundación Paz Ciudadana (2015), los DMCS aúnan dos tipologías de crimen: delitos violentos (robo con violencia, intimidación o lesiones; homicidio; violación) y delitos contra la propiedad (robo de vehículo, objeto desde vehículo, en lugar habitado y hurto). Este tipo de actividades constituyen las causas más frecuentes de procesamiento y reclusión de personas en Chile, las que además suelen acompañarse por la repulsa hacia el *joven delincuente*, tipología de “otro” que se aprecia riesgosa y hacia la cual se demanda corrección por parte de las instituciones de control (Foucault, 2014).

Asumir que la interconexión entre sociedades solamente supone beneficios, ya sean económicos y/o culturales, es una postura inocente, lo mismo pensar que solo acarrea externalidades vinculadas a la inseguridad y el temor. Sin embargo, se producen fenómenos de inseguridad ciudadana que son exacerbados por el sentimiento general de que todo está cambiando todo el tiempo; los proyectos de vida parecen haberse reducido a campos de decisión no más allá del corto-mediano plazo. Por sobre todo, aun cuando la percepción de estar expuesto a la delincuencia ha ganado espacio en las representaciones ciudadanas del otro y el territorio que habita, las cifras que operacionalizan la incidencia de victimización decrecen gradualmente (Díaz y Ortiz, 2014).

La (in)seguridad como fenómeno multidimensional

Como era de esperar, la vida cotidiana ha cedido parte de su certidumbre al asedio del temor y sus dispositivos de diseminación, con una lánguida capacidad de respuesta o eficacia en la instalación de filtros para mantener íntegra la seguridad subjetiva. Aun cuando el retorno

a la democracia impregnó en la ciudadanía renovados ánimos acerca del progreso, el trabajo conjunto y la confianza en los otros (PNUD, 1998; 2017a), el éxtasis fue fugaz. Parte significativa de los ajustes que el régimen autoritario aplicó a la responsabilidad estatal en materia de servicios sociales fueron conservados para el funcionamiento del pacto democrático en Chile, lo que a corto plazo constituyó seguir impulsando un modelo de ciudadano anclado al individualismo, la autorresponsabilidad y el autoabastecimiento.

Recluido en su soledad, la figura del ciudadano debe afrontar individualmente un sentimiento de vulnerabilidad transversal que se expande más allá temor a ser víctima de la delincuencia. El trabajo, la salud, la educación y la vejez parecen campos cada vez más afectados por la contingencia; cada decisión a tomar en ellos tiene que vérselas con la interrelación y co-lateralidad que presentan (Carrión, 2005; Paez, Peón y Ramírez, 2018). Así que el temor por perder el empleo sea causa común de estrés y preocupación entre las personas, situación que deteriora no tan solo la predisposición y satisfacción laboral, sino también la forma en que se relacionan con el entorno familiar, los amigos y colegas (Sora, Caballer y Peiró, 2014); más aún, entre personas mayores el malestar puede incrementar, por cuanto la falta de dinero y carencia en algunas atención médicas tiene consecuencias no tan solo subjetivas, sino también sobre el estado de su salud (Garay y Montes de Oca, 2011).

Es así como muchas personas temen al desempleo pese a disponer de contrato formal y seguro de cesantía; se perciben desamparados frente a la enfermedad y la posibilidad de recibir atención oportuna, de calidad y a costos asequible aun cuando se encuentren suscritos a programas de protección sanitaria; y se proyectan expuestos a la pobreza e insuficiencia de ingresos en la vejez pese a haber cotizado durante toda su vida laboral.

En síntesis, el estudio de la inseguridad se encuentra en un nuevo campo de análisis, cruzada por las dimensiones de la vida moderna (trabajo, educación, salud, vivienda), las externalidades de la urbanización (delincuencia) y las tendencias de la mass media (violencia y consumo). Por ello, este artículo analiza la situación de inseguridad ciudadana desde un enfoque multidimensional, enfatizando el contexto moderno que envuelve el riesgo percibido. Para esto se utilizan los datos de la encuesta de Bienestar Subjetivo aplicada por el PNUD en Chile el año 2011, instrumento inédito que aborda la incertidumbre y el malestar subjetivo como ejes clave de la vida social en Chile.

Metodología

Instrumento

Los datos aquí utilizados corresponden a la encuesta de opinión pública que realizó el Programa de las Naciones Unidas para el Desarrollo (PNUD) durante el mes de septiembre del año 2011 en Chile, la cual explora en la subjetividad de los ciudadanos, sus experiencias y evaluación que hacen de la vida que llevan y el contexto social en que se desenvuelven.

Con el objetivo de captar la complejidad y ambivalencia que chilenos y chilenas comparten en las diferentes dimensiones que componen la vida social, sus logros, temores, aspiraciones y sueños (PNUD, 2012), este instrumento de aplicación cara a cara consulta sobre satisfacción y bienestar en áreas comunes del desarrollo social y humano, entre las que destacan *Trabajo, Vivienda, Salud, Educación, Ingresos y Delincuencia*. Dimensiones temáticas que son abordadas mediante una batería de ítems en formato Likert con respuesta graduada.

Muestra

El marco muestral comprende a la población de 18 años y más residente en áreas urbanas y rurales de las 15 regiones del país, lo que corresponde a 2.535 personas. Selección realizada mediante muestreo estratificado por conglomerados en tres niveles (macro zona>región>zona). El error muestral alcanza un 1,9% considerando un nivel de confianza del 95%.

En términos descriptivos, existe una predominancia de personas residentes en sectores urbanos y de estratos económicos bajos, mientras que el género y etapa de ciclo vital manifiestan una representación homogénea (Tabla 1).

Tabla 1: Caracterización de la muestra (%)

Zona		Género	
- Urbano	87,9	- Hombre	49,4
- Rural	12,1	- Mujer	50,6
NSE		Rango etario	
- ABC1	8,1	- 18 y 29 años	20,8
- C2	12,0	- 30 y 45 años	28,9
- C3	33,1	- 46 y 60 años	26,3
- D	26,8	- Más de 60 años	24,0
- E	20,1		

Elaboración propia con base en los datos PNUD sobre Bienestar Subjetivo en Chile (2012).

Procedimiento

Para exponer la inseguridad como un fenómeno que inunda la vida social de los sujetos, la estrategia de análisis está dividida en 3 partes. En primer lugar, se explora el comportamiento de la *Inseguridad Humana*, índice propio que es producto de la estandarización de 25 ítems, los que a su vez componen las 6 dimensiones objeto de estudio (Trabajo, Educación, Salud, Ingresos, Vivienda y Delincuencia). Esta variable representa la intensidad de la vulnerabilidad percibida por los ciudadanos en su nivel más grueso, para la cual considera las categorías de respuesta negativa en cada batería de preguntas. Para hacer ilustrativas las diferencias, se cruza con el nivel socioeconómico de la población, característica que según la literatura proyecta mejor la situación de las sociedades actuales basadas en el prestigio, la clase y el estatus (Gilbert, 2010; Bourdieu, 2016).

En segundo lugar, las puntuaciones de *Inseguridad Humana* son desglosadas según dimensiones, conservando la agrupación por nivel socioeconómico. Esta táctica pretende dar cuenta de las diferenciadas preocupaciones que comparte la ciudadanía dependiendo de su situación económica, donde las herramientas y medios de protección frente al temor varían considerablemente según la disponibilidad de recursos para transar en un mercado cada vez más amplio en sus dispositivos y promesas de aislamiento (Bauman, 2015).

En tercer lugar, se presenta el comportamiento de cada una de las dimensiones de la *Inseguridad Humana* y los ítems que las conforman, acompañadas por breves pero precisos comentarios acerca de las manifestaciones, efectos y formas que la incertidumbre cobra entre los encuestados con base al componente analizado. De esta forma se proyecta la *Inseguridad Humana* como una estructura multidimensional, entendida como la percepción de vulnerabilidad, incertidumbre y malestar que la ciudadanía tiene en las diversas esferas de la vida cotidiana.

Resultados

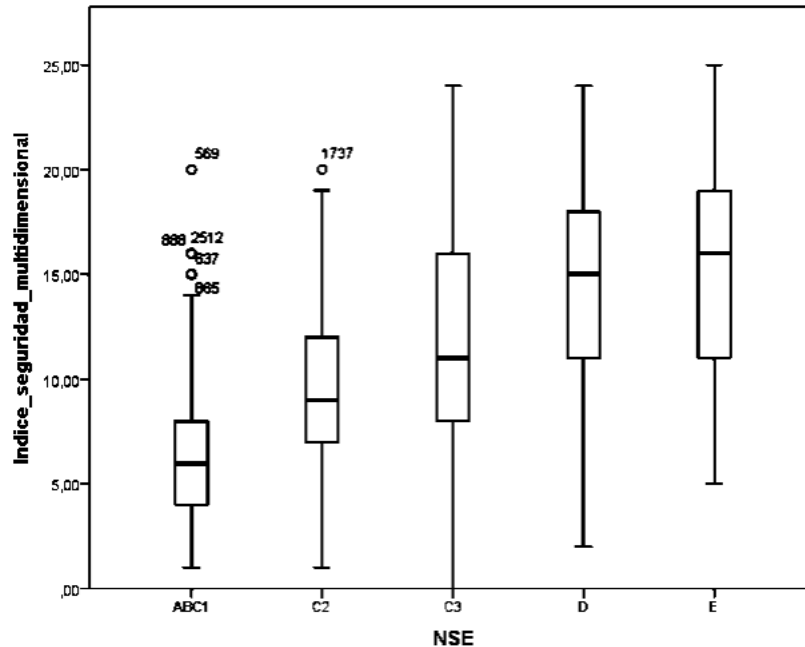
La calidad de vida y el bienestar de territorios y personas no es expresión únicamente de una dimensión objetiva referida a la disponibilidad de bienes y servicios para cada quien, constructo cuyos componentes son tradicionalmente medidos y calibrados por la óptica económica y encuestas del desarrollo social; sino que también considera una dimensión subjetiva, que refiere a la valoración que se hace de la disponibilidad, calidad y oportunidad de aquellos bienes y servicios en relación a la propia vida (Cuadra y Florenzano, 2003; Moyano y

Ramos, 2007). En pocas palabras, es posible diferenciar el bienestar objetivo y el subjetivo entendiendo al primero como la existencia de elementos que estructuran las condiciones de vida del individuo, y el segundo como resultado de la satisfacción que producen (PNUD, 2012).

Si bien por cultura general y tratamiento mediático la seguridad de la ciudadanía tiende a relacionarse con el resguardo frente al crimen y la posibilidad de ser víctima de algún delito, estos indicadores solamente aluden a una parte de un fenómeno social más complejo (Schwartz, 2001). Por ende, una mirada más amplia debe considerar la importancia que tiene para la comunidad contar, como ejemplo, con estables fuentes de ingreso, vivir bajo techo, gozar de salud y residir en ambientes libres de violencia para definir su estado de conformidad.

En razón de lo anterior, podría definirse la sensación de inseguridad como un continuo en el estado de carencia para consumir satisfactoriamente las necesidades humanas contemporáneas, y que en mayor o menor medida atraviesa todo el espectro de lo social con sus aristas. En efecto, el sentimiento de constante incertidumbre dista de ser patrimonio de las capas sociales más desfavorecidas (Gráfico 1), pues se manifiesta también en quienes teóricamente cuentan con las herramientas y redes para contenerlo, mitigarlo o sortearlo. Aun siendo sensación generalizada, su intensidad, recurrencia y prevalencia multidimensional recibe el impacto directo del grupo social de referencia, de manera que conforme se deteriora el perfil socioeconómico aumenta significativamente la sensación de vulnerabilidad [$F_{(4)}= 156,56$; $p= 0,000$].

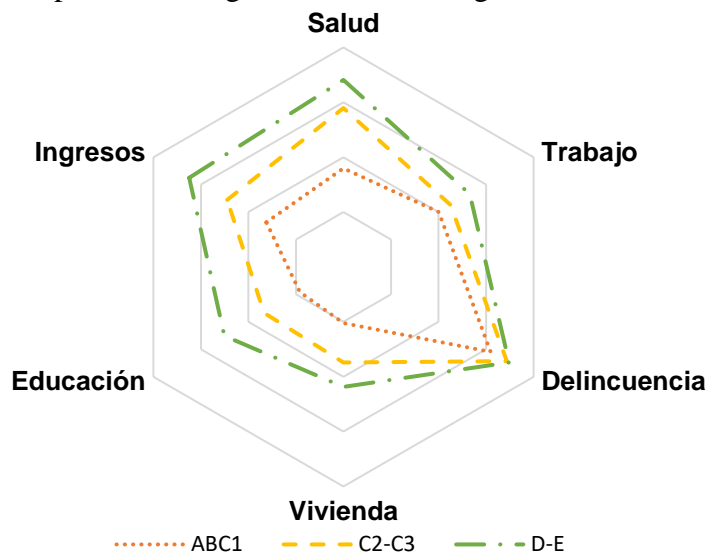
Gráfico 1: índice de Inseguridad Humana según Nivel Socioeconómico



Elaboración propia con base en los datos PNUD sobre Bienestar Subjetivo en Chile (2012).

El déficit de capitales educativos de calidad, el truncado abanico de oportunidades, las precarias condiciones laborales, las menores expectativas salariales y la residencia en barrios de convivencia conflictuada acentúan el sentimiento de inseguridad en las capas socioeconómicas más bajas, donde el carácter estructural de este complejo entramado de carencias no tan solo se profundiza, sino que también se perpetúa al reproducirse a sí mismo.

Gráfico 2: Percepción de Inseguridad Humana según Nivel Socioeconómico



Elaboración propia con base en los datos PNUD sobre Bienestar Subjetivo en Chile (2012).

Al respecto, el Gráfico 2 reporta la percepción de Inseguridad Humana según nivel socioeconómico, desagregada por dimensión. El miedo a la delincuencia y la pérdida de control ciudadano destacan por sus elevados índices de malestar subjetivo en la generalidad de la población. Otras dimensiones como Salud e Ingresos comportan mayor nivel de preocupación principalmente para los grupos de menores rentas, contrastándose significativas brechas respecto del segmento ABC 1, tanto para salud [$X^2(16)= 496,615$; $p= 0,000$] como ingresos [$X^2(24)= 537,879$; $p= 0,000$]. En términos generales, las dimensiones de Educación y Vivienda son las que reportan menor sensación de inseguridad, aunque sus valoraciones están igualmente influenciadas por la pertenencia de clase, en especial el componente educativo [$X^2(12)= 502,919$; $p= 0,000$].

Al refinar el abordaje analítico de las dimensiones, se observa que la inseguridad humana está fuertemente estructurada con base a la percepción del estado de la delincuencia. No obstante el descenso que registran los delitos de mayor connotación social, tales como robos, asaltos y hurtos, la población chilena declara sentirse más vulnerable que antes respecto de la posibilidad de ser víctima (Fundación Paz Ciudadana, 2015). El temor al delito se constituye en lugar común dentro de la opinión pública, siendo valorado como la mayor preocupación ciudadana (CEP, 2015), y es la dimensión que más destaca en el análisis de la Inseguridad como sentimiento ubicuo y socialmente transversalizado (Browne y Valenzuela, 2016). Las cifras alcanzan niveles preocupantes dentro de esta dimensión, donde un 70,2% de los ciudadanos manifiesta desprotección en al menos 3 de los 4 ítems que conforman el índice de inseguridad.

Si bien la literatura establece la disponibilidad de recursos económicos y el estatus social como mecanismos de protección frente al delito, mitigando la percepción de vulnerabilidad en las clases sociales acomodadas, nuestros datos informan leves diferencias entre los grupos extremos en la escala de ingresos. No obstante se observan diferencias estadísticamente significativas [$t_{ind}(1345) = 5,322$; $p= 0,001$], estas exhiben un reducido tamaño del efecto [Cohen's $d= 0,41$], en particular cuando se compara con el registrado por otras dimensiones.

Por su parte, el perfil de la dimensión Trabajo se caracteriza, primero, por tener un índice general menos acentuado que las dimensiones Delincuencia, Ingresos y Salud, y segundo, por contar con similares puntuaciones entre estratos económicos. Aun cuando en términos desagregados las preocupaciones en torno al trabajo manifiestan cierto sesgo de clase en razón de la naturaleza del ítem, estas puntuaciones se compensan a nivel de promedio general y

estructuran la dimensión Trabajo, junto con Delincuencia, como fuente compartida de incertidumbre por donde se transversaliza la sensación de inseguridad humana.

Inseguridad en Trabajo

En torno al trabajo y sus indicadores, Chile se encuentra enmarcado en una suerte de paradoja; si bien mantiene adecuados índices macroeconómicos plasmados en un crecimiento sostenido, una inflación controlada y una tasa de desempleo inferior a dos dígitos desde hace más de 20 años, existe en la población que integra la fuerza de trabajo una fuerte percepción de incertidumbre (Tabla 2).

Tabla 2: Inseguridad vinculada al Trabajo

	Sexo			NSE			
	Hombre	Mujer	Sig.	ABC1	D y E	Sig.	Gral.
- <i>Obtenerlo</i> ¹	74,4	75,2	-	42,8	76,7	***	74,9
- <i>Perderlo</i> ²	28,6	26,3	-	7,9	32,7	***	27,8
- <i>Recuperarlo</i> ¹	58,1	63,3	-	47,9	61,9	-	59,9
- <i>Cambiarse</i> ³	50,3	52,6	-	33,3	53,9	**	51,1

Nota: 1= “muy difícil”/“difícil”; 2= “poca confianza”/“ninguna confianza”; 3= “poco posible”/“nada posible”; Sig.= Significación estadística; Gral.= porcentaje respecto del total de población encuestada; -= Contraste no significativo; **= Significación estadística al 95%; ***= Significación estadística al 99%.

Elaboración propia con base en los datos PNUD sobre Bienestar Subjetivo en Chile (2012).

Muy a pesar de la imagen exitosa anunciada por las cifras de la economía chilena, vastos sectores no se sienten partícipes de este desarrollo ni se encuentran igualmente integrados a sus redes, existiendo un evidente desajuste entre las condiciones objetivas, constituidas por índices macroeconómicos, y las subjetivas, conformadas por la sensación de (in)seguridad. Se manifiesta desconfianza respecto de la real capacidad que tiene el mercado laboral de absorber la mano de obra disponible, sea para insertarse laboralmente entre quienes buscan trabajo (74,9%) o para recuperarlo en caso de ser desvinculado (59,9%); así mismo, 1 de cada 2 ocupados (51,1%) manifiesta escasas posibilidades de migrar hacia un trabajo que le ofrezca mayores garantías de seguridad.

Los ítems que conforman la dimensión Trabajo no reportan diferencias estadísticamente significativas con base al sexo [$p > 0,05$], pero sí en razón al segmento socioeconómico de pertenencia. Si bien las incertidumbres vinculadas al empleo en la generalidad trascienden los adscritos estatus de clase, se instalan con mayor fuerza en la población de menores ingresos,

particularmente en las oportunidades percibidas para encontrar trabajo [$X^2(3)= 27,720$; $p= 0,000$] y conservarlo [$X^2(3)= 15,152$; $p= 0,002$].

Con la demanda de flexibilidad laboral que impone el escenario internacional y su competitividad, la inseguridad se acentúa. El otrora relevante vínculo entre satisfacción y estabilidad en el empleo ha cedido campo a la incertidumbre; los procesos de desregulación de mano de obra y realización de negocios con base a una matriz de contratos temporales (World Bank, 2007) han instalado como ventaja comparativa del currículum la desapropiación identitaria con las fuentes de empleo. El constante desajuste entre las expectativas personales y las posibilidades que ofrece el mercado del trabajo motiva la migración en quienes cuentan con altas cualificaciones e instala frustración en quienes no, presionando la reconfiguración del sujeto como mercancía, la monetización de sus competencias y el sentimiento de desafección con los ideales de protección y bienestar laboral colectivo.

No se trata necesariamente que los indicadores objetivos del trabajo en Chile se hayan deteriorado, sino más bien que se han modificado las condiciones en que este se realiza, lo que deriva un cambio de relación del sujeto con el empleo. Proceso adaptativo que, además de resistencia, genera natural malestar subjetivo. Así, el trabajador se hace cargo de su sentimiento de vulnerabilidad como connatural de su status, emprendiendo en solitario las medidas remediales necesarias para acortar la brecha entre las condiciones que instala la modernidad y sus capacidades personales para vivirla, haciendo de la angustia un evento no siempre pasajero.

Inseguridad por Delincuencia

La perspectiva multidimensional de la inseguridad, pese a expandir el análisis de la incertidumbre a campos de la vida social otrora considerados estables o donde los derivados de la duda se aceptaban como inofensivos, sigue teniendo como eje o clavija central la delincuencia. La victimización ciudadana, la percepción de la inseguridad y el miedo al delito se constituyen en problemas centrales en diferentes partes del mundo y en campos tan diversos como la sociología, la economía, la criminología y la psicología. No obstante, en el contexto nacional la percepción de malestar subjetivo se instala con relativa independencia de la manifestación real del fenómeno. Los estudios comparativos dan cuenta de una atenuación de las cifras que objetivan la seguridad ciudadana, en contraposición al aumento en la sensación de riesgo declarado por las personas (PNUD, 2013; Dammert y Lagos, 2012).

Tabla 3: Inseguridad vinculada a la Delincuencia

	Sexo			NSE			
	Hombre	Mujer	Sig.	ABC1	D y E	Sig.	Gral.
- Inseguridad en el hogar ¹	59,2	64,0	**	70,3	59,4	***	61,7
- Inseguridad vía pública ¹	78,9	80,9	-	92,2	77,9	***	79,9
- Migración residencial ²	63,0	69,5	***	28,1	72,1	***	66,3
- Recibir justicia ³	86,1	87,7	**	67,1	88,0	***	86,9
- Victimización ⁴	18,4	18,6	-	23,1	18,2	-	18,5

Nota: 1= "muy probable"/"medianamente probable"; 2= "poco posible"/"nada posible"; 3= "poca confianza"/"nada de confianza"; 4= "una vez"/"más de una vez"; Sig.= Significación estadística; Gral.= porcentaje respecto del total de población encuestada; -= Contraste no significativo; **= Significación estadística al 95%; ***= Significación estadística al 99%.

Elaboración propia con base en los datos PNUD sobre Bienestar Subjetivo en Chile (2012).

Al respecto, la Tabla 3 informa que una alta proporción de la población se siente expuesta al delito en la vía pública (79,9%), sentimiento de inseguridad que permea los límites del hogar (61,7%), con una nula o escasa confianza en la protección de la justicia (86,9%). La sensación de vulnerabilidad frente al delito está generalizada, registrando grandes diferencias por nivel socioeconómico [Cohen's $d= 0,41$], mientras las observadas con base al género son atenuadas [Cohen's $d= 0,16$].

La segmentación territorial distribuye arbitrariamente las amenazas y obstáculos para la protección, evidenciándose una mayor percepción de vulnerabilidad en los sectores pobres respecto de recibir justicia [$X^2(3)= 36,593$; $p= 0,000$] y migrar hacia barrios percibidos como más seguros [$X^2(3)= 82,477$; $p= 0,000$]; mientras que para los sectores de mayores ingresos, quienes reportan más alta recurrencia de victimización (23,1%), sus miedos se centran en ser víctima de asalto o robo en el hogar [$X^2(3)= 24,924$; $p= 0,000$] o la vía pública [$X^2(3)= 24,444$; $p= 0,000$], siéndoles este último espacio particularmente peligroso (92,2%).

El microtráfico, la precarización de las condiciones de habitabilidad y la escasa accesibilidad a servicios públicos de atención policial y sanitaria, deterioran el sentido de pertenencia al barrio y facilitan su transformación en espacio crimípeto, es decir, un contexto residencial que entrega oportunidades para delinquir y efectuar actividades ilícitas (Vozmediano y San Juan, 2010).

En los sectores vulnerables no solo el sentimiento de desafección institucional y denegación de justicia es mayor (88,0%), sino que además este desamparo es acompañado por

la dificultad para migrar hacia barrios percibidos como más seguros (72,1%). La sensación de inseguridad se instala con mayor intensidad respecto de la vía pública (79,9%), sobre todo entre los sectores de mayores ingresos (92,2%), situación que fuerza el cambio en hábitos cotidianos ahora percibidos como inseguros e incide en la implementación de medidas de resguardo en el hogar.

La inseguridad, aparente o real, termina por ser tan dañina para el bienestar y la cohesión social como el delito mismo (Rodríguez, Padilla y Durán, 2017), instala la desconfianza interpersonal al percibir al otro como amenaza, situación que deriva en la fragmentación de las relaciones sociales y el abandono de los espacios públicos para confortarse en la privacidad del hogar, aunque ello no implique necesariamente sentirse física y emocionalmente más a salvo.

El estado de inseguridad percibida, teniendo una base estadística que la ampara, no correlaciona con el hecho de haber sido objeto de algún delito, con la intensidad deseada. Más allá del cluster de referencia, la inseguridad subjetiva se eleva muy por sobre las cifras de victimización (18,5%). En efecto, el sentimiento de victimización se asocia más con las creencias y expectativas que los sujetos construyen con base a la mediatización que con las cifras de delincuencia que las instituciones de control recogen sistemáticamente (Olavarría, 2006; Carrión, 2014). Esta configuración modifica la perspectiva tradicional que definía a la víctima como aquella persona que sufre algún delito o perjuicio (Dammert, 2004), para adentrarse hacia causas y motivos de carácter más subjetivo, diversificando sus fuentes y amenazas, lo que vuelve su condición analítica más compleja y relativa (Gallardo, 2014).

Cabe hacer presente aquí que si bien el miedo es amplificado por la exposición al sensacionalismo del mass media, la sensación de inseguridad está lejos de ser una mera construcción social alimentada por los medios. El mass media actúa como caja de resonancia que refuerza el temor dada la natural tendencia ciudadana a empatizar y sensibilizar con la experiencia ajena, particularmente cuando esta es traumática y se poseen características similares a las víctimas (Hipp, Petersilia y Turner, 2010; Gómez, 2014; Focás y Rincón, 2016).

El miedo al delito, amplificado o real, el sentimiento de inseguridad, la alteración de pautas de conducta ahora consideradas de riesgo, las medidas de resguardo del hogar, la pérdida de confianza en las instituciones y el sentimiento de desafección perfila al ciudadano como un sujeto aislado, haciéndose cargo de sí mismo a pesar de vivir en sociedad. Se instala así una percepción de vulnerabilidad que refuerza idénticas expresiones en otras esferas del malestar

humano y hace del miedo una manifestación transversalizada (Rodríguez, Padilla y Durán, 2017).

Inseguridad en Ingresos

Con independencia relativa del nivel de especialización, credenciales educativas, formalidad contractual y antigüedad en el empleo, los trabajadores se incorporan como una identidad particularmente vulnerable. Sentimiento que se traduce en una mayor inseguridad económica en razón de los reducidos apoyos institucionales para absorber los riesgos que se derivan de la cesantía, los reducidos montos del salario y pensiones, y el encarecimiento del costo de vida.

Tabla 4: Inseguridad vinculada a los ingresos

	Sexo			NSE			Gral.
	Hombre	Mujer	Sig.	ABC1	D y E	Sig.	
- <i>Solvencia económica</i> ¹	39,5	43,3	**	6,8	48,1	***	41,4
- <i>Acceso crédito formal</i> ¹	55,3	62,5	***	23,6	66,3	***	59,0
- <i>Consejo económico</i> ¹	43,5	51,3	***	13,6	53,4	***	47,5
- <i>Acceso a crédito informal</i> ¹	61,5	66,4	***	28,4	70,1	***	64,0
- <i>Incremento</i> ²	47,4	56,4	***	12,2	57,9	***	52,0
- <i>Suficiencia post-jubilación</i> ³	66,3	73,1	***	34,2	78,1	***	69,7
- <i>Sobreendeudamiento</i> ⁴	20,3	23,6	**	6,7	15,7	***	22,0
- <i>Riesgo morosidad</i> ⁵	67,5	74,9	***	52,2	73,6	***	71,4

Nota: 1= “poco probable”/“nada probable”; 2= “poco posible”/“nada posible”; 3= “esos ingresos no le permitirán cubrir su NBS”/“esos ingresos le permitirán cubrir sólo sus NBS”; 4= “tiene deudas y no las está pudiendo pagar”/“tiene deudas que a veces puede pagar y otras veces no”; 5= “muy preocupado”/“algo preocupado”; Sig.= Significación estadística; Gral.= porcentaje respecto del total de población encuestada; **= Significación estadística al 95%; ***= Significación estadística al 99%.

Elaboración propia con base en los datos PNUD sobre Bienestar Subjetivo en Chile (2012).

El trabajo, en particular el de carácter asalariado, se constituye en la principal fuente generadora de ingresos, incluso dentro de las familias más pobres. La vulnerabilidad económica se estructura con base a la insuficiencia de rentas reportadas por el trabajo remunerado y no necesariamente como expresión de la falta de una fuente de empleo (Tabla 4).

Las bajas remuneraciones laborales se circunscriben a la satisfacción de necesidades básicas haciendo poco probable la existencia de remanentes que pudieran invertirse en el desarrollo de iniciativas familiares (41,4%) y tampoco se avizora la probabilidad de que en el futuro cercano se generen incrementos (52%). La insuficiencia de ingresos familiares que

permitan hacer realidad la realización de proyectos que el grupo familiar se haya planteado (*Solvencia económica*) se constata con ostensible intensidad en los sectores más vulnerables (58,1%), marcando significativas diferencias respecto del segmento de comparación [$X^2(3)=75,038$; $p=0,000$].

Precariedad de los ingresos del trabajo que provoca que se instale con mayor intensidad el sentimiento de inseguridad en quienes abandonan por edad el mercado laboral para vivir de los ahorros previsionales (69,7%), particularmente entre los más pobres (78,1%). En efecto, la jubilación se constituye en una manifestación de potencial vulnerabilidad económica y pauperización de una amplia masa de trabajadores y sus familias en razón de las exiguas tasas de reemplazo, precisando de una continua y creciente transferencia estatal a fin de garantizar pensiones mínimas.

El sentimiento de vulnerabilidad económica los hace autoperibirse como un agente riesgoso y escasamente atractivo para acceder al crédito, sea este de carácter formal (59%) o informal (64%), particularmente entre los más pobres [$X^2(3)=95,964$; $p=0,000$].

Cabe hacer presente aquí que los componentes que estructuran la dimensión Inseguridad de Ingresos están en su manifestación fuertemente condicionados por el factor socioeconómico, siendo precisamente los más pobres quienes expresan mayor vulnerabilidad en cada uno de los ítems de la dimensión [$p<0,05$]. Cabe hacer presente que esto no significa necesariamente que los más pobres no sean objeto de crédito, más bien es esta misma precariedad económica y la búsqueda por solventar consumo la que ha suscitado un fuerte endeudamiento y consiguiente morosidad que inhibe la posibilidad de acceder a préstamos.

En las últimas décadas entidades financieras y de retail han masificado el acceso a mecanismos de consumo vía crédito, instalando niveles de endeudamiento que paulatinamente han generado inquietud entre la ciudadanía (Echeverría, 2014). En efecto, nuestros datos informan que un 22% de la población general y un 25,7% de quienes pertenecen a los sectores D y E manifiesta que tiene deudas que no puede pagar o bien lo hace en forma intermitente, lo que deriva repactaciones, aumento de intereses y prolongación de la deuda.

La facilidad para acceder al crédito significa una oportunidad para incorporarse a las redes de consumo y adquirir bienes y servicios que de otro modo sería imposible, no obstante, esta inclusión es endeble, simbólica en el horizonte de posibilidades que abre pero muy real en sus riesgosas consecuencias, un oropel inaugurado como status connatural a las categorías de

ciudadano en sociedades modernas. El consumo, indicador de vigor y buena salud de la economía nacional, con base al endeudamiento se hace insostenible a largo plazo al traspasar un umbral de solvencia, configurando un círculo de deuda difícil de sortear, generando problemas en la salud psicológica de los individuos (Echeverría, 2014; Salgado y Chovar, 2010).

El sobreendeudamiento tiene efectos nocivos sobre el patrimonio económico y bienestar subjetivo familiar, donde un 71,4% de los entrevistados se manifiesta preocupado por no poder cumplir con sus entidades acreedoras, situación en que huelga referirse al estrés colectivo que esto puede significar, ya que el acudir a créditos de forma constante puede acabar con sentimientos de agobio, poco control en la vida económica y constante tensión; consecuencias que merman la felicidad (Vandone, 2009).

Inseguridad en Vivienda

Si bien la política habitacional en Chile ha tenido un impacto positivo en el acceso y saneamiento básico de viviendas para la población, aún persisten problemáticas vinculadas a las condiciones de habitabilidad (MINVU, 2004; Rodríguez y Sugranyes, 2004). En forma paradójica, junto con aumentar las cuotas de cobertura y el sueño de la casa propia, los programas de vivienda social profundizaron la segmentación territorial mediante la disposición periférica de las residencias populares, alejadas de las fuentes de trabajo y servicios comunitarios, transfigurando la problemática habitacional desde el déficit de tenencia hacia las condiciones de habitabilidad y entorno.

Tabla 5: Inseguridad vinculada a la Vivienda

	Sexo			NSE			
	Hombre	Mujer	Sig.	ABC1	D y E	Sig.	Gral.
- <i>Infraestructura</i> ¹	20,9	23,2	-	0	27,8	***	22,1
- <i>Servicios básicos</i> ¹	12,5	13,2	-	0	16,3	***	12,9
- <i>Aspecto</i> ¹	20,4	23,2	-	0	28,0	***	21,8
- <i>Privacidad</i> ¹	17,9	25,6	***	3,3	27,5	***	21,8
- <i>Mejoramiento habitacional</i> ²	55,8	66,0	***	22,0	67,6	***	61,0

Nota: 1="inadecuado a sus necesidades"/"muy inadecuado a sus necesidades"; 2= "poco posible"/"nada posible"; Sig.= Significación estadística; Gral.= porcentaje respecto del total de población encuestada; -= Contraste no significativo; **= Significación estadística al 95%; ***= Significación estadística al 99%.

Elaboración propia con base en los datos PNUD sobre Bienestar Subjetivo en Chile (2012).

La constitución de guetos, aun contando con dotación de servicios de saneamiento básicos, inhibe las capacidades de acumulación de capital social, por cuanto quien adquiere una vivienda adquiere también un conjunto de redes simbólicas asociadas al entorno comunitario, vecinal e institucional próximo. En el espacio residencial los agentes tienen la posibilidad de incorporar valor agregado al campus, brindando oportunidades y sentimientos de seguridad que van más allá de la delimitación perimetral de la vivienda.

La Tabla 5 reporta que la inseguridad en cuanto a vivienda y entorno es un fenómeno social casi totalmente perteneciente a segmentos de menores ingresos, siendo posible inferir que la percepción negativa de habitabilidad está estrechamente relacionada con ser pobre [$p < 0,000$]. Los grupos de los deciles más bajos tienden a vivir en barrios periféricos cuando no marginales, en casas cuyo deterioro y/o construcción precaria induce a los habitantes a percibir las negativamente en términos de calidad material (27,8%), estéticamente mal evaluadas (28,0%) y con precarias condiciones de espacio y aislamiento (27,5%). Menguada percepción de bienestar que se acentúa frente a la imposibilidad de movilidad residencial o inversión de recursos para la mejora (67,6%). Por su parte, en los residentes ABC1 las condiciones de precariedad tanto en infraestructura, servicios básicos, aspecto y habitabilidad, son prácticamente inexistentes.

Los datos informan que 21,8% de la población siente que su espacio personal y privacidad son inadecuados, siendo las mujeres [$X^2(3) = 22,367$; $p = 0,000$] y los segmentos pobres de la población [$X^2(3) = 72,707$; $p = 0,000$] quienes presentan mayores índices de incomodidad. La menor privacidad señalada por mujeres es relevante toda vez que, dada la construcción social del género y la distribución sexual de roles, es ella quien permanece más tiempo en casa y está a cargo de la crianza, mantención y cuidado del resto de miembros. Estas precarias condiciones de habitabilidad, en particular el hacinamiento y la pauperización del entorno y redes, constituyen el principal factor de menoscabo en temas de vivienda en Chile, tomando en cuenta que necesidades de saneamiento básico han sido considerablemente cubiertas en el país. Vulnerabilidad barrial que se corresponde con una de las expresiones más claras de la pobreza y su reproducción, pues implica un mal ambiente para el desarrollo escolar, social y personal de niños, niñas y adolescentes (MINVU, 2004).

La inseguridad humana vinculada a la vivienda hace menester visualizar el dilema en que se encuentran las familias carenciadas en sus condiciones de habitabilidad. La política habitacional actual que rige la provisión de viviendas sociales prolonga, por sus características

constructivas y emplazamiento, la incomodidad y malestar subjetivo. Por falta o especulación del suelo, las viviendas populares son proyectadas en la periferia de las ciudades, provocando dificultades de acceso al transporte, trabajo, recintos educacionales y comercio; aislamiento que representa otra forma de segregación.

Inseguridad en Salud

Con muy pocas excepciones a la regla, los países con mayores índices de desigualdad en la distribución de riquezas entre sus habitantes son, a la vez, aquellos que tienen las mayores diferencias en sus criterios de acceso, calidad y oportunidad en la atención médica. Chile no es ajeno a esta tendencia, pues a pesar de sus auspiciosos indicadores macroeconómicos, se posiciona como uno de los países con mayor inequidad en la distribución de la riqueza, lo que repercute en la cobertura de necesidades básicas de salud (OMS, 2009; Gonzáles, 2017).

Tabla 6: Inseguridad vinculada a la Salud

	Sexo			NSE			
	Hombre	Mujer	Sig.	ABC1	D y E	Sig.	Gral.
<i>Accesibilidad</i> ¹	65,4	72,8	-	0	73,0	***	68,8
<i>Elegibilidad</i> ¹	72,2	76,9	***	26,6	81,9	***	74,7
<i>Oportunidad</i> ²	65,5	59,3	-	9,8	65,2	***	57,9
<i>Asequibilidad</i> ²	67,9	72,2	***	22,8	77,6	***	70,1
<i>Calidad</i> ²	57,3	59,5	-	0	65,6	***	58,4

Nota: 1= “poco posible”/“nada posible”; 2= “poca confianza”/“nada de confianza”; Sig.= Significación estadística; Gral.= porcentaje respecto del total de población encuestada; -= Contraste no significativo; ***= Significación estadística al 99%.

Elaboración propia con base en los datos PNUD sobre Bienestar Subjetivo en Chile (2012).

De acuerdo a la Tabla 6, de quienes adscriben a algún programa de salud, una alta proporción reporta incertidumbre sobre la posibilidad de cubrir costos médicos (70,1%), recibir atención oportuna (57,9%) y de calidad (58,4%) frente a alguna urgencia; incluso, la cualidad de libre elección pregonada por el sistema de salud se vislumbra fuertemente cuestionada por gran mayoría de la población adscrita (74,7%).

El sentimiento de vulnerabilidad pervive en el ciudadano, por cuanto no es la ausencia de una institucionalidad lo que instala la sensación de riesgo, tal como la carencia de seguro médico, sino la precariedad en términos de oportunidad, asequibilidad y calidad con que esta funciona. La prevalencia de lógicas de mercado en salud, propias de la herencia de reformas de

los 80', segmenta servicios sociales asociados a derechos en razón de la capacidad de pago y presupuesto familiar, estimulando el crecimiento del sector privado y el financiamiento individual (Accorsi y Alarcón, 2012).

El sistema público, al cual adscribe la gran mayoría de la población, presenta endémicas y estructurales problemáticas vinculadas a su dotación profesional y tecnológica, disponibilidad presupuestal, estrategias de organización y modelo de gestión, que producen colapsadas listas de espera para exámenes, intervenciones quirúrgicas y exploraciones instrumentales, restringido acceso a especialistas y un servicio de urgencias atochado (Goic, 2015).

De esta manera, el gran problema que enfrenta el sistema de salud y acentúa la sensación de malestar subjetivo son las brechas producidas por la inequidad instalada con ocasión de su mercantilización (Vergara, 2007). En efecto, los indicadores de inseguridad humana en esta dimensión están fuertemente condicionados por el nivel socioeconómico [$p < 0,000$], mientras mayor es la vulnerabilidad socioeconómica mayor es la precariedad en términos de accesibilidad, elegibilidad, oportunidad, asequibilidad y calidad de la atención médica recibida.

Inseguridad en Educación

Como extensión ineluctable del progreso de la modernidad, la ciencia y las tecnologías, el desarrollo y perfeccionamiento intelectual de la población se ha vuelto objetivo imperante, donde lo sustancial es optimizar las oportunidades de acceso, adquisición de competencias e inserción profesional en la ciudadanía. En tal sentido, los aparatos del Estado chileno han procurado equidad y calidad en sus servicios educativos, actuando como facilitadores de recursos y movilidad, aun cuando la realidad manifiesta un grueso quiebre al respecto, presentando dificultades para instalar adecuada y pertinentemente competencias que favorezcan el desempeño en una sociedad cada vez más informatizada (Tedesco, 2008).

En términos educativos, Chile tiene un sistema profundamente segmentado y desigual. Con una lógica de subsidio a la demanda, donde los fondos siguen a los alumnos, se instala una fuerte competencia entre instituciones, lo que abre paso a la mercantilización, privatización y provisión desigual del servicio educativo (Donoso y Arias, 2012; Corvalán y García-Huidobro, 2015; Bellei, 2015; Páez y Kremmerman, 2016). La segregación escolar tiene un impacto negativo en el aprendizaje y expectativas de los estudiantes, a la vez que limita las oportunidades para valorar la diversidad, generar sentimientos de pertenencia y construir ciudadanía, constituyendo la institución educativa antesala y prolongación de injusticia social (Murillo y Duk, 2016).

Tabla 7: Inseguridad vinculada a Educación

	Sexo			NSE			Gral.
	Hombre	Mujer	Sig.	ABC1	D y E	Sig.	
<i>Posibilita elegir libremente</i> ¹	44,8	55,2	***	5,5	59,2	***	50,1
<i>Posibilidad de perfeccionamiento</i> ²	51,4	57,0	***	18,1	60,9	***	54,3
<i>Discriminación por capital educativo</i> ³	14,4	13,1	-	5,5	16,2	***	13,7

Nota: 1="poco"/"nada"; 2= "poco posible"/"nada posible"; 3="sí"; Sig.= Significación estadística; Gral.= porcentaje respecto del total de población encuestada; -= Contraste no significativo; ***= Significación estadística al 95%; ***= Significación estadística al 99%.

Elaboración propia con base en los datos PNUD sobre Bienestar Subjetivo en Chile (2012).

Resulta paradójico que en un sistema que propugna la libre elección educativa 1 de cada 2 personas (50,1%) manifieste que el nivel educativo alcanzado, aun pudiendo ser alto, no le posibilita elegir libremente (Tabla 7). Lo que estaría a la base de esta desigualdad percibida no es el capital escolar en sí mismo, sino más bien la calidad de la experiencia educativa y redes construidas en el proceso de acumulación. Desigualdad que comprende un cierre social donde las capas socioeconómicas más acomodadas perciben, con ocasión de la calidad del capital humano acumulado, mayores posibilidades para tomar decisiones en su vida [$X^2(3)= 120,410$; $p= 0,000$].

Entendiendo la educación como proceso, la desigualdad en esta materia se hace posible de revertir mediante la disposición de mecanismos de perfeccionamiento en un contexto de desarrollo profesional continuo o educación para toda la vida, empero, estas oportunidades se encuentran además de limitadas fuertemente segmentadas por nivel socioeconómico. En efecto, un 49,6% de la muestra señala escasas posibilidades para aprender algo nuevo que mejore su desempeño en el mundo actual, incertidumbre fuertemente presente en los sectores pobres [$X^2(3)= 70,072$; $p= 0,000$].

Aunque con menor prevalencia respecto de los otros componentes de inseguridad humana vinculada a educación, la experiencia de discriminación se evidencia en un 13,7% de la población encuestada, y claramente más acentuada en los grupos socioeconómicos D y E [$X^2(3)= 7,455$; $p= 0,002$]. El déficit de capital humano en cuanto a años de estudio y calidad de la experiencia educativa tiene su correlato en la depreciación y estigmatización de las credenciales que hacen determinados empleadores con base a la procedencia, años invertidos,

títulos y grado alcanzado; atributos que condicionan comportamientos discriminatorios y prejuiciados hacia los segmentos más pobres, incluso a pesar del capital humano acumulado.

Por ello, el sistema educativo y su funcionamiento actual parecen incapaces de frenar, cuando no sostener, la sensación de inseguridad en la población, en especial si se trata de entregar las herramientas necesarias para poder elegir qué hacer en la vida o nuevas competencias que faciliten un desempeño satisfactorio (Donoso, 2006).

Comentarios

En términos generales, la inseguridad parece vehiculada por los ciudadanos hacia cada una de las dimensiones que componen la vida moderna, un sentimiento más en el catálogo de respuestas frente a la contingencia. No obstante el nivel de acumulación de capital humano, prestigio y estatus actúa como factor de protección para la contención y mitigación de la inseguridad, ello no evita que las personas perciban la vulnerabilidad como algo cercano, especialmente cuando ocurre algún inconveniente vinculado a Delincuencia, Salud o Ingresos. Ello refuerza el argumento que la inseguridad dista de ser patrimonio exclusivo de las clases más pobres o que está circunscrita solamente a la percepción de victimización.

Aun cuando el miedo al delito tiene una base estadística que la objetiviza y ampara, esta sensación no se corresponde linealmente con la disminución en la cifra de delitos contra la propiedad y las personas que exhiben los reportes de seguridad ciudadana los últimos años. El sentimiento de vulnerabilidad persiste aun cuando sus expresiones materiales se mantienen o decaen, lo cual pone de manifiesto la importancia de la dimensión subjetiva, donde más que cifras son las narrativas mediáticas y discursos de economía política los que sostienen el miedo a la Delincuencia. En esta dimensión destacan dos fenómenos: por una parte, la percepción popular de la vía pública como sitio de victimización, favorecedor de acciones delictivas; y por otro, la desconfianza en que los aparatos de justicia son capaces de cumplir adecuadamente su labor de protección y compensación en caso de ser requeridos.

Sin embargo y como hemos expuesto, la preocupación de los chilenos y chilenas se ha propagado hacia otras áreas, entre las que destacan Salud, Educación, Trabajo e Ingresos, debido a relevancia que tienen las actividades allí realizadas para definir un sentido de bienestar, que incluyen lograr una vida larga y saludable, contar con el capital humano necesario para desenvolverse en la sociedad y alcanzar un nivel de vida que resulte satisfactorio.

En este escenario y según reportan los ciudadanos, el Trabajo se caracterizaría por ser un territorio inestable y volátil, donde las posibilidades de obtener empleo disminuyen y que, incluso de conseguirlo, no existe seguridad en ser capaz de mantenerlo o cambiarlo, ni siquiera la experiencia adquirida otorga confianza en que podrían recuperarlo si se pierde; en cuanto a Ingresos lo que provoca incertidumbre es la incapacidad para cumplir compromisos crediticios y sostener un nivel de vida aceptable durante el período de jubilación, donde se agotan las fuentes de renta y perceptores de ingreso familiar.

Respecto a Vivienda, la inseguridad se proyecta bajo la imposibilidad de poder migrar hacia otros barrios o adecuar materialmente el hogar según las expectativas familiares, situación que aumenta la frustración entre quienes habitan territorios pauperizados. En Salud, el malestar se encuentra en las oportunidades de escoger dentro del sistema una modalidad que se ajuste a las necesidades de protección y estar a resguardo de contingencias recibiendo una atención oportuna, de calidad y asequible, sentimiento de vulnerabilidad que persiste pese a la disponibilidad de seguro médico. Por último, la dimensión Educativa proyecta insatisfacción debido a que las herramientas de capital humano adquiridas tienen escaso valor de utilidad para elegir libremente qué hacer, además de las restricciones que presenta a los anhelos de perfeccionamiento.

Las implicancias de la inseguridad humana se dejan sentir con fuerza en las medidas políticas y ciudadanas que los organismos del Estado ponen en curso bajo categorías del plan de gobierno, donde la repulsa popular de actos delictivos puede tender hacia la aseveración de sanciones penales en lugar de una discusión sobre sus causas y factores, tal y como es ejemplo el conjunto de medidas que incluye la agenda corta contra la delincuencia y su endurecimiento de las condenas, masificación de los controles de identidad preventivo y re-tipificación de delitos contra la autoridad, las fuerzas de orden y seguridad.

El desafío de educar y preparar a los ciudadanos para que sean capaces de sostener los proyectos de desarrollo nacional parece yuxtaponerse con el de promover el desarrollo humano, por cuanto las personas, siendo parte de un sistema educativo y de integración laboral, creen que las herramientas de capital humano adquiridas no alcanzan para hacer aquello que se proponen en la vida o los hace felices.

En suma, lo que la Inseguridad Humana plantea es el proceso de reinscripción analítica del miedo, temor e incertidumbre como características inherentes a la construcción y desarrollo

de ciudadanía en tiempos modernos. En lo inmediato, encontramos que uno de los obstáculos para llevar a cabo esta propuesta es la hegemonía que ha logrado la delincuencia y sus derivados, arraigando en la población estrechas relaciones entre vulnerabilidad y malestar, entre el otro desconocido y la amenaza, como si ella fuese la única productora de descontento.

Referencias

- Accorsi, E., & Alarcón, A. (Edits.). (2012). Comisión de seguridad social y el sistema de salud en Chile. *Problemas de salud y respuestas del sistema sanitario para Chile al año 2040* (págs. 35-38). Valparaíso: Oficina de publicación Cámara de Diputados de Chile.
- Bauman, Z. (2015). *Modernidad líquida*. Buenos Aires: Fondo de Cultura Económica.
- Beck, U. (2005). *La teoría de la sociedad del riesgo reformulada*.
- Bellei, C. (2015). *El gran experimento: Mercado y privatización de la educación chilena*. Santiago: LOM.
- Bourdieu, P. (2016). *La distinción: criterio y bases sociales del gusto*. Barcelona: Taurus.
- Browne, M., & Valenzuela, S. (2016). Temor a la delincuencia en Chile: ¿Una creación de los medios o una realidad que nace de la experiencia de la ciudadanía? Análisis longitudinal e individual de las teorías comunicacionales del cultivo y agenda setting. En B. Focás, & O. Rincón, *(In)seguridad, medios y miedos: una mirada desde las experiencias y las prácticas cotidianas en América Latina* (págs. 117-156). Colombia: Universidad Icesi.
- Carrión M., F. (2014). Violencia y medios de comunicación: populismo mediático. *Revista Latinoamericana De Estudios De Seguridad*(5), 7-12.
- Carrión, F. (2005). La seguridad en América Latina y Europa. *Quorum*, 12, 21-28.
- Castells, M. (2001). *La era de la información: economía, sociedad y cultura* (2da. ed., Vol. I. La sociedad red). México: Siglo Veintiuno.
- Centro de Estudios Públicos (CEP). (2015). *Estudio Nacional de Opinión Pública N 75, Noviembre 2015*. Santiago de Chile: Centro de Estudios Públicos .
- Corvalán, J., & García-Huidobro, J. (2015). La educación de mercado en Chile y su propuesta de superación. *Cuadernos de educación*(66), 1-16.
- Cuadra, H., & Florenzano, R. (2003). El Bienestar Subjetivo: Hacia una Psicología Positiva. *Revista de Psicología de la Universidad de Chile*, 12(1), 83-96.
- Dammert, L. (2004). ¿Ciudad sin ciudadanos? Fragmentación, segregación y temor en Santiago. *Eure*, 30(91), 87-96.
- (2005). *Violencia criminal y seguridad ciudadana en Chile*. United Nations Publications.
- Dammert, L., & Lagos, M. (2012). *La Seguridad Ciudadana. El problema principal de América Latina*. Lima: Latinobarómetro.
- Díaz, V., & Ortiz, A. (2014). La ciudad y la arquitectura del miedo. Estudio conceptual comparativo entre el fraccionamiento habitacional cerrado de lujo contemporáneo y la bastida medieval. *Revista nodo*, 8(16), 25-42.
- Donoso, S. (2006). Financiamiento y gestión de la educación pública chilena de los años 90. *Cuadernos de Pesquisa*, 36(27), 151-172.

- Donoso, S., & Arias, O. (2012). Distribución desigual de las oportunidades educativas en el territorio y migración de la matrícula escolar: el caso de la región de Los Lagos. *Estudios pedagógicos*, 38(2), 35-54.
- Echeverría, F. (2014). *Endeudamiento y pobreza en Chile*. Informe Social N°1.
- Esposito, R., & Nancy, J. L. (2003). *Communitas: origen y destino de la comunidad*. Buenos Aires: Amorrortu editores.
- Focás, B., & Rincón, O. (2016). *(In)seguridad, medios y miedos: una mirada desde las experiencias y las prácticas cotidianas en América Latina*. Cali: Editorial Universidad Icesi y FES Comunicaciones.
- Foucault, M. (2008). *Vigilar y castigar: nacimiento de la prisión*. México: Siglo Veintiuno.
- (2014). *Los anormales*. Buenos Aires: Fondo de Cultura Económica.
- Fundación Paz Ciudadana (FPC). (2015). *Balance de la delincuencia en Chile 2014: Radiografía del sistema de seguridad y justicia*. Santiago de Chile: Fundación Paz Ciudadana.
- Gallardo, R. (2014). Desorden, victimización y temor: estudio exploratorio sobre la relación entre la percepción de desorden y delito en Chile. *Criminalidad*, 56(3), 25-43.
- Garay, S., & Montes de Oca, V. (2011). La vejez en México: una mirada general sobre la situación socioeconómica y familiar de los hombres y mujeres adultos mayores. *Perspectivas sociales*, 13(1), 143-165. Obtenido de <http://eprints.uanl.mx/8789/>
- Giddens, A. (1993). *Consecuencias de la modernidad*. Madrid: Alianza.
- Gilbert, J. (2010). *Introducción a la sociología*. Santiago: LOM.
- Goic, A. (2015). El Sistema de Salud de Chile: una tarea pendiente. *Revista médica de Chile*, 143(6), 774-786.
- Gómez, A. (2014). ¿Populismo penal o falta de creatividad? *Revista Latinoamericana De Estudios De Seguridad*(11), 7-8.
- González, L. (2017). Desarrollo económico local: leyendas y realidades. *Territorios*(1), 9-24.
- Hipp, J., Petersilia, J., & Turner, S. (2010). Parolee recidivism in California: The effect of neighborhood context and social service agency characteristics. *Criminology*, 48(4), 947-979.
- Larraín, J. (2005). *¿América Latina Moderna?: globalización e identidad*. Santiago: LOM.
- Ministerio de Vivienda y Urbanismo (MINVU). (2004). *El déficit habitacional en Chile. Medición de requerimientos de vivienda y su distribución espacial*. Santiago de Chile: Ministerio de Vivienda y Urbanismo de Chile.
- Moulian, T. (1997). *Chile actual. Anatomía de un mito*. Santiago de Chile: Lom Ediciones.
- Moyano, E., & Ramos, N. (2007). Bienestar subjetivo: midiendo satisfacción vital, felicidad y salud en población chilena de la Región Maule. *Universum*, 22(2).
- Murillo, F., & Duk, C. (2016). Segregación Escolar e Inclusión. *Revista latinoamericana de educación inclusiva*, 10(2), 11-13.
- Olavarría, M. (2006). *El crimen en Chile. Una mirada desde las víctimas*. Santiago de Chile: RIL editores.

- Organización Mundial de la Salud (OMS). (2009). *Indicadores para evaluar la protección social de la salud (el caso de Chile)*. Santiago de Chile: Fondo Nacional de Salud - Chile.
- Paez, C., Peón, I., & Ramírez, Y. (2018). Contexto de la seguridad ciudadana en América Latina y el Caribe: revisión de literatura (2007-2017). *Rev. Cient. Gen. José María Córdova*, 16(24), 83-106. Obtenido de <https://revistacientificaesmic.com/index.php/esmic/article/view/360/249>
- Páez, A., & Kremerman, M. (2016). *Endeudar para gobernar y mercantilizar: el caso del CAE*. Santiago de Chile: Fundacion Sol.
- Programa de Naciones Unidas para el Desarrollo (PNUD). (1998). *Informe de Desarrollo Humano en Chile. Las paradojas de la modernización*. Santiago de Chile: Programa de las Naciones Unidas para el Desarrollo.
- (2012). *Informe de Desarrollo Humano en Chile. Bienestar subjetivo: el desafío de repensar el desarrollo*. Santiago de Chile: Programa de las Naciones Unidas para el Desarrollo.
 - (2013). *Trabajo decente e igualdad de género. Políticas para mejorar el acceso y la calidad del empleo de las mujeres en América Latina y el Caribe*. Santiago de Chile: CEPAL, FAO, ONU Mujeres, PNUD, OIT.
 - (2017). *Chile en 20 años: Un recorrido a través de los Informes de Desarrollo Humano*. Santiago de Chile: Programa de las Naciones Unidas para el Desarrollo.
- Polomer, A. (2005). Seguridad Ciudadana y Sociedad en Chile Contemporáneo. Los delincuentes, las políticas y los sentidos de una sociedad. *Revista de estudios históricos*.
- Pratt, M. L. (2000). *"Des-escribir a Pinochet: desbaratando la cultura del miedo en Chile*. Gale OneFile: Informe Académico.
- Rodríguez, A., & Sugranyes, A. (2004). El problema de vivienda de los "con techo". *EURE*, 30(91), 53-65.
- Rodríguez, C., Padilla, G., & Durán, V. (2017). Sobre el miedo al delito y los otros miedos: el ciudadano-víctima y la inseguridad transversalizada. *Política y Sociedad*, 54(3), 781-803.
- Salgado, H., & Chovar, A. (2010). *"¿ Cuánto influyen las tarjetas de crédito y la deuda hipotecaria en el sobre endeudamiento de los hogares de Chile*. Concepción : Departamento de Economía.
- Schwartz, S. H. (2001). ¿Existen aspectos universales en la estructura y contenido de los valores humanos? En M. Ros, & V. Gouveia, *Psicología Social de los Valores Humanos* (págs. 53–76). Madrid: Biblioteca Nueva.
- Sora, B., Caballer, A., & Peiró, J. M. (2014). La inseguridad laboral y sus consecuencias en un contexto de crisis económica. *Papeles del Psicólogo*, 35(1), 15-21.
- Tedesco, J. C. (2008). Calidad de la educación y políticas educativas. *Cuadernos de pesquisa*, 39(138), 795-811.
- Vandone, D. (2009). *Consumer credit in Europe: Risks and opportunities of a dynamic industry*. Springer Science & Business Media.

- Vattimo, G. (2004). *El fin de la modernidad. Nihilismo y hermenéutica en la cultura posmoderna*. México: Gedisa.
- Vergara, R. (2007). Tendencias demográficas y económicas en Chile y sus implicancias para la educación superior. *Estudios públicos*(106), 129-152.
- Vozmediano, L., & San Juan, C. (2010). *Criminología Ambiental: ecología del delito y de la seguridad*. Editorial UOC, 2011. Barcelona: OUC.
- Wallerstein, I. (2005). *Análisis de sistemas-mundo: una introducción*. México: Siglo XXI.
- World Bank. (2007). *Doing Business in 2008*. Washington DC: The World Bank.

Rodríguez Garcés, Carlos. Doctor por la Universidad de Barcelona, Docente en la Universidad del Bío-Bío, Director del Centro de Investigación CIDCIE, Chillán, Chile. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-9346-0780>. Líneas de investigación: Educación, Tecnologías de la Información, Familia. Correo: carlosro@ubiobio.cl, fono 56-422-463618. Casilla 447, Chillán, Chile.

Geraldo Padilla Fuentes. Trabajador Social, Licenciado en Trabajo Social. Universidad del Bío-Bío. Investigador Adscrito al Centro de Investigación CIDCIE, Universidad del Bío-Bío, Chillán, Chile. ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-0882-1818>. Líneas de investigación: Educación y Sociedad. Correo: gpadilla@ubiobio.cl, fono 56-422-463616. Casilla 447, Chillán, Chile.

Javier Ávila Bascuñán, Licenciado en Trabajo Social. Universidad del Bío- Bío. Investigador ayudante Centro de Investigación CIDCIE. Universidad del Bío-Bío, Chillán, Chile. Líneas de investigación: Educación y Sociedad. Correo: javier.avila1501@alumnos.ubiobio.cl.. fono 56-422-463616. Casilla 447, Chillán, Chile.

OLIMPIADA NACIONAL DE HISTORIA DEL BRASIL - ONHB: MÁS ALLÁ DE LA COMPETICIÓN, LA COOPERACIÓN Y LA EDUCACIÓN CONTINUA

José Gerardo Bastos Costa Júnior
gerardo.junior@ifrn.edu.br
<http://orcid.org/0000-0002-8428-2281>

Francisco Das Chagas Silva Souza
chagas.souza@ifrn.edu.br
<https://orcid.org/0000-0002-9721-9812>

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte (IFRN)
Campus Mossoró, Brasil.

Recibido: 2020-07-27; **Aceptado:** 2020-11-11

Resumen

En este artículo, presentamos las Olimpiadas Nacionales de Historia de Brasil (ONHB), promovidas desde 2009 por la Universidad de Campinas (UNICAMP), Brasil. Además, destacamos el potencial de este evento para el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Historia en la Educación Básica, así como para la formación continua de los profesores de esta disciplina. La investigación se basó en la revisión bibliográfica y la investigación exploratoria en el sitio de la ONHB, donde se pueden encontrar documentos, pruebas y toda la información sobre el evento. La bibliografía, los contenidos de la página web de la ONHB y nuestra experiencia en la participación en varias ediciones nos llevan a concluir que esta Olimpiada científica contribuye al desarrollo profesional de los profesores de Historia, ya que tienen acceso a nuevas fuentes, viven experiencias, realizan investigaciones e intercambian conocimientos con otros profesores y sus equipos, produciendo articulaciones entre el saber y el hacer, es decir, entre la teoría y la práctica. Así, destacamos que la ONHB no es sólo una simple competición, sino también un espacio de colaboración y formación de estudiantes y profesores.

Palabras clave: ONHB. Formación de profesores. La enseñanza de la historia.

OLIMPIADA NACIONAL EM HISTÓRIA DO BRASIL: PARA ALÉM DA COMPETIÇÃO, A COOPERAÇÃO E A FORMAÇÃO CONTINUADA

Resumo

Neste artigo, apresentamos a Olimpíada Nacional em História do Brasil (ONHB), promovida, desde 2009, pela Universidade de Campinas (Unicamp), Brasil. Ademais, realçamos a potencialidade desse evento para o processo de ensino-aprendizagem de História na Educação Básica, e ainda para a formação continuada de professores dessa disciplina. A investigação se deu a partir de revisão bibliográfica e de pesquisa exploratória no *site* da ONHB, onde se encontram documentos, provas e todas as informações acerca do evento. A bibliografia, o conteúdo do *site* da ONHB e a nossa experiência na participação em várias edições nos leva a concluir que essa Olimpíada científica contribui para o desenvolvimento profissional de professores de História, visto que estes têm acesso a novas fontes, vivenciam experiências, realizam pesquisas e trocas de conhecimentos com outros docentes e com suas equipes,

produzindo articulações entre o saber e o fazer, ou seja, entre teoria e prática. Dessa forma, ressaltamos que a ONHB não é apenas uma simples competição, mas também um espaço de colaboração e de formação de alunos e professores.

Palavras-chave: ONHB. Formação docente. Ensino de História.

NATIONAL OLYMPIC IN BRAZILIAN HISTORY: BEYOND COMPETITION, COOPERATION AND CONTINUING EDUCATION

Abstract

In this article, we present the National Olympics in Brazilian History (ONHB), promoted since 2009 by the University of Campinas (Unicamp), Brazil. In addition, we highlight the potential of this event for the teaching-learning process of History in Basic Education, as well as for the continued training of teachers of this discipline. The investigation was based on bibliographic review and exploratory research in the ONHB site, where documents, evidence and all information about the event can be found. The bibliography, the contents of the ONHB website and our experience in participating in several editions lead us to conclude that this scientific Olympiad contributes to the professional development of History teachers, since they have access to new sources, live experiences, carry out researches and exchange knowledge with other teachers and their teams, producing articulations between knowledge and doing, that is, between theory and practice. Thus, we emphasize that the ONHB is not only a simple competition, but also a space of collaboration and formation of students and teachers.

Keywords: ONHB. Teacher training. History teaching.

Introdução

Nas últimas décadas, no Brasil, têm se ampliado a realização de olimpíadas científicas escolares, muitas das quais de alcance internacional e promovidas com financiamento do Governo Federal. Em algumas dessas competições, os estudantes mais bem classificados podem participar de programa de iniciação científica júnior, com bolsas do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq). Porém, é importante frisar que muitas dessas competições ocorrem também em níveis local, estadual e regional, sendo sempre percebidas como práticas viáveis para a melhoria da aprendizagem, haja vista a motivação que gera nos alunos e professores participantes.

Neste artigo, abordamos a Olimpíada Nacional em História do Brasil (ONHB), criada em 2009 e organizada pela Universidade de Campinas (Unicamp). De acordo com o sítio desse evento¹, a partir de 2018, a ONHB se tornou um projeto de extensão do Departamento de História da referida Universidade e contou, em alguns anos, com apoio do Ministério da Ciência, Tecnologia, Inovações e Telecomunicações (MCTIC), por meio do edital de

¹ <https://www.olimpiadadehistoria.com.br/>

Olimpíadas Científicas do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq).

Ao longo dos seus onze anos de história, a ONHB tem apresentado números elevados de participantes. Um exemplo disso é o quantitativo de equipes inscritas em 2019: mais de 18 mil, equivalendo um total aproximado de 55 mil estudantes de todos os estados do Brasil, além de milhares de professores orientadores.

Considerando esses números e a realização do evento anualmente, por mais de uma década, objetivamos, neste artigo, apresentar a ONHB no seu caráter operacional (organização, metodologias utilizadas na aplicação e avaliação das provas, dentre outros aspectos) e expor a potencialidade dessa Olimpíada para a formação continuada de professores de História nela envolvidos. Compreendemos que, com tal discussão, podemos contribuir para o debate acerca da participação de alunos e escolas em competições científicas, algo criticado por muitos pesquisadores, como veremos adiante.

As fontes de informação e análise dos resultados que possibilitaram a escrita deste texto foram de caráter bibliográfico (artigos e obras que tratam do ensino de História e da formação de professores dessa disciplina) e documental (provas, regulamentos, tarefas etc. disponíveis no *site* da ONHB).

Portanto, este artigo resulta de uma investigação de natureza qualitativa, a qual, de acordo com Chizzotti (2000, p. 79), “[...] parte do fundamento de que há uma relação dinâmica entre o mundo real e o sujeito, uma interdependência viva entre o sujeito e o objeto, um *vínculo indissociável entre o mundo objetivo e a subjetividade do sujeito* [grifo nosso]”. Não podemos deixar de destacar, como afirmou Chizzotti, a relação de interdependência entre nós, pesquisadores e professores participantes da ONHB, e nossa implicação no objeto da pesquisa, o evento. Por isso, ressaltamos o cabedal de experiências que acumulamos com o nosso envolvimento em dez edições da ONHB, exercendo as funções de professores orientadores de equipes, preparando previamente os estudantes para as tarefas, realizando atividades análogas àquelas que fazem parte do evento, promovendo encontros presenciais durante a competição, debatendo as questões e as tarefas, mas, ao mesmo tempo, proporcionando aos estudantes a autonomia na tomada de decisões. Logo, neste artigo não nos prendemos apenas às referências bibliográficas, mas também ao fato de experiencarmos “por

dentro” as atividades desenvolvidas na ONHB em face de uma década de participação nesse evento.

Este artigo está dividido em duas seções. Na primeira, discutimos as olimpíadas científicas considerando as polêmicas que existem em relação ao seu aspecto de competição e/ou de colaboração. Na segunda, apresentamos a ONHB observando a organização desse evento, a metodologia empregada, a tipologia das provas, a avaliação final. Posteriormente, debatemos a possibilidade dessa competição contribuir para a formação do professor de História.

Olimpíadas científicas: competição, colaboração ou motivação?

No Brasil, é cada vez mais crescente o número de olimpíadas científicas nas mais diversas áreas do conhecimento. Como exemplos, temos as olimpíadas de Astronomia, Biologia, Física, Informática, Geografia, Linguística, Matemática, Química, Robótica, Saúde e Meio Ambiente, Língua Portuguesa, Oceanografia, História do Brasil, Ciências, Cartografia, Biodiversidade e Ciências da Vida, dentre outras. Muitas destas são nacionais, mas há também as estaduais e regionais. Algumas recebem financiamento do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), órgão que considera as olimpíadas científicas como:

[...] momentos privilegiados para a divulgação científica e para a descoberta e incentivo de novos talentos. O caráter competitivo estimula a inventividade dos alunos e professores, além de fornecer elementos fundamentais ao Ministério da Educação para avaliar os estudantes brasileiros em relação aos alunos de outros países. Como benefício adicional, muitas olimpíadas incentivam o trabalho em equipe, reforçando hábitos de estudo, o despertar de vocações científicas e os vínculos de cooperação entre equipes de estudantes e professores (Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico [CNPq], 2015).

No *site* do CNPq é possível encontrarmos chamadas de financiamento de olimpíadas científicas nacionais e internacionais. Em 2019, por meio da Chamada CNPq/MCTIC N° 13/2019, o governo brasileiro disponibilizou R\$ 2.000.000,00 (dois milhões de reais) para despesas de custeio (Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico, 2019). Essa Chamada apresentava como objetivos:

Apoiar a realização de Olimpíadas Científicas de âmbito nacional como instrumento de popularização da ciência e melhoria dos ensinos fundamental e médio, para identificar jovens talentosos que possam ser estimulados a seguir carreiras técnico-científicas e docente. Poderá ser apoiada também a realização de Olimpíadas Científicas Internacionais no Brasil [...]. As Olimpíadas Científicas devem procurar aderência aos seguintes objetivos específicos:

- I. Estimular os jovens alunos da rede de ensino, para as carreiras ligadas às áreas científicas, tecnológicas e docente.
- II. Fortalecer habilidades dos professores, pesquisadores, técnicos e alunos da Educação Básica.
- III. Incentivar a aproximação entre escolas, instituições de ensino e pesquisa e a comunidade.
- IV. Incrementar o ensino da ciência na Educação Básica das escolas em todo o País, buscando o letramento científico.
- V. Promover a troca de experiências entre os estudantes das escolas, incentivando a competitividade saudável que permita o desenvolvimento e a descoberta de novos talentos.
- VI. Estimular o uso do conhecimento científico como ferramenta empoderadora e de transformação social, buscando a diminuição das desigualdades sociais e da melhoria da qualidade de vida da população em geral (Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico [CNPq], 2019, p. 1).

Entretanto, mesmo que as intenções pareçam louváveis e que recebam o apoio de muitos pesquisadores e professores brasileiros, alguns estudos fazem críticas contundentes às olimpíadas científicas ao destacar o incentivo à competitividade que estas geram entre escolas e estudantes. Dentre esses pesquisadores destacamos Rezende e Ostermann (2012). Para elas, “As olimpíadas escolares de qualquer disciplina se espelham nas competições esportivas mundiais que visam à seleção de vencedores e, conseqüentemente, de perdedores nas diversas modalidades de esporte” (2012, p. 248). Assim, de acordo com as autoras, semelhante às competições esportivas entre os países, as olimpíadas científicas passam a imagem que todos os alunos e escolas estão concorrendo de modo igual, escamoteando as desigualdades sociais e regionais.

As autoras em tela assinalam que as olimpíadas científicas são sustentadas pela finalidade dos cientistas em encontrar novos talentos – percebe-se essa palavra nos objetivos da Chamada do CNPq de 2019 – para incrementar os quadros científicos do país, portanto, responde aos anseios da política desenvolvimentista do governo brasileiro nas últimas

décadas. Rezende e Ostermann (2012, p. 249) criticam o modelo de educação preocupado em “caçar” talentos:

A mentalidade que defende as olimpíadas científicas parece pautar-se na ideia de que a construção do conhecimento científico baseia-se na contribuição de talentos individuais. Este aspecto está cada vez mais questionado nas narrativas epistemológicas contemporâneas que veem a construção da ciência como coletiva e distribuída. Também a aprendizagem é cada vez mais aceita como um processo eminentemente social. A perspectiva sociocultural vem enfatizando seu caráter mediado por outros indivíduos e pela linguagem. Isso não quer dizer que o indivíduo não se desenvolva ou possa aprender sozinho, mas que precisa de algum tipo de mediação, exercida por um material ou por outro indivíduo. Além de possibilitar aprendizagem efetiva, a interação e a colaboração são valores defensáveis tanto do ponto de vista cognitivo ou educativo quanto do ponto de vista da formação humana.

As autoras indagam: “Por que defender a competição entre alunos ou entre escolas? Qual seria o princípio educativo que possibilitaria defender a disseminação do espírito competitivo?”, e, em seguida, afirmam: “Na realidade, se pensarmos na escola tal como ela vem se desenvolvendo desde o século XVIII, a partir de seus laços íntimos com o sistema capitalista, as olimpíadas escolares parecem uma proposta educativa ‘coerente’” (Rezende & Ostermann, 2012, p. 251).

Outra crítica às competições escolares (embora não se refira às olimpíadas) é feita por Dubet (2004) em um artigo cujo título nos estimula à reflexão: “O que é uma escola justa?”. Nesse texto, salienta a complexidade do que seja uma escola justa em uma sociedade marcada pela desigualdade. O autor afirma que, ao contrário das sociedades aristocráticas que priorizavam o nascimento, “[...] as sociedades democráticas escolheram convictamente o mérito como um princípio essencial de justiça: a escola é justa porque cada um pode obter sucesso nela em função de seu trabalho e de suas qualidades” (2004, p. 541). No entanto, observa que o modelo meritocrático está longe de se realizar, haja vista que a competição não é perfeitamente justa, pois “[...] quanto mais favorecido o meio do qual o aluno se origina, maior sua probabilidade de ser um bom aluno, quanto mais ele for um bom aluno, maior será sua possibilidade de aceder a uma educação melhor, mais diplomas ele obterá e mais ele será favorecido”. Diante disso, o autor destaca um dos maiores problemas causados pela meritocracia:

[...] é importante sublinhar uma certa crueldade do modelo meritocrático. Na verdade, quando adotamos o ideal de competição justa e formalmente pura, os “vencidos”, os alunos que fracassam, não são mais vistos como vítimas de uma injustiça social e sim como responsáveis por seu fracasso, pois a escola lhes deu, a priori, todas as chances para ter sucesso como os outros [grifo nosso]. A partir daí, esses alunos tendem a perder sua auto-estima, sendo afetados por seu fracasso e, como reação, podem recusar a escola, perder a motivação e tornar-se violentos. A seu ver, a escola meritocrática atraiu-os para uma competição da qual foram excluídos; eles acreditaram na vitória e na igualdade de oportunidades e descobrem suas fraquezas, sem o consolo de poder atribuir o fato às desigualdades sociais, das quais não são mais diretamente vítimas. Do ponto de vista dos professores, a escola meritocrática também é cruel, pois a escola se torna o principal agente de seleção escolar e social, tomando as decisões de orientação que a sociedade abdica de tomar, na contracorrente da escolaridade. Assim, e independentemente do que pensam os atores, a escola meritocrática legitima as desigualdades sociais (Dubet, 2004, p. 543).

Não obstante às críticas referentes às olimpíadas do conhecimento, encontramos também pesquisadores que defendem os aspectos positivos dessas competições no que diz respeito ao desenvolvimento das aprendizagens dos estudantes participantes. Como exemplos podemos destacar Quadros *et al* (2013) que relatam investigações realizadas sobre a participação de docentes e discentes na Olimpíada Mineira de Química (OMQ). Os autores concluem que:

As olimpíadas científicas também podem representar uma oportunidade de diversificar as ferramentas de ensino, de ampliar as discussões em sala de aula e de inserir novos temas nessas discussões. O ambiente olímpico é de competição, assim como são competitivas algumas etapas de vida. Como professores, temos que lidar e ensinar nossos estudantes a lidarem com eventuais deslizes nessas etapas da vida. E quando o sucesso é alcançado na sala de aula, colaborar para que outros também o alcancem é função não só do professor, mas de todos que compõem o ambiente de sala de aula. Afinal, a escola prepara cidadãos! (Quadros et al., 2013, p. 161).

Também nessa direção, Meneguello (2015), do Instituto de Filosofia de Ciências Humanas (IFCH) da Unicamp e coordenadora da ONHB, ao ser indagada em uma entrevista no tocante aos estudos que realçam a exclusão de alunos de escolas públicas nas olimpíadas, posicionou-se da seguinte forma:

Discordo completamente de que as olimpíadas possam gerar exclusão ou qualquer malefício no sistema de aprendizagem. Observamos que

as críticas vêm de pessoas de dentro da academia que só falam teoricamente do ensino básico e, geralmente, não entendem o que são as olimpíadas e nem os seus benefícios. Diversos trabalhos apresentados em eventos que participamos comprovam que, mais do que o trabalho durante a sala de aula, deve-se incentivar o que o aluno vai fazer depois ou antes, como o clube de astronomia, uma visita ao museu ou mostra científica e também as olimpíadas, porque é no ensino paralelo que o aluno realmente desabrocha. Ser contra esse ensino extraclasse é estar desatualizado no que há de mais importante no ensino e aprendizagem.

Dessa forma, tanto Quadros *et al* quanto Meneguello consideram que os professores participantes de eventos olímpicos percebem uma melhor aprendizagem por parte dos seus alunos, inclusive, para além dos conteúdos escolares; e uma maior participação nas aulas em suas disciplinas. Ademais, sustentam a importância destas para a diversificação dos instrumentos metodológicos de ensino.

Rodrigo (2012, p. 2) afirma que: “Além de ganhar medalhas, prêmios e certificados, os participantes vencedores tornam-se alvos de disputas pelas melhores instituições nacionais e estrangeiras, que reconhecem a qualidade do conhecimento adquirido durante esses eventos”. Para ele, “O desafio proposto por essas competições motiva discentes, professores e escolas, sem contar as famílias dos estudantes. Esses eventos se tornaram um celeiro de futuros grandes pesquisadores”.

Apesar de Rodrigo (2012) ser favorável às olimpíadas científicas escolares, é interessante ressaltar que, de certa forma, as suas observações podem ser interpretadas tanto como um reconhecimento dos aspectos positivos nas olimpíadas do conhecimento como, dependendo do ponto de vista, também podem ir ao encontro das críticas feitas por Rezende e Ostermann (2012) e por Dubet (2004), no que diz respeito ao modelo competitivo e meritocrático, haja vista a importância que ele dá às disputas entre as instituições, por novos talentos.

Na seção seguinte, apresentamos uma das maiores olimpíadas científicas do Brasil, a Olimpíada Nacional em História do Brasil (ONHB).

Olimpíada Nacional em História do Brasil: potencial formativo

Como já informamos anteriormente, a ONHB foi criada em 2009 e é um projeto de extensão da Universidade de Campinas (Unicamp), Brasil, tendo recebido, em alguns anos,

financiamento do Governo Federal por meio das chamadas do Ministério da Ciência, Tecnologia, Inovações e Telecomunicações (MCTIC).

A participação da ONHB não é individual, como em diversas outras olimpíadas. Para se inscrever, é necessária a formação de uma equipe composta por três estudantes da Educação Básica (a partir do oitavo ano do Ensino Fundamental), das esferas pública ou privada de ensino, e mais um professor orientador, podendo este coordenar outras equipes. Na Tabela 1, apresentamos o quantitativo de equipes compostas por estudantes e professores de História que participam da ONHB nos dez anos de sua existência.

Tabela 1
Número de equipes inscritas nas edições da ONHB
(2009-2019)

Edição	Ano	Número
1 ^a	2009	4.000 ^a
2 ^a	2010	13.268
3 ^a	2011	16.519
4 ^a	2012	10.785
5 ^a	2013	10.391
6 ^a	2014	9.997
7 ^a	2015	10.251
8 ^a	2016	10.719
9 ^a	2017	12.028
10 ^a	2018	14.387
11 ^a	2019	18.505

Nota. Fonte: Dados obtidos no *site* da ONHB.

^aEstimativa a partir do número de estudantes e professores inscritos na 1^a edição da ONHB.

Em termos de organização e desenvolvimento da ONHB, esse evento era, até a sua nona edição, em 2017, dividido em cinco fases de provas *on line* e uma final e presencial com premiação. Contudo, a partir da décima edição, em 2018, foi acrescida uma sexta etapa virtual. A primeira e a segunda fases têm dez questões de múltipla escolha e uma tarefa que as equipes deverão desenvolver. Nas terceira e quarta fases há o acréscimo de mais uma questão e uma tarefa. Na quinta fase, as equipes deverão construir um texto conforme as orientações da Comissão Organizadora. Esses textos posteriormente serão avaliados, na sexta etapa, pelas equipes classificadas com base nos critérios estabelecidos pela organização da olimpíada.

Na fase final, presencialmente na Unicamp, as equipes melhor posicionadas nas fases virtuais (entre 200 e 300, garantindo a representação de todos os estados em que houve inscritos) respondem a uma prova com questões discursivas. Este exame vem sendo estruturado de diferentes formas: o estudo de uma obra de um autor renomado na historiografia brasileira (como nas três primeiras edições da ONHB); ou baseada em um determinado tema, como vem ocorrendo desde 2012. Após a avaliação, a comissão organizadora da ONHB distribui medalhas a todas as equipes finalistas, de acordo com a soma de pontos das fases *on line* com a prova final. São 15 de ouro, 25 de prata, 35 de bronze e o restante recebe medalha de menção honrosa (chamada pela organização de medalha de cristal), além de certificados de participação e desempenho.

Importa destacar que embora a ONHB não seja um evento pautado em uma prova temática, desde a sua primeira edição, em 2009, a Comissão Organizadora elege um assunto que perpassa por várias questões da prova, como apresentamos na Tabela 2:

Tabela 2

Temas abordados na ONHB (2009-2019)

Edição	Ano	Tema
1 ^a	2009	Documento e monumento
2 ^a	2010	História oral
3 ^a	2011	Patrimônio industrial
4 ^a	2012	Combates e embates em suas diversas expressões
5 ^a	2013	A conformação étnica do Brasil
6 ^a	2014	50 anos do Golpe Civil-Militar de 1964 e seus desdobramentos
7 ^a	2015	O preconceito e suas muitas manifestações ao longo da história do Brasil
8 ^a	2016	Escola, lugar de história
9 ^a	2017	Ensinar e aprender História
10 ^a	2018	As relações entre as leis, a justiça, os direitos e a cidadania
11 ^a	2019	Os excluídos da História

Nota. Fonte: Dados obtidos no *site* da ONHB.

O fato de os inscritos na ONHB serem organizados em equipes e terem seis dias para responder cada fase virtual, oportuniza a cooperação e a parceria entre os estudantes e os professores. Conforme experienciamos enquanto docentes orientadores, durante esses dias, todos os participantes realizam, em grupos, leitura das questões e pesquisam com vistas a ampliar os conhecimentos e chegar ao item considerado mais “pertinente” como resposta a uma das quatro assertivas (A, B, C, D) das questões das provas. Essas alternativas de resposta têm diferentes valores (0, 1, 4, 5) e se relacionam aos níveis de compreensão do processo

histórico, referentes aos conteúdos e às fontes pesquisadas e analisadas. Conforme Miranda (2015, p. 81), “A ONHB considera que a alternativa de nível descritivo corresponderia a ‘1’ ponto; a de nível de explicação simples corresponderia a ‘4’ pontos; a de explicação em contexto, [...] equivalendo a ‘5’ pontos”. Quanto à pontuação “0”, esta se destina àqueles casos em que os estudantes assinalam a alternativa que indica anacronismo ou incoerência analítica.

Esse formato, que segue uma metodologia de execução e avaliação específica, é um diferencial para que as equipes não se restrinjam apenas a uma possibilidade de resposta. Espera-se que, assim, os estudantes se sintam estimulados e motivados a uma pesquisa com maior profundidade. Portanto, mesmo que assinalem o item com a menor pontuação, sua interpretação e compreensão não são desconsideradas (Negócio & Lima-Neto, 2018).

No tocante ao conteúdo das provas, Meneguello (2011), coordenadora da ONHB, afirma que o evento segue os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ministério da Educação (MEC), organizados para os Ensinos Fundamental e Médio. Ressaltou que os documentos oficiais exigem a aquisição de competências cognitivas e socioafetivas do ensino de História, dentre as quais, destaca, com base nas Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (DCNEM), a autonomia intelectual e a construção do pensamento crítico; as capacidades de aprender e de elaborar significados sobre a realidade social e política; e a “compreensão do processo de transformação da sociedade e da cultura e o domínio dos princípios e fundamentos científico-tecnológicos para a produção de bens, serviços e conhecimentos, relacionados à disciplina histórica” (Meneguello, 2011, pp. 5-6).

No decorrer do desenvolvimento das fases da ONHB, já destacadas, os professores orientadores das equipes se incumbem da mediação com os alunos na resolução das tarefas disponibilizadas no *site* do evento pela organização. Meneguello (2012, p. 2), em entrevista explica como se dá esse processo:

[...] deixamos diversos documentos originais – em formato digital – disponíveis para esses alunos e professores. Em História, isso é valioso para demonstrar a importância de se trabalhar com fontes originais. Além disso, selecionamos materiais, como pesquisas e artigos, que são o que há de mais recente nos temas apresentados. Eles passam a ter contato com o melhor que é produzido dentro da academia e tornam-se uma espécie de “mini-historiadores”.

Negócio e Lima-Neto (2018, p. 242) enfatizam a importância disso: “Esse banco de dados é relevante, já que possibilita aos docentes utilizar o material disponível fora do período

competitivo, seja na sala de aula, seja para ressignificar suas avaliações ou apenas para aprendizado próprio”.

Da mesma forma que as equipes, nas finais do evento, na Unicamp, os professores também são premiados com medalhas e com certificados de desempenho e de participação. Meneguello (2012, p. 2) considera que: “A premiação de professores tem vários significados, tanto do ponto de vista pessoal quanto para a formação profissional, visando que esses professores instiguem seus alunos a continuarem competindo nas próximas edições”. A coordenadora da ONHB realçou que, apesar de não haver uma relação direta das olimpíadas científicas com indicadores como o Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB) e o Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA), há um aumento do nível de estudo em geral nas instituições que se dedicam a esses eventos.

Endossando as palavras de Meneguello, Marcelo Firer, quando diretor do Museu Exploratório de Ciências da Unicamp, na abertura da 4ª ONHB, em 2012, estimou que os participantes dedicam, em média, quinze horas por semana para a resolução das fases *on line*. Ressaltou ainda que a ONHB é um processo de aprendizagem que supera o seu caráter de competição, pois não tem como foco o que os estudantes sabem sobre História, mas na capacidade destes aprenderem ao longo da Olimpíada (Firer, 2012).

Na elaboração das questões, ao serem apresentadas pesquisas realizadas nas Universidades, a ONHB possibilita uma aproximação entre os saberes acadêmico e escolar. Nesse sentido, a ONHB, por intermédio das múltiplas atividades realizadas em grupo sob a mediação dos docentes, oportuniza aos estudantes uma compreensão mais ampla da sociedade despertando o interesse para os fatos do cotidiano, logo, desenvolvendo uma consciência histórica, ou seja “[...] ampliação da experiência do passado humano, um aumento de competências para a interpretação histórica dessa experiência e reforço da capacidade de inserir e utilizar interpretações históricas no quadro de orientação da vida prática” (Rüsen, 2007, p. 110). Logo, o ensino e a aprendizagem dos conteúdos históricos devem ser essenciais para a orientação da vida prática, instruindo os sujeitos no seu tempo.

Retomando às observações feitas pelo professor Marcelo Firer (2012), acrescentamos que a aprendizagem proporcionada pela ONHB não se restringe aos estudantes participantes desse evento, mas também é extensiva aos professores de História envolvidos nessa atividade. Tais aprendizagens evidenciam o fato de que a escola não é apenas o lugar onde discentes

obtêm conhecimentos “transmitidos” pelos docentes de maneira sistematizada nas disciplinas. Ao destacarmos isso, estamos mencionando um processo de formação permanente de professores que transcende os chamados cursos de “reciclagem”, “treinamento” ou “capacitação” para professores. Nesse sentido, Imbernón (2009, 2010, 2011) critica os modelos de formação docente, ainda predominantes, que visam solucionar problemas genéricos, uniformes e padronizados. Para ele,

Este tratamento da formação como um problema genérico gerou um sistema de formação padrão baseado num modelo de treinamento. Muitos professores estão habituados a participar de cursos e seminários nos quais o ministrante é um expert que estabelece o conhecimento e o desenvolvimento das atividades. Num curso ou numa sessão de “treinamento”, os objetivos e os resultados esperados estão claramente especificados e costumam acrescentar em termos de conhecimento (por exemplo, explicar os princípios da aprendizagem significativa) ou de desenvolvimento de habilidades (por exemplo, os participantes mostrarão que sabem utilizar na discussão de classe questões sem um esquema estabelecido) (Imbernón, 2009, p. 50).

Ao contrário dos modelos de formação que seguem uma padronização, o autor em tela sugere um outro tipo que se opere permanentemente a partir das situações problemáticas dos professores, e que supere o individualismo, adote o trabalho colaborativo, considere a comunidade, crie espaços de formativos nas escolas e assuma o desenvolvimento das atitudes e das emoções (Imbernón, 2009, 2010, 2011).

Nesse aspecto, importa salientar que as questões e as tarefas propostas pela ONHB envolvem um conjunto de atividades – refinamento das pesquisas na *Internet*, leitura e interpretação de gêneros textuais diversos escritos e não-escritos, entrevistas, observação participante, registros escritos, orais e visuais – superando as discussões meramente conteudistas que, não raro, ainda ocorrem no cotidiano das aulas de História, embora não apenas nesta disciplina. Podemos afirmar que os alunos e professores passam a ter contato com várias interpretações, sendo o conflito entre estas “uma riqueza do debate própria do espaço público, oposta ao ‘vale-tudo’ e ao ‘vale somente uma coisa’, autocentrados, que encaramos como esvaziamentos da reflexão” (Silva & Guimarães, 2012, p. 9).

Desse modo, conforme Therrien, Azevedo e Lacerda (2016), o processo de educar gera uma constituição e “re-constituição” criativa de si e do mundo social. Esses pesquisadores

observam que, no processo educativo, ocorrem transformações de um sujeito convivendo com outros sujeitos, pois a intersubjetividade condiciona as implicações dos encontros. Assim,

[...] a expressão educar revela a constituição de sujeitos [grifo dos autores], portanto o desenvolvimento de identidades [grifo dos autores] de sujeitos e, ao mesmo tempo, de sociedade, na dialética do processo de individualização e de socialização. Como prática profissional, suscita o desafio de produzir aprendizagem [grifo dos autores] (Therrien; Azevedo & Lacerda, 2016, p. 191).

Na elaboração das provas da ONHB, os organizadores do evento trabalham no sentido de alargar a concepção de fonte histórica de modo a suscitar práticas interdisciplinares. Em todas as fases, os estudantes discutem a História a partir de documentos escritos (matérias de jornais, panfletos, cordéis, obras literárias e textos oficiais) e visuais (fotografias, pinturas, xilogravuras e charges), além de valorizar a História Oral e o patrimônio histórico material e imaterial como fontes para a reconstrução de memórias históricas, públicas e privadas. Dessa forma, a ONHB não disponibiliza as questões sob a perspectiva de uma História tradicional, cronológica, linear e disciplinar. Logo, a Olimpíada adere às novas concepções de pesquisa histórica, demonstrando, na prática, uma observação feita por Pinsky (2015, p. 7):

Os currículos escolares e o próprio trabalho em sala de aula têm procurado acompanhar o desenvolvimento dos estudos históricos. A velha História de fatos e nomes já foi substituída pela História Social e Cultural; os estudos das mentalidades e representações estão sendo incorporados; pessoas comuns já são reconhecidas como sujeitos históricos; o cotidiano está presente nas aulas e o etnocentrismo vem sendo abandonado em favor de uma visão mais pluralista.

Ao examinar questões das provas da ONHB, Costa Júnior (2017) evidencia o caráter crítico e reflexivo dos seus conteúdos, conduzindo-nos a perceber a contestação que esse evento, embora seja uma competição e receba críticas por esse fato, vai de encontro à educação bancária, cuja tarefa do docente é “encher” os educandos de conteúdo, como esclarece Freire (2012). Para esse autor, “Quanto mais vá ‘enchendo’ os recipientes com seus ‘depósitos’, tanto melhor educador será. Quanto mais se deixem docilmente ‘encher’, tanto melhores educandos serão” (Freire, 2012, p. 63). Freire defende ainda que o docente não apenas ensina, mas também aprende ao exercer esse ato, haja vista ser um sujeito inconcluso e que, ao ter consciência dessa inconclusão entra num permanente movimento de busca. “Na verdade, seria uma contradição se, inacabado e consciente do inacabamento, o ser humano não

se inserisse em tal movimento. É nesse sentido que, para mulheres e homens, estar no mundo significa estar com o mundo e com os outros” (Freire, 2008, pp. 57-58).

A resolução das questões suscita uma busca pelo conhecimento ou pelo aprofundamento do já existente. Exige que os docentes troquem ideias com colegas da sua instituição e de outras, e acessam novas teorias, fontes, artigos, livros e autores. Com isso, a tendência é uma ampliação de saberes que não são apenas acadêmicos, mas adquiridos nas práticas e nas experiências com os outros (Pimenta, 2009; Tardif, 2011). *Pari passu* ao acesso a novos conhecimentos, professores e alunos devem socializá-los, embora saibamos que há casos em que essa coletivização se dá timidamente em função da concorrência entre as equipes. Apesar disso, não podemos deixar de acreditar na possibilidade da socialização entre o “eu” e o “outro”, como observa Therrien, Azevedo e Lacerda (2016, p. 193):

O “outro” é necessário para a descoberta do “eu” na dialética dos confrontos. Com o outro “dialogamos”, mesmo nos embates e recusas; sem o outro, permanecemos no monólogo do eu consigo mesmo, no perigoso círculo vicioso de repetir os mesmos saberes de sempre! O princípio da reflexividade crítica do educador reside nesta encruzilhada: do sujeito que, em situação de práxis, confronta seus saberes e concepções pela ação comunicativa de objetivação e subjetivação, aberta e honesta, com disposição para novas percepções e compreensões de saberes. No oposto da ação dialógica, reside o monólogo normativo e prescritivo, que, por não reconhecer o “outro”, não transforma.

O caráter social dos saberes docentes é realçado por Tardif (2011), pois são partilhados por um grupo de agentes que trabalham numa mesma organização. Ademais, “um professor nunca define sozinho e em si mesmo o seu próprio saber profissional. Ao contrário, esse saber é produzido socialmente, resulta de uma negociação entre diversos grupos” (Tardif, 2011, pp. 12-13). Para ele, “Ensinar é agir com outros seres humanos [...] Portanto, o saber não é uma substância ou um conteúdo fechado em si mesmo; ele se manifesta através de relações complexas entre professor e seus alunos” (Tardif, 2011, p. 13).

Ocorre, dessa forma, no decorrer das fases da ONHB, um processo de mediação, definido por Libâneo (2011, p. 92) como “o conjunto de atividades do professor e dos alunos sob a direção do professor, visando à assimilação ativa pelos alunos dos conhecimentos, habilidades e hábitos, atitudes, desenvolvendo suas capacidades e habilidades intelectuais”; e por Therrien, Azevedo e Lacerda (2016, pp. 194-195), como o encontro de sujeitos que se

manifesta “nos contextos das interações intersubjetivas no chão da sala de aula, onde o docente encontra o desafio de transformar pedagogicamente os saberes dos conteúdos a ensinar, produzindo sentidos e significados com seus alunos aprendizes”.

Em várias situações, a resolução das questões da ONHB leva o professor orientador a refazer e/ou refletir suas concepções históricas e de didática, o que nos remete à visão freireana de professor pesquisador: “Faz parte da natureza da prática docente a indagação, a busca, a pesquisa. O que se precisa é que, em sua formação permanente, o professor se perceba e se assuma, porque professor, como pesquisador” (Freire, 2011, p. 30).

Os professores e alunos, ao estudarem juntos os diferentes materiais oferecidos nas questões (documentos históricos, textos acadêmicos e literários, charges, pinturas), geralmente de caráter interdisciplinar, algumas versões dos acontecimentos, encontradas em livros didáticos, são questionadas por outras obras ou documentos históricos. Além disso, o acesso a novas pesquisas, a ampliação do conceito de fonte e de documento histórico, geram outras interpretações históricas, levando os sujeitos envolvidos a constatar não apenas a sua “incompletude” do conhecimento, mas a transitoriedade e a intencionalidade dos fatos e da escrita da História.

A História é uma ciência viva, não apenas no cotidiano dos cidadãos, mas também nas Universidades e centros de pesquisas, onde se verifica, hoje, uma impressionante produção de novos conhecimentos que, a par de seu valor intrínseco, de natureza humanística, têm sido instrumentos úteis na busca de respostas para a resolução de problemas sociais coletivos da maior importância (Bittencourt, 2011).

Certamente por perceberem isso, os organizadores das atividades propostas pela ONHB se interessam que os envolvidos nesse evento, docentes e discentes, constatem as continuidades e discontinuidades dos fatos, e ainda, apreendam as relações entre o passado-presente-futuro, necessárias para enfrentar os problemas impostos pelo mundo contemporâneo. Ou seja, as equipes devem compreender que “O passado é construído a partir do presente, que seleciona aquilo que, a seus olhos, é histórico, isto é, precisamente aquilo que, no passado, desenvolveu-se para produzir o presente. [...] Ora, o futuro nasce do presente” (Morin, 2010, pp. 12-13).

Ao refletirem sobre o ensino de História no século XXI, Silva e Guimarães (2012, pp. 125-126) assim se posicionam:

O professor de história e os seus alunos podem e devem trabalhar com livros didáticos, livros não didáticos, filmes de ficção e documentários, histórias em quadrinhos, música erudita e música popular, paisagens e edificações, objetos tridimensionais, diferentes modalidades do imaginário social, computadores, jogos etc. Tudo é história, o que amplia ao infinito o leque de temas e problemáticas de conhecimentos a serem estudados e de materiais de época (documentos históricos) para discussão.

O estudo desenvolvido por Souza e Costa (2016) sobre uma experiência vivida por ambos com os seus estudantes na ONHB é um exemplo do que observam Silva e Guimarães (2012). Os autores analisaram uma tarefa solicitada pela organização do evento e realizada por estudantes do Ensino Médio Integrado² de uma instituição de Educação Profissional e Tecnológica. A atividade envolvia as transformações do mundo do trabalho e o uso da metodologia da História Oral. As equipes entrevistaram sujeitos cujas profissões estão em processo de extinção, em virtude do desenvolvimento tecnológico. Além disso, visitaram antigos lugares de trabalho que perderam a importância de outrora. Os contatos com os entrevistados e com os lugares de memória do trabalho deram aos alunos uma dimensão sobre as metamorfoses do mundo do trabalho que, talvez, não tivessem na sala de aula, mesmo num curso de formação profissional. Da mesma forma, os professores orientadores das equipes dessa instituição também tiveram acesso a conhecimentos da história local que provavelmente não teriam se não fossem motivados pela tarefa exigida pela ONHB. Terminada a experiência, os autores concluíram que:

[...] no caso específico da Educação Profissional, consideramos que a ONHB colabora para a formação de estudantes-cidadãos-trabalhadores e estimulam a práxis pedagógica dos educadores ao desenvolver metodologias que enfatizam a construção de estratégias, a criatividade, a iniciativa pessoal, o trabalho coletivo e a autonomia advinda da confiança na capacidade de enfrentar desafios (Souza & Costa, 2016, p. 84).

A preocupação do ensino de História como questões que vão além dos livros didáticos ou de um currículo oficial, demonstra o caráter humanizador dessa disciplina. Assim, concordamos com Lima e Medeiros (2015, p. 15), no sentido de que o ensino de História “[...] não pode se submeter à mera preparação para o ingresso no ensino superior. Mas, deve, sobretudo, atender às necessidades imediatas da juventude, que tem ingressado cada vez mais cedo no mercado de trabalho”. No Ensino Médio Integrado, inserir a dimensão do trabalho

² O Ensino Médio Integrado à Educação Profissional é uma das formas de oferta dos Cursos Técnicos de Nível Médio nas instituições de Educação Profissional e Tecnológica no Brasil. Essa forma foi criada pelo Decreto nº 5.154/2004, no governo do então Presidente Luis Inácio Lula da Silva.

como princípio educativo é condição essencial para que estudantes e professores percebam-se como sujeitos históricos num processo contínuo de ensino/aprendizagem. Por conseguinte, ao se inserir no mundo do trabalho, os alunos precisam entender os pressupostos históricos, sociais, políticos e econômicos que envolvem sua ação profissional (Lima & Medeiros, 2015).

Até aqui salientamos a importância da ONHB para a formação continuada de professores, na medida em que estes intercambiam conhecimentos com os seus pares e com os seus alunos na resolução de problemas presentes nas provas e tarefas propostas pelo evento. Entretanto, no decorrer dos anos, sua organização tem se preocupado com essa formação e realizado cursos voltados para docentes. São exemplos disso a conferência ministrada, na Unicamp, no mesmo horário em que os estudantes estão respondendo a prova discursiva em um outro local; e a promoção de um curso presencial, durante cinco dias, para os professores orientadores das equipes melhores classificadas nas fases virtuais nos estados da federação e nas cinco regiões brasileiras.

Além dessas ações, a partir da 5ª edição da ONHB, em 2013, o Departamento de História da Unicamp passou a promover cursos de formação continuada à distância, inicialmente para os docentes orientadores inscritos na ONHB, e, posteriormente, estendido a todos os interessados, mediante pagamento de uma taxa de inscrição. Inicialmente, o curso possuía uma carga horária de 42 horas, no entanto, após sugestões dos professores orientadores participantes, a partir de 2017 a passou a ser de 60 horas, e envolve atividades de leitura, escrita, debate e o acompanhamento de tutores *on line*. As temáticas dos seis cursos ofertados entre 2013 e 2019 estão dispostas na Tabela 3:

Tabela 3

Cursos de formação à distância para professores orientadores de equipes da ONHB (2013-2019)

Ano	Títulos dos cursos
2013	Ensino de História da África
2014	Cinquenta anos do Golpe e a ditadura civil-militar
2016	História dos índios em sala de aula
2017	Imagens em sala de aula
2018	Narrativas da América: discursos e dinâmicas locais
2019	A Canção Popular no Ensino de História

Nota. Fonte: Dados obtidos no *site* da ONHB.

Percebe-se, nos títulos dos cursos, a atenção dada às metodologias para o ensino de História, a exemplo do uso didático de imagens e de composições musicais. Predominam

cursos relacionados a temas pouco explorados em sala de aula, como a História da África, dos povos indígenas e da América, assuntos presentes nos livros didáticos, mas ainda carentes de aprofundamento. Evidencia-se também a postura política desses cursos, sobretudo do que aborda os cinquenta anos do golpe militar no Brasil, fato cuja existência era inquestionável para a maioria dos brasileiros, mas que, no final da segunda década do século XXI, tem sido refutado pelo governo federal e grupos de extrema-direita que lhe dão apoio. Assim, compreendemos que, para os organizadores da ONHB, ensinar vai além de transferir conhecimentos, mas por em prática uma pedagogia crítica “que faça da opressão e de suas causas objeto da reflexão dos oprimidos, de que resultará o seu engajamento necessário na luta por sua libertação, em que esta pedagogia se fará e refará” (Freire, 2012, p. 35).

Considerações finais

Neste artigo, apresentamos a ONHB como uma importante estratégia para a formação permanente de professores de História, como também para o desenvolvimento de meios para ensino dessa disciplina. Para nós, a ONHB amplia conhecimentos, inova as práticas dos professores de História, desenvolve a criatividade dos jovens que dela participa, permite a iniciativa pessoal, o trabalho coletivo e a autonomia.

No decorrer das fases da ONHB, é possível uma reorganização do papel do professor, passando este a ser um estimulador da pesquisa coletiva e colaborativa, abdicando, portanto, da função de detentor e centralizador do processo do ensino-aprendizagem. É possível afirmar que a ONHB proporciona o rompimento do individualismo da formação e viabiliza espaços de socialização do conhecimento em três esferas: entre os professores e os seus pares; entre os professores e os seus alunos; e entre os alunos.

Entretanto, temos que reconhecer que, na prática, essa cultura não é algo simples e fácil de ser realizada, pois exige que docentes e discentes superem o caráter de competitividade que tem uma Olimpíada, seja na forma de medalhas, certificados, menções honrosas ou, em alguns casos, de uma sonhada passagem aérea para Campinas com o objetivo de participar da final do evento. Vale destacar que a competição entre equipes tem sido constantemente evitada pelos promotores do evento.

A Comissão Organizadora da ONHB busca atenuar a competitividade, recusando-se, por exemplo, a divulgar um *ranking*, estimulando a cooperação em equipe e trabalhando diferentes linguagens. A definição, por exemplo, do que é “mais pertinente” na resposta de

uma questão é subjetiva e nossa experiência mostrou, muitas vezes, que os estudantes deixaram de buscar a pertinência da questão – na perspectiva deles – para buscar “como a comissão enxerga a pertinência”, afinal, é uma competição.

Os resultados das premiações nas edições da ONHB, infelizmente, refletiram também que ainda persiste uma grande desigualdade de aprendizagens entre os estudantes de escolas privadas e públicas. O bom desempenho de várias equipes dos Institutos Federais impediu, de certa forma, que essa disparidade não seja maior. Essa assimetria foi percebida, inclusive, na dificuldade de deslocamento para disputar a fase final em Campinas por parte das equipes com menor poder aquisitivo.

Não obstante, o nosso entendimento é que existe uma possibilidade de substituir uma relação predatória, classificatória e meritocrática de competição, e desenvolver sentimentos de pertencimento e colaboração entre os participantes, logo, sem perder a ludicidade de um desafio intelectual. No nosso caso, acreditamos que temos alcançado êxito nesse aspecto.

Nossa avaliação positiva quanto à ONHB não se ampara apenas na obtenção de medalhas de ouro, prata, bronze e menções honrosas que conseguimos nas nossas participações em dez edições dessa Olimpíada, mas ainda ao trabalho em grupo desenvolvido com colegas professores e equipes de alunos. Somado a isso, há um enorme ganho em termos de formação continuada e no crescimento pessoal dos estudantes, haja vista que estes interagem com os colegas, autoavaliam-se, superam os conflitos que ocorrem entre os membros das equipes e entre estas.

Do ponto de vista do processo de ensino-aprendizagem, nossa avaliação é igualmente favorável, visto que esses alunos passam a adquirir conhecimentos que transcendem os livros didáticos e aprendem história através de pesquisas de campo, leituras de documentos (alguns de acesso apenas a pesquisadores), análise de imagens, dentre outros meios que permitem uma aprendizagem diferente da “mesmice” a que estão acostumados.

Referências

- Bittencourt, C. (2011). *Ensino de história: fundamentos e métodos*. 4. ed. São Paulo: Cortez.
- Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (2015). *Olimpíadas científicas*. Recuperado de: <http://cnpq.br/olimpiadas-cientificas/#void>
- Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico. (2019) *Chamada CNPq/MCTIC Nº 13/2019 - Olimpíadas Científicas*. Recuperado de

- http://cnpq.br/chamadas-publicas?p_p_id=resultadosportlet_WAR_resultadoscnpqportlet_INSTANCE_0ZaM&filtro=encerradas&startPage=2&buscaChamada=&ano=
- Costa, J. G. B., Jr. (2017). *A Olimpíada Nacional em História do Brasil (ONHB) e o Ensino Médio Integrado no IFRN* (Dissertação de Mestrado). Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte, Mossoró, RN, Brasil.
- Chizzotti, A. (2000) *Pesquisa em Ciências Humanas e Sociais*. 4. ed. São Paulo: Cortez.
- Dubet, F. (2004) O que é uma escola justa? *Cadernos de Pesquisa*, 34(123), 539-555. Recuperado de <https://www.scielo.br/pdf/cp/v34n123/a02v34123.pdf>
- Firer, M. (2012, agosto 20). *Cerimônia de lançamento da 4ª ONHB*. [Arquivo de vídeo] Recuperado de link: <http://www.youtube.com/embed/EIJFh4kHv4g>
- Freire, P. (2011). *Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa*. São Paulo, Paz e Terra.
- Freire, P. (2012). *Pedagogia do oprimido*. Rio de Janeiro: Nova Fronteira.
- Imbernón, F (2009). *Formação permanente do professorado: novas tendências*. São Paulo: Cortez.
- Imbernón, F. (2010). *Formação continuada de professores*. Porto Alegre: Artmed.
- Imbernón, F. (2011) *Formação docente e profissional: formar-se para a mudança e a incerteza*. 9. ed. São Paulo: Cortez.
- Libâneo, J. C. (2011). Didática e trabalho Docente: a mediação didática do professor nas aulas. In: Libâneo, J. C.; Suanno, M. V. R.; Limonta, S. V (Org.). *Concepções e práticas de ensino num mundo em mudança: diferentes olhares para a didática* (pp. 85-100). Goiânia: CEPED/Editora PUC Goiás.
- Lima, A. C. S., & Medeiros, O. M., Neta. (2015). O ensino de História no Curso Técnico Integrado de Turismo - CEFETR/IFRN - campus Natal/Central (2005-2011). *Revista Brasileira de Educação Profissional e Tecnológica*, 1(8), 11-33. Recuperado de <http://www2.ifrn.edu.br/ojs/index.php/RBEPT/article/view/3217/1253> doi: 10.15628/rbept.2015.3217
- Meneguello, C. (2011). Olimpíada Nacional em História do Brasil: uma aventura intelectual? *História Hoje*, 5(14), 1-14, Recuperado de <https://anpuh.org.br/index.php/revista-historia-hoje/rhh-volumes-anteriores/item/2575-volume-5-n-14>
- Meneguello, C. (2015, outubro). *Com Ciência: revista eletrônica de jornalismo científico*. Recuperado de <http://www.comciencia.br/comciencia/handler.php?section=8&tipo=entrevista&edicao=117>
- Miranda, A. R. A. (2015). Projeto “Olimpíada Nacional em História do Brasil na E.E.F.M. Tenente Mário Lima”: educação histórica em prática. In: Paulo, A. F. *et al.* (Org.). *Ensino de História na educação básica: reflexões, fontes e linguagens* (pp. 75-94). Fortaleza: EdUECE, 2015.
- Morin, E. (2010). *Para onde vai o mundo*. 2. ed. Petrópolis, RJ: Vozes.

- Negócio, P. A. F., & Lima-Neto, V. (2018). A Olimpíada Nacional em História do Brasil (ONHB) e suas contribuições para o ensino de Língua Portuguesa. In: Tamanini, P.A. (Org.). *Proposituras: ensino e saberes sob um enfoque interdisciplinar* (pp. 229-245). São Carlos: Pedro & João Editores.
- Olimpíada Nacional em História do Brasil. (2020). *Edições*. Recuperado de <https://www.olimpiadadehistoria.com.br/paginas> Acesso em: 03 jun. 2020.
- Olimpíada Nacional em História do Brasil. (2019). *Inscrições para 12ª Olimpíada de História serão abertas dia 3 de fevereiro*. Recuperado de <https://www.olimpiadadehistoria.com.br/noticias/ler/168>
- Pimenta, S. G. (2009). Formação de professores: identidade e saberes da docência. In: Pimenta, S. G. *Saberes pedagógicos e atividade docente* (7a ed., pp. 15-34) São Paulo: Cortez.
- Pinsky, C. B. (2015). Introdução. In: PINSKY, C. B. *Novos temas nas aulas de História*. (2a ed., pp. 7-12). São Paulo: Contexto.
- Quadros, A., Fátima, Â., Martins, D., Silva, F., Freitas-Silva, G., Aleme, H., Oliveira, S., Andrade, F., Tristão, J., & Santos, L. (2013). Ambientes colaborativos e competitivos: o caso das olimpíadas científicas. *Revista de Educação Pública*, 22(48), 149-163. doi: <https://doi.org/10.29286/rep.v22i48.852>
- Rezende, F., & Ostermann, F. (2012). Olimpíadas de ciências: uma prática em questão. *Ciência & Educação*, 18(1), 245-256. Recuperado de <https://www.scielo.br/pdf/ciedu/v18n1/15.pdf>
- Rodrigo, E. (2012). Olimpíadas científicas, jogos sem perdedores. In: *Revista Pré-Univesp*, 23(25). Recuperado de <https://eniorodrigo.wordpress.com/2013/02/25/olimpiadas-cientificas-jogos-sem-perdedores/>
- Rüsen, J. (2007). *História viva: teoria da História III: formas e funções do conhecimento histórico*. Brasília: UNB.
- Souza, F. C. S., & Costa Jr., J. G. B. (2016). A Olimpíada Nacional em História do Brasil (ONHB) como prática pedagógica no ensino médio integrado do IFRN. *Revista História Hoje*, 5(10), 66-86. Recuperado de <https://rhhj.anpuh.org/RHHJ/article/view/273>
- Silva, M., & Guimarães, S. (2012). *Ensinar História no século XXI: em busca do tempo estendido*. 4. ed. Campinas: Papirus.
- Tardif, M. (2011). *Saberes docentes e formação profissional*. 12. ed. Petrópolis: Vozes.
- Therrien, J.; Azevedo, M. R. C., & Lacerda, C. R. (2017). A racionalidade pedagógica nos processos de mediação à produção de sentidos e de aprendizagem aos saberes. *Educação & formação*, 2(6), 186-199. Recuperado de <https://revistas.uece.br/index.php/redufor/article/view/166>

Autores

José Gerardo Bastos Costa Júnior Licenciado em História, mestre em Ensino (UERN/IFRN/UFERSA). <http://orcid.org/0000-0002-8428-2281>. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte (IFRN), Campus Mossoró, Brasil.

Francisco Das Chagas Silva Souza. <https://orcid.org/0000-0002-9721-9812>. Doutor em Educação (UFRN/Brasil), pós doutor em Educação (UFF/Brasil), professor do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte. Professor dos Programas de Pós-Graduação em Educação Profissional (Doutorado), do Programa de Pós-Graduação em Educação Profissional e Tecnológica (Mestrado Profissional em Rede Nacional) e do Programa de Pós-Graduação em Ensino (POSENSINO).

MATEMÁTICA NO ECO: ANÁLISE DE ARTIGOS ESCRITOS PELO JESUÍTA LUIZ MONTEIRO RECKZIEGEL

Silvio Luiz Martins Britto

silviobritto@faccat.br

<http://orcid.org/0000-0001-5222-0126>

Universidade Luterana do Brasil – ULBRA/ Canoas/RS; Faculdades Integradas de Taquara – FACCAT/Taquara/RS.
Brasil

Malcus Cassiano Kuhn

malcuskuhn@ifsul.edu.br

<http://orcid.org/0000-0002-6001-2324>

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Sul-rio-grandense - IFSul Câmpus Lajeado/RS.
Brasil

Arno Bayer

bayer@ulbra.br

<https://orcid.org/0000-0001-7721-1162>

Universidade Luterana do Brasil – ULBRA/ Canoas/RS.
Brasil

Recibido: 2020-05-09; **Aceptado:** 2020-11-19

Resumo

O tema deste artigo é a Matemática em periódico veiculado por colégio jesuíta do Rio Grande do Sul, no século XX. Seu objetivo é analisar dez artigos sobre Matemática, escritos pelo jesuíta Luiz Monteiro Reckziegel, em 1943, no periódico O Eco. Como o tema se insere na História da Educação Matemática no estado gaúcho, este estudo qualitativo e documental, ampara-se na pesquisa histórica. O Eco foi editado pelo Colégio Anchieta de Porto Alegre, de abril de 1914 até o final de 1969. Seu público-alvo era a comunidade escolar e a mocidade católica brasileira, apresentando-se conteúdos religiosos e morais e de formação geral. O jesuíta Luiz Roberto Reckziegel, formado em Filosofia e em Teologia, atuou no ensino de Ciências Exatas, escrevendo também artigos sobre Matemática e publicados no periódico O Eco. Os artigos de Reckziegel abordam procedimentos de cálculo envolvendo as operações aritméticas de adição, multiplicação, divisão e radiciação. Dessa forma, o autor buscava despertar o interesse e a curiosidade da mocidade estudantil, contribuindo para formação da juventude católica nos colégios onde esse periódico circulava.

Palavras-chave: História da Educação. Jesuítas. Revista. Matemática.

MATEMÁTICAS EN ECO: ANÁLISIS DE ARTÍCULOS ESCRITOS POR EL JESUITA LUIZ MONTEIRO RECKZIEGEL

Resumen

El tema de este artículo es Matemáticas en una revista publicada por un colegio jesuita en Rio Grande do Sul, en el siglo XX. Su objetivo es analizar diez artículos sobre Matemáticas,

escritos por el jesuita Luiz Monteiro Reckziegel, en 1943, en la revista O Eco. Como el tema se inserta en la Historia de la Educación Matemática en el estado de Rio Grande do Sul, este estudio cualitativo y documental está respaldado por la investigación histórica. El Eco fue publicado por el Colégio Anchieta de Porto Alegre, desde abril de 1914 hasta finales de 1969. Su público objetivo era la comunidad escolar y la juventud católica brasileña, presentando contenido religioso y moral y educación general. El jesuita Luiz Roberto Reckziegel, graduado en Filosofía y Teología, trabajó en la enseñanza de Ciencias Exactas, también escribió artículos sobre Matemáticas y publicó en la revista O Eco. Los artículos de Reckziegel abordan los procedimientos de cálculo que involucran las operaciones aritméticas de suma, multiplicación, división, y radiación. Por lo tanto, el autor buscó despertar el interés y la curiosidad de la juventud estudiantil, contribuyendo a la formación de la juventud católica en las escuelas donde circulaba esta revista.

Palabras clave: Historia de la educación. Jesuitas. Revista. Matemáticas.

MATHEMATICS IN THE ECHO: ANALYSIS OF ARTICLES WRITTEN BY JESUIT LUIZ MONTEIRO RECKZIEGEL

Abstract

The theme of this article is Mathematics in a magazine published by a Jesuit college in Rio Grande do Sul, in the 20th century. Its objective is to analyze ten articles on Mathematics, written by jesuit Luiz Monteiro Reckziegel, in 1943, in the periodical The Echo. As the theme is inserted in the History of Mathematics Education in the state of Rio Grande do Sul, this qualitative and documentary study is supported by historical research. The Echo was edited by Anchieta College of Porto Alegre, from April 1914 until the end of 1969. Its target audience was the school community and the Brazilian Catholic youth, presenting themselves religious and moral content and general formation. The jesuit Luiz Roberto Reckziegel, graduated in Philosophy and Theology, worked in the teaching of Exact Sciences, also writing articles on Mathematics and published in the magazine The Echo. Reckziegel's articles address calculation procedures involving the arithmetic operations of addition, multiplication, division and radication. In this way, the author sought to arouse the interest and curiosity of the student youth, contributing to the formation of Catholic youth in the schools where this magazine circulated.

Keywords: History of Education. Jesuits. Magazine. Mathematics.

Introdução

Este artigo aborda a Matemática no periódico O Eco, editado pelo Colégio Anchieta de Porto Alegre, no século passado. Tem como questão norteadora a Matemática veiculada pelos jesuítas, em escolas católicas brasileiras, no século XX. Trata-se de um recorte do estudo iniciado durante a elaboração da tese *O ensino da aritmética nas escolas paroquiais católicas e no Ginásio Nossa Senhora da Conceição de São Leopoldo nos séculos XIX e XX sob a ótica dos Jesuítas* e aprofundado no estágio Pós-doutoral junto ao Programa de Pós-graduação em

Ensino de Ciências e Matemática da Matemática – PPGECIM – da Universidade Luterana do Brasil – ULBRA, Canoas, Rio Grande do Sul (RS), Brasil.

Os trabalhos desenvolvidos pelas ordens religiosas que chegaram ao RS, após a segunda metade do século XIX, deixaram relevantes contribuições. Destacam-se os jesuítas entre essas ordens, por meio de trabalhos missionários, inicialmente, junto às colônias de imigrantes alemães católicos e, posteriormente, com a criação de uma rede de Ginásios e Seminários, que contribuíram para a formação da juventude gaúcha. Dentre os educandários criados pela ordem, destaca-se o Colégio Anchieta, com sede em Porto Alegre/RS.

O periódico *O Echo* foi editado pelo Colégio Anchieta, por meio da *Typographia do Centro*, localizada em Porto Alegre, no período de abril de 1914 a dezembro de 1931. A partir de 1932, passou a ser denominado *O Eco*, devido à reforma ortográfica¹. O público-alvo do *Eco* era a comunidade escolar e a mocidade católica brasileira, pois, segundo os editores, não havia periódicos para os jovens estudantes. O periódico apresentava cultura geral e valores católicos, por isso era destinado para os jovens católicos.

Como a temática investigada se insere na História da Educação Matemática no RS, busca-se na pesquisa histórica, o suporte para discussão. No âmbito da História da Educação no estado gaúcho, os trabalhos de Kreutz (1991, 1994), Rambo (1994, 1996), Leite (2005), Weiduschadt (2007, 2012) e Kuhn e Bayer (2017b) são destaques. Já na História da Educação Matemática no RS, destacam-se as pesquisas de Mauro (2005), Wanderer (2007), Kuhn (2015), Britto (2016), Kuhn e Bayer (2017a) e Britto, Bayer e Kuhn (2020).

Para investigar o periódico *O Eco*, visitas foram realizadas ao acervo particular do professor Luiz Osvaldo Leite², em Porto Alegre, onde se encontram as edições do mesmo. Ao pesquisar as edições do periódico, observou-se a publicação de dez artigos sobre Matemática, escritos pelo jesuíta Luiz Monteiro Reckziegel, em 1943. Então, compilaram-se esses excertos, para posterior análise à luz do referencial teórico-metodológico. No estudo de documentos, Cellard (2008), destaca que:

¹ Em 30 de abril de 1931, entraram em acordo a Academia Brasileira de Letras e a Academia das Ciências de Lisboa, no sentido de ser adotado um único sistema ortográfico no Brasil e em Portugal. Esse entendimento teve a aprovação oficial do Governo Provisório, por força do Decreto nº 28.128, de 15 de junho de 1931.

² Graduado em Filosofia e Teologia pela UNISINOS e UFRGS. Atuou na área de Filosofia, com ênfase em História da Filosofia, Ética e Psicologia. Foi diretor do Instituto de Psicologia da UFRGS e professor Emérito dessa Instituição, desde 2008. Foi aluno do Colégio Anchieta de 1944 a 1950 e atuou como professor nessa instituição, de 1956 a 1959 e de 1965 até a década de 1980.

[...] o documento escrito constitui uma fonte extremamente preciosa para todo pesquisador. Ele é, evidentemente, insubstituível em qualquer reconstituição referente a um passado relativamente distante, pois não é raro que ele represente a quase totalidade dos vestígios da atividade humana em determinadas épocas. Além disso, muito frequentemente, ele permanece como o único testemunho de atividades particulares ocorridas num passado recente. (Cellard, 2008, p. 295).

Assim, com o objetivo de analisar artigos sobre Matemática, escritos por Luiz Monteiro Reckziegel, em 1943, no periódico *O Eco*, além do referencial teórico-metodológico, são apresentadas a história do periódico, a biografia do autor e a abordagem dos conhecimentos matemáticos presentes nesses artigos.

O aporte teórico-metodológico da investigação

De acordo com Prost (2008), os fatos históricos são constituídos a partir de traços, de rastros deixados no presente pelo passado. Assim, o trabalho do historiador consiste em efetuar um trabalho sobre esses traços para construir os fatos. Desse modo, um fato não é outra coisa que o resultado de uma elaboração, de um raciocínio, a partir das marcas do passado. O autor considera o trajeto da produção histórica como sendo um interesse de pesquisa, a formulação de questões históricas legítimas, um trabalho com os documentos (edições do periódico *O Eco*) e a construção de um discurso que seja aceito pela comunidade.

Certeau (1982) define o fazer história, no sentido de pensar a história como uma produção. Para o autor, a história, como uma produção escrita, tem a tripla tarefa de convocar o passado que já não está em um discurso presente, mostrar as competências do historiador (dono das fontes, como o periódico *O Eco*) e convencer o leitor. Dessa forma, a prática histórica é prática científica enquanto a mesma inclui a construção de objetos de pesquisa, o uso de uma operação específica de trabalho e um processo de validação dos resultados obtidos, por uma comunidade.

O trabalho do historiador, de acordo com Certeau (1982), não se limita a produzir documentos, textos em uma nova linguagem. Isso ocorre porque no seu fazer pesquisa há um diálogo constante do presente com o passado, e o produto desse diálogo consiste na transformação de objetos naturais em cultura. Serra (2010) acrescenta que o trabalho com periódicos educacionais:

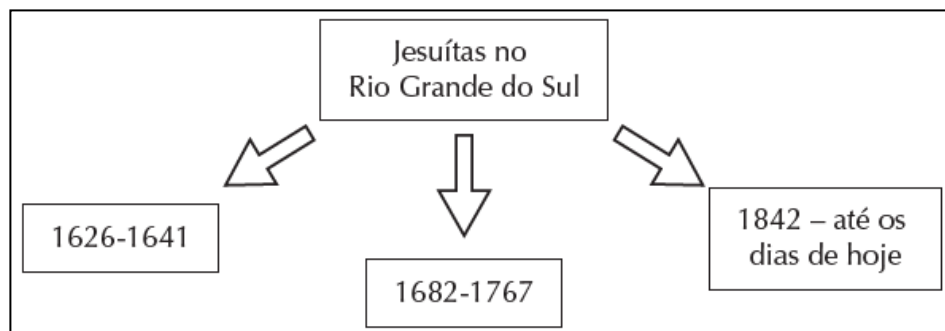
Possibilita a reconstrução histórica das práticas específicas desenvolvidas pelos autores, como também permite redesenhar os leitores visados por tais práticas, portanto a importância do estudo dos periódicos na sua materialidade. A partir do próprio impresso é possível recompor os projetos específicos como estratégias que visam a públicos leitores característicos. (Serra, 2010, p. 25).

Conforme Valente (2007), há uma infinidade de materiais que, junto com os livros didáticos, podem permitir compor um quadro da Educação Matemática de outros tempos. Para o autor, realizar o estudo histórico da Matemática escolar exige que se devam considerar os produtos dessa cultura do ensino de Matemática, que deixaram traços que permitem o seu estudo, como o periódico *O Eco*, principal fonte documental desta investigação.

O periódico *O Eco* e sua história

A presença dos jesuítas no estado gaúcho acontece em três momentos, conforme ilustrado na Figura 1:

Figura 1. Os jesuítas no Rio Grande do Sul



Fonte: Dos autores.

Nos dois primeiros momentos (1626-1641 e 1682-1767), sua presença ocorreu junto aos índios³ Guaranis, nas chamadas reduções jesuíticas⁴. Suas ações foram significativas para a história do RS, destacando-se a introdução do gado, a fundação de cidades, além de um notável empreendimento, junto aos Guaranis, ensinando os benefícios de uma vida em sociedade e em família. Outro aspecto a ser destacado trata-se dos legados artísticos e culturais

³ Nome atribuído a alguns nativos levados por Colombo a Portugal, que ele chamou de índios, pois ele considerava-os habitantes das Índias.

⁴ A palavra “reduzir” era usada no sentido de purificar, limpar. [...] Assim o local onde ficavam os índios “reduzidos”, ou seja, limpos pelo batismo, era chamado de redução (Britto, Bayer e Kuhn, 2020).

marcados por suas construções e obras. Isso se verificou até a expulsão dos jesuítas desse território e de seus domínios, dizimando a etnia Guarani (Britto, 2016).

O retorno dos jesuítas ao RS, em 1842, constituiu-se o terceiro momento. Destacou-se pela ação missionária e ensino, inicialmente, junto às colônias de imigrantes alemães. Aos poucos, os padres foram se aliando aos colonos e com os professores paroquiais, prestando assistência espiritual e melhorias do ensino nas escolas e na formação dos professores. Conforme Britto (2016), os jesuítas pouco atuaram como professores, mas auxiliando-os no planejamento e na execução de suas aulas a partir de encontros de formação, além da criação de uma escola normal, visando formar e qualificar os futuros professores. Segundo Rambo (1994), as escolas paroquiais estiveram sob o comando da ordem por, aproximadamente, 70 anos, contribuindo para melhoria da qualidade do ensino nas colônias de imigrantes.

Em 1869, os jesuítas criaram o Colégio Nossa Senhora da Conceição⁵, em São Leopoldo, em nível secundário, constituindo-se um dos marcos no processo de instrução no RS. Objetivava-se, inicialmente, formar padres e professores para as comunidades rurais de imigrantes alemães. Com professores extremamente qualificados, em sua maioria, provenientes da Alemanha, devido ao *Kulturkampf*⁶, a escola colheu os resultados obtidos por seus alunos, durante os 43 anos de atividades. No campo da Matemática, identificou-se, segundo relatórios desse ginásio, a presença de livros didáticos elaborados pelos próprios padres jesuítas do Colégio Conceição. Em 1911, o Colégio perde o *status* de ginásio equiparado, transformando-se apenas em uma escola. No ano de 1912, encerra suas atividades em São Leopoldo, concentrando-se nas ações da ordem no Anchieta, em Porto Alegre, pois a maioria dos estudantes do Colégio Conceição residia na capital gaúcha (Britto, 2016).

O Anchieta surge no ano de 1890, como externato do Colégio Conceição, em Porto Alegre (Relatório do Colégio Anchieta, 1914). Mantido e dirigido pelos padres da Companhia de Jesus, foi fundado como um simples colégio. No princípio, com a denominação de Colégio dos Padres, era destinado somente a meninos. No ano de 1897, o Colégio muda de nome, passando a se chamar São José. A denominação que o faria entrar para história no RS, como

⁵ O Colégio Nossa Senhora da Conceição, após ser equiparado ao Ginásio Nacional D. Pedro II, em 1900, passa a chamar-se Ginásio Nossa Senhora da Conceição, sendo esse o primeiro Ginásio do RS (O Eco, 1965, v. 6). “O Colégio Conceição, fundado em 1870, tornou-se o mais afamado estabelecimento de ensino secundário do sul do Brasil, por onde passaram mais de 5000 alunos dos quais muitos galgaram elevados postos da Igreja, governo, exército e polícia” (O Eco, 1940, v. 10, p. 299).

⁶ *Kulturkampf* ou luta pela cultura foi um movimento anticlerical alemão do século XIX, iniciado por Otto Von Bismarck, chanceler do Império alemão em 1872.

Colégio Anchieta, aconteceu em 1901, em homenagem ao Padre José de Anchieta, um fiel intérprete e seguidor da espiritualidade de Santo Inácio de Loyola, fundador da congregação dos jesuítas.

Segundo Leite (2005), em 1908, como estabelecimento independente, o Anchieta foi equiparado ao Colégio Dom Pedro II. Já em 1911, torna-se estabelecimento autônomo, devido à reforma ocasionada pela Lei Orgânica do mesmo ano. A partir de 1942, a denominação do Colégio passou a ser Colégio Anchieta. “Após 1963, com o início da transferência dos alunos para o novo prédio, adotou-se o princípio da coeducação, com rapazes e moças estudando lado a lado, quando a tradição nos colégios confessionais mantinha a separação dos sexos” (Colégio Anchieta, 1990, p. 47). O Colégio Anchieta ainda está em funcionamento e completará, este ano, 130 anos de atividades junto à comunidade porto-alegrense.

Em 1914, no seu sétimo ano de atividade de forma independente, o Anchieta, como é conhecido, passa a editar o periódico *O Echo*, destinado à mocidade brasileira, abordando temas pertinentes em suas diferentes épocas de circulação. Sua publicação aconteceu pela Typografia do Centro, localizada em Porto Alegre, no período de abril de 1914 até o final de 1969. A partir de 1932, o periódico passa a ser denominado *O Eco*, devido à reforma ortográfica. Segundo Leite (2018), a designação do nome desse periódico se dá:

No sentido de que os ensinamentos ressoassem fortemente, produzissem eco nos jovens, nas famílias, em toda a população católica. Para os seus precursores, todos de origem alemã, essa deveria ter o mesmo efeito do eco produzido nos Alpes da Europa, onde em sua maioria tiveram sua infância. Nesses locais, os pastores caminhavam pelas montanhas e ao chamarem seus animais produziam sons, através de instrumentos que ecoavam por toda a região, sendo algo típico que a população costumava a ouvir. (Leite, 2018, informação verbal⁷).

O Eco tinha, inicialmente, circulação mensal, e posteriormente, circulação bimestral, destinado à comunidade escolar, principalmente, à mocidade brasileira, conforme inscrição na capa dos periódicos publicados, reunindo diversos temas, entre eles a Matemática. Na Figura 2, apresentam-se capas do periódico investigado em diferentes períodos, inicialmente com a denominação *O Echo*, até dezembro de 1931, e depois a denominação *O Eco*.

⁷ Entrevista concedida por Luiz Osvaldo Leite, em Porto Alegre/RS, no dia 16 de março de 2018.

Figura 2. Capas do periódico O Echo e O Eco



Fonte: O Echo, 1929; O Eco, 1951; O Eco, 1959.

Nas duas primeiras décadas, a capa do periódico apresentou poucas alterações. Já nos anos seguintes, verificaram-se mudanças com frequência, apresentando, por exemplo, imagem de colégios pelo país (objetivando buscar assinantes), personagens da história do Brasil, esportes, profissões, pontos turísticos do Brasil, entre outros. O objetivo do periódico era:

Há um número de revistas de diversas espécies: revistas para todos sem distinção de classe, e revistas especiais para as diversas classes de pessoas. Há revistas jurídicas, há revistas médicas, há revistas comerciais e industriais, há revistas marítimas e militares, há revistas eclesiásticas, até para a infância há não sei quantas revistas infantis. Só a mocidade não tem uma revista própria, uma revista feita especialmente para ella. É uma lacuna por demais sensível e que urge preencher. Pois, essa classe poderosa em número, essa classe a que se dá tal importância que é chamada esperança da pátria, será admissível que careça de uma vantagem de que gozam os outros? Eis a origem do “ECHO”: nasceu da necessidade evidente de ter também a mocidade uma revista própria, exclusivamente sua. (O Echo, 1915, v. 1, p. 1)⁸.

Editado, inicialmente, a cada vinte e cinco dias, com o primeiro número em fevereiro e o último em novembro de cada ano, o periódico totalizava 12 edições por ano. Um dos periódicos, normalmente o último do ano, abrangia dois números, já que em janeiro ele não era editado em virtude das férias escolares. A 1ª edição foi registrada em abril de 1914:

Saiu á luz o 1º número do O ECHO, revista mensal illustrada, na qual além de muitos colaboradores competentes que, em suas columnas, se dedicaram aos interesses da mocidade estudiosa do Brasil, os próprios alunos debaixo da direção de seus mestres, se estréam no manejo da pena. No suplemento “Echos dos Collegios” trocam os jovens

⁸ Na citação se mantém a ortografia da fonte original.

escriptores impressões e notícias que particularmente affectam a vida internas dos collegios. (Relatório do Colégio Anchieta, 1914, p. 28).

Cada edição era a continuação da anterior, inclusive na paginação, sendo que durante o ano eram publicadas de 350 a 430 páginas. O ano representava um volume, destacado em números romanos, e o mês era representado por um número natural. Os diferentes exemplares traziam artigos escritos e muitas gravuras, sendo sua estruturação semelhante em todas as edições. Nos 40 primeiros anos, a edição tinha um formato de 16 cm x 24 cm. Já em 1963, o periódico ficou maior, com formato 32 cm x 23 cm, passando a ter circulação bimestral.

Os artigos no periódico *O Eco* trazem poemas, notícias, reflexões de padres e professores, conferências, variedades, anedotas, contos, publicações de premiações de alunos por redação ou por competição esportiva, anúncios de propagandas, Ciências, invenções, Artes, Astronomia, Matemática, reforma da Língua Portuguesa, descobertas, sendo que, após 1950, começam a aparecer artigos direcionados à prática esportiva, como futebol, bola ao cesto, entre outros. De modo ilustrativo, apresenta-se o índice do volume 1 do periódico *O Eco* de 1942 com as temáticas abordadas:

1 Assuntos Religiosos/ 2 Biografia e Traços Biográficos/ 3 Ciências Naturais e Técnicas/ 4 Artes, Matemática e Curiosidades/ 5 Indústria, Comércio, Etnografia e Viagens/ 6 História e Geografia/ 7 Assuntos Pedagógicos/ 8 História, Contos, Lendas e Anedotas/ 9 Poesias, Músicas e Aforismos/ 10 Linguística/ 11 Bibliografia/ Teatro e Humanismo. (*O Eco*, 1942, v. 1, p. 8).

Acrescenta-se que no periódico *O Eco* também há ilustrações, como fotografias de colégios, imagens de papas, padres, alunos, ex-alunos, personagens da história do Brasil, santos da Igreja Católica, paisagens, ilustrações de textos, cenários de guerra, futebol e humor.

Conforme Leite (2018), *O Eco* encerra a circulação em 1969, tendo como principal fator, a falta de leitores. Inicialmente, em 1914, havia poucas publicações de periódicos, porém, com o passar do tempo, outros semelhantes passaram a ser publicados no Brasil, tais como: *O Cruzeiro*, *A Cigarra* e revistas em quadrinhos. Em virtude dos recursos financeiros, essas publicações eram mais atrativas, visualmente, uma diferença em relação ao *Eco*.

Ainda de acordo com Leite (2018), o corpo de redatores era constituído por um diretor e colaboradores, voluntários, que enviavam artigos para as edições do *Eco*. Já nos demais periódicos, havia uma equipe de redatores e técnicos, sendo todos remunerados. Acrescenta-se, segundo Leite (2018), que:

A revista ficou pesada demais para a época, até mesmo nós, como alunos do Anchieta, ela não despertava mais interesse, as matérias eram pesadas para a época. Até mesmo o espaço destinado a humor tornou-se de certa forma ingênuo. Os seminaristas adoravam, já os demais jovens não, até ridicularizavam. (Leite, 2018, informação verbal⁹).

Diante desses fatores, o periódico não pode mais se manter em circulação. Jornais diários, cronistas, fotos, diários esportivos e cinema ganharam seu espaço. Os novos periódicos traziam páginas sobre filmes e notícias e, com isso, O Eco ficou para trás. De qualquer forma, O Eco cumpriu sua missão, para a época que esteve em circulação, levando instrução para a juventude católica, por mais de cinco décadas.

A biografia de Luiz Monteiro Reckziegel

Ao pesquisar as edições do periódico O Eco, no acervo particular do professor Luiz Osvaldo Leite, em Porto Alegre, a publicação de dez artigos sobre Matemática, escritos por Luiz Monteiro Reckziegel, em 1943, chamou a atenção. Isso, pois durante mais de meio século de edições do periódico, identificou-se a Matemática presente em seções recreativas, por meio de perguntas, problemas, desafios e curiosidades, enquanto que os artigos de Reckziegel trazem explicações sobre procedimentos para cálculos escritos e mentais, associadas a elementos do cotidiano do público alvo do periódico.

De acordo com Leite (2019), a partir de estudos realizados em catálogos e boletins informativos dos jesuítas, Luiz Monteiro Reckziegel nasceu em 9 de junho de 1914. Foi professor no Colégio Anchieta de Porto Alegre e no Seminário de Gravataí. Ingressou na ordem dos jesuítas em fevereiro de 1931. Cursou Filosofia no período de 1937 a 1941. Nos anos de 1942 e 1943, cursou Teologia. Por motivos desconhecidos, interrompeu o curso em 1944 e 1945, para assessorar o Reitor do Colégio Máximo Cristo Rei, de São Leopoldo, e atuar como bibliotecário, em 1946. No ano de 1947, retomou o 3º ano do curso de Teologia. Após esse ano, não há mais registros sobre o mesmo, em documentos da ordem. Segundo relatos de um familiar de Reckziegel, este não se ordenou padre e teria morrido afogado (Leite, 2019).

Como professor, segundo Leite (2019), Reckziegel lecionou Trigonometria, Geometria, Física, Química, Álgebra e História Natural. Na época, a escolha pela disciplina a

⁹ Entrevista concedida por Luiz Osvaldo Leite, em Porto Alegre/RS, no dia 16 de março de 2018.

ser lecionada era pelo gosto e pela inclinação, pois não havia uma formação específica. Mas, no curso de Filosofia havia o estudo de questões conexas com as Ciências Exatas e Naturais.

Os dez artigos escritos pelo jesuíta Luiz Monteiro Reckziegel¹⁰ foram publicados no periódico O Eco, em 1943, enquanto o autor cursava o 2º ano do curso Teologia. Esses artigos foram compilados e seus títulos são apresentados no Quadro 1:

Quadro 1. Artigos sobre Matemática escritos por Luiz Monteiro Reckziegel em 1943

<i>Edição de 1943</i>	<i>Título do artigo</i>	<i>Temática do artigo</i>
V. 1, p. 10	Multiplicação simplificada	Multiplicação
V. 2, p. 65	Janela em movimento	Multiplicação
V. 3, p. 103	As guirlandas da minha casa	Multiplicação
V. 4, p. 127	O esqueleto da multiplicação	Multiplicação
V. 5, pp. 167-168	Divisão simplificada	Divisão
V. 6, pp. 200-201	Dupla simplificação da radiciação – I. Da raiz quadrada	Radiciação – Raiz quadrada
V. 7, pp. 228-230	Dupla simplificação da radiciação – II. Da raiz cúbica	Radiciação – Raiz cúbica
V. 8, p. 258	Somar pelos dedos	Adição
V. 9, p. 289	A máquina do Chiquinho	Multiplicação
V. 11, p. 380	Por que funciona?	Multiplicação

Fonte: Dos autores.

Observou-se que esses artigos abordam procedimentos para cálculos escritos e mentais, envolvendo as operações aritméticas de adição, multiplicação, divisão e radiciação (raiz quadrada e raiz cúbica), conforme detalhado na seção seguinte.

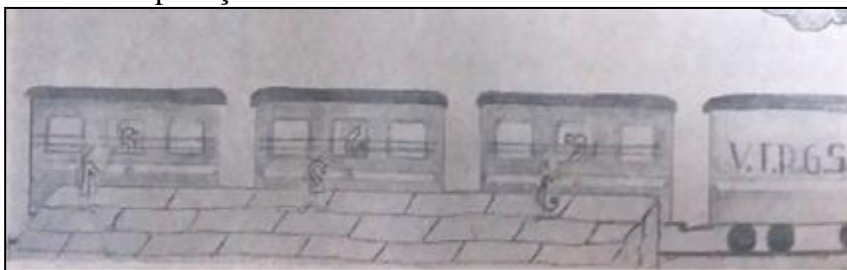
A Matemática nos artigos escritos por Reckziegel

Nos três primeiros artigos, Reckziegel procura trabalhar a multiplicação de uma forma “simplificada”. Para tanto, por meio de exemplos e associações com elementos do cotidiano, como vagões de trem, janelas móveis e guirlandas, mostra procedimentos para resolver cálculos de multiplicação envolvendo números com três algarismos.

Inicialmente, o autor explica a multiplicação de 321 por 567, utilizando-se de movimentos de trem e passeio em uma gare¹¹, escrevendo, separadamente, os algarismos do número 567 em vagões de trem e do número 321 numa gare, conforme ilustrado na Figura 3:

¹⁰ Segundo os catálogos dos jesuítas, desde o momento em que o candidato ingressava no noviciado, 2ª etapa do processo de formação de um jesuíta, ele já era um jesuíta, mesmo não tendo sido ordenado padre (Leite, 2019).

Figura 3. Multiplicação de 321 x 567 associada com o movimento de trem



Fonte: O Eco, 1943, v. 1, p. 10.

À medida que o trem se movimenta, e os vagões numerados começam a encontrar os algarismos indicados na gare, realiza-se o processo da multiplicação, em cinco etapas:

1ª) Quando o vagão numerado com o 7 encontra o 1 na gare, faz-se $7 \times 1 = 7$ unidades.

2ª) Quando o vagão numerado com o 7 encontra o 2 na gare e o vagão numerado com o 6 encontra o 1 na gare. Nesse movimento, multiplicam-se $7 \times 2 + 6 \times 1 = 14 + 6 = 20$ dezenas, que equivale a 2 centenas mais 0 dezenas.

3ª) Quando o vagão numerado com o 7 encontra o 3 na gare, o vagão numerado com o 6 encontra o 2 na gare e o vagão numerado com o 5 encontra o 1 na gare. Logo, multiplicam-se $7 \times 3 + 6 \times 2 + 5 \times 1 = 21 + 12 + 5 = 38$ centenas. Adicionando-se as 2 centenas reservadas do movimento anterior, chega-se em $38 + 2 = 40$ centenas, equivalente a 4 unidades de milhar mais 0 centenas.

4ª) Quando o vagão numerado com o 6 encontra o 3 na gare e o vagão numerado com o 5 encontra o 2 na gare. Então, multiplicam-se $6 \times 3 + 5 \times 2 = 18 + 10 = 28$ unidades de milhar. Acrescentando-se as 4 unidades de milhar reservadas da etapa anterior, totaliza-se $28 + 4 = 32$ unidades de milhar, equivalente a 3 dezenas de milhar mais 2 unidades de milhar.

5ª) Quando o vagão numerado com o 5 encontra o 3 na gare, realiza-se $5 \times 3 = 15$ dezenas de milhar, que somadas com as 3 dezenas de milhar reservadas do movimento anterior, totalizam 18 dezenas de milhar, equivalendo a 1 centena de milhar mais 8 dezenas de milhar.

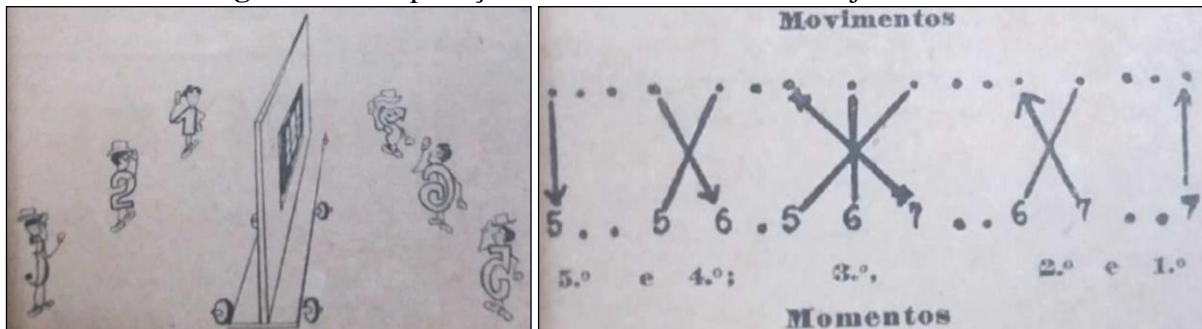
Dessa forma, considerando-se os movimentos realizados nas cinco etapas descritas, o produto 321×567 resulta em 182007.

No segundo artigo, o autor apresenta a mesma multiplicação fazendo associação com uma janela em movimento, conforme ilustração mostrada na Figura 4. Segundo o autor, “à

¹¹ Embarcadouro e desembarcadouro das estações de estrada de ferro.

primeira vista você entende, que estes traços representam os raios de luz que fazem os algarismos se enxergarem pela janela móvel” (O Eco, 1943, v. 2, p. 65).

Figura 4. Multiplicação de 321 x 567 associada à janela móvel

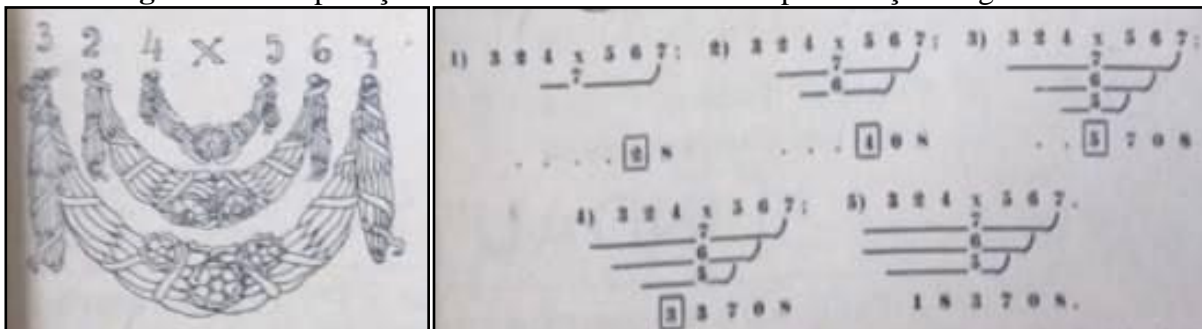


Fonte: O Eco, 1943, v. 2, p. 65.

Portanto, à medida que essa janela se movimenta, os algarismos dos fatores se enxergam, realizando-se os cinco momentos de multiplicação parcial (Figura 4), de forma semelhante ao processo desenvolvido nas cinco etapas relacionadas ao movimento do trem na gare (Figura 3).

O autor exemplifica a multiplicação de 324 por 567, no seu terceiro artigo, através de uma representação semelhante a guirlandas¹², conforme apresentado na Figura 5.

Figura 5. Multiplicação de 324 x 567 associada à representação de guirlandas



Fonte: O Eco, 1943, v. 3, p. 103.

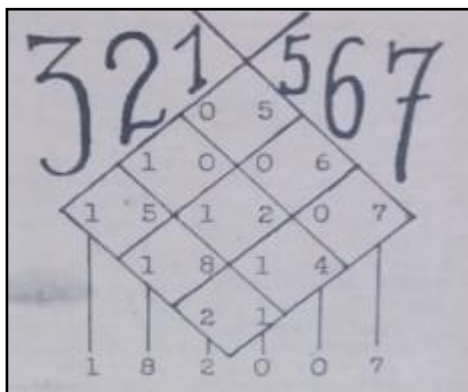
Esse procedimento é semelhante aos abordados nos dois primeiros artigos do autor. Observa-se que nesse modo simplificado de cálculo da multiplicação 324 x 567, inicia-se determinando o algarismo das unidades do produto e a reserva para a ordem das dezenas (etapa 1). Em seguida, o algarismo das dezenas e a reserva para a ordem das centenas (etapa 2); depois o algarismo das centenas e a reserva para a ordem das unidades de milhar (etapa 3); o algarismo unidades de milhar e a reserva para as dezenas de milhar (etapa 4); por fim, o

¹² As guirlandas são um ornamento feito de flores, frutas ou ramagens entrelaçadas. São usadas, especialmente, em período de Natal.

algarismo das dezenas de milhar e da centena de milhar (etapa 5), encontrando-se que 324×567 resulta em 183708. Já os comprimentos diferenciados das guirlandas estão associados às posições ocupadas pelos algarismos em cada fator e, na prática, aos arcos de lápis que são feitos durante as multiplicações parciais (Figura 5).

Depois de apresentar o procedimento da “multiplicação simplificada”, nos três primeiros artigos, Reckziegel aborda outro modo de multiplicar, chamando-o de “esqueleto da multiplicação”, mostrado na Figura 6. De acordo com o autor (O Eco, 1943, v. 4), esse modelo de multiplicação também era usado por Malba Tahan¹³, no livro *Histórias e Fantasia da Matemática* (1939).

Figura 6. Esqueleto da multiplicação para 321×567



Fonte: O Eco, 1943, v. 4, p. 127.

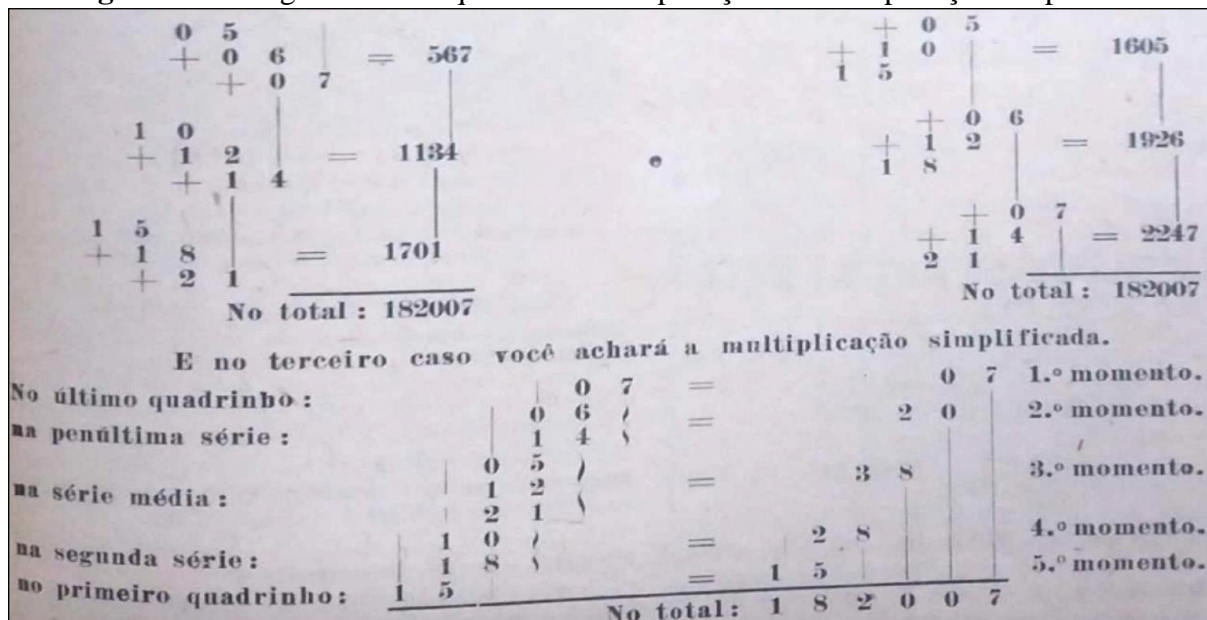
Após escrever o multiplicando e o multiplicador do lado de fora e ao longo dos dois lados do retângulo, como representado na Figura 6, inicia-se a multiplicação, ocupando o algarismo das dezenas desse produto, o canto da esquerda, e o algarismo das unidades, o canto direito em cada quadrinho. Assim, formam-se colunas verticais de algarismos, cujas somas originam os algarismos do resultado.

Nesse modelo, encontram-se duas formas de obter a multiplicação: observando-se primeiro as faixas da esquerda para a direita, que descem oblíquas, em seguida, as que sobem oblíquas e, por fim, as séries verticais de quadrinhos; irá se encontrar as mesmas somas, logo, conclui-se que multiplicando 567 por 321 e 321 por 567, chega-se ao mesmo resultado,

¹³ O professor brasileiro Júlio Cesar de Mello e Souza (1895-1974), mais conhecido por Malba Tahan, publicou livros didáticos com cunho menos rígido, preocupando-se em atrair crianças e jovens para o mundo da Matemática. A obra *O Homem que calculava*, de 1938, talvez seja seu livro mais conhecido, teve inúmeras edições e utilizado por várias gerações.

conforme ilustrado na Figura 7. Por fim, Reckziegel faz uma analogia entre o esqueleto da multiplicação e a multiplicação simplificada.

Figura 7. Analogia entre o esqueleto da multiplicação e a multiplicação simplificada

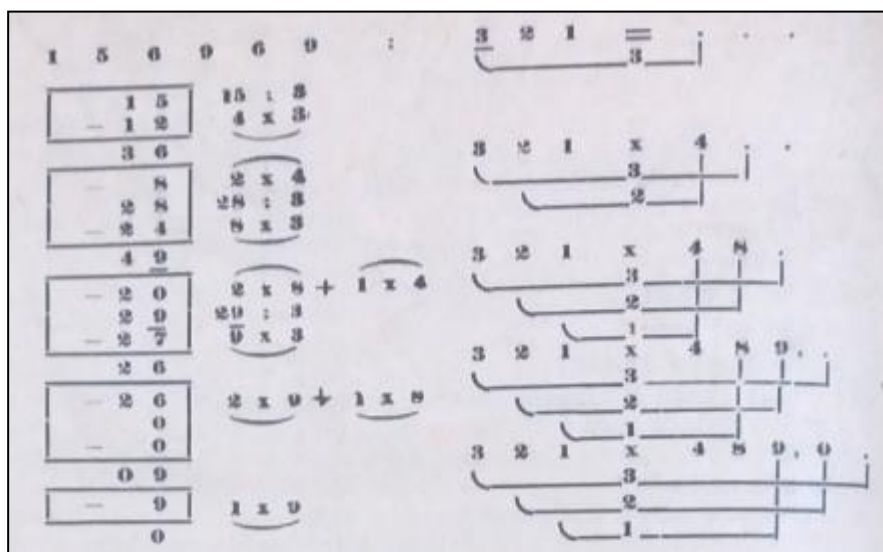


Fonte: O Eco, 1943, v. 4, p. 127.

Observa-se que a soma dos resultados verticais obtidos no esqueleto da multiplicação (Figura 6) correspondem, respectivamente, às multiplicações parciais dos movimentos do trem numa gare, representados na Figura 3, da associação com uma janela em movimento (Figura 4) e da representação de guirlandas (Figura 5). Considerando-se as explicações apresentadas nos artigos, pode-se dizer que o esqueleto da multiplicação vem a ser uma forma de validação da multiplicação simplificada, sugerida pelo autor. Ficaria a cargo do leitor, utilizar um ou outro procedimento nos cálculos envolvendo multiplicações, embora, para Reckziegel, “as vantagens da multiplicação simplificada saltam aos olhos” (O Eco, v. 4, p. 127).

No quinto artigo, intitulado “Divisão simplificada”, o autor apresenta um procedimento para cálculo de divisão, com o exemplo $156969 \div 321$, conforme mostrado na Figura 8:

Figura 8. Divisão simplificada de 156969 por 321



Fonte: O Eco, 1943, v. 5, p. 168.

Ao resolver essa divisão¹⁴, o autor faz uma associação com a representação de guirlandas, tratada no seu terceiro artigo sobre multiplicação simplificada. Observa-se que são realizadas, em etapas, divisões sucessivas por 3, que é o primeiro algarismo do divisor 321. Por isso, o autor sublinha o algarismo 3 do divisor e sugere deixar o mesmo quantitativo de algarismos não sublinhados no dividendo. Dessa forma, no dividendo sublinha 1569 e se inicia a divisão:

1ª) Ao dividir 15 por 3, deve-se encontrar, por estimativa, o maior quociente que deixe algum resto e permita a continuidade do cálculo. Nesse caso, seria o 4 que deixa resto 3. Então, baixa-se o 6, para dar andamento à próxima etapa.

2ª) É iniciada com a associação à representação de uma guirlanda, observando-se que o algarismo 3 do divisor sustenta o extremo maior, em busca do próximo algarismo do quociente, enquanto o algarismo 2 do divisor é ligado ao algarismo 4 do quociente, resultando no produto $2 \times 4 = 8$, que é subtraído de 36. Então, a diferença 28 passa a ser dividida por 3. Novamente, é preciso encontrar, por estimativa, o maior quociente que deixe algum resto e permita a continuidade do cálculo. Nesse caso, seria o 8 que deixa resto 4. Então, baixa-se o 9, para dar andamento à terceira etapa. Como esse 9 é o último algarismo sublinhado no dividendo, deve-se colocar a vírgula após o próximo algarismo do quociente encontrado.

¹⁴ Num primeiro momento, Reckziegel pensava que estava mostrando um modo simplificado de fazer a divisão, de sua autoria, mas encontrou procedimento semelhante em um livro do Sr. Dr. F. Ferol, um engenheiro mais conhecido na Europa do que no Brasil (O Eco, 1943, v. 5).

3ª) Novamente é feita a associação com a representação de guirlanda, observando que o algarismo 3 do divisor sustenta o extremo maior em busca do próximo algarismo do quociente, enquanto o algarismo 2 do divisor é ligado ao algarismo 8 do quociente e o algarismo 1 do divisor é ligado ao algarismo 4 do quociente, originando-se os produtos $2 \times 8 + 1 \times 4 = 16 + 4 = 20$, que é subtraído de 49. Logo, a diferença 29 passa a ser dividida por 3. Novamente, é preciso encontrar, por estimativa, o maior quociente que deixe algum resto e permita a continuidade do cálculo. Encontra-se o 9, que deixa resto 2, e se coloca a vírgula no quociente. Em seguida, baixa-se o 6, para dar andamento à quarta etapa.

4ª) Ao fazer a associação com a representação de guirlanda, o algarismo 3 do divisor continua sustentando o extremo maior em busca do próximo algarismo do quociente, enquanto o algarismo 2 do divisor é ligado ao algarismo 9 do quociente e o algarismo 1 do divisor é ligado ao algarismo 8 do quociente, originando-se os produtos $2 \times 9 + 1 \times 8 = 18 + 8 = 26$, que é subtraído de 26, resultando na diferença 0. Então, a diferença 0 passa a ser dividida por 3. Novamente, é preciso encontrar, por estimativa, o maior quociente que deixe algum resto e permita a continuidade do cálculo. No caso seria o 0 que deixa resto 0. Então, baixa-se o 9, para dar andamento à última etapa.

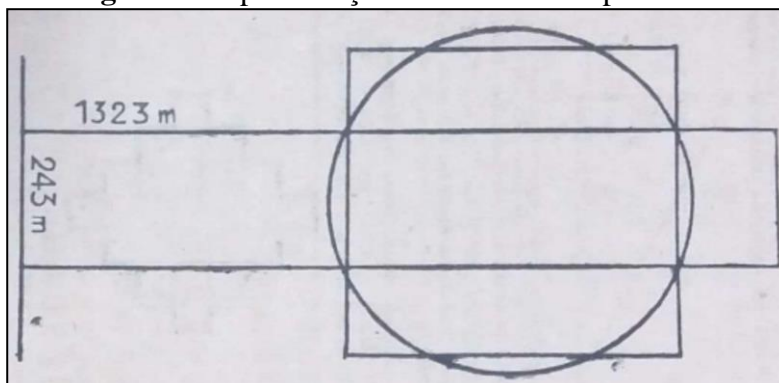
5ª) Ao fazer a associação com a representação de guirlanda, o algarismo 3 continua sustentando o extremo maior em busca do possível próximo algarismo do quociente, enquanto o algarismo 2 do divisor é ligado ao algarismo 0 do quociente e o algarismo 1 do divisor é ligado ao algarismo 9 do quociente, originando-se os produtos $2 \times 0 + 1 \times 9 = 0 + 9 = 9$, que é subtraído de 9, resultando na diferença 0. Então, chega-se ao final do cálculo, concluindo-se que $156969 \div 321 = 489$.

O leitor deste artigo poderia se perguntar por que o maior quociente não seria o 9, na 2ª etapa do exemplo acima? Caso fosse o quociente 9, deixaria resto 1. Ao baixar o 9, ter-se-ia 19 e baseando-se na associação com a guirlanda, o algarismo 2 do divisor seria ligado ao algarismo 9 do quociente e o algarismo 1 do divisor seria ligado ao algarismo 4 do quociente, originando-se os produtos $2 \times 9 + 1 \times 4 = 18 + 4 = 22$, que não poderia ser subtraído de 19. Por isso, deve-se estimar o quociente inferior seguinte.

Reckziegel aborda a raiz quadrada no seu sexto artigo publicado no Eco. Para tanto, utiliza-se do procedimento da divisão simplificada, apresentando o seguinte problema:

Houve tempo em que Juca Pituca não possuía uma extensa chácara quadrada. Tratando da compra dum terreno, apresentaram-lhe uma faixa de 1 km 323 m de comprimento por 243 m de largura (Figura 9). Juca não agradou da oferta. Por que não? Imaginava, quanto desperdiçariam seus empregados, e quanta fadiga lhes sobraria, quando devessem dar uma volta sequer a esse retângulo. Seu perímetro (a cerca ao redor dele) mediria nada menos que 3 km 132m.

Figura 9. Representação dos terrenos do problema



Fonte: O Eco, 1943, v. 6, p. 200.

- Olhe Mané, você não me poderia ceder um círculo da mesma área? Foi sua proposta.

Agora é Mané quem não está pelos autos:

- Se todos me quisessem comprar círculos, quantos vãos não ficariam eu perdendo entre círculo e círculos? Pois uma cerca não se ajustaria à outra. Tocarse-iam num ponto apenas de cada uma.

Juca sentiu muito... Nem era para menos. A cerca do círculo cobiçado (a periferia) mal chegaria a 2 km 10 m e o diâmetro a 640 m. Enfim, aceitou um último alvitre, e comprou o quadrado que você sabe. Mesmo assim parece que poupou em tempo e fadigas e arame (de cerca) e tudo...

Não são equivalentes (iguais em área) o círculo ambicionado, o quadrado adquirido e o retângulo apresentado (Figura 9)? Qual é, pois essa área? É $1323 \text{ m} \times 243 \text{ m} = 321489 \text{ m}^2$.

32 ha 14 a 89 m² (32 hectares, 14 ares e 89 metros quadrados) é o que você apurou. Agora você está no caso de fazer uma divisão de que conhece o dividendo, e só. Você sabe, entretanto, que divisor e quociente são iguais em valor (equivalentes), por quanto são iguais, em qualquer quadrado, comprimento e largura. Este é, pois o problema: “321489, dividido

por quanto, dá outro tanto?" Com vantagem você substitui pelo radical a forma de divisão. (O Eco, 1943, v. 6, p. 200).

A partir desse enunciado, o autor propõe determinar as dimensões (comprimento e largura) do terreno quadrado de área 321489 m², adquirido por Juca Pituca. Essa determinação é realizada através do cálculo da raiz quadrada do número 321489, conforme ilustrado na Figura 10:

Figura 10. Cálculo da raiz quadrada de 321489

The image shows a handwritten calculation of the square root of 321489. The process starts with the number 321489 and a divisor of 5. The first step is to subtract 25 (5 squared) from 32, leaving a remainder of 7. The next step is to bring down the next two digits, 14, to form 714. This is then divided by 5 to get 357. The process continues with further divisions and adjustments, such as 35 divided by 5 to get 6, and 6 multiplied by 5 to get 30, which is subtracted from 35 to get 5. The final result is 570.9.

Fonte: O Eco, 1943, v. 6, p. 200.

Nesse cálculo, Reckziegel utiliza alguns passos da divisão simplificada e outras técnicas, para encontrar a raiz quadrada, conforme descrito a seguir:

1ª) Encontrar, por estimativa, o divisor efetivo de 32. Esse número é 5 (primeiro algarismo do quociente), pois $5^2 = 25$ (caso fosse 6, daria $6^2 = 36$, que não poderia ser subtraído de 32). Logo, $32 - 25 = 7$. Então, baixam-se os demais algarismos do radicando e se realiza uma simplificação da raiz quadrada, isto é, dividindo o número 71489 pela metade, encontrando-se 35744,5, que é separado por dois traços do número anterior.

2ª) Sublinha-se a metade de algarismos entre o ponto e a vírgula de 3.5744,5. Então, realiza-se processo semelhante à divisão simplificada. Ao dividir 35 por 5 (que é o divisor efetivo), deve-se encontrar, por estimativa, o maior quociente que deixe algum resto e permita a continuidade do cálculo. Nesse caso, seria o 6 que deixa resto 5. Então, baixa-se o 7, para dar andamento à próxima etapa. Como esse 7 é o último algarismo sublinhado no dividendo, deve-se colocar a vírgula após o próximo algarismo do quociente encontrado.

3ª) É iniciada com a associação à representação de uma guirlanda, observando-se que o algarismo 5 sustenta o extremo maior, em busca do próximo algarismo do quociente, enquanto o algarismo 6, que está sozinho, recebe uma cruzinha, significando que deve ser multiplicado por ele mesmo, $6 \times 6 = 36$, que é dividido por 2 para completar a simplificação da raiz quadrada¹⁵, resultando em $36 \div 2 = 18$, que é subtraído de 57. Então, a diferença 39 passa a ser dividida por 5. Novamente, é preciso encontrar, por estimativa, o maior quociente que deixe algum resto e permita a continuidade do cálculo. Nesse caso, seria o 7 que deixa resto 4. Então, baixa-se o 4, para dar andamento à quarta etapa.

4ª) Novamente é feita a associação com a representação de guirlanda, observando que o algarismo 5 sustenta o extremo maior em busca do próximo algarismo do quociente, enquanto o algarismo 6 é ligado ao algarismo 7 do quociente, originando-se o produto $6 \times 7 = 42$, que é subtraído de 44. Logo, a diferença 2 passa a ser dividida por 5. Novamente, é preciso encontrar, por estimativa, o maior quociente que deixe algum resto e permita a continuidade do cálculo. Encontra-se o 0, que deixa resto 2, e se coloca após a vírgula no quociente. Em seguida, baixa-se o 4,5, restante do dividendo, pois o 4 é o último algarismo antes da vírgula, para dar andamento à última etapa do cálculo.

5ª) Ao fazer a associação com a representação de guirlanda, o algarismo 5 continua sustentando o extremo maior em busca do próximo algarismo do quociente, enquanto o algarismo 6 é ligado ao algarismo 0 do quociente ($6 \times 0 = 0$) e o algarismo 7 que está sozinho, recebe uma cruzinha, significando que deve ser multiplicado por ele mesmo, $7 \times 7 = 49$, que é dividido por 2 para completar a simplificação da raiz quadrada, resultando em $49 \div 2 = 24,5$, que é somado com 0 e subtraído de 24,5, encontrando-se a diferença 0. Então, chega-se ao final do cálculo, concluindo-se que $\sqrt{321489} = 567$.

Portanto, as dimensões do terreno quadrado adquirido por Juca Pituca são 567 m x 567 m, cuja área é 321489 m². Ressalta-se que o tema desse artigo de Reckziegel, a dupla simplificação da raiz quadrada, justifica-se pela tomada das metades (meios) de números em três momentos do cálculo, conforme destacado na Figura 10.

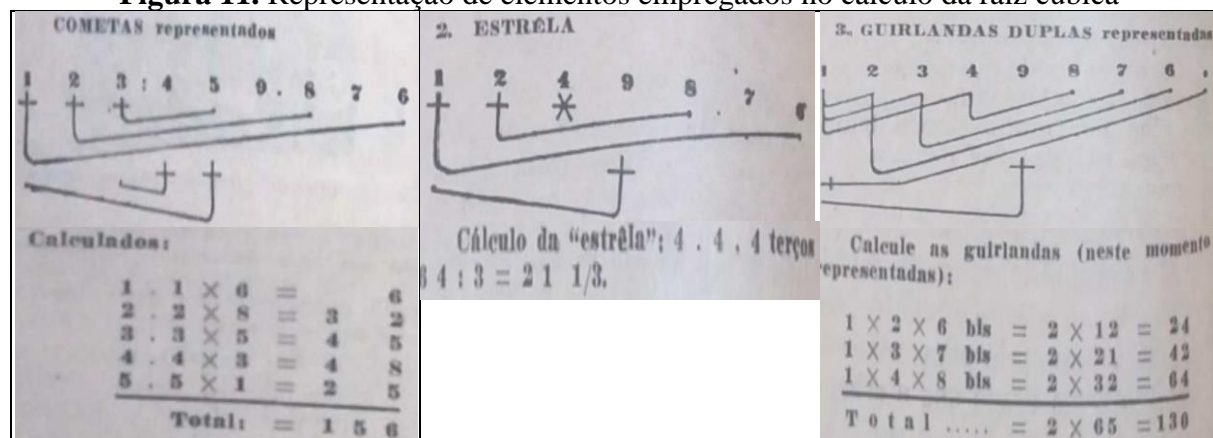
No sétimo artigo, Reckziegel apresenta outro enunciado envolvendo Juca Pituca:

¹⁵ Esse procedimento é realizado toda vez que um algarismo do quociente fica sem ligação, ou seja, está sem par para fazer a multiplicação.

Depois de prolongada e calamitosa estiagem, Juca Pituca mandou construir na Vila Chica, colossal cisterna de 432 dm de comprimento interno, por 324 dm de largura e 243 dm de fundura (profundidade). Com a provisão desses 34012224 litros d'água espera poder saciar, em tempo de carestia, sua gente, seus gados e máquinas, suas pastagens, sementeiras e plantações, seus peixes, aves e abelhas, seu parque e bosque, pomar e jardim... Sua chácara mista sempre progredirá: - eis a parte material das suas esperanças. (O Eco, 1943, v. 7, p. 228).

O problema proposto pelo autor se resume em determinar $\sqrt[3]{34012224}$. Antes, porém, de iniciar o cálculo dessa raiz cúbica, apresenta alguns termos que utiliza no procedimento de extração dessa raiz: “cometa”, “estrela” e “guirlanda dupla”, conforme as representações ilustradas na Figura 11:

Figura 11. Representação de elementos empregados no cálculo da raiz cúbica



Fonte: O Eco, 1943, v. 7, p. 228.

Na derivação dos cometas representados na Figura 11 é preciso considerar os movimentos em separado: primeiro, da cabeça do cometa e, segundo, da cauda. Quando a cabeça avança uma casa (de 1 até 5), a cauda recua duas casas (6, 8, 5, 3, 1), respectivamente.

Conforme a Figura 11, a representação da estrela é por baixo do 4. A simplificação específica da raiz cúbica exige que toda estrela seja dividida por 3. Exime-se desta regra somente o primeiro astro sob os pés do divisor efetivo (1), pois ainda não começou a simplificação específica. A estrela se deriva automaticamente de um cometa, cuja cauda e cabeça se encontram para ocupar o mesmo posto.

As guirlandas duplas são sempre bisadas, isto é, multiplicadas por 2. As guirlandas se derivam do cometa maior, conforme ilustrado na Figura 11: a cabeça desse cometa se dissolve,

mantendo-se fixo no divisor efetivo um ponto dela (um gancho) e avançando o segundo ponto (passo por passo, para a direita); a cauda, desde a casa vazia, começa a recuar, no mesmo passo (para a esquerda).

Feitas essas considerações, o autor realiza o cálculo da $\sqrt[3]{34012224\text{dm}^3}$, pelo método duplamente simplificado, conforme mostrado na Figura 12:

Figura 12. Cálculo da raiz cúbica de 34012224

The image shows a handwritten calculation of the cube root of 34012224 dm³. The work is organized into several columns and rows, showing the current dividend, the divisor, and the resulting quotient digit. The calculation proceeds from left to right, with the quotient digits being 2, 3, 3, 7, 4, 0, 8, and 0. The units are given as dm³. The calculation uses a simplified method, with various arithmetic operations like multiplication and subtraction. The work includes terms like 'terços' (thirds) and 'bis' (twice). The final result is 237408,0.

Fonte: O Eco, 1943, v. 7, p. 229.

Com relação a esse cálculo, Reckziegel faz algumas observações (O Eco, 1943, v. 7):

1) As secções do radicando, como na extração da raiz quadrada são de duas, na extração da raiz cúbica, são de três casas. Dos talhos, o primeiro dá-se sempre a vírgula.

2) A primeira secção (grupo de um a três algarismos) fornece o divisor efetivo, conforme a lista abaixo, formada por duas linhas paralelas, que contêm, a primeira os cubos dos números contidos na segunda:

1	8	27	64	125	216	343	512	729	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	Divisor efetivo

3) Obtido o divisor efetivo, e isolado, por linha dupla, o resto total, da sua terça parte, como na raiz quadrada duplamente simplificada, sublinha-se não a metade, mas a primeira terça parte das casas entre o ponto e a vírgula (2.337408,0).

4) A estimativa é uma divisão, com folga para o resto; mas, na raiz cúbica, divisão repetida. Na Figura 12, por exemplo, 23 dividido por 3, dá 7; 7 dividido por 3, dá 2, que é o segundo algarismo procurado do resultado.

5) O cometa maior, em todos os momentos, representa o papel saliente que a raiz quadrada reservou para a maior guirlanda. O cometa maior é o primeiro a ser marcado (com a cabeça no divisor efetivo e na casa desconhecida, a cauda). Do cometa maior se derivam, diretamente, tanto as guirlandas duplas como os cometas menores, e ainda as estrelas. O cometa maior é o último a ser calculado, em cada momento, que guia para a cabeceira dos cartões (de subtração) a parte conhecida do subtraendo, e para os pés deles, (parte inferior dos cartões), a que, antes da estimativa, é desconhecida (o cometa maior).

6) A estrela (que ocorre a cada terceiro momento) deixa, de fração, ora nada (0), ora um terço ($1/3$), ora dois terços ($2/3$). Então, baixa-se só uma casa do “terço do resto” (terça parte do resto, resto dividido por 3), também por cima do cartão encabeçado por subtraendo com parte fracionária, como o terceiro cartão do exemplo na Figura 12. Daí por diante, ficará, de “resto”, entre os cartões seguintes: “tanto e fração”. Então, intercala-se entre “tanto” (que passa a formar dezenas) e a “fração” a soma seguinte: o algarismo a ser descido, mais 6 (quando a fração é $2/3$); mais 3 (quando é $1/3$). Com isto pode dar-se, que as dezenas mudem para “tanto, mais um”, como no exemplo da Figura 12, por cima do último cartão.

Resta $1 \frac{1}{3}$ ou 1,33 e baixa-se 8

Escreve-se $13 \frac{1}{3}$ ou 13,3

$$\frac{\quad +8 \quad +8}{\quad}$$

Ao todo $21 \frac{1}{3}$ ou 21,3

Se o algarismo a baixar é o das unidades, e seguido de fração, baixa-se logo também a fração. Além da soma já indicada para as unidades (algarismo baixado, mais 6 ou 3, respectivamente), entre os cartões somam-se também duas frações (caso já venha restado fração), pelo que pode ocorrer que a soma das unidades cresça de um.

Assim, ao calcular a $\sqrt[3]{34012224\text{dm}^3}$ pelo método duplamente simplificado, conforme descrito na Figura 12, encontra-se 324 dm. Então, as dimensões de uma cisterna cúbica com 34012224 dm^3 seriam 324 dm de comprimento, por 324 dm de largura e 324 dm de profundidade.

Nesse artigo, Reckziegel também faz referência à média geométrica¹⁶, para a determinação das dimensões do terreno quadrado de Juca Pituca, abordado no artigo anterior. A partir do cálculo da média geométrica de 243 m e 1323 m, dimensões do terreno retangular, encontra-se a medida dos lados do terreno quadrado, ou seja, 567 m, pois $\sqrt{243 \cdot 1323} = \sqrt{321489} = 567$. Da mesma forma, considerando as dimensões da cisterna construída por Juca Pituca, determinar $\sqrt[3]{34012224}$ equivale a calcular a média geométrica de 243 dm, 324 dm e 432 dm, que é 324 dm, pois $\sqrt[3]{243 \cdot 324 \cdot 432} = \sqrt[3]{34012224} = 324$.

No artigo “Somar pelos dedos”, o autor afirma que na adição, começa a somar unidades com unidades (1ª ordem), continua a somar com a reserva das unidades, dezenas e dezenas (2ª ordem) e assim, por diante, até ter somado todas as ordens. Mas o diferencial está na forma como ele adiciona os algarismos em cada ordem, utilizando-se dos 5 dedos de cada mão, totalizando 10. Para tanto, propõe reduzir todas as somas, ordem por ordem, de 5 mais 5, e mais alguma coisa. Para o autor, cada algarismo maior que 5, começa a valer, 5 mais tanto. Por exemplo: $6 = 5 + 1$ e $7 = 5 + 2$. O 5 representa uma mão, da outra contava 1 dedo para 6; com 2 dedos contava 7, com 3 dedos chegava em 8 e com 4 dedos contava 9.

Na adição $7 + 8$, por exemplo, propõe: $7 + 8 = (5 + 2) + (5 + 3) = 10 + 5 = 15$. De acordo com o autor, seria $5 + 5$ e mais alguma coisa. Trata-se da reserva e dois algarismos menores que 5. Considera 1 (o polegar) + 4, numa mão, e noutra, 2 (polegar e indicador) + 3.

¹⁶ A média geométrica dos números $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ é dada por $G = \sqrt[n]{a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot \dots \cdot a_n}$.

São esses dois pares de parcelas os únicos que completam exatamente 5. Os demais, não completam e são uma soma simples: $1 + 1$; $2 + 1$; $2 + 2$; $3 + 1$.

O penúltimo artigo de Reckziegel, intitulado “Máquina de Chiquinho”, compara os dedos das mãos com uma máquina e aborda, novamente, a operação de multiplicação. O autor indica que os polegares representam o 6, os indicadores o 7, os médios o 8, os anelares o 9 e os minguinhos representam o 10. Então, explica como multiplicar 7×8 , usando essa “máquina”. Para isso, deve-se unir os dedos multiplicandos, 7 de uma das mãos (indicador) com 8 da outra (dedo médio). Contam-se os dedos estendidos, que são 5 e vão representar 50. Então, separadamente, contam-se os dedos fechados em cada mão e se realiza a multiplicação desses, ou seja, $3 \times 2 = 6$. Logo, o produto será $50 + 6 = 56$.

No caso da multiplicação 6×7 , deve-se unir o 6 de uma das mãos (dedo polegar) com 7 da outra (indicador). Contam-se os dedos estendidos, que são 3 e vão representar 30. Então, separadamente, contam-se os dedos fechados em cada mão e se realiza a multiplicação desses, ou seja, $4 \times 3 = 12$. Logo, o produto será $30 + 12 = 42$. O autor ressalta que essa forma de realizar multiplicações também é encontrada no livro *Cálculo mental ultra-rápido* (s.d.), de autoria de José Clotet¹⁷.

Essa máquina também pode ser usada na divisão, quando se estima um quociente e sabe-se que ele é maior do que 5. Nesse caso, estendem-se os dedos e conta-se até o divisor efetivo os dedos de uma das mãos e fecham-se os outros. Então, abrem-se os dedos da outra mão, a partir do polegar, até completar o valor do algarismo das dezenas (do dividendo do momento). O último dedo que se abre (o que completa aquelas dezenas) é da marca “mais tanto” (“5 mais tanto” é o quociente procurado). Seja, por exemplo, $60 \div 8$ a divisão a fazer. Estendem-se os dedos, numa das mãos, até o divisor efetivo 8 (dedo médio) e se contam os dedos estendidos até 3. Como as dezenas de 60 são 6, continua-se a contagem na outra mão, começando pelo polegar. Então, realiza-se a multiplicação dos dedos fechados, ou seja, $2 \times 2 = 4$. Porém, $60 + 4 = 64$, que é maior que o dividendo 60. Logo, 6 é demais. Então, fecha-se o

¹⁷ O livro possui 178 páginas, apresenta prefácio do próprio autor e capítulo sobre soma, subtração, multiplicação, multiplicação abreviada, fundamento da multiplicação abreviada, fundamento da multiplicação abreviada para três cifras, divisão, potenciação, raízes, coeficientes binomiais, problemas, xadrez, curiosidades, calendário gregoriano, outros calendários, gracejo matemático e curiosidades e finaliza como uma advertência sobre como fazer uso das multiplicações abreviadas. O livro possui ainda imagens do General José Antônio Flores da Cunha, para quem é dedicado o livro, e do autor José Clotet, opiniões dos jornais de Porto Alegre, um soneto do autor e errata. José Clotet era um engenheiro espanhol, conhecido mundialmente como “um verdadeiro assombro em cálculos”, pela sua memória ao resolver cálculos aritméticos (Clotet, S.d., p. 169).

último dedo aberto, unindo-se o dedo médio da primeira mão com o indicador da outra, encontrando-se o quociente 7 (5 mais o tanto 2). Os dedos estendidos são 5, equivalendo a 50; os dedos fechados são $2 \times 3 = 6$; $50 + 6 = 56$ e $60 - 56 = 4$. Portanto, $60 \div 8 = 7$ mais o resto 4 ($7 \times 8 + 4 = 56 + 4 = 60$).

No seu último artigo, Reckziegel explica porque a “máquina do Chiquinho” funciona. Calcular 7×8 seria o mesmo que multiplicar (10 menos 3) por (10 menos 2); 3 e 2 são chamados de complementos de 7 e 8, porque completam alguma potência de 10, base do sistema decimal. Considerando “negativos” os valores “menos 3” e “menos 2”, os fatores que se tem são 10 com alguma falta: 10 com a falta de 3 é o multiplicando 7; e o multiplicador 8 é 10 com a falta de 2. Ao multiplicar entre si dois valores negativos, obtém-se um produto positivo: $(-2) \times (-3) = +6$. Porque multiplicar é uma ação. E, por exemplo, dar: dar umas tantas vezes o multiplicando caso o multiplicador seja positivo; caso for negativo o multiplicador, será tirar: tirar umas tantas vezes o multiplicando. O que se tira é a falta de alguma coisa, o que realmente se faz é dar aquela mesma coisa: tirar duas vezes a falta de três significa dar duas vezes três. (O Eco, 1943, v. 11).

Aplicando-se no produto 7×8 a ideia das guirlandas (O Eco, 1943, v. 3), tem-se:

$$(10 - 3) \times (10 - 2) = 100 - (3 + 2) \times 10 + 6.$$

Esse 6 é o produto dos complementos (dedos fechados, $3 \times 2 = 6$) e dão as unidades do resultado. A outra parte do resultado, $100 - (3 + 2) \times 10$ unidades, são as dezenas, 10 menos a soma dos complementos ($3 + 2$), ou seja, os 5 dedos estendidos na máquina de Chiquinho. De acordo com Reckziegel, a mesma máquina pode ser usada na estimativa do quociente numa divisão, pois essa operação é o inverso da multiplicação (O Eco, 1943, v. 11).

Como o uso desta “máquina” poderia significar pouco domínio da tabuada, o autor apresenta um exemplo com números maiores, 999931×7996 , conforme a Figura 13:

Figura 13. Multiplicação de 999931×7996 com a máquina de Chiquinho

Multiplicando	9 9 9 9 3 1	(6 9)	Complemento do multiplicando;
Multiplicador	\times 7 9 9 6	(2 0 0 4)	Complemento do multiplicador.
		1 3 8 2 7 6	(Produto dos complementos)
	7 9 9 5 3 1		(Soma “irregular” dos fatores)
Produto:	7 9 9 5 4 4 8 2 7 6		

Fonte: O Eco, 1943, v. 11, p. 380.

Para facilitar a compreensão da multiplicação de 999931 por 7996, o autor escreve, separadamente, em duas linhas, os complementos entre parênteses (complementos do multiplicando e do multiplicador), o produto dos complementos (produto da direita) e a “soma irregular” dos fatores (soma da esquerda). Para, então, chegar ao produto 7995448276.

Observa-se que a soma tem duas irregularidades: Juntam-se, nas mesmas ordens, não as unidades à direita (conforme a regra geral da adição), mas as primeiras casas da esquerda (cada fator foi multiplicado pela potência de 10 que o outro quase integra). No exemplo acima, ter-se-ia somado assim a última ordem (isto é, a primeira ordem à esquerda): 9 mais 7 e mais a reserva 1 são 17. Essa é a segunda irregularidade: deixa-se 7 (na casa dos bilhões) e risca-se 1 (a máquina do Chiquinho permite essa possibilidade de errar, pois tem só duas mãos) (O Eco, 1943, v. 11).

Além disso, o produto dos dois complementos (dos dedos fechados) ocupa, à direita, tantas casas do resultado, quantas tem o menor dos fatores (o multiplicador). Portanto, esse produto poderá seguir a série dos algarismos da soma irregular, aos zeros intercalados, ou se engatará, como no exemplo acima, no fim da soma irregular (O Eco, 1943, v. 11).

Esse foi o último artigo assinado pelo jesuíta Luiz Monteiro Reckziegel e encontrado no periódico O Eco. Não se tem conhecimento sobre a participação desse autor na proposição de perguntas, problemas e curiosidades, envolvendo Matemática, localizados em outras edições do periódico, especialmente, nas seções recreativas. Todavia, o personagem “Chiquinho” é citado em problemas propostos na seção “Para Pequenos Matemáticos”, que se fez presente em 31 edições do periódico O Eco, nos anos de 1919, 1920, 1921 e 1924.

Considerações finais

A partir do referencial da pesquisa histórica, investigou-se o periódico ilustrado O Eco, com atenção especial para os dez artigos sobre Matemática, escritos pelo jesuíta Luiz Monteiro Reckziegel, em 1943. O público-alvo do periódico era a comunidade escolar e a mocidade católica brasileira, pois, segundo os editores, havia periódicos para os diferentes públicos na época, exceto para os jovens estudantes. A intencionalidade dos editores consistia em inserir algo que contemplasse todas as vozes, do sábio, narrador, colega jovial, historiador, jornalista, religioso, tudo isso para a vida da mocidade estudiosa, por meio de textos, histórias,

informações e curiosidades, enfatizando os aspectos morais, religiosos (religião católica) e a formação em geral.

Os artigos escritos no periódico *O Eco* trazem poemas, notícias, reflexões de padres e professores, conferências, variedades, anedotas, contos, publicações de premiações de alunos por redação ou por competição esportiva, anúncios de propagandas, Ciências, invenções, Artes, Astronomia, Matemática, reforma da Língua Portuguesa, descobertas, sendo que, após 1950, começam a aparecer artigos direcionados à prática esportiva, como futebol, bola ao cesto, entre outros. Nessas publicações, também há ilustrações, como fotografias de colégios, imagens de religiosos, alunos, ex-alunos, personagens da história do Brasil, santos da Igreja Católica, paisagens, ilustrações de textos, cenários de guerra, futebol e humor, traduzindo práticas culturais da época.

Desde as primeiras publicações do periódico, em 1914, até o encerramento de suas atividades, no final da década de 1960, a Matemática se fazia presente através de seções recreativas, tais como charadas, enigmas, perguntas, problemas e curiosidades, englobando conhecimentos aritméticos, algébricos e geométricos, valorizando o pensamento lógico-matemático dos leitores com desafios, premiando assinantes com as soluções corretas.

No ano de 1943, de modo particular, além das seções recreativas, identificou-se, em dez edições do periódico *O Eco*, artigos específicos sobre Matemática, abordando procedimentos de cálculo elementares, objetivando facilitar a obtenção de seu resultado. Esses artigos são assinados por Luiz Monteiro Reckziegel, formado em Filosofia e Teologia, com atuação, predominante, no ensino de Ciências Exatas. Tais artigos sobre Matemática abordam procedimentos de cálculo escrito e mental envolvendo as operações aritméticas de adição, multiplicação, divisão e radiciação (raiz quadrada e raiz cúbica), com destaque para a operação de multiplicação, tema de seis artigos. Registra-se, também, a ênfase, dada pelo autor, às estimativas nos procedimentos de cálculo apresentados. Na época, era fundamental saber resolver cálculos aritméticos, tanto escritos, quanto mentais, de forma precisa e rápida, nas mais diversas situações do dia a dia.

Ao abordar cada operação aritmética, o autor buscou fazer associações com elementos do universo do público leitor, como movimentos de trem e de janelas, guirlandas, cometas e estrelas. Além disso, procurou fazer contextualizações com áreas de superfícies (terrenos) e volume de corpos (cisterna), explorando suas unidades de medidas. Com esses artigos, o autor

buscava despertar o interesse e a curiosidade da mocidade estudiosa, contribuindo para a circulação do periódico e a formação da juventude católica nos colégios onde O Eco circulava.

O estudo da Matemática presente nos artigos escritos pelo jesuíta Reckziegel, permitiu um adentramento numa cultura escolar, num lugar e num tempo determinados, contribuindo, assim, para a História da Educação Matemática e o ensino de Matemática na Educação Básica, pois os procedimentos de cálculo apresentados podem servir de estímulo para reflexão sobre os métodos empregados nas escolas atualmente.

Referências

- Britto, S. L. M. (2016). *O ensino da aritmética nas escolas paroquiais católicas e no Ginásio Conceição, sob a ótica dos jesuítas nos séculos XIX e XX* (Tese de Doutorado). Universidade Luterana do Brasil, Canoas.
- Britto, S. L. M., Bayer, A., & Kuhn, M. C. (2020). *A contribuição dos jesuítas para o ensino da Matemática no Rio Grande do Sul*. São Leopoldo, RS: Ed. UNISINOS.
- Cellard, A. (2008). A análise documental. In Poupart, J. et al., *A pesquisa qualitativa: enfoques epistemológicos e metodológicos* (pp. 291-298). Petrópolis/RJ: Vozes.
- Certeau, M. (1982). *A escrita da História*. Rio de Janeiro: Forense Universitária.
- Clotet, J. (S.d.). *Cálculo mental ultra-rápido*. Coleção *Curiosidades Matemáticas* (36ª ed.). Porto Alegre: Livraria do Globo.
- Colégio Anchieta: cem anos*. (1990). Porto Alegre.
- O Echo: revista ilustrada para a mocidade estudiosa*. (1914-1931). Typographia do Centro: Porto Alegre.
- O Eco: revista ilustrada para a mocidade brasileira*. (1932-1969). Tipografia do Centro: Porto Alegre.
- Kreutz, L. (1991). *O professor paroquial: magistério e imigração alemã*. Porto Alegre: Ed. da UFRGS; Caxias do Sul: EDUCS.
- Kreutz, L. (1994). *Material didático e currículo na escola teuto-brasileira*. São Leopoldo: Ed. UNISINOS.
- Kuhn, M. C. (2015). *O ensino da matemática nas escolas evangélicas luteranas do Rio Grande do Sul durante a primeira metade do século XX* (Tese de Doutorado). Universidade Luterana do Brasil, Canoas.
- Kuhn, M. C., & Bayer, A. (2017a). *A matemática nas escolas paroquiais luteranas gaúchas do século XX*. Canoas: Ed. ULBRA.
- Kuhn, M. C., & Bayer, A. (2017b). *O contexto histórico das escolas paroquiais luteranas gaúchas do século XX*. Canoas: Ed. ULBRA.
- Leite, L. O. (2005). *Jesuítas cientistas no sul do Brasil*. São Leopoldo: UNISINOS.

- Leite, L. O. (2018, 16 de março). *A revista O Eco e sua trajetória*. Entrevista para Estágio Pós-doutoral em Programa de Pós-Graduação. Porto Alegre/RS.
- Leite, L. O. (2019, 25 de janeiro). *Biografia do jesuíta Luiz Monteiro Reckziegel*. Entrevista para Estágio Pós-doutoral em Programa de Pós-Graduação. Porto Alegre/RS.
- Mauro, S. (2005). *Uma história da matemática escolar desenvolvida por comunidades de origem alemã no Rio Grande do Sul no final do século XIX e início do século XX* (Tese de Doutorado). Universidade Estadual Paulista, Rio Claro.
- Mello & Souza. (1939). *Histórias e Fantasias da Matemática* (1ª ed.). Rio de Janeiro: Getulio M. Costa.
- Prost, A. (2008). *Doze lições sobre a História*. Belo Horizonte: Autêntica.
- Rambo, A. B. (1994). *A escola comunitária teuto-brasileira católica*. São Leopoldo: Ed. UNISINOS.
- Rambo, A. B. (1996). *A escola comunitária teuto-brasileira católica: a associação de professores e a escola normal*. São Leopoldo: Ed. UNISINOS.
- Relatório do Colégio Anchieta*. (1914). Porto Alegre.
- Serra, A. E. (2010). *As associações de alunos das escolas normais do Brasil e de Portugal: apropriação e representação (1906-1927)* (Tese de Doutorado). Universidade Estadual Paulista, Marília.
- Valente, W. R. (2007). História da Educação Matemática: interrogações metodológicas. *REVEMAT – Revista Eletrônica de Educação Matemática*, 2.2, pp. 28-49.
- Wanderer, F. (2007). *Escola e Matemática Escolar: mecanismos de regulação sobre sujeitos escolares de uma localidade rural de colonização alemã no Rio Grande do Sul* (Tese de Doutorado). Universidade do Vale do Rio dos Sinos, São Leopoldo.
- Weiduschadt, P. (2007). *O Sínodo de Missouri e a educação pomerana em Pelotas e São Lourenço do Sul nas primeiras décadas do século XX: identidade e cultura escolar* (Dissertação de Mestrado). Universidade Federal de Pelotas, Pelotas.
- Weiduschadt, P. (2012). *A revista “O Pequeno Luterano” e a formação educativa religiosa luterana no contexto pomerano em Pelotas – RS (1931-1966)* (Tese de Doutorado). Universidade do Vale do Rio dos Sinos, São Leopoldo.

Autores:

Silvio Luiz Martins Britto. Doutor em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Luterana do Brasil – ULBRA/Canoas/RS. Estágio Pós-doutoral no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática – PPGEICIM – da Universidade Luterana do Brasil – ULBRA/Canoas/RS. Professor das Faculdades Integradas de Taquara – FACCAT/Taquara/RS. Membro do Grupo de Pesquisas sobre Formação de Professores de Matemática – GPFPMat.

Malcus Cassiano Kuhn. Doutor em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Luterana do Brasil – ULBRA/Canoas/RS. Estágio Pós-doutoral no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática – PPGEICIM, na Universidade Luterana do Brasil – ULBRA/Canoas/RS. Professor do Ensino Básico, Técnico e Tecnológico no Instituto

Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Sul-rio-grandense – IFSul Câmpus Lajeado/RS.

Chefe do Departamento de Ensino, Pesquisa e Extensão do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Sul-rio-grandense – IFSul Câmpus Lajeado/RS. Coordenador do Polo UAB do IFSul Câmpus Lajeado/RS. Membro da Câmara de Ensino do IFSul. Membro titular da Câmara de Pesquisa, Inovação e Pós-graduação do IFSul, representando a grande área de Ciências Exatas e da Terra. Membro titular do Conselho Editorial da Editora IFSul. Membro do Grupo de Pesquisas sobre Formação de Professores de Matemática – GPFPMat. Líder do Grupo de Pesquisa Estratégias de Ensino para Educação Básica e Profissional.

Arno Bayer. Doutor em Ciências da Educação pela Universidade Pontifícia de Salamanca – Espanha. Professor e Pesquisador do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática – PPGECIM da ULBRA/Canoas/RS. Líder do Grupo de Pesquisas sobre Formação de Professores de Matemática – GPFPMat.

Juan Manuel Cagigal (1803-1856) y su *Memoria sobre las integrales limitadas*: Una aventura del pensamiento

Walter O. Beyer K.

nowarawb@gmail.com

<https://orcid.org/0000-0003-1726-7994>

Universidad Nacional Abierta

Caracas, Venezuela

Recibido: 05/11/2020 Aceptado: 06/11/2020

Resumen

El presente estudio consiste en una descripción y análisis crítico del libro *Memoria sobre las integrales limitadas*, escrita por Juan Manuel Cagigal (1803-1856) y editada póstumamente en 1929. Elaborada en una fecha aún no determinada con precisión es el único escrito matemático suyo que aún existe. Circuló inicialmente en forma manuscrita y fue empleada como texto en la *Academia de Matemáticas de Caracas*. Su *Memoria* no pretende ser un aporte original a las matemáticas teniendo una finalidad didáctica y de difusión de los avances del Cálculo Integral de su época, siguiendo muy de cerca las ideas de Cauchy. La obra coexistió con diversos libros de cálculo escritos por distintos autores europeos. El análisis está circunscrito por la realidad socio-política, económica y educativa de la Venezuela del siglo XIX. Como punto importante se consideran algunos aspectos polémicos e inciertos acerca de la vida del autor.

Palabras clave: Integrales limitadas, Juan Manuel Cagigal, Academia de Matemáticas de Caracas.

Juan Manuel Cagigal (1803-1856) e sua *Memoria sobre las integrales limitadas*: Uma Aventura do Pensamento

Resumo

Este estudo consiste na descrição e análise crítica do livro *Memoria sobre las integrales limitadas*, escrito por Juan Manuel Cagigal (1803-1856) e publicado postumamente em 1929. Elaborado em data ainda não determinada com precisão, é a única escrita matemática sua que ainda existe. Inicialmente, circulou na forma manuscrita e foi usado como texto na *Academia de Matemática de Caracas*. Sua *Memória* não pretende ser uma contribuição original à matemática, tendo uma finalidade didática e difundir os avanços do Cálculo Integral de sua época, seguindo de perto as idéias de Cauchy. A obra coexistiu com vários livros de cálculo escritos por diferentes autores europeus. A análise é circunscrita pela realidade sócio-política, econômica e educacional da Venezuela do século XIX. Como ponto importante, são considerados alguns aspectos controversos e incertos sobre a vida do autor.

Palavras chave: Integrais limitados, Juan Manuel Cagigal, Academia de Matemática de Caracas

Juan Manuel Cagigal (1803-1856) and his *Memoria sobre las integrales limitadas*: An Adventure of Thought

Abstract

This study consists of a description and critical analysis of the book *Memoria sobre las integrales limitadas*, written by Juan Manuel Cagigal (1803-1856) and published posthumously in 1929. Prepared on a date not yet precisely determined, it is the only mathematical writing of his that still exists. It initially circulated in handwritten form and was used as a text in the *Academy of Mathematics of Caracas*. His *Memoria* does not pretend to be an original contribution to mathematics having a didactic purpose and to disseminate the advances in Integral Calculus of its time, closely following Cauchy's ideas. The work coexisted with various calculus books written by different European authors. The analysis is circumscribed by the socio-political, economic and educational reality of 19th Venezuelan century. As an important point, some controversial and uncertain aspects about the author's life are also considered.

Key Words: Limited integrals, Juan Manuel Cagigal, Academy of Mathematics of Caracas

Introducción

Señalaba muy acertadamente el célebre legislador espartano Licurgo que “el pueblo que no venera su pasado carece de porvenir”. En este mismo orden de ideas, pero refiriéndose a los aportes intelectuales, se expresa Grases (1979) quien señala que

a veces, al ocuparnos de nuestros asuntos [se refiere a los históricos], tenemos la sensación de que todo queda a gran distancia, muy lejos de los intereses de la hora presente, pero no obstante estamos persuadidos de que es ineludible volver al respeto y estimación de los aportes fundamentales en la evolución de la vida intelectual del país (p. 189).

Así, Licurgo y Grases nos inducen a hurgar en el pasado, en particular en el pasado intelectual de Venezuela para poder venerar la obra dejada por nuestros grandes pensadores.

Por otra parte, como afirma Bloch (1979) “la primera característica del conocimiento de los hechos humanos del pasado y de la mayor parte de los del presente consiste en ser un conocimiento por huellas” (p. 47). En nuestro caso las huellas a las que alude Bloch hay que buscarlas en las acciones y en los aportes que personajes destacados así como importantes instituciones legaron al país. Son justamente esas las huellas que hemos de seguir y que nos guiarán para justipreciar la labor civilizatoria de hombres e instituciones y considerar su impacto y contribución en la evolución intelectual de la nación.

Es necesario pues recuperar, sacar del olvido, así como valorar en su justa dimensión los aportes intelectuales fundamentales en la evolución de la matemática y su enseñanza en el ámbito venezolano, muy especialmente en un pasado no tan cercano pero tampoco tan lejano como lo es el siglo XIX, en virtud de que “es absurdo imaginarse que un conocimiento [como

el de la matemática y su educación] es completo sin conocer su génesis, su historia, su evolución y su estado actual” (Ossott, s/f, p. 3).

Siguiendo estos preceptos se ha decidido hurgar en el pasado de las matemáticas en el país a los fines de encontrar sus raíces, reencontrar los orígenes de las matemáticas académicas “venezolanas” y preguntarnos si sólo se puede hablar de matemáticas académicas **en** Venezuela, vale decir unas que se desarrollaron dentro del territorio patrio pero sin ser auténticamente nacionales; o por el contrario si es dable referirse a unas matemáticas académicas **de** Venezuela, unas matemáticas propiamente venezolanas con desarrollo disciplinar autóctono, interrogante cuya respuesta se deja abierta por los momentos ya que lo que aquí se presenta es insuficiente para realizar un juicio definitivo de tal naturaleza. Aquí sólo se muestran algunos hechos y un caso que puede iluminar el camino que conduzca a una respuesta, así sea parcial, sobre tan delicado asunto.

Los estudios de estos aspectos ameritan tomar en consideración diversos elementos o factores entre los que cabría mencionar: las instituciones, los personajes que florecen al amparo de éstas así como sus producciones y aportes, en particular su obra escrita como los libros que éstos han producido. Todos estos elementos interactuando dinámicamente de una manera dialéctica marcan el paso del acontecer histórico. En consecuencia ningún análisis profundo de algún factor se puede desmarcar de los otros. En la consideración de épocas más recientes habría que anexar otros elementos como la investigación disciplinar, las publicaciones periódicas, los eventos y los niveles educativos superiores como los postgrados los cuales no son aplicables en los estudios de épocas pretéritas como la que nos ocupa.

El escudriñar en el pasado nos ha conducido al encuentro de la *Academia de Matemática de Caracas* y del barcelonés Juan Manuel Cagigal y Odoardo (1803-1856) y con él a una de sus obras trascendentales: *Memoria sobre las integrales limitadas*, el único de sus escritos matemáticos que junto con un *Apéndice* le han sobrevivido. Se trata tanto de una institución pionera como de un individuo que marcaron época en muchos campos, personaje éste quien produjo un libro de trascendental importancia; plantel y personaje cuyas respectivas historias individuales se entrecruzan en un complejo tejido que marcó buena parte de la evolución de la matemática y de su enseñanza durante el siglo XIX.

En este escrito, dada su complejidad, este tejido histórico se estudiará tomando como eje la *Memoria* de Cagigal en estrecha relación con su autor y tomando a la *Academia* como una

parte crucial del marco referencial en el desarrollo de los acontecimientos que llevaron a la elaboración de la obra y al destino que tuvo dicho texto.

El estudio de un libro antiguo puede tener gran importancia, más aún si se trata de un escrito que ha tenido una intencionalidad didáctica, en virtud de que como acertadamente señala Schubring (1987) “la *práctica de la enseñanza* no está tan determinada por los decretos ministeriales y por los planes de estudio oficiales como por los libros de texto usados para dicha enseñanza” (p. 41); y analizar tales libros justamente contribuye a la reconstrucción de las prácticas de enseñanza del pasado, así como también ilumina el camino para juzgar el desarrollo científico de un país.

La importancia de las obras didácticas también es resaltada por Gimeno Sacristán (1998) quien expresa, al referirse al nivel curricular por él denominado el *currículum presentado a los profesores*, que “el papel más decisivo en este sentido [el de interpretar el currículo prescrito y transmitirle a los profesores el significado y contenidos de éste] lo desempeñan, por ejemplo, los libros de texto” (p. 124).

Pero además de la importancia de la obra para entender aspectos vinculados con la enseñanza de la matemática en esos tiempos, el libro también esclarece el nivel matemático alcanzado por Cagigal y el adquirido por sus discípulos y por los alumnos de estos últimos quienes a la postre egresaron de la *Academia*, así como da luces acerca del desarrollo de esta disciplina así como de la evolución de la ingeniería en tierras venezolanas en esa época.

La revisión histórica demuestra que tanto Cagigal como su libro dejaron profunda huella en nuestro país y sobre ambos: autor y obra, ese binomio indisoluble, se centra lo que sigue.

El contexto general

Pero antes de adentrarnos en el núcleo del presente escrito es necesario ubicar el marco contextual general dentro del cual fue creada la *Academia de Matemática* y fue empleada la obra en cuestión. Este contexto involucra factores de diversa índole: políticos, sociales, económicos, educativos, etc.

Es bien sabido que las décadas iniciales de la centuria décimonona correspondieron al ocaso de la dominación colonial española y al cese definitivo de ésta después del cruento conflicto de la Guerra de Independencia.

Las consecuencias inmediatas de este enfrentamiento armado fueron de gran magnitud. Es de destacar que la población quedó diezmada y la economía desmantelada. En este sentido cabe decir que

Concluida la guerra de Independencia y separada Venezuela de la Gran Colombia, nuestro país se encontraba sufriendo las graves consecuencias de la contienda bélica. La infraestructura agrícola estaba destruida, la ganadería diezmada, había escasez de mano de obra y un comercio débil. [... No obstante] durante el período de 1830 a 1845, el país gozó de relativa paz y la recuperación económica fue notable; pero esa estabilidad resultaría precaria (Abad y otros, 1984, p. 5).

Al respecto asevera Toro Hardy (2020) que “la intensidad de las luchas de independencia varió de un lugar a otro, siendo Venezuela la más afectada con un cuarto de su población desaparecida” (¶ 3).

En el ámbito económico el café pasó a ser el principal producto de exportación pero éste estaba sujeto a los vaivén del mercado internacional y su baja en dicho mercado produjo varias crisis económicas a lo largo del siglo. Sobre este particular expresa Brito Figuera (2005) que

en 1857-1858, la crisis de sobreproducción que afectó a los Estados Unidos y a los principales países de Europa, cerró el mercado de las exportaciones venezolanas, [...]; el precio del café bajó un 20 por ciento [...].

El fenómeno no fue accidental; la crisis de 1866-1868 ocasionó el descenso de las exportaciones venezolanas [...] (p. 300).

En el contexto político, luego del intento para derrocar el gobierno de José María Vargas en 1835, hacia 1840 surge el Partido Liberal como oposición al paecismo. Indica Rojas (2020) que “en Venezuela se ubica el nacimiento del liberalismo en 1840, con la fundación de la Sociedad Liberal de Caracas y su transformación en Partido Liberal, iniciativa liderizada por Tomás Lander y Antonio Leocadio Guzmán” (¶ 1). Ambos sectores habrían de enfrentarse continuamente en la disputa por el poder político de la naciente nación.

La pugnacidad política, las crisis económicas y otras circunstancias dieron a la postre origen a la Guerra Federal (1859-1863). La situación reinante era que

después de 40 años del nacimiento de la República, los problemas persistían: una fuerte deuda externa que exprimía la capacidad productiva del país; un aparato productivo estancado y semidestruido por efectos de la guerra; unas diferencias sociales profundas; un caudillismo y regionalismo galopante que atentaba contra todo intento de legitimidad institucional y contra toda política orientada hacia un

mínimo de racionalidad administrativa; un pequeño grupo de militares y financistas que gobernaban al país a su arbitrio y sin ningún respeto por las leyes (Abad y otros, 1984, p. 6).

Méndez (2011) describe así la época: En 1830 “ocurre la disolución de la Gran Colombia y se constituye la República de Venezuela, empobrecida y endeudada, que subsiste los siguientes 90 años con una economía agropecuaria débil, de técnicas simples cuyo rubro básico es el café” (p. 27).

Esta realidad a todas luces convulsa dejaba poco espacio para el desarrollo de la ciencia y de la educación en Venezuela. En un principio básicamente siguió privando el modelo educativo colonial el cual fue modificándose más en términos de la promulgación de instrumentos legales que en lo referido a su filosofía e instrumentación práctica.

En 1826 la República de Colombia (más conocida como “Gran Colombia”) aprueba una ley de instrucción pública que acoge el sistema lancasteriano. Dicha ley siguió usándose en Venezuela luego de su separación de la Nueva Granada hasta 1843 cuando fue promulgado el primer Código de Instrucción Pública. Previamente, en 1827 El Libertador había reformado la Universidad de Caracas (una de las dos existentes en el país) convirtiéndola en republicana estableciendo dentro de ésta una cátedra de matemáticas.

Asimismo, en 1838 fue creado como órgano rector de la educación la Dirección General de Instrucción Pública, ente dentro del cual Juan Manuel Cagigal tuvo una destacada labor. No obstante este organismo no tuvo autoridad plena sobre las escuelas de primeras letras las cuales dependían constitucionalmente de las Diputaciones Provinciales. Además, Venezuela tuvo a lo largo de la centuria una escasez recurrente de escuelas y de maestros lo cual atentaba contra el desarrollo de la educación en el país.

La realidad educativa era la de una gran desatención teniendo una exigua inversión en este ramo por parte de los organismos competentes. El acceso a la educación básicamente estaba restringido a las élites en detrimento de las clases populares.

Es dentro de esta realidad que fue decretada en 1830 la creación de la *Academia de Matemáticas de Caracas* y su puesta en funcionamiento al año siguiente siendo nombrado Juan Manuel Cagigal director de la misma.

Habría que esperar hasta 1870, cuando asciende al poder el caudillo liberal General Antonio Guzmán Blanco quien “instauró un modelo económico-político-cultural que mantuvo vigencia hasta el ascenso al poder de Juan Vicente Gómez” (Abad y otros, 1984, p. 13), para

ver un cambio significativo en el modelo educativo. Pero, este hecho positivo se vio opacado por una funesta decisión: la de eliminar la *Academia* como ente independiente cortando la fructífera labor de la misma.

Guzmán Blanco mantuvo su hegemonía política hasta 1888. Esa época constituye un período en el cual se tuvo “la situación económica más favorable que se vive en Venezuela durante el S. XIX, junto con una relativa paz social y política, lo que soporta los proyectos modernizadores que impulsa su gobierno” (Méndez, 2011, pp. 36-37). Ese mismo año de 1870 dicho gobierno emite el *Decreto de Instrucción Pública Gratuita y Obligatoria* que reformaba totalmente la enseñanza primaria, así como se estimuló grandemente la producción editorial. Sin embargo, Guzmán Blanco en contrapartida, y por razones de índole política, ordena clausurar la *Academia de Matemáticas* en 1872 transfiriendo los estudios de ingeniería y matemática a la Universidad creando en ésta la *Facultad de Ciencias Exactas* en 1874. Es también la época en la cual las ideas positivistas están en auge en Venezuela y éstas tienen gran difusión a lo largo y ancho del país.

Breve reseña de la *Academia de Matemáticas*

La *Academia* fue una institución que atravesó temporalmente buena parte de la historia venezolana del siglo XIX. Nació a la par del desmembramiento de la “Gran Colombia” y anidó en su seno a lo más granado de los hombres dedicados a las ciencias exactas de aquel entonces.

Este plantel sufrió los avatares de la naciente república, la escasez de recursos y sólo la mística de sus profesores y alumnos la hizo florecer bajo la sabia mano de quien fue su Director por 10 años: Juan Manuel Cagigal, acompañado de otro brillante personaje, el Maestro José Rafael Acevedo y Acal (1800-1864), quien al mismo tiempo y desde 1827 venía ejerciendo como docente en la primera cátedra de matemáticas del país la cual había sido creada ese año en la Universidad. Acevedo acompañó a Cagigal en la *Academia* durante una década.

La *Academia* estaba destinada tanto a la formación de ingenieros civiles como militares. Sus estudios abarcaban tres bienios al final de los cuales se otorgarían respectivamente los títulos de agrimensor, de ingeniero civil o de ingeniero militar. En sus inicios se le consideró adscrita a la Universidad pero Cagigal siempre reportó sus informes al Ministerio de Guerra y Marina. Los primeros egresados fueron 12 agrimensores en 1832 (Cagigal, 1832) y 4 ingenieros militares en 1837 (Cagigal, 1837).

Los textos de estudio empleados eran esencialmente los mismos empleados en la *Academia Militar de West Point* y en la *Escuela de Puentes y Calzadas* de París. Así lo asevera Cagigal en su informe de 1838 (Cagigal, 1838). De hecho Cagigal recibió en 1835 de la academia estadounidense una donación de un lote de libros y en retribución envió a dicha institución una copia de su *Memoria sobre las integrales limitadas*. Así lo señala en su informe de 1836 (Cagigal, 1836). Asimismo en 1835 llegó de Francia la remesa de libros cuya compra había sido encargada.

Después de la salida de Cagigal y de Acevedo como docentes la institución quedó básicamente en manos de quienes habían sido sus discípulos, algunos de los cuales previamente ya habían sido incorporados a la plantilla profesoral.

Como ya se indicó con anterioridad, bajo el gobierno de Antonio Guzmán Blanco y por razones políticas, el plantel fue clausurado en 1872 pasando los estudios ingenieriles a formar parte de las carreras dictadas en la Universidad. Después de una breve reapertura en 1878-1879 la *Academia* desapareció definitivamente como entidad autónoma dejando una profunda huella en la sociedad venezolana la cual recibió numerosos aportes en diferentes ámbitos por parte de los egresados de dicha institución. Uno de tales aportes que merece destacarse particularmente es que muchos de los que fueron alumnos de la institución contribuyeron decididamente a acrecentar la bibliografía nacional de obras didácticas de matemáticas

El autor

Juan Manuel Cagigal (o Cajigal, existe polémica sobre la grafía del apellido) nace en la ciudad venezolana de Barcelona el 10 de agosto de 1803. Era descendiente de una familia española de abolengo, con amplia tradición militar. Sus padres, Gaspar de Cajigal y del Pontón y Matilde Odoardo Bouchet de Grand Pré, contrajeron nupcias en Cumaná en 1801. La familia Cagigal poseía el control político-militar de la región oriental de la actual Venezuela. Don Gaspar ostentó los títulos de comandante militar, juez político y subdelegado de la Real Hacienda de la Provincia de Nueva Barcelona, mientras que su *primo segundo don Juan Manuel de Cajigal y Niño* gobernaba Cumaná de la cual dependía Nueva Barcelona.

Una de las cosas que en muchas ocasiones es señalada inexactamente en torno a Juan Manuel es el árbol genealógico de su familia indicándose de manera incorrecta diversos nexos familiares. Por ejemplo, la consideración indebida de algunas fuentes en torno a don Juan Manuel de Cajigal y Niño a quien suponen tío (hermano del padre) de nuestro personaje, aunque

parece ser (según ciertos estudios genealógicos) que éste en realidad era primo en segundo grado de Gaspar de Cajigal y del Pontón (teniendo en común al bisabuelo). Entonces, en todo caso, desde el punto de vista genealógico tendríamos que decir que Manuel de Cajigal y Niño era *tío segundo de Juan Manuel*, pero no lo era en primera línea.

Ante la muerte prematura de su padre, Juan Manuel y su hermano mayor Alejandro Manuel quedaron a cargo del Mariscal de Campo don Juan Manuel de Cajigal y Martínez (otro pariente lejano de nuestro Juan Manuel) quien llegó a ser Capitán General de Venezuela (1814-1815) y además participó en 1814 en la primera Batalla de Carabobo enfrentando a Simón Bolívar. Este personaje escribió unas interesantes *Memorias* en las cuales juzga y analiza desde su óptica el proceso independentista que se gestó en Venezuela (Cajigal, 1960).

El Mariscal de Campo se encargó de la educación de los hermanos haciéndolos viajar a España para que cursasen estudios en la *Academia de Ingenieros de Alcalá de Henares*. Nuevamente aquí hay controversia: hay unas versiones que indican que Juan Manuel viajó a ese destino en 1815, mientras que otras aseveran que eso fue en 1816. Esta cuestión no ha sido dilucidada aún.

Cajigal ha sido, y sigue siéndolo, un venezolano simultáneamente poco conocido y a la vez relativamente muy publicitado o nombrado. En las líneas que siguen se espera aclarar esta dicotomía o el aparente juicio contradictorio antes enunciado. Ya las imprecisiones en torno a su genealogía y a su ida a España, así como la polémica en torno a la grafía de su apellido (a veces escrito con j y a veces con g) son un claro indicio de ello.

Empecemos por la segunda afirmación, la de ser ampliamente mencionado. De hecho existen instituciones como el Observatorio Cagigal (Caracas) o el Liceo “Juan Manuel Cajigal” y el Teatro Cajigal (Barcelona), las cuales lo tienen por epónimo; asimismo diversas avenidas y calles, en distintas ciudades, llevan su nombre (en Caracas, Barcelona, Cumaná, etc.); comercios diversos han sido bautizados en su honor; tenemos el Municipio Cajigal (estado Sucre) y el Municipio Cajigal (estado Anzóategui) que le deben su nombre, por sólo señalar algunos casos notorios en los cuales aparece mencionado este ilustre venezolano. Asimismo, el asteroide 12359 descubierto por el astrónomo venezolano Orlando Antonio Naranjo, desde el Observatorio Astronómico Nacional de Llano del Hato (Mérida) en 1993, fue bautizado como Cajigal en 2003. También, en el Instituto Pedagógico de Miranda “José Manuel Siso Martínez” se encuentra que allí se conformó un Núcleo de Investigación que lleva por nombre Juan Manuel

Cagigal. Adicionalmente, el entonces Concejo Municipal del Distrito Federal creó en 1956 el Premio Anual “Juan Manuel Cagigal”, el cual la primera vez le fue otorgado al Dr. Francisco José Duarte.

Además, en el segundo patio (Patio “Juan Manuel Cajigal”) del Palacio de las Academias (antigua sede de la Universidad) en su homenaje fue colocada una estatua de Cagigal, por decreto de Guzmán Blanco de 1881.



Figura 1. *Estatua de Juan Manuel Cagigal en el Palacio de las Academias*

Por su lado la Academia Nacional de la Ingeniería y del Habitat instituyó en 2017 el premio “Juan Manuel Cagigal” al mejor libro de la ingeniería y el hábitat. Mientras, en el ámbito militar se otorga una orden al mérito docente designada con el nombre de este ilustre venezolano:

La Orden al Mérito Docente ‘T/C Juan Manuel Cajigal’ fue instituida en 3 Clases el 18 de abril de 2010 con la finalidad de estimular y recompensar a los docentes militares y civiles que presten servicio en los diferentes institutos o dependencias educativas de las FANB.

[...]

La condecoración resalta la memoria del insigne científico militar Juan Manuel Cagigal quien fundara la Academia Militar de Matemáticas y el primer Observatorio Astronómico (SIC), [...] [cursivas añadidas] (Condecoraciones de Venezuela, 2015).

También las FANB tienen en su estructura al Batallón de Ingenieros de Combate Tcnel. “Juan Manuel Cajigal”.

Así, en diferentes ámbitos aparece el nombre de Juan Manuel Cagigal. Pareciera, pues, que nuestro coterráneo es un personaje bastante popular y que ha sido a la vez muy honrado y homenajeado por sus paisanos. Sin embargo, como ya se avanzó con anterioridad y a continuación se muestra esto con más detalle esto no significa que realmente se le conozca bien.

Se encuentra en reiteradas oportunidades que se escriben cuestiones sobre él las cuales desde el primer vistazo son a todas luces falsas; mientras que otras son imprecisas y algunas infundadas. Por ejemplo, hurgando en la Web se hallan bastantes referencias de, y menciones a, nuestro personaje como es el caso de una microbiografía intitulada “Hace 163 años murió *el fundador del primer observatorio astronómico de Venezuela* [cursivas añadidas]” (Navas, 2019), publicada el 11 de febrero de 2019, cuyo título es un sinsentido, lo cual debió ser claro para quien escribió esta nota, ya que su muerte en 1856 precedió a la creación del observatorio acarcida en 1888: ergo no pudo ser su fundador; aunque en el texto sí se indica correctamente que “el 10 de febrero de 1856 [Cagigal] muere en Yaguaraparo” y luego se dice que “en su honor se fundó el 10 de septiembre de 1888 el Observatorio Naval Cagigal”. Caso prácticamente idéntico se encuentra bajo el título “Muere Juan Manuel Cagigal, *fundador del 1^{er}. Observatorio astronómico de Venezuela* [cursivas añadidas]”, con fecha 10 de febrero de 2019, señalándose ciertamente en el texto tanto el año de la muerte de Cagigal como la de la fundación del Observatorio. Pareciera que una de las microbiografías dio pie a la otra, arrastrando un título inadecuado que emite una afirmación falsa, desmentida con los propios datos proporcionados en sus respectivos textos. Este mismo desacierto ya lo presenciamos en el anuncio de la Orden al Mérito Docente `T/C Juan Manuel Cajigal`.

Este gazapo, el de adjudicarle la fundación del observatorio a Cagigal, se encuentra en innúmeras fuentes: Es reproducido en diversos escritos, tanto impresos como en otros que aparecen en la red; así, en enciclopedias (p. e. en Paredes, p. 154), en páginas oficiales como la del consulado venezolano en las Islas Canarias (con el agravante allí que colocan astrológico en lugar de astronómico al referirse al observatorio), en reseñas de órdenes meritorias con su nombre (como la mencionada anteriormente) y un largo etcétera.

Este error, como en muchos otros casos, seguramente procede de una fuente común que sería interesante determinar.

Adicionalmente, polémicas diversas se han suscitado sobre este personaje las cuales van desde lo referente a la grafía de su apellido (si se escribe Cagigal o Cajigal), hasta los estudios por él cursados allende nuestras fronteras patrias y quiénes fueron sus maestros; así como también es motivo de discusión el tipo de enfermedad que lo aquejó en sus últimos años de vida. Asimismo, omisiones y sesgos en torno a sus actividades son también bastante frecuentes.

Ya desde el siglo XIX empezaron a surgir los biógrafos de este ilustre venezolano. La primera biografía de este destacado coterráneo es debida a uno de sus aventajados discípulos: Olegario Meneses (c. 1810-1860), la cual data de 1856, y ha sido reeditada en reiteradas oportunidades (p. e. por el Colegio de Ingenieros de Venezuela, en 1862). Asimismo, este escrito ha sido considerado por muchos como una fuente confiable y segura, siendo las aseveraciones allí formuladas repetidas incontables veces. No obstante el buen historiador ha de someter todo documento a la crítica, tanto en lo que respecta a su autenticidad como en lo referido a la veracidad de su contenido. El caso de Meneses no debe ser la excepción a esta regla de la investigación histórica, a pesar de que él conoció directamente a su biografiado no por ello es necesariamente fidedigno en todas sus afirmaciones. Analicemos, pues, algunas aseveraciones de Meneses.

Partamos de lo expresado sobre Cagigal por Meneses (1877):

El sabio Cauchy (SIC), cuyas lecciones de elevado análisis siguió con asiduidad; Lacroix, Legendre, Navier, Poisson, y el que sobre todos se levanta, el Marqués de la Place, eran las fuentes vivas del saber, de que sacaba copioso alimento la avidéz insaciable de su inteligencia (p. 458)

Al respecto hay que contraponer lo que expone Francisco José Duarte, eximio matemático venezolano y un connotado estudioso de la vida de Cagigal y admirador de éste. Señala Duarte (1956) que Luis Correa –al referirse a los maestros de Cagigal en París- se basa en un estudio de Muñoz Tébar, quien a su vez tiene por fuente a Meneses, indicando que

No sé si estudió en la Facultad de Ciencias o en alguno de los grandes liceos de París. *No he encontrado datos seguros de esto [...]. Me parece muy dudoso que Legendre y Laplace hayan sido maestros de Cagigal.* En efecto, en 1823, estos grandes matemáticos contaban 71 años Legendre, y 74 Laplace, y si ambos fueron profesores en la Facultad – de lo cual *no he encontrado confirmación y más bien hechos que hacen dudar*- estarían en la época citada ya retirados por límites de edad. [...]. Respecto de los otros científicos citados por Correa, Lacroix tenía entonces 58 años, Poisson 42, Navier 38 y Cauchy 34, y habrían podido ser maestros de Cagigal [cursivas añadidas] (p. 9).

Sobre esto Duarte (1956) agrega –cuestión que en nuestro estudio se ha podido corroborar directamente en la obra de Cagigal- que éste menciona en reiteradas oportunidades a Cauchy y en ninguna de ellas se refiere a él como su maestro. Duarte (1956) expone asimismo que para la época eran justamente los nombrados las grandes figuras de las matemáticas, así que indudablemente Cagigal bebió de estas fuentes y allí podría estar el porqué de la aseveración de que estos personajes fueron maestros de nuestro insigne matemático. Si bien según el criterio de Duarte (1956) parece ser que Cagigal no recibió clases directas con ellos, pero estos personajes sí fueron sus maestros a través de sus obras, especialmente Cauchy fuente de la que bebió ávidamente apropiándose de buena parte del conocimiento del matemático galo.

Efectivamente, leyendo a Correa (1956) se constata que la fuente de éste fue la biografía escrita por Meneses, como bien indica Duarte. Aunque allí él no lo diga lo delata el gazapo de escribir Gauchy en lugar de Cauchy, siguiendo un desliz que cometiera Meneses al escribirlo así y que otros autores como Grisanti (1956) reiteran; además, Correa repite los nombres de los posibles maestros de Cagigal siguiendo de manera casi textual el orden en que los menciona Meneses. Es, pues, clara la filiación de este pasaje de su escrito.

También se ha escrito y polemizado en torno a la enfermedad que lo aquejó al final de su vida. En opinión del destacado médico venezolano, Lisandro Alvarado, Cagigal había sufrido una meningoperiencefalitis difusa. También Arístides Rojas (*Recuerdos de Cagigal*, 1892) y Juan Vicente González se ocuparon de esta faceta de la vida de este egregio sabio. Un atisbo de esto aparece en la biografía escrita por Meneses (1856). Hay quienes discrepan del juicio emitido por Alvarado. El hecho es que “Alvarado interpreta antecedentes hereditarios, confronta testimonios acerca de la conducta extravagante de Cagigal y afianza su diagnóstico en referencias históricas” (Ossott, 1956, p. 13) y no basó su diagnóstico en la relación y observación directas del paciente; es decir, Alvarado no trató a Cagigal como paciente (ni pudo haberlo

tratado ya que nació dos años después de la muerte de éste), sino que hace una diagnosis *a posteriori*, sustentándose en fuentes indirectas (Olegario Meneses, Arístides Rojas, etc.), lo cual puede hacer dudosa la certeza del mismo. Además, el escrito de Alvarado, en donde trata el asunto (*Neurosis de hombres célebres de Venezuela*) fue publicado originalmente en 1893 (Alvarado, 1893), a bastante distancia temporal de los acontecimientos. En palabras del propio Alvarado (1958), él asienta que “este estudio lo comenzaremos con el distinguido ingeniero don Juan Manuel Cagigal, en quien hubo un desarrollo tan característico de la meningo-periencefalitis difusa, que basta un poco de atención para reconocerla” (p. 264). Asimismo, el Dr. Diego Carbonell (1884-1945) a la distancia analiza el mal que aquejó a nuestro ilustre matemático. Entre otras cosas, se refiere a éste señalando que

[...] el caso de Cagigal lo que delata al más sencillo diagnóstico es la la megalomanía, que es uno de los detalles de la parálisis general ya establecida. Ahora bien, esta afección en su primera etapa se ajusta a los síntomas de la *demifolie* estudiada por Grasset, y sea quien fuere el paciente, éste suele sufrir la locura lúcida de Trelat, y es por eso por lo que será muy difícil sorprender la irresponsabilidad en tales sujetos. [...] (Carbonell, 1941, p. 186).

Tampoco se ha salvado de la diatriba la ubicación de los restos mortales de Cagigal. Sobre este aspecto diversos autores tocan el punto (Grisanti, 1956; Pérez Marchelli, 1991).

Sobre su enfermedad y muerte es interesante el testimonio de Carmen Vásquez Ruiz, primera cronista de Yaguaraparo y bisnieta de Juan Manuel Cagigal, en su libro *Juan Manuel Cagigal y Oduardo vida al servicio de la comunidad*, un extracto del cual es publicado por Villarroel (2010).

En líneas generales, opinión similar a la nuestra emite Ameliach (2018), quien expresa que “en la actualidad, 2018, en el estado Anzoátegui existen avenidas, estatuas, un municipio, un teatro y varias unidades educativas que rinden homenaje a Juan Manuel Cagigal, sin embargo, *pocos recuerdan la vida y obra de este ilustre barcelonés* que tanto ha enaltecido a la nación [cursivas añadidas]” (¶ 2).

Por otra parte, son bastante numerosas las biografías y los ensayos escritos sobre este ilustre barcelonés, así como discursos que hacen un recuento de su vida y reseñas de las obras que le han sobrevivido, en buena medida muchos de estos escritos están enmarcados en los estudios acerca de la historia y evolución de las matemáticas y de la ingeniería en Venezuela. Tenemos entre los autores a la ya citada biografía de Meneses (1856); además, están los escritos

de Cárdenas Ramírez (1953), Ossott (1955), Martínez Olavarría (1956), Grisanti (1956), Duarte (1929, 1956), Salas (1981), Pérez Marchelli (1991), Beyer (2003), por sólo mencionar algunos. La más acuciosa, completa y documentada de todas las biografías consultadas es sin duda alguna la debida a Pérez Marchelli (1991).

Es de destacar que sobre este eximio venezolano la mayor parte de las veces se resaltan algunas facetas de su vida, pero muchas veces son obviadas o minimizadas otras que revisten igual importancia para la historia científica y educativa de nuestro país. Cagigal era un individuo multifacético, un verdadero polígrafo: además de su actuación como matemático e ingeniero – siendo ésta la más conocida y notoria de sus actividades e intereses, aunque muchas veces comentada con imprecisiones- él fue también periodista, prosista, botánico, economista, poeta, pintor, político, militar; y ante todo un educador, área en la cual en conjunto con José María Vargas realizó una tesonera e invaluable labor en el marco de la *Dirección General de Instrucción Pública*, amén de su actividad docente dentro de la *Academia de Matemáticas*. Tampoco fue ajeno a la política en la cual participó de manera activa.

Un hecho que es menester aclarar aquí está relacionado con el origen de los estudios matemáticos en el país. Prácticamente toda la literatura escrita en torno a Cagigal lo señala como “fundador de los estudios matemáticos en Venezuela”. Sin demeritar la magna obra de Cagigal habría que matizar la anterior afirmación para ser justos y precisos históricamente. En 1760 el Coronel Nicolás de Castro fundó en Caracas una *Academia de Geometría y Fortificación*, la cual es considerada una de las primeras de su tipo en la Iberoamérica. Posteriormente, fueron creados otros establecimientos semejantes. Ya separada Venezuela del yugo español, El Libertador en conjunción con José María Vargas le cambian el cariz a la Universidad, que pasa a ser republicana y es creada allí una cátedra de matemáticas en 1827, al frente de la cual es colocado el Maestro José Rafael Acevedo. Todos estos hechos son un antecedente a la creación de la *Academia de Matemáticas* propuesta y regentada por el ilustre Cagigal. Así, pues, la *Academia* no debe ser puesta como el inicio de los estudios matemáticos en el país.

Lo cierto del caso es que la *Academia* constituyó un verdadero paso adelante y se convirtió en el instituto de mayor nivel en la enseñanza de las ciencias exactas en el país, manteniendo dicho estatus a lo largo del tiempo. En razón de ello es necesario hacer una rectificación histórica y se estima que considerar a Cagigal como el “fundador de los estudios matemáticos en Venezuela” no es correcto, no se aviene con los hechos históricos. A Cagigal le corresponde es

ser el *fundador de los estudios de matemáticas superiores en Venezuela*, ese es el verdadero papel que le tocó jugar o como lo aseveran Calatayud y García (1990), al decir que “Juan Manuel Cagigal debe ser considerado como el *iniciador de los estudios matemáticos modernos* en el país [cursivas añadidas]” (p. 90).

La obra: *Memoria sobre las integrales limitadas*

Ya habiendo destacado a su autor se pasará ahora a la consideración de una de sus principales obras, o tal vez la principal desde el punto de vista matemático, la cual fue editada póstumamente. Salvo ésta sus demás escritos matemáticos tuvieron un destino incierto excepción hecha de un *Apéndice* al *Álgebra* de Lacroix. Al respecto Duarte señala:

Cagigal dejó solamente, que sepamos, tres trabajos matemáticos: la *Memoria sobre las integrales limitadas*, [...]. Las otras dos memorias están inéditas. Una de ellas *Sobre el movimiento del péndulo*, de puño y letra de Cagigal, sin fecha., y la otra, *Sobre el cálculo de variaciones*, copia de Ángel María Aguerrevere, con fecha 13 de marzo de 1838 (Duarte, 1956, p. 9).

Duarte menciona otras obras atribuidas a Cagigal que él dice no conocer. Las otras dos memorias mencionadas por Duarte como inéditas están extraviadas aunque hay una descripción de las mismas en un discurso de él (Duarte, 1956).

El libro de Cagigal que aquí se analiza se intitula *Memoria sobre las integrales limitadas* y la edición impresa a la que se hace referencia data de 1929. Es ésta la única edición conocida y aparentemente la única que se hizo de esta obra. No se ha encontrado en ninguno de los catálogos consultados de los principales editores y casas libreras o en estudios sobre el siglo XIX referencia alguna a ediciones impresas de la obra. Tampoco hay referencia alguna a ediciones posteriores a la de 1929. Además, las alusiones al escrito realizadas por los estudiosos señalan la de 1929 como la única. En consecuencia, no cabe duda que todas las copias del libro que circularon previamente lo fueron en forma de manuscritos, incluida la que el propio autor envió a la *Academia Militar de West Point*. Al igual ocurrió con las otras dos obras inéditas mencionadas por Duarte. Señala Pérez Marchelli (1991) que “una copia manuscrita incompleta se encuentra en el archivo del general Carlos Soublotte” (p. 123). La que fue la base para la edición de 1929 era un manuscrito que hizo Vicente Lecuna de un manuscrito realizado por Manuel María Urbaneja.

La ausencia de una edición impresa en el siglo XIX es explicable por cuanto para la época hacía pocas décadas que la imprenta había sido introducida en territorio patrio, amén del hecho

de que para ese entonces apenas se habían impreso en el país cinco (5) obras de matemáticas elementales, contabilizando libros, folletos y hojas sueltas (Beyer, 2012, 2013). Además, es de hacer notar que la publicación de un libro de matemáticas requería de tipos de imprenta especiales para la simbología propia de la disciplina. Éstos eran más sofisticados aún al tratarse de una obra de matemáticas superiores, eran costosos y tal vez no estaban a la disposición de los editores de aquel momento.

De hecho, aún en la edición impresa de 1929 por razones tipográficas a lo largo del discurso (en la parte textual pero no así en las fórmulas) en lugar del símbolo integral se coloca una S y se sustituye el símbolo de derivada parcial por d como si fuesen derivadas usuales. Es de suponer que este artificio empleado por el impresor fue la mejor manera de subsanar las complicaciones que surgían de la incorporación de tales símbolos dentro del texto y éste muy posiblemente fuese sugerido por el propio Duarte.

La *Memoria sobre las integrales limitadas* es un impreso de 98 páginas en formato 8° (24 cm), publicado en Caracas por un conocido taller de impresión de la época: *Editorial Empresa Gutenberg*. El texto de Cagigal viene precedido por un prefacio y seguido por unas notas todo ello redactado por Francisco José Duarte quien fue el que dio la obra a la imprenta.

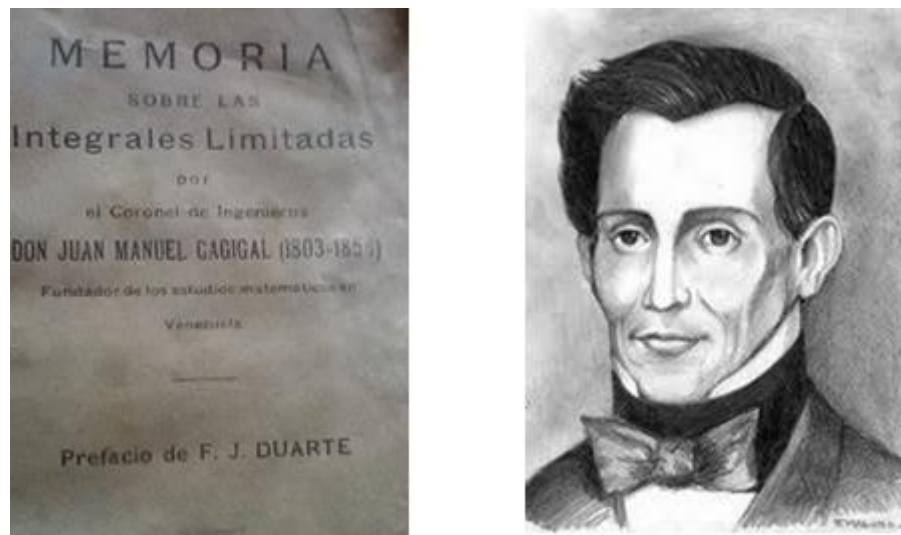


Figura 2. Tapa de la *Memoria sobre las integrales limitadas* publicada en 1929 y retrato de su autor

Sobre la edición de la obra Duarte (1929) expresa:

La idea de publicar este trabajo como un homenaje a la memoria del fundador de los estudios de Matemáticas en Venezuela, se debe al Sr. Dr. Vicente LECUNA. Perdidos desde hace mucho tiempo los originales de los trabajos científicos de CAGIGAL, el Dr. Lecuna conservaba una copia de la *Memoria sobre las integrales limitadas*,

tomada por él de la que a su vez había hecho del original el Dr. M. M. URBANEJA, discípulo de Cagigal (p. III).

En lo concerniente al año en que Cagigal escribió el libro hay incertidumbre. El manuscrito suministrado por el Dr. Lecuna carecía del dato y era además una copia de otra copia. Sobre este particular refiere Duarte (1929) que Luis Correa le suministró una información que permitía establecer la fecha aproximada en que fue escrita la *Memoria*. Según Duarte se trata de uno de los informes elaborados por Cagigal acerca de la marcha de la *Academia de Matemáticas*, específicamente el del 20 de diciembre del año 1834, el cual cita así:

He depositado en la biblioteca de la Academia algunas de las obras que sirven de texto en la escuela militar de West Point, que con el reglamento de estudios, se dignó remitirme su director, en cambio de una memoria sobre las integrales entre límites, que tuve la honra de presentar a aquel establecimiento por mano del Sr. Salvador Rivas (Cagigal en Duarte, 1929, p. IV).

Basándose en este dato Duarte (1929) concluye que la *Memoria* “fue escrita probablemente en aquel mismo año o en todo caso, en fecha no muy anterior a 1834” (ídem).

No obstante es necesario aquí hacer una rectificación a la información proporcionada por Duarte (1929). Consultando dicho informe (Cagigal, 1834) *no se encuentra que Cagigal haga allí señalamiento alguno sobre la Memoria. La cita en cuestión a la que se refiere Duarte se encuentra en el Informe de Cagigal de enero de 1836* (Cagigal, 1836).

¿Será entonces necesaria una rectificación histórica a la propuesta de Duarte acerca de la posible fecha de elaboración de la obra? Analicemos esto con cierto detalle a la luz del contexto de la época. A pesar de que entre ambos informes media un espacio de tiempo de apenas un año, el de 1835, es de recordar que justamente en ese lapso ocurrió un acontecimiento singular cuyos coletazos alcanzaron parte de 1836: un alzamiento militar contra el presidente Vargas, encabezado por el General Santiago Mariño, movimiento conocido como Revolución de las Reformas.

Cagigal y los alumnos de la *Academia* salieron a combatir a los alzados en apoyo al gobierno de Vargas. Pérez Marchelli (1991) explica en torno a esto que

Cajigal defiende la Constitución y pasa a ser primer ayudante del estado mayor del general Felipe Macero, en los Valles del Tuy. Con esa fuerza entra a Caracas el 28 de julio [...]. Por esa época, Cajigal también estuvo bajo las órdenes del general José de la Cruz Paredes. [...].

En el sitio de Puerto Cabello [...] combate a los reformistas.

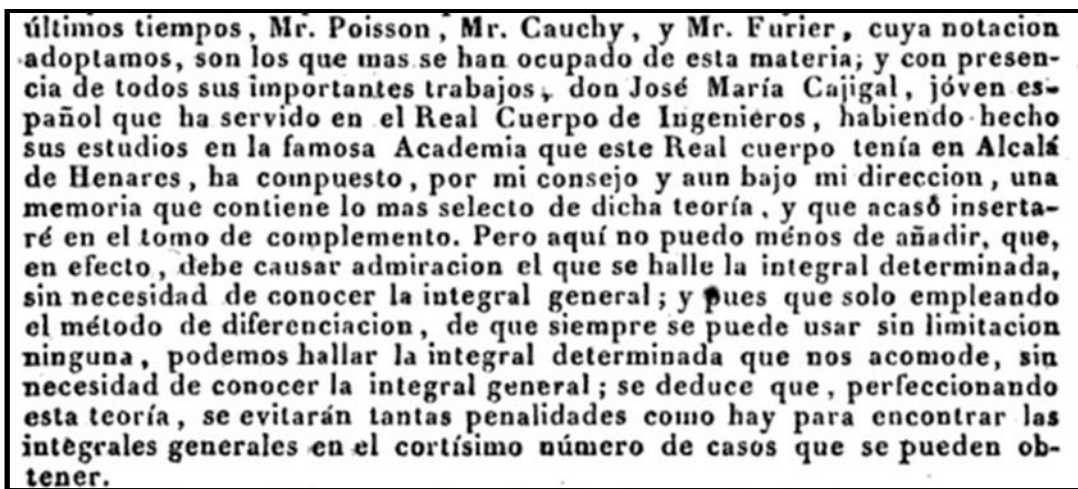
[... en octubre] como ayudante del general José María Carreño, actúa en la acción de Guaparo, cerca de Valencia (p. 15).

La sucinta descripción anterior del accionar militar de Cagigal durante el año 1835 indica a las claras la material imposibilidad de que haya escrito la obra durante este período. Así, la ubicación de la escritura de la *Memoria* como anterior a 1834 estimada por Duarte parecería razonable a pesar del error de fecha cometido por él al hacer referencia al informe de Cagigal.

Otro atisbo sobre el asunto se encuentra en Ossott (1956) quien alude a una misiva que el matemático español José Mariano Vallejo le enviara a Cagigal en 1828, invitándolo a ejercer una plaza como docente en Madrid y que allí “*podría explicar una memoria que tiene en estudio y que espera pronto realizar* [cursivas añadidas]” (p. 11). Ha de sospecharse que se tratara justamente de la *Memoria sobre las integrales limitadas*.

Si bien no ha podido establecerse la fecha precisa en la cual fue escrito el texto no obstante esa carta de Vallejo haría posible ubicar un período de tiempo dentro del cual se hubiese producido tal hecho. Estos datos acotarían el tiempo *entre 1828 y 1834*.

Sin embargo se ha podido encontrar una fuente adicional: un interesante texto en cuyo *Prólogo* escrito por Vallejo para una de sus obras en el cual éste alude a un Cagigal y a una obra similar a la que estamos estudiando, aunque los nombres de pila del personaje allí mencionado no se corresponden con los del ingeniero venezolano. Pero, todo parece apuntar que sí se trata de nuestro Cagigal.



últimos tiempos, Mr. Poisson, Mr. Cauchy, y Mr. Furier, cuya notacion adoptamos, son los que mas se han ocupado de esta materia; y con presencia de todos sus importantes trabajos, don José María Cagigal, jóven español que ha servido en el Real Cuerpo de Ingenieros, habiendo hecho sus estudios en la famosa Academia que este Real cuerpo tenía en Alcalá de Henares, ha compuesto, por mi consejo y aun bajo mi direccion, una memoria que contiene lo mas selecto de dicha teoría, y que acaso insertaré en el tomo de complemento. Pero aquí no puedo ménos de añadir, que, en efecto, debe causar admiracion el que se halle la integral determinada, sin necesidad de conocer la integral general; y pues que solo empleando el método de diferenciacion, de que siempre se puede usar sin limitacion ninguna, podemos hallar la integral determinada que nos acomode, sin necesidad de conocer la integral general; se deduce que, perfeccionando esta teoría, se evitarán tantas penalidades como hay para encontrar las integrales generales en el cortísimo número de casos que se pueden obtener.

Figura 3. Extracto del *Prólogo* de Vallejo (1832, p. IV) mencionando una *Memoria* de José María Cagigal

Dentro del cuerpo del texto Vallejo (1832) vuelve a hacer mención al asunto, señalando que

Euler es el primero que se ha ocupado de este asunto en su Cálculo Integral; Mr. Lacroix insertó oportunamente en sus obras el trabajo de Euler; después lo han adelantado y perfeccionado Mr. Poisson, Mr. Cauchy, y Mr. Fourier; y por último, *el trabajo más completo sobre este particular, era el que preparábamos don José María Cagigal, y yo, según hemos indicado en el prólogo, á causa de que en mi concepto, ni esta materia se halla todavía desenvuelta con la claridad que corresponde, ni parece que se le ha dado toda la importancia que en sí tiene; pues es lo mas grandioso que se puede concebir el que se encuentre la integral determinada sin necesidad de conocer la integral general [cursivas añadidas] (p. 457).*

El párrafo citado forma parte de la segunda edición del libro (Vallejo, 1832), pero está ausente en la edición anterior (Vallejo, 1813).

Las coincidencias son demasiadas para pensar que se trate de una mera casualidad aún cuando el nombre de pila mencionado, José María, no se corresponda con el del venezolano. Señalemos las coincidencias: Vallejo dice que se trata de un jóven español que estaba en Alcalá de Henares lo cual coincide con Juan Manuel quien era hijo de españoles nacido cuando Venezuela aún era una colonia y su familia era realista, amén de que al momento de partir para España no había acabado aún la Guerra de Independencia, por lo tanto era natural asignarle esa nacionalidad; también el barcelonés había estudiado en Alcalá de Henares y en 1823 se fue a París a donde también se había trasladado Vallejo ese año. Asevera Duarte (1945) que “fue entonces cuando Cagigal conoció al mencionado matemático español Vallejo quien le ofreció, en 1828, algunas cátedras de Matemáticas en Madrid” (p. 120), aunque no es descartable que ellos ya se hubiesen conocido previamente en España cuando Cagigal estudiaba en ese país.

Pero lo más significativo es que la temática descrita por Vallejo es justamente la tratada por Juan Manuel Cagigal en su *Memoria*. Todo eso parece conducir a identificar ambos cagigales y suponer que se trata de la misma persona que por un lapsus Vallejo refiere con los nombres de pila cambiados. Ello pudo deberse a que nuestro Cagigal firmaba muchas veces sólo con las iniciales de sus nombres de pila seguidas del apellido (aunque en oportunidades lo hacía con el nombre completo, ver Figura 4) y a que el nombre José María el cual tiene las mismas iniciales era muy común en aquella época, aunado al hecho de que no es raro que personas se traten por sus respectivos apellidos y no por sus nombres de pila.



Figura 4. Firmas de Cagigal, con sólo las iniciales del nombre de pila y con los nombres completos

Lo comentado por Vallejo puede conducir a pensar que la *Memoria* la escribió Cagigal en Francia cuando mantenía estrechos vínculos con Vallejo o por lo menos surgió del intercambio de ideas entre ambos.

En todo caso no hay suficientes elementos para determinar con precisión el año de elaboración del manuscrito y sólo es dable formular algunas hipótesis como las antes analizadas.

Descripción y análisis de la *Memoria sobre las integrales limitadas*

De seguidas se pasará al estudio de la *Memoria* de Cagigal. Con respecto al título es de señalar que *integrales limitadas* era un término que se usaba en la época de Cagigal para referirse a lo que hoy comúnmente denominamos integrales definidas en los cursos iniciales universitarios.

La obra está dividida en nueve secciones o capítulos, a saber:

- § 1 Nociones preliminares
- § 2 Propositiones generales
- § 3 Valores de las integrales limitadas deducidos del valor de la integral general
- § 4 Valores de las integrales limitadas cuando no es posible obtener el valor de la integral general
- § 5 Fórmulas generales
- § 6 Raíces iguales
- § 7 Generalización de las fórmulas (E) y (K)
- § 8 Otras fórmulas generales
- § 9 Diferenciación bajo el signo integral

Veamos brevemente de qué trata cada una de las secciones que conforman la obra.

En la primera de éstas Cagigal introduce la noción de integral definida y aprovecha además el autor esta sección para, de entrada, explicar o justificar la obra, señalando que

la teoría de las integrales limitadas es una de las más importantes del Análisis por sus numerosas aplicaciones a la Geometría, a la Mecánica y a la Física, la rectificación de las curvas, la evaluación de las superficies y volúmenes; la determinación de los centros de gravedad y de la figura de los planetas (Cagigal, 1929, p. 1).

En este § 1, de manera breve, ocupando apenas algo más de cuatro páginas, introduce la idea de integral limitada (integral definida), basándose en la definición dada por Cauchy, considerando una función real continua que sólo toma valores finitos entre los límites de integración. Para ello toma una partición del intervalo determinado por los límites de integración, calcula la suma de las áreas de los rectángulos que tienen por base el segmento que tiene por extremos dos puntos consecutivos de la partición y por altura el valor de la función (en el extremo izquierdo del intervalo en un caso y en el derecho en el otro), pasando luego a tomar el límite de cada una de tales sumas. Para simplificar los cálculos asume que los valores de la partición están en progresión aritmética. Los valores de tales límites constituyen una cota inferior (una cota superior) del valor de la respectiva integral definida. Para mejorar la aproximación pasa a considerar el promedio de los valores anteriores. Finalmente ejemplifica esto para el caso de la integral que tiene por primitiva la arcotangente, tomando como límites de integración 0 y 1.

Para fines comparativos hemos acudido a la obra original de Agustín-Louis Cauchy (1789-1857). Hemos consultado una selección, traducida al castellano (Cauchy, 1994), de algunos capítulos del *Curso de análisis* publicado por Cauchy en 1821 y de algunas lecciones de la obra *Lecciones sobre el cálculo infinitesimal*, impresas en 1823. Puede observarse como resultado de la comparación que el § 1 del libro de Cagigal es básicamente un extracto de parte del contenido de la lección 21ª de las *Lecciones sobre el cálculo infinitesimal* (Cauchy, 1994, pp. 287-293), siguiendo el venezolano el enfoque y la notación del matemático galo; mientras, el ejemplo final es tomado de la lección 22ª de la misma obra (Cauchy, 1994, p. 300).

Por su parte, en el § 2 se introducen algunas propiedades y teoremas clásicos del cálculo integral (como los que aparecen en Bronshtein y Semendiaev, 1977, pp. 441-443) que permiten el cálculo de la integral de una suma; de la integral obtenida al descomponer el límite de integración superior como suma (Teorema de la división de la integral); de la integral que se obtiene al intercambiar los límites de integración; el Teorema del Valor Medio para el cálculo integral, el Teorema de Leibniz-Newton y el Teorema Fundamental del cálculo integral.

Estos resultados son enunciados y demostrados por Cagigal y reflejan en buena medida que éste sigue la exposición presentada en la lección 22ª de Cauchy (1994, pp. 295-301). Cagigal expone aquí la derivada de la integral con respecto a los límites considerados como variables, Asimismo, en esta sección, nuestro autor procede a explicar la derivación bajo el signo integral.

Luego, aplica Cagigal esta fórmula para calcular “la atracción que ejerce un esferoide sobre un punto exterior” (Cagigal, 1929, p. 12). Aparece aquí la conocida *ecuación de Laplace*.

En la sección § 3 Cagigal pasa a preguntarse qué ocurre si deja de cumplirse alguno de los presupuestos considerados en el § 1. Considera aquí los casos en los cuales o bien se tienen límites de integración infinitos o bien se tiene que el valor de la función se hace infinito en el intervalo de integración (bien sea en un punto interior o en la frontera); eso es lo que usualmente en los cursos de cálculo integral llamamos integrales impropias. Acude aquí, para simplificar los cálculos, a transformar la integral original en una cuya evaluación sea más asequible: “cuando los límites de una integral sean iguales y de signos contrarios, es fácil transformarla en otra, cuyos límites sean cero y el límite positivo” (Cagigal, 1929, p. 16). Con ello pasa a calcular a título de ejemplo varias integrales impropias considerando para ello la integral general o primitiva correspondiente.

La siguiente sección, la § 4, está dedicada –como lo indica su título– a encontrar los “valores de las integrales limitadas cuando no es posible obtener el valor de la integral general” (op. cit., p. 20); vale decir, calcularlas cuando no es posible encontrar una primitiva. Para ello apela a una serie de propiedades en las cuales intervienen integrales cuyos valores se pueden encontrar. Entre los diversos ejemplos que resuelve destaca la integral de Gauss.

Emplea aquí entre otros métodos, cuando la integral depende de un parámetro, el de diferenciación con respecto a éste, así como un método basado en considerar integrales dobles. En el desarrollo del tema aparecen series y ecuaciones diferenciales. Comenta Cagigal que “se han elegido de intento los ejemplos anteriores, para que se viera toda la fecundidad de la integral de LAPLACE que nos ha servido de punto de partida [...]” (op. cit., p. 28). Más adelante advierte:

El artificio analítico de que nos hemos servido en los ejemplos anteriores y que consiste en hallar ecuaciones diferenciales entre las integrales limitadas y los parámetros que ellas encierran, si bien pudiera emplearse con buen éxito en algunos otros casos particulares, no es menos cierto, que en general sus aplicaciones serán limitadas por cuanto requiere que la integral se reproduzca al cabo de una o más diferenciaciones, condición a que solo se prestan algunas de las funciones circulares y exponenciales (op. cit., p. 30).

Así, apelando al expediente de la igualdad, bajo ciertas condiciones, de la integral doble al cambiar el orden de integración Cagigal calcula diversas integrales.

Ahora, en las secciones subsiguientes, el autor se plantea mostrar fórmulas generales para calcular integrales definidas, cuando no se cumple la igualdad de las integrales dobles de una función bivariada $F(x, y)$ al cambiar el orden de integración. Al ser distintos los valores de las integrales él considera y estudia la diferencia entre éstos, la cual “da una relación entre las integrales definidas, la que permite determinar el valor de un gran número de estas integrales” (Duarte, 1929, p. II). A continuación, el § 5 se dedica al estudio cuando las raíces de la ecuación $F(z)=0$ (con z complejo) son distintas, lo cual lo conduce a tres casos abordados en el texto. En el § 6 pasa a estudiar lo que ocurre cuando las “raíces fuesen iguales, todas o varias de ellas” (Cagigal, 1929, p. 64). En el § 7, Cagigal da un nuevo paso en aras de la generalización, extendiendo las fórmulas halladas en las dos secciones anteriores.

Cubriendo otro flanco del cálculo integral Cagigal en el § 8 expone otras fórmulas generales indicando que

se pueden deducir fórmulas no menos generales que las que acabamos de encontrar [se refiere a las halladas en el § 7], y que suministrando el valor de algunas integrales que aquellas no podrían dar, completan cuanto nos resta de exponer acerca de las integrales limitadas (op. cit., p. 71).

Culmina Cagigal el libro retomando en el § 9 la diferenciación bajo el signo integral, advirtiendo que lo antes explicado sobre este punto era válido sólo cuando “la función conserva un valor finito entre los límites de integración” (op. cit., p. 79). Ahora pasa a considerar el caso contrario, para el cual “es menester descomponer la integral limitada en otras dos, tales que ninguna de ellas pase por el infinito entre los límites de integración, y considerarla como el límite hacia el cual converge esta suma” (ídem). A su vez, vuelve al ejemplo expuesto en el § 2, pero ahora considerando que el punto atraído pertenece a la masa del cuerpo atrayente; es decir “halla la fórmula de Poisson, en la teoría del potencial, caso de la atracción sobre un punto interior a la masa atrayente” (Duarte, 1929, p. II).

Opiniones y juicios sobre la *Memoria sobre las integrales limitadas*

Una vez realizado un estudio sucinto del contenido de la obra se pasa ahora a emitir un juicio acerca de algunos elementos de la misma.

Para comenzar este aspecto es de anotar aquí que Cagigal en el § 5 critica duramente el método de los residuos de Cauchy. Al respecto el autor dice:

Este cálculo [se refiere al cálculo de los residuos], no obstante los esfuerzos que ha hecho su autor para extender su uso, no ha merecido

aceptación, hemos creído no deber emplear otras consideraciones que las que se derivan de las nociones del Cálculo infinitesimal. Bien sabemos cuán grande es la influencia de una notación feliz, no ya para originar ideas, porque el Análisis es solo un instrumento que sólo devuelve las que se le confían, sino para facilitar sus combinaciones, abreviando considerablemente el discurso; y en verdad que no es de esta clase la propuesta por M. CAUCHY, puesto que hasta ahora ninguna cuestión se ha resuelto por el cálculo de los residuos, que merezca el nombre de nueva, que exceda las fuerzas del cálculo ordinario. Aun pudiéramos decir que el cálculo de los residuos no es más que el cálculo diferencial enmascarado [...] (op. cit., p. 40).

Sobre este particular la autorizada voz de Duarte expresa:

No debemos pasar en silencio la crítica que hace Cagigal del cálculo de los residuos. [...]. Cagigal no ve en este método, que dice, no ha sido aceptado, sino una simple notación que oculta las operaciones comunes del cálculo diferencial. Para excusar este juicio hay que tener muy presente que el autor escribía hace poco menos de un siglo, como hemos dicho ya. Como se sabe, el cálculo de los residuos es hoy día clásico y sus aplicaciones a la teoría de funciones son numerosas y muy importantes. En realidad el cálculo de los residuos es más que una simple notación [...] (Duarte, 1929, p. II).

La historia demostró que el juicio que Cagigal formuló sobre el método de los residuos estaba equivocado. Esto no disminuye en nada su talla de matemático sino más bien lo enaltece el hecho de tener pensamiento propio, no ser un servil seguidor de las ideas de otro y atreverse a criticar a un colega, por muy encumbrado que éste se encontrara.

Vale la pena hacer aquí una acotación al margen: el error es un fiel compañero de viaje de quien investiga y la historia demuestra que aún los grandes personajes de las ciencias, como Newton, los cometieron. Pero, aún hay más, a partir de los errores –de su análisis- han surgido en más de una oportunidad ideas brillantes y novedosas.

La revisión de la *Memoria* de Cagigal permite aseverar que evidentemente *no se trata de un trabajo con resultados matemáticos originales*, aquellos a los cuales arriba un matemático investigador, y esa tampoco era la pretensión de Cagigal al escribir su libro. Se trata más bien de una obra de carácter didáctico que habría de servir de apoyo para la enseñanza de esos tópicos. Creemos que esencialmente estaba destinada al tipo de alumnos como los de la *Academia de Matemáticas* de la cual llegó a ser director. En términos modernos se diría que nuestro matemático hizo una *Transposición Didáctica* de parte de la obra de Cauchy conjugándola con los resultados de una pléyade de brillantes matemáticos europeos.

Para el momento de su aparición el desarrollo de las ciencias exactas en Venezuela era escaso, y si bien antes de su aparición y después circularon obras de matemáticas superiores, en particular de cálculo, como las de Bails, Vallejo, Lacroix, Bezout, Euler, las del propio Cauchy, etc. (Beyer, 2020), la de Cagigal resultaba novedosa por su actualidad y además fue el escrito de mayor nivel matemático elaborado por un venezolano durante el siglo XIX.

Duarte (1929) juzga la importancia de la *Memoria* por su valor histórico, por el papel que jugó su autor dentro del desarrollo de las ciencias exactas en el país y por ser el único escrito matemático completo de Cagigal que todavía se conserva, criterios a los cuales nos suscribimos.

La obra muestra profusión de ejemplos en los cuales Cagigal expone cómo se aplican las propiedades y teoremas que él va enunciando, dándole un sentido práctico al libro, lo cual no es óbice para a su vez adoptar una posición más formal, teórica, donde así se requiera; es decir, a la par de la ejemplificación Cagigal va demostrando las proposiciones matemáticas que presenta. El autor va escalando progresivamente niveles de complejidad y generalización crecientes en su exposición.

Es interesante anotar que Cagigal, aunque lo explica, no enfatiza en el uso del Teorema Fundamental del Cálculo para hallar los valores de las integrales definidas a partir de las integrales indefinidas (o primitivas), sino se decanta por otros métodos, por cuanto la mayoría de su exposición se basa en evaluar integrales definidas de funciones que carecen de una primitiva elemental. Esto contrasta notoriamente con el estilo de enseñanza actual -y desde bastante tiempo atrás- del tópico, la cual está centrada más bien en el cálculo de primitivas y escasamente se proporcionan otros métodos para evaluar ciertos casos particulares de integrales que carecen de primitiva elemental, como la integral de Gauss.

El caso es, como lo señala Duarte (1956), que parece ser que “Cagigal supone conocidos del lector todos los métodos elementales de integración y las integrales de las funciones elementales” (p. 11).

Muchos de los aspectos resaltados como característicos de la *Memoria* son de tipo didáctico-pedagógico y están muy en sintonía con el enfoque que propugnaba Vallejo (1832) en su obra. Duarte (1945) la conceptúa como “un resumen de las teorías de Cauchy sobre las integrales definidas” (p. 120) lo cual coincide plenamente con la comparación que hemos efectuado entre la *Memoria* de Cagigal y los escritos de Cauchy (1994).

Desde el punto de vista del desarrollo de las matemáticas para aquel momento, Duarte (1929) precisa que “la época de CAGIGAL fue, puede decirse, el momento de transición entre el Análisis antiguo, compendiado en el gran Tratado de LACROIX y el moderno, derivado principalmente de los trabajos de CAUCHY y ABEL” (p. I). Es éste un aspecto fundamental para juzgar el nivel matemático de la obra.

A lo largo del libro Cagigal menciona lo más granado de la pléyade de matemáticos galos: Cauchy, Poisson, Laplace, Legendre, etc., sus pretendidos maestros; así como también nombra a otros grandes matemáticos europeos como Abel, Taylor, MacLaurin, Wallis, Parseval y Euler. Esto hace ver que más allá de la polémica acerca de quiénes fueron sus maestros dentro de un aula Cagigal abrevó en las más excelsas fuentes matemáticas europeas, especialmente las francesas. Conocía pues buena parte de la matemática del momento.

En relación con la obra en estudio Ossott (1956) decía:

No se puede esperar hoy en día encontrar en este estudio sobre integrales limitadas escrito hace más de ciento veinte años, las teorías del análisis moderno. En cambio su trabajo representa para nosotros *un documento de valor histórico incalculable, ya que es uno de los pocos trabajos completos sobre matemáticas [superiores, del siglo XIX,] que se han podido conservar* [cursivas añadidas] (p. 80).

Una visión sintética e interesante acerca de la *Memoria* la exponen Calatayud y García (1990) quienes expresan:

La principal obra de Juan Manuel Cagigal y única que se conserva *Memoria sobre integrales limitadas*, aunque no posee ningún resultado original, contiene un conjunto de proposiciones debidas a Euler, Cauchy, Laplace, Poisson y Bidone a menudo demostradas de manera corta y sencilla. Se caracteriza dicha obra por su orden y claridad, lo que la convierte en el más importante texto matemático escrito en el país hasta el siglo XX (p. 90).

En esencia, compartimos las apreciaciones antes citadas. Ellas recogen resumidamente muchos de los argumentos expuestos por nosotros en líneas anteriores.

Para finalizar, reseñaremos una singularidad de la obra. El matemático que más menciona Cagigal en su libro es Cauchy a quien, a pesar de nunca aseverar que se tratase de su profesor, le da un tratamiento particular nombrándolo siempre como M. Cauchy, es decir “Monsieur Cauchy”; tratamiento que sólo en otra ocasión le da a otro matemático: al italiano Giogio Bidone, a quien se refiere como M. Bidone (op. cit., p. 55) la última vez que lo nombra. Es ésta

una curiosidad de la obra. ¿Qué quiso transmitir Cagigal con ese tratamiento preferencial para Cauchy?

De lo que no cabe duda, como lo refiere Duarte (1945) y lo que arroja nuestro análisis de la obra es que la *Memoria* prueba que Cagigal asimiló las doctrinas del ilustre Cauchy y además fue un gran difusor de las mismas. Asimismo,

La enseñanza de las ciencias matemáticas impartida por Cajigal a sus discípulos, así como la concepción de la Academia de Matemáticas, no son sino reflejo de sus experiencias en el Real Cuerpo de Ingenieros de Alcalá de Henares, de la Escuela Politécnica de Puentes y Calzadas de París, y, seguro, del Colegio de Francia (Pérez Marchelli, 1991, p. 58).

Algunas conclusiones

En este estudio, después de una exhaustiva revisión bibliográfica, se tomó nota de la existencia de numerosas controversias acerca de Cagigal las cuales van desde la grafía de su apellido, pasando por los nexos familiares de Juan Manuel con otros cagigales integrantes de su familia, hasta las que se plantean en torno a los títulos académicos por él obtenidos así como de quienes fueron en realidad sus maestros en España y Francia. Además de las discrepancias entre los parentescos entre varios miembros de la familia Cagigal son fuente de polémica diversas fechas como la de su viaje a Europa y la de la elaboración de su *Memoria*. También la polémica abarca el destino de sus restos y el tipo de enfermedad que lo aquejó en sus últimos años de vida. Sobre algunas de dichas discrepancias y controversias se hacen ciertas aclaratorias pertinentes.

Existen múltiples referencias acerca de nuestro personaje que son o bien imprecisas o incluso erróneas como la de atribuirle la fundación del observatorio que lleva su nombre lo cual es totalmente falso por cuanto tal hecho aconteció realmente mucho tiempo después de su muerte. En este estudio se hacen algunas precisiones necesarias.

Se pudo establecer con bastante exactitud el vínculo familiar existente entre el padre de Juan Manuel Cagigal y otros parientes como Gaspar de Cajigal y del Pontón, y Juan Manuel de Cajigal y Niño.

Este estudio ha permitido corroborar la ausencia de ediciones impresas de la *Memoria sobre las integrales limitadas* previas a la realizada por Francisco José Duarte en 1929. Todas las que circularon lo hicieron en forma de manuscritos. Asimismo, tampoco se ha encontrado escrito alguno que analice la obra más allá de las escasas cuatro páginas que Duarte dedica al

Prefacio de la edición publicada en 1929. En este sentido lo aquí presentado constituye un trabajo pionero.

En este estudio nos adentramos en el asunto referido a la fecha de elaboración de la Memoria pudiendo en primer término, mediante los datos recopilados, acotar un lapso probable que abarca el período comprendido entre 1828 y 1834 dentro del cual esto pudiera haber acontecido. Sin embargo, también pudo obtenerse un dato no reportado en investigaciones y estudios previos, el cual se extrajo de un escrito de Vallejo publicado en 1832 en el que se cita a un tal José María Vallejo cuya descripción concuerda bien con la de Juan Manuel, así como se describe un trabajo que iba a ser escrito entre Vallejo y el citado José María, trabajo altamente similar a la Memoria. Nuestro análisis sugiere que existe una gran posibilidad de que el tal José María sea en realidad Juan Manuel Cagigal y sólo por un desliz al momento de escribir hubo una confusión de nombres. De poderse corroborar que efectivamente se trata de nuestro Juan Manuel ello conllevaría a sugerir que la Memoria hubiera sido escrita en Europa antes del retorno de Juan Manuel Cagigal a Venezuela a finales de 1827. Por los momentos sólo es dable establecer hipótesis fundamentadas sobre este asunto el cual ameritaría seguir siendo dilucidado.

Con respecto al enfoque y orientación que sigue su autor, mediante la comparación realizada entre el escrito de Cagigal y los de Cauchy ha podido establecerse que aquél sigue de cerca buena parte de la exposición que sobre esta temática realizó el matemático galo, ello entreverado adecuadamente con diversos resultados logrados por lo más granado de la pléyade de matemáticos europeos como Poisson, Laplace, Legendre, Abel, Taylor, MacLaurin, Wallis, Parseval y Euler, con lo cual demostraba Cagigal estar al tanto del desarrollo y de los adelantos de la disciplina así como el haberse empapado de los mismos.

En particular, la *Memoria* de Cagigal muestra fehacientemente que su autor era un amplio conocedor de las nuevas tendencias e ideas que sobre el Cálculo circulaban en Europa, como las introducidas por Cauchy, y con su obra y su labor docente en la Academia se convirtió en uno de los grandes difusores de las mismas en estas tierras durante el siglo XIX.

Sobre la contribución de la obra en sí cabe concluir que ésta no es un agregado original a las matemáticas propiamente dichas, ni tal era la pretensión de Cagigal; sino más bien se trata de un gran aporte a la difusión de las ideas de Cauchy y un notable avance para la época en lo que se refiere a la enseñanza/aprendizaje del Cálculo en el país.

Para el momento de su aparición el desarrollo de las ciencias exactas en Venezuela era escaso. Aunque antes de la *Memoria* y después circularon obras de matemáticas superiores (p. e. las de Bails, Vallejo, Lacroix, Bezout, Euler, las del propio Cauchy), la de Cagigal resultaba novedosa por su actualidad y además fue el escrito de mayor nivel matemático elaborado por un venezolano durante el siglo XIX.

La *Memoria* cubre bien los tópicos básicos inherentes a un curso universitario de Cálculo Integral, privilegiando los métodos para el cálculo de integrales definidas los cuales no dependan del conocimiento previo de una primitiva; es decir, el escrito presupone en buena medida que el lector conoce los métodos elementales para el cálculo de primitivas así como las integrales de las funciones elementales.

Los estudios del desarrollo de las ciencias exactas en Venezuela permiten aseverar que hasta el siglo XIX y el transcurso de dicha centuria, tiempo que incluye el ciclo de vida de Cagigal y el de la existencia de la Academia, no hubo ningún aporte original a este campo del saber y no podría hablarse de unas matemáticas de Venezuela, sino solamente de las matemáticas en Venezuela. Hay que esperar hasta la llegada del nuevo siglo para que con las obras de Francisco José Duarte se encuentren aportes originales a las matemáticas.

Referencias

- Abad, L.; Azcargorta, J.; Camejo, S.; Castillo Pinto, G.; Juric, M.; Lazcano, J.; Orbegozo, J. y Sada, P. (1984). *Organización y consolidación del sistema educativo (1830-1935). La Educación en Venezuela N° 2*. Caracas: Centro de Reflexión y Planificación educativa (CERPE).
- Alvarado, L. (1893, noviembre 1). Neurosis de hombres celebres de Venezuela. *El Cojo Ilustrado, Año II*, N° 45, 391 -392.
- Alvarado, L. (1958). Neurosis de hombres célebres de Venezuela. En: Alvarado, Lisandro. (1958). *Obras Completas, Volumen 7 (Miscelánea de Letras e Historia)* (pp. 263-273). Caracas: Ministerio de Educación, Dirección de Cultura y Bellas Artes.
- Ameliach, J. (11/02/2018). La innata lucidez del venezolano, se aprecia desde su juventud (XXXVI). *Aporrea*. Disponible en: <https://www.aporrea.org/actualidad/a259203.html>.
- Beyer, W. (2003). Juan Manuel Cagigal y su época. En: Beyer, W.; Fernández Heres, R.; Freites, Y. y León, J. R. *Juan Manuel Cajigal y las matemáticas en Venezuela* (5-51). Manuscrito no publicado.
- Beyer K., W. O. (2012). *Estudio evolutivo de la enseñanza de las matemáticas elementales en Venezuela a través de los textos escolares: 1826-1969*. La Paz: Instituto Internacional de Integración-Convenio Andrés Bello.

- Beyer K., W. O. (2013). *Historia de la educación matemática venezolana: 1826-1969. Un diálogo con las obras didácticas: testigos y actores de su tiempo*. Manuscrito no publicado.
- Beyer K., Walter O. (2020). El Cálculo Infinitesimal en la formación de ingenieros y su profesorado en el siglo XIX venezolano. *Revista de História da Educação Matemática (HISTEMAT)*, 6(2), 70-97. Disponible en: <http://histemat.com.br/index.php/HISTEMAT/article/view/355/261>.
- Bloch M. (1979). *Introducción a la historia*. México: FCE.
- Brito Figueroa, F. (2005). *Historia económica y social de Venezuela. Tomo I*. Caracas: Universidad Central de Venezuela, Ediciones de la Biblioteca.
- Bronshtein, I. y Semendiaev, K. (1977). *Manual de matemáticas para ingenieros y estudiantes*. Moscú: Editorial MIR.
- Cagigal, J. M. (1832). I Informe dado al Gobierno por el Director de la Academia de Matemáticas. En: Correa, Luis. (1956). *Escritos literarios y científicos* (pp. 13-19). Caracas: Imprenta Nacional.
- Cagigal, J. M. (1834). III Informe dado al Gobierno por el Director de la Academia de Matemáticas. En: Correa, Luis. (1956). *Escritos literarios y científicos* (pp. 29-34). Caracas: Imprenta Nacional.
- Cagigal, J. M. (1836). IV Informe dado al Gobierno por el Director de la Academia de Matemáticas. En: Correa, Luis. (1956). *Escritos literarios y científicos* (pp. 35-40). Caracas: Imprenta Nacional.
- Cagigal, J. M. (1837). V Informe dado al Gobierno por el Director de la Academia de Matemáticas. En: Correa, Luis. (1956). *Escritos literarios y científicos* (pp. 41-46). Caracas: Imprenta Nacional.
- Cagigal, J. M. (1838). VI Informe dado al Gobierno por el Director de la Academia de Matemáticas. En: Correa, Luis. (1956). *Escritos literarios y científicos* (pp. 47-53). Caracas: Imprenta Nacional.
- Cagigal, J. M. (1929). *Memoria sobre las integrales limitadas*. Caracas: Editorila Empresa Gutenberg.
- Cajigal, J. M. de (1960). *Memorias del Mariscal de Campo don Juan Manuel de Cajigal*. Caracas: Ministerio de Justicia, Junta Superior de Archivos.
- Calatayud, F. y García, L. (1990). *Juan Manuel Cagigal. Precursor de los estudios matemáticos modernos en Venezuela*. Trabajo Especial de Grado (no publicado). Universidad Central de Venezuela, Programa Cooperativo de Formación de Docentes en Ciencias.
- Carbonell, D. (1941). *El organicismo aplicado al fenómeno histórico*. Buenos Aires: Imprenta López.
- Cauchy, A.-L. (1994). *Curso de análisis*. México: Servicios Editoriales de la Facultad de Ciencias, UNAM.

- Condecoraciones de Venezuela. (2015). *Militares-Orden al mérito docente "T/C Juan Manuel Cajigal"*. Disponible en: <http://condecoracionesdevenezuela.com/militares-orden-al-merito-docente-t-c-juan-manuel-cajigal/>.
- Correa, L. (Comp.) (1956). *Juan Manuel Cajigal. Escritos literarios y científicos*. Caracas: Imprenta Nacional.
- Duarte, F. J. (1929). Prefacio. En: Cajigal, J. M. *Memoria sobre las integrales limitadas* (pp. I-IV). Caracas: Editorial Empresa Gutenberg.
- Duarte, F. J. (1945). La vida y obra de A. L. Cauchy. En: Duarte, F. J. (1969). *Biografías* (pp. 115-125). Caracas: Biblioteca de la Academia de Ciencias Físicas, Matemáticas y Naturales.
- Duarte, F. J. (1956). La obra matemática de Cajigal. *Revista del Colegio de Ingenieros de Venezuela*, 239, 9-12.
- Gimeno Sacristán, J. (1998). *El currículum: una reflexión sobre la práctica*. Madrid: Ediciones Morata.
- Grases, P. (1979). *De la imprenta en Venezuela y algunas obras de referencia*. Caracas: Universidad Central de Venezuela, Ediciones de la Facultad de Humanidades y Educación.
- Grisanti, A. (1956). *El sabio Cajigal y su familia*. Caracas: Imprenta Nacional.
- Lacroix, S-F. (1908). *Álgebra*. Caracas: Librería Española de L. Puig Ros.
- Méndez, N. (2011). *Un país en su artificio. Itinerario histórico de la ingeniería y la tecnología en Venezuela*. Caracas: Editorial Innovación Tecnológica-Facultad de Ingeniería UCV.
- Meneses, O. (1856). *Biografía de Juan Manuel Cajigal, fundador de los estudios matemáticos en Venezuela*. Caracas: Imprenta y Litografía de Félix Rasco.
- Meneses, O. (1877). Juan Manuel Cajigal. En: Azpúrua, Ramón. *Biografía de hombres notables de hispanoamérica* (pp. 456-464). Caracas: Imprenta Nacional.
- Navas, Y. (2019, febrero 11). Hace 163 años murió el fundador del primer observatorio astronómico de Venezuela. Disponible en: <http://ciudadmcy.info.ve/?p=68930>.
- Ossott, W. (1956). *Cajigal, prócer de la ciencia y cultura universitarias*. Caracas: Universidad Central de Venezuela, Dirección de Cultura.
- Ossott, W. (s/f). *Los estudios de las matemáticas en Venezuela durante los siglos XVIII y XIX*. Caracas: Universidad Central de Venezuela, Facultad de Humanidades y Educación, Instituto de Filosofía.
- Paredes C., J. (Ed.) (2004). Cajigal, Juan Manuel. *Diccionario Enciclopédico MEGA Siglo XXI*. Colombia: Grupo Editorial Norma.
- Pérez Marchelli, H. (1991). *Imagen y huella de Juan Manuel Cajigal*. Caracas: INTEVEP.
- Rojas, R. (2020). El trienio liberal. *El Universal* (06/04/2020). Recuperado de: <https://www.eluniversal.com/el-universal/66304/el-trienio-liberal>.
- Schubring, G. (1987). On the Methodology of Analysing Historical Textbooks: Lacroix as Textbook Author. *For the Learning of Mathematics*, 7(3), 41-51.

- Toro Hardy, A. (2020). América Latina y sus dos historias. *Aporrea* (08/04/2020). Recuperado de: <https://www.eluniversal.com/el-universal/66748/america-latina-y-sus-dos-historias>.
- Vallejo, J. M. (1813). *Tratado elemental de matemáticas. Tomo II. Parte II*. Mallorca: Imprenta de Felipe Guasp. Recuperado de: <http://www.bibliotecavirtualdeandalucia.es/catalogo/es/consulta/registro.cmd?id=1016214>.
- Vallejo, J. M. (1832). *Tratado elemental de matemáticas. Tomo II. Parte II*. Segunda edición. Madrid: Imprenta de don Miguel de Burgos. Recuperado de: https://books.googleusercontent.com/books/content?req=AKW5QafheO3qG0VesR0deNo7m7CuZ_cvkVBmx8SQFORZ_UDvUKFILTurgLf02EwPW6d0mhgOMEMD2m05YyWCRaoQkxpChg0yTqjJVAqjZrgsD2wsBacVUrLQQ5gJjLS9jEcznzhEPGCKYCF5nMn8sDuudGDD3D3rll_IvCKvWPV-cyMQI5mzAnWUU-pwZVbiDNWn7EAZeIQ8hib3v-mDxxydbYJxSN1TvZ0x_HUPNvKsdLAmSq7PauQ3ecSB0csAa9Nb07wJzxs6nRpJJiP_olGbL3CXpgctsiQ.
- Villarroel, E. J. (2010). Los últimos nueve años de Juan Manuel Cajigal en Yaguaraparo. *Enciclopedia de historia local. Oriente tierra de honor*. Disponible en: <https://eliadjhosuevillarroel.blogspot.com/2010/03/los-ultimos-dias-de-juan-manuel-cajigal.html>.
- VTV. (2019, febrero 10). *Muere Juan Manuel Cagigal, fundador del 1er. Observatorio astronómico de Venezuela*. Disponible en: <http://vtv.gob.ve/muere-cajigal-observatorio-astronomico/>.

Autor

Walter O. Beyer K.

Profesor Asociado (Jubilado) de la Universidad Nacional Abierta. Matemático y Dr. en Educación. ExPresidente de la Asociación Venezolana de Educación Matemática. Miembro del Grupo de Investigación y Difusión en Educación Matemática. Línea de investigación principal: *Historia de la matemática y de la educación matemática en Venezuela*.

METODOLOGÍA ABP: HABILIDADES DE AUTONOMÍA Y TRABAJO COLABORATIVO EN ESTUDIANTES DE BACHILLERATO

Angie Ximena Valles Ramírez

ax.vallesramirez@gmail.com

<https://orcid.org/0000-0002-5159-2806>

Patricia Covarrubias-Papahiu

papahiu@unam.mx

<https://orcid.org/0000-0001-9855-3399>

Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM). México.

Recibido: 2020-07-17; **Aceptado:** 2020-11-22

Resumen

Las altas tasas de reprobación y baja eficiencia terminal, influyen negativamente en el desarrollo del estudiante y el desempeño de la institución educativa, por ello se han realizado esfuerzos para asegurar la permanencia escolar. En concordancia, el ABP es una estrategia de enseñanza que ha mostrado promover la motivación y habilidades que inciden en el aprendizaje significativo de contenidos curriculares. El objetivo de la investigación fue promover la autonomía y el trabajo colaborativo en estudiantes de bachillerato, implementando la metodología ABP con herramientas de apoyo virtual para el aprendizaje de contenidos de psicología. Se realizó un estudio cuasiexperimental con diseño pre-test- post-test, utilizando un grupo experimental y uno control. Los resultados señalan mejoras significativas en el aprendizaje de contenidos y el trabajo colaborativo. Se propone la implementación de la metodología ABP con herramientas de apoyo virtual en el nivel medio superior para lograr aprendizajes significativos y promover el aprendizaje colaborativo.

Palabras clave: Aprendizaje basado en problemas, autonomía, trabajo colaborativo.

PBL METHODOLOGY: AUTONOMY AND COLLABORATIVE WORK DEVELOPMENT IN SENIOR HIGH SCHOOL STUDENTS

Abstract

High academic failure and low promotion rates reflect the negative development of students and scholar institutions; therefore, several actions have been made to ensure students retention. Accordingly, PBL is a teaching approach that enables students to enhance motivation and skills related to course content meaningful learning. A quasi-experimental, two group pretest-posttest design was conducted to improve senior high school student's autonomy and collaborative work in psychology class by using a PBL methodology and virtual tools. The results showed significant improvements in content learning and collaborative work. Researchers suggest the implementation of the PBL methodology and virtual support tools to achieve meaningful learning and collaborative work in high school students.

Keywords: Problem based learning, autonomy, collaborative work.

METODOLOGIA ABP: HABILIDADES DE AUTONOMIA E TRABALHO COLABORATIVO EM ALUNOS DO ENSINO MÉDIO

Resumo

As altas taxas de reprovação e a baixa eficiência terminal influenciam negativamente no desenvolvimento do aluno e no desempenho da instituição de ensino, portanto, esforços têm sido feitos para garantir a retenção escolar. Nesse sentido, a Aprendizagem Baseada em Problemas - ABP, é uma estratégia de ensino que tem demonstrado promover motivação e habilidades que influenciam na aprendizagem significativa dos conteúdos curriculares. O objetivo da pesquisa foi promover a autonomia e o trabalho colaborativo em alunos do ensino médio, implementando a metodologia ABP com ferramentas virtuais de apoio à aprendizagem de conteúdos de psicologia. Um estudo quase experimental foi realizado com um desenho pré-teste-pós-teste, utilizando um grupo experimental e um grupo controle. Os resultados indicam melhorias significativas na aprendizagem do conteúdo e no trabalho colaborativo. A implementação da metodologia ABP é proposta com ferramentas de suporte virtual no nível secundário superior para alcançar uma aprendizagem significativa e promover a aprendizagem colaborativa.

Palavras-chave: Aprendizagem baseada em problemas, autonomia, trabalho colaborativo.

Introducción

La metodología del Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) tuvo gran auge después de ser empleada en el currículo de la Universidad de McMaster en Canadá, pues fue gestada desde una postura constructivista que pretendía mejorar la calidad educativa y apoyar la formación integral del estudiante por medio de la autogestión de aprendizajes, la socialización del aprendizaje individual y la solución de problemas contextuales creados por el docente con base en determinados objetivos de aprendizaje (Barrows, 1992).

La mayor bondad del ABP radica en que es el estudiante quien busca los contenidos que considera necesarios para dar solución a los problemas planteados, logrando adquirir y desarrollar habilidades no consideradas en métodos tradicionales, tales como, capacidad investigativa, aprendizaje autónomo, trabajo colaborativo y pensamiento crítico (Clemens, Tapia y Olivares, 2015; Biggs, 2010; Boud y Feletti, 1997; Duch, Groh y Allen, 2001; Hmelo-Silver y Ferrari, 1997; Wilkerson y Gijsselaers, 1996).

Estas habilidades permiten que el estudiante interiorice su proceso de aprendizaje generando motivación y un aprendizaje significativo (Branda, 2009). Esto, eventualmente evitará el desfase entre las expectativas de los sistemas educativos y los resultados del estudiante que participa en ellos, expresado a través de las bajas tasas de reprobación o los niveles de eficiencia terminal (Martínez, 2009).

La preocupación por reducir el fracaso escolar y facilitar el aprendizaje de contenidos en la Educación Media Superior (EMS) deriva de informes de organismos como la OCDE (2014) e informes como el de la Encuesta Nacional de Deserción en Educación Media Superior (ENDEMS, 2012) y entidades públicas, los cuales señalan que en México apenas el 53% de jóvenes de quince a diecinueve se matriculan en este nivel. Advierten que la poca motivación en los estudios y las bajas por reprobación son factores que inciden en el fracaso escolar y que, como advierten tales organismos, es imprescindible darles solución (Mondragón y Fuentes, 2016).

La motivación y la creación de un ambiente escolar positivo son condiciones que mejoran la construcción del conocimiento y el desarrollo de habilidades necesarias para una formación integral, que pueden implementarse como formas de trabajo cuando una institución educativa requiere mejorar el rendimiento escolar de sus estudiantes (Gómez y Mei, 2007).

El Colegio de Ciencias y Humanidades (CCH) de la Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM), ante el panorama descrito, propone realizar investigaciones con orientaciones a la elaboración de estrategias para la experiencia docente que contribuyan al enriquecimiento del programa y la promoción de acciones orientadas a fortalecer la responsabilidad y autonomía de los estudiantes (ENCCH, 2017).

La metodología ABP puede ser una alternativa que permite desarrollar habilidades de aprendizaje, que incidan en los índices de reprobación y deserción escolar (Fernández y Duarte, 2013). Si bien, en la revisión documental no se encontraron propuestas metodológicas detalladas desde el ABP en EMS para impartir la materia de psicología en México, existen estudios en otras áreas del conocimiento que han contribuido al mejoramiento de los procesos de aprendizaje aún y cuando no detallan, ni muestran al lector la propuesta desarrollada (Pantoja y Covarrubias, 2013; Ríos, Urrutia y Contreras, 2013)

La presente investigación tuvo como objetivo promover la autonomía y el trabajo colaborativo en estudiantes de 5º semestre del CCH Vallejo mediante la aplicación del Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) como metodología que contempla elementos adicionales a la sola presentación de un problema. En particular, se diseñó y aplicó esta propuesta para la enseñanza del tema *Escuelas psicológicas* de la asignatura de Psicología, que se imparte en quinto semestre del CCH. Aunque por coherencia epistémica, no se puede pretender realizar un protocolo específico a manera de prescripción para llevar a cabo sesiones

de enseñanza desde la metodología ABP, en esta investigación se buscó mostrar y reflejar los fundamentos teóricos y metodológicos utilizados en el proceso de enseñanza aprendizaje.

Fundamentos teóricos y metodológicos del ABP

La metodología ABP posee sus supuestos teóricos desde el constructivismo pedagógico para comprender la fuente psicopedagógica que da sustento teórico al constructivismo, es necesario exponer las diferentes teorías de forma resumida (Carretero, 2009).

Por ejemplo, Piaget propone que la producción del conocimiento se da a partir de las estructuras cognitivas de asimilación y acomodación, las cuales participan en el proceso de aprendizaje y permiten usar esquemas y dar sentido a algo nuevo o cambiar esquemas para poder responder a las demandas del entorno, respectivamente. Además plantea que el desequilibrio cognitivo es fundamental en los procesos de aprendizaje pues permite al individuo transitar hacia la asimilación y la acomodación (Coll, Palacios y Marchesi, 2001).

Ausubel, Novak y Hanesian (2012), proponen al aprendizaje significativo como aquel que se construye a través de ideas de anclaje o conocimientos previos, que dan significado a los nuevos, permitiendo que el aprendiz los convierta en parte de sus esquemas cognitivos y se genere un proceso más sólido de aprendizaje. Y Vygotsky enfatiza el origen social del aprendizaje y su dependencia de la comunicación e interacción entre el contexto socio-histórico y el aprendiz, de tal modo que en el proceso educativo, el aprendizaje ocurre colaborativamente a través del diálogo y donde el docente funge como mediador y co-constructor interactivo de conocimientos (Álvarez y Del Rio, 1990).

Contemplar las anteriores posturas dentro de la metodología ABP, permite evitar el reduccionismo biológico, social o cognitivo del ser humano comprendiendo el proceso aprendizaje-enseñanza como una red compleja que se teje de forma sólida al contemplar las características individuales de cada uno de sus protagonistas.

El ABP, originado en Canadá ha sido utilizado como metodología y estrategia de aprendizaje (Dueñas, 2001). Desde sus orígenes, el ABP contempla un grupo reducido de estudiantes, un problema a resolver con ayuda del docente o facilitador del conocimiento, la participación activa de los estudiantes en el proceso de aprendizaje y el descubrimiento de los saberes necesarios para alcanzar los objetivos y resolver el problema inicial (William y Gallagher, 1993).

Lo anterior, teniendo claridad en que el problema no solo tiene como fin la construcción de una solución por parte del estudiante, sino que es el escenario que permite la ocurrencia del aprendizaje por descubrimiento. En este transitar, el estudiante es capaz de desarrollar los aprendizajes esperados por el docente.

En consecuencia, la discusión destaca como un elemento que estimula a los estudiantes durante el proceso, en un nivel intelectual, al explorar diferentes perspectivas, analizar su discurso y reestructurar sus esquemas con ayuda de los esquemas de los otros protagonistas del aula. En un nivel social, construyendo a su vez la importancia de la democracia, el respeto al otro, la identidad de grupo y el trabajo colaborativo. Y en un nivel afectivo, permitiendo que el estudiante perciba el apoyo del grupo en sus procesos de construcción personal, lo cual incrementa la motivación al comprender la importancia de sus aportaciones, la tolerancia a la frustración y la pertenencia a un grupo (Vizcarro y Juárez, 2008).

En este sentido, el papel del docente consiste en facilitar la construcción de conocimiento y el cumplimiento de objetivos por medio de su experticia, dando pautas al estudiante para vincular información pertinente y guiando sus procesos de búsqueda de información para resolver el problema planteado. Además es responsable de generar un ambiente escolar positivo, diseñar la planeación de las sesiones y fomentar la interacción en el grupo (Morales y Landa, 2004).

En cuanto al papel del estudiante, consiste en asumir un rol activo en el proceso de construcción del aprendizaje, participando, debatiendo y asumiendo la responsabilidad que implica colaborar con sus ideas para que los otros construyan el conocimiento (Sola, 2005).

Respecto al problema, Albanese y Mitchell (1993) proponen tres variables básicas para su formulación: a) Relevancia, referida a que el problema debe importar al estudiante y vincularlo intelectual y emocionalmente. b) Cobertura, dirigida a que el problema sea claro, coherente y se relacione con los contenidos a tratar. c) Complejidad, la cual implica que el problema a resolver no tiene una única solución y guía a la interdisciplinariedad.

Para la resolución del problema y el desarrollo de las sesiones, existen diferentes pasos propuestos para el desarrollo de la metodología ABP, como los siete pasos de Maastrich para grupos de hasta 40 estudiantes (Schmit, 1983), las cuatro fases al estilo de Hong Kong para grupos de hasta 60 estudiantes (Lai y Chu, 2000), el modelo de Alcalá para grupos de hasta 130 estudiantes (Prieto, Barbarroja, Reyes, Monserrat, Díaz, Villarroel y Álvarez, 2006).

En el presente trabajo se retoman los postulados de Morales y Landa (2004), quienes proponen que se debe transitar por ocho fases de desarrollo del ABP en el proceso de enseñanza-aprendizaje: 1) leer y analizar el escenario del problema, 2) realizar una lluvia de ideas, 3) enlistar lo que se conoce, 4) enlistar lo que se desconoce, 5) listar lo necesario para resolver el problema, 6) definir el problema, 7) obtener información y 8) obtener resultados. Si bien esta propuesta no contempla la cantidad de estudiantes que pueden ser partícipes del proceso, si contempla las interacciones docente-estudiante necesarias en el ABP.

Los roles del docente y estudiante, así como las condiciones que requiere el ABP, permiten que el estudiante desarrolle autonomía, autorregulación, trabajo colaborativo, pensamiento crítico, mayor motivación por los contenidos temáticos a abordar y la capacidad para autoevaluarse, contemplando los tiempos dedicados a la solución del problema y la coherencia de su propuesta (Rué, 2009; González, Martín, Carbonero y Landa, 2013).

La utilización de TIC's propicia la organización de contenidos y facilita material didáctico al estudiante (Figura 1). Particularmente en el ABP, promueve la colaboración, el almacenamiento de archivos y facilita las tareas de cada una de las fases del ABP (Benítez, Cruces, De Haro y Sarrión, 2010; Romero, Jara, Marín, Millán y Carrillo, 2009).

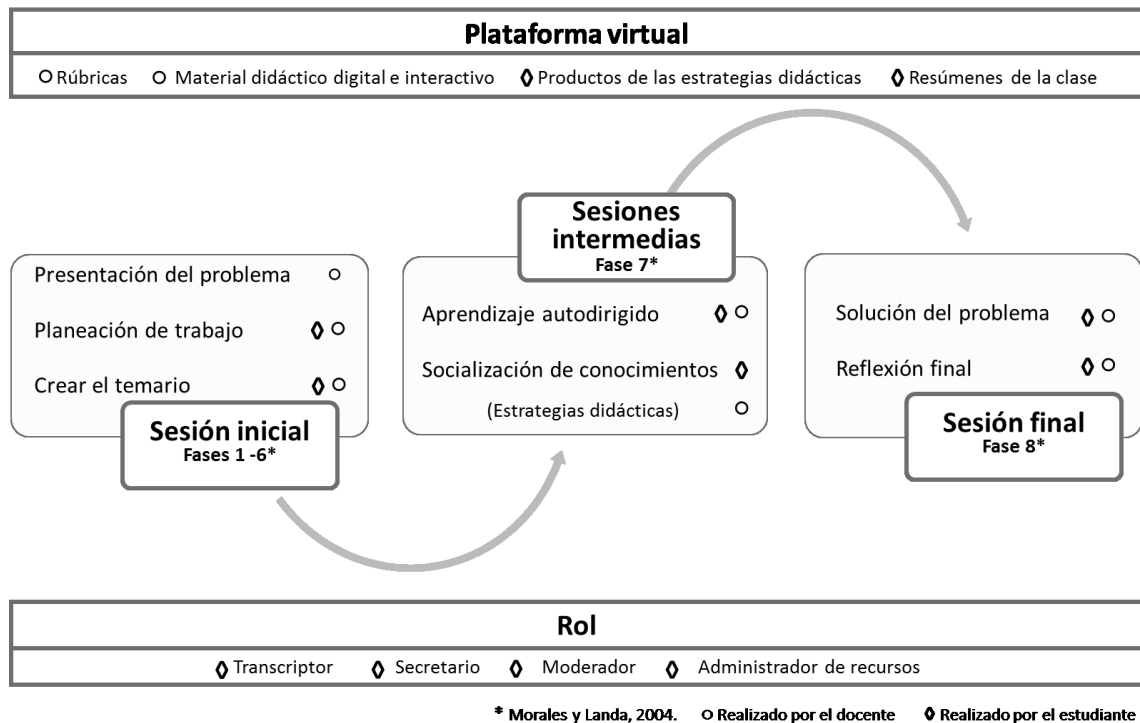


Figura 1. Fundamentación metodológica del ABP.
Fuente: Elaboración propia.

Autonomía intelectual (AI)

Autonomía intelectual, autonomía o autogestión del aprendizaje, aprendizaje autónomo y aprender a aprender, son conceptos que refieren la capacidad de apropiarse del conocimiento (Flores y Meléndez, 2017; Solórzano-Mendoza, 2017; Brockbank y McGill, 2002).

Para Benson (2001), la AI es un constructo multidimensional que incluye factores metacognitivos, sociales y afectivos, los cuales refieren a su vez, categorías que permiten abordar la complejidad del constructo, definido como la capacidad del estudiante para responsabilizarse de su aprendizaje en términos del control de sus propios procesos cognitivos participantes en la autorregulación eficaz del aprendizaje.

Además, incluye aspectos psicológicos como el desarrollo de habilidades metacognitivas resultado del papel activo del estudiante. Entre las operaciones que el estudiante desarrolla para gestionar su aprendizaje (habilidades cognitivas), están la *planificación*, referida a la organización de la tarea de aprendizaje, determinar cómo desarrollarla, establecer los objetivos (O'Malley y Chamot, 1990; Cyr, 1996 y Oxford, 1990).

La *gestión de la atención*, refiere al mantenimiento del interés en la clase al evitar distractores, *la autogestión*, que implica identificar las condiciones facilitadoras del aprendizaje y su puesta en práctica. Finalmente, el *automonitoreo*, referido a corregir constantemente sus actividades mientras las desarrolla y la *autoevaluación*, orientada a valorar avances y capacidades para realizar tareas y usar estrategias (Benson, 2001).

La autonomía intelectual se encuentra vinculada a la autonomía moral, la cual incluye el factor social, contemplando comportamientos del estudiante como hacer preguntas al profesor o compañeros para aclarar o verificar si su comprensión de un concepto es correcta, cooperar con otros, compartiendo información y reconociéndolos como pares e incluyéndolos en la resolución de problemas, ser empático y comprender las diferencias de pensamientos, sentimientos, perspectivas y culturas (Benson, 2001).

Finalmente, el factor afectivo, definido como el control que se debe tener para reforzar la confianza en sí mismo, motivarse y ver los errores como oportunidades de aprendizaje, categorías como bajar la ansiedad, referida a la utilización de técnicas de respiración o relajación, autoanimarse, que implica decirse frases positivas, tomar riesgos, no temer equivocarse, y reconocer su buen desempeño, y control de emociones, que consiste en compartir sentimientos (Benson, 2001).

Trabajo colaborativo

El trabajo colaborativo tiene sus referentes conceptuales en la teoría constructivista e implica el trabajo en equipo de los estudiantes como principales actores del proceso de aprendizaje, y consiste en construir el conocimiento desde la dialéctica y el modelo dialógico (Díaz-Barriga, 2005).

Existen diferentes beneficios al hacer uso del trabajo colaborativo como el fomento de la metacognición, la práctica de habilidades sociales, permitir la sensación de control sobre la tarea, permitir el reconocimiento de diferentes perspectivas y crear un ambiente escolar positivo (Kolloffel, Eysink y Jong, 2011).

En la presente investigación conceptualizamos el trabajo colaborativo como la habilidad para trabajar en un contexto de aprendizaje desde la igualdad, la mutualidad, la distribución de responsabilidades, la planificación conjunta, el intercambio de roles y la bidireccionalidad (Díaz-Barriga, 2005).

Metodología de la investigación

Se realizó la investigación en un ambiente educativo natural, bajo un diseño cuasiexperimental, con un esquema de línea pre-test-intervención-post-test (A-B-A), con dos grupos intactos (Grupo experimental y Grupo control).

Objetivos

El objetivo general de esta investigación consistió en promover la autonomía y el trabajo colaborativo en estudiantes de 5º semestre del CCH Vallejo mediante la aplicación del Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) como metodología didáctica. Para ello se establecieron como objetivos específicos:

- 1) Diseñar una estrategia didáctica basada en la metodología del ABP para el aprendizaje del tema “Escuelas psicológicas” de la asignatura de Psicología de 5º semestre del CCH.
- 2) Promover la construcción de conocimientos en el tema *La diversidad de la psicología* de la materia de Psicología I.

Participantes

El grupo experimental, en el que se implementó la metodología ABP, estuvo constituido por 29 estudiantes que cursaban la materia de psicología en el CCH-Vallejo de 16 a 22 años. Se realizaron nueve sesiones presenciales de dos horas cada una, y dos horas adicionales desarrolladas en un aula virtual, para cumplir un total de 20 horas de dedicación al tema *La diversidad de la psicología*. La propuesta de intervención incluyó material didáctico convencional, audiovisual y digital.

El grupo control estuvo conformado por 30 estudiantes que también cursaban la materia de psicología en el CCH-Azcapotzalco, con un rango de edades de los 16 a 21 años. En este grupo no se aplicó el ABP, se revisó el mismo tema *La diversidad de la psicología*, pero con las estrategias didácticas con las que habitualmente trabaja la maestra titular de la materia - introducción al tema, exposiciones, lecturas de tarea, conformación de equipos de discusión, presentación de ejemplos cotidianos, mapas conceptuales y resúmenes-. Se realizaron diez

sesiones de dos horas para cumplir 20 horas de estudio. Se incluyó material didáctico convencional y audiovisual.

El horario en que se llevaron a cabo las sesiones fue de 7:00 am a 9:00 am, en ambos grupos.

Instrumentos

Para evaluar los efectos de la aplicación del ABP, se aplicaron varios instrumentos de evaluación respetando las características de la metodología ABP.

Encuesta de Autonomía Intelectual

La encuesta, validada por Restrepo (2018) se compone de 55 reactivos de los cuales 32 corresponden a estrategias metacognitivas que incluyen planificación, gestión de la atención, autogestión, automonitoreo y autoevaluación; otros 13 reactivos que corresponden a estrategias sociales, que incluyen la habilidad para hacer preguntas, cooperar con otros y sentir empatía. Y finalmente 10 reactivos que conciernen a la evaluación de estrategias afectivas como bajar la ansiedad, autoanimarse y controlar las emociones.

Esta prueba fue adaptada y validada con población mexicana. El valor de coeficiente alfa de Cronbach fue de 0.84 indicando una alta consistencia interna y un buen índice de confiabilidad. Mediante el análisis factorial se encontraron 3 dimensiones, que correspondieron a las tres estrategias consideradas por Benson (2001), arriba descritas.

Este instrumento se aplicó tanto al grupo experimental como al control, antes y después de haber revisado el tema.

Rúbrica de trabajo colaborativo

Se elaboró con cinco criterios: participación del grupo, responsabilidad compartida, carga equitativa del trabajo, roles en el grupo y habilidades interpersonales. Estos criterios fueron establecidos teniendo en cuenta la revisión conceptual sobre el trabajo colaborativo de Kolloffel, Eysink y Jong (2011) y la implementación del ABP.

Este instrumento solo fue aplicado al grupo experimental, en cada una de las nueve sesiones presenciales, ya que en la metodología utilizada por la profesora del grupo control, no se pretendía implementar el trabajo colaborativo.

Cuestionario de conocimientos sobre “La diversidad de la psicología”

Se diseñó un cuestionario de 10 ítems para evaluar conocimientos sobre la diversidad de la psicología. Teniendo en cuenta la lógica del ABP, estuvo compuesto de problemas donde el estudiante debía demostrar la capacidad que tiene para contextualizar el conocimiento aprendido a lo largo del curso. Se utilizaron ítems del tipo relación de casos o problemas contextuales con elección múltiple y completar mapas, para evaluar aprendizajes conceptuales y procedimentales contemplados en el programa de la materia de Psicología I del CCH. Se realizó un pilotaje con 40 estudiantes de psicología para determinar validez de contenido. El programa *Test Analysis Program 4.2* arrojó índices de discriminación mayores a 0.2, asegurando un buen índice de dificultad del cuestionario.

Este instrumento se aplicó como pre-test (Fase A), tanto al grupo experimental como al control, para conocer los conocimientos previos con los que contaban los estudiantes, y después de haber revisado el tema (Fase B), como posevaluación (Fase A) para conocer los conocimientos adquiridos.

Procedimiento y recogida de datos

Con base en los aprendizajes esperados en la asignatura, se diseñó una planeación didáctica y se procedió a iniciar la intervención en el aula. Cada sesión inició con la presentación del problema a los estudiantes.

“En una colonia existe una banda que se dedica a robar casas. Ya existen 6 miembros y 2 de estos se dedican a reclutar adolescentes en el parque. La comunidad se da cuenta y desea acabar con la situación, su casa es una de las afectadas. El Jefe de la junta vecinal decide convocar una reunión con los ciudadanos y después de un mes capturan al líder de la banda, que es menor de edad. Las autoridades estatales, solicitan la ayuda de un grupo de psicólogos pues no saben qué hacer para que el líder de la banda no vuelva a delinquir”.

A) Como psicólogo, ¿qué enfoque le quedaría mejor respecto a la propuesta inicial que dio? B) Si usted fuera el adolescente del problema, ¿A qué psicólogo iría?” (Preguntas realizadas en la primera sesión)

De acuerdo a este problema, los estudiantes realizaban una primera lluvia de ideas que los llevara a indagar sobre sus conocimientos previos y los nuevos conocimientos que debían construir.

Durante la primera hora se realizaba aprendizaje guiado autodirigido -coordinados por el estudiante con el rol de recursos y el docente-, en la siguiente hora se realizaban diferentes estrategias didácticas –texto teatral narrativo, cuadro sinóptico, dialogo igualitario, analogías, resolución de problemas y debates-, que permitían compartir el conocimiento generado en la primera hora -coordinadas por los estudiantes bajo los roles de moderador y secretario-

Paralelamente al desarrollo de las sesiones se construyó un aula virtual en la plataforma Moodle. En ésta se subían los resúmenes de clase elaborados por los estudiantes, así como videos, infografías, referencias y juegos relacionados con los contenidos revisados en clase.

Para el análisis de datos se utilizó el programa estadístico SPSS26.

Resultados

Encuesta de Autonomía Intelectual

Para asegurar el grado de consistencia y la estabilidad de las puntuaciones de la encuesta, se calculó el índice de confiabilidad obteniendo una alpha de cronbach de 0,87 para la pre-prueba y 0,81 en el post-test, el cual nos permite afirmar que la validez de esta encuesta fue del 87% en el pre-test y del 81 % en el post-test por lo que es un instrumento que permite medir la autonomía.

Al ser una encuesta estadísticamente confiable, se analizaron los datos descriptivos.

Según la Figura 2, se puede concluir que los dos grupos obtuvieron características similares en los niveles de autonomía en el pre-test y el post-test; reflejando un nivel alto de autonomía (122-143) y homogeneidad en los grupos para el pre-test ($\sigma_1 = 8,88$, $\sigma_2 = 14,74$) y el post-test ($\sigma_1 = 9,9$ $\sigma_2 = 9,7$).

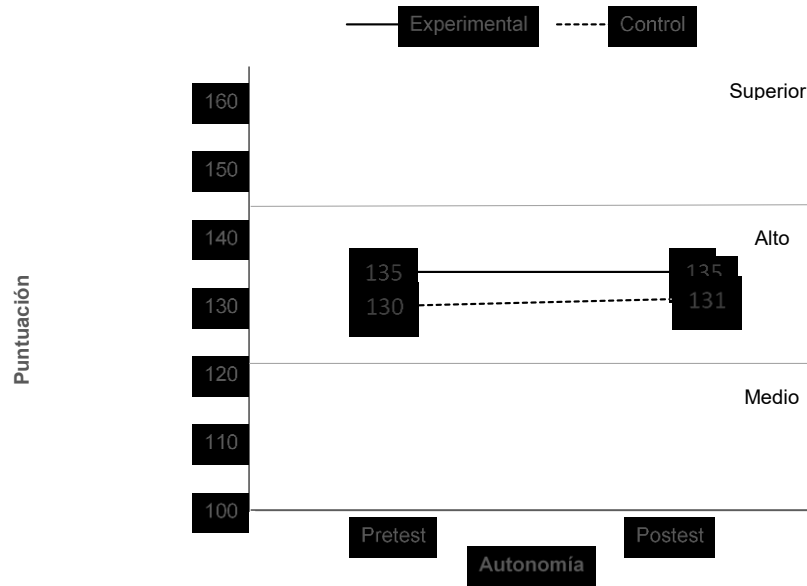


Figura 2. Resultado de media autonomía del grupo experimental y control

Ante la diferencia de medias, se decidió realizar la prueba de t-student (Tabla I). Para ello se comprobaron los supuestos de normalidad y equivalencia entre grupos, lo cual permitió asegurar la normalidad y la homogeneidad de varianzas. Posteriormente, se aplicó la t-student de muestras independientes entre el *pre-test* y el *post-test* de ambos grupos.

Tabla I. Pruebas t student de muestras independientes: Desarrollo de la autonomía en grupo control y grupo experimental

	Grupo	Media	Desv. Típica	Error tip. de la media	95% Intervalo de confianza para la diferencia		t	gl	Sig. (bil.)
					Inferior	Superior			
AUTONOMIA (Pre-test)	Experimental	135,7931	8,88168	1,64929	-1,28129	11,4675	1,6	57	0,115
	Control	130,7	14,74882	2,69275					
AUTONOMIA (Post-test)	Experimental	135,4483	9,91963	1,84203	-1,33515	8,89836	1,48	57	0,144
	Control	131,6667	9,70721	1,77229					

En cuanto al pre-test, no se encontraron diferencias estadísticamente significativas en el desarrollo de la autonomía entre el grupo experimental y el grupo control ($t=1,6$; $p=0,11$). Y en relación al post-test, tampoco se encontraron diferencias estadísticamente significativas en el desarrollo de la autonomía entre el grupo experimental y el grupo control ($t=1,48$; $p=0,14$). Lo

anterior permite observar que la propuesta metodológica del ABP diseñada no permitió desarrollar la autonomía intelectual.

Rúbrica de evaluación del Trabajo Colaborativo

Se realizó una gráfica descriptiva exponencial que describe los resultados finales de las rúbricas, encontrando que la metodología ABP promovió el desarrollo del trabajo colaborativo en los estudiantes del grupo experimental del CCH-Vallejo.

En la Figura 3 se observa el crecimiento del trabajo colaborativo de los cinco grupos de trabajo del aula a medida que avanzaban las sesiones. Se graficó una línea de tendencia que permite ver que los puntajes ascienden con el desarrollo de la materia y la construcción de conocimiento.

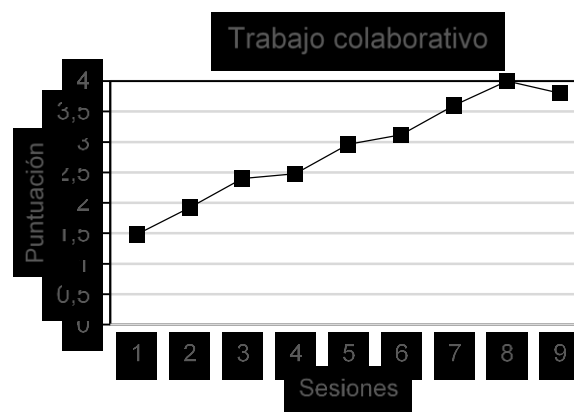


Figura 3. Desarrollo del trabajo colaborativo del grupo experimental

Para identificar la significancia estadística se realizó la prueba de Shapiro-Wilk, encontrando que las significancias eran menores a (0,05), lo cual permitió afirmar que la distribución no era normal. Por ello se realizó la prueba no paramétrica de Wilcoxon, encontrando ($z=-4,756$; $p=0,000$), con esto se afirma que se encuentra evidencia suficiente para decir que la metodología ABP, como se observa en la Figura 4, produce un efecto diferencial en el trabajo colaborativo de los estudiantes con un nivel de confianza del 99,9%.

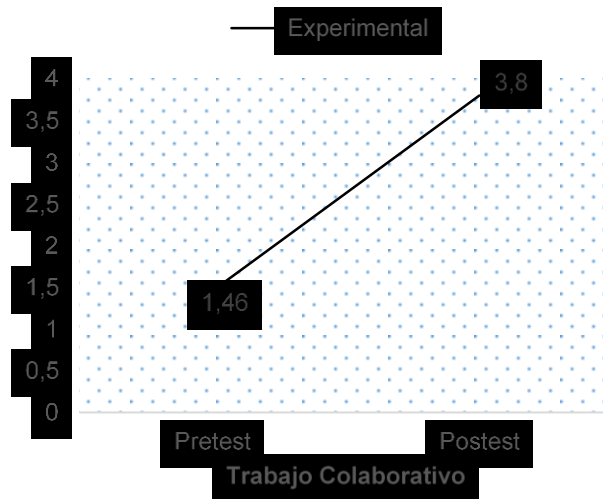


Figura 4. Media de Trabajo colaborativo del grupo experimental

Cuestionario de Conocimientos sobre Diversidad de la Psicología

Se aplicó la prueba estadística *t-student* de muestras independientes para identificar si existían diferencias estadísticamente significativas en el Cuestionario de conocimientos entre el pre-test y el post-test del grupo experimental y del grupo control. Lo anterior permite conocer si la metodología ABP implementada en la investigación promueve el mejor desempeño académico en el tema *La diversidad de la psicología*.

Según la Figura 5, producto de los análisis descriptivos, se evidencia que los dos grupos aumentaron su puntuación en el Cuestionario de conocimientos después de la intervención. También se puede concluir que los dos grupos presentan diferencias en el pre-test y el post-test; pues los estudiantes del grupo control poseen más conocimiento previo que los estudiantes del grupo experimental, y los estudiantes del grupo experimental poseen mayor conocimiento después de la intervención. Sin embargo, los dos grupos presentan un aumento en la construcción de conocimientos después de la intervención.

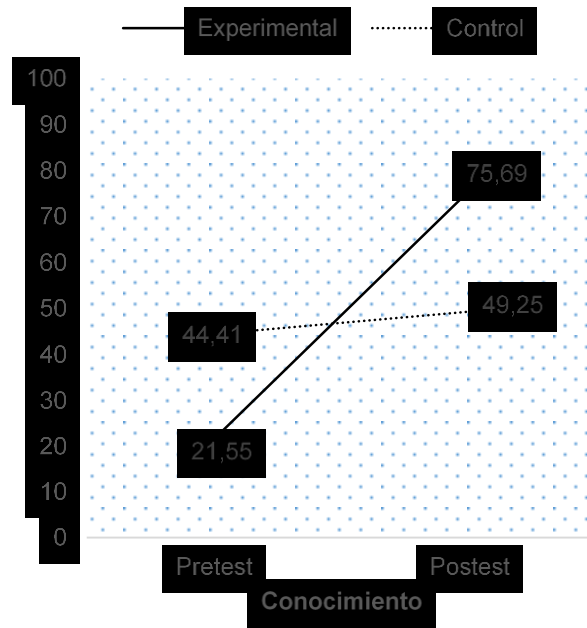


Figura 5. Comparación de los Descriptivos del Cuestionario de conocimientos

Como se observa en la Tabla II, no se encontraron diferencias estadísticamente significativas en el pre-test entre el grupo experimental y el grupo control ($t=-5,46$; $p=0,06$). Lo anterior permite afirmar que estadísticamente los grupos poseían condiciones similares de conocimiento y fue posible compararlos. Por otro lado, para el post-test sí se encontraron diferencias estadísticamente significativas en la construcción de conocimientos de los estudiantes entre el grupo experimental y el grupo control ($t=5,6$; $p=0,00$). Lo cual permite inferir que la construcción de conocimientos fue mayor en el grupo experimental respecto al grupo control, y que la intervención educativa influyó en estos resultados.

Tabla II. Pruebas *t* student de muestras independientes: Cuestionario de conocimientos en el grupo control y grupo experimental.

	Grupo	Media	Desv. Típica	Error tip. de la media	95% Intervalo de confianza para la diferencia		t	gl	Sig. (bil.)
					Inferior	Superior			
CONOCIMIENTO (Pre-test)	Experimental	21,552	13,0831	2,4295	-31,2397	-14,4902	-5,467	57	0,06
	Control	44,417	18,4844	3,3748					
CONOCIMIENTO (Post-test)	Experimental	75,69	15,824	2,9385	17,1246	35,7548	5,684	57	0,00
	Control	49,25	19,6318	3,5843					

Para identificar específicamente el comportamiento de los resultados del post-test de cada grupo, comparados con su propia línea base, se aplicó t-student de muestras relacionadas.

Grupo control

De acuerdo a la Tabla III, las puntuaciones del Cuestionario de conocimientos no presentan diferencias estadísticamente significativas después de las nueve sesiones de trabajar el tema *La diversidad de la psicología* desde la propuesta de la profesora del grupo control ($t=1.01$; $p=0.32$). Para este cálculo se tuvo en cuenta la distribución de grados de libertad que correspondía a $n-1$ (29), obteniendo un valor de 2,045 y al ser menor el resultado de la t , se encontró que las puntuaciones del test de conocimiento no se vieron afectadas después de las nueve sesiones de psicología.

Tabla III. Pruebas *t student* de muestras relacionadas: Cuestionario de conocimientos en el grupo control

	Media	Desv. Típica	Error tip. de la media	95% Intervalo de confianza para la diferencia		t	gl	Sig. (bil.)
				Inferior	Superior			
Par 1								
CONOCIMIENTO (Pre-test)	-4,8333	26,1456	4,7735	-14,5963	4,9296	-1,013	29	0,32
CONOCIMIENTO (Post-test)								

Grupo experimental

En los resultados que se muestran en la Tabla IV, se observa que las puntuaciones del Cuestionario de conocimientos presentan diferencias estadísticamente significativas después de las nueve sesiones de trabajar el tema *La diversidad de la psicología* con una propuesta desde la metodología ABP ($t=13.07$; $p=0.000$). Para este cálculo se tuvo en cuenta la distribución de grados de libertad que correspondía a $n-1$ (28), obteniendo un valor de 2,048 y al ser mayor el resultado de la t mayor. Se concluye que las puntuaciones del Cuestionario de conocimientos aumentaron significativamente después de la intervención con metodología ABP.

-54,1379	22,3035	4,1416	-62,6217	44,6541	-13,072	28	0,000
----------	---------	--------	----------	---------	---------	----	-------

Discusión

Como parte del objetivo general, se buscaba promover la autonomía por medio de la metodología ABP. Después de la intervención, los estadísticos descriptivos sugirieron la promoción de la autonomía en el grupo experimental. Sin embargo los resultados no fueron estadísticamente significativos.

Por otro lado, Littlewood (1999), contemplando lo propuesto por Benson propone la existencia de la autonomía intelectual reactiva y proactiva. La reactiva referida a que el estudiante no determina sus orientaciones pues éstas son establecidas por el docente o la institución, pero organiza sus recursos de forma autónoma. Y la proactiva que permite al estudiante generar reflexiones sobre su proceso de aprendizaje, definir objetivos con la guía del docente, seleccionar rutas de aprendizaje y autoevaluar sus resultados en el proceso de construcción del conocimiento.

En esta investigación se pretendía desarrollar la autonomía intelectual ligada a aspectos proactivos. Según los resultados, no se encontraron diferencias significativas en la autonomía después de la intervención, es posible que esto se deba a que los estudiantes del CCH, dentro del proceso educativo, no han tenido la necesidad de responsabilizarse y tener control sobre su propio aprendizaje; lo cual los sitúa en la autonomía intelectual reactiva.

Esta autonomía intelectual proactiva, según Benson (2001), se desarrolla con el tiempo y a la par con los procesos de desarrollo. Sin embargo, es necesario que el docente promueva al aprendiz para que desarrolle responsabilidad sobre su propio proceso de aprendizaje, guiándolo en su proceso de empoderamiento y aplicando estrategias metacognitivas, sociales y afectivas.

La promoción del trabajo colaborativo que se observó como resultado de esta investigación, abona evidencia que se suma a las investigaciones de González, Martín, Carbonero y Lara (2013); Pantoja y Covarrubias (2013) quienes señalan que mediante el ABP

los estudiantes perciben una promoción de la colaboración al tomar decisiones en equipo, ayudarse, conocerse y retroalimentarse mutuamente.

Se atribuye el éxito de la intervención a la realización de actividades en donde los estudiantes tuvieron un objetivo común de grupo y que cada uno aportó un elemento para alcanzar la meta propuesta, ratificando que dentro del desarrollo de las estrategias de aprendizaje contempladas en la construcción del diseño instruccional y la intervención, se debe tener presente la importancia de la comunicación, conversación y el acceso a la información (Kauchak y Eggen, 1998).

Por otro lado, al igual que Im y Lee (2003), en esta investigación se considera que la retroalimentación oportuna a los estudiantes por parte del docente y sus pares, permite promover la comunicación por medio de discusiones sincrónicas y asincrónicas; desde la interacción social hasta el desarrollo de la tarea.

En el pre-test, se observaron diferencias en los conocimientos previos para el tema de la diversidad de la psicología, ya que el grupo control tenía una puntuación mayor que el grupo experimental.

Sin embargo, al realizar las pruebas estadísticas no se encontraron diferencias significativas entre el pre-test y el post-test del grupo control, por lo que es posible suponer que el rendimiento se ve afectado -disminuido- si las actividades planeadas por el docente no implican un reto para el estudiante.

El hallazgo anterior contradice la afirmación sobre el conocimiento previo como predictor del buen rendimiento futuro del estudiante (Escudero, 1981; Reparaz, Tourón y Villanueva, 1990).

Por otro lado, Perez y Díaz (1994) en sus investigaciones sobre niños superdotados y su bajo rendimiento en escuelas regulares, argumentan que aunque existe conocimiento previo, la baja dificultad de la tarea y la desmotivación de los estudiantes dificultan su rendimiento futuro.

En esta investigación se encuentra algo similar, ya que los resultados del post-test no indican un mejor desempeño en aquellos estudiantes con mayores conocimientos previos, sino en los que fueron intervenidos con metodología ABP. Por lo que es posible suponer que cuando existen conocimientos previos sobre un tema, se deben utilizar mayores estrategias de motivación que lleven al estudiante a utilizar sus potencialidades para co-construir el conocimiento que ya han adquirido (Jiménez, Vega, Capa, Fierro y Quichimbo, 2019).

En esto radica la importancia de la evaluación diagnóstica, si se reconoce al estudiante como un sujeto activo, el docente debería identificar los conocimientos previos e intereses de éste al inicio de cualquier curso.

En cuanto al grupo experimental, si se encontraron diferencias significativas entre pre-test y post-test. Este resultado puede ser explicado según Morales y Landa (2008) como una de las bondades del ABP, puesto que desde el inicio del proceso de la aplicación de la estrategia permite explorar los aprendizajes previos de los estudiantes y contemplarlos dentro de las sesiones.

Al igual que Barrows (1986); Urrutia, Hamui-Sutton, Castañeda, Fortoul van der Goes y Guevara (2011); Restrepo *et al.* (1997) y Romero, Rodríguez y Gómez (2008), en este trabajo la metodología ABP también mejoró la comprensión y la construcción de conocimientos de los estudiantes motivándolos a investigar y aprender, incluso cuando fue llevado a cabo en un nivel educativo medio superior.

Aún y cuando los resultados de la presente investigación coinciden con múltiples estudios, difieren de los resultados de otras investigaciones que no hallaron diferencias significativas en el aprendizaje de contenidos empleando ABP (Fasce *et al.*, 2001; Fuentes y Pérez, 2013). Es probable que en estas investigaciones se hayan empleado algunos elementos del ABP, como es la utilización de un problema, pero no se hayan incorporado otros elementos que también son importantes en la metodología, como serían, los espacios de aprendizaje autónomo, los espacios de socialización del conocimiento, los roles dentro del grupo, el papel facilitador del docente, el rol activo del estudiante y la planeación microcurricular.

A manera de cierre, el trabajo colaborativo, implícito en la metodología ABP, permite que se genere la colaboración entre miembros del grupo con mayores conocimientos previos; actuando éstos a su vez como facilitadores de sus pares en el proceso de construcción del conocimiento y generando procesos de andamiaje. Lo anterior permite que todos los actores construyan los conocimientos esperados y, de acuerdo con sus experiencias previas, elaboren nuevos conocimientos que los guíen a un estadio superior al esperado.

Se puede atribuir el éxito de la intervención al proceso de construcción del diseño microcurricular desde la metodología ABP, al proceso realizado teniendo en cuenta los fundamentos metodológicos en la asignatura *La diversidad de la psicología*, y a la utilización de material didáctico digital (TIC) desde la perspectiva del cambio social, en donde la

metodología y las actividades de la planeación promueven el aprendizaje de los estudiantes (Castellano, Luque y Pantoja, 2017; Bloome, Castanheira, Leung y Rowsell, 2019).

Adicionalmente, la utilización de la plataforma virtual permitió complementar el proceso de enseñanza-aprendizaje, ya que los estudiantes accedieron a material didáctico complementario como actividades audiovisuales e interactivas, y el docente pudo observar el desempeño individual y reflexionar sobre los procesos de construcción del conocimiento de los estudiantes a lo largo de las sesiones.

Para futuras investigaciones que estén interesadas en utilizar la metodología ABP, se recomienda considerar todos los elementos descritos en esta investigación, incluyendo el uso e implementación de las TIC's, y no priorizar sólo alguno de ellos como la utilización de un problema. Adicionalmente, se sugiere explorar la metodología ABP en diferentes niveles educativos y contextos diversos, e incluir planeaciones de asignaturas en nivel medio superior que se realicen con base en una metodología ABP, en particular, en el CCH, ya que permite aumentar el desempeño académico, mitigar las tasas de reprobación, la baja eficiencia terminal, cumplir con los objetivos institucionales y preparar al adolescente para el próximo nivel de estudios y para la vida.

Referencias

Albanese, M., y Mitchell, S. (1993). Problem-Based Learning: A review of the literature, its outcomes and implementation issues. *Academic Medicine*. 68(1), 52- 81. <https://pubmed.ncbi.nlm.nih.gov/8447896/>

Álvarez A., y Del Río P. (1990). Educación y desarrollo: la teoría de Vigotsky y la zona de desarrollo próximo. En Coll, C., Palacios, J., y Marchesi, A. (Eds.) *Desarrollo psicológico y educación. Psicología de la educación escolar*. (1.ª ed., vol. 2). Madrid: Alianza.

Ausubel, D., Novak, J., y Hanesian, H. (2012). *Psicología educativa. Un punto de vista cognoscitivo* (2.ª ed.). México: Trillas. (Original publicado en 1983)

Barrows, H. (1986). A Taxonomy of problem based learning methods. *Medical Education*, 20, 481-486.

Barrows, H. (1992). *The Tutorial Process*. Springfield: Southern Illinois University School of Medicine.

Benítez, M., Cruces, E., De Haro, J. y Sarrión, M. (2010, 8-9 de julio). *Aprendizaje basado en problemas a través de las TIC* [ponencia]. XIX Jornadas de la Asociación de Economía de la Educación, Zaragoza, España.

<https://2010.economicsofeducation.com/es/program/index.html>

- Benson, P. (2001). *Teaching and Researching Autonomy in Language Learning*. Harlow: Pearson Education Limited.
- Biggs, J. (2010). *Calidad del aprendizaje universitario* (Teaching for quality learning at university, trad.). Madrid: Narcea.
<https://barajasvictor.files.wordpress.com/2014/05/libro-j-biggs.pdf>
- Bloome, D., Castanheira, M., Leung, C., y Rowsell, J. (eds). (2019). *Re-theorizing literacy practices. Complex Social and Cultural Contexts*. Routledge.
<https://www.taylorfrancis.com/books/e/9781351254229>
- Boud, D., y Feletti, G. (1997). *The challenge of problem-based learning* (2ª ed.). London: Kogan Page Limited. <https://eric.ed.gov/?id=ED415220> (Original publicado en 1991).
- Branda, L. A. (2009). El aprendizaje basado en problemas. De herejía artificial a res popularis. *Educación Médica*, 12(1), 11-23.
- Brockbank, A. y McGill, I. (2002). *Aprendizaje reflexivo en la educación superior*. Morata.
<https://edmorata.es/libros/el-curriculum-oculto/>
- Bruner, J. (1971). *The relevance of education*. New York: Norton.
- Carretero, M. (2009). *Constructivismo y educación*. Paidós.
- Castellano, E. y Pantoja, A. (2017). Eficacia de un programa de intervención basado en el uso de las TIC en la tutoría. *Revista de Investigación Educativa*, 35(1), 215-233. DOI:<http://dx.doi.org/10.6018/rie.35.1.248831>
- Clemens, A., Tapia, S., y Olivares, S. (2015). Desarrollo del pensamiento crítico mediante el aprendizaje colaborativo en alumnos de primaria. *Rieege*. 6 (11), 1-57.
- Coll, C., Palacios, J., y Marchesi, A. (Compiladores) (2001). *Desarrollo psicológico y educación* (1ª ed., vol. 2). *Psicología de la educación escolar*. Madrid: Alianza.
- Cyr, P. (1996). *Les stratégies d'apprentissage d'une langue seconde* (1ª ed.). Anjou [Québec]: Editions CEC.
- Díaz-Barriga, F. (2005). *Enseñanza situada: Vínculo entre la escuela y la vida* (1ª ed.). México: McGraw Hill.
- Díaz Barriga, F. y Hernández, G. (2002). *Constructivismo y aprendizaje significativo. En: Estrategias docentes para un aprendizaje significativo* (2ª ed.). México: Mc Graw Hill. (Original publicado en 1999).
- Duch, B., Groh, S., y Allen, D. (2001). *The power of problem-based learning* (1ª ed.). Virginia: Stylus Publishing; LLC.
- Dueñas, V. H. (2001): El aprendizaje basado en problemas como enfoque pedagógico en la educación en salud. *Colomb. Medica*, 32(4) 189-196.
<http://colombiamedica.univalle.edu.co/Vol32No4/aprendizaje.pdf>.
- ENCCH. (2017). Informe de gestión directiva 2017.
<http://www.planeacion.unam.mx/informes/PDF/CCH-2017.pdf>

- ENDEMS. (2012). Reporte de la Encuesta Nacional de Deserción en la Educación Media Superior.
http://www.sems.gob.mx/work/models/sems/Resource/10787/1/images/Anexo_6Reporte_de_la_ENDEMS.pdf.
- Escudero, J. M. (1981). *Modelos Didácticos* (1ª ed.). Barcelona: Oikos Tau.
- Fasce, H., Calderón, B., Braga, I. De Orúe, M., Mayer, H., Wagemann, H., y Cid, S. (2001). Utilización del aprendizaje basado en problemas en la enseñanza de física en estudiantes de medicina. Comparación con enseñanza tradicional. *Revista Medica de Chile*, 129(9), 103-137. <http://dx.doi.org/10.4067/S0034-98872001000900008>
- Flores, L., y Meléndez, C. (2017). Variación de la autonomía en el aprendizaje, en función de la gestión del conocimiento, para disminuir en los alumnos los efectos del aislamiento. *Revista de Educación a Distancia (RED)*, 17(54), 1-15. <https://revistas.um.es/red/article/view/298871>
- Fuentes, V., y Pérez, C. (2013). Estudio comparativo entre metodologías Aprendizaje Basado en Problemas y tradicional en Módulo de Enseñanza. *Revista de Educación en Ciencias de la Salud*, 10(2) 107-113. <http://www2.udec.cl/ofem/recs/>
- González, G., Martín, P., Carbonero, M., y Lara, F. (2013). Evaluación por competencias de los estudiantes de Enfermería a través del Aprendizaje Basado en Problemas. *Enfermería Universitaria*. 10(4), 120-124. [https://doi.org/10.1016/S1665-7063\(13\)72640-X](https://doi.org/10.1016/S1665-7063(13)72640-X)
- Gómez, B., y Mei, P. (2007). Promoting positive young development in schools. *Theory into Practice*. 46(2), 97-104. <https://doi.org/10.1080/00405840701232752>
- Hmelo-Silver, C. E., y Ferrari, M. (1997). The Problem-Based Learning tutorial: Cultivating Higher Order Thinking Skills. *Journal for the Education of the Gifted*, 20(4), 401-422. <https://doi.org/10.1177%2F016235329702000405>
- Im, Y., y Lee, O. (2003). Pedagogical Implications of Online Discussion for Preservice Teacher Training. *Journal Of Research On Technology In Education*, 36(2), 155-170. <https://doi.org/10.1080/15391523.2003.10782410>
- Jiménez, L. S., Vega, N., Capa, E. D., Fierro, N. del C. y Quichimbo, P. (2019). Estilos y estrategia de enseñanza-aprendizaje de estudiantes universitarios de la Ciencia del Suelo. *Revista Electrónica de Investigación Educativa (REDIE)*, 21(4), 1-10. <https://doi.org/10.24320/redie.2019.21.e04.1935>
- Kauchak, D., y Eggen, P. (1998). *Learning & teaching: Research-based methods* (3rd ed.). Boston: Allyn y Bacon. (Original publicado en 1989).
- Kolloffel, B., Eysink, T. y Jong, T. (2011). Comparing the Effects of Representational Tools in Collaborative and Individual Inquiry Learning. *Computer-Supported Collaborative Learning*, 6, 223-251. <https://doi.org/10.1007/s11412-011-9110-3>
- Lai, P., y Chu, K. (2000, 2-5 July). Can PBL work for surface students? [conference]. ASET / HERDSA Joint International Conference. Queensland, Australia. <https://www.ascilite.org/conferences/aset-archives/confs/aset-herdsa2000/procs/chu1.html>

- Littlewood, W. (1999). Defining and Developing Autonomy in East Asian Contexts. *Applied Linguistics*, 20(1), 71-94. <https://doi.org/10.1093/applin/20.1.71>
- Martínez, V. (2009). Diversos condicionantes del fracaso escolar en la educación secundaria. *Revista Iberoamericana de Educación*, 51, 67-85. <https://doi.org/10.35362/rie510622>
- Mondragón, A., y Fuentes, H. (2016). La impartición de mejores clases podría contribuir a disminuir la deserción en el bachillerato. *Poiética*, (7), 28-33. <http://www.cch-naucalpan.unam.mx/V2018/imgprin/publicaciones/Poietica/Poietica7.pdf>
- Morales, P., y Landa, V. (2004). Aprendizaje basado en problemas problem – based learning. *Theoria*, 13, 145-157. https://cmappublic.ihmc.us/rid=1152868048651_1396346847_11204/pb11.pdf
- OCDE. (2014). *Panorama de la educación 2014: Indicadores OCDE*. <http://www.oecd.org/education/Mexico-EAG2014-Country-Note-spanish.pdf>
- O'Malley, J. M., y Chamot, A. U. (1990). *Learning strategies in second language acquisition* (1.st ed.). Cambridge, UK: Cambridge University Press.
- Oxford, R. (2011). *Teaching and Researching: Language Learning Strategies* (1.st ed.). Edimburg Gate: Pearson Education Limited, (342 p.)
- Pantoja, J., y Covarrubias, P. (2013). La enseñanza de la biología en el bachillerato a partir del aprendizaje basado en problemas (ABP). *Perfiles Educativos*, 32(139), 93-109. <https://doi.org/10.22201/iisue.24486167e.2013.139.35714>
- Perez, L y Diaz, O. (1994). Bajo rendimiento académico y desintegración. *Faisca, Revista altas capacidades*, 1, 103-128. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=2477692>
- Prieto, A., Barbarroja, J., Reyes, E., Monserrat, J., Diaz, D., Villarroel, M., y Álvarez, M. (2006). Un nuevo modelo de aprendizaje basado en problemas, el ABP 4x4, es eficaz para desarrollar competencias profesionales valiosas en asignaturas con más de 100 alumnos. *Aula abierta*, 87, 171-194. <http://www.journals4free.com/link.jsp?l=38964792>
- Repáraz, C., Tourón, J., y Villanueva, C. (1990). Estudio de algunos factores relacionados con el éxito académico en 8º de EGB. *Bordón*, 42(2), 167-178. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=54333>
- Restrepo, B., García, N., Ceballos, M., Arango, A., Aponte, A., Bernal, T. Ramírez, L., Gómez, M., Yepez, T., Calvo, Y., Beltrán, H., Sierra, J., Escobar, J., y Velasquez, A. (1997). El aprendizaje basado en problemas en la formación de profesionales de la salud, Rionegro-Antioquia: 1996. *Investigación y Educación en Enfermería*, 15(2), 83-103. <https://revistas.udea.edu.co/index.php/iee/article/view/16946/14677>
- Ríos, L., Urrutia, M., y Contreras, O. (2013). Moléculas presentes en las células: un logro de los aprendizajes con la estrategia de ABP. *Didáctica en las ciencias*. <https://www.raco.cat/index.php/Ensenanza/article/viewFile/308186/398180>
- Romero, J., Rodríguez, A., y Gómez, J. (2008). Evaluación de escenarios para el aprendizaje basado en problemas (ABP) en la asignatura de química de bachillerato. *Didáctica de la química. Educación química*, 19(3) http://www.scielo.org.mx/scielo.php?pid=S0187-893X2008000300006&script=sci_arttext

- Romero, A., Jara, P., Marín, F., Millán, A. y Carrillo, E. (2009, 22 de junio). *El aprendizaje basado en problemas (ABP) como práctica multiasignatura con grupos grandes. Experiencia de una práctica ABP en cuatro asignaturas de primer curso de licenciado en Psicología de la Universidad de Murcia*. Taller internacional sobre ABP/EBL. International Workshop on Problem Based Learning and Enquired Based Learning. Madrid. <https://www.um.es/docencia/agustinr/ie/prodcien/13-2009-PosterABPprimero6-UAM.pdf>
- Rué, J. (2009). *El Aprendizaje Autónomo en Educación Superior*. España: Narcea.
- Schmidt, H. G. (1983). Problem-Based Learning: Rationale and Description. *Medical Education*, 17, 11-16. <https://doi.org/10.1111/j.1365-2923.1983.tb01086.x>
- Sola, C. (2005). *Aprendizaje Basado en Problemas, de la teoría a la práctica*. México: Trillas.
- Solórzano-Mendoza, Y. (2017). Aprendizaje autónomo y competencias. *Dominio de las Ciencias*, 3, 241-253. <https://dominiodelasciencias.com/ojs/index.php/es/article/view/390/pdf>
- Urrutia, M., Hamui-Sutton, A., Castañeda, S., Fortoul van der Goes, T., y Guevara, R. (2011). Impacto del aprendizaje basado en problemas en los procesos cognitivos de los estudiantes de medicina. *Gaceta Médica de México*. 147, 385-393. http://anmm.org.mx/GMM/2011/n5/14_GMM_Vol_147_-_5_2011.pdf
- Vizcarro, C., y Juárez, E. (2008). ¿Qué es y cómo funciona el aprendizaje basado en problemas?. En García, J. (Ed.). *El aprendizaje basado en problemas en la enseñanza universitaria* (pp. 17-36). España: Editorial Universidad de Murcia.
- Wilkerson, L., y Gijsselaers, W. (1996). *Bringing problem-based learning to higher education: theory and practice*. San Francisco: Jossey-Bass Inc. Publishers.
- William, S., y Gallagher, S. (Eds.). (1993). Problem-based learning: As authentic as it gets. *Educational Leadership*, 50(7), 25-28. http://www.ascd.org/publications/educational_leadership/apr93/vol50/num07/Problem-Based_Learning@_As_Authentic_As_It_Gets.aspx

Autoras

Angie Ximena Valles Ramírez. <https://orcid.org/0000-0002-5159-2806>

Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM), México.
Maestra en Docencia para la Educación Media Superior por la UNAM. Psicóloga por la Fundación Universitaria Sanitas. Equipo editorial de la Revista Internacional de Psicología.

Patricia Covarrubias-Papahiu. <https://orcid.org/0000-0001-9855-3399>

Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM), México.
Dra. en Pedagogía, y psicóloga por la Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM).
Profesora Titular C e investigadora de la Carrera de psicología, de la Facultad de Estudios Superiores Iztacala (UNAM)

FOCANDO O CONCEITO DE CONHECIMENTO EM MODELAGEM MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Carla Melli Tambarussi

carlatambarussi@hotmail.com

<https://orcid.org/0000-0002-4359-1766>

Maria Aparecida Viggiani Bicudo

mariabicudo@gmail.com

<https://orcid.org/0000-0002-3533-169X>

Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” – UNESP
Rio Claro, São Paulo, Brasil

Recibido: 2020-09-05; **Aceptado:** 2020-11-30

Resumo: Afirmações que articulam Modelagem Matemática e *conhecimento* são recorrentes na literatura sobre MM. Dando-nos conta da complexidade desse tema, perquirimos a interrogação: *Como “conhecimento” é expresso nas dissertações e nas teses sobre Modelagem Matemática na Educação Matemática?* O primeiro passo foi selecionar as pesquisas que seriam analisadas. Contamos com o auxílio de uma investigação que expôs um estado da arte sobre MM. Completamos esses dados com a busca em sites dos programas de pós-graduação. Com o levantamento das pesquisas e a seleção daquelas que, em seus resumos, apresentam a palavra *conhecimento*, selecionamos 79 dissertações e teses, as quais foram analisadas segundo os procedimentos da pesquisa fenomenológica. Das análises e interpretações, destacamos que: *conhecimento* tem como “ponto de partida” situações da *realidade*; o trabalho com atividades de MM conduz à *construção*, à *ampliação*, à *aquisição* e à *produção* de *conhecimento*; o professor interage com os alunos no desenvolvimento da atividade proposta; a relação de diálogo parece ser interrompida, quando o professor apresenta o conteúdo matemático; de modo geral: há um vazio nas explicitações sobre a articulação entre *conhecimento* e *realidade*; a *realidade* é tomada empiricamente; na Educação Matemática, a Modelagem não considera a predição de situações futuras possibilitadas pelo modelo matemático.

Palavras-chave: *Conhecimento*; Fenomenologia; Modelagem Matemática.

DESTACANDO EL CONCEPTO DE *CONOCIMIENTO* EN EL MODELADO MATEMÁTICO EN LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Resumen:

Las afirmaciones que relacionan Modelación Matemática - MM y conocimiento son recurrentes en la literatura sobre MM. Dándonos cuenta de la complejidad de ese tema, nos formulamos la siguiente interrogante: ¿Cómo “conocimiento” es expresado en las disertaciones y en las tesis sobre Modelación Matemática en Educación Matemática? El primer paso fue seleccionar las pesquisas que serían analizadas. Contamos con el auxilio de una investigación relativa al estado del arte sobre MM. Completamos esos datos con la búsqueda en sites de los programas de postgrado. Luego del levantamiento de las pesquisas y la selección de aquellas que, en sus resúmenes, presentaban la palabra conocimiento, seleccionamos 79 disertaciones y tesis, la cuales fueron analizadas según los procedimientos de la pesquisa fenomenológica. De los

análisis e interpretaciones, destacamos que: conocimiento tiene como “punto de partida” situaciones de la realidad; el trabajo con actividades de MM conduce a la construcción, la ampliación, la adquisición e la producción de conocimiento; el profesor interactúa con los alumnos en el desenvolvimiento de la actividad propuesta; la relación de diálogo parece ser interrumpida, cuando el profesor presenta el contenido matemático; de modo general: hay un vacío en las explicaciones sobre la articulación entre conocimiento y realidad; la realidad es tomada empíricamente; en la Educación Matemática, la Modelación no considera la predicción de situaciones futuras possibilitadas por el modelo matemático.

Palabras Clave: Conocimiento; Fenomenología; Modelación Matemática.

FOCUSING ON THE CONCEPT OF KNOWLEDGE IN MATHEMATICAL MODELING IN MATHEMATICS EDUCATION

Abstract: Statements that articulate Mathematical Modeling and *knowledge* are recurrent in the literature about MM. Recognizing the complexity of such theme we asked the question: *How is "knowledge" expressed in dissertations and theses about mathematical modeling in mathematics education?* The first step consisted in selecting research projects to be analyzed. We were aided by an investigation that described the state of the art on MM. We complemented those data by searching graduate programs websites. As a result of the survey of research projects and the selection of work that presented the word *knowledge* in their abstracts, we were able to select 79 dissertations and theses, which were analyzed according to the procedures of phenomenological research. After the analyses and interpretations, we were able to highlight that: the “starting point” of *knowledge* are *real-life* situations; working with MM activities leads to the construction, expansion, acquisition and production of *knowledge*; teachers interact with the students in the development of the activities proposed; the dialogical relationship seems to be interrupted when the teacher presents mathematical content; in general: there seems to be a gap in the statements about the articulation between *knowledge* and *reality*; *reality* is taken empirically; in mathematics education, modeling does not consider the prediction of future situations afforded by mathematical models.

Keywords: Knowledge; Phenomenology; Mathematical Modeling.

Introdução

Neste artigo¹, buscamos saber: *Como “conhecimento” é expresso nas dissertações e nas teses sobre Modelagem Matemática na Educação Matemática?* Levantamos essa interrogação, tendo em vista que, no âmbito da literatura sobre Modelagem Matemática² na Educação Matemática, são recorrentes as afirmações que expressam que: “[...] a modelagem pode contribuir não somente para aprimorar o ensino e a aprendizagem matemática, como também para provocar uma reação e interação entre corpo docente e discente envolvidos na contínua e

¹ O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.

² No decorrer do texto, podemos nos referir à Modelagem Matemática na Educação Matemática como Modelagem Matemática, Modelagem ou MM.

necessária *produção do conhecimento*” (Biembengut, 2009, p. 17-18, grifo nosso); a “Modelagem Matemática [é] um ambiente de ensino e de aprendizagem [...] cabendo ao professor o acompanhamento das atividades, no sentido de conduzir o aluno na/para a *construção do conhecimento matemático* previsto no planejamento escolar” (Chaves, 2005, p. 37, grifo nosso, inserção nossa); “[...] para a resolução de um problema, [se] o conteúdo necessário à sua resolução, ainda não tenha sido trabalhado pelo aluno, então é um momento importante para que o professor, na condição de mediador favoreça ao estudante a *construção desse conhecimento*” (Burak, 2010, p. 22, grifo nosso).

São afirmações importantes no contexto da Modelagem Matemática, pois abarcam a complexidade da *possibilidade de conhecimento*. Sendo assim, mostrou-se significativo esclarecer de que modo *conhecimento* é abordado nas produções sobre MM na Educação Matemática. Há um leque grande de trabalhos que reunimos sob a categoria “produção”, como: artigos de periódicos, artigos de anais de evento, livros, capítulos de livros, dissertações de mestrado, teses de doutorado. Visando à explicitação mais aprofundada do assunto, aqui em pauta e frente à diversidade das modalidades de publicações, optamos por olhar para as dissertações e para as teses.

Entretanto, considerando o quantitativo de dissertações e de teses e as diferentes plataformas em que elas ficam arquivadas, começamos a pensar em como efetuar o levantamento. Nesse contexto, no GT10 - Grupo de Trabalho de Modelagem Matemática no VII Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática (SIPEM), foi apresentada a pesquisa de Soares (2017), em que a autora traz o estado da arte das pesquisas acadêmicas sobre Modelagem na Educação Matemática, desenvolvidas no período de 1979 a 2015 e, no final do trabalho, arrola os resumos das 261 pesquisas levantadas.

Entendemos que ali estava um material que vinha ao encontro do que buscávamos: dissertações e teses sobre Modelagem Matemática. Entretanto, essa investigação se estendia até 2015 e, considerando que a pesquisa por nós proposta avançava para além dessa data, demos continuidade à investigação de Soares (2017). Desse modo, acessamos o banco de teses da Capes³ e, em seus buscadores, digitamos: “Modelagem Matemática + Educação Matemática”, definidos para os anos de 2016, 2017 e 2018⁴. Obtivemos 62.217 pesquisas, as quais, a um olhar

³<https://catalogodeteses.capes.gov.br/catalogo-teses#!/>

⁴ Na data em que efetuamos a busca, não estava disponível o filtro para o ano de 2019.

mais demorado, não se referiam, explicitamente, à Modelagem Matemática na Educação Matemática. Isso nos conduziu a buscar outro caminho para obter os dados perquiridos.

Adentramos, então, os sites de Instituições dos mesmos programas de pós-graduação nas áreas de Educação e Ensino em que Soares (2017) indicou haver pesquisas sobre Modelagem e buscar pelas pesquisas concluídas nos anos de 2016, 2017, 2018 e 2019. Nessa busca, selecionamos as pesquisas que traziam Modelagem e/ou Modelagem Matemática em seus títulos. Foram identificadas 27 teses (10 na área da Educação e 17 na área de Ensino) e 30 dissertações (6 na área da Educação e 24 na área de Ensino).

Surgiu uma dúvida para nós, ao olharmos para esses dados: haveria outras instituições e programas não apontados por Soares (2017), uma vez que depois de 2015 a área continuou a se expandir? Realizamos, assim, uma busca na plataforma Sucupira, selecionando “Cursos avaliados e reconhecidos” e, nesse item, a opção: “Por área de avaliação”. Fomos direcionadas a uma nova página, na qual constavam todas as áreas de avaliação da Capes. Selecionamos duas delas: Educação e Ensino.

Essa busca resultou em 24 programas da área da Educação e 32 da área de Ensino. Nesses 56 programas, buscamos por pesquisas concluídas que traziam os termos Modelagem e/ou Modelagem Matemática em seus títulos. Com o levantamento explicitado, identificamos 18 dissertações (5 da área da Educação e 13 da área de Ensino) e nenhuma tese.

Os movimentos realizados resultaram em 75 pesquisas (27 teses e 48 dissertações). Adicionamos a esse quantitativo as 261 pesquisas, apresentadas por Soares (2017).

Ao focarmos a interrogação que move esta pesquisa, *como “conhecimento” é expresso nas dissertações e nas teses sobre Modelagem Matemática na Educação Matemática*, tomamos as 336 pesquisas levantadas no período de 1979 a 2019 e selecionamos aquelas que, em seus resumos, trazem a palavra *conhecimento*. A aplicação desse filtro resultou na seleção de 105 pesquisas, dentre as quais, conseguimos, na íntegra, 79 delas.

Como compreendemos o movimento de análise

A análise, que efetuamos, é realizada de acordo com os procedimentos da pesquisa fenomenológica, apresentados por Bicudo (2011). Consideramos que “a investigação que procede de modo fenomenológico é sempre qualitativa” (Bicudo, 2020, p. 51), pois trabalha com o sentido percebido pelo sujeito e por ele expresso pela linguagem. No caso específico

desta investigação, os textos analisados são tomados como o sentido expresso de modo articulado pelos seus autores. Entretanto, é importante enfatizar que não “seguimos” os procedimentos mencionados ao modo de uma metodologia, porém os realizamos como decorrência da postura fenomenológica assumida. Esta diz de vermo-nos e ao mundo como não separados, mas como um entrelaçamento das dimensões da subjetividade, intersubjetividade, objetividade (Bicudo, 2016). Em não havendo separação eu – mundo, ou seja, sujeito do conhecimento e objeto conhecido, o sujeito está sempre junto ao mundo, em uma postura de indagação, intencionando compreendê-lo.

Com essa atitude, colocamo-nos junto ao material de análise, ou seja, os textos das dissertações e das teses e tomamos o texto do autor como o que a nós se mostrou do fenômeno investigado, qual seja: *a compreensão de “conhecimento” expresso nas dissertações e nas teses sobre Modelagem Matemática na Educação Matemática* e fomos a ele, de imediato, sem interpretações prévias do ali dito. Como bússola orientadora na leitura que se seguiu, tomamos a interrogação explicitada, formulando-a, seguidamente, ao texto estudado, para compreender o que ele nos dizia sobre essa indagação.

Ao darmos conta de uma passagem esclarecedora sobre o perguntado, elas eram por nós destacadas. Esses destaques se constituem em Unidades de Sentido - US, uma vez que dizem do sentido que fazem para nós, investigadoras, no momento de compreensão sobre o dito no texto. A análise dessas unidades se constitui no denominado de “Análise Ideográfica” (Bicudo, 2011). Elas *não* são tratadas como “verdades em si”, porém entendidas como abertas à interpretação. Solicitam que sejam explicitadas as compreensões do que está exposto. Ao ser realizada essa interpretação, a US deixa de ser apenas unidade de sentido e se torna mais complexa. Agora é também de significado, na medida em que traz as compreensões do que os sentidos dizem. Transformam-se em Unidades de Significado – USg. Esse é um momento do movimento de análise fenomenológica. Evidencia o explicitado em cada texto, entendido como individual, visto na totalidade dos textos analisados. Essa totalidade está à espreita de ser compreendida. Para tanto, avançamos para o movimento de articular as USg dos diferentes individuais. As US e as USg são enumeradas de 1 a N, denotando-se o indicador do sujeito, das US e das USg, tal como: Sujeito 1, US 1.1; 1.2, Sujeito 2, US 2.1, 2.2, etc. e realizamos um pensar, indagando as ideias subjacentes a elas ou a grupos delas. Esse momento da análise é o de estabelecer ideias mais abrangentes, denominado de Análise Nomotética (Bicudo, 2011);

realizamos convergências de sentidos e de significados em ideias mais abrangentes. É um movimento denominado de *redução*, no âmbito da pesquisa fenomenológica, por ir reunindo, de modo cada vez mais articulado, as ideias compreendidas, deixando de lado as ideias que não dizem da interrogação. Ou seja, estamos realizando o movimento de epoché⁵. Visando à expressão do pensado nesse movimento, as convergências são nomeadas, mediante nomes ou frases que expressem o compreendido pelas investigadoras a respeito dos sentidos e significados reunidos.

O movimento de redução continua, enquanto for visualizado ser possível reunirem-se ideias em todos mais abrangentes. Ao ficar evidente, ou seja, claro, entende-se que a investigação realizada esclareceu quais os invariantes do fenômeno investigado. Perguntamos, então: O que isso diz para a região de inquirido da pesquisa? E para nós pesquisadoras?

Procedemos, no caminho aberto, por essas indagações, à interpretação. Trata-se da realização de uma análise hermenêutica, que expressa um movimento de *interpretar*; “de tornar explícito o implícito, de [des-cobrir] a mensagem, de torná-la compreensível, envolvendo a linguagem nesse processo” (Hermann, 2002, p. 24, inserção nossa).

A análise hermenêutica de textos escritos em linguagem proposicional foca palavras e sentenças que dizem e o modo de dizer no contexto interno e externo ao próprio texto. Uma prática importante dessa análise é destacar as palavras que chamam a atenção em unidades de significado, ou seja, sentenças que respondem significativamente à interrogação formulada, e buscar pelas origens etimológicas, focando também o que querem dizer na totalidade do texto analisado e quais possíveis significados carregam no contexto do texto (Bicudo, 2011, p. 49).

A seguir, expomos o movimento da análise.

⁵Na Fenomenologia, *suspensão* ou *epoché*, refere-se a um movimento de colocar: “*fora de ação a tese inerente à essência da orientação natural* [...]. Se assim procedo, como é de minha plena liberdade, então não nego este “mundo”, como se eu fosse sofista, *não duvido de sua existência*, como se fosse cético, mas efetuo a epoché “fenomenológica”, que me impede totalmente de fazer *qualquer juízo sobre existência espaço-temporal*. Tiro, pois, de circuito todas as ciências que se referem a esse mundo natural, por mais firmemente estabelecidas que sejam para mim, por mais que as admire, por mínimas que sejam as objeções que pense lhes fazer: *eu não faço absolutamente uso algum de suas validades*. Não me apropriro de uma *única proposição sequer delas, mesmo que de inteira evidência, nenhuma é aceita por mim, nenhuma me fornece um alicerce* - enquanto, note-se bem, for entendida tal como essas ciências, como uma verdade *sobre realidades* deste mundo. Só posso admiti-la depois de lhe conferir parênteses. Quer dizer: somente na consciência modificante que tira o juízo de circuito, logo, *justamente não da maneira em que é proposição na ciência, uma proposição que tem pretensão à validade, e cuja validade eu reconheço e utilizo*” (Husserl, 2006, p. 81, grifos do autor).

Análise das dissertações e das teses

Inicialmente, tomamos as 79 pesquisas e as lemos, focando o dito sobre o interrogado. Com essa leitura, fomos destacando os trechos que se mostravam significativos. Como já mencionado, a esses destaques denominamos US (Unidades de Sentido) e, para fins de organização, diferenciamos-las do seguinte modo: US1P1 (primeira unidade de sentido destacada da pesquisa 1), US7P30 (sétima unidade de sentido destacada da pesquisa 30) e assim sucessivamente. Em um segundo momento, buscamos compreender o dito nessas US e, à medida que a compreensão foi se dando, fomos expressando o sentido que para nós foi se fazendo, em cada US. Na sequência, articulamos as USg (Unidades de Significado). Elas não estão prontas nos textos analisados; trata-se de um movimento de reescrita das US, em que é explicitado a compreensão dos trechos destacados à luz da interrogação de pesquisa. Também para fins de organização, as USg estão apresentadas como: USg1P3 (primeira unidade de significado da pesquisa 3).

Na tentativa de exemplificar esse movimento, trazemos o quadro abaixo. Ressaltamos que, para cada pesquisa analisada, elaboramos um quadro semelhante ao abaixo exposto.

Quadro 1: Unidades de sentido e de significado da pesquisa 19

USP19 (Unidades de Sentido da pesquisa 19)	ABRINDO SIGNIFICADOS	O QUE DIZ
US1P19 - A construção do conhecimento mediante a interação entre professor e aluno envolve aquilo que se denomina transposição didática (PAIS, 2001). P. 12	O autor cita Pais (2001) e afirma que a construção do conhecimento mediante a interação entre professor e aluno envolve a transposição didática	USg1P19 – A construção do conhecimento envolve a transposição didática
US2P19 - De acordo com Vygotsky (1987), o professor é o mediador entre o aluno e o objeto de conhecimento. Para que os conceitos científicos sejam adquiridos, tem que haver uma interação entre professor e aluno através de planejamento de estratégias adequadas. P. 21	O autor cita Vygotsky para afirmar que o professor é o mediador entre o aluno e o objeto matemático e explica que para os conceitos científicos serem adquiridos é preciso haver interação entre professor e aluno.	USg2P19 – Os conceitos são adquiridos, quando há interação entre professor e aluno
US3P19 - A problematização é utilizada como caminho para se chegar ao problema o qual, quando formulado, tem início o processo de resolução. Nesse processo de resolução, ocorre a construção de conhecimentos matemáticos. P. 22	O autor afirma que a construção de conhecimentos matemáticos ocorre no processo de resolução da situação sob foco de estudo.	USg3P19 - A construção de conhecimentos matemáticos ocorre no processo de resolução da situação sob foco de estudo
US4P19 - Depois de desenvolver o conteúdo necessário e suficiente para responder ou resolver as questões dessa etapa da	Com o objetivo de contribuir para a generalização do conhecimento adquirido, o autor defende que o	USg4P19 – A apresentação de exemplos análogos

matematização, são propostos exemplos análogos, contribuindo para a generalização do conhecimento adquirido. P. 49	professor, junto com os alunos, depois de terem desenvolvido o conteúdo matemático para a resolução da situação levantada, apresentem exemplos semelhantes.	contribui para a generalização do conhecimento adquirido
--	---	--

Fonte: Pesquisa própria

Tendo realizado esse movimento para todas as dissertações e todas as teses, buscamos, na análise nomotética, transcender, como já mencionado anteriormente, o rol de USg dos individuais.

Ao lermos, por exemplo, as unidades USg2P9: *O conhecimento tem início em situações que apresentam significado para o sujeito*; USg13P15: *O processo de conhecer é deparar-se com um problema que faz sentido ao sistema cognitivo*; USg5P11: *O conhecimento se desenvolve a partir da ação*, entendemos que o dito nessas USg converge para a categoria aberta⁶ que denominamos “Modos de compreender conhecimento no trabalho com a Modelagem Matemática”. Procedendo desse modo com todas as unidades de significado, articulamos três categorias abertas: 1) Modos de compreender *conhecimento* no trabalho com a Modelagem Matemática; 2) *Conhecimento e aprendizagem* no trabalho com atividades de Modelagem Matemática; 3) Modelagem Matemática e modelos matemáticos.

No próximo item, explicitamos as interpretações das *categorias abertas* que foram estabelecidas.

Interpretações das categorias abertas

Modos de compreender *conhecimento* no trabalho com a Modelagem Matemática

Enquanto uma possibilidade⁷ para o ensino de Matemática, o trabalho com a Modelagem em sala de aula busca, também, contribuir para um processo de ensino e aprendizagem que faça sentido, que seja atraente e que possibilite o desenvolvimento sócio crítico dos alunos

⁶ Categorias abertas, pois são categorias que reúnem diferentes ideias sob uma nomenclatura, porém elas estão abertas ao horizonte de interpretação.

⁷ Ao dizermos Modelagem Matemática, enquanto uma *possibilidade* para o ensino de Matemática, não buscamos apresentar uma compreensão de MM. Buscamos expressar, porém, que Modelagem é um *modo* de se trabalhar com a Matemática em sala de aula. Optamos por essa palavra, para afastarmo-nos da interpretação de ser a MM uma metodologia de ensino, ou uma estratégia, ou, ainda, uma alternativa de ensino, uma vez que elas trazem consigo compreensões a respeito de Modelagem Matemática.

(Bassanezi, 1999; Burak, 2017; Chaves & Oliveira, 2008). Esses argumentos, que são recorrentes na literatura sobre Modelagem Matemática na Educação Matemática, estão articulados a uma de suas características que diz respeito ao trabalho com situações da *realidade*.

Na mesma direção do que apresentamos acima, a análise realizada evidencia que *conhecimento*, de modo particular no âmbito das publicações sobre MM na Educação Matemática, é entendido como *um processo iniciado na realidade* (USg1P26), que *tem início em situações que apresentam significado para o sujeito* (USg2P9). Compreendemos haver nessas afirmações, além de uma característica da própria Modelagem, um voltar-se para o ensino de Matemática que privilegie situações que sejam da *realidade*. Entendemos que há, mesmo que implícita, uma compreensão de que ao trabalhar com situações da *realidade*, os alunos irão se dispor de modo mais atento e positivo às atividades de aprendizagem. Há, também, em nosso entendimento, implícita a essas compreensões acerca do termo *conhecimento*, uma crítica ao ensino de Matemática, ao modo de como ele é desenvolvido em sala de aula e, ainda, uma tentativa de apresentar a MM como um caminho a ser seguido nas aulas de Matemática, tendo em vista, por exemplo, o discurso amplamente disseminado, no qual os alunos perguntam “onde iremos usar isso?”.

A ligação recorrente nos trabalhos analisados entre *conhecimento* e *realidade* evidencia que a *construção de conhecimento* está articulada ao trabalho com a *realidade*. Essa constatação nos faz pensar que há uma compreensão prévia, assumida pelos autores de que tal ligação, *conhecimento e realidade*, é uma condição que viabiliza, de modo natural, essa *construção*. Corroborando o exposto, apresentamos algumas USg. USg1P30: *ao utilizar a Modelagem Matemática, o conhecimento matemático é construído a partir de situações problema da realidade*; USg1P38: *o trabalho com problemas voltados à realidade, contribui para a construção do conhecimento dos alunos*; USg2P53: *atividades que relacionam Matemática e realidade podem motivar os alunos na construção do conhecimento*; USg5P66: *houve a construção do conhecimento pois os alunos perceberam a relação entre o real e o conhecimento escolar*.

As análises, que realizamos, indicam que a afirmação *conhecimento e realidade* trazem consigo a compreensão de que o *conhecimento* tem como “ponto de partida” o trabalho com situações da *realidade*. Conforme nossa interpretação, atentas a essas análises, entendemos que há um vazio entre *conhecimento e realidade*, uma vez que a matemática não surge na realidade

direta e mecanicamente, mas decorre de elaborações que envolvem, por exemplo, abstrações, um ferramental matemático, etc., objeto da ação do professor, ao trabalhar a MM, ao ensinar a Matemática. Ou seja, a *realidade*, tomada como exemplo de aplicação para expor a utilidade da matemática, não dá conta daquela articulação.

No que se refere à palavra *realidade*, nos trabalhos analisados e que, de alguma maneira, mencionam-na, ela é explicitada como situações cotidianas dos alunos, como situações que envolvem questões agrárias, tipos de moradias, tarefas diárias e, de modo mais geral, como qualquer aspecto que faça parte do dia a dia de quem irá trabalhar com Modelagem. A *realidade* é, em nossa compreensão, conforme compreendemos no âmbito das pesquisas analisadas, tomada como *o que aí está objetivamente ocorrendo*. Sobre esse modo de apresentar a *realidade*, Cifuentes e Negrelli (2012, p. 799) afirmam:

De um ponto de vista um tanto ingênuo, podemos entender como *realidade* tudo o que existe. Esse pressuposto, que podemos considerar como uma hipótese de trabalho, permite-nos adotar a posição filosófica chamada de *realismo empírico*, que consiste no reconhecimento da existência das coisas independentemente do conhecimento que temos delas. À realidade empírica denominamos *realidade inicial*, a qual também pode ser entendida como o mundo exterior.

Mostra-se, desse modo, que o foco das pesquisas estudadas não incide em apresentar compreensões mais aprofundadas sobre *realidade*. *Realidade* é tomada como algo concernente às situações que são do contexto escolar, familiar ou mesmo social de alunos e professores. Ou seja, nas palavras de Cifuentes e Negrelli, os autores, em sua maioria, assumem a concepção de *realidade* empírica.

A categoria aberta “Modos de compreender *conhecimento* no trabalho com a Modelagem Matemática” abrange outros sentidos e significados importantes à compreensão do *conhecimento* no trabalho com MM, conforme os trazidos na USg3P7: *não existe conhecimento sem representação*. Essa USg indica a compreensão de *conhecimento* e a articulação entre a MM e a *representação*. Os trabalhos estudados de onde esses destaques foram citados evidenciam o rigor dos autores ao explicitarem como entendem a *representação*, indicando as referências das pesquisas que embasam suas afirmações, como a Teoria de Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval.

Também do movimento de análise realizado destacamos afirmações que se referem à compreensão de que a *possibilidade* de *conhecimento* se dá de modo gradual, ou seja,

caminhando-se de um problema mais simples para outro mais complexo. As USg, expostas a seguir, expressam essa ideia. USg2P7: *a passagem de um problema mais simples para outro mais complexo indica um avanço no conhecimento matemático*; USg2P40: *o processo de aquisição do conhecimento é gradual*; USg2P30: *ao abordar o conteúdo de forma mais gradativa foi possível construir conhecimento a partir de situações da realidade*.

Ao buscarmos pela palavra *gradual* no dicionário da língua portuguesa, seu significado expressa algo que “aumenta ou diminui passo a passo; *progressivo*, gradativo” (Houaiss, 2017, s/p, grifo nosso). Acerca da palavra *progressivo*, o seu significado é explicitado como o “que atravessa sucessivamente cada etapa de um processo em que há aumento, crescimento, agravamento etc.; que procede passo a passo, rumo a um desenvolvimento” (Houaiss, 2017, s.p).

Entendemos que pode haver no dito, nessas USg, a compreensão de que o trabalho em sala de aula deve valorizar o conhecimento prévio dos alunos para, somente então, avançar para aspectos mais complexos.

Esta categoria aberta também abrange ideias sobre *construção de conhecimento*, agora articulada às teorias de aprendizagem. Sendo assim, USg já mencionadas na articulação *conhecimento e realidade*, evidenciam outros sentidos e significados que dizem da *construção de conhecimento*. Destacamos a USg12P6: *a construção do conhecimento novo a partir de outros preexistentes (subsunçores)*; a USg2P5: *na construção do conhecimento não separa os aspectos cognitivos, emocionais e sociais*; a USg4P17: *a construção do conhecimento se dá pela interação do sujeito com o objeto*; a USg7P15: *a construção do conhecimento envolve o estabelecimento de relações com situações-problema*.

No âmbito das dissertações e das teses analisadas, *construção de conhecimento* é entendida conforme as teorias: do construtivismo de Piaget; da transposição didática de Pais; do construcionismo de Papert; da Socioepistemologia de Buendía; da construção de conhecimento articulada à aprendizagem significativa de David Ausubel. Vale ressaltar que, em algumas pesquisas, não há explicitação sobre o que é compreendido a respeito de *construção de conhecimento*, indicando que há um entendimento pré-estabelecido e tomado de modo naturalístico sobre ela.

Perguntamo-nos: por que os autores trazem teorias diferenciadas para darem conta da explicitação de como compreendem *conhecimento* ou sobre como trabalham com o ensino,

visando à aprendizagem, elegendo atividades com MM? Uma possibilidade, conforme nossa compreensão, é que eles, ao trabalharem desse modo, estão em busca de convergências entre essas teorias e a Modelagem Matemática, fortalecendo, assim, os argumentos em defesa da implementação da MM em sala de aula, com base nas explicações oferecidas por essas teorias.

Avançando com a explicitação a respeito do modo pelo qual compreendem *conhecimento*, as análises que realizamos evidenciam afirmações concernentes à *produção de conhecimento*. Essas dizem: USg6P11: *a interdisciplinaridade como uma forma de institucionalizar a produção do conhecimento*; USg1P16: *o conhecimento é produzido por coletivos de seres-humanos-com-mídias*; USg6P16: *a criatividade [é] importante na produção do conhecimento*; USg2P18: *a incerteza relaciona-se com o processo de busca e produção do conhecimento através da investigação*; USg8P18: *o processo de busca e produção do conhecimento se dá através da investigação, no qual é valorizado a participação do aluno com relação à atividade proposta*; USg3P26: *o conhecimento produzido em sala durante atividades de MM [é] representado pelos modelos*.

O dito, nessas USg, leva-nos a compreender que a *produção de conhecimento* está entrelaçada, por exemplo, à investigação. Investigação que, ao pensarmos no desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática, há de estar articulada à busca por informações que contribuem não apenas para o estudo da situação, mas para o caminho escolhido para resolvê-la. A *produção de conhecimento*, quando compreendida desta perspectiva, expressa o movimento em que os alunos, de modo atento, estariam em atitude de focar o objeto de estudo presente na atividade que estão realizando.

Conhecimento e aprendizagem no trabalho com atividades de Modelagem Matemática

As metodologias, as estratégias e os procedimentos que incidem sobre o ensino de Matemática, buscam, para além de diferenças teóricas, apresentar modos de trabalhar com a Matemática em sala de aula. No âmbito dessas propostas, há um objetivo comum: contribuir para o desencadeamento do processo de ensino e aprendizagem. Buscam viabilizar um ensino de Matemática que se distancie de algo pautado na repetição de fórmulas, de exercícios e que, em muitos casos, não faz sentido para os alunos. Burak (2017, p. 15-16, inserção nossa), ao falar

especificamente da MM, complementa esse argumento, ao afirmar que “a trajetória [da Modelagem como alternativa para o ensino de Matemática] é marcada e balizada pelas perguntas: como ensinar a Matemática de forma a favorecer a aprendizagem dos estudantes? Como dar mais sentido e significado ao ensino da Matemática?”

As USg expostas, a seguir, explicitam o intencionado nas afirmações que apresentamos. USg1P79: *atividades de MM colocam o aluno como protagonista na busca de conhecimentos, pois ele realiza pesquisas, socializa com os colegas, constrói um modelo e o valida*; USg1P59: *por estar envolvido diretamente com a atividade, o trabalho com a MM permite que o aluno busque conhecimento*; USg1P45: *a busca de Matemática em situações reais, torna os sujeitos participantes na construção de conceitos matemáticos*. As análises das dissertações e das teses também indicam que USg5P18: *o aluno é responsável pelo conhecimento que irá ou não construir*; USg11P6: *o aluno constrói seu próprio conhecimento*; USg1P28: *os alunos, ao trabalharem com projetos [de MM], tornam-se responsáveis pela produção de seu próprio conhecimento*; USg1P36: *o aluno precisa ter autonomia para construir o próprio conhecimento*.

Entretanto, chamou-nos a atenção que, ao mesmo tempo em que o conhecimento é de responsabilidade do aluno, de acordo com o explicitado nas dissertações e nas teses estudadas, o professor é entendido como tendo que *interagir, mediar* e, conjuntamente, desenvolver as atividades propostas com os alunos. Disso falam as USg que seguem. USg2P19: *os conceitos são adquiridos quando há uma interação entre professor e aluno*; USg1P33: *o professor é mediador da construção do conhecimento junto aos alunos*; USg1P52: *a ação conjunta entre professor e aluno promove a construção de conhecimentos*; USg4P27 *os alunos em conjunto com o professor fizeram simplificações, formularam hipóteses e elaboraram um modelo matemático*. Entretanto, essa relação dialógica de *interagir, mediar* e *estar junto* parece cessar, quando o professor apresenta o conteúdo matemático. Parece haver uma dicotomia entre as atividades com MM e o aprendizado dos próprios conteúdos matemáticos, como expressos em: USg2P47: *o professor explicitou os conteúdos curriculares necessários ao desenvolvimento da atividade*; USg1P48: *necessidade de intervenção do professor para a explicitação de conteúdos matemáticos*; USg2P51: *o professor explicitou conteúdos matemáticos para o desenvolvimento da atividade*; USg3P53: *para o desenvolvimento da atividade foi necessário que o professor explicitasse o conteúdo*.

Conhecimento, nas dissertações e nas teses analisadas, enlaça a questão da aprendizagem, o que se pode compreender, no dito, nas USg que seguem. USg3P21: *a problemática como possibilidade de incorporar novos conhecimentos e desenvolver a aprendizagem*; USg3P33: *o “gostar” dos alunos frente às atividades desenvolvidas contribui para a construção da aprendizagem significativa*; USg3P2: *algo realizado pela pessoa e que envolve os seus interesses*; USg2P11: *como um processo pelo qual o ser humano se apropria do conhecimento produzido pela sociedade*. Além disso, há afirmações que trazem mais indicações, como em USg2P3: *a aprendizagem, no trabalho com MM, se dá a partir da dificuldade do aluno em resolver problemas concretos*; USg4P5: *tem como ponto de partida o conhecimento prévio dos alunos*; USg4P10: *aprendizagem significativa acontece quando o aluno percebe relevância naquilo que está sendo ensinado*; USg5P23: *aprendizagem dos conteúdos [é] favorecida ao relacionar os conteúdos matemáticos com os problemas vivenciados pelos alunos*; USg2P68: *está vinculada ao fato de os alunos verem a Matemática sendo aplicada em situações da realidade*.

Do exposto, temos que as questões a respeito de conhecimento, da atividade do professor ao ensinar e da aprendizagem estão presentes nos trabalhos que estudamos. Entretanto, em sua grande maioria, são tomados de modo *naturalizado*, não havendo, portanto, explicitações concernentes às concepções assumidas e de que modo estão articuladas entre si na complexidade de ensinar e de aprender.

Modelagem Matemática e modelos matemáticos

Se perguntarmos o que é a Modelagem Matemática na Educação Matemática, obteremos respostas diferenciadas. A diversidade de compreensões, como as defendidas por Almeida, Silva e Vertuan (2012), Bassanezi (2002), Barbosa (2001), Burak (2004) e Biembengut (1999), é uma das características da Modelagem Matemática na Educação Matemática. Embora distintas, as compreensões não são entendidas como conjuntos cuja interseção é vazia; há aspectos que são convergentes e se mostram como invariantes. Um deles e que se mostra com força é o trabalho com situações da *realidade*.

As análises das dissertações e das teses mostram que são, também, recorrentes, no âmbito da Educação Matemática, afirmações que articulam a MM à *construção*, à *ampliação*, à

aquisição e à produção de conhecimento, como as USg: USg1P3: a MM contribui para a ampliação de conhecimentos dos alunos; USg5P5: a Modelagem Matemática contribui para a construção do conhecimento; USg2P8: MM pode contribuir para a aquisição do conhecimento por parte do aluno; USg3P34: MM cria e recria novos conhecimentos e possibilita a efetiva produção do conhecimento; USg5P22: as atividades de MM como uma possibilidade para a elaboração do conhecimento matemático.

Destacamos que, embora sejam, recorrentemente mencionadas, as afirmações expostas não são tomadas como objeto de análise específica, visando a explicitar as articulações entre Modelagem Matemática e *conhecimento*. Tais afirmações, conforme nosso entendimento, podem indicar a intenção em apresentar argumentos favoráveis ao trabalho com MM em sala de aula. Os textos analisados revelam que os autores realizaram investigações metódicas e que apresentaram articulações significativas sobre o ensino e a aprendizagem de matemática, realizando atividades com MM. Nosso destaque visa, porém, a iluminar pela ausência daquelas articulações, a possibilidade de compreender-se que o simples desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática, *automaticamente*, garante a *construção, a ampliação, a aquisição e a produção de conhecimento*.

É constante a palavra *conhecimento* vir acompanhada de termos como *construção, ampliação, aquisição e produção*. Por quê? O que elas acrescentam?

A um olhar mais superficial na literatura da área, vemos que assumem significados específicos conforme a teoria de aprendizagem e, também, conforme a visão de conhecimento. Como mencionamos na interpretação da primeira *categoria aberta*, os significados diferem no âmbito do construtivismo de Piaget, no do construcionismo de Papert, no âmbito da perspectiva teórica da Socioepistemologia e na aprendizagem significativa de David Ausubel, bem como na da perspectiva teórica seres-humanos-com-mídias de Borba e Villarreal.

Por outro lado, nas dissertações e nas teses analisadas, é forte a explicitação a respeito do porquê trabalhar com MM em Educação Matemática, como o dito nas USg expostas a seguir: USg3P3: *a MM serve para a construção do conhecimento matemático, pois possibilita a compreensão da realidade vivida*; USg9P10: *em um ambiente de MM, ao relacionar a Matemática com assuntos da realidade, possibilita-se aprendizagem significativa*; USg2P55: *ao trabalhar com MM, a partir de situações reais, é possível inserir os alunos na construção do conhecimento*. Entendemos que o dito nessas USg corrobora nossa interpretação já exposta a

respeito de uma ligação, vista de modo natural, sobre “a Modelagem possibilitar a *construção de conhecimento*, porque trabalha com situações da *realidade*”. Há uma necessidade, subjacente às afirmações, conforme nossa interpretação, de evidenciar os motivos pelos quais é importante o professor trabalhar com MM, à medida que expõe os pontos positivos que esse trabalho apresenta, ao motivar os alunos a aprenderem matemática, ao levá-los a serem criativos, a propiciar relações entre a matemática e outras áreas do conhecimento. As USg, a seguir, trazem essas mensagens. USg2P29: *MM, ao explorar, a motivação e a criatividade, propicia momentos de construção do conhecimento*; USg1P56: *a MM contribui, ao estruturar o raciocínio e as argumentações, com o processo de construção de conhecimento*; USg9P5: *a MM contribui para a construção do conhecimento, pois auxilia a estabelecer relações com outras áreas do conhecimento*; USg4P9: *possibilita a construção do conhecimento tendo em vista as experiências que o aluno possui sobre o assunto*.

A MM traz em seu cerne a questão do modelo matemático. Na dimensão da Matemática Aplicada, essa compreensão está implícita no trabalho do matemático que busca modelar os aspectos da *realidade* que solicitam um modelo passível de gerar previsões. Na Educação Matemática, compreendemos, pelas análises realizadas, que os modelos estão entrelaçados ao *conhecimento* e são entendidos, também, como auxiliares em sua *construção* e em sua *mobilização*. As USg explicitam que: USg4P14: *os modelos matemáticos auxiliam a construção do conhecimento*; USg4P15: *os modelos matemáticos possibilitam que o conhecimento matemático seja contextualizado e com significado*; USg4P60: *os modelos desenvolvidos pelos alunos não são novos, mas contribuíram para que eles mobilizassem conhecimentos matemáticos familiares à experiência escolar*.

Entretanto, nós nos perguntamos se o ato de modelar não gera, ele próprio, conhecimento matemático, ou seja, se ele não produziria matemática. O matemático estaria produzindo matemática, também, além de aplicá-la a situações que demandam modelagem? Em situações de ensino de matemática, essa dimensão estaria presente?

Explicitando nossas compreensões

A análise e respectivo movimento de interpretação das 79 dissertações e teses estudadas evidencia que, como já é notório para aqueles estudiosos da MM na Educação Matemática, não há uma concordância a respeito do tratado por ela. Entretanto, nessa diversidade, é comum

mencionar que ao se trabalhar com MM nas atividades de ensino de matemática, aborda-se situações da *realidade*. Aspecto este que, também, é forte na MM na Matemática Aplicada; contexto do qual a MM na Educação Matemática é proveniente. Outro aspecto, que nos chamou a atenção, e que também está indicado em Tambarussi (no prelo)⁸, é as pesquisas analisadas não apontarem com destaque a *predição* de acontecimentos pautada nos modelos produzidos, diferenciando-se, nesse aspecto, da compreensão de Modelagem Matemática na Matemática Aplicada.

Na dimensão da Educação Matemática, nossos estudos mostraram que os modelos nem sempre são entendidos como uma sentença matemática, exposta em uma fórmula, por exemplo; porém são, em geral, trazidos como tabelas, gráficos ou descrições dos resultados obtidos. O que isso significa? Essa indagação, em nosso entendimento, solicita um estudo teórico-filosófico mais aprofundado sobre *Modelagem Matemática na Matemática Aplicada* e *Modelagem Matemática na Educação Matemática*. Essas denominações trazem em comum os termos Modelagem Matemática e Matemática, e diferentes os termos: *Aplicada* e *Educação*. De imediato, essa análise incide na diferença: Educação e Aplicada.

O termo “*aplicada*” revela que se está aplicando o conhecimento matemático, exposto como um modelo, a uma situação da *realidade* para entendê-la, para emitir juízos sobre o que nela poderá ocorrer. Modelo diz de uma situação, objeto de estudo, estar *representada*; neste caso, matematicamente, ou seja, de acordo com o ferramental matemático. O termo “*educação*” não admite aplicação de um modelo, se educação for tomada como uma ação (neste caso específico, de ensinar matemática) que visa a formar a pessoa. Nota-se que, nesse âmbito, modelagem é entendida como uma atividade para trabalhar matemática ao ensiná-la aos alunos. Como realizar esse trabalho? Como compreender a ação correspondente ao ensino, que é a aprendizagem? Abrem-se outras questões que apontam diferenças, cada vez mais contundentes, entre ambas as “modelagens”.

Uma característica convergente, como mencionamos, entre esses campos é concernente à *realidade*. Uma busca trabalhar, modelando a *realidade* e predizendo possíveis ocorrências, conforme os modelos produzidos, meta da Matemática Aplicada. Outra abre um campo imenso

⁸ Tese de Doutorado desenvolvida no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” câmpus de Rio Claro - SP, com previsão de defesa para fevereiro de 2021.

de possibilidades de compreensões e de possíveis atividades de ensino, visando ao *conhecimento* do aluno, meta do ensino da matemática.

Destacamos a articulação constante entre *conhecimento e realidade* presente nas 79 dissertações e teses analisadas. São poucas as pesquisas, aqui estudadas, que expuseram a compreensão de *realidade*. A maioria, quase a totalidade, afirma haver ligação entre *conhecimento e realidade* e evidencia que a *construção*, a *produção*, a *aquisição* do conhecimento estão articuladas ao trabalho com a *realidade*. Porém, permanece um vazio, na medida em que essa articulação não é explicitada, mas tomada de modo naturalístico, como dada. Essa ausência de debate e de explicitação conduz a um entendimento possível de que a matemática surge mecânica e automaticamente da *realidade*, que basta colocar o aluno em situação de trabalhar, empiricamente, conceitos da matemática em uma situação concreta para que ele aprenda.

Os autores, ao assumirem a importância da Modelagem Matemática na Educação Matemática, evidenciam a diferença que se mostra na atividade de ensino, comparada àquela realizada tradicionalmente, por meio de exposições sobre o conteúdo e a aplicação de lista de exercícios de que os alunos deveriam dar conta, para que aprendessem. Evidenciam os motivos pelos quais é importante o professor trabalhar com MM. Expõem os pontos positivos desse modo de trabalhar, pois a MM motiva os alunos a aprenderem matemática, levando-os a serem criativos, a propiciarem relações entre a matemática e as outras áreas do conhecimento. Enfatizam que, ao trabalhar-se com Modelagem Matemática, as atividades realizadas conduzem à *construção*, à *ampliação*, à *aquisição* e à *produção* de *conhecimento* dos alunos, pois eles estão, de modo ativo, trabalhando matemática na *realidade*.

Dão grande destaque à responsabilidade do aluno em relação ao conhecimento que se constrói, pois é ele, por exemplo, que pode eleger os problemas da *realidade* a serem estudados. Ao professor compete *mediar*, *interagir* e, conjuntamente, com os alunos, desenvolver as atividades propostas. Entretanto, essa relação dialógica parece cessar, quando o professor apresenta o conteúdo matemático. Nesse caso, parece haver uma dicotomia entre as atividades com MM e a aprendizagem dos próprios conteúdos matemáticos.

Referências

- Almeida, L. M. W. de., Silva, K. P. da. & Vertuan, R. E. (2012). *Modelagem Matemática na educação básica*. São Paulo: Contexto.
- Barbosa, J. C. (2001). Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico. In *Reunião Anual da ANPED: anais da 24ª reunião*, Caxambu.
- Bassanezi, R. C. (1999). Modelagem Matemática: uma disciplina emergente nos programas de formação de professores. *Biomatemática*, 9, 9-22.
- Bassanezi, R. C. (2002). *Ensino-aprendizagem com modelagem matemática*. São Paulo: Contexto.
- Bicudo, M. A. V. (org.) (2011). *Pesquisa qualitativa segundo a visão fenomenológica*. São Paulo: Cortez.
- Bicudo, M. A. V. (2016). Sobre história e historicidade em Edmund Husserl. *Cadernos da EMARF, Fenomenologia e Direito*, 9 (1), 21-48.
- Bicudo, M. A. V. (2020). Pesquisa Fenomenológica em Educação: possibilidades e desafios. *Revista Paradigma*, XLI, 30-56.
- Biembengut, M. S. (1999). *Modelagem matemática e implicações no ensino-aprendizagem de matemática*. Blumenau: Furb.
- Biembengut, M. S. (2009). 30 anos de Modelagem Matemática na Educação Brasileira: das propostas primeiras às propostas atuais. *Alexandria*, 2 (2), 7-32.
- Burak, D. (2004). A modelagem matemática e a sala de aula. In *Encontro Paranaense de Modelagem em Educação Matemática: anais do 1º EPMEM*, Londrina.
- Burak, D. (2010). Modelagem Matemática sob um olhar de Educação Matemática e suas implicações para a construção do conhecimento matemático em sala de aula. *Revista de Modelagem na Educação Matemática*, 1 (1), 10-27.
- Burak, D. (2017). Modelagem na perspectiva da Educação Matemática: um olhar sobre seus fundamentos. *Unión*, 51, 9-26.
- Chaves, M. I. de A. (2005). *Modelando matematicamente questões ambientais relacionadas com a água a propósito do ensino-aprendizagem de funções na 1ª série do ensino médio*. Dissertação de Mestrado, Núcleo pedagógico de apoio ao desenvolvimento científico - Universidade Federal do Pará, Belém.
- Chaves, M. I. de A. & Oliveira, D. do E. S. (2008). Modelagem Matemática: uma concepção e várias possibilidades. *Bolema*, 21 (30), 149-161.
- Cifuentes, J. C. & Negrelli, L. G. (2012). Uma interpretação epistemológica do processo de Modelagem Matemática: implicações para a matemática. *Bolema*, 26 (43), 791-815.
- Hermann, N. (2002). *Hermenêutica e Educação*. Rio de Janeiro: DP&A.
- Houaiss, A. (2017). *Dicionário Houaiss de sinônimos e antônimos*. São Paulo: Objetiva.
- Husserl, E. (2006). *Ideias para uma fenomenologia pura e para uma filosofia fenomenológica*. Tradução de M. Suzuki. Aparecida: Ideias & Letras.
- Soares, M. R. (2017). *Um Estado da Arte das Pesquisas Acadêmicas sobre Modelagem em Educação Matemática (de 1979 a 2015) nas Áreas de Educação e de Ensino da Capes: as dimensões fundamentadas e as direções históricas*. Tese de Doutorado, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

Autoras

Carla Melli Tambarussi. Licenciada em Matemática pela Universidade Estadual do Oeste do Paraná. Mestre em Educação pela Universidade Estadual do Oeste do Paraná. Doutoranda em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”.

Membro do grupo de pesquisa Fenomenologia em Educação Matemática.

E-mail: carlatambarussi@hotmail.com

Endereço: Avenida 22°, n. 538. Vila Indaia, Rio Claro – SP. CEP: 13506-705

Maria Aparecida Viggiani Bicudo. Professora do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Estadual Paulista. Pesquisadora 1-A do CNPq. Presidente da Sociedade de Estudos e Pesquisa Qualitativos (www.sepq.org.br). Coordenadora do Grupo de Pesquisa “Fenomenologia em Educação Matemática. Autora de livros, de capítulos de livros e de artigos em periódicos. Site: www.mariabicudo.com.br.

E-mail: mariabicudo@gmail.com

Endereço: Avenida 24A, n. 1515. Bela Vista, Rio Claro – SP. CEP: 13506-752 -
Departamento de Educação Matemática

Reflexiones sobre la Importancia de la Modelación Matemática como Estrategia Inductora de Competencias Estadísticas

Andréa Pavan Perin¹

andreapavanperin@gmail.com

<https://orcid.org/0000-0002-2791-7682>

Celso Ribeiro Campos²

crcampos@pucsp.br

<https://orcid.org/0000-0001-7371-2437>

¹Faculdade de Tecnologia de São Paulo

²Pontifícia Universidade Católica de São Paulo - Brasil

Recibido: 2020-08-22; Aceptado: 2020-11-17

Resumen

Según los preceptos de la Educación Estadística, el aprendizaje del contenido estadístico depende del desarrollo de la alfabetización estadística, el razonamiento y las habilidades de pensamiento. Además de esto, hemos desarrollado investigaciones que demuestran que a este rol se le debe sumar la competencia crítica, ya que tiene una fuerte conexión con la idea de formar estudiantes capaces de ejercer derechos y deberes inherentes a la ciudadanía, además de tener aspectos comunes con otras competencias. Al sumar la competencia crítica, se construyen las bases de la Educación Estadística Crítica, en la que la principal estrategia pedagógica es el Modelado Matemático. Nuestro objetivo en este estudio es mostrar cómo el Modelado Matemático puede actuar en la enseñanza / aprendizaje de la Estadística como inductor o facilitador del desarrollo de las competencias mencionadas. Analizamos las etapas de Modelización descritas por Burack (2004) y mostramos la adherencia de esta estrategia a los requisitos necesarios para el desarrollo de las cuatro competencias mencionadas, mostrando así su importancia para la Educación Estadística Crítica.

Palabras-clave: educación estadística, educación crítica, modelado matemático, competencias

Reflexões sobre a importância da Modelagem Matemática como estratégia indutora de competências estatísticas

Resumo

De acordo com os preceitos da Educação Estatística, o aprendizado dos conteúdos estatísticos depende do desenvolvimento das competências de literacia, raciocínio e pensamento estatísticos. Complementarmente a isso, temos desenvolvido de pesquisas mostrando que a competência crítica deve ser agregada a esse rol, pois tem forte ligação com a ideia de formar estudantes aptos a exercer direitos e deveres inerentes à cidadania, além de ter aspectos comuns com as demais competências. Ao agregar a competência crítica, constrói-se as bases da Educação Estatística Crítica, na qual a principal estratégia pedagógica é a Modelagem Matemática. Nosso objetivo neste estudo é mostrar como a Modelagem Matemática pode atuar no ensino/aprendizagem de Estatística como indutora ou facilitadora do desenvolvimento das

competências mencionadas. Analisamos as etapas da Modelagem descritas por Burack (2004) e mostramos a aderência dessa estratégia com os requisitos necessários para o desenvolvimento das quatro competências mencionadas, mostrando assim a sua importância para a Educação Estatística Crítica.

Palavras-chave: educação estatística, educação crítica, modelagem matemática, competências

Reflections on the Importance of Mathematical Modeling as an Inducing Strategy for Statistical Competences

Abstract

According to the precepts of Statistics Education, learning statistical content depends on the development of statistical literacy, reasoning, and thinking skills. In addition to this, we have developed research that shows that critical competence must be added to this role, since it has a strong connection with the idea of training students capable of exercising rights and duties inherent to citizenship, in addition to having common aspects with other skills. By adding critical competence, the foundations of Critical Statistics Education are built, in which the main pedagogical strategy is Mathematical Modelling. Our objective in this study is to show how Mathematical Modelling can act in the teaching / learning of Statistics as an inducer or facilitator of the development of the aforementioned competences. We analyze the modeling stages described by Burack (2004) and show the adherence of this strategy to the necessary requirements for the development of the four aforementioned competencies, thus showing its importance for Critical Statistics Education.

Keywords: statistics education, critical education, mathematical modelling, competences

Introdução

A Estatística, por ser uma ciência de análise de dados, está presente em diversos os contextos. Por essa razão, compreendê-la é fundamental para que as pessoas possam entender, avaliar e posicionar-se frente aos dados estatísticos que circulam nos mais variados meios de comunicação.

Reconhecida a frequência da Estatística no cotidiano das pessoas, pesquisadores da área de Educação Estatística começaram a discutir a importância dessa ciência ser ensinada desde a educação básica até o ensino superior. Tal discussão foi pontuada, inicialmente, em dois documentos, sendo um da *American Statistical Association* (ASA) e um do *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM), publicados nos anos de 1960 e 1967, respectivamente. Dada a expressividade adquirida por esses documentos, a partir de 1989 revistas importantes da área de educação publicaram artigos que destacavam duas ações que mereceriam atenção: inserir a Estatística a todos os níveis escolares e dar maior atenção às formas de conduzir os processos de ensino-aprendizagem dessa ciência (Zieffler, Garfield & Fry, 2018).

No contexto brasileiro, a preocupação com os processos de ensino-aprendizagem de estatística também tem ganhado espaço nos documentos oficiais. No final da década de 1990, com a publicação dos Parâmetros Curriculares Nacionais, a Estatística e a Probabilidade foram incorporadas oficialmente à estrutura curricular da educação básica (Samá, 2018). Mais recentemente, a promulgação da Base Nacional Comum Curricular (Brasil, 2017) ratifica a inserção da Estatística e da Probabilidade na educação básica e sugere a abordagem de conceitos estatísticos por meio de situações da vida cotidiana, das ciências e da tecnologia (Cazorla, Silva & Santana, 2018).

Tanto no contexto nacional como internacional, a divulgação desses documentos levou muitos pesquisadores a desenvolverem e aperfeiçoarem estudos voltados à Educação Estatística. As pesquisas nessa área têm avançado em todo o mundo e uma das grandes conquistas foi a identificação das competências estatísticas que devem ser desenvolvidas nos estudantes para uma aprendizagem efetiva dos conceitos dessa ciência. Nessa linha, foram identificadas as competências relacionadas ao pensamento estatístico, raciocínio estatístico e literacia (ou letramento) estatística. Uma primeira suposição, apresentada por Delmas (2002), foi a de que essas competências teriam partes em comum, formando um entrelaçamento, como mostra a figura 1.

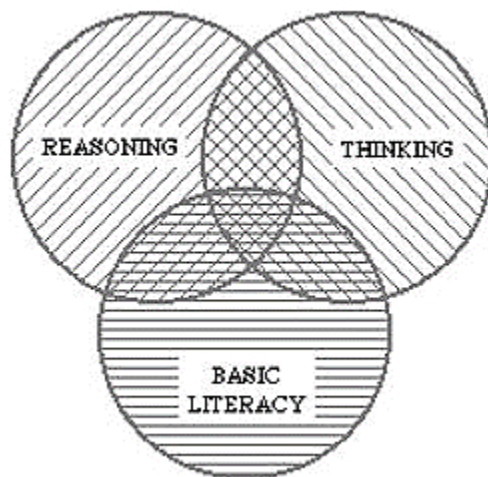


Figura 1: Domínios independentes com alguma intersecção (Delmas, 2002, p. 4)

O mesmo autor sugere também a possibilidade de a literacia ter um domínio mais abrangente, com as demais competências inseridas nela, conforme sugere a figura 2.

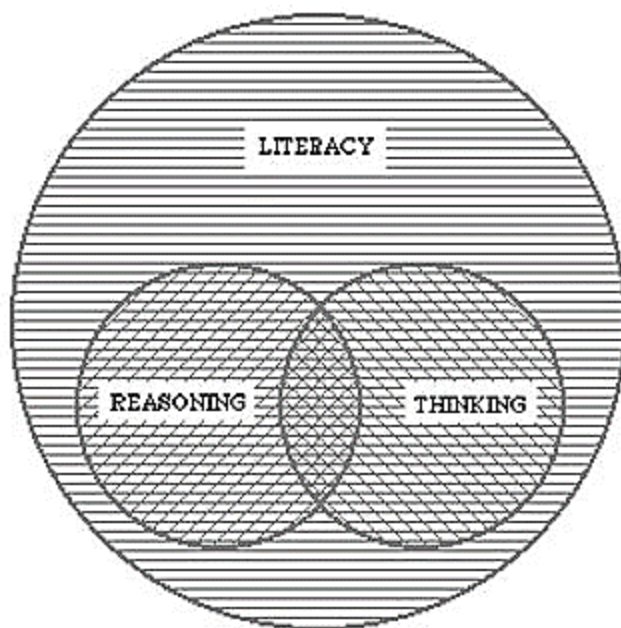


Figura 2: Raciocínio e pensamento contidos na literacia (Delmas, 2002, p. 4)

Essa segunda interpretação foi mais aceita pela comunidade acadêmica e passou-se a trabalhar com mais afinco no âmbito da literacia, buscando-se identificar seus determinantes, níveis de aprofundamento, como avaliar seu desenvolvimento, suas conexões com a modelagem matemática e com outros letramentos (Campos e Coutinho, 2019; Coutinho e Campos, 2018). Além disso, diversos autores (Campos et al., 2011; Perin, 2019) reforçaram que o desenvolvimento dessas competências é passível de maior sucesso quando os alunos experimentam todas as etapas de uma investigação estatística: formulação de questões; coleta de dados; análise de dados; interpretação e divulgação dos resultados. Essas etapas sugerem que as atividades de Estatística possuem uma relação próxima de um ambiente de aprendizagem denominado modelagem matemática na perspectiva da Educação Matemática (Campos, 2007; Campos, 2016; Machado, 2017; Soares, 2017; Trainotti, 2019). A modelagem matemática possibilita também o desenvolvimento de uma quarta competência, identificada em Campos (2007 e 2016) e em Perin (2019), que é a competência crítica.

O que buscamos neste artigo é responder a seguinte questão: Como uma atividade de modelagem matemática, estruturada de forma a desenvolver as competências do raciocínio e pensamento estatísticos, abarca o desenvolvimento da literacia estatística e, por consequência, exercita a competência crítica? Para atingir nosso objetivo de responder a essa questão,

apresentamos as características de cada uma dessas competência e as diferentes concepções de modelagem matemática a fim situar o referencial teórico que sustenta a pesquisa. Na sequência, discorreremos sobre a metodologia adotada para desenvolver o presente estudo, apresentamos o nosso quadro teórico e, por fim, evidenciamos de que forma essas competências caminham juntas numa atividade de modelagem matemática com o propósito de atingir o objetivo proposto nesse artigo.

Metodologia

De acordo com Almouloud e Silva (2019), pesquisar significa procurar respostas para certas indagações, de forma planejada, utilizando procedimentos sistemáticos, baseados no raciocínio lógico, no intuito de encontrar soluções para os problemas propostos mediante o emprego de métodos científicos. Ainda segundo os autores, o processo de pesquisa é um conjunto de operações sucessivas realizadas para coletar sistematicamente informações válidas sobre um fenômeno observável para explicá-lo ou compreendê-lo. Dessa forma, os procedimentos metodológicos têm por função a sistematização das etapas realizadas em um determinado estudo para assegurar a sua confiabilidade e validade. Nesse sentido, os procedimentos devem ser concebidos para construir os meios que permitem alcançar o objetivo geral da pesquisa.

Adicionalmente, assim como Coutinho e Campos (2019), entendemos a metodologia como sendo a linguagem estruturante do pensamento acadêmico/científico, ou seja, “aquilo que organiza o raciocínio lógico/analítico/cognitivo pertinente a uma argumentação formal cuja finalidade é a validação ou refutação de uma ou mais hipóteses” (p. 83).

Segundo Fiorentini e Lorenzato (2006), partindo de um problema ou da questão de investigação, existem dois modos de chegar às conclusões, quais sejam: por meio de uma pesquisa de campo ou de laboratório, a qual conduz à coleta e análise de dados/material empírico ou experimental; e por meio da pesquisa teórica ou bibliográfica, que surge com base na literatura, pesquisas ou estudos precedentes, na qual é preciso coletar/organizar dados ou documentos para um tratamento analítico de informações. A questão de pesquisa que ora buscamos responder se encaixa nesse segundo tipo descrito pelos autores. Complementarmente, dada a questão de investigação e os objetivos desta pesquisa, podemos dizer que é uma pesquisa de natureza qualitativa, pois o que se busca é o entendimento de ligações entre os elementos da

Educação Estatística e da Modelagem Matemática. Sendo assim, a busca está direcionada à compreensão da manifestação desses elementos, e não ao tratamento quantitativo de dados.

Iniciamos nossa explanação sobre a importância do tema deste estudo citando a evolução que se sucedeu à publicação dos documentos da ASA e do NCTM. Citamos também alguns documentos brasileiros que reforçaram a importância do ensino de Estatística na educação básica, quais sejam os PCN e a BNCC. Tendo como ponto de partida esses documentos citados, vamos trilhar nosso caminho em busca da resposta à nossa questão de pesquisa por meio do nosso quadro teórico. Almouloud e Silva (2019) pontuam que o referencial teórico é a base que sustenta qualquer pesquisa científica, “esse referencial implica na perspectiva em que um problema será abordado, as diretrizes para sua elaboração e avaliação de sua relevância *a priori* e *a posteriori*” (p. 49). Ainda segundo os autores, o referencial teórico pode garantir a sistematização do conhecimento, distinguindo-o do senso comum com base nos procedimentos usados na pesquisa.

O referencial teórico que nos permitirá alcançar o objetivo desta pesquisa começa com a descrição das competências de raciocínio e pensamento estatísticos. O raciocínio estatístico será analisado com base nos estudos de Pfannkuch (2018) e Biehler *et al.* (2018), entre outros. Já sobre o pensamento estatístico, nos basearemos principalmente nos estudos de Snee (1990, 1999) e Wild e Pfannkuch (1999). Feito isso, iremos estudar a Modelagem Matemática segundo a percepção de Burack (1992, 2004 e 2019), pontuando as características das diversas fases que compõem essa estratégia pedagógica. Gal (2002) nos dará suporte para a literacia estatística, enquanto as pesquisas de Skovsmose (2014), Campos (2007 e 2016) e de Perin (2019) darão sustentação à competência crítica.

Literacia, raciocínio e pensamento estatístico.

A literacia está relacionada à capacidade de ler e interpretar dados contidos em tabelas e gráficos, verificar se as conclusões presentes em uma informação podem ser obtidas com base nos dados disponíveis e compreender os conceitos envolvidos entre a inferência e a tomada de decisão. Essa competência envolve a análise conceitual de informações e postura crítica das demandas estatísticas presentes nos meios de comunicação e está ligada ao desenvolvimento do pensamento crítico sobre os dados.

A literacia estatística se refere também ao estudo de argumentos que usam a Estatística como referência, ou seja, à habilidade de argumentar usando corretamente a terminologia

Estatística, além de habilidades importantes que podem ser usadas no entendimento de informações estatísticas. Para isso, inclui a capacidade de organizar dados, construir e apresentar tabelas, trabalhar com diferentes representações de dados e ainda considera o entendimento de conceitos, vocabulários, símbolos e as probabilidades como medidas da incerteza (Campos et al., 2011).

Gal (2002) propõe o que chama de *modelo de literacia estatística*, o qual pressupõe que a literacia requer a mobilização conjunta de componentes cognitivos e afetivos. O componente cognitivo é composto por cinco elementos de conhecimentos inter-relacionados, pois o entendimento da informação estatística requer não somente o conhecimento estatístico em si, mas outros que lhe são básicos. O segundo componente, afetivo, é composto por dois elementos, pois o entendimento da informação estatística depende da competência para propor perguntas e ativar uma postura crítica, que, por sua vez, envolve crenças e atitudes. Os componentes desse modelo com seus respectivos elementos estão organizados no Quadro 1.

Quadro 1 – Modelo de Literacia Estatística

Elementos dos Conhecimento	Elementos de disposição
Habilidade de letramento	Crenças e atitudes Posicionamento crítico
Conhecimento estatístico	
Conhecimento matemático	
Conhecimento contextual	
Questionamento crítico	

Fonte: Gal (op. cit., p. 4)

Perin (2019), explica que essa competência está associada ao uso que um indivíduo faz do conhecimento estatístico para compreender o que não está necessariamente explícito em uma informação estatística. Não se trata apenas de saber-fazer, mas de compreender o quê, como e por que fazer de determinada forma em um contexto específico, e, ao fazê-lo, ter ciência das implicações do que se faz.

O raciocínio está mais ligado à compreensão conceitual e à conexão de importantes ideias, como variação, distribuição, centro, dispersão, associação e amostragem ou combinação de ideias sobre dados e incerteza que conduzem a realização de inferência.

Para que os estudantes possam desenvolver essa competência, as tarefas em sala de aula devem ser preparadas com o objetivo de levar os alunos ao desenvolvimento de ideias estatísticas centrais. É necessário que elas conduzam ao aprofundamento da compreensão

conceitual em Estatística, ao invés da aprendizagem de procedimentos e representações específicas. Algumas dessas ideias centrais, segundo Biehler et al. (2018) são:

Dados: o objetivo é perceber a necessidade dos dados para tirar conclusões e fazer avaliações. Aspectos ligados à obtenção de dados que sejam válidos devem ser também contemplados;

Distribuição: a ideia é levar os alunos a ter uma visão global dos dados de modo a desenvolverem a noção de distribuição;

Variabilidade e centro: deve-se incentivar a conjugação da análise de medidas de tendência central com a dispersão dos dados, medida, por exemplo, pela amplitude da amostra e pela amplitude interquartis;

Amostragem e inferência: saber como as amostras estão relacionadas com a população e o que pode ser inferido com base em uma amostra, levando os alunos a compreender que as decisões se baseiam em amostras.

Perin e Wodewotzki (2019), afirmam que o raciocínio estatístico concerne ao trabalho com as ferramentas estatísticas, não direcionado a saber operar com elas, mas atento aos seus significados mais profundos. É estar atento ao seu sentido, à mensagem subjacente a elas, principalmente no contexto em que são utilizadas.

Já o pensamento estatístico é caracterizado pela habilidade de relacionar dados quantitativos com situações concretas, explicitando-se o que os dados dizem sobre o problema, associando os modelos matemáticos à natureza contextual em que se envolvem. Tal competência torna-se evidente quando um aluno questiona sobre a melhor forma de obter dados, reflete sobre as variáveis envolvidas, demonstra ceticismo sobre a obtenção de tais dados, explora além do que os textos prescrevem, faz interpretações também em termos não estatísticos e questiona espontaneamente os dados e os resultados (Campos et al., 2011).

Wild e Pfannkuch (1999), após realizarem seus estudos sobre o pensamento estatístico concluíram que essa competência está baseada em quatro dimensões: ciclo investigativo, ciclo interrogativo, tipos de pensamento e disposições.

O ciclo investigativo refere-se à forma de agir e pensar durante uma investigação estatística. Esse ciclo foi adaptado por Wild e Pfannkuch (op. cit.) para *problem, plan, data, analysis, conclusions* (PPDAC), mostrados na figura 3.

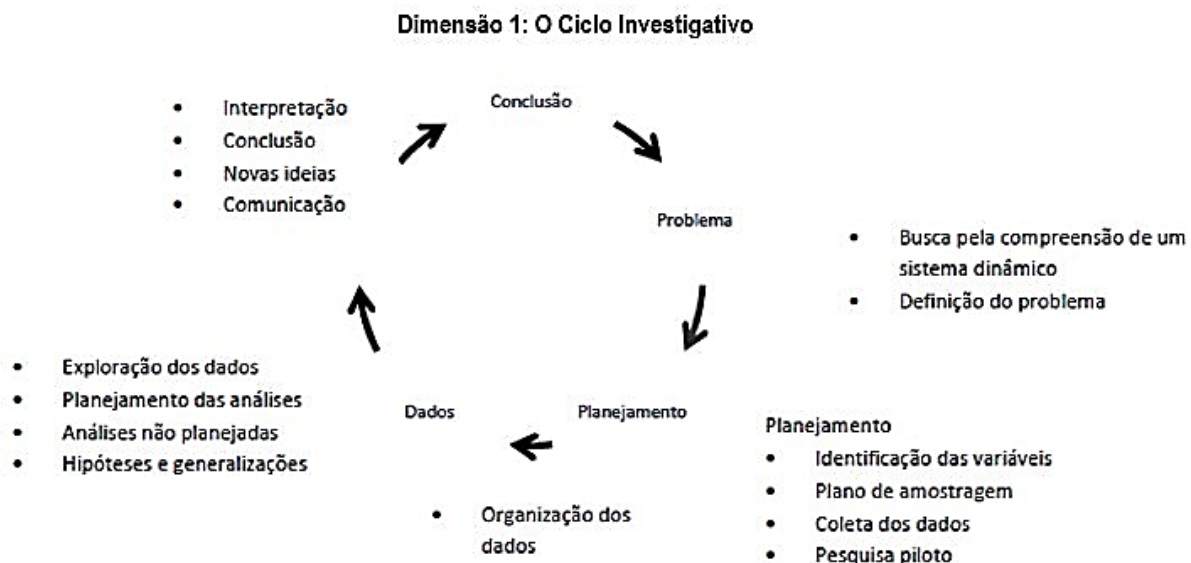


Figura 3: Dimensões do ciclo investigativo e atividades envolvidas (adaptado de Wild e Pfannkuch, 1999)

O ciclo interrogativo é um processo genérico do pensamento e constante durante a resolução de um problema estatístico, e seus componentes estão apresentados na figura 4. Relaciona-se ao levantamento de questões tanto no nível macro como no nível micro da pesquisa. Esse ciclo engloba cinco atividades: *gerar ideias*, que podem ser oriundas do contexto ou do conhecimento estatístico; *buscar informações* para dar continuidade à pesquisa; *interpretar*, processo que envolve os atos de ler, ver, ouvir, traduzir, resumir internamente, comparar e conectar; *criticar*, que envolve o ato de checar os pontos a favor e contra os resultados em mãos; *julgar*, questionando a confiabilidade das informações, a utilidade das ideias, praticidade dos planos, a conformidade com o contexto e o entendimento estatístico, a necessidade de outras pesquisas etc.

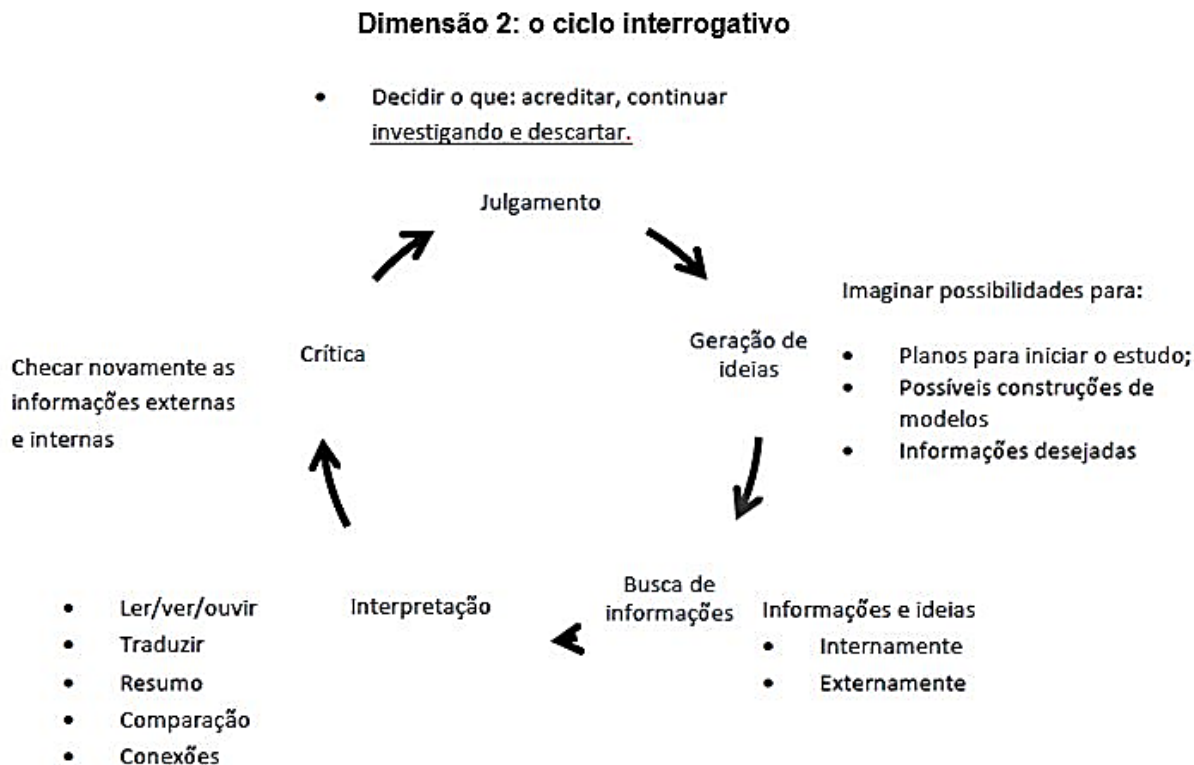


Figura 4: Dimensões do ciclo interrogativo e atividades envolvidas (adaptado de Wild e Pfannkuch, 1999)

A terceira dimensão, denominada *tipos de pensamento*, é composta por duas modalidades de pensamento: o geral e o fundamental. O *pensamento geral* refere-se ao planejamento do ciclo investigativo, visando a algumas estratégias que conduzem a investigação; elaboram-se questões do tipo: o que faremos? Como faremos? Temos dinheiro e material suficientes? Quais são os prazos? Os dados podem apresentar limitações? Já o *pensamento fundamental* envolve o uso das ideias estatísticas para realizar um estudo. Relaciona-se ao reconhecimento de que a realização de uma pesquisa não se fundamenta nas experiências pessoais, mas em ferramentas que conduzam a coleta, o tratamento e a interpretação dos dados.

Finalmente, a quarta dimensão, a *disposição*, está relacionada a qualidades pessoais, como curiosidade e questionamento, engajamento, imaginação, ceticismo, raciocínio lógico e disposição para aprender.

Entendemos que o pensamento estatístico está presente nos modos de agir, nas posturas e atitudes dos indivíduos, já que seus elementos permeiam todas as etapas de uma investigação.

Percebemos que essas competências não priorizam um estudo isolado de métodos e conteúdos estatísticos e sim o oposto, a significação de seus conceitos e uma reflexão do uso de suas ferramentas nos meios de comunicação. Por meio delas, há a preocupação em encorajar o estudante a perceber o papel que as variáveis desempenham na construção de um modelo e olhar para o processo estatístico como um todo, considerando a melhor forma de obter e analisar dados.

A competência crítica e suas articulações com as demais competências

Em relação à competência crítica, Skovsmose (2014) a define baseado em diversas características: o diálogo, a democracia, o conhecimento reflexivo, entre outras. Assim, a competência crítica é exercida somente se no ambiente educacional se trabalhar o diálogo entre os alunos e com o professor, se houver atitudes democráticas em sala de aula, se o conhecimento inspirar reflexão. Outro aspecto fundamental para se desenvolver a competência democrática é trazer para a aula problemas do cotidiano da comunidade e problemáticas sociais que envolvam a Matemática em sua argumentação. Para tanto, Skovsmose (op. cit.) defende o trabalho pedagógico considerando uma distância crítica do currículo, o trato da Matemática como forma de empoderar os estudantes enquanto cidadãos, o envolvimento da tecnologia no processo educacional, uma educação problematizadora, mas que não se restringe à resolução de problemas.

O processo de ensino-aprendizagem deve ser orientado em direção à meta de prover os estudantes com oportunidades para eles desenvolverem a competência crítica como uma forma de qualificação necessária para sua participação na promoção de processos de democratização na sociedade, e isso inclui desenvolver qualificações de competência e capacidade de lidar com criatividade com os problemas cotidianos da sociedade, de tal forma que eles podem apoiar processos de democratização na sociedade (Skovsmose, 2014).

Campos (2016) entende que o pensamento estatístico ocorre quando os modelos matemáticos são associados à natureza contextual do problema proposto e o aluno identifica e escolhe adequadamente as ferramentas estatísticas necessárias à sua descrição e interpretação. Skovsmose (2014) e Giroux (1997) citam esse aspecto como fundamental para o desenvolvimento da competência crítica.

Outra característica que Campos (2007) comenta sobre o pensamento estatístico é a ideia de prover a habilidade de enxergar o problema estatístico de maneira global, com suas interações

e seus porquês, entender suas diversas relações e o significado das variações, explorar os dados além do que os textos prescrevem e gerar questões e especulações não previstas inicialmente. Isso está bastante de acordo com o pensamento reflexivo, pois valoriza os questionamentos, a confiabilidade dos resultados etc. Além disso, tende a estimular a criatividade, conforme nos orienta Skovsmose (2014).

Em relação ao raciocínio estatístico e suas interfaces com a competência crítica, Campos (2007) pondera:

Para desenvolver o raciocínio estatístico, destacamos que os problemas de Estatística devem começar com um questionamento e terminar com uma opinião, que espera-se que seja fundamentada em certos resultados práticos. Os julgamentos e as conjecturas expressos pelos estudantes não devem ser caracterizados como certos ou errados, e sim analisados quanto à qualidade de seu raciocínio, adequação e métodos empregados para fundamentar as evidências. Novamente vemos aqui uma adequação com os princípios da rejeição à ideologia do falso-verdadeiro, valorização do aspecto crítico (Skovsmose), valorização da pedagogia da escrita, além de dar voz ao estudante (Giroux), estimulando a reflexão (Campos, 2007, pp. 105-106).

Quanto à Literacia, Campos (2007) mostra que ela tem a ver com a capacidade de argumentar, de se expressar segundo uma linguagem própria da Estatística, mas também expressa a capacidade de debater os conceitos inseridos num contexto de discussão social e valoriza o desenvolvimento de atitudes de questionamento nas quais se aplicam conceitos mais sofisticados para contradizer alegações que são feitas sem fundamentação estatística apropriada. Isso tem ligação com o conhecimento reflexivo que defende a preparação dos alunos para uma vida social, incentivando-os a perceber, entender, julgar e aplicar os conceitos matemáticos em sua vida cotidiana, que é a base da competência crítica.

Com essas ponderações, vemos que a literacia, o raciocínio e o pensamento estatísticos estão imbricados com a competência crítica. Skovsmose (2014) afirma que a Educação Matemática pode e deve contribuir para o processo de formação do estudante por meio de uma perspectiva crítica e reflexiva. Ele explica que é possível refletir *sobre* a Matemática, *com* a Matemática e *por meio de* Matemática. Perin (2019), estende essa ideia para a Educação Estatística Crítica, que ao abarcar as competências apresentadas, permite outros olhares para os fatos, novas reflexões e formas de enxergar o mundo, vendo outras possibilidades de atuação

nele, com base na análise dos obstáculos que devem ser superados, compreendendo assim possibilidades transformadoras da experiência.

Perin (2019) aprofunda o estudo da competência crítica no âmbito da Educação Estatística, mostrando que ela ocorre segundo duas concepções: a crítica epistemológica e a crítica sociopolítica. A autora aponta que a crítica sociopolítica se faz presente quando o aluno, em seu discurso, é capaz de refletir sobre seu próprio comportamento, sobre suas condutas, percebendo de que forma ele pode contribuir com suas ações para melhorar o mundo. Reflexões de ordem ética, relacionadas ao respeito, à cooperação, à tomada de consciência sobre sua ação, “proporcionando mudanças de atitude, de criação de disposições democráticas do qual se possa substituir hábitos de passividade por hábitos de participação e ingerência” (Perin, 2019, p. 190).

A subcategoria epistemológica da competência crítica emergiu no trabalho de Perin (op. cit.) quando os alunos desenvolveram críticas sobre o conhecimento estatístico, sobre os conceitos trabalhados na disciplina.

[...] os alunos foram confrontados com questões que remetem à tomada de decisões a partir de dados estatísticos. Algumas questões do tipo “*Podemos confiar nos dados obtidos por amostras para tirar conclusões sobre toda a população? O que significa tomar decisões baseadas em gráficos e números?*” parecem permear a ação de ler e compreender informações que circulam nos meios de comunicação (Perin, 2019, p. 195).

A autora pontua que quando os alunos fazem questionamentos do tipo *Quem fez? Como fez? Respeitou todos os cuidados?*, demonstram ter compreendido que a Estatística não é livre da influência ideológica e que pode haver interesses de grupos sociais subjacentes às informações com as quais nos deparamos cotidianamente.

Essas observações também remetem à literacia estatística, pois os alunos reconhecem a relevância de articular conhecimentos conceituais sobre o processo de amostragem para verificar se determinadas conclusões podem ser tiradas com base nas informações disponíveis. Eles não só reconheceram essa importância, como também destacam a necessidade de levantar perguntas críticas a esse respeito (Perin, 2019, p. 195).

Novamente vemos nas palavras da autora a convergência entre essa categoria da competência crítica com a literacia.

A modelagem matemática

A modelagem matemática desenvolvida com base na Educação Matemática tem sido realizada no Brasil desde a década de 1970. Diferentes concepções foram apresentadas desde então, as quais estão fortemente relacionadas com o objetivo que se pretende enfatizar ao se desenvolvê-la no ambiente educacional. De forma geral, busca-se favorecer um ensino de Matemática partindo da necessidade dos envolvidos, de seus interesses, de uma forma na qual os alunos constroem seus conhecimentos (Burak, 2019).

Para D'Ambrósio (1986), a modelagem matemática é um processo muito rico para a sala de aula de Matemática e culmina com a solução efetiva de um problema real e não com a simples resolução formal de um problema artificial. Sendo assim, a prática da modelagem matemática incentiva os alunos para a pesquisa na resolução de situações problemas do seu cotidiano.

Aproximando da visão desse autor, Barbosa (2001) defende que a modelagem é um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da Matemática, situações oriundas de outras áreas da realidade, cujo objetivo é alcançar um olhar crítico para a Educação Matemática. Valoriza-se mais as interações durante o processo de modelagem do que os resultados. Nessa mesma direção, Meyer, Caldeira e Malheiros (2011) defendem a vinculação entre a modelagem e uma intenção de *educar matematicamente*, pois entendem a Matemática como um conjunto de regras e convenções que são estabelecidas dentro de determinado contexto social, histórico e cultural, permeadas pelas relações de poder, diferentemente daquela ciência vista como uma simples descoberta. Os referidos autores almejam, por meio dela, ensinar Matemática de modo que os alunos, como agentes ativos, criem mecanismos de reflexão e ação, buscando desenvolver o senso crítico, a capacidade de resolver situações problemas do cotidiano.

Já para Bassanezzi (2011) e Biembengut e Hein (2013), o objetivo principal é criar condições para que o aluno desenvolva a criatividade matemática de forma que aprendam a fazer modelos matemáticos, aprimorando seus conhecimentos. Para esses autores, a construção dos modelos é primordial para que se caracterize o desenvolvimento de atividade de modelagem matemática.

Burak (1992) a compreende como uma metodologia de ensino e aprendizagem, a qual possui dois princípios fundamentais: 1) o interesse do grupo; 2) a obtenção e informação de dados do ambiente no qual se encontra o interesse do grupo. Dessa forma, “a Modelagem Matemática constitui-se em um conjunto de procedimentos, cujo objetivo é estabelecer um

paralelo para tentar explicar matematicamente os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer previsões e a tomar decisões” (Burak, 1992, p. 62).

A modelagem, como uma estratégia para o ensino de Matemática, tem os encaminhamentos para as atividades sugeridos com base em cinco etapas, conforme Burak (2004): 1) escolha do tema; 2) pesquisa exploratória; 3) levantamento do(s) problema(s); 4) solução do(s) problema(s) e o desenvolvimento de conteúdos e da Matemática relacionada ao tema; 5) análise crítica das soluções.

Santos (2015), ao realizar um estudo do tipo estado da arte sobre as pesquisas em Educação Estatística, identificou que a modelagem matemática no ensino e na aprendizagem de Estatística tem se destacado como elaboração de estratégias didáticas e propostas metodológicas nos variados níveis de ensino.

Tendo em vista a notoriedade que o ambiente de modelagem matemática tem alcançado nas pesquisas em Educação Estatística, o que faremos neste artigo será mostrar como uma atividade de modelagem, estruturada de forma a desenvolver as competências de raciocínio e pensamento estatísticos, abarca o desenvolvimento da literacia e, por consequência exercita a competência crítica.

Interfaces entre as etapas da modelagem matemática e as competências estatísticas

1) Escolha do tema — O processo de modelagem matemática parte de temas propostos pelos alunos que devem estar trabalhando em grupos. Os temas podem envolver esportes, atividades industriais, econômicas e comerciais, prestação de serviços, meio ambiente, saúde, questões sociais entre outros. As discussões proporcionadas nessa etapa podem levar ao desenvolvimento do raciocínio estatístico, mais especificamente o raciocínio sobre os dados, pois os alunos reconhecerão a necessidade dos dados, seus diferentes tipos, os quais produzem diferentes formas de recolhas e de tratamento. É nessa etapa que os alunos farão questionamentos do tipo: Como nossas questões iniciais serão respondidas? Como vamos coletar esses dados? Como deverão ser organizados de forma que nos ajudem a compreender o que está sendo investigado?

Já em relação ao pensamento estatístico, nessa primeira etapa há uma maior evidência da primeira dimensão descrita por Wild e Pfannkuch (1999), o ciclo investigativo. É nesse momento que os alunos começam a visualizar todas as etapas de uma investigação estatística, pois escolher o tema requer definir o problema, planejar no sentido de identificar as variáveis

envolvidas, discutir o plano de amostragem e como os dados deverão ser organizados, além compreender o que se busca explorar, elaborar hipóteses e generalizações. Ainda que não haja o domínio dos conteúdos estatísticos envolvidos em cada uma dessas ações, é nesse primeiro momento que ocorrem discussões no sentido de o aluno perceber a necessidade e a importância das ferramentas estatísticas. Entendemos que é nesse momento também que o professor deve intervir como mediador, a fim de encorajar os alunos a se envolverem numa atividade investigativa.

Ao raciocinar sobre dados e elaborar um plano para coleta de dados, alguns elementos do modelo de conhecimento estatístico proposto por Gal (2002) são acionados, como a habilidade de letramento, pois requer a habilidade de relacionar ideias e combinar informações. O indivíduo tem que associar a informação textual (conhecimento estatístico) com o extratextual (o tema que pretende investigar). Segundo o referido autor, essa habilidade é essencial para que o indivíduo seja capaz de dar sentido aos conceitos estatísticos. Ele tem de discernir entre o que constitui ou não uma boa amostra de modo a validar o plano que está sendo elaborado. Inicia-se um pensamento crítico sobre a aplicação das ferramentas estatísticas no contexto do problema, característica essencial da literacia estatística. Como isso se faz por meio do diálogo entre alunos e alunos e entre alunos e professor, observamos o exercício competência crítica epistemológica.

2) *Pesquisa exploratória* — Essa etapa da modelagem se configura como importante para o desenvolvimento da experiência de campo, ajudando a gerar um comportamento mais atento, mais sensível e mais crítico, atributos importantes na formação de uma postura investigativa. Assim, ao trabalhar um tema, procura-se identificar as várias dimensões ou aspectos que compõem a realidade. Por exemplo, ao se trabalhar o tema indústria cerâmica, explora-se aspectos que constituem essa realidade, sejam eles políticos, sociais, econômicos, estruturais, entre outros. Os dados coletados são de natureza qualitativa e quantitativa. Nessa segunda etapa pode-se desenvolver dois tipos importantes de raciocínio. Novamente o raciocínio sobre os dados, mas agora de maneira mais intensa de forma que o aluno, ao trabalhar nessa etapa, seja capaz de categorizar dados como quantitativos e qualitativos e suas subclassificações. Além desse tipo de raciocínio, tem-se, também, o raciocínio sobre as amostras, pois obter dados requer uma discussão sobre o plano de amostragem.

No que se refere ao pensamento estatístico percebe-se nessa etapa fortes relações com a segunda dimensão do pensamento estatístico, denominada por Wild e Pfannkuch (1999) de ciclo interrogativo, pois é nesse momento que se levanta questões do nível macro e micro da pesquisa. Conforme descrito por Burack (2019), é nessa etapa que se procura identificar as várias dimensões ou aspectos que compõem a realidade, e fazer isso requer a geração de ideias, requer buscar informações, interpretar, criticar e julgar, ações que compõem a segunda dimensão do pensamento estatístico. Conforme dissemos, é nessa etapa que os alunos reconhecem a necessidade dos dados de forma mais categórica, além de desenvolver planos mais elaborados de coleta de dados. Tal fato abarca uma outra dimensão do pensamento estatístico, denominada tipos fundamentais de pensamento estatístico — reconhecimento da necessidade dos dados, transnumeração (mudança de representação para possibilitar o entendimento da informação), raciocínio com modelos estatísticos, interagindo a estatística com o contexto. Essa dimensão está associada à consciência de que conclusões sobre um determinado contexto só podem ser tiradas com base em uma análise cuidadosa e sistemática.

Ao exercitar aspectos do raciocínio e do pensamento estatísticos ligados a coleta de dados, os alunos começam o exercício de distinguir uma população de uma amostra. Além disso, é nesse momento que eles começam a refletir sobre a representatividade de uma amostra e começam a indagar e buscar por metodologias para evitar o enviesamento das amostras de forma que essas possam representar a população em estudo. Cabe também ao professor fazer essa mediação, colocando os seguintes questionamentos: *Qual é a população? Como deverá ser selecionada a amostra de modo a ser representativa? É necessário utilizar uma amostra estratificada? É permitido a participação voluntária em pesquisas?*

Vimos que segundo Campos, Wodewotzki e Jacobini (2011) o entendimento de conceitos e a apropriação de vocábulos constituem a literacia estatística. Conceitos como censo, amostra, amostragem, tipos de amostragem são trabalhados nessa etapa. Dos elementos propostos no modelo de Gal (quadro 1) percebe-se de forma mais evidente, o conhecimento estatístico, nesse caso os relacionados ao processo de amostragem. Também notamos a presença do conhecimento contextual, pois há a necessidade de conhecer o contexto e suas características para elaborar planos de coleta de dados que sejam adequados à sua realidade. Mas, conforme discutido por Perin e Wodewotzki (2019) não se trata apenas de saber-fazer, mas de compreender o quê, como e por que coletar de determinada maneira, e, ao fazê-lo, ter ciência

das implicações do que se fez. Nesse contexto, vemos aqui a presença de um outro elemento, que é o posicionamento crítico. O aluno pratica a competência crítica epistemológica porque requer a problematização dos conteúdos intelectuais e demanda a compreensão do objeto em estudo. O aprendizado do conteúdo está associado à tomada de consciência do seu uso em situações cotidianas. De forma análoga, ao se trabalhar a exploração dos aspectos que constituem a realidade que está sendo estudada, sejam eles políticos, sociais, econômicos, estruturais, etc., percebemos a atuação da competência crítica sociopolítica.

Por entendermos a 3^a – *Levantamento do problema* – e 4^a – *Resolução do problema e o desenvolvimento do conteúdo matemático no contexto do tema* – etapas, que são muito próximas no que se diz respeito a aspectos do raciocínio, pensamento e letramento estatístico vamos tratá-las de forma simultânea. O levantamento do problema é a terceira etapa do método de modelagem e é feito com base nos dados coletados na etapa da pesquisa exploratória. Por se tratar de problemas elaborados com base nos dados coletados na pesquisa de campo, eles apresentam, geralmente, caráter genérico, por isso estimulam a pesquisa e requerem a organização dos dados favorecendo a compreensão mais geral de uma determinada situação. Diferentemente das situações apresentadas nos livros textos, na modelagem matemática, são os problemas que determinam os conteúdos a trabalhar. Pautados pelo contexto do tema, podem ser desenvolvidos vários conteúdos matemáticos, estatísticos e não matemáticos provenientes dos dados coletados e das hipóteses levantadas pelo professor e/ou pelo grupo.

São nessas etapas que ocorrem a transição entre linguagens diferentes; a primeira transição é da linguagem natural para a linguagem sistemática, que ocorre quando uma situação da realidade é transformada em informações; a segunda é a transição da linguagem sistemática para a linguagem matemática, que ocorre quando as informações são transformadas por meio de hipóteses simplificadas em um modelo matemático/estatístico. Nelas é que são usadas todas as ferramentas matemáticas/estatísticas disponíveis. Na resolução de um problema ou de uma situação-problema, os conteúdos matemáticos ganham importância e significado. As operações, as propriedades e os diversos campos da Matemática que se destacam nessa fase, conferem significados aos conteúdos. Adicionalmente, questões não matemáticas oriundas dos dados podem merecer atenção ao envolver assuntos como meio ambiente, problemas sociais, políticos, culturais e econômicos, entre outros. Por se tratar de problemas abertos pode acontecer que um conteúdo necessário à resolução do problema ainda não tenha sido apresentado ao aluno. É,

então, um momento importante para que o professor, na condição de mediador, ofereça ao aluno a aquisição desse conhecimento.

Essas etapas são caracterizadas pela tradução do contexto por meio dos dados coletados. Para que isso ocorra é necessário a organização dos dados em tabelas e gráficos, a determinação das medidas de posição central e de dispersão, e o estabelecimento de relações entre algumas variáveis envolvidas.

Com isso, trata-se de etapas oportunas ao desenvolvimento dos seguintes tipos de raciocínio: sobre representação de dados, sobre medidas estatísticas e sobre associação. Esses tipos de raciocínio estão vinculados à terceira dimensão do pensamento estatístico, denominada tipos de pensamento, a qual é caracterizada pela adequação das ferramentas estatísticas ao contexto investigado. Está também associado a um exercício de transnumeração, que corresponde à exploração, análise e apresentação de números em formas de tabelas, gráficos e medidas, sejam elas de resumo ou de dispersão. São nessas etapas que ocorrem também a consideração sobre a variação. Englobar isso tudo requer do estudante uma propensão para procurar significados mais profundos, sendo lógico, aberto e observador. Por isso, há que se estar envolvido com as ideias que estão associadas aos dados e ao contexto, e tais posicionamentos compõem a quarta dimensão do pensamento estatístico, assim como caracteriza a literacia estatística.

Nessa fase, ao representar e resumir as informações e traduzir em números as características do contexto estudado, o aluno exercitará a capacidade de ler e interpretar dados contidos em tabelas e gráficos, a fim de comunicar as informações ali expressas. Certamente, ao passar por essas etapas, os alunos se questionarão sobre a forma mais adequada para representar os dados, assim como também se abrirá espaço para o aluno reconhecer e considerar um *outlier* no cálculo da média, mediana e moda e sugerir a medida mais adequada para representar aquele conjunto de dados. Percebe-se que nessas etapas o aluno pode adquirir muito mais que habilidades numéricas para o exercício pleno da cidadania, conforme discutido por Gal (2002) ao discorrer sobre a literacia estatística. De acordo com o modelo de letramento proposto pelo autor citado, compreendemos que nessa fase todos os elementos do conhecimento e de disposição são acionados.

Há que se considerar que o professor tem um papel fundamental nessa etapa na qualidade de mediador, conduzindo e encorajando os alunos a trabalhar mais intensamente com os diversos tipos de raciocínio e com o letramento.

5) *Análise crítica das soluções* — Essa etapa da modelagem é caracterizada pelo revisitar das etapas anteriores, especialmente rica para analisar e discutir as soluções encontradas. É momento de considerar e avaliar as hipóteses construídas na fase de levantamento dos problemas. Possibilita tanto o aprofundamento acerca dos aspectos matemáticos como dos não matemáticos envolvidos no tema. Sob o aspecto da Matemática/Estatística, analisa-se a coerência e a consistência lógica das soluções encontradas. É nesse estágio que se discutem os cuidados com a linguagem e os limites no que se refere à aplicação da Estatística para o entendimento de uma situação cotidiana. Tão importante quanto trabalhar os aspectos matemáticos das situações, os não matemáticos são essenciais para construção e consolidação de valores e de atitudes permanentes e essenciais para a formação do aluno. Assim, dizemos que essa etapa é valiosa para a retomada dos diferentes tipos de raciocínio explorados em cada uma das fases anteriores. Isso implica o momento de checar os pontos a favor e contra às conclusões que estão sendo realizadas, de questionar a confiabilidade das informações, utilidade das ideias e geração de novas ideias.

É nessa etapa também que se busca fazer generalizações sobre as características de uma população com base em afirmações contidas na amostra, reconhecendo que há métodos para isso, o que implica que essa etapa também favorece o desenvolvimento do raciocínio sobre incerteza e inferência. Isso tudo requer raciocinar com os modelos estatísticos e interagir a Estatística com o contexto, mas, para isso, os alunos devem estar curiosos, abertos e atentos. Tais ações envolvem as quatro dimensões do pensamento estatístico, pois entendemos que é nessa etapa que o aluno é convidado a olhar de maneira mais sistemática para o processo de investigação estatística como um todo.

Resumidamente vimos que essa etapa é marcada pelos atos de avaliar, julgar, questionar e associar conceitos matemáticos e estatísticos à leitura de mundo, ou seja, é o momento de refletir e ressignificar as ações desenvolvidas, além de abrir espaço para que novos conteúdos sejam explorados. Skovsmose (2014) colocou a reflexão como um dos elementos chave para a competência crítica. Fazendo um paralelo com Skovsmose (op. cit.) vemos que nessa etapa é possível estabelecer reflexões *sobre* a Estatística, isso se dá no momento em que procuramos

validar os modelos construídos, de forma que possam representar a situação em estudo. Pelo fato de as atividades de modelagem matemática referirem-se a situações de ordem econômica, industrial, social, ambiental, comercial, esportiva, etc., isso permite fazer reflexões de diferentes naturezas à luz do conhecimento estatístico.

Vemos, assim, forte sintonia com o que caracteriza a literacia estatística e a competência crítica, na medida em que o indivíduo apropria-se de um conhecimento conceitual da Estatística e de uma postura crítica e reflexiva do seu uso nos diferentes contextos, ou seja, é chamado a exercer uma reflexão acerca das implicações da sua aplicabilidade.

Considerações finais

Sintetizamos no quadro 2 a discussão realizada sobre as competências estatísticas nas etapas propostas por Burak (2019) para a Modelagem Matemática. Nele, buscamos evidenciar os tipos de raciocínio e dimensões do pensamento estatístico mais marcantes em cada etapa. Além disso, mostramos os componentes do letramento estatístico que se fazem presentes quando se realiza uma atividade modelagem matemática.

Quadro 2: Relações entre etapas da Modelagem Matemática, tipos de raciocínio estatístico, elementos do pensamento estatístico e elementos do letramento abarcado em cada etapa

Etapas da Modelagem Matemática	Tipos de Raciocínio	Dimensão do Pensamento Estatístico	Componentes do Letramento Estatístico
1ª Etapa – Escolha do tema	Raciocínio sobre os dados	Ciclo Investigativo	Habilidades de letramento
2ª Etapa – Pesquisa Exploratória	Raciocínio sobre os dados Raciocínio sobre amostras	Ciclo Interrogativo Tipos fundamentais do pensamento estatístico	Conhecimento estatístico Conhecimento Contextual
3ª Etapa – Levantamento dos problemas 4ª Etapa – Resolução do(s) problema(s) e desenvolvimento do conteúdo matemático no contexto do tema	Raciocínio sobre representação de dados Raciocínio sobre medidas estatísticas Raciocínio e sobre associação	Ciclo Investigativo Tipos gerais e fundamentais do pensamento estatístico Disposição	Habilidades de letramento Conhecimento estatístico Conhecimento Matemático Questionamento Crítico
5ª Etapa - Análise crítica das soluções	Raciocínio sobre representação de dados Raciocínio sobre medidas estatísticas Raciocínio e sobre associação Raciocínio sobre incerteza	Ciclo investigativo Ciclo interrogativo 4 dimensões do pensamento Disposição	Crenças e atitudes Posicionamento Crítico

Fonte: Elaboração dos Autores

Note-se que os tipos de raciocínio, os elementos do pensamento estatístico e os componentes do letramento não pertencem exclusivamente a uma única etapa da atividade de modelagem matemática. No Quadro 2, nós apenas destacamos aquilo que é mais acentuado em cada etapa, tendo em vista que o processo investigativo é dinâmico e marcado pela retomada das etapas já vivenciadas, o que pôde ser observado na figura 3.

Adicionalmente, mostramos em nossa análise a presença da competência crítica, seja ela epistemológica ou sociopolítica, nas diversas etapas da modelagem matemática. Isso deve ainda ser conjugado com os elementos de disposição apresentados por Gal (quadro 1), que são as crenças e atitudes, além do posicionamento crítico. A atividade de modelagem propicia um rico momento para exercitar a reflexão sobre as problemáticas sociais envolvidas no contexto do problema que está sendo trabalhado. Tais reflexões devem ser encorajadas pelo professor-mediador ao longo das diversas etapas, sendo que a discussão e o diálogo, assim como a democratização do ambiente da sala de aula, são fundamentais para o pleno desenvolvimento da competência crítica, conforme a descrevemos.

Por fim, entendemos que a estratégia pedagógica da modelagem matemática, nos termos definidos por Burack (2019), favorece sobremaneira o desenvolvimento das competências do pensamento, raciocínio e letramento estatísticos, além da competência crítica epistemológica e sociopolítica. Tal interação ficou evidenciada ao longo da descrição das etapas da modelagem, mas entendemos que a sua intensidade pode variar conforme o professor-mediador estiver consciente das potencialidades das atividades e puder valorizar as atitudes e posturas requeridas dos estudantes para o bom desenvolvimento das competências citadas.

Referências

- Almouloud, S. A., & Silva, M. J. F. (2019). Construção do referencial teórico de uma pesquisa educacional. In G. P. Oliveira (org.), *Pesquisa em educação e educação matemática: um olhar sobre a metodologia*, (49-82). Curitiba; CRV.
- Barbosa. J. C. (2001). Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico. *Anais da Reunião Anual da ANPED*, 24, 2001, Caxambu: ANPED.
- Bassanezi, R. C. (2011). *Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia*. São Paulo: Contexto.
- Biehler, R., Frischemeier, D., Reading, C., & Shaughnessy, M. (2018). Reasoning about data. D. Ben-Zvi; K. Makar; J. Garfield (Orgs.) *International Handbook of Research in Statistics Education*, (138-186). Gewerbestrasse: Springer International.

- Biembengut, M. S., & Hein, N. (2013). *Modelagem matemática no ensino*. 5ª ed. São Paulo: Contexto.
- Burak, D. (1992). *Modelagem matemática: ações e interações no processo de ensino aprendizagem*. 460f. Tese (Doutorado em Educação) — Faculdade de Educação. Campinas: UNICAMP.
- Burak, D. (2004). Modelagem Matemática e a sala de aula. *Anais do I EPREM: Modelagem Matemática: práticas, críticas e perspectivas de Modelagem na Educação Matemática*, 208-222. Londrina: UEL.
- Burak, D. (2019). A Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática: olhares múltiplos e complexos. *Educação Matemática sem Fronteiras*, 1 (1), 96-111 Chapecó: UFFS.
- Campos, C. R. (2007). *A Educação Estatística: uma investigação acerca dos aspectos relevantes à didática da Estatística em cursos de graduação*. 256f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) — Rio Claro: Instituto de Geociências e Ciências Exatas - UNESP.
- Campos, C. R. (2016). *Towards Critical Statistics Education*. Saarbrücken, Alemanha: Lambert Academic Publishing.
- Campos, C. R., & Coutinho, C. Q. S. (2019). O problema da amostragem no contexto da educação estatística crítica. *Anais da XV Conferência Interamericana de Educação Matemática* (1-9). Medellín: Universidad de Medellín. Retirado em 18 de setembro, 2019 de: <file:///C:/Users/Usuario/Downloads/CIAEMColmbiaOproblemadaamostragemdocontodaedestcrtica.pdf>
- Campos, C. R., Wodewotzki, M. L. L., & Jacobini, O. R. (2011). *Educação Estatística: teoria e prática em ambientes de modelagem matemática*. Belo Horizonte: Autêntica.
- Cazorla, I. M., Silva Júnior, A. V., & Santana, E. R. S. (2018). Reflexões sobre o ensino de variáveis conceituais na educação básica. *REnCiMa*, 9(2), 354-373.
- Coutinho, C. Q. S., & Campos, C. R. (2018) Perspectivas em didática e educação estatística e financeira: reflexões sobre convergências entre letramento matemático, matemacia, letramento estatístico e letramento financeiro. G. P. Oliveira (org.), *Educação Matemática: epistemologia, didática e tecnologia* (143-180). São Paulo: Livraria da Física.
- Coutinho, C. Q. S., & Campos, C. R. (2019). Metodologia quantitativa e mista. G. P. Oliveira (Org.), *Pesquisa em Educação Matemática: um olhar sobre a metodologia*, (83-108). Curitiba: CRV.
- D'Ambrosio, U. (1986). *Da realidade à ação: reflexos sobre Educação e Matemática*. São Paulo: Summus.
- Delmas, R. C. (2002). Statistical literacy, reasoning and learning: a commentary. *Journal of Statistics Education*, 10(3). Disponível em: www.amstat.org/publications/jse/v10n3/chance.html.

- Fiorentini, D., & Lorenzato, S. (2006). *Investigação em Educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos*. Campinas: Autores Associados.
- Gal, I. (2002). Adult statistical literacy: meanings, components, responsibilities. *International Statistical Review*, 70 (1), 1-25.
- Giroux, H. A. (1997). *Os professores como intelectuais: rumo a uma pedagogia crítica*. Trad. Daniel Bueno. Porto Alegre: Artmed.
- Machado, M. B. (2017). *Modelagem matemática como ambiente de aprendizagem de Estatística na educação Básica*. 155f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) — Porto Alegre: Instituto de Matemática/UFRS.
- Meyer, J. F. C., Caldeira, A. D., & Malheiros, A. P. S. (2011). *Modelagem em Educação Matemática*. Belo Horizonte: Autêntica.
- Ministério da Educação (MEC). (2017). Resolução cne/cp nº 2, de 22 de dezembro de 2017. *Institui Base Nacional Comum Curricular*. Brasília: Diário Oficial República Federativa do Brasil
- Perin, A. P. (2019). *Educação Estatística Crítica: um estudo das práticas discentes em um curso de tecnologia*. 267f. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Rio Claro: Instituto de Geociências e Ciências Exatas/UNESP.
- Perin, A. P., & Wodewotzki, M. L. L. (2019). A modelagem matemática: um ambiente para o desenvolvimento do raciocínio estatístico. *Caminhos da Educação Matemática em Revista*, 9 (2), 158-170.
- Pfannkuch, M. (2018). Reimagining curriculum approaches. D. Ben-Zvi, K. Makar; & J. Garfield (Eds.), (384-406). *International Handbook of Research in Statistics Education*. Gewerbestrasse: Springer International.
- Samá, S. P. (2018). Caminhos trilhados pelo GT12 nas pesquisas em Educação Estatística no Brasil. *Anais do VII Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática*, (1-12). Foz do Iguaçu: SBEM. Retirado em 10 de junho, 2019, de: http://www.sbemparana.com.br/eventos/index.php/SIPEM/VII_SIPEM/paper/view/547/249
- Santos, R. M. (2015). *Estado da arte e história da pesquisa em Educação Estatística em programas brasileiros de pós-graduação*. 348f. Tese (Doutorado em Educação). Campinas: Faculdade de Educação/UNICAMP.
- Skovsmose, O. (2014). *Educação Matemática Crítica: a questão da democracia*. 3ª ed. Campinas: Papirus.
- Snee, R. (1990). Statistical thinking and its contribution to total quality. *The American Statistician*, 44 (2), 116-121.
- Snee, R. D. (1999). Discussion: development and use of statistical thinking: a new era. *Internacional Statistical Review*, 67, 255-258.
- Soares, J. A. R. (2017). *Modelagem matemática como estratégia de ensino de tópicos de Estatística na formação básica técnica*. 172f. Dissertação (Mestrado em Matemática). Arraias: Universidade Federal do Tocantins.

- Trainotti, A. (2019). *A Educação Estatística e a modelagem matemática na formação crítica dos estudantes do Ensino Médio de escolas do município de Rio do Sul*. 95f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática). Porto Alegre: Instituto de Matemática/UFRS.
- Wild, C., & Pfannkuch, M. (1999) Statistical thinking in empirical enquiry. *Internacional Statistics Review*, 67 (4), 223-265.
- Zieffler, A., Garfield, J., & Fry, E. (2018). What is Statistics Education? D. Ben-Zvi, K. Makar, & J. Garfield (Org.). *International Handbook of Research in Statistics Education*, (37-71). Gewerbestrasse: Springer International.

Autores:

Andréa Pavan Perin. <https://orcid.org/0000-0002-2791-7682>. Faculdade de Tecnologia de São Paulo - Brasil. Professora da educação básica desde 2004 e universitária desde 2008. Doutora em Educação Matemática pela UNESP, Mestre em Educação pela Universidade Metodista de Piracicaba, professora associada da Faculdade de Tecnologia de Itapetininga, São Paulo. Linhas de investigação: educação estatística, educação crítica, educação financeira, modelagem matemática e formação de professores. Membro do GT-12 12 (Educação Estatística) da SBEM (Sociedade Brasileira de Educação Matemática).

Celso Ribeiro Campos. <https://orcid.org/0000-0001-7371-2437>. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – Brasil. Físico e Engenheiro pela UNITAU, mestre em Ensino da Matemática pela PUC-SP, Doutor em Educação Matemática pela UNESP. Professor de Economia Matemática e Econometria no curso de graduação em Ciências Econômicas da PUC-SP. Professor e orientador de mestrado e doutorado em Educação Matemática da PUCSP. Membro do GT-12 (Educação Estatística) da SBEM (Sociedade Brasileira de Educação Matemática). Pesquisador do grupo de pesquisas PEA-MAT da PUC-SP.

Aprendizaje de las construcciones euclidianas con GeoGebra: elementos de una actividad formativa para futuros profesores de matemáticas

Juan Luis Prieto G.^{1,2}

juanl.prietog@gmail.com

<https://orcid.org/0000-0003-0798-5191>

Elizabeth-H. Arredondo¹

Elizabeth.hernandez@ulagos.cl

<https://orcid.org/0000-0002-5285-1603>

¹ Universidad de Los Lagos (ULAGOS, Chile)

² Asociación Aprender en Red (Venezuela)

Recibido: 2020-07-30; **Aceptado:** 2020-11-27

Resumen

El trabajo describe los elementos constituyentes de una actividad formativa diseñada para promover aprendizaje sobre las construcciones euclidianas con GeoGebra por futuros profesores de matemáticas. Comenzamos fijando posición respecto al aprendizaje de dicho saber, partiendo de la concepción histórico-cultural de aprendizaje como procesos de objetivación. Luego conceptualizamos el saber sobre las construcciones euclidianas con GeoGebra como un saber docente que se nutre desde lo disciplinario. Los elementos de la actividad incluyen el motivo, objetivo y metas de la formación, así como las tareas y su modo de implementación. Finalizamos con algunas consideraciones sobre la puesta en escena de la propuesta.

Palabras clave: Procesos de objetivación; Saberes docentes; Tareas de construcción; Formación inicial docente

Aprendizagem das construções euclidianas com GeoGebra: Elementos de uma atividade formativa para futuros professores de matemáticas

Resumo

O presente trabalho descreve os elementos que constituem uma atividade formativa criada para promover a aprendizagem sobre as construções euclidianas com GeoGebra por futuros professores de matemáticas. Começamos fixando posição ao respeito da aprendizagem do referido saber, baseados em uma concepção histórico-cultural da aprendizagem como processo de objetivação. Logo se faz uma conceptualização do saber sobre as construções euclidianas com GeoGebra como um saber docente que se nutre desde o tópico disciplinar. Os elementos da atividade incluem o motivo, objetivo e metas da formação, assim como das tarefas e o modo de implementação. Finalizamos com algumas considerações sobre a aplicação da proposta.

Palavras chaves: Processo de Objetivação, Saberes docentes, Tarefas de construção; Formação inicial do docente

Learning of Euclidian constructions with GeoGebra: elements of a training activity for preservice mathematics teachers

Abstract

The paper describes the constituent elements of a formation activity designed to promote learning about Euclidean constructions with GeoGebra by preservice mathematics teachers. We begin by establishing a position with respect to the learning of this knowledge, starting from the historical-cultural conception of learning as processes of objectivation. Then we conceptualize knowledge about Euclidean constructions with GeoGebra as teaching knowledge that is nourished from the disciplinary point of view. The elements of the activity include the motive, objective and goals of the training, as well as the tasks and their mode of implementation. We end with some considerations about the staging of the proposal.

Keywords: Objectification processes; Teaching knowledge; Construction tasks; Initial teacher training

Introducción

La formación de profesores de matemáticas, como área de investigación y práctica educativa, procura la mejora de los procesos de aprendizaje y desarrollo profesional del profesorado en todas sus etapas o fases (inicial, principiante y continua), por medio de actividades formativas diversas y dinámicas (Krainer y Llinares; 2010).

En la etapa de formación inicial, los temas de investigación incluyen especialmente lo relativo a las capacidades de los futuros profesores para su desempeño en la práctica profesional; capacidades éstas que pueden comprometer la calidad de los programas de formación docente en las universidades. En las últimas décadas, este se ha hecho notar gracias al esfuerzo de los investigadores tanto por comprender la naturaleza, origen, fuentes y modos de producción del saber que sustenta el acto de enseñar matemáticas (Depaepe et al., 2013; Neubrand, 2018; Valente, 2017), como por producir dispositivos y modos de usar estos dispositivos en la formación del profesorado para favorecer el aprendizaje del *saber docente* (Llinares, 2019a; Tirosh y Wood, 2008). Sobre los *dispositivos de aprendizaje* (actividades, entornos, lecciones, cursos, etc.), vale destacar que su diseño ha ganado importancia en la formación inicial debido a las posibilidades que ofrecen de incorporar distintos artefactos materiales y simbólicos a la dinámica formativa, atendiendo a los principios teóricos sobre el aprendizaje que orienten su diseño y creando así las condiciones necesarias para el encuentro de los futuros profesores con el saber docente (Llinares, 2004).

Reconociendo el auge de los dispositivos de aprendizaje en la formación inicial de profesores de matemáticas, el presente trabajo caracteriza una *actividad formativa* en geometría cuyo diseño está fundamentado en una perspectiva histórico-cultural del aprendizaje (Radford, 2020) que reconoce en la actividad humana el vínculo natural que puede conectar a los futuros profesores con el mundo de la enseñanza. En la formación inicial, esta conexión no siempre ocurre (al menos de forma explícita) en los cursos centrados en las disciplinas científicas (p. ej., la geometría euclidiana), pese a que los futuros profesores aprenden las matemáticas escolares al mismo tiempo que se van constituyendo en sujetos docentes (Fiorentini, 2005; Tardif, 2002).

Como alternativa, la actividad formativa que se presenta busca promover el aprendizaje de un saber docente en geometría referido a las construcciones euclidianas¹ producidas con el software GeoGebra, el cual se corresponde con la enseñanza como una profesión. Este trabajo forma parte de un proyecto de investigación doctoral que tiene por objetivo caracterizar el aprendizaje de este saber por parte de futuros profesores de matemáticas en los últimos años de su carrera universitaria.

El trabajo se estructura en cinco apartados que comienzan con posicionamientos sobre el aprendizaje de saberes docentes en geometría como procesos de objetivación y sobre el saber acerca de las construcciones euclidianas con GeoGebra como saber docente. Estos primeros apartados ofrecen el referencial teórico necesario para orientar el diseño de la actividad formativa. Posteriormente, el trabajo presenta los elementos que conforman la actividad formativa y describe cómo ha de ser su despliegue en un contexto de formación inicial de profesores de matemáticas. Por último, se plantean algunas consideraciones finales relacionadas con el diseño.

Aprendizaje como procesos de objetivación

En este trabajo, el aprendizaje de un saber docente en geometría en contextos de formación inicial de profesores de matemáticas es interpretado a la luz de la concepción histórico-cultural de aprendizaje que aporta la Teoría de la Objetivación (TO) (Radford, 2013; 2014a). En general, la TO concibe el aprendizaje como *el encuentro de los individuos con el saber histórico y cultural* (p. ej., con el saber matemático, pedagógico, estético, entre otros); un saber que, en

¹ Conjunto de problemas de construcción con regla y compas que pueden encontrarse en los *Elementos* de Euclides y que siguen vigentes en el currículo de matemáticas de la Educación Básica y Media en Chile.

determinado momento de la vida, objeto al individuo, es decir, le opone resistencia. Una definición más operativa del aprendizaje en la TO le considera como *procesos de objetivación*, esto es, como procesos sociales de:

[...] toma de conciencia progresiva y crítica, de un sistema de pensamiento y acción cultural e históricamente constituido, sistema que gradualmente notamos, y que al mismo tiempo dotamos de sentido. Los procesos de objetivación son aquellos procesos de notar algo culturalmente significativo, algo que se revela a la conciencia [...] por medio de la actividad corpórea, sensible, afectiva, emocional, artefactual y semiótica. (Radford, 2020, p. 20)

A partir de esta definición, es posible entender los procesos de objetivación que ocurren en instituciones de formación del profesorado como actos colectivos y progresivos de *toma de conciencia* de aquello que se constituye en *saber docente* en el curso de una *actividad formativa* concreta que es, además, una actividad social, corpórea, sensorial y artefactual. En esta conceptualización del aprendizaje subyacen tres ideas fundamentales para el desarrollo de este trabajo: *saber, toma de conciencia y actividad*.

En cuanto al *saber*, la TO lo define como una síntesis dinámica y evolutiva de expresión, acción y pensamiento, constituida histórica y culturalmente (Radford, 2017a). De ahí que el saber se constituya a partir de laboriosos e inacabados procesos históricos de codificación y refinamiento de determinadas formas de expresión, acción y pensamiento humano. Según Radford (2017a), para que el saber pueda emerger a la realidad concreta, éste debe ponerse en movimiento y tomar la forma de un *conocimiento*. Acerca del conocimiento, éste es concebido por el autor como “el contenido conceptual concreto en el que se manifiesta o actualiza o materializa o encarna el saber. Su contenido conceptual concreto aparece y puede aparecer únicamente en una actividad [...]” (p. 109).

Desde la perspectiva de la TO, el *saber docente* puede entenderse como una síntesis dinámica de expresión, acción y pensamiento que la cultura escolar (o académica) ofrece al profesor (o futuro profesor) para reafirmarse (y constituirse) en su condición de docente a través de su trabajo. Que el saber docente sea una síntesis dinámica significa que éste (como todo saber cultural) se encuentra en *movimiento* constante, cambiando de cultura en cultura (Radford, 2014a). Vale recordar que el saber docente surge a partir de la necesidad social e histórica de “hacer de la práctica pedagógica y de la acción del profesor un trabajo basado en parámetros

racionales, junto con la expectativa de obtener resultados predecibles e inmediatos de este trabajo” (Xavier, 2014, p. 831).

En cuanto a la especificidad del saber docente, Tardif (2002) explica que se trata de “un saber plural, formado por una amalgama, más o menos coherente, de saberes procedentes de la formación profesional y disciplinarios, curriculares y experienciales” (p. 29). Para el autor, este saber es movilizado por el profesor durante el trabajo con sus alumnos en el aula, y de manera más general, dentro de la escuela. Por *saber profesional* se entiende aquel saber producido por las ciencias de la educación (p. ej., la educación matemática) y difundido a través de las instituciones de formación del profesorado; mientras que por *saber disciplinario* se entiende aquel producido por la tradición cultural y seleccionado por las instituciones de formación para su difusión a través de cursos o asignaturas.

Con respecto a la *toma de conciencia*, la TO le considera como la forma específicamente humana en que cada individuo reconoce los objetos de la cultura (en particular, el saber) en la realidad concreta y se posiciona críticamente ante tales objetos. Para Radford (2006), tomar conciencia de un saber cultural implica una *re-reflexión*, es decir, un movimiento dialéctico entre la realidad objetiva y el individuo “que la refracta (y la modifica) según las interpretaciones y sentidos subjetivos propios” (p. 108). Durante este movimiento, la conciencia se forma y se transforma, haciendo de la reflexión crítica un acto de producción de la propia conciencia.

En la formación inicial, la *toma de conciencia de un saber docente* puede entenderse como un acto subjetivo, emocional y afectivo de reflexión y discernimiento crítico del futuro profesor ante las formas de expresión, acción y pensamiento que constituyen dicho saber. En este acto se forman “sensibilidades culturales para ponderar, reflexionar, comprender, disentir, objetar y sentir a los otros, a nosotros mismos y a nuestro mundo” (Radford, 2017b, p. 122). Estas sensibilidades son las que permiten al futuro profesor orientarse en la formación, por ejemplo, al producir construcciones euclidianas con GeoGebra o involucrarse responsablemente en las experiencias de producción de estas construcciones hechas por otros compañeros.

Finalmente, para que el saber se convierta en objeto de conciencia, es necesario que una *actividad* sensual² y práctica le ponga en movimiento (Radford, 2020). En la TO, la actividad es la categoría ontológica y epistemológica fundamental para entender el modo en que los individuos se expresan, actúan y piensan en su cultura. Para evitar confusiones con otros significados de la actividad que le alejan de su carácter de *espacio de producción humana*, Radford (2017b) se refiere a ella como *labor conjunta*, esto es, como “una forma de vida, algo orgánico y sistémico, un evento creado por una *búsqueda común* –es decir una búsqueda con otros– de la solución a un problema planteado, búsqueda que es al mismo tiempo cognitiva, emocional y ética” (p. 125). Esta definición pone de manifiesto que la enseñanza y el aprendizaje no son dos actividades separadas (una realizada por el profesor y otra por el alumno), sino “una misma y única actividad: la labor conjunta de los profesores y los estudiantes” (Radford, 2020, p. 24).

Teniendo en cuenta lo anterior, en este trabajo se ha empleado el término *actividad formativa* para indicar esa forma social, corpórea, sensorial y artefactual de labor conjunta mediante la cual los futuros profesores y su formador se implican mutuamente en la búsqueda de respuestas a los problemas que orientan sus acciones para el logro de unas metas. Esta búsqueda hace posible la toma de conciencia progresiva del saber docente puesto en juego. Es decir, la actividad formativa puede transformar las condiciones iniciales de una realidad (p. ej., aquella que ofrece la respuesta individual de un futuro profesor a la tarea de construir un triángulo con GeoGebra) y, con ello, hacer que el saber aparezca “de manera muy similar, y con la fuerza estética semejante, a la manera como la música aparece fonéticamente en una sala de conciertos” (Radford, 2018, p. 98).

El producto de la labor conjunta constituye la *obra común*, esto es, “la apariencia sensual del saber” (Radford, 2018, p. 98). Por lo tanto, se puede afirmar que la obra común producida por la actividad formativa de los futuros profesores y su formador es tanto aquella forma material del saber docente en la realidad concreta como el reflejo de tal saber en la conciencia de cada individuo que participa en su producción. Sobre esto último, Leontiev (1978, p. 123) afirmaba que “la actividad del hombre es lo que constituye la sustancia de su conciencia”.

² Según Fischbach (2015, p. 31), “Las facultades sensibles [humanas] como el oído o la vista no permanecen idénticas eternamente, sino que se producen, resultan y son modificadas por la actividad humana, participan en esta actividad y son un aspecto de ella”.

Un aspecto que la TO destaca de toda labor conjunta se refiere a los *recursos semióticos* empleados por los individuos para la consecución de la obra común. Estos recursos son consustanciales al pensamiento humano y se materializan a través del cuerpo (acciones kinestésicas, gestos y sensaciones), del uso de signos (lenguaje natural o simbólico) y de artefactos culturales (materiales concretos) (Radford et al., 2009). Respecto a los artefactos culturales, vale decir que éstos no son neutrales. Por el contrario, al ser inseparables de la actividad humana, los artefactos portan significados históricos y culturales que afectan inevitablemente las formas en que los individuos se expresan, actúan y piensan durante la actividad (Radford, 2014b).

Saber acerca de las construcciones euclidianas con GeoGebra

La actividad formativa pone en movimiento un saber específico de la enseñanza de la geometría que, en este trabajo, se ha convenido en llamar: *saber acerca de las construcciones euclidianas con GeoGebra* (se abrevia SACEG). Tratándose de un saber docente, el SACEG se encuentra enraizado en la labor que realizan los profesores de matemáticas de educación básica y media de Chile, particularmente cuando trabajan con sus alumnos las construcciones euclidianas producidas con el software GeoGebra. En la práctica, las fuentes del SACEG son diversas y pueden incluir saberes disciplinarios, profesionales y experienciales de los profesores. Seguidamente se presenta cómo los saberes disciplinarios alimentan al SACEG y contribuyen con su conceptualización.

La vertiente disciplinaria del SACEG

Como su nombre indica, el SACEG se nutre de la geometría euclidiana como una disciplina científica integrada en la formación inicial de profesores de matemáticas. Siguiendo a Valente (2017), esta disciplina científica aporta al profesor esa geometría que es su objeto de enseñanza, es decir, aquello que se debe enseñar. Por lo tanto, la vertiente disciplinaria del SACEG comprende las síntesis de expresión, acción y pensamiento acerca de los objetos de la teoría elemental de la geometría plana (p. ej., rectas, ángulos, triángulos, cuadriláteros), que se encuentran codificadas en la cultura escolar como procedimientos de construcción de estos objetos con determinados artefactos.

Las raíces del SACEG, en lo disciplinario, pueden encontrarse en el periodo de la Grecia clásica (450–300 a. de C.), cuando la producción de *tratados* sobre los fundamentos de la geometría era parte de una larga tradición de abstracción y sistematización progresiva de todo lo creado por el orden científico, desde Hipócrates de Quíos hasta Euclides (Ríbnikov, 1987; Scriba y Schreiber, 2015, Vega-Reñon, 1990).

En este periodo se establecen las situaciones o problemas elementales de la geometría que otorgan sentido al SACEG, en particular las *construcciones con regla y compás*. Mediante estos problemas, los matemáticos griegos demostraban la existencia de un objeto geométrico con ciertas propiedades (objeto deseado), partiendo de unas condiciones iniciales (objetos dados) (Rey y Babini, 1985). El *método* para resolver estos problemas consistía básicamente en *describir* el procedimiento de construcción del objeto deseado, usando solo regla y compás (artefactos), y *probar* que tal procedimiento entregaba el objeto con las propiedades deseadas (Scriba y Schreiber, 2015). Tal método revela una forma prototípica o ideal de expresión, acción y pensamiento acerca de los problemas de construcción, característica de la sociedad griega, la cual fue adoptada por Euclides en su famoso tratado de geometría sintética y teoría de los números, llamado *Elementos*.

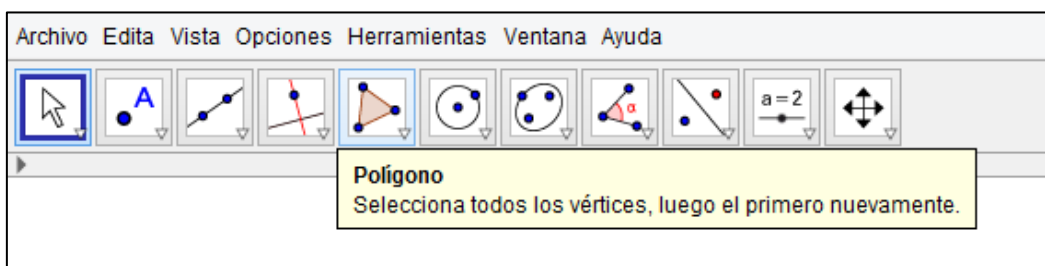
Por medio de la resolución de problemas de construcción con regla y compás (producción del procedimiento de construcción y su prueba), los matemáticos griegos ponían en movimiento esas síntesis de expresión, acción y pensamiento geométrico de la época, dentro de una súper estructura simbólica o modo de investigar sobre los objetos de la geometría altamente sofisticada, la cual se resume en el *método axiomático-deductivo* de Euclides (Ríbnikov, 1987). Este método no ha estado exento de contradicciones internas. Entre las objeciones al método se encuentra el uso recurrente de postulados tácitos en la solución de los problemas (Boyer, 1987). Las contradicciones que afectaban al sistema axiomático-deductivo de Euclides motivaron el avance de la geometría entre los siglos XVII y XX, produciéndose transformaciones en su naturaleza y modos de producción.

En la actualidad, el SACEG se alimenta de sofisticadas y evolucionadas definiciones y axiomas de la geometría elemental, de algo más que el método sintético euclídeo para explorar esta geometría (p. ej., el método analítico originado en el siglo XVII) y con artefactos digitales que hacen posible pensar geoméricamente de formas novedosas en el aula. Según Laborde

(1997), hoy en día las construcciones euclidianas elaboradas con software dinámico (un artefacto digital) comprenden actividades de enseñanza y aprendizaje de la geometría propicias para el reconocimiento de vínculos entre las evidencias visuales que aportan los dibujos en la pantalla (invarianza de las propiedades espaciales del dibujo) y los hechos geométricos (elementos del sistema axiomático-deductivo de la geometría euclidiana), condicionados por la conceptualidad detrás de las herramientas de construcción que ofrece el software.

Siguiendo las ideas de Radford (2014b), el software GeoGebra representa un artefacto cultural (de naturaleza digital) que proporciona a los usuarios tanto *una serie de contenidos conceptuales* (herramientas de construcción, medida y otras opciones) como *un espacio de trabajo* estructurado conceptualmente (apariciencias del software) para que ellos experimenten con tales contenidos y produzcan formas novedosas de construir los dibujos dinámicos³ y validar estas construcciones. Por ejemplo, si se desea dibujar un triángulo rectángulo con GeoGebra, la herramienta *Polígono* sugiere un procedimiento de construcción del objeto que demanda informar al software cuáles son los vértices que le definen (Figura 1).

Figura 1. Conceptualización del polígono por la herramienta correspondiente



Fuente: Autores

La incorporación de esta clase de artefactos digitales en la actividad del aula ha afectado la manera en que profesores y alumnos se expresan, actúan y piensan sobre los objetos de la geometría y su existencia en la realidad escolar como objetos materiales (como dibujos dinámicos en la pantalla del computador) (Laborde et al., 2006). Por ejemplo, en actividades mediadas por software dinámico, los objetos geométricos son vistos como entidades cuyo comportamiento puede ser investigado y descrito, por ejemplo, a través de la modalidad de *arrastre* que ofrece el software, favoreciendo con ello el reconocimiento de propiedades

³ Por *dibujo dinámico* se entiende aquel dibujo creado con algún software dinámico, de manera que “[...] conserve ciertas propiedades espaciales impuestas cuando se desplace por uno de los puntos básicos del dibujo.” (Laborde, 1997, p. 42).

espaciales del dibujo dinámico que se mantienen invariantes en el movimiento (Sinclair y Robutti, 2013). Según Arzarello, et al. (2002), la modalidad de arrastre consiste en:

(...) mover un punto libre o semi-libre [dependiente] para ver si el dibujo mantiene las propiedades iniciales. Si esto es así, entonces la figura pasa la prueba; en caso contrario, el dibujo no fue construido de acuerdo con las propiedades geométricas que se quería que tuviese. (p. 67)

Con respecto a la prueba matemática, aunque ésta se entienda en lo disciplinario como una cadena formal de razonamientos que parte de unos axiomas y evoluciona hacia la conclusión mediante pasos lógicos, la llegada del software dinámico al aula ha generado la aparición de nuevas formas de establecer la verdad de un hecho geométrico (De Villiers, 1998). En este trabajo, la prueba matemática se entiende como ese proceso social, corporal, simbólico y artefactual de producción de formas de argumentación para explicar, justificar o validar la consistencia geométrica de una construcción realizada con GeoGebra, con miras a convencer a alguien de la validez de ese conocimiento (Fiallo, 2011).

La conceptualización del SACEG desde la vertiente disciplinaria pone de manifiesto la importancia de la actividad de resolución de tareas de construcción euclidianas con GeoGebra como la fuente que actualiza o materializa este saber en la formación. Por tanto, es posible concluir que el SACEG se expresa en la capacidad potencial de los futuros profesores para (i) construir un dibujo dinámico en la pantalla del software que represente al objeto geométrico demandado por la tarea, (ii) comunicar (de manera oral y/o escrita) el procedimiento de construcción del dibujo dinámico en función de pasos y acciones, y (iii) probar la validez o consistencia geométrica del dibujo dinámico producido, atendiendo a las condiciones impuestas por la tarea correspondiente.

Elementos de la actividad formativa

La actividad formativa produce experiencias de vida únicas e irrepetibles que revelan el modo en que los futuros profesores y su formador toman conciencia del SACEG de forma progresiva y crítica. De ahí la importancia de develar sus elementos. En principio, la TO considera al *motivo*, *objetivo*, *metas* y *tareas* como elementos que estructuran la labor conjunta del aula de matemáticas (Radford, 2017b). Sin embargo, estos elementos se complementan con una visión dialéctico-materialista de la manera en que la actividad es realizada, es decir, de

aquello que Radford (2014a; 2020) denomina *ejes de la actividad*: (i) formas de producción de saberes, y (ii) formas de colaboración humana. Son estos ejes los que permiten considerar el *contenido* y las *interacciones* entre los sujetos como elementos propios de la actividad formativa.

Según Leontiev (1978), toda actividad humana responde a una necesidad material o espiritual de los individuos que se involucran en ella, siendo ésta objetivada en el *motivo* que impulsa esa labor. Este motivo se encuentra estrechamente ligado a un *objeto* (material o ideal) que le confiere determinada orientación a la actividad. En palabras de Reverand (2004, p. 165), el objeto “constituye el resultado futuro, anticipado de la actividad, todo aquello que el hombre desea alcanzar, obtener, crear”. En consecuencia, la obra común puede entenderse como esa forma material que adquiere el objeto de una actividad en la realidad, luego que ésta es realizada.

Finalmente, ya que “una actividad que se desenvuelve en alguna medida presupone el logro de *una serie* de fines concretos” (Leontiev, 1978, p. 84), para que el trabajo conjunto se mueva en la dirección de su objeto, conviene identificar una o más *metas* que puedan lograrse a través de *tareas* específicas (Radford, 2017b). La meta es la representación consciente del resultado al que se subordina alguna acción o cadena de acciones, mientras que la tarea constituye una meta que se estipula bajo ciertas condiciones.

Motivo, objeto y metas

Una necesidad latente en las instituciones de formación de profesores de matemáticas es lograr que estos sujetos reconozcan el potencial de las tareas propuestas a sus alumnos para desarrollar formas de pensar y actuar matemáticamente que se consideran importantes para el funcionamiento de la sociedad actual (Linares et al., 2008). De acuerdo con esta necesidad, el *motivo* de la actividad formativa propuesta es analizar el potencial de las tareas de construcción euclidiana con GeoGebra para promover discursos y prácticas de construcción, comunicación y razonamiento característicos de la geometría euclidiana.

De lo anterior se tiene que el *objeto* de la actividad formativa es el encuentro progresivo y crítico con el SACEG desde su vertiente disciplinaria. En otras palabras, se espera que la actividad formativa resulte en la toma de conciencia del futuro profesor de aquello que se constituye un SACEG para la producción de la obra común, esto es, en la resolución de tareas

de construcción euclidiana con GeoGebra. Para que la labor conjunta se despliegue en la dirección del objeto, se han formulado las siguientes *metas*:

1. Producir construcciones euclidianas con GeoGebra (dibujos dinámicos) que den respuesta a las exigencias de las tareas que le demandan.
2. Comunicar (en forma oral y/o escrita) los procedimientos de construcción de los dibujos dinámicos.
3. Probar que los procedimientos de construcción de los dibujos dinámicos son consistentes desde el punto de vista geométrico.

Tareas

En este trabajo, las tareas se conciben como parte consustancial de la actividad formativa en cuanto aportan las condiciones iniciales para que los futuros profesores configuren su experiencia con el saber puesto en movimiento y comprendan la naturaleza del trabajo docente en geometría (Watson y Ohtani, 2015). En una actividad formativa, la tarea tiene como propósito orientar las acciones de los futuros profesores hacia el logro de las metas.

Un total de 16 tareas de construcción euclidianas con GeoGebra fueron elaboradas teniendo en cuenta los siguientes aspectos:

Tipo de tareas

Según la clasificación de tareas geométricas en entornos dinámicos que propone Laborde (1997), las tareas diseñadas se corresponden, en principio, con las clásicas tareas de producción de Cabri-dibujos⁴, las cuales demandan la construcción de dibujos dinámicos representativos de objetos geométricos dados mediante descripción verbal. Según la autora, esta clase de tareas demanda la producción de:

(...) un dibujo en la pantalla que conserve ciertas propiedades espaciales impuestas cuando se desplace uno de los puntos básicos del dibujo. La tarea para el alumno consiste, por tanto, en elaborar un procedimiento

⁴ Un *Cabri-dibujo* es un dibujo dinámico creado con el software Cabri- Géomètre. Vale destacar que esta clase de dibujos también puede reproducirse con otras aplicaciones con las características de un software de geometría dinámica, como es el caso de GeoGebra, un software de Matemática Dinámica completamente gratuito y accesible desde la Web.

de producción del Cabri-dibujo, basado en las primitivas geométricas disponibles. (p. 42)

Contenido conceptual de las tareas

El contenido conceptual específico de las tareas de construcción euclidianas con GeoGebra fue definido a partir de la conceptualización del SACEG (descrita en un apartado anterior) y del análisis de algunas fuentes documentales históricas (p. ej., Rey y Babini, 1985, Ribnikov, 1987; Scriba y Schreiber, 2015; Vega-Reñon, 1990). De esta manera, ha sido posible identificar: (i) las construcciones con regla y compás que dan lugar a las tareas de la actividad formativa, (ii) la solución de estos problemas que se sugieren en algunos textos de geometría, y (iii) las categorías conceptuales y sistemas semióticos de significación puestos en juego durante la resolución. Toda esta información aporta la materia prima para la elaboración de las tareas de construcción euclidianas con GeoGebra y algunas respuestas esperadas.

En la Tabla 1 se muestra el conjunto de proposiciones o problemas de construcción con regla y compás que han servido para la elaboración de las tareas. Tales proposiciones se refieren a la construcción de figuras planas y la división de segmentos en una razón dada, y fueron seleccionadas a partir de una revisión hecha a los seis primeros libros de los *Elementos* de Euclides en español⁵ y de la obra *Compendio Mathematico* de Tosca (1757). La selección de las proposiciones se hizo a partir de la relevancia histórica del problema en función de su presencia directa o indirecta en el currículo de matemáticas chileno.

Tabla 1. Proposiciones seleccionadas para la elaboración de las tareas

Fuente	Libro	Proposición(es)
Euclides (1991, Libros I-IV)	I	I.1, I.9, I.10, I.12
Euclides (1994, Libros V-IX)	II	II.11
Simson (1774, Libros I-VI)	IV	IV.10
	VI	VI.9, VI.11, VI.12*, VI.13, VI.16*, VI.30
Tosca (1757, Tratado III, Tomo I)	I	I.9
	II	II.1, II.2, II.4
	VI	VI.5

(*) Estas dos proposiciones dieron lugar a una misma tarea de construcción.

Fuente: Autores

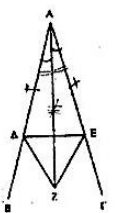
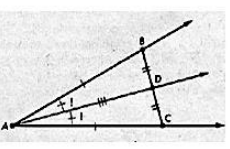
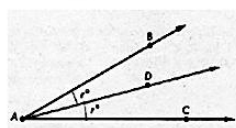
La revisión de las obras consultadas también proporcionó información acerca de la solución de cada proposición, la cual estaba comprendida de un procedimiento de construcción con regla y compás, el dibujo geométrico asociado y la prueba de la validez de la construcción.

⁵ Se revisaron las traducciones de Roberto Simson (2014) y Maria Luisa Puertas Castaños (Euclides, 1991; 1994).

Esta información se considera importante para el diseño de las tareas de construcción euclidiana con GeoGebra, ya que aporta los insumos necesarios para formular los enunciados y establecer algunas posibles respuestas.

Estos insumos fueron recabados y organizados en cuadros de doble entrada (Figura 2), en los cuales se incorporó también información sobre cada proposición tal como es tratada en textos de geometría⁶ recomendados en los cursos de geometría euclidiana de algunas carreras de Pedagogía en Matemáticas de Chile. Se recurrió a estas últimas fuentes, ya que era necesario contar con referencias actuales de la axiomática geométrica moderna que, como se sabe, constituye una forma actualizada y sofisticada de la axiomática de Euclides en los *Elementos* y forma parte de la preparación académica de los futuros profesores.

Figura 2. Cuadro usado para recabar información acerca de la solución de la proposición I.9

Enunciado	Euclides (1991)		Moise y Downs (1972)	
	Procedimiento de construcción	Prueba	Procedimiento de construcción	Prueba
Dividir en dos partes iguales un ángulo rectilíneo Hipótesis: BAI es el ángulo rectilíneo dado Tesis: Dividir a BAI en dos partes iguales Moise y Downs (1972): Teorema 5-2. Todo ángulo tiene exactamente una bisectriz	<ol style="list-style-type: none"> Se toma un punto Δ en la recta AB y se quita de AΓ la recta AE igual a AΔ (Prop. I.3). Se traza el segmento ΔE (Post. 1). Se construye sobre ΔE el triángulo equilátero ΔEZ (Prop. I.1). Se traza el segmento AZ (Post. 1). 	<ol style="list-style-type: none"> AA es igual a AE (Constr. 1). AZ es lado común de los triángulos ΔAZ y EAZ (Constr. 1-4). ΔA y AZ son iguales respectivamente a EA y AZ (Por 1, 2). La base ΔZ es igual a la base EZ (Constr. 3). El ángulo ΔAZ es igual a ángulo EAZ (Prop. I.8 – Teorema). <p>Conclusión: Por consiguiente, el ángulo rectilíneo dado BAI ha sido dividido en dos partes iguales por la recta AZ.</p>	<ol style="list-style-type: none"> Se toman los puntos B y C en los lados del ∠A, de manera que AB=AC (Teorema 2-1). Se biseca el segmento BC en su punto medio D (Teorema 2-2). Se traza el rayo AD. 	<p>Primera demostración:</p> <ol style="list-style-type: none"> $\overline{AB} \cong \overline{AC}$ (Constr. 1). $\overline{BD} \cong \overline{CD}$ (Constr. 2). \overline{AD} es lado común de los triángulos ΔADB y ΔADC (Constr. 3). $\Delta DB \cong \Delta DC$ (Post. LLL, Por 1-3). $\angle BAD \cong \angle CAD$ (Por 4, ángulos que corresponden a lados iguales). <p>Conclusión: ∠A tiene una bisectriz</p> <p>Segunda demostración:</p> <ol style="list-style-type: none"> Supongamos que AD biseca al ∠BAC. Sea $r = m\angle DAC$. $r = m\angle DAB$ (Por 1). $r + r = m\angle BAC$ (Post. 13). $r = \frac{1}{2}m\angle BAC$ (Por 4) 

Fuente: Autores

La información recabada en los cuadros pone de manifiesto los *conceptos, propiedades y relaciones* geométricas (categorías conceptuales) que son evocados en las respuestas sugeridas en los textos, así como algunos *procedimientos, signos y artefactos* (sistemas semióticos) codificados históricamente que aseguran la sostenibilidad del saber acerca de las construcciones euclidianas y se ofrecen a los individuos para expresarse, actuar y pensar sobre las categorías conceptuales.

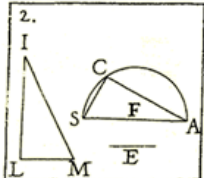
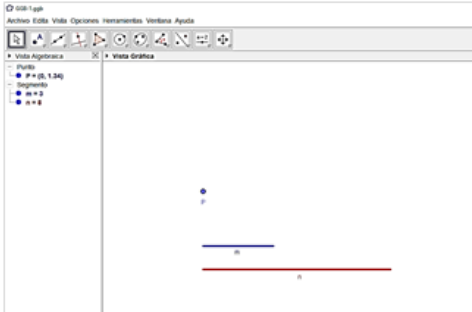
⁶ Por ejemplo, la obra *Geometría Moderna* de Moise y Downs (1972).

Por ejemplo, la información extraída de la proposición I.9 (Figura 2) da cuenta de algunos procedimientos prototípicos o ideales de resolución del problema de dividir un ángulo dado en dos partes iguales, utilizando regla y compás. En términos modernos, este problema equivale a la construcción de la *bisectriz* de un ángulo conocido. En estos procedimientos, un repertorio de signos (dibujos, notación simbólica y marcas) y artefactos (teoría geométrica⁷, lenguaje escrito e instrumentos de construcción), altamente sofisticados, entran en juego para dotar de significado la idea de bisectriz de un ángulo como aquel rayo que *biseca* al ángulo.

Tras definirse los aspectos anteriores, la elaboración de las tareas de la actividad formativa continuó con la transformación de cada proposición de la Tabla 1 en una tarea de construcción euclidiana con GeoGebra que incluía un enunciado, unas preguntas y una hoja de trabajo de GeoGebra (archivo *.ggb*) sobre la cual realizar la construcción. El enunciado de la tarea sigue la estructura de las proposiciones en los textos consultados (enunciado, hipótesis y tesis), reduciendo el caso general de la proposición a un caso particular cuyos elementos dados se muestran en la hoja de trabajo. Las preguntas están orientadas hacia el logro de las metas de la actividad formativa (construir, comunicar y probar). Así, por ejemplo, la Figura 3 muestra la tarea de construcción euclidiana GGB-4b que resulta de la transformación de la proposición II.2 de Tosca (1757).

⁷ Postulados, definiciones, teoremas, etc.

Figura 3. Ejemplo de una tarea de construcción euclidiana con GeoGebra

<p style="text-align: center;">PROP. II.</p> <p style="text-align: center;"><i>De dos rectas dadas, hacer un triangulo rectangulo. (fig. 2.)</i></p> <p>Este Problema comprehende dos casos. <i>Caso 1.</i> Sean dadas las rectas IL, LM: y se pide se forme de ellas un triangulo rectangulo, cuyo angulo recto sea comprendido de dichas lineas.</p> <p><i>Operacion.</i> Hagase IL perpendicular a la extremidad de LM, (1. lib. 1. de este Trat.) y juntado la recta IM, quedará formado el triangulo ILM de dichas lineas, y rectangulo en L.</p> <p><i>Caso 2.</i> Sean dadas las lineas SA, y E: pide se forme de ellas un triangulo rectangulo, de fuerte, que la mayor SA sea la basa opuesta al angulo recto.</p> <p><i>Operacion.</i> Dividase SA por medio en F; y haciendo centro en F con la distancia FA, hagase un femicirculo. Tome se con el compás la linea E, y pásese desde S hasta C. Tírense las lineas CA, CS, y quedará formado el triangulo que se pide, el qual será rectangulo en C, por estar el angulo C en el femicirculo. (31. 3.)</p> 	<p>Tarea GGB-4b</p> <p>El archivo GGB-4 muestra los segmentos m y n, y un punto P. Con estos elementos:</p> <ol style="list-style-type: none"> Construir un triángulo rectángulo para el cual dos de sus lados midan m y n, y uno de sus vértices sea P. Comunicar la solución de la tarea, destacando: (i) el procedimiento de construcción del triángulo (justificando las acciones emprendidas) y (ii) la forma de validar el procedimiento de construcción: ¿Cómo se puede asegurar que el dibujo obtenido es el esperado? 
--	---

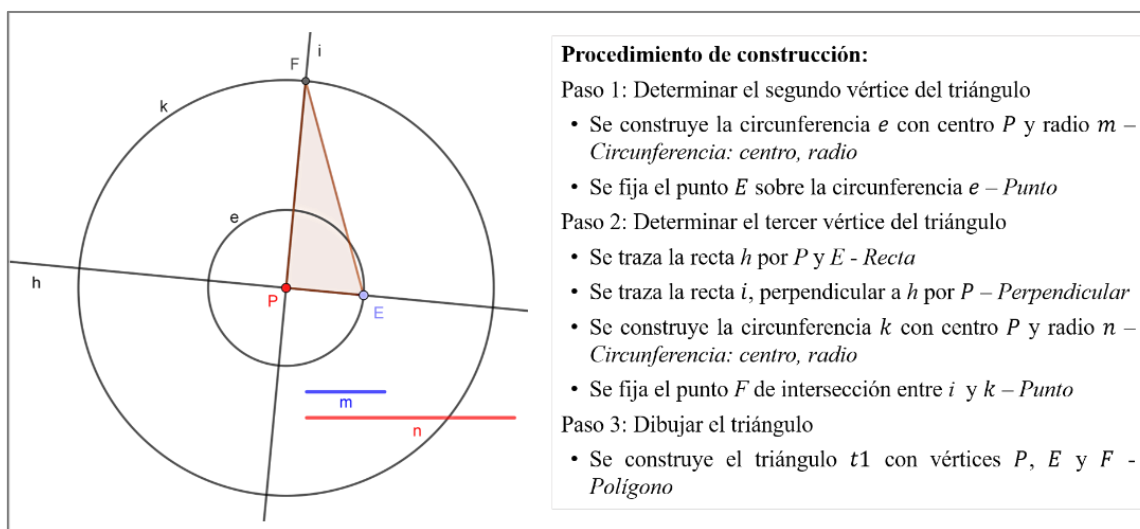
Fuente: Autores

Junto con la elaboración de las tareas, se establecieron las respuestas posibles que pudieran aparecer al ser aplicadas en la actividad formativa. En esta parte conviene resaltar que la aplicación de una tarea de construcción euclidiana con GeoGebra tiende a la producción de una forma de obra común que se puede considerar una respuesta adecuada a la tarea en la medida en que incluya: (i) el dibujo dinámico esperado, (ii) la comunicación (oral y/o escrita) del procedimiento de producción del dibujo dinámico, y (iii) la prueba de la validez o consistencia geométrica del dibujo, según las condiciones iniciales de la tarea.

Estas tres componentes de la respuesta fueron anticipadas por medio del análisis de la información correspondiente al postulado que origina la tarea (organizada con anterioridad). Por ejemplo, al analizar la información suministrada por la proposición II.2 que originó la tarea GGB-4b (Figura 3), se identificaron dos casos posibles de construcción del triángulo rectángulo según la posición que ocupan los objetos dados (lados del triángulo) en el dibujo. Claro está, la funcionalidad del software utilizado (como editor gráfico) y la variedad de contenidos conceptuales que éste ofrece hace posible que la resolución de una tarea de construcción euclidiana con GeoGebra sea una ocasión para ampliar el campo de experimentación posible con los dibujos dinámicos (Laborde, 1997).

Sin embargo, la información de la proposición II.2 sugiere la posibilidad de que se produzca en la actividad formativa un dibujo dinámico similar al de la Figura 4, para el cual m y n son catetos del triángulo (caso 1 de la proposición II.2), así como también una descripción del procedimiento de construcción de ese triángulo con GeoGebra. Tal procedimiento es organizado en pasos y acciones, según la conceptualidad de la herramienta *Polígono* que es usada para producir el dibujo dinámico.

Figura 4. Respuesta posible a la tarea GGB-4b (dibujo dinámico y procedimiento de construcción)



Fuente: Autores

En cuanto a la prueba, ésta ha de verse reflejada en las explicaciones que ofrecen los futuros profesores y el formador en cuanto a la consistencia geométrica de la construcción realizada, las cuales podrían estar basadas en las relaciones entre el comportamiento del dibujo dinámico en la pantalla y la teoría geométrica (Laborde, 1997). En este sentido, podría esperarse que las explicaciones den cuenta del porqué de la resistencia (o no) del dibujo dinámico a la prueba del arrastre, es decir, el motivo (o motivos) de mantenerse invariante (o no) de ciertas propiedades espaciales del dibujo tras el arrastre por alguno de sus elementos libres. Vale destacar que la producción de los dibujos dinámicos está mediada por el uso del GeoGebra, de modo que lo importante de la prueba no es tanto la secuencia proposicional de deducciones características de una demostración formal escrita, sino la explicación razonada de lo obtenido en atención a las categorías conceptuales (Sinclair y Robutti, 2013).

Siguiendo las ideas de Acosta y Fiallo (2017), las explicaciones que conforman una prueba podrían basarse en elementos perceptivos, elementos geométricos o relaciones

detectadas en el dibujo dinámico; en algún resultado de un ejemplo cuidadosamente seleccionado, suponiendo de antemano que en cualquier otro caso se cumple el mismo resultado; en la forma de construir el dibujo dinámico o en algunos de sus pasos y acciones; en un dibujo estático del objeto esperado, sobre el cual se señalan algunas propiedades espaciales o teóricas observables (o no) que se trasladan al dibujo dinámico.

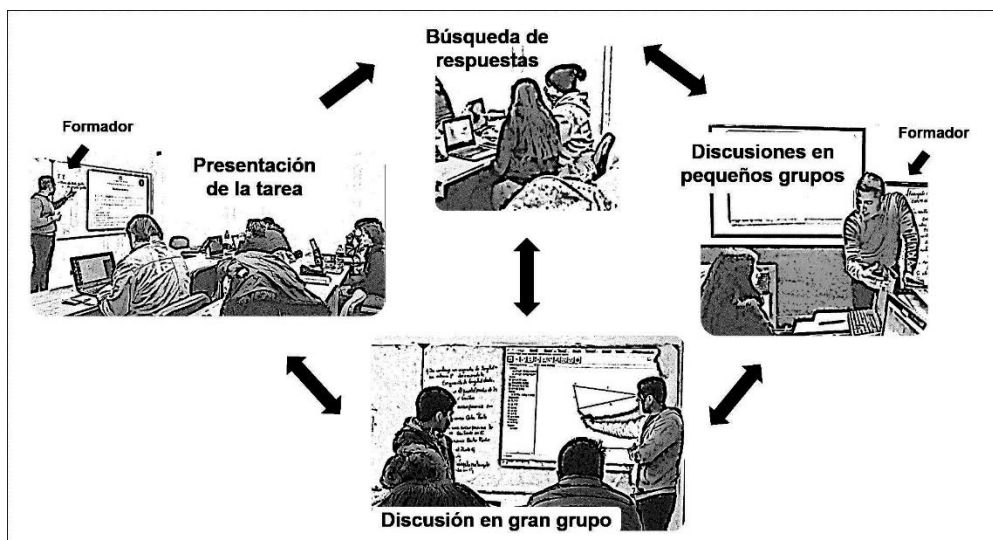
Por ejemplo, para la tarea GGB-4b, la actividad formativa puede derivar en una explicación del procedimiento de construcción del triángulo de la Figura 4 que esté guiada por la conceptualidad detrás de la herramienta *Polígono*. En concreto, los participantes podrían afirmar que los pasos 1 y 2 del procedimiento de construcción responden a la necesidad de conocer los vértices faltantes del triángulo (P es un objeto dado en la tarea) que se requieren para aplicar la herramienta. Además de ello, el motivo de las acciones en cada paso puede responder tanto a la necesidad de localizar los puntos E y F a una distancia m y n , respectivamente de P , como al hecho de que el ángulo $\sphericalangle P$ del triángulo sea recto.

En estas explicaciones, la definición de circunferencia y la relación de perpendicularidad entre rectas resultan fundamentales. Para el ejemplo, las medidas de \overline{PE} , \overline{PF} y $\sphericalangle P$ constituyen esas características del dibujo que han de mantenerse invariantes tras la prueba del arrastre.

Interacciones

Ya que el aprendizaje del SACEG es un fenómeno social, las interacciones entre los futuros profesores y el formador durante la resolución de las tareas de construcción euclidiana con GeoGebra constituyen un aspecto crucial del diseño de la actividad formativa. La aplicación de cada tarea implica el despliegue de un ciclo de trabajo colaborativo que está inspirado en los momentos de la actividad del aula de matemáticas de Radford (2017b). La Figura 5 muestra los cuatro momentos que conforman el ciclo de resolución de una tarea de construcción euclidiana con GeoGebra; momentos que se ajustan al tiempo de duración de cada encuentro, el número de tareas atendidas y las características del espacio físico.

Figura 5. Ciclo de resolución de tareas de construcción euclidianas con GeoGebra



Fuente: Autores

En el momento de *presentación de la tarea*, el formador muestra y explica la tarea a los futuros profesores, procurando que ellos entiendan lo que deben hacer. En ocasiones, será necesario despejar aquellas dudas iniciales que puedan interferir en el desarrollo del siguiente momento. Durante la *búsqueda de respuestas*, los futuros profesores trabajan de manera independiente o en pequeños equipos (según las condiciones del encuentro) para producir respuestas posibles a la tarea presentada.

Para el momento de *discusiones en pequeños grupos*, el formador se esfuerza por reconocer las oportunidades de aprendizaje del SACEG en los modos de resolución de la tarea que surgen durante un momento de la búsqueda, identificando las respuestas que merecen ser discutidas con todo el grupo y los signos de incompreensión o frustración que impiden el avance hacia la obra común. Al centrar la atención en estas cuestiones se aumentan las posibilidades de alcanzar las metas de la formación, ya que las respuestas detectadas por el formador se convierten en la materia prima para el siguiente momento del ciclo: un momento de producción conjunta. Durante las discusiones en pequeños grupos, el formador ofrece la debida retroalimentación, responde las dudas que van surgiendo, hace preguntas y estimula la búsqueda de respuestas.

Tras decidirse las respuestas que serán compartidas y el orden de intervención de quienes las producen, se pone en marcha la *discusión en gran grupo*. En este momento el formador pide intencionalmente a los futuros profesores que presenten sus obras (completas o inconclusas) al

resto del grupo, promoviendo el diálogo sobre ideas geométricas importantes (Stein et al., 2008) para la situación de resolución en que se encuentren. Normalmente, este momento se desarrolla en dos instantes. El primer instante es de *reconocimiento* de las condiciones de la producción de la respuesta que es compartida. En este instante el formado intenta que los futuros profesores reconozcan las potencialidades y limitaciones⁸ de la construcción que se les presenta, para lo cual se podría optar por solicitar a quien(es) la comparte(n) que reproduzcan y describan el procedimiento de construcción en la hoja de trabajo, desde la primera acción realizada.

El segundo instante es de *modificación* de la respuesta. En este instante el formador invita a los presentes a unir fuerzas y actuar responsablemente en pro de la transformación de las condiciones iniciales de producción de la respuesta compartida, lo que implica ofrecer la ayuda necesaria para la superación de las limitaciones de la construcción. Este acto demanda la movilización del SACEG para el caso de la tarea que se trate, de manera que los esfuerzos mancomunados favorezcan la toma de consciencia de aquello que necesita ser modificado, ya sea en la construcción misma (el dibujo dinámico) o en la forma de comunicar y/o probar la consistencia del procedimiento de construcción realizado. De esta manera, la respuesta inicial se transforma en la obra común de la actividad formativa.

Lograr esto requiere que los futuros profesores se sientan desafiados a actuar, para lo cual el formador puede recurrir al empleo de preguntas específicas, tales como: ¿encuentras alguna diferencia importante entre esta respuesta y la tuya? ¿Dónde está el problema en la respuesta? ¿De qué manera puedes actuar como profesor para lograr que tu compañero reconozca este problema y lo supere?

El rol que desempeña el formador en los momentos antes descritos se corresponde con la de un rol *ético* (Radford, 2020), en el sentido de reconocerse como parte consustancial de la actividad formativa que media y actualiza el SACEG. En otras palabras, el formador actúa éticamente en la actividad al asumirse dentro de una conciencia colectiva en la búsqueda de la obra común, problematizando la relación de los futuros profesores con el SACEG puesto en movimiento, allanando el camino hacia el logro de las metas de la formación y aportando a la

⁸ Para conocer algunas de las limitaciones que pudieran observarse en las respuestas de futuros profesores a las tareas de construcción elaboradas, se decidió aplicarlas en 2019 al curso de *Didáctica de la Matemática IV*, perteneciente a la carrera de Pedagogía en Matemática y Computación de la Universidad de Los Lagos (Chile). La matrícula del curso fue de once estudiantes en el último año de su carrera universitaria.

labor conjunta sus formas idiosincráticas de expresión, acción y pensamiento como un profesor de matemáticas más, dentro de un marco de actuación profesional responsable.

Despliegue de una actividad formativa

El despliegue de una actividad formativa comprende la realización en la práctica concreta de un ciclo de resolución de tareas de construcción euclidiana con GeoGebra (Figura 5). Por tanto, se espera que tal actividad ocurra tantas veces como tareas de este tipo han sido elaboradas. Para hacer operativo este diseño, se asume que la resolución de las tareas de construcción es producida en *encuentros* con los futuros profesores, cuya duración oscila entre 90 y 120 minutos cada uno, según las condiciones del contexto de la investigación.

En condiciones ideales, se requieren 10 encuentros para aplicar las tareas (Tabla 2), a los que se anteponen dos encuentros destinados a discutir sobre la resolución de tareas de construcción geométrica con software dinámico y la elaboración de narrativas como herramienta de formación profesional. Estos primeros encuentros tienen el propósito de crear condiciones para la buena marcha de la actividad formativa.

Tabla 2. Aplicación de las tareas por encuentros

Encuentro	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Tarea(s)	GGB-1 GGB-2	GGB-3a GGB-3b	GGB-4a GGB-4b (Caso 1)	GGB-4b (Caso 2) GGB-4c	GGB-5a GGB-5b	GGB-5b (Des. 1) GGB-5c	GGB-5c (Des. 2) GGB-5d	GGB-6a GGB-6b	GGB-6c GGB-6d	GGB-6e

Fuente: Autores

Consideraciones finales

Este trabajo presenta una caracterización de una actividad formativa que tiene por objeto el encuentro progresivo y crítico de futuros profesores de matemáticas con el saber docente acerca de las construcciones euclidianas con GeoGebra (SACEG), desde lo disciplinario. El diseño de la actividad formativa responde a la necesidad de los autores de investigar el aprendizaje del SACEG con grupos de estudiantes de carreras de Pedagogía en Matemáticas de Chile que se encuentran próximos a egresar. La decisión de focalizar la atención en la actividad formativa está justificada por la elección de una perspectiva histórico-cultural particular del aprendizaje humano (la TO) que ofrece los insumos para una conceptualización del aprendizaje del SACEG en la formación inicial de profesores de matemáticas, como procesos de objetivación.

Considerar el aprendizaje del SACEG como procesos de objetivación ha requerido de una reflexión profunda sobre la naturaleza y distintas fuentes de conocimiento que nutren el saber acerca de las construcciones euclidianas con GeoGebra. Haciendo énfasis en la vertiente disciplinaria, ha sido posible identificar y describir el saber docente que se pone de manifiesto durante la resolución de tareas de construcción euclidianas con GeoGebra, teniendo como referencia algunos problemas de construcción con regla y compás en los *Elementos* de Euclides que han tenido cierta trascendencia histórica (Iglesias y Ortiz, 2018). Estos dos aspectos del artículo (las ideas de aprendizaje como objetivación y SACEG como un saber docente) constituyen parte fundamental del entramado de supuestos y afirmaciones teóricas que han permitido a los autores tomar decisiones particulares en cuanto a la actividad formativa y su implementación, otorgando a su diseño un lugar privilegiado en el desarrollo de la investigación doctoral (Cai et al., 2019).

Las características del diseño permiten valorar la actividad formativa que se propone como un espacio social de toma de conciencia crítica del SACEG desde su vertiente disciplinaria, sin descuidar el sentido que se atribuye a su enseñanza. Entre las potencialidades de la actividad formativa es que su diseño posibilita que ésta pueda integrarse parcial o totalmente a la dinámica de funcionamiento de las carreras de Pedagogía en Matemáticas del país, ya sea como curso optativo, unidad de aprendizaje o actividad de mejoramiento. Finalmente, el camino iniciado permite tener una visión general de las implicaciones del diseño de entornos de aprendizaje que tenga como base una perspectiva histórico-cultural del sujeto docente y de las relaciones que este sujeto establece con el mundo de la enseñanza desde la propia universidad.

Referencias

- Acosta, M. y Fiallo, J. (2007). *Enseñando geometría con tecnología digital: una propuesta desde la teoría de las situaciones didácticas*. Cooperativa Editorial Magisterio.
- Arzarello, F., Olivero, F., Paola, D. y Robutti, O. (2002). A cognitive analysis of dragging practices in Cabri environments. *ZDM*, 34(3), 66-72.
- Boyer, C. (1987). *Historia de la matemática*. Alianza Editorial.
- Cai, J., Morris, A., Hohensee, C., Hwang, S., Robinson, V., Cirillo, M., Kramer, S. L. y Hiebert, J. (2019). Theoretical framing as justifying. *Journal for Research in Mathematics Education*, 50(3), 218-224.

- Depaepe, F., Verschaffel, L. y Kelchtermans G. (2013). Pedagogical content knowledge: A systematic review of the way in which the concept has pervaded mathematics educational research. *Teaching and Teacher Education*, 34, 12–25.
- De Villiers, M. (1998). An alternative approach to proof in dynamic geometry. En R. Lehrer y D. Chazan (Eds.), *Designing learning environments for developing understanding of geometry and space* (pp. 369-393). Hillsdale: Lawrence Erlbaum.
- Euclides (1991). *Elementos (Libros I–IV)*. Editorial Gredos.
- Euclides (1994). *Elementos (Libros V–IX)*. Editorial Gredos.
- Fiallo, J. (2011). *Estudio del proceso de demostración en el aprendizaje de las razones trigonométricas en un ambiente de Geometría Dinámica* (Tesis doctoral). Universidad de Valencia.
- Fiorentini, D. (2005). A formação matemática e didático-pedagógica nas disciplinas da licenciatura em matemática. *Revista de Educação PUC-Campinas*, 18, 107-115.
- Fischbach, F. (2015). *Philosophies de Marx (Moments Philosophiques)*. Vrin.
- Iglesias, M. y Ortiz, J. (2018). Usos del software de geometría dinámica en la formación inicial de profesores de matemáticas. *Matemáticas, Educación y Sociedad*, 1(2), 21-35.
- Krainer, K. y Llinares, S. (2010). Mathematics teacher education. En P. Peterson, E. Baker y B. McGaw (Eds.), *International Encyclopedia of Education* (pp. 702–705). Oxford, UK: Elsevier.
- Laborde, C. (1997). Cabri Géométra o una nueva relación con la geometría. En L. Puig (Ed.), *Investigar y enseñar. Variedades de la educación matemática* (p. 33–48). Bogotá: Una Empresa Docente.
- Laborde, C., Kynigos, C., Hollebrands, K., y Sträßer, R. (2006). Teaching and learning geometry with technology. En A. Gutiérrez y P. Boero (Eds.), *Handbook of research on the psychology of mathematics education: Past, present and future* (pp. 275–304). Rotterdam: Sense Publishers.
- Leontiev, A. (1978). *Actividad, conciencia y personalidad*. Ediciones Ciencias del Hombre.
- Llinares, S. (2004). La generación y uso de instrumentos para la práctica de enseñar matemáticas en educación primaria. *UNO. Revista de Didáctica de la Matemática*, 36, 93-115.
- Llinares, S. (2019a). Tools and Ways of Thinking in Mathematics Teacher Education: An Introduction. En S. Llinares y O. Chapman (Eds.), *International Handbook of Mathematics Teacher Education: Volume 2* (pp. 1-19). Brill Sense.
- Llinares, S., Valls, J y Roig, A. I. (2008). Aprendizaje y diseño de entornos de aprendizaje basado en videos en los programas de formación de profesores de matemáticas. *Educación Matemática*, 20(3), 31-54.
- Moise, E. E. y Downs, F. L. (1966). *Geometría moderna*. Addison-Wesley Publishing Company.
- Neubrand, M. (2018). Conceptualizations of professional knowledge for teachers of mathematics. *ZDM*, 50(4), 601–612.

- Radford, L. (2006). Elementos de una teoría cultural de la objetivación. *Revista Latinoamericana de Matemática Educativa, Número Especial*, 103-129.
- Radford, L. (2013). Three key Concepts of the theory of objectification: Knowledge, knowing, and learning. *Journal of Research in Mathematics Education*, 2(1), 7-44.
- Radford, L. (2014a). De la teoría de la objetivación. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 7(2), 132-150.
- Radford, L. (2014b). On the role of representations and artefacts in knowing and learning. *Educational Studies in Mathematics*, 85, 405-422.
- Radford, L. (2017a). Saber y conocimiento desde la perspectiva de la teoría de la objetivación. En B. D' Amore y L. Radford (Eds.), *Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas: problemas semióticos, epistemológicos y culturales* (pp. 97-114). Bogotá: Universidad Distrital Francisco José de Caldas.
- Radford, L. (2017b). Aprendizaje desde la perspectiva de la teoría de la objetivación. En B. D' Amore y L. Radford (Eds.), *Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas: problemas semióticos, epistemológicos y culturales* (pp. 115-136). Bogotá: Universidad Distrital Francisco José de Caldas.
- Radford, L. (2018). Pautas para repensar el sujeto y el objeto desde una epistemología de solidaridad, en tiempos de una educación para el mercado y el consumo. En A. Ávila (Coord.), *Rutas de la Educación Matemática* (pp. 89-105). México D.F.: SOMIDEM.
- Radford, L. (2020). Un recorrido a través de la teoría de la objetivación. En S. Takeco Gobara y L. Radford (Eds.), *Teoria da Objetivação: Fundamentos e aplicações para o ensino e aprendizagem de ciências e matemática* (pp. 15-42). São Paulo: Livraria da Física.
- Radford, L., Edwards, L. y Arzarello, F. (2009). Introduction: Beyond words. *Educational Studies in Mathematics*, 70(2), 91-95.
- Reverand, E. (2004). Una aproximación a la teoría de la actividad. En D. Mora, A. Rivera, E. Reverand, W. Beyer, W. Serrano, O. Brito y C. Torres (Eds.), *Tópicos en Educación Matemática* (pp. 151-181). Caracas: GIDEM.
- Rey, J. y Babini, J. (1985). *Historia de la matemática (vol. 1)*. Gedisa.
- Ríbnikov, K. (1987). *Historia de las matemáticas*. Editorial Mir.
- Scriba, C. y Schreiber, P. (2015). *5000 Years of Geometry. Mathematics in History and Culture*. Springer.
- Simson, R. (2014). Los seis primeros libros, y el undécimo y duodécimo de los Elementos de Euclides. Editorial Maxtor.
- Sinclair, N. y Robutti, O. (2013). Technology and the role of proof: the case of dynamic geometry. In A. Bishop, K. Clement, C. Keitel, J. Kilpatrick, & F. Leung (Eds.), *Third international handbook of mathematics education* (pp. 571-596). Berlin: Springer.
- Stein, M., Engle, R., Smith, M. y Hughes, E. (2008). Orchestrating productive mathematical discussions: five practices for helping teachers move beyond show and tell. *Mathematical Thinking and Learning*, 10, 313-340.
- Tardif, M. (2002). *Los saberes del docente y su desarrollo profesional*. Narcea Editores.

- Tirosh, D. & Wood, T. (2008). Tools and processes in mathematics teacher education: an introduction. En D. Tirosh y T. Wood (Eds.), *The International Handbook of Mathematics Teacher Education* (pp. 1–14). Rotterdam: Sense Publishers.
- Tosca, T. (1757). *Compendio Mathematico. Tomo I: en que se contienen todas las materias más principales de las ciencias que tratan de la cantidad*. Imprenta de Antonio Bordazar.
- Valente, W. R. (2017). A matemática a ensinar e a matemática para ensinar: os saberes para a formação do educador matemático. En R. Hofstetter y W. Valente (Orgs.), *Saberes em (trans)formação: tema central da formação de professores* (pp. 201-229). São Paulo: LF Editorial.
- Vega-Reñón, L. (1990). *La trama de la demostración. Los griegos y la razón tejedora de pruebas*. Alianza editorial.
- Watson, A. y Ohtani, M. (2015). Themes and issues in mathematics education concerning task design: Editorial introduction. En A. Watson y M. Ohtani (Eds.), *Task design in mathematics education, an ICMI Study 22* (pp. 3–15). NY: Springer.
- Xavier, L. N. A. (2014). A construção social e histórica da profissão docente: uma síntese necessária. *Revista Brasileira de Educação*, 19(59), p. 827-849.

Autores

Juan Luis Prieto González

Estudiante del Programa de Doctorado en Educación Matemática de la Universidad de los Lagos (Chile); Máster en Nuevas Tecnologías Aplicadas a la Educación (Universidad Autónoma de Barcelona, Universidad de Alicante, Universidad Carlos III de Madrid, España, 2009); Diplomatura en Estudios Avanzados en la línea de Didáctica de las Matemáticas (Universidad de Alicante, 2008, España); Coordinador General de la Asociación Aprender en Red (<http://aprenderenred.com.ve/>). Tesorero de la Asociación Venezolana de Educación Matemática (AsoVeMat). Email: juanl.prietog@gmail.com

Elizabeth-H. Arredondo

Doctora en Ciencias, Especialidad en Matemática Educativa, por parte del CINVESTAV-IPN, México. Académica del Departamento de Ciencias Exactas de la Universidad de Los Lagos, Osorno, Chile. Catedrática del Programa de Postgrado de Magister y Doctorado en Educación Matemática de la Universidad de Los Lagos. E-mail: elizabeth.hernandez@ulagos.cl

LA CONCIENCIA SEMIÓTICA DE LOS DOCENTES DE MATEMÁTICA EN LA CONSTRUCCIÓN COGNITIVA DE LOS CONJUNTOS INFINITOS

Héctor Mauricio Becerra Galindo

hemabe2@yahoo.es

<https://orcid.org/0000-0002-5477-4680>

Universidad Distrital Francisco José de Caldas; Colombia

Recibido: 2020-06-18; **Aceptado:** 2020-11-25

*“No hay noesis sin semiosis”
Raymond Duval (1995/1999)*

Resumen

En este artículo se presentan algunos resultados de la tesis doctoral sobre las problemáticas semióticas en las representaciones de los conjuntos infinitos en la práctica docente, que surge de los procesos de enseñanza y aprendizaje de los conjuntos infinitos de números, donde se evidencian dificultades en los estudiantes respecto a su construcción cognitiva. En esta investigación, se centra la atención especialmente en la caracterización de las manifestaciones de “conciencia semiótica” de los docentes sobre las representaciones de los conjuntos infinitos, a partir de su reflexión sobre las producciones y comentarios de sus estudiantes.

Palabras clave: Representación semiótica, conciencia semiótica, conjuntos infinitos, problemas semióticos.

THE SEMIOTIC CONSCIOUSNESS OF TEACHERS OF MATHEMATICS IN THE COGNITIVE CONSTRUCTION OF INFINITE SETS

Abstract

This article presents some results of the doctoral thesis on the semiotic problems in the representations of infinite sets in teaching practice, which arises from the teaching and learning processes of infinite sets of numbers, where difficulties are evident in students regarding its cognitive construction. This research is especially focus on the characterization of the teachers' “semiotic awareness” manifestations of the representations of the infinite sets, based on their reflection on the productions and comments of their students.

Keywords: Semiotic representation, semiotic consciousness, infinite sets, semiotic problems.

A CONSCIÊNCIA SEMIOTICA DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA NA CONSTRUÇÃO COGNITIVA DE CONJUNTOS INFINITOS

Resumo

Este artigo apresenta alguns resultados da tese de doutorado sobre os problemas semióticos nas representações de conjuntos infinitos na prática de ensino, que decorre dos processos de ensino e aprendizagem de conjuntos infinitos de números, onde as dificuldades são evidentes nos alunos em relação à sua construção cognitiva. Nesta pesquisa, o foco é especialmente na caracterização das manifestações de “consciência semiótica” pela professores. Nesta pesquisa,

o foco é especialmente na caracterização das manifestações de “consciência semiótica” dos professores das representações dos conjuntos infinitos, com base em sua reflexão sobre as produções e comentários de seus alunos.

Palavras- chave: Representação semiótica, consciência semiótica, conjuntos infinitos, problemas semióticos.

Introducción

En la línea de investigación relativa a la didáctica del infinito y específicamente del aprendizaje de los conjuntos infinitos, que empezó con los trabajos de investigación realizados por Duval en 1983 sobre *L'obstacle du dédoublement des objets mathématiques*, donde se analiza la dificultad que tienen los estudiantes para aceptar la correspondencia biunívoca llamada “de Galileo”, entre los números naturales (Duval (1983) habla en este documento de los números enteros, pero se refiere a los números naturales) y el subconjunto de los números naturales cuadrados perfectos; se concluye que el desdoblamiento¹ genera un obstáculo de aprendizaje, ya que los estudiantes ven el objeto de forma unívoca y no con dos caras, o pueden ver dos objetos que se interpretan de dos formas diferentes; por ejemplo, los estudiantes ven el nueve como “número natural” y no como “un cuadrado de un número natural”, por lo tanto, los estudiantes encuentran un obstáculo en establecer la correspondencia biunívoca entre los números naturales y el subconjunto de los números cuadrados perfectos.

En julio de 1996 el Congreso Internacional de Educación Matemática (ICME) le dio la responsabilidad a Bruno D'Amore de *chief organizer* de un grupo temático, el XIV: El infinito, en el VIII ICME de Sevilla, con Raymond Duval como colaborador. En la consiguiente investigación realizada por D'Amore, se redactó “una bibliografía de más de 300 títulos, con la contribución de muchos investigadores de todo el mundo” (D'Amore, 2011, p. 23).

A partir de la bibliografía, D'Amore (1996) redacta un panorama razonado de tales investigaciones clasificadas así:

1. Falta de aceptación, por parte del estudiante, de las diversas cardinalidades transfinitas.
2. Los procesos mentales y las convicciones intuitivas llevan a los estudiantes a pensar, que en un segmento largo existan más puntos que en un segmento más corto.

¹ Duval (1983) deja establecido que el desdoblamiento permite distinguir el mismo objeto desde sus dos caras; por ejemplo, el número nueve se puede ver con la primera cara como un “número natural” y con la segunda cara como “un cuadrado de un número natural”.

3. Las aceptaciones intuitivas (misconcepciones) de aplastamiento (la convicción que todos los conjuntos infinitos tienen la misma cardinalidad) y de dependencia (la convicción que hay más puntos en una recta que en un segmento) se hallan en contradicción, pero parece que los estudiantes no se sienten interesados por volver coherentes sus creencias.
4. La dificultad que tienen los estudiantes para aceptar la correspondencia biunívoca llamada “de Galileo” entre \mathbb{N} y el (su) subconjunto de los números cuadrados (Duval, 1983), además se hace referencia a la dificultad de parte de los estudiantes en el pasaje entre diversos sistemas de representación (Duval, 1995).
5. El clásico debate filosófico de origen aristotélico sobre el infinito en sentido actual y en sentido potencial.

En estas investigaciones se enfatiza que, en el proceso de enseñanza y aprendizaje de los conjuntos infinitos, se evidencian dificultades en los estudiantes respecto a su construcción cognitiva; éstas están asociadas a la dificultad objetiva de los estudiantes frente a la temática del infinito (que constituye un obstáculo epistemológico propuesto por Brousseau, 1983)² como se concluye en las investigaciones de Fischbein, Tirosh y Hess (1979), Duval (1983), Moreno y Waldegg (1991), Arrigo y D'Amore (1999, 2002), Tsamir (2000), Arrigo, D'Amore y Sbaragli (2011), entre otros; a la temática general de la formación de una noética frente a representaciones semióticas como es propuesto en la paradoja de Duval “[...] de una parte, el aprendizaje de los objetos matemáticos sólo puede ser un aprendizaje conceptual y, de otra parte, es sólo a través de representaciones semióticas que es posible una actividad sobre los objetos matemáticos” (Duval, 1993, p. 38; en la traducción D'Amore, 2002), y que es consolidado por Duval (1995/1999, p. 15) con su hipótesis “no hay noesis sin semiosis”.

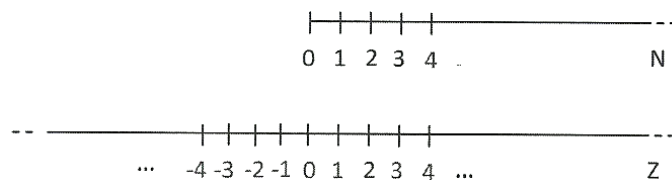
Las anteriores dificultades ya fueron tema de las investigaciones acabadas de comentar, por lo cual nuestra atención en este trabajo se dirige a documentar en varios casos empíricos la falta de “conciencia semiótica” que usan los docentes al elegir las representaciones para la construcción cognitiva de los conjuntos infinitos con sus estudiantes. Con más precisión, con “conciencia semiótica” se quiere indicar el conocimiento consciente sobre los sistemas de

² Brousseau (1983) establece un obstáculo epistemológico como “un conocimiento estable que funciona bien en ámbitos anteriores, pero que crea problemas y errores cuando se le intenta adaptar a nuevas situaciones” (Arrigo, D'Amore, & Sbaragli, 2011, p. 135).

representaciones, que se movilizan en la actividad matemática y que es específica de la semiótica.

Estas dificultades se empiezan a evidenciar cuando los docentes generan argumentos desde lo que ven en las representaciones y no desde la coordinación de registros de representaciones semióticas que son necesarios para la conceptualización (Duval, 1993) de los conjuntos infinitos; por ejemplo, los docentes eligen para su cátedra la siguiente representación gráfica (figura 1) que es habitual en los libros de texto.

Figura 1. Representación gráfica de \mathbb{N} y \mathbb{Z} .



Fuente: Arrigo, D'Amore, & Sbaragli (2011, p. 222).

Esta representación gráfica lleva a los docentes (se codifica con la letra C y F) a proporcionar los siguientes argumentos a las preguntas realizadas por los investigadores (codificado como Inv).

Inv: [...] ¿Tú crees que los elementos que forman el conjunto de los enteros son: más, menos o el mismo número de los elementos que tiene el conjunto de los naturales?

C: Obviamente son más, están además todos los negativos.

Inv: ¿Cómo representarías estos conjuntos numéricos a tus estudiantes?

C: Los relativos [enteros] los pondría en la recta de los números y los naturales en cambio deben estar en la línea de los números. [...]

Inv: ¿Esto lo presentas en clase?

C: Por supuesto que digo que los números negativos siempre deben estar siempre antes de los positivos. (Arrigo, D'Amore, & Sbaragli, 2011, p. 208)

En este caso la representación gráfica lleva a pensar, tanto a los docentes como a los estudiantes, que el número de enteros es “el doble” de los números naturales, en otras palabras, que el conjunto de los números enteros tiene más elementos que el conjunto de los números naturales.

Evidenciamos otro argumento de otro docente al dar respuesta a la pregunta

Inv: ¿Cuántos son los números naturales: 0, 1, 2, 3, ...?

F: Los números naturales son infinitos, ya que un conjunto es infinito si está conformado por infinitos elementos y 0, 1, 2, 3, ... son infinitos.

(Arrigo et al., 2011, p. 215)

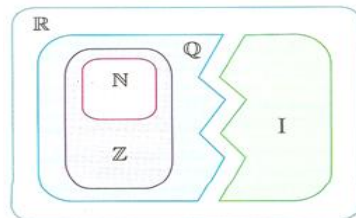
Este argumento no presenta una construcción cognitiva del objeto conjunto infinito, ya que: “Un conjunto S se denomina infinito sí y solo sí se puede poner en correspondencia biunívoca con una de sus partes propias” (Arrigo et al., 2011, p. 97). Lo que se evidencia en el anterior argumento es la interpretación que el docente F le está dando a los puntos suspensivos en la representación $0, 1, 2, 3, \dots$ como los infinitos elementos que conforman el conjunto; en este caso el docente F se refiere al infinito en potencia.

En estos ejemplos se muestra en cierta medida la falta de “conciencia semiótica” que tienen los docentes en la construcción cognitiva y en la enseñanza de los conjuntos infinitos; pero esta no es la única causa; los docentes, para los procesos de enseñanza - aprendizaje de los objetos matemáticos, recurren a los libros de texto de matemática como referentes para su planeación y diseño de actividades.

Por ejemplo, para la construcción cognitiva de los números reales se proponen en los libros de textos de secundaria (grados octavo (8^0) y once (11^0)) las siguientes definiciones.

Definición libro para grado 8^0

Los números naturales \mathbb{N} , los enteros \mathbb{Z} y los racionales \mathbb{Q} , conforman, junto con los irracionales \mathbb{I} , el conjunto de los números reales \mathbb{R} . Para entender cómo se relacionan los conjuntos de números mencionados, observemos el siguiente esquema:



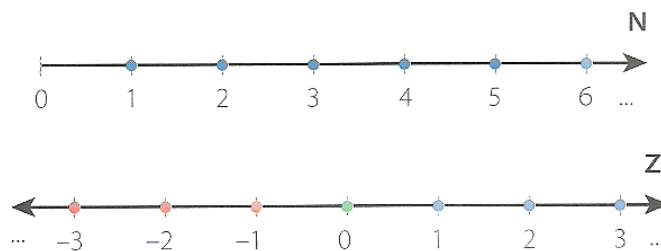
. (Dueñas, Garavito, & Lara, 2007, p. 48)

En esta definición, se puede observar un problema en la representación semiótica (Becerra Galindo, 2017, 2018; Becerra Galindo & Font, 2019) que generan la contradicción entre el registro de la lengua natural y la representación auxiliar; la cual no está representando correctamente el objeto matemático números reales, en otras palabras no se está asociando al mismo objeto inaccesible (Duval, 1995/1999, 2006, 2017; Duval & Sáenz-Ludlow, 2016); en

este caso no existe una coordinación de registros (Duval, 1995/1999, 2004, 2006, 2017; Duval & Sáenz-Ludlow, 2016).

Definición libro para grado 11^o

El conjunto de los números naturales lo representamos con \mathbb{N} y está formado por los números que se utilizan para contar es decir, $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$. A partir de los números naturales es posible construir los números enteros \mathbb{Z} agregando el 0 y los negativos de los números naturales. De esta forma obtenemos $\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$. Es posible representar estos números en la recta numérica como muestra la figura



Al formar todos los posibles cocientes entre números enteros obtenemos el conjunto \mathbb{Q} . Entonces $\mathbb{Q} = \{\frac{a}{b} : a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0\}$. Los números racionales se caracterizan porque su expresión decimal es finita o infinita periódica. Aquellos números cuya expresión decimal es infinita no periódica forman el conjunto de los números irracionales \mathbb{I} . Algunos ejemplos importantes de los números irracionales son: $\pi \approx 3,14159\dots$, $e \approx 2,71828\dots$

“Los números reales son el conjunto formado por la unión de los números racionales y los irracionales. $\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{I}$.” (Moreno, Roldán, & Romero, 2011, p. 12)

En el registro de representación simbólica solo se presenta por parte de los autores del libro de texto el orden “natural” de los números naturales y de los números enteros, lo que lleva a docentes y estudiantes a pensar que solo hay estas representaciones posibles y correctas, como lo afirma un docente “estos números tienen que ordenarse siempre así” (Arrigo et al., 2011, p. 209); además, puede ser sustentado desde la convicción de algunos docentes cuando observan el registro gráfico y establecen que \mathbb{N} tiene un verso hacia el infinito (positivo) con un orden “natural”, y \mathbb{Z} aunque tiene dos versos hacia el infinito (positivo y negativo) sigue presentando un orden “natural”, argumento que no es válido y que depende de cómo eliges el orden y de cómo lo representas. Y entonces el problema verdadero en estos casos es la representación semiótica de los conjuntos infinitos.

Para afrontar estas dificultades es necesario: 1) Que el docente reflexione sobre la importancia que tiene la elección de representaciones de los conjuntos infinitos en su construcción cognitiva, 2) que se dé cuenta que esta elección no es unívoca ni neutra y 3) que puede ser una causa de la falta de construcción cognitiva por parte de sus estudiantes.

Por lo tanto, surge la siguiente pregunta de investigación: ¿Cuáles manifestaciones de la conciencia semiótica se producen en el docente cuando se le problematiza su elección de representaciones semióticas en el proceso de enseñanza - aprendizaje de los conjuntos infinitos?

Dicha pregunta se concreta en diferentes objetivos específicos, siendo uno de ellos: Caracterizar las manifestaciones de conciencia semiótica de los docentes sobre las representaciones de los conjuntos infinitos, a partir de su reflexión sobre las producciones y comentarios de sus estudiantes.

Marco teórico

Las referencias que se abordan para este artículo están relacionadas especialmente con los elementos semióticos-cognitivos propuestos en la teoría Raymon Duval (1993, 1995/1999, 1996, 2004, 2006, 2008, 2016, 2017).

Representaciones semióticas

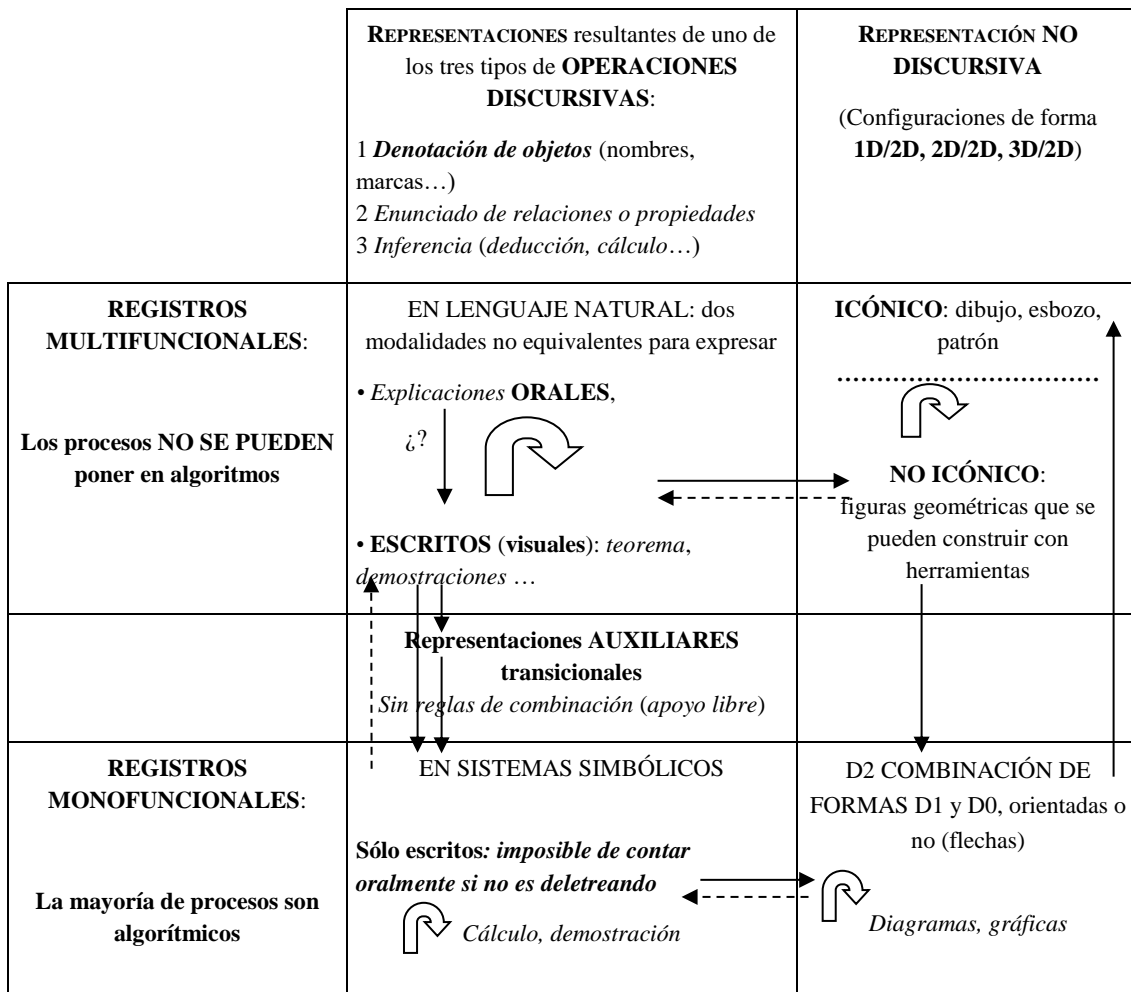
En la psicología cognitiva, la noción de representación juega un papel importante con respecto a la adquisición y el tratamiento del conocimiento de un individuo (Pino-Fan, Guzmán, Duval, & Font, 2015). En palabras de Duval (1995/1999, 2004, 2016) una representación es “algo que se pone en lugar de otro algo” (Duval & Sáenz-Ludlow, 2016, p. 62).

La estructura que propone Duval (2008) de una representación semiótica es:

{{contenido de la representación, registro semiótico representado}, objeto representado}.

Los registros que se movilizan en matemáticas son cuatro: discursivos, no discursivos, multifuncionales y monofuncionales. Duval (2004) define los registros discursivos como los que permiten describir, inferir, razonar, calcular. Los registros no discursivos como los que permiten visualizar lo que nunca es dado de manera visible. Los registros multifuncionales como los que son utilizados en todos los dominios de la vida cultural y social. Los registros monofuncionales como registros derivados, que son especializados en un solo tratamiento. En la figura 2, se presenta la clasificación de los registros que son movilizadas en matemáticas.

Figura 2. Clasificación de los diferentes tipos de registros movilizados en matemáticas



Fuente: Duval & Sáenz-Ludlow (2016, p. 71).

Es necesario aclarar que existen unas representaciones auxiliares que no dependen del registro semiótico y son utilizadas en matemáticas, como el material (por ejemplo, el manipulativo como: el ábaco, las regletas de Cuisenaire, bloques lógicos, etc.), los ejemplos, las ilustraciones, la organización (las tablas), etc. (Duval, 2004).

En los procesos de pensamiento que están involucrados con la actividad matemática, es necesario enfocarse en el nivel de los sistemas semióticos y no en la representación particular producida (Duval & Sáenz-Ludlow, 2016), ya que es en este nivel donde se captura la importancia de la representación semiótica en la matemática.

Los dos tipos de transformaciones que se dan en la representación semiótica son: los tratamientos y las conversiones.

Los tratamientos son transformaciones en el mismo registro; por ejemplo: a) $\frac{1}{2} \rightarrow 0,5$, se pasa de un registro de escritura fraccionaria a un registro de escritura decimal y b) $x - y + 3 = 0$ a $y = x + 3$, la representación cambia, pero el registro de la escritura algebraica no (Iori, 2014), en estos dos ejemplos se sigue conservando el registro monofuncional y registro discursivo.

Las conversiones son transformaciones de representaciones que consiste en cambiar un registro sin cambiar los objetos denotados; por ejemplo, pasar del registro de la lengua natural al registro pictográfico, así:

Un medio \rightarrow  (Fandiño Pinilla, 2010, p. 37).

Para Duval (1995/1999) el estudio de la actividad de conversión permite comprender la estrecha relación entre “noesis” y “semiosis”, que es esencial en el aprendizaje de los estudiantes.

Esta última transformación es la raíz de “los problemas que muchos estudiantes tienen con el pensamiento matemático [... por su...] complejidad cognitiva [...y por el...] cambio de representación” (Duval & Sáenz-Ludlow, 2016, p. 85).

Metodología

Esta investigación presenta un análisis de las representaciones de los conjuntos numéricos elegidas en su cátedra por los docentes en la construcción cognitiva de los conjuntos infinitos por sus estudiantes. Para establecer las manifestaciones de conciencia semiótica de los docentes, se tuvo en cuenta la siguiente opción metodológica:

- 1) Se observaron y se grabaron las clases de los docentes, evidenciado la elección de las representaciones semióticas de los conjuntos numéricos utilizadas por el docente para la construcción cognitiva de los conjuntos infinitos;
- 2) se tomaron las frases, fragmentos de video y las hojas respuesta de sus estudiantes, que evidenciaron la no construcción del objeto matemático conjunto infinito a partir de la elección de representaciones semióticas de los conjuntos numéricos propuestas por el docente y

- 3) se formularon preguntas al docente relacionadas con la elección de representaciones semióticas para alcanzar la construcción cognitiva de los conjuntos infinitos por parte de sus estudiantes; se le mostraron las respuestas de sus estudiantes, las cuales evidenciaron la no construcción cognitiva del objeto matemático conjunto infinito (fragmentos de video, frases y hojas de respuestas de sus estudiantes). En la respuesta (datos) dada por el docente se evidenciaron las manifestaciones de su conciencia semiótica sobre la elección de las representaciones semiótica de los conjuntos numéricos utilizados para favorecer la construcción cognitiva de los conjuntos infinitos.

Análisis de los datos

A continuación, se muestra un análisis de las problemáticas semióticas de las representaciones de los conjuntos numéricos elegidas en su cátedra por los docentes D_{11} ³ (D: Docente; 11: Colegio República Bolivariana de Venezuela IED) y D_{21} (D: Docente; 21: Colegio Tomás Cipriano de Mosquera IED), para la construcción cognitiva de los conjuntos infinitos. Se analizarán especialmente la representación auxiliar de conjunto y la representación gráfica.

Representación auxiliar de conjunto

En este apartado se muestra la representación auxiliar de conjunto elegida y explicada por los docentes D_{11} y D_{21} en cada una de sus cátedras, y que es construida por sus estudiantes.

Inicialmente, el investigador muestra al docente D_{11} un segmento de video de la entrevista hecha a sus estudiantes sobre el tipo de representación que ellos realizan de los conjuntos [150] (este código significa la transcripción escrita de la entrevista al docente en el párrafo 150) y se le realizan las siguientes preguntas en la entrevista:

[...] [151]: ¿Está bien lo realizado por la estudiante E_{11} ? (figura 3), el docente D_{11} responde [152]: “Pues, se ven algunos errores, si claro, el conjunto estaría bien, el error o dificultad es que pone al mismo nivel los números racionales e irracionales, o sea, en este caso no se dio cuenta de la diferencia entre los números irracionales y los números racionales”, se pregunta nuevamente [153]: ¿No es claro que los números racionales son

³ De aquí en adelante se utilizará este tipo de codificación.

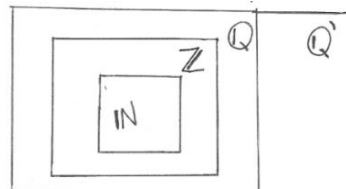
diferentes a los números irracionales en los conjuntos?, el docente D₁₁ responde [154]: “Exacto”.

Figura 3. Representación auxiliar E₁₁



Se continúa con la entrevista y se pregunta al docente D₁₁ [155]: ¿Se había trabajado en clase esta representación de conjuntos?, el docente D₁₁ responde [156]: “Si eso se trabaja en clase, pero entonces, los números irracionales se ubican por fuera de los números racionales” (figura 4), nuevamente se pregunta [157]: ¿O sea que la representación no es clara?, el docente D₁₁ responde [158]: “Exacto, es decir de todas maneras, el complemento de los números racionales no está mostrado en la representación [muestra la representación realizada por la estudiante (figura 3)], no diferenciaron \mathbb{Q} y \mathbb{Q}' ”.

Figura 4. Representación auxiliar de D₁₁: Conjunto de los números irracionales

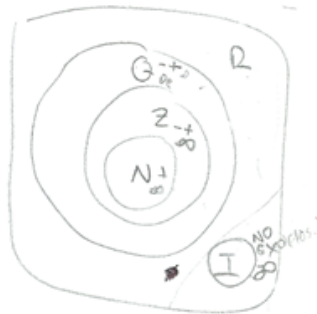


En esta parte de la entrevista, el docente D₁₁ reconoce que la representación auxiliar de E₁₁ (figura 3) presenta errores y dificultades, porque pone en el mismo conjunto los números racionales e irracionales, E₁₁ no se dio cuenta de la diferencia entre el conjunto de los números irracionales (\mathbb{Q}) y de los números racionales (\mathbb{Q}'). A pesar que esta representación es trabajada en la cátedra del docente D₁₁, no es clara para los estudiantes la representación auxiliar de conjunto.

Con respecto a la entrevista de la docente D₂₁, se propone el análisis de la representación de E₂₄ (figura 5), donde se explica que E₂₄ pone los números irracionales (\mathbb{I}) a parte de los números racionales (\mathbb{Q}) y encierra con un cuadrado los números reales (\mathbb{R}); se pregunta al

estudiante: Si se pone hipotéticamente un punto en este espacio entre números racionales e irracionales (figura 5), y el punto no pertenece a ninguno de los dos ¿Qué número es?, ¿a qué conjunto pertenece?; el estudiante no pudo responder.

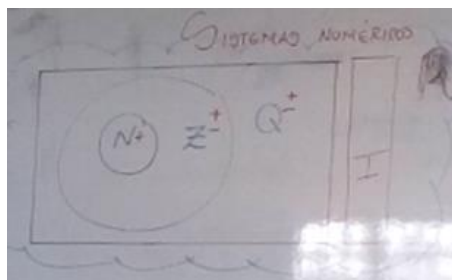
Figura 5. Representación auxiliar E₂₄



Luego, se explica a la docente D₂₁ en la entrevista:

[...] la representación de E₂₄ [243] tiene la problemática que poniendo ese punto en ese espacio no haría parte de los números reales, la docente D₂₁ afirma que ese punto (número) hipotético [244]: “Es real, lo que pasa es y la discusión es, si es racional o si es irracional que no lo es, pero si es real, viendo el real como el padre de todos los números, es el macro sistema de todos los conjuntos numéricos”. Se vuelve a preguntar a la docente D₂₁, [245]: Pero si el punto que hipotéticamente es un número y no es irracional, ni racional ¿Qué sería?, la docente D₂₁ responde [246]: “No sé, ya me confundí”. En otro apartado de la entrevista la docente D₂₁ afirma [242]: “La representación que realicé en la clase (Figura 6) y que más se acercó fue ésta de E₂₄ (figura 5), sólo que debe colocar la \mathbb{R} afuera”.

Figura 6. Representación auxiliar de D₂₁: Conjunto de los números reales.



En este caso específico de la elección de la representación auxiliar de los conjuntos numéricos por parte de la docente D₂₁ (figuras 6), se presenta una problemática semiótica desde el “saber matemático”, ya que al elegir la representación auxiliar del libro de texto *Aciertos matemáticos 8*, D₂₁ no realiza un análisis crítico a nivel semiótico y sólo opta por tomar la transposición didáctica elegida por el autor del libro asimilándose a este (Arrigo et al., 2011). La problemática semiótica que se evidencia es:

[...] si se ubica una representación hipotética de dos números [en la figura 5 es el punto negro] en la representación auxiliar donde está la letra \mathbb{R} , se puede establecer que en esos lugares el números no pertenecen a \mathbb{Q} , ni a \mathbb{I} , entonces surge la siguiente pregunta: ¿Qué tipo de números se representarían en este lugar?; lo que se tiene en este ejemplo es un problema con la representación auxiliar, la cual no está representando correctamente el objeto matemático de los números reales. (Becerra Galindo, 2017, p. 196, 2018, p. 6; Becerra Galindo & Font, 2019. p. 537)

Es evidente que la docente D₂₁ no cuenta con los elementos necesarios desde la semiótica para realizar un análisis crítico en la elección de la representación auxiliar, lo que lleva a generar dificultades en el aprendizaje de sus estudiantes sobre la conceptualización del conjunto de los números reales y los conjuntos infinitos.

Representación gráfica

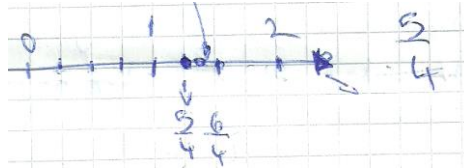
En este apartado se muestra la representación gráfica elegida y explicada por los docentes D₁₁ y D₂₁ en cada una de sus cátedras, y que construyeron sus estudiantes.

El docente D₁₁ reconoce que una de las representaciones de los números reales es la recta, cuando se le pregunta: ¿Una representación de los números reales sería la recta numérica?, el docente D₁₁ responde [32]: “Exactamente”. También se le consulta sobre la conceptualización de los números racionales a partir de la representación gráfica de la recta así:

Se pregunta por las representaciones simbólicas realizadas por el docente en la representación gráfica (figura 7), se pregunta [39]: [Se señalan los números racionales $(\frac{5}{4})$ y $(\frac{6}{4})$] ¿Son fracciones?, el docente D₁₁ responde [40]: “Eh, los números racionales son todos aquellos que se pueden expresar como fracción, sí, entonces se está con los números racionales, con los números de forma racional o de forma decimal, ellos [los estudiantes] hicieron un trabajo de conversión de decimal a fracción y de fracción a

decimal”. El investigador señala los dos números racionales [$(\frac{5}{4})$ y $(\frac{6}{4})$] y pregunta [41]: ¿En este caso no sería fracción sino número racional?, el docente D₁₁ responde [42]: “Exacto, la fracción es una forma de representación del número racional, escribir un número como fracción es una forma de representar el número racional”.

Figura 7. Representación gráfica de los números racionales de D₁₁



En este caso el docente D₁₁ establece que la fracción es una forma de representación del número racional, ya que en la cátedra propone que $(\frac{5}{4})$ y $(\frac{6}{4})$ son fracciones y los estudiantes reconocen, interpretan y comprenden que los números racionales negativos son fracciones; además, se generan ciertas dificultades en ubicar los números racionales negativos como en el caso de E₁₁, quien ubica $\frac{-3}{5}$ entre -4 y -3, discusión que se propone en la siguiente parte de la entrevista.

[...] el investigador señala la recta antes de cero (0) de la representación realizada por E₁₁ (figura 8) y E₁₃ (figura 9), y realiza la siguiente pregunta al docente D₁₁ [43]: ¿Qué pasa con los números que son menores de cero (0)?, el docente D₁₁ responde [44]: “En el caso de los negativos exactamente es lo mismo, por ejemplo, menos tres cuartos $(\frac{-3}{4})$, se divide la unidad en cuatro partes y se toman tres partes. Otro ejemplo, menos siete cuartos $(\frac{-7}{4})$, se toma la segunda unidad, se divide y se ubica $(\frac{-7}{4})$, en el caso de querer representarlo como fracciones, sí” (figura 10); se pregunta nuevamente [45]: ¿Menos tres cuartos $(\frac{-3}{4})$ es una fracción?, el docente D₁₁ afirma [46]: “Menos tres cuartos $(\frac{-3}{4})$ es una fracción, no, es un número racional, pero lo estoy representando a través de las fracciones”, vuelve y se pregunta al docente D₁₁ [47]: ¿Menos tres cuartos $(\frac{-3}{4})$ no es una fracción?, el docente D₁₁ responde [48]: “El conjunto al que pertenece menos tres cuartos $(\frac{-3}{4})$ es al conjunto de los números racionales”.

Figura 8. Representación gráfica E₁₁

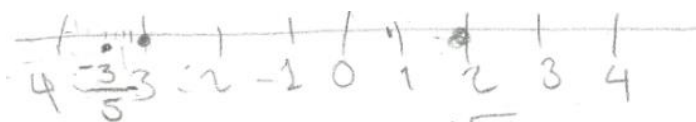


Figura 9. Representación gráfica E₁₃

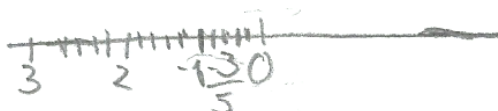
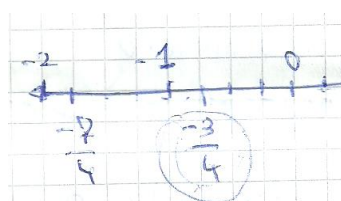


Figura 10. Representación gráfica de los números racionales de D₁₁



Siguiendo con la entrevista se pregunta nuevamente [49]: ¿Menos tres cuartos ($\frac{-3}{4}$) es una fracción?, el docente D₁₁ responde [50]: “Es la forma como se expresa el número racional”, se pregunta [51]: ¿No es una fracción?, el docente D₁₁ responde [52]: “Yo hubiera podido escribir menos cero coma setenta y cinco (-0.75)”, se pregunta [53]: ¿Qué es menos cero coma setenta y cinco (-0.75)?, el docente D₁₁ afirma [54]: “Es un número racional y a la vez es un número real”, se pregunta [55]: ¿Por qué?, ¿cómo sería la definición de un número racional?, el docente D₁₁ establece la siguiente definición [56]: “Son todos aquellos números que se pueden expresar como una fracción, este número - 0.75 se puede expresar como una fracción”.

En esta parte de la entrevista, se evidencia que el docente D₁₁ reconoce que escribir un número racional como fracción es una forma de representarlo simbólicamente, además reconoce la transformación de tratamiento, pasando, en el mismo registro semiótico, a otra representación diferente; en este caso, el docente se ubica en el registro monofuncional con la representación simbólica de una fracción y realiza la transformación de tratamiento pasando a la representación simbólica de un decimal, reconociendo ésta como un número racional.

El problema, en este caso, es que, aunque el docente tiene claridad sobre los conceptos, éstos no fueron explicados en su cátedra, sólo afirma que los números racionales se pueden

escribir en forma de fracción, por lo tanto, los estudiantes entienden que menos tres cuartos ($\frac{-3}{4}$) es una fracción y no un número racional, algo que no es correcto y que el docente D₁₁ debe aclarar en su cátedra.

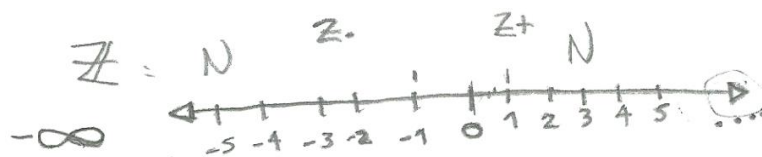
Con respecto a la entrevista realizada a la docente D₂₁, se pregunta sobre el significado de ciertos elementos de la representación gráfica:

[...] [134]: Como se puede ver, algunos estudiantes ponen las flechitas en la recta, pero donde colocan los números en la recta no hay nada (figuras 11 y 12); la docente D₂₁ responde [135]: “No es necesario los puntos”. Se pregunta [136]: ¿Será, que no son necesarios los puntos en los números o que sólo tenga los puntos en los números y no la flecha?; la docente D₂₁ contesta [137]: “Yo pienso, que la flecha, los tres puntos y el símbolo del infinito como ocho acostado (∞), representan lo mismo, lo que yo estoy viendo es que el estudiante hace los tres, él (E₂₂) quiere reforzar que allí hay una infinidad de números tanto a la derecha de la recta como a la izquierda, y hace la flecha y los tres puntos, y el símbolo del infinito que es el ocho acostado (∞), pero para representar lo mismo, lo que pienso es que uno es suficiente, con solo uno de ellos es suficiente”. Se pregunta nuevamente [138]: ¿Sólo sería la flecha o los puntos o el símbolo de infinito?; la docente D₂₁ responde [139]: “En este caso, con el hecho de hacer la flecha ya está indicando la infinidad”.

Figura 11. Representación gráfica E₂₆



Figura 12. Representación gráfica E₂₂



La docente D₂₁ reconoce en la representación gráfica de la recta, que la flecha, los puntos suspensivos en los números y el símbolo de infinito (∞), están representando el infinito. En la entrevista, la docente D₂₁ propone que no es necesario poner la flecha, los puntos suspensivos y

el símbolo de infinito (∞) en la recta numérica, ya que “para representar lo mismo, lo que pienso es que uno es suficiente”.

La anterior afirmación de la docente D₂₁ generaría un problema con los estudiantes, al comprender estas representaciones del infinito en la gráfica de los textos escolares, ya que en éstos se proponen dos o los tres tipos de estas representaciones del infinito.

Posteriormente se pregunta a la docente D₂₁ por las representaciones gráficas de los números naturales de E₂₅ y E₂₆, donde el primero pone los números 1, 2, 3, 4, 5, 6, y una flechita adelante y una atrás, sin poner la semirrecta (figura 13) y el segundo realiza la recta con una flechita y unos puntos suspensivos (figura 11).

El investigador pregunta [227]: ¿Qué pasa con estas representaciones?, la docente D₂₁ responde [228]: “De pronto, le pasó lo mismo que a mí cuando empecé a realizar los números naturales y dibujé la recta numérica, pero dije, no esta parte no, porque es una semirrecta, si se habla de los números naturales, pero eso también me pasó a mí”.

Figura 13. Representación gráfica E₂₅



En esta parte de la entrevista, la docente D₂₁ afirma que los estudiantes tienen el mismo problema que ella misma con la representación gráfica de los números naturales, ya que los números naturales se representan gráficamente en una semirrecta y no en la recta; en este caso, la docente empieza a crear una conciencia semiótica sobre el sistema de representación gráfico de los números naturales que tienen como modelo más natural de representación al representarlos una semirrecta y el de los números enteros, en una recta.

En otra parte de la entrevista.

[...] se hace la siguiente pregunta a la docente D₂₁ [61]: ¿La infinidad la representa la recta, el ocho acostado y los conjuntos?, la docente D₂₁ responde [62]: “En los conjuntos no [...] pues sabe que si podría representar un conjunto infinito, porque es que si se habla de \mathbb{Z} , se hablaría de enteros y los números enteros son un conjunto infinito; sin embargo, la infinidad es mucho más clara en la recta, pero ahora que reflexiono, pues el solo hecho

de ver la \mathbb{Z} , implica una infinidad, porque se está representando un conjunto que es infinito”.

En esta parte de la entrevista, la docente D₂₁ declara que “la infinidad es mucho más clara en la recta”, que es una representación de un conjunto infinito, pero define un conjunto infinito como “aquel que tiene infinitos elementos que hacen parte de él”, definición que no permite la construcción cognitiva de los conjuntos infinitos, dado que esta necesita de un infinito actual.

Resultados

Se caracterizan las siguientes manifestaciones de la conciencia semiótica de los docentes D₁₁ y D₂₁, así:

1. La representación auxiliar del conjunto de los números reales propuesta en la cátedra por el docente D₁₁ (figura 4) no tiene ninguna similitud con la representación auxiliar que los estudiantes propusieron en su entrevista. El docente D₁₁ reconoce al ver el fragmento del video y las representaciones auxiliares hechas en las hojas por los estudiantes, que en las representaciones auxiliares de E₁₁ (figura 3) se presenta errores y dificultades, debido a que ponen en el mismo conjunto los números racionales e irracionales, E₁₁ y E₁₃ no se dan cuenta de la diferencia entre el conjunto de los números racionales (\mathbb{Q}) y de los números irracionales (\mathbb{Q}').
2. La representación auxiliar del conjunto de los números reales elegida por la docente D₂₁ para su cátedra (figura 6) presenta una problemática semiótica (caracterizada por Becerra Galindo, 2017, 2018; Becerra Galindo & Font, 2019), donde la docente D₂₁ no realiza un análisis crítico a nivel semiótico y sólo opta por tomar la transposición didáctica elegida por el autor del libro asimilándose a éste (Arrigo et al., 2011).

Este problema semiótico de la representación auxiliar fue enseñado y aprendido por los estudiantes (figura 5 de E₂₄), y puesto de manifiesto en el anterior análisis cuando se pregunta a los estudiantes [231]: Si se pone hipotéticamente un punto [se pone un punto negro (figura 5)] en este espacio entre los números racionales y números irracionales, ¿Qué número es?, ¿a qué conjunto pertenece?, los estudiantes no responden. Esta duda que presentan los estudiantes sobre la imagen de la representación auxiliar, los puede llevar muy rápidamente a consolidar un modelo que la docente D₂₁ ya ha construido de

manera inadecuada, formando en el estudiante un conflicto cognitivo (D'Amore, 1999/2006).

3. La conversión entre la representación gráfica en la recta y la representación simbólica, ya que E_{11} no representa gráficamente bien el número racional $\frac{-3}{5}$ (figura 8), esto se debe a dos hechos: El primero relacionado con que los estudiantes tienen la concepción que $\frac{-3}{5}$ es una fracción, por lo tanto, no existe una fracción negativa y el segundo relacionado con que los estudiantes no pueden representar gráficamente $\frac{-3}{5}$ en la recta, por ejemplo, E_{11} ubica el $\frac{-3}{5}$ entre los números -3 y -4 (figura 8).

Frente a esta problemática de conversión de las representaciones y la concepción de la fracción como negativo en los argumentos de los estudiantes, el docente D_{11} afirma [42]: “La fracción es una forma de representación del número racional” y [46]: “Menos tres cuartos ($\frac{-3}{4}$) no es una fracción, es un número racional, pero lo estoy representando a través de las fracciones”; sin embargo, los estudiantes no entienden que menos tres cuartos ($\frac{-3}{4}$) es un número racional, como lo reconoce el docente D_{11} “menos tres cuartos ($\frac{-3}{4}$) es un número racional”. Por lo tanto, el docente D_{11} debe planear y aclarar en su cátedra todos estos elementos semióticos y conceptuales (fracción, infinito y número racional), como lo realizó en la entrevista.

4. La docente D_{21} no cuenta con los elementos semióticos que le permitan establecer las diferencias de las representaciones gráficas de los números naturales (semirrecta) y los números enteros (recta). En el análisis se evidencia que tanto la docente D_{21} como los estudiantes presentan la misma dificultad de la representación gráfica de los números naturales y los números enteros, ya que, los dos conjuntos numéricos los representan en una recta numérica, sin establecer la diferencia desde las representaciones gráficas que se propone en los libros de texto y de la historia de la matemática, donde los números naturales tiene como modelo “natural” de representación una semirrecta y los números enteros una recta.
5. En la entrevista de los docentes D_{11} y D_{21} , se evidenció que estos no revelan una conciencia semiótica sobre la representación auxiliar de los conjuntos numéricos y la representación gráfica como representaciones de conjuntos infinitos.

Conclusiones

La caracterización de las manifestaciones de la conciencia semiótica producidas en el docente, cuando se le problematiza su elección de representaciones semióticas en el proceso de enseñanza - aprendizaje de los conjuntos infinitos, evidencian la falta de conciencia semiótica de los docentes D_{11} y D_{21} , así:

1. El docente D_{11} y la docente D_{21} eligieron para su cátedra una representación auxiliar de conjunto que presenta problemas semióticos. El docente D_{11} afirma que las “representaciones de sus estudiantes presenta errores y dificultades, debido a que ponen en el mismo conjunto los números racionales e irracionales, ellos no se dan cuenta de la diferencia entre el conjunto de los números racionales (\mathbb{Q}) y de los números irracionales (\mathbb{Q}')”; la docente D_{21} declara [246]: “No sé, ya me confundí” al presentarle el problema semiótico que ella y sus estudiantes mostraron sobre la imagen de la representación auxiliar del conjunto de los números reales y que forma en el estudiante un conflicto cognitivo (D'Amore, 1999/2006).

Estas representaciones auxiliares elegidas por los docentes y construidas por los estudiantes, no están representando racionalmente el conjunto de los números reales y los conjuntos infinitos.

2. El docente D_{11} y la docente D_{21} eligieron para su cátedra una representación gráfica que presenta problemas semióticos. El docente D_{11} presenta problemas con sus estudiantes en la conversión entre la representación gráfica en la recta y la representación simbólica, ya que sus estudiantes no pueden representar gráficamente en la recta los números racionales negativos; la docente D_{21} propone que no es necesario poner la flecha, los puntos suspensivos y el símbolo de infinito (∞) en la recta numérica, ya que “para representar lo mismo, lo que pienso es que uno es suficiente”, generando problemas en sus estudiantes al comprender esta representación gráfica de la recta numérica en los libros de texto; además, la docente y sus estudiantes representan en la misma recta numérica los números naturales y los números enteros, sin establecer la diferencia desde las representaciones gráficas que se propone en los libros de texto y de la historia de la matemática, donde los números naturales tiene como modelo “natural” de representación una semirrecta y los números enteros una recta.

Estas representaciones gráficas elegidas por los docentes y construidas por los estudiantes, no están representando racionalmente el conjunto de los números reales y los conjuntos infinitos.

3. El docente D_{11} y la docente D_{21} no presentan una conciencia semiótica de las representaciones de los conjuntos infinitos. Además, al definir los conjuntos infinitos lo relacionan con la interpretación de un infinito potencial, definición que no permite la construcción cognitiva de los conjuntos infinitos dado que se necesita de un infinito actual.

A partir de estas evidencias, se debe generar un cambio en la conciencia semiótica de los docentes de matemáticas sobre la elección de las representaciones utilizadas en la construcción cognitiva y enseñanza de los conjuntos infinitos. Por último, se debe destacar que estas problemáticas son novedosas en la literatura de didáctica de la matemática.

Este artículo aporta, por una parte, datos empíricos que permiten un conocimiento consciente del uso de las representaciones semióticas, en la construcción cognitiva de los conjuntos infinitos. Y, por otra parte, contribuye en la línea de investigación clásica relativa a la didáctica del infinito y específicamente del aprendizaje de los conjuntos infinitos.

Referencias

- Arrigo, G., & D'Amore, B. (1999). "Lo veo, pero no lo creo". Obstáculos epistemológicos y didácticos para la comprensión del infinito actual. *Educación matemática*, 11(1), 5-24.
- Arrigo, G., & D'Amore, B. (2002). "Lo vedo ma non ci credo...", segunda parte. Ancora su ostacoli epistemologic e didattici al proceso di comprensione di alcuni teorema di Georg Cantor. *La matematica e la sua didattica*, 10(1), 4-57.
- Arrigo, G., D'Amore, B. y Sbaragli, S. (2011). *Infiniti infiniti*. Trento, Italia: Erickson. [Versión en idioma español: (2011). *Infinitos infinitos*. Bogotá, Colombia: Magisterio].
- Becerra Galindo, H. M. (2017). Las problemáticas semióticas en las representaciones de los conjuntos infinitos en la práctica docente. *La matematica e la sua didattica*, 25(2), 191-201.
- Becerra Galindo, H. M. (2018). Las problemáticas semióticas en las representaciones de los conjuntos infinitos. *II congreso de educación matemática de américa central y el caribe [II CEMACYC]*, 1-8.
- Becerra Galindo, H. M., & Font, V. (2019). Las problemáticas semióticas y la metáfora en las representaciones de los conjuntos infinitos. *Revista Acta latinoamericana de matemática educativa [ALME]*, 32(1), 531-540.

- Brousseau, G. (1983). Ostacles Epistemologiques en Mathématiques. *Recherches en didactique des mathématiques*, 4(2), 165-198.
- D'Amore, B. (1996). El infinito: una historia de conflictos, de sorpresas, de dudas. *Epsilon*, 36(1), 341-360.
- D'Amore, B. (1999). *Elementi di Didattica della Matematica*. Bologna: Pitagora. Primer Premio Absoluto “Lo Stilo d’Oro”, sección Didáctica, X Edición del Premio Nazionale de Pedagogia Pescara. [Versión en idioma español: 2006, Bogotá: Magisterio].
- D'Amore, B. (2002). La complejidad de la noética en matemáticas como causa de la falta de devolución. *TED*. Bogotá, Universidad Pedagógica Nacional, 11, 63-71.
- D'Amore, B. (2011). La didáctica del infinito matemático. Sunto della Conferenza generale tenuta il 9 settembre 2011 al XXIV Coloquio Distrital de Matemáticas y Estadística, promosso dalle Universidad Distrital, Nacional y Pedagógica de Bogotá. In: AA. VV. (2011). *Memorias del XXIV Coloquio Distrital de Matemáticas y Estadística*, Bogotá, 8-10 septiembre 2011. CD. ISBN: 978-958-57050-0-5, 21-29.
- D'Amore, B., Fandiño, Pinilla M. I., & Iori, M. (2013). *La semiótica en la didáctica de la matemática*. Bogotá: Magisterio.
- Dueñas, W., Garavito, A., & Lara, G. (2007). *Aciertos matemáticos 8*. Bogotá, Colombia: Grupo Editorial Educar.
- Duval, R. (1983). L’obstacle du dédoublement des objets mathématiques. *Educational Studies in Mathematics*, 14(4), 385-414.
- Duval, R. (1993). Registres de Répresentation sémiotiques et fonctionnement cognitif de la Pensée. *Annales de didactique et de sciences cognitive*, 6(5), 37-65.
- Duval, R. (1995). *Sémiosis et pensée humaine. Registres sémiotiques et apprentissages intellectuels*. Berne: Peter Lang. [Versión en idioma español: 1999, Cali: Universidad del Valle].
- Duval, R. (2004). *Los problemas fundamentales en el aprendizaje de las matemáticas y las formas superiores del desarrollo cognitivo* (M. Vega, Trad.). Cali, Colombia: Universidad del Valle.
- Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 61(1-2), 103-131.
- Duval R. (2008). Eight problems for a semiotic approach in mathematics education. En: Radford L., Schubring G., Seeger E. (Eds) (2008). *Semiotics in mathematics education: epistemology, history, classroom, and culture*. Rotterdam: Sense Publishers. 39-61.
- Duval, R. (2017). *Understanding the mathematical way of thinking-the registers of semiotic representations*. Switzerland: Springer.
- Duval, R., & Sáenz-Ludlow, A. (2016). *Comprensión y aprendizaje en matemáticas: perspectivas semióticas seleccionadas* (M. Acosta, P. Perry. trad.). Bogotá, Colombia: Universidad Distrital Francisco José de Caldas.
- Fandiño Pinilla M. I. (2010). *Múltiples aspectos del aprendizaje de la matemática*. Bogotá, Colombia: Magisterio.

- Fishbein, E., Tirosh, D., & Hess, P. (1979). "The intuitions of infinity". *Educational Studies in Mathematics*, 10(1), 3-40.
- Iori, M. (2014). Matemática y semiótica en el aula: un punto de vista necesario. In C. J. Mosquera Suárez (Ed.), *Miradas contemporáneas en educación: Algunos puntos clave para el debate* (pp. 27-44). Chía (Colombia): Universidad Distrital Francisco José de Caldas.
- Moreno, L., & Walldeg, G. (1991). The conceptual evolution of actual mathematical infinity. *Education Studies in Mathematics*, 22(3), 211-231.
- Moreno, J., Roldán, D., & Romero, F. (2011). *Norma Matemáticas para pensar 11*. Bogotá, Colombia: Carvajal Educación S.A.S.
- Pino-Fan, L., Guzmán, I., Duval, R., & Font, V. (2015). The theory of registers of semiotic representation and the onto-semiotic approach to mathematical cognition and instruction: linking looks for the study of mathematical understanding. In Beswick, K., Muir, T., & Wells, J. (Eds.). *Proceedings of 39th Psychology of Mathematics Education conference*, Vol. 4, pp. 33-40. Hobart, Australia: PME.
- Tsamir, P. (2000). La comprensione dell'infinito attuale nei futuri insegnanti. *La matematica e la sua didattica*, 8(2), 167-207.

Autor:

Héctor Mauricio Becerra Galindo. <https://orcid.org/0000-0002-5477-4680>; Universidad Distrital Francisco José de Caldas; Colombia. Candidato a Doctor en Educación, con énfasis en Educación Matemática del Doctorado Interinstitucional en Educación (DIE) de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Magister en Educación, con énfasis en Educación Matemática de la Universidad de los Andes (2012). Licenciado en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas (2006). Integrante del grupo de investigación MESCUD (Matemáticas Escolares Universidad Distrital, Bogotá, Colombia) y NRD (Nucleo di Ricerca in Didattica della Matematica, Universidad de Bologna, Italia). Docente de matemática de la Secretaria de Educación del Distrito (SED), Bogotá, Colombia.

UMA PROPOSTA DE INVESTIGAÇÃO HISTÓRICO-EPISTEMOLÓGICA SOBRE SEQUÊNCIAS RECORRENTES DE 2ª ORDEM

Francisco Regis Vieira Alves
fregis@ifce.edu.br

<https://orcid.org/0000-0003-3710-1561>

Instituto Federal de Educação, Ciências e Tecnologia do Estado do Ceará – IFCE.

Brasil

Paula Maria Machado Cruz Catarino

pccatarino23@gmail.com

<https://orcid.org/0000-0001-6917-5093>

Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro

Portugal

Recibido: 2020-05-14; **Aceptado:** 2020-11-27

Resumo. A formação de professores no Brasil não pode prescindir de um componente histórico-matemático e evolutivo. Nesse sentido, se torna imprescindível ao professor compreender a natureza intrínseca sobre o conhecimento matemático e seus processos ou itinerários de evolução e de irrefreável generalização. Dessa forma, o presente trabalho apresenta os dados preliminares de uma investigação amparada pelos pressupostos de uma Engenharia Didática de Formação, em desenvolvimento no Brasil. O trabalho revela a uma importante cooperação científica envolvendo pesquisadores portugueses, sobre o assunto de sequências recorrentes de 2ª ordem e aponta a contribuição de pesquisas desenvolvidas no período de 2015 – 2020, no Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática, do Instituto Federal de Educação, Ciências e Tecnologia do Estado do Ceará – IFCE. Por fim, o trabalho apresenta alguns indicadores que devem demarcar um importante cenário para a formação (inicial e continuada) de professores no Brasil.

Palavras-chave: História e Epistemologia da Matemática; Sequências recorrentes; Formação de Professores de Matemática; Engenharia Didática de Formação.

A PROPOSAL FOR HISTORICAL-EPISTEMOLOGICAL RESEARCH ON THE 2ND ORDER SEQUENCES

Abstract. Teacher training in Brazil cannot do without a historical-mathematical and evolutionary component. In this sense, it is essential for the teacher to understand the intrinsic nature of mathematical knowledge and its processes or itineraries of evolution and irrepressible generalization. Thus, the present work presents the preliminary data of an investigation supported by the assumptions of Didactic Engineering of Training, under development in Brazil. The work reveals an important scientific cooperation involving Portuguese researchers, on the subject of recurrent 2nd order sequences and points out the contribution of research developed in the period 2015 - 2020, in the Postgraduate Program in Science Teaching and Mathematics, of the Institute Federal Institute of Education, Science and Technology of the State of Ceará - IFCE. Finally, the work presents some indicators that should outline an important scenario for the training (initial and continuing) of teachers in Brazil.

Keywords: History and Epistemology of Mathematics; Recurring strings; Mathematics Teacher Training; Didactic Engineering Training.

Introdução

A tradição dos compêndios de História da Matemática utilizados no Brasil costuma assinalar, de modo restritivo, um viés pitoresco, anedótico e episódico envolvendo um contexto de discussão à respeito de aspectos históricos do conhecimento matemático. Não obstante, se mostra imprescindível para o professor de Matemática adquirir uma compreensão dos estádios de gênese, da irrefreável evolução matemática e epistemológica, bem como da constante sistematização das ideias científicas, conceitos e objetos matemáticos, confirmados por parte de especialistas e matemáticos profissionais, tanto do passado, bem como, em nosso momento atual.

Com atenção especial, quando objetivamos o professor de Matemática e sua atividade docente no Brasil, urge a imprescindível constituição de um repertório de conhecimentos e saberes profissionais, capacitando-o à respeito de uma compreensão aprofundada sobre a História da Matemática, com maior ênfase nos conceitos mais próximos do contexto escolar, diferentemente do que deparamos nos livros de História da Matemática utilizados no Brasil, que costumam dedicar maior atenção e amplo exame sobre os fundamentos de Análise e Cálculo Diferencial e Integral (Alves, 2017). Apesar de que estes não costumam ser objetos de ensino explícito no contexto da Educação Básica e outros conteúdos se mostram presentes no sistema de ensino brasileiro.

Com origem panorama anterior, no presente trabalho trazemos uma proposta de estudo de sequências recorrentes lineares de 2ª ordem. De forma usual, deparamos alguma atenção dispensada ao caso da sequência de Fibonacci, cujo viés episódico, caráter figurativo e pitoresco costuma ser priorizado e discutido, em detrimento de expressar e comunicar ao professor de Matemática, um processo indene evolutivo e de generalização epistemológica de uma espécie de modelo matemático evolutivo para a Sequência Generalizada de Fibonacci.

Por outro lado, no presente trabalho, reportamos os dados mais representativos e preliminares sobre investigações desenvolvidas a partir de uma cooperação científica envolvendo pesquisadores do Brasil e de Portugal e, ainda, trabalhos desenvolvidos por estudantes de um programa de pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática, do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Estado do Ceará – IFCE, no período 2015 - 2020. Nosso interesse envolve a concepção e a constituição sistemática de recursos pedagógicos e didáticos,

visando a formação inicial de continuada de professores de Matemática no Brasil, sobre o tema: seqüências numéricas recorrentes homogêneas de 2ª ordem.

Na tabela 1 apresentamos alguns dados preliminares sobre dissertações envolvendo projetos de pesquisas finalizados e outros em desenvolvimento no ano de 2020.

Tabela 1. Dissertações envolvendo projetos desenvolvidos no Programa de Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática – PGECM

Título da Dissertação/ano	Objeto de investigação
Dos Santos (2017) - Uma Engenharia Didática para a noção de seqüência extendida de Fibonacci: uma experiência no contexto do IFCE.	A dissertação envolveu o desenvolvimento de uma pesquisa com o interesse no processo de generalização da Sequência de Fibonacci e a proposição de uma Engenharia Didática.
Oliveira (2018) - Engenharia Didática com o tema: relações bidimensionais, tridimensionais e n-dimensionais do modelo de Fibonacci.	A dissertação envolveu o desenvolvimento de uma pesquisa com o interesse no processo n-dimensional de representação da Sequência de Fibonacci e a proposição de uma Engenharia Didática de Formação.
Souza (2020) – Sequência Generalizada de Jacobsthal: uma Engenharia Didática sobre seu ensino.	A dissertação envolveu o desenvolvimento de uma pesquisa com o interesse no processo de evolução e generalização da Sequência de Jacobsthal e a proposição de uma Engenharia Didática de Formação.
Guedes (2020) – Uma Engenharia Didática para o estudo da Sequência Generalizada de Lucas (SGL).	A dissertação envolveu o desenvolvimento de uma pesquisa com o interesse no processo de evolução e generalização da Sequência de Lucas e a proposição de uma Engenharia Didática de Formação.
Total de dissertações	Investigação e Formação

Na tabela 1 acima, indicamos alguns dos trabalhos realizados, todavia, visando a descrição de um itinerário investigativo sistemático, na seção subsequente, indicaremos os pressupostos assumidos em nossa proposta que, com o amparo da noção de uma Engenharia Didática de Formação (EDF) e de determinados elementos oriundos da Teoria das Situações (Brousseau, 1997), possibilita objetivarmos o acúmulo de conhecimentos, concepção de dispositivos que incidem e repercutem na formação (inicial ou continuada) de professores no Brasil. Por conseguinte, adoção dos elementos de natureza de um design de investigação, recorrentemente empregado no campo da didática da Matemática, garantirá nossa sistemática de pesquisa e do rigor necessário para o desenvolvimento da pesquisa.

Sobre o *design* de investigação

No Brasil, registramos uma considerável influência da vertente francesa da Didática da Matemática (DM). Tal vertente, cuja consolidação científica e reconhecimento internacional ocorreu pelo final dos anos 80, repercutiu e, também, influenciou o desenvolvimento e consolidação de uma profusão de investigações no Brasil, sobretudo, nos últimos 20 anos.

De modo tradicional, a (DM) emprega uma perspectiva multiteórica visando a compreensão dos fenômenos derivados da interação dos elementos do trinômio clássico indicado por estudante – professor – saber matemático (Artigue, 1991; 2002). Por outro lado, assumimos uma perspectiva influenciada pela reorientação dos interesses e pressupostos assumidos no interior da (DM), sobretudo, quando objetivamos os fundamentos da noção de Engenharia Didática, subdividida em Engenharia Didática Clássica ou de 1ª geração e Engenharia Didática de 2ª geração ou, nomeada, também, por Engenharia Didática de Formação. No trecho abaixo, apesar de extenso, revela maior interesse pela formação e, acrescentamos, pela necessidade de compreensão dos fenômenos derivados da atividade do professor de Matemática desenvolvida no trabalho, com origem no contexto educacional francês, a partir dos anos 90 (Perrin – Glorian, 2011).

Na própria França, outros marcos teóricos se desenvolveram entre o final da década de 1970 e o início da década de 1980, cujo trabalho de fundação se baseou na engenharia didática como metodologia de pesquisa, com prolongada engenharia e monitoramento de classe, ao longo de vários anos. É o caso da dialética da ferramenta objeto e do conjunto de quadros desenvolvido por Régine Douady. A teoria dos campos conceituais, apesar de ter um ponto de partida diferente, também foi nutrida pelo trabalho de engenharia didática, notadamente em proporcionalidade e volume na década de 1980, depois em outros conteúdos [...] A partir da década de 1990, o leque de questões abordadas pela didática e pela Engenharia Didática ampliou-se, em particular, ao estudo do papel do professor e à formação de professores e a questões mais transversais, como uso de novas tecnologias. (Perrin-Glorian & Bellemain, 2019, p. 51-52).

Como bem observamos, por intermédio de um processo evolutivo próprio e característico da evolução da área de investigação, observamos duas categorias de interesses de Engenharias Didáticas. A primeira categoria, denominada Engenharia Didática de 1ª geração ou clássica e a segunda, denominada de Engenharia Didática de 2ª geração. Cabe observar, entretanto, que no seu contexto de origem, a tradição dos estudos envolvendo o emprego dos pressupostos de uma Engenharia Didática costumavam enfatizar maior interesse pela

aprendizagem do estudante, entretanto, o próprio interesse dos especialistas da área em disseminar e acumular conhecimentos científicos sobre os fenômenos derivados do ensino e da aprendizagem, compreenderam, a proximadamente ao final dos anos 90, que o papel do professor de Matemática requer maior atenção e desenvolvimento de pesquisa sobre o assunto (Artigue, 1988; 1991; 2002; Perrin-Glorian & Bellemain, 2020). No trecho seguinte deparamos a explicação de Artigue (2002) envolvendo determinada mudança de interesses.

Mesmo que tenha sido formada na França, adotando uma abordagem sistêmica, a didática da matemática, no início, concentrou seus esforços na disciplina de aprendizado e em suas interações com o conhecimento. O professor, parceiro do pesquisador no desenho e experimentação da engenharia didática ou potencial usuário dos resultados da pesquisa, permanece uma figura transparente, pouco questionada. No final da década de 1980, no entanto, as limitações induzidas por esse ponto de vista eram cada vez mais sentidas e a necessidade de considerar o professor como um ator pleno na situação didática, tão imprevisível e previsível quanto a aluno em seu comportamento, se impõe à comunidade de pesquisa. (Artigue, 2002, p. 66)

De modo tradicional, a Engenharia Didática prevê o desenvolvimento sistemático da fases de: (i) análises preliminares, (ii) análise *a priori*; (iii) experimentação; (iv) análise *a posteriori*. De modo simplificado, na etapa (i) realizamos um levantamento e um exame do ensino atual, sobre determinado assunto ou conteúdo matemático (em nosso caso sequências numéricas recorrentes), incluindo a demarcação do campo matemático, epistêmico e histórico de interesse. A etapa (ii) consiste no desenvolvimento e análise *a priori* de uma série de situações didáticas estruturadas, de acordo com as hipóteses resultantes dos estudos preliminares e alcançáveis com os alunos do nível especificado e balizadas por intermédio da Teoria das Situações Didáticas (TSD) (Brousseau, 1997).

Todavia, em nosso caso, desde que consideramos professores em formação, se mostra importante considerar nas análises preliminares, as ponderações de Perrin-Glorian & Bellemain (2019) ao comentarem que:

As análises preliminares se referem aos estudos epistemológicos, cognitivos e institucionais necessários para o desenvolvimento de uma série de situações a serem vivenciadas em sala de aula. Eles podem consistir em estudos originais, mas em qualquer caso incluem um estudo bibliográfico sobre a questão que é o objeto da pesquisa. (Perrin-Glorian & Bellemain, 2019, p. 59).

Na figura abaixo indicamos um itinerário de investigação realizado na investigação de Barquero & Bosch (2015). Observamos, porém, que os autores desenvolveram uma Engenharia Didática de Formação e, determinadas modificações e a natureza das relações são consideradas, na medida em que, ocorre interesse maior pelos fenômenos derivados da aprendizagem do adulto e, neste caso, do professor de Matemática.

Dessa forma, podemos observar que, a despeito do itinerário das fases da Engenharia seguir as quatro etapas clássicas indicadas há pouco, recordamos a perspectiva assinalada por Tempier & Chambris (2017) quando recordam que a noção de Engenharia retomada por Perrin-Glorian (2011) possui interesse na formação, na constituição de recursos para o professor e sua divulgação e, em tal *design* de investigação, “o desenvolvimento de recursos para o ensino constitui um dos objetivos da investigação” (Tempier & Chambris, 2017, p. 5). Assim, na figura 2 abaixo, divisamos outros elementos contemplados por nossa Engenharia de Formação.

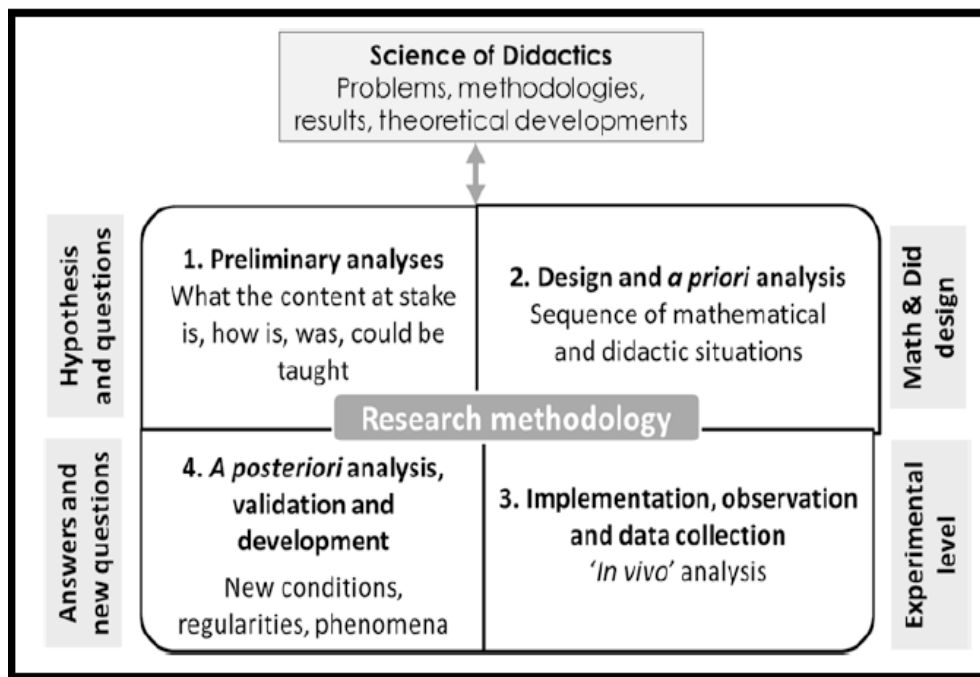


Figura 1. Desenvolvimento de uma Engenharia Didática segundo Barquero & Bosch (2015)

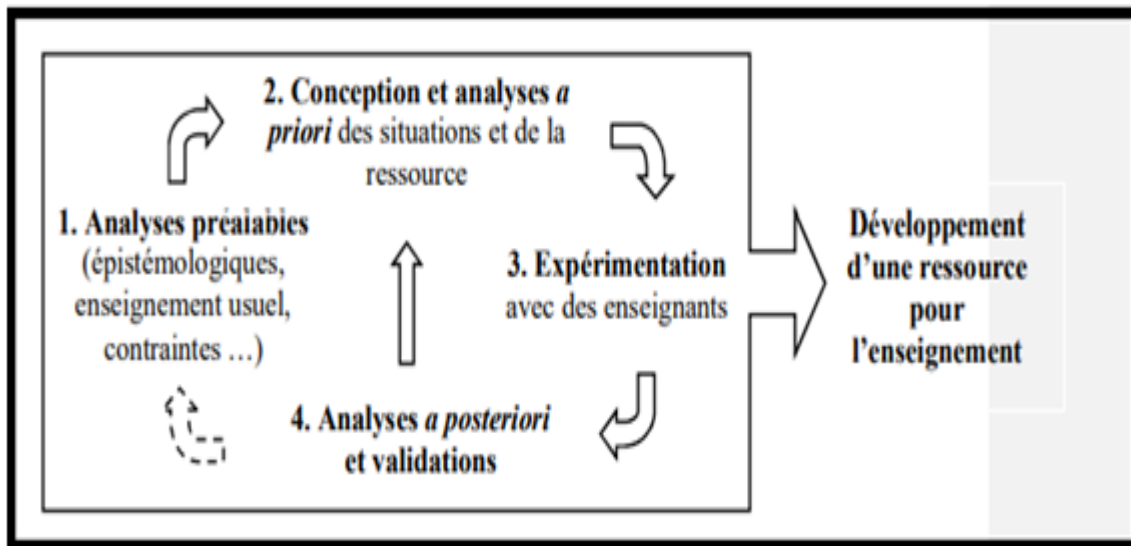


Figura 2. Engenharia Didática de Formação proposto por Tempier & Chambris (2017)

Na figura 2 acima, divisamos o esquema proposto por Tempier & Chambris (2017). Reparemos que, um dos produtos de uma Engenharia de Formação reside na constituição de um recurso para a formação de professores. Podemos identificar que, na etapa de experimentação (*expérimentation*), a participação do professores se mostra um fato fundamental, tendo em vista a concepção e ajuste de situações didáticas e um desenvolvimento satisfatório de determinadas transposições didáticas, tomando como referência um assunto objetivado. Nas seções subsequentes, indicaremos alguns dados mais representativos de nosso estudo, considerando o período 2017 – 2020, que desenvolvemos no Brasil.

Cooperação e pesquisa Brasil x Portugal

Registramos a intensa produção de trabalhos em periódicos científicos que revelam os traços essenciais não apenas matemáticos mas, também, epistemológicos e evolutivos de determinadas classes de sequências recorrentes. Por outro lado, não podemos desconsiderar o caráter cifrado e demasiadamente restritivo de uma cultura matemática peculiarmente comunicada pelos periódicos e jornais especializados internacionais (Campos et all, 2014; Catarino, 2016; 2019; Catarino & Vasco, 2013; Catarino & Borges, 2020; Catarino; Campos & Vasco, 2019).

Dessa forma, com maior atenção aos trabalhos originados de investigações desenvolvidas em Portugal, no âmbito da Matemática Pura, optamos por desenvolver um processo de transposição científica e transposição didática, capaz de aproximar e de proporcionar ao professor, em formação inicial e continuada no Brasil, uma maior compreensão

sobre um processo histórico, matemático e, sobretudo, com teor evolutivo atinente ao conceito matemático-científico de sequências numéricas e recorrentes.

Após realizar um extenso levantamento bibliográfico com a consulta de livros de História da Matemática e de artigos especializados sobre o assunto, registramos um conjunto de dez sequências recorrentes de 2ª ordem. A partir desse exame preliminar, constatamos que os livros de História da Matemática adotados no Brasil costumam enfatizar a abordar, predominantemente as sequências de Fibonacci e de Lucas e, em poucos casos, deparamos a discussão de ementos relacionados com a sequência de Pell.

Ademais, relativamente ao conjunto complementar das sete sequências numéricas restantes, que podemos observar na tabela 2, observamos a quase e total omissão dos autores, diante de uma abordagem de suas propriedades e generalizações. Por outro lado, o processo de matemático-epistemológico generalização do modelo de recorrência e o estágio atual de interesse por parte de especialistas é desconsiderado, proporcionando uma visão estática e não evolutiva do conhecimento matemático em questão, sobretudo, quando objetivamos professores de Matemática em formação (inicial ou continuada).

Tabela 2. Descrição e levantamento bibliográfico da sequências recorrentes de 2ª ordem

Descrição da sequência	Descrição da fórmula de recorrência
Sequência (Generalizada) de Fibonacci (SGF)	$f_n = f_{n-1} + f_{n-2}, f_0 = 0, f_1 = 1$
Sequência (Generalizada) de Lucas (SGL)	$L_{n+1} = L_n + L_{n-1}, L_0 = 1, L_1 = 3$
Sequência (Generalizada) de Pell (SGP)	$P_{n+1} = 2P_n + P_{n-1}, P_0 = 0, P_1 = 1$
Sequência (Generalizada) de Jacobsthal (SGJ)	$J_{n+1} = J_n + 2J_{n-1}, J_0 = 0, J_1 = 1$
Sequência (Generalizada) de Coordonier (SGC)	$C_{n+1} = C_{n-1} + C_{n-2}, C_0 = 1, C_1 = 0$
Sequência (Generalizada) de Perrin (SGPe)	$Q_{n+1} = Q_{n-1} + Q_{n-2}, Q_0 = 3, Q_1 = 0$
Sequência (Generalizada) de Mersenne (SGM)	$M_{n+2} = 3M_{n+1} - 2M_n,$ $M_0 = 0, M_1 = 1$
Sequência (Generalizada) de Oresme (SGO)	$O_{n+2} = O_{n+1} - (1/4)O_n, O_0 = 0, O_1 = 1/2$
Sequência (Generalizada) de Narayana (SGN)	$N_{n+1} = N_n + N_{n-2}, N_0 = 1, N_1 = 1$
Sequência (Generalizada) de Leonardo (SGL)	$Le_{n+1} = 2Le_n - Le_{n-2},$ $Le_0 = 1, Le_1 = 1$
Total considerado na pesquisa	Dez sequências recorrentes

Fonte: Elaboração dos autores.

Com origem nos dados apontados há pouco, definimos alguns assuntos abordados em determinados periódicos especializados de Matemática Pura, visando a transposição didática (Chevallard, 1991) correspondente, aproximando-os da realidade e da compreensão dos professores que atuam na Educação Básica no Brasil.

Dentre os assuntos ou abordagens escolhidas, destacamos: (i) propriedades e representação matricial de seqüências recorrentes; (ii) descrição do processo de extensão para índices no campo dos inteiros; (iii) descrição de funções relacionadas com a generalização das seqüências; (iv) estudo de recorrência n-dimensional; (v) introdução de unidades imaginárias i, j, k , duais, hiperbólicas, etc; (vi) descrição de representação com unidade híbridas ou números híbridos; (v) descrição do modelo computacional (2D/3D) e a visualização do modelo fractal relacionado com determinadas seqüências numéricas, com o emprego de softwares, tais como: Cas Maple, GeoGebra, Maxima, etc.

Não desenvolvermos maiores detalhes sobre os itens indicados acima e outras informações podem ser consultadas em trabalhos derivados da cooperação científica Brasil x Portugal (Alves & Vieira, 2020). Entretanto, merecem destaque determinadas propriedades e definições matemáticas introduzidas recentemente na literatura científica.

Por exemplo, no trabalho recente de Alves (2019a), deparamos um exame minucioso de propriedades e a descrição de novas definições relacionadas com a (SGO). Por exemplo, Alves (2019) comenta a propriedade da extensão ao campo dos inteiros da (SGO), dada por $O_n = \begin{cases} n \cdot (1/2^n), n \geq 0; \\ -n \cdot (2^n), n < 0. \end{cases}$. Em seguida, o autor comenta o trabalho de Cook (2004) que introduz uma nova noção de k-Sequência de Oresme, como uma generalização da (SGO) anterior. O autor introduziu a seguinte recorrência que indicamos por: $O_{k,n+2} = O_{k,n+1} - (1/k^2) \cdot O_{k,n}, O_{k,0} = 0; O_{k,1} = 1/k$, para todo $k \geq 2$. (Cook, 2004).

As representações matriciais relacionadas com os números de Fibonacci e de Jacobsthal, por exemplo, são consideravelmente já discutidas na literatura científica e são caracterizadas pelas matrizes de ordem 2×2 , como indicamos a seguir. A determinação de potências dessas matrizes permitem determinar qualquer número presente na seqüência numérica, a depender da ordem ou da potência da matriz escolhida (ver figura 3).

$$M_{SF} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}^n = \begin{bmatrix} f_{n+1} & f_n \\ f_n & f_{n-1} \end{bmatrix}, n \geq 1 \quad M_{SJ} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}^n = \begin{bmatrix} J_{n+1} & 2 \cdot J_n \\ J_n & 2 \cdot J_{n-1} \end{bmatrix}, n \geq 1$$

$$M_{SLe} = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}^n = \begin{bmatrix} Le_{n+2} & Le_{n+1} & Le_n \end{bmatrix}, n \geq 1$$

Figura 3. Representação matriciais relacionadas com as sequências de Jacobsthal, Fibonacci e Leonardo.

A sequência de Leonardo foi recentemente introduzida na literatura científica por pesquisadores portugueses (Catarino & Borges, 2020). Os autores definiram a seguinte relação de recorrência $Le_n = Le_{n-1} + Le_{n-2} + 1, n \geq 2, Le_0 = 1, Le_1 = 1$. A partir desta relação de recorrência não homogênea avaliam o comportamento da expressão $Le_{n+1} - Le_n$ afim de verificar a relação de recorrência final que indicamos na tabela 2. Cabe observar que os autores portugueses não determinaram relações matriciais. Neste caso, podemos considerar a relação de extensão ao campo de índices inteiros, descrita pela recorrência $Le_{-n} = -Le_{-n+1} + Le_{-n+2} - 1, n < 2$. Vejamos alguns exemplos numéricos na figura 4. Propriedades semelhante pode ser encontrada em outro trabalho sobre a Sequência Generalizada de Oresme (Alves, 2019b).

Le_{-1}	Le_{-2}	Le_{-3}	Le_{-4}	Le_{-5}	Le_{-6}	Le_{-7}	Le_{-8}	Le_{-9}	Le_{-10}
-1	1	-3	3	-7	9	-17	25	-43	67

Figura 4. Extensão da sequência de Leonardo (Le) ao campo de índices inteiros

Por sua vez, cada vez mais, registramos a interface da Matemática com a tecnologia. Desse modo, podemos mencionar alguns trabalhos que permitem visualizar determinadas propriedades geométricas, via fractais, derivados diretamente de sequências recorrentes. Para exemplificar, na figura 4, visualizamos alguns fractais 2D relacionados com sequências.

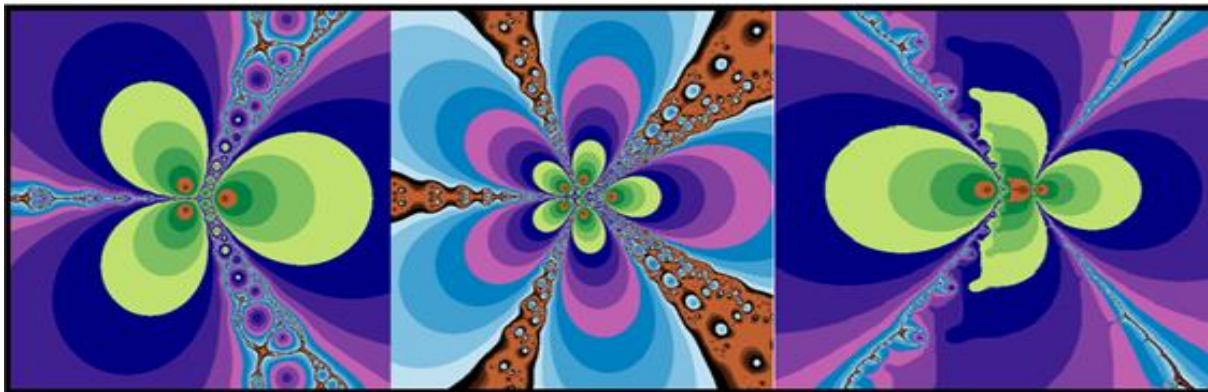


Figura 5. Exemplos de fractais 2D relacionados com as sequências de Mersenne e de Leonardo.

Registramos em nossos trabalhos (Alves; Catarino & Manguiera, 2019; Alves & Vieira, 2020) uma abordagem que acentua a importância da visualização, mediante representações fractais relacionadas com as sequências de Mersenne e de Leonardo. Na figura 5 exibimos apenas exemplos de fractais 2D, possibilitadas por intermédio de recurso computacional. Na figura 6, Barros et al (2020) discutem a representação de números híbridos.

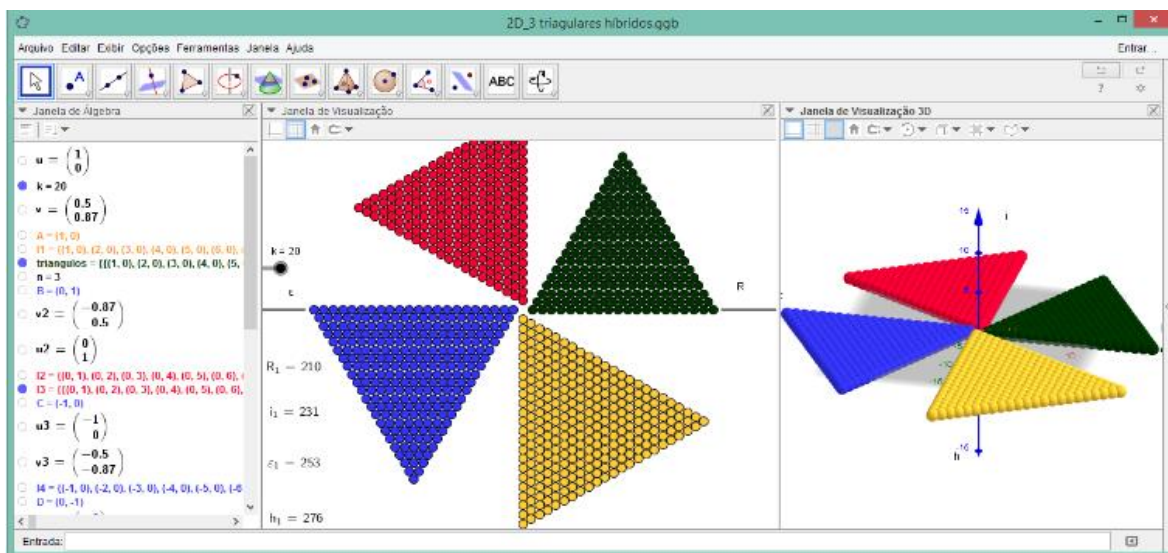


Figura 6. Barros et al (2020) discutem representações de números híbridos triangulares com o uso do software GeoGebra.

Análises preliminares: estudo histórico – epistemológico das sequências recorrentes

A dimensão histórica e epistemológica possui grande importância para um estudo amparado pelos pressupostos de uma Engenharia Didática (Artigue, 1990). Em nosso caso, podemos examinar todo um processo constitutivo evolutivo de determinadas sequências numéricas recorrentes, bastando examinar o progresso de trabalhos publicados sobre o assunto, sobretudo ao decurso dos anos 60. (Gould, 1981; Stakov, 2009).

Como temos registrado em nossos trabalhos, os componentes de História da Matemática não podem se limitar em transmitir ao professor de Matemática fragmentos episódicos, que desconsideram uma perspectiva epistemológica evolutiva de determinadas noções matemáticas, desde sua gênese até o interesse atual, por parte de matemáticos em todo o mundo. Respeitando os limites de apresentação deste trabalho, podemos recordar o trabalho de Harman (1981) que introduz a discussão sobre a representação complexa dos números de Fibonacci. Como decorrência de sua abordagem, deparamos um método de introdução de unidades imaginárias e a relação de recorrência bidimensional e tridimensional para Fibonacci. Maiores detalhes, sugerimos ao leitor consultar Harman (1981).

De um ponto de vista histórico evolutivo, podemos identificar alguns trabalhos que envolvem a generalização das ideias de Harman (1981). Como por exemplo, Iver (1961) que introduziu, pela primeira vez, a noção de n -ésimo Quaternion de Fibonacci, como um número $Q_n = f_n + f_{n-1}i + f_{n-2}j + f_{n-3}k$, em que i, j, k representam as unidades imaginárias e gozam das propriedades. Na figura 7, Oliveira (2018) desenvolveu um exame do processo matemático, epistemológico evolutivo à respeito da Sequência Generalizada de Fibonacci. Oliveira (2018) constatou algumas tendências de estudos e publicações científicas que adotam o modelo de representações polinomiais, representações complexas e por meio de hipercomplexos (quaternions, octônions, sedênions, etc). (Oliveira & Alves, 2019).

De forma semelhante, podemos exemplificar alguns elementos de ordem histórica sobre a sequência de Padovan ou de Coordonier (Shannon, A.G., Anderson, P.G. & Horadam, 2006). Por outro lado, determinadas representações matriciais são registradas em literatura científica recente, o que confirma os traços evolutivos e de generalização matemática de um modelo de recorrência. Maiores detalhes, recomendamos consultar os trabalhos de Vieira & Alves (2019a; 2019b) e de Vieira; Alves & Catarino (2019).

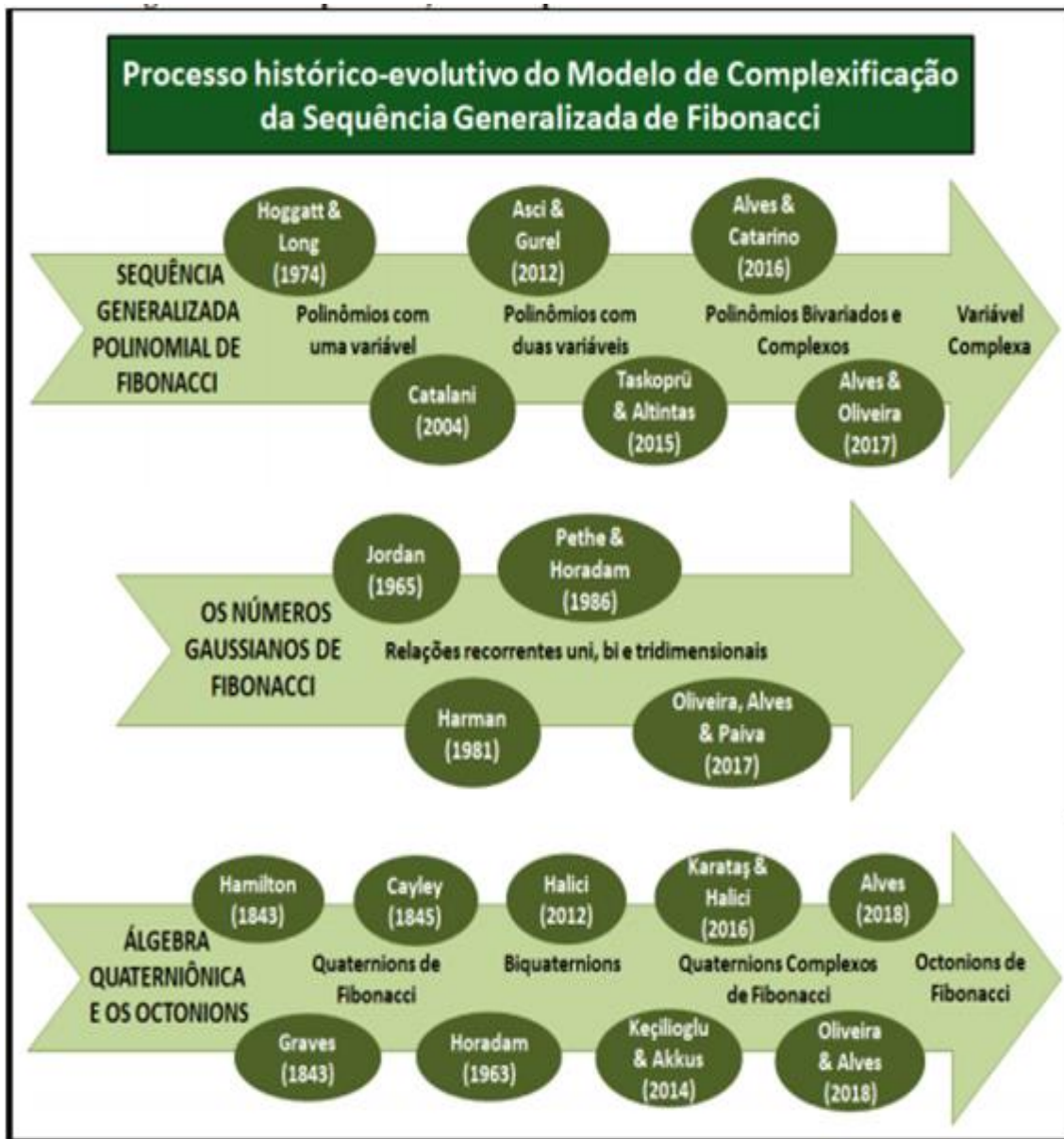


Figura 7. Oliveira (2018) discute um processo epistêmico-matemático evolutivo da Sequência Generalizada de Fibonacci (SGF)

Nosso último exemplo refere-se ao cenário cultural da Matemática indiana. De modo geral, a matemática indiana costuma não possuir espaço representativo de discussão nos compêndios especializados de História da Matemática adotados no Brasil (Alves, 2019b; 2020). Por outro lado, recordamos o problema do nascimento deovelhos, por intermédio de uma descrição de sequência recorrente e que, de certa forma, corresponde ao problema correlato do nascimento de coelhos popularizado por Leonardo Pisano.

Em um outro contexto histórico e cultural, depara a sequência de Narayana, que indicamos pela recorrência na tabela 2. Vários indícios apontam que determinadas idéias matemáticas conhecidas pelos indianos foram resgatas muito tempo depois, no século XIII, por exemplo, por Leonardo Pisano (Sridharan, R. ; Sridharan; R. & Srinivas, 2015; Singh, 1985). Dentre eles, assinalamos a contribuição do matemático indiano Narayana Pandita (1325 – 1400) Antes de finalizarmos a seção, podemos registrar que o trabalho do matemático francês François Olivier Raoul Perrin (1841 – 1910) foi o responsável pela introdução das idéias relacionadas com a sequência que recebeu seu nome (ver tabela 1). No trabalho de Yilmaz & Taskara (2013) encontramos a descrição de relações recorrentes matriciais. Neste sentido, podemos identificar uma tendência semelhante investigada por outros matemáticos e encontrada em publicações de periódicos, o que confirma um ininterrupto processo matemático evolutivo que, quando demarcamos com o origem da contribuição de Fibonacci, se revela, até nossos dias, preservando o interesse vigoroso na pesquisa.

Análise *a priori*: concepção e descrição de um recurso para a formação de professores de Matemática no Brasil

Nas seções predecessoras indicamos alguns elementos assumidos pelo nosso design de investigação em desenvolvimento no Brasil e com representativa influência da pesquisa desenvolvida em Portugal, por matemáticos profissionais. Na presente seção, acentuaremos os princípios de ordem metodológica e que favorecem e permitem aproximar, divulgar e repercutir uma cultura matemática sobre o conjunto das sequências que indicamos no quadro 1. Assumimos em ambas os pressupostos da Teoria das Situações Didáticas (Tempier, 2016) empregada para a formação de professores (Alves & Catarino, 2019).

Situação Didática 1: No trabalho de Yilmaz & Taskara (2013) deparamos a introdução, pela primeira vez, da relação recorrente de Padovan ou de Coordonier, em sua forma matriciais. Os autores definem, a partir da relação $\wp_{n+3} = \wp_{n+1} + \wp_n$, e os seguintes termos iniciais (ver figura 8):

$$\varphi_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \varphi_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \varphi_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}, n \geq 0$$

Figura 8. Yilmaz & Taskara (2013) descrevem elementos de uma sequência matricial recorrente

Com origem na formulação acima, determinar os elementos do tipo φ_{-n} , com $n \geq 0$ e relacioná-los com as inversas das matrizes acima e a determinação dos elementos C_{-n} .

Situação Didática 2: Gould (1981) descreve um cenário de interesse pela pesquisa envolvendo emprego de métodos da Álgebra Linear visando a generalização de determinadas noções atinentes ao conceito de sequência recorrente. Nesse sentido, Gould (1981) recorda que a fórmula dada por Robert Simson em 1753, denominada identidade de Giovanni Domenico Cassini (1625 – 1712), pode ser indicada por $f_{n+1}f_{n-1} - f_n^2 = (-1)^n$. Com origem nas representações matriciais abaixo, mostre fórmula semelhantes para as sequências de Oresme, Mersenne e de Jacobsthal (Ver figura 9).

$$M_{Oresme} = \begin{pmatrix} 2 \cdot O_{n+1} & -(1/2) \cdot O_n \\ 2 \cdot O_n & -(1/2) \cdot O_{n-1} \end{pmatrix}, M_{Mersenne} = \begin{pmatrix} -2 \cdot M_{n-1} & M_n \\ -2 \cdot M_n & M_{n+1} \end{pmatrix}, M_{Jacobsthal} = \begin{bmatrix} J_{n+1} & 2 \cdot J_n \\ J_n & 2 \cdot J_{n-1} \end{bmatrix}, n \geq 1$$

Figura 9. Representações matriciais derivadas das sequências de Oresme, Mersenne e Jacobsthal

Na seção subsequente indicaremos alguns resultados e exemplos de dados coligidos a partir da aplicação e intervenção em sala de aula, visando a mobilização de conhecimentos dos professores atinentes aos conteúdos de sequências recorrentes.

Análise a posteriori: alguns exemplos e resultados

Na presente seção indicaremos alguns resultados que representam um acúmulo conhecimentos e a disseminação necessária de uma cultura matemática sobre a noção de

sequência recorrente. Assumimos procedimentos de investigação semelhante ao de Tempier (2016) na implementação de situações didáticas com os professores e, segundo cada dissertação analisada, acentuaremos os elementos mais representativos. Não obstante, sobre as dificuldades manifestas no itinerário de proposição de situações didáticas para professores, Tempier (2016) adverte que:

As discussões com os professores mostram primeiro que os professores têm dificuldades em escolher números possíveis (apenas um exemplo é fornecido no recurso). Alguns professores relataram ter dificuldade em implementar essa tarefa porque tinham medo de não encontrar números adequados. Na verdade, observei erros em uma das seleções possíveis de professores, o que impedia que ele colocasse em prática o conhecimento almejado. Essa complexidade revela que essa situação não é facilmente utilizável, o que leva os professores a seguir 'passo a passo' o que é proposto no recurso. (Tempier, 2016, p. 269).

Nas figuras 10 e 11 apresentamos a atividade de professores no estudo das (SGL) e (SGJ) e a descrição de sua representação polinomial, como apreciamos em Guedes (2020). Na figura 10 os professores em formação descobrem propriedades derivadas de representações matriciais derivadas da sequência de Jacobsthal. Diferentemente do estudo de Tempier (2016), que considerou um conjunto de professores experientes (*experts*), em nosso caso, consideramos amostras de professores inexperientes, tomados como amostra dos trabalhos que indicamos na tabela 1.

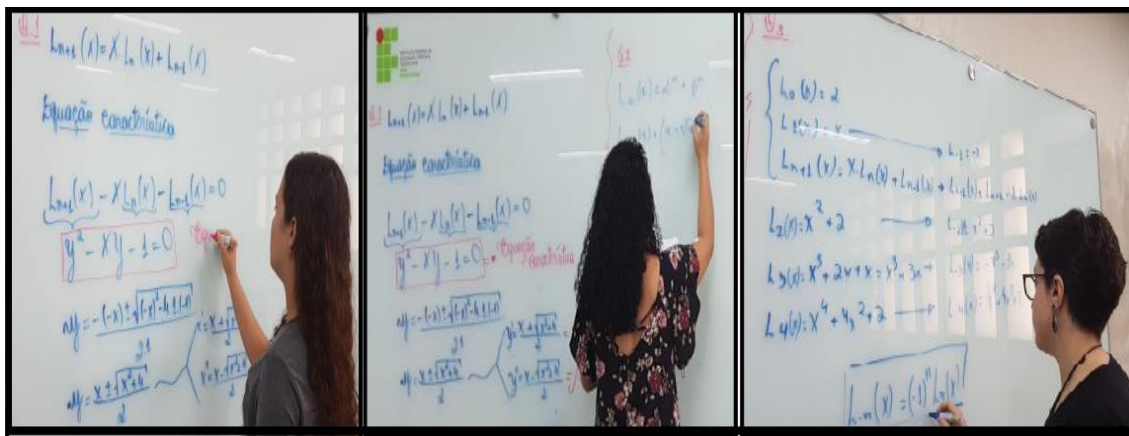


Figura 10. No estudo de Guedes (2020) deparamos a atividade de professores relacionadas com a Sequência Generalizada de Lucas em sua forma polinomial

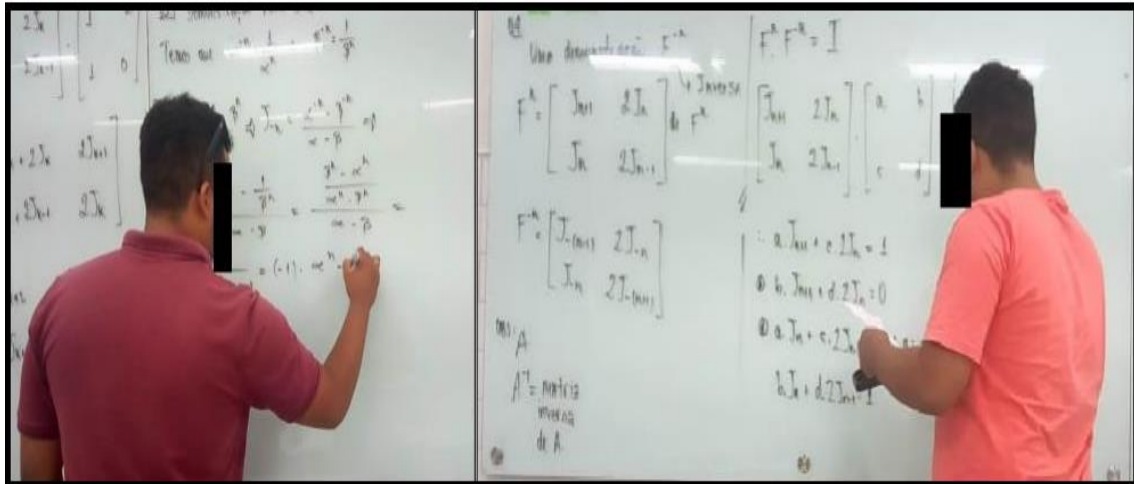


Figura 11. No estudo de Souza (2020) os professores desenvolveram e descobriram propriedades matriciais relacionadas com a Sequência de Jacobsthal



Figura 12. Vieira (2020) descreve um itinerário matemático e evolutivo relacionado com a sequência de Padovan ou de Coordonier

Para concluir, na figura 12, visualizamos um fluxograma que revela um paulatino e dinâmico processo de contribuição e construção do saber científico e matemático em termos da sequência de Padovan, a sequência correlata com a sequência de Fibonacci, todavia, desconsiderada pelos autores de compêndios de História da Matemática.

Considerações finais e futuras investigações

Nas seções predecessoras apresentamos alguns dados e contribuições envolvendo uma amostra de trabalhos e dissertações de mestrado, cujas pesquisas desenvolvidas no Brasil, no contexto da formação inicial e continuada de professores, apresenta forte influência da pesquisa e das contribuições de matemáticos pesquisadores portugueses. (Vieira, Alves & Machado, 2020).

Dessa forma, amparada nos pressupostos de uma Engenharia Didática de Formação e, mediante a concepção de situações didáticas (Brousseau, 1997), apresentamos alguns dados e exemplos obtidos por intermédio de um exame de trabalhos e projetos desenvolvidos no período de 2015 – 2020. Cabe assinar os projetos em desenvolvimento e que devem ser finalizados no período 2020 – 2022. Observamos as seguintes temáticas em desenvolvimento no Brasil: Engenharia Didática de Formação sobre a Sequência de Coordonier ou Padovan, Engenharia Didática de Formação sobre a noção de Números Figurais n-dimensionais e o processo de hibridização de sequências recorrentes (Barros et all, 2020; Ozdemir, 2018).

Observamos, por sua vez, que a noção de situação didática, na perspectiva de Brousseau (1997) possibilitou a concepção de um roteiro de intervenção, em sala de aula, e um exame da concepções dos professores, na medida em que, ocorriam as devidas interações com o material proposto para a investigação, tendo em vista a adoção da Teoria das Situações.

Como temos acentuados em nossos trabalhos, para a aquisição de um entendimento sobre o caráter evolutivo e não estático do conhecimento matemático, os professores necessitam de exemplo, práticos, concretos e efetivos, que representam as ideias matemáticas desde sua etapa de gênese das definições e a constatação do interesse atual e a vigorosa pesquisa sobre o assunto. Sem tal recorte tanto no passado, bem como seu progresso atual, os professores adquirem uma visão estanque e apartada da Matemática, como um conjunto de episódios que ocorreram séculos e séculos atrás e adquirem um viés de curiosidade, em detrimento da aquisição de um robusto repertório de conhecimentos relacionados ao caráter histórico, epistemológico e, de modo inexorável, de caráter matemático (Alves & Catarino, 2019).

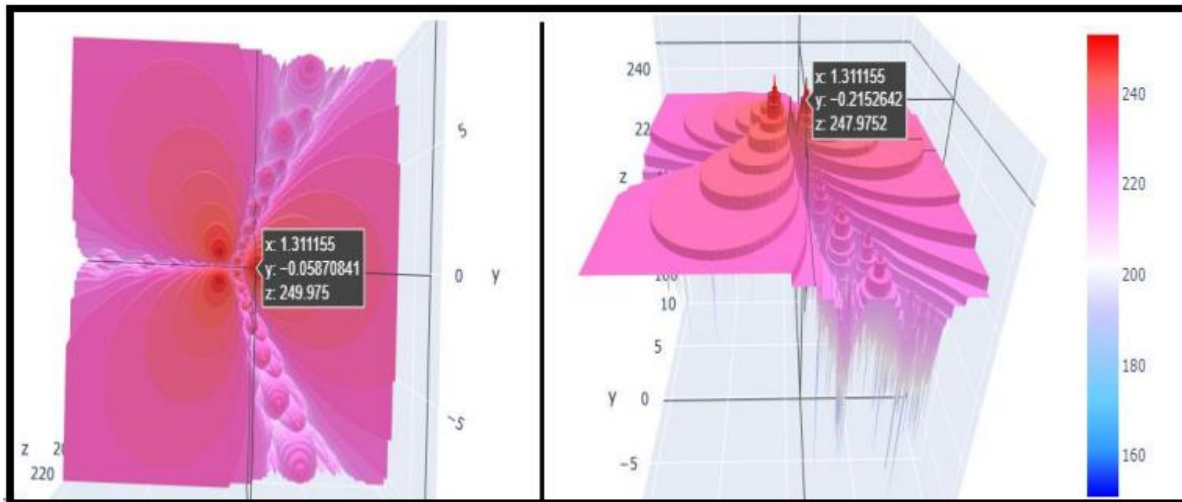


Figura 13. Alves, Catarino & Vieira (2020) discutem representações computacionais 3D relacionadas com a seqüência de Leonardo

No que concerne aos estudos futuros, a partir do acompanhamento da pesquisa em Matemática por parte dos pesquisadores portugueses, buscaremos identificar os vestígios de especialização e generalização de eventuais seqüências numéricas não mencionadas no presente estudo, com eventual repercussão de abordagem tecnológica e representações computacionais (ver figura13). Ademais, tendo em vista da importância e um conhecimento aprofundado sobre a noção abstrata de número e seu processo evolutivo (Alves & Alves Dias, 2018), buscaremos descrever o processo de hibridização dessas seqüências, com o uso da noção de número híbrido (Ozdemir, 2018).

Referências

- Alves, F. R. V. & Catarino, P. M. (2019). Situação Didática Profissional: um exemplo de aplicação da Didática Profissional para a pesquisa objetivando a atividade do professor de Matemática no Brasil, *Indagatio Didactica*, 11(1), 103 – 129.
- Alves, F. R. V. (2017). Fórmula de de Moivre, ou de Binet ou de Lamé: demonstrações e generalidades sobre a seqüência generalizada de Fibonacci - SGF. *Revista Brasileira de História da Matemática*, 17(1), 1-16.
- Alves, F. R. V.; Catarino, P. M. M. C.; & Manguiera, M. C. S. (2019). Discovering theorems about the gaussian mersenne sequence with the maple's help: implications for the mathematical teachers in brazil. *Annals Computer Science Series*, 17(1), 69 - 77.
- Alves, F., R. V. & Dias, M. A. (2018). An historical investigation about the dedekind's cuts: some implications for the teaching of mathematics in brazil, *Acta Didactica Naposcencia*, 11 (3 – 4), 13 – 34.

- Alves, F., R. V. (2018). The Quaternionic and Octonionic Fibonacci Cassini's Identity: An Historical Investigation with the Maple's Help. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 13(1), 1-14.
- Alves, F., R. V. (2019a). Sequência de Oresme e algumas propriedades (matriciais) generalizadas. *Revista eletrônica paulista de matemática*, 16(1), 28-52.
- Alves, F., R. V. (2019b). Brahmagupta e alguns elementos históricos da matemática hindu, *Revista Thema*, 16(4), 755 – 763.
- Alves, F., R. V.; Vieira, R. P. M. (2020). The Newton Fractal's Leonardo Sequence Study with the Google Colab. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 15(1), 1-11.
- Alves, F. R. V. & Vieira, R. P. M. (2020). The Newton Fractal's Leonardo Sequence Study with the Google Colab. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 15(2), 1-9
- Artigue, M. (1988). Ingénierie didactique, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 9(3), 281-308.
- Artigue, M. (1990). Épistémologie et didactique. *Recherches en didactique des mathématiques*, 10(2.3), 241-285.
- Artigue, M. (1991). Ingénierie Didactique en Mathématiques, *Didactique des Mathématiques*, 2(1), 1 – 22.
- Artigue, M. (2002). Ingénierie didactique : quel rôle dans la recherche didactique aujourd'hui ? *Les Dossiers des Sciences de l'Éducation*, 8(1), 59 – 72.
- Barros, E. et all. (2020). Hibridização dos números triangulares: uma análise preliminar e a priori e a visualização por meio do software GeoGebra, *Revista Indagatio Didactica*, 12(3), 411 – 435.
- Barquero, B; & Bosch, M. (2015). Didactic Engineering as a Research Methodology: From Fundamental Situations to Study and Research Paths. In: Watson, A.; Ohtani, Minoru. *Task Design In Mathematics Education*. ICMI study 22, New York: Springer, 251 – 270.
- Brousseau, G. (1997). *Theory of didactical situations in mathematics*. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer
- Campos, H.; Catarino, P. M.; Aires, A. P, Vasco, P. & Borges, A. (2014). On Some Identities of k-Jacobsthal-Lucas Numbers, 8(10), 489 – 494.
- Catarino, P. M. C. & Borges, A. (2020). On Leonardo Numbers, *Acta Mathematica Universitatis Comeniana*, 89(1), 71 – 86.
- Catarino, P. M. C. (2016). The modified Pell and the Modified k-Pell Quaternions and Octonions, *Advances in Applied Clifford Algebra*, 26(2), 577 – 590.
- Catarino, P. M. C. (2019). On k-Pell hybrid numbers, *Journal of Discrete Mathematical Sciences and Cryptography*, 22(1), 83 – 89.
- Catarino, P. M. C.; & Vasco, P. (2013). On Some Identities and Generating Functions for k-Pell-Lucas Sequence, *Applied Mathematical Sciences*, 7(98), 4867 – 4873.

- Catarino, P. M. C.; & Vasco, P. (2017). On dual k-Pell quaternions and octonions, *Mediterranean Journal of Mathematics*, 14(75), 1 – 20.
- Catarino, P. M.; Campos, H.; & Vasco, P. J. (2019). A note on k-Pell, k-Pell-Lucas and Modified k-Pell numbers with arithmetic indexes, *Acta Mathematica Universitatis Comenianae*, 89(1), 97 – 107.
- Cook, C. (2004). Some sums related to sums of Oresme numbers. In: Howard, F. T. *Application of Fibonacci numbers*. Dordrecht: Springer, 87 - 101.
- Dos Santos, A. A. (2017). *Uma Engenharia Didática para a noção de sequência estendida de Fibonacci: uma experiência no contexto do IFCE* (dissertação de mestrado), Fortaleza: Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia do Estado do Ceará, Brasil.
- Gould, H. W. (1981). A history of the fibonacci q-matrix and a higher-dimensional problem, *The Fibonacci Quarterly*, 19(3), 250 – 257.
- Guedes, A. M. (2020). *Uma Engenharia Didática para o estudo da Sequência Generalizada de Lucas (SGL)* (dissertação de mestrado), Fortaleza: Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia do Estado do Ceará, Brasil.
- Harman, C. H. (1981). Complex Fibonacci Numbers, *The Fibonacci Quarterly*, 19(1), 82 – 87.
- Iver, M. (1961). Some Results on Fibonacci Quaternions, *The Fibonacci Quarterly*, 7(2), 201 – 211.
- Mangiante-Orsola, C. & Perrin-Glorian, M. J. (2016). Ingenierie didactique de developpement en geometrie au cycle 3 dans le cadre du lea valenciennes-denain, *Actes du séminaire national de l'ARDM*, 35 – 59.
- Oliveira, R. R. (2018). *Engenharia Didática com o tema: relações bidimensionais, tridimensionais e n-dimensionais do modelo de Fibonacci* (dissertação de mestrado), Fortaleza: Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia do Estado do Ceará, Brasil.
- Oliveira, R. R.; & Alves, F. R. V. (2019). An investigation of the Bivariate Complex Fibonacci Polynomials supported in Didactic Engineering: an application of Theory of Didactics Situations (TSD). *Revista Acta Scientiae*, 21(2), 170-195.
- Ozdemir, M. (2018). Introduction to Hybrid Numbers”, *Adv. Appl. Clifford Algebras*, 28(11), 1 – 40.
- Perrin-Glorian, M. J. & Bellemain, P. M. (2019). L'ingenierie didactique entre recherche et ressource pour l'enseignement et la formation des maitres, *Caminhos da Educação Matemática em Revista/Online*, 9(1), 45 – 82.
- Perrin-Glorian, M. J. (2011). L'ingénierie didactique à l'interface de la recherche avec l'enseignement. Développement de ressources et formation des enseignants. In Margolinas C. et al. (Eds.) *En amont et en aval des ingénieries didactiques*. Grenoble: La Pensée Sauvage.
- Perrin-Glorian, M. J. (2019). A l'interface entre recherche et enseignement, les ingénieries didactiques, *1er Congrès international de la Théorie de l'Action Conjointe en Didactique*, 1 – 13.

- Shannon, A.G., Anderson, P.G. & Horadam, A.F. (2006). Properties of Cordonnier, Perrin and Van der Laan Numbers. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 37(7), 825-831.
- Singh, P. (1985). The So-called Fibonacci Numbers in Ancient and Medieval India, *Historia Mathematica*, 12(1), 229 – 244.
- Sridharan, R. ; Sridharan; R. & Srinivas, M. (2015). Nārāyaa’s Generalisation of Mātrāvotta-prastāra and the Generalised Virahāka-Fibonacci Representation of Numbers, *Indian Journal of History of Science*, 50(2), 227 – 244.
- Stakov, A. (2009). *The Mathematics of Harmony: from Euclid to contemporary mathematics and computer science*, London: Word Scientific Press.
- Tempier, F. (2016). New perspectives for didactical engineering: an example for the development of a resource for teaching decimal number system, *Journal of Mathematics Teacher Education*, 19(2 – 3), 261 – 276.
- Tempier, F.; & Chambris, C. (2017). Concevoie une ressource pour l’enseignement de la numération décimale de position, *Recherche En Didactique des Mathématiques*, 37(2 – 3), 289 – 332.
- Vieira, R. P. M.; & Alves, F. R. V. (2019b). Sequences of Tridovan and their identities. *Notes on number theory and discrete mathematics*, 25(1), 185-197.
- Vieira, R. P. M.; Alves, F., R. V.; & Catarino, P. M. C. (2019). O estudo da Sequência de Padovan aplicado à Engenharia Didática: uma experiência no curso de Licenciatura em Matemática. *Indagatio Didactica*, 14(1), 260 – 279.
- Vieira, R. P. M.; Alves, F., R. V.; & Catarino, P. M. C. (2020). Padovan sequence generalization – a study of matrix and generating function, *Notes in Number Theory and Discrete Mathematics*, 26(4), 1 – 12.
- Vieira, R. P. M.; & Alves, F., R. V. (2019a). Propriedades das extensões da Sequência de Padovan. *Revista eletrônica paulista de matemática*, 15(1), 24-40.
- Vieira, R. P. M. (2020). *Engenharia Didática (ED): o caso da Generalização e complexificação da sequência de Cordonnier ou Padovan*. (dissertação de mestrado). Fortaleza: Instituto Federal de Educação, Ciências e Tecnologia do Estado do Ceará.
- Yilmaz, N. & Taskara, N. (2013). Matrix Sequences in terms of Padovan and Perrin Numbers, *Journal of Applied Mathematics*, 13(10), 1 – 12.

Autores:

Francisco Regis Vieira Alves. Professor Titular do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Estado do Ceará – IFCE, departamento de Matemática e Física. Bolsista de Produtividade em Pesquisa do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico – CNPQ/PQ2. Docente Permanente do Mestrado Acadêmico em Ensino de Ciências e Matemática – PGECM/IFCE. Docente Permanente do Mestrado Profissional em Educação Profissional e Tecnológica – PROEPT/IFCE em Rede. Docente Permanente do Doutorado em Rede Região Nordeste – RENOEN. Brasil

Paula Maria Machado Cruz Catarino. <https://orcid.org/0000-0001-6917-5093>. Hold a PhD in Mathematics. Associate Professor of UTAD (Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro). Researcher of Research Centre CMAT-UTAD- Polo of CMAT of University of Minho and also Researcher of the Research Centre CIDTFF - Research Centre “Didactics and Technology in Education of Trainers. Currently Vice-President of Scientific Council. Author of papers in international scientific journals with peer review. Portugal

CONSTRUCTO TEÓRICO PARA EL APRENDIZAJE TECNOLÓGICO EN LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA EN INSTITUCIONES EDUCATIVAS.

José Luis Pérez López

jpl_86@hotmail.com

<https://orcid.org/0000-0003-4324-4454>

Universidad Nacional Experimental “Rafael María Baralt” - UNERMB

Doctorado en Educación

Venezuela

Recibido: 2020-04-09; **Aceptado:** 2020-11-17

Resumen

El presente artículo, es parte de una investigación del Doctorado en Educación de la UNERMB, y tiene como objetivo orientar el desglose del constructo teórico requerido para el abordaje del aprendizaje tecnológico, como elemento básico en la enseñanza de la matemática en instituciones educativas del Municipio “El Paso Cesar”, Colombia, con un total de 6 Instituciones educativas, pero haciendo énfasis en el I. E. Benito Ramos Trespacios, con un total de 60 docentes. Cabe destacar que la investigación está soportada por el uso de las Tic’s, la cual (Ballesta, 2011 pp 33), transforman la información en conocimiento significativo, mediante un conjunto de herramientas tecnológicas que se procesan en la red de internet o de Software previamente instalados y configurados en plataformas de aula virtuales en los espacios destinados para su ejecución dentro de las escuelas. Por otro lado, la investigación, se desarrolló en un contexto de investigación mixta, que abarcaría los enfoques cualitativo y cuantitativo, debido a la necesidad de buscar teorías de ambos paradigmas, ya que se trata de construir un referente o constructo teórico completo, con base en la conceptualización del problema a resolver mediante el uso de la plataforma informática virtual de la red de internet o los espacios de aprendizajes tecnológico disponibles en las instituciones educativas, dentro de las principales conclusiones se tiene que las institución antes mencionada, deberían establecer estrategia pedagógicas que les lleven a la gestión del conocimiento y aprendizaje tecnológico y para ello, es recomendable organizarse y trabajar en equipo, para que cada uno de ellos demuestre su dominio cognitivo y práctico con el uso del computador y sus aplicaciones tecnológicas de la asignatura y de ésta forma, apoye al compañero con debilidades en el área computacional.

Palabras claves: Constructo teórico. Aprendizaje tecnológico, Enseñanza de la Matemática.

THEORETICAL CONSTRUCTION FOR TECHNOLOGICAL LEARNING IN THE TEACHING OF MATHEMATIC IN EDUCATIONAL INSTITUTIONS.

ABSTRACT

This article, is part of an investigation of the Doctorate in Education of the UNERMB, and aims to guide the breakdown of the theoretical construct required to address technological learning, as a basic element in the teaching of mathematics in educational institutions of the Municipality " El Paso Cesar ", Colombia, with a total of 6 educational institutions, but with emphasis on IE Benito Ramos Trespacios, with a total of 60 teachers. It should be noted that the research is

supported by the use of Tic's, which (Ballesta , 2011 pp 33), transform the information into meaningful knowledge, through a set of technological tools that are processed in the Internet or Software network previously installed and configured in virtual classroom platforms in the spaces destined for execution within schools. On the other hand, the research was developed in a context of mixed research, which would cover qualitative and quantitative approaches, due to the need to search for theories of both paradigms, since it is about building a complete theoretical reference or construct, based on the conceptualization of the problem to be solved through the use of the virtual computing platform of the network Internet or technological learning spaces available in educational institutions, within the main conclusions that the aforementioned institutions have to be established, they should establish pedagogical strategies that lead them to knowledge management and technological learning and for this, it is advisable to organize and work as a team, so that each of them demonstrates their cognitive and practical domain with the use of the computer and its technological applications of the subject and in this way, support the partner with weaknesses in the computational area.

Keywords: Theoretical construct. Technological learning, Mathematics Teaching.

INTRODUCCIÓN

El presente artículo, de manera prospectiva, está orientado al sector educativo, donde las nuevas generaciones de estudiantes de relevo, que se formarán en el ámbito o plataforma de las redes de internet e informática, desarrollando sus conocimientos generales o afín a su especialidad y bajo la orientación del docente con mayor presencia en aulas virtuales, podrán obtener aprendizajes tecnológicos, que les permitirán ser más creativos, innovadores y eficaces en su contexto específico gestionando así, su independencia y autonomía didáctica, para seguir creciendo como persona y profesionales, y poder integrarse en la sociedad como ciudadanos formados con valores y principios éticos, que lo inserten en los modos de producción y desarrollo del país.

Por esta razón, la sociedad colombiana, presente en la globalización mundial y a raíz de la incorporación de las tecnologías de la información y comunicación (Tic's), mediante la red de internet en todas las actividades que se desarrollan diariamente en la nación, es un ente dinámico cambiante de forma gradual en una razón más lenta pero proporcional al cambio de la tecnología, viéndose sus dirigentes obligados a adaptarse a éstos cambios y ocuparse de mecanismos de transformación tanto en lo económico, social como educativo, que generan estos avances tecnológicos, para no quedar rezagada en el espacio y tiempo respecto a otros países de la Región en el uso y utilización de las tecnologías de la información y la comunicación (Tic's) y sus causas y efectos en el área de la informática local.

Al respecto, la (UNESCO, 2016, pp 155-203), destaca que la calidad de un aprendizaje ya no se basa exclusivamente en el hecho de conocer más sobre un dominio en particular, sino en la capacidad de utilizar de forma holística los conocimientos, habilidades y destrezas, con el fin de aplicarlos de manera activa y eficiente sobre tareas específicas, corroborando el papel de la escuela como agente transformador y medio específico de la formación del ciudadano integral.

Bajo esta óptica, se hace necesario realizar cambios estratégicos en la estructura organizacional del sistema educativo del Ministerio de Educación Nacional (MEN), de Colombia, que permitan vincular de manera transversal, el uso de las tecnologías de la información y comunicación (Tic's) en todo lo relacionado con el área informática, para así estructurar los programas de estudio de cada año o grado en las instituciones educativas de primaria y secundaria y universitaria.

Estos cambios estructurales en la educación, servirían de vehículo para conformar una plataforma tecnológica integral que le permita a cada escuela, en sus espacios o aulas virtuales, desarrollar sus asignaturas contentivas en sus programas educativos mediante el uso de software online a través de la red de internet o de cualquier software instalado en la sala o aula virtual donde, bajo la conducción del docente, sus alumnos interactúen en el desarrollo de los objetivos programados, utilizando éstos programas educativos.

Bajo el mismo escenario, tanto el conocimiento como el talento humano altamente calificado, que en el criterio de (Capacho, 2014, pp 45), son factores relevantes para lograr el desarrollo de un país, siendo la razón de ser y la estructura de los centros educativos, los cuales basan su funcionamiento, no solo en la docencia sino también en la investigación como herramienta indispensable para garantizar la pertinencia, calidad, progreso y modernización del país. De allí que, los cambios sociales y culturales promovidos por la revolución científica y tecnológica han venido jugando un papel importante en el cambio de los esquemas y sistemas de creencias de la sociedad.

En este sentido, hay que hacer hincapié en manifestar que los estudiantes necesitan herramientas tecnológicas e informáticas para el uso de las nuevas tecnologías en el desarrollo de cualquier actividad que vaya de la mano con la programación escolar administrada por el docente. Este estudio, hace referencia al contexto numérico, es decir, el estudio de las matemáticas y en tal sentido, se hace énfasis abordar el aprendizaje tecnológico para ello y,

además, un referente o constructo teórico que pueda orientar sistemáticamente, el uso de estas herramientas informáticas para el aprendizaje de las matemáticas en las instituciones educativas abordadas.

También, es necesaria la reformulación del curriculum de estudio de las asignaturas, específicamente matemática y por supuesto, bajarle cursos de capacitación y actualización a los docentes del área numérica en el uso y manejo de los diferentes programas educativos que se aplican en la enseñanza de ésta importante disciplina en la red de internet y paquetes educativos que se desarrollan en los PC.

En ese sentido como lo señala (Alfie 2015, pp. 4), la inclusión de la tecnología en todas las áreas del conocimiento, específicamente, la de matemática, exige a los docentes el manejo de diversas herramientas informáticas y técnicas. Sin embargo, también requiere una estrategia en el uso pedagógico de las (Tic's), como elemento facilitador de los procesos de enseñanza aprendizaje y capacitación. Este cambio de modelo implica un esfuerzo importante por parte de los docentes para adaptarse desde el sistema tradicional de enseñanza, atendiendo a varios factores entre los cuales se pueden mencionar: conocimiento de las (Tic's), tener una relación dialógica con los estudiantes, poseer las competencias para manejar la tecnología, brindar asesoría como docente a los estudiantes.

En forma general el artículo, se orienta al desglose del constructo teórico requerido en su totalidad para el abordaje del aprendizaje tecnológico, como elemento básico en la enseñanza de las matemáticas en instituciones educativas del Paso Cesar, Colombia y su fortaleza, está soportada por el uso de las Tic's, que según (Ballesta, 2011 pp 33), transforman la información en conocimiento significativo, mediante un conjunto de herramientas tecnológicas que se procesan en la red de internet o de Software previamente instalados y configurados en plataformas de aula virtuales en los espacios destinados para su ejecución dentro de las escuelas.

Es menester, describir de forma sistemática y coherente, este constructo teórico desde su paradigma y epistemología que lo fundamentan, ya que es de alta relevancia, especificar las características que identifican al docente de matemática, sus conocimientos actualizados en escenarios virtuales que serán los artífices del aprendizaje tecnológico requerido.

DESARROLLO

Fundamentación Teórica

Constructo teórico

El constructo teórico, en opinión de (Capacho, 2014, pp 45), se aborda con base en la Teoría General de Sistemas, los conceptos de evaluación, proyecto educativo institucional y la valoración del proceso de enseñanza – aprendizaje virtual del alumno. Además, en la teoría de aproximación al término aprendizaje tecnológico, se sustenta en la teoría de condicionamiento de la Gestalt, de la Psicología Genético – Cognitiva y de la psicología Dialéctica, que constituyen constructos teóricos compuestos por principios científicos aceptables. (p. 137). Y, que, a través de ellos, se interpreta el objeto del presente estudio, como lo es el constructo teórico apoyado por las Tic's para el aprendizaje tecnológico de las matemáticas en instituciones educativas de secundaria.

También, continúa este autor, es sabido que el aprendizaje como objeto de conocimiento, está bajo la dirección y orientación de la rama de la psicología, como componente relevante en el andamiaje del proceso de formación educativa del ser humano. No obstante, hoy día, los sistemas educativos, se apoyan en la red informática, que viene a ser un mediador para la formación virtual y de ello el aprendizaje tecnológico. (p. 138).

Armar un andamiaje en educación, estructurado por teorías interrelacionadas y vinculadas al currículum de las asignaturas intervinientes en la formación del estudiante dentro de espacios educativos, no es cosa sencilla y mucho menos cuando se trata de establecer de manera objetiva, el desarrollo de actividades prácticas, sin antes evaluar la capacidad y habilidad tanto del docente como de estudiantes, para tener dominio en el abordaje de los programas de estudio que emergen de esa plataforma diseñada para la enseñanza y aprendizaje de cualquier contexto.

Según (Escudero y Col, 2009 pp 89-109), podría concebirse el constructo teórico, como el conjunto de teorías explicitadas sistemáticamente de acuerdo al contexto de estudio, con el propósito único de poder generar constructos que fundamenten las competencias del docente para la gestión del conocimiento en espacios virtuales de aprendizaje, debido a su participación distintos contextos de aprendizaje sean estos virtuales, mixtos a distancia o semipresenciales y en tal sentido, se hace necesario que desarrolle competencias que le permitan ser gestor del conocimiento mediante el uso y aplicación de la tecnología.

Igualmente, la formación del estudiante en espacios virtuales apoyados por las Tic's, está interrelacionada con los procesos educativos propiamente dichos, que constituye el aprendizaje y la informática, que aporta la tecnología mediante el uso del computador como el medio para este aprendizaje. Asimismo, señalan (Godoy y B., 2008, pp79-125), que, aunque los docentes reciben su formación en el uso de las Tic's, adquiriendo conocimientos relacionados con entornos virtuales, la mayoría no se identifican este proceso tecnológico, debido a que no es aplicada en su práctica académica y en tal sentido, no digieren los cambios exigidos por el contexto virtual de aprendizaje. Es justamente en la práctica, en la cotidianidad del docente, donde se podría observar la carencia de competencias para asumir el desafío de la virtualización del aprendizaje, refiere este autor.

En este marco, destaca (Ballesta, 2011 pp 33), existe un vacío de competencias en el docente de aula, como para apoyar las exigencias de un nuevo paradigma virtual de aprendizaje, derivadas por los cambios los cambios en el sistema educativo en función de la dinámica práctica del uso de las Tic's en las estructuras y procesos académicos y administrativos de las instituciones tanto públicas como privadas.

En tal sentido, se plantea generar constructos teóricos a través de diseños instruccionales en contextos numéricos virtuales de aprendizaje, para la enseñanza de la matemática en instituciones educativas, de allí que, se hace necesario establecer los elementos teóricos que sustenten las competencias del docente en ambientes informáticos de aprendizaje, bajo un enfoque tecnológico, que les permita a los docentes de aula, aportar sus experiencias cognitivas y así fortalecer la gestión del conocimiento en ambientes virtuales de aprendizaje.

Conocido es de todos, que los docentes de aula, en su mayoría, necesitan actualizarse en el uso de las Tic's, aun cuando tengan dominio y destreza en el uso de herramientas tecnológicas de redes como internet, más no así, en la utilización de programas educativos online o en la sala virtual de sus escuelas, porque simplemente, no les han dado la debida importancia y su efecto positivo para el aprendizaje tecnológico de las ciencias exactas como matemática, física y química, en el área de ciencias. En tal sentido, es conveniente y necesario para un buen desarrollo de las clases de matemática en el aula virtual, que el docente tanga dominio de un buen aprendizaje tecnológico.

En el estudio se plantea la generación de un constructo teórico que permitiría se deriven competencias específicas requeridas por el docente para trabajar en escenarios virtuales de aprendizaje, lo que vendría a representar un nuevo paradigma donde el aprendizaje y la tecnología serían de alta relevancia y significancia en la gestión y generación del conocimiento.

Según (Gómez y F., 2015, pp 19-89), las competencias que fundamentan el logro de los constructos teóricos, plantean que un docente para asumir la gestión del conocimiento en contextos virtuales de aprendizaje debe poseer un paradigma del aprendizaje abierto y flexible que le permita planificar, administrar, monitorear, controlar y evaluar de manera activa y participativa los programas curriculares de la asignatura de que se trate, en este caso de las matemáticas.

También, (Godoy y col, 2008, pp79-125), destacan que, dentro de las competencias requeridas para un constructo teórico, se establece que el docente tiene que interactuar en un proceso de comunicación virtual de manera bidireccional y multidireccional haciendo un buen uso del lenguaje escrito para organizar los mensajes de textos con el apoyo de íconos que sensibilicen y manifiesten sentimientos y estado de ánimo de los interactuantes.

Igualmente, refieren estos autores arriba mencionados, que diseñar la instrucción en contextos virtuales es otra de las competencias más relevantes en un constructo teórico, porque se demuestra la sinergia entre la tecnología de información, las teorías de aprendizaje, la innovación, las estrategias comunicacionales y la interacción humana. Por ello, podría darse la ocasión donde se dé la participación de docentes en ambientes de aprendizaje virtuales y presenten temores e inquietudes absteniéndose de comprometerse con el desarrollo de esos procesos y permanezcan más como testigos que como protagonistas activos.

Para que un docente se sienta motivado a participar en los ambientes de aprendizaje tecnológico debe estar consciente de que necesita tener bases cognoscitivas para abordar la información y convertirla en conocimiento. Además, poseer dominio de las Tic's para establecer comunicación con sus estudiantes y monitorear sus avances en el desarrollo de las tareas asignadas.

Finalmente, en la conformación de un constructo teórico para la aplicación del aprendizaje tecnológico en la enseñanza de las matemáticas, se hace necesario dejar bien claro el uso de la metodología a utilizar, sea ésta cualitativa o cuantitativa o ambas, al momento de programar las

actividades a desarrollar en la red online o en la plataforma informática instalada en la institución educativa de que se trate.

En este sentido, (Mora y C., 2017, pp 52-96), opinan que es de importancia considerar la diferencia fundamental entre lo que es cualitativo y lo que es cuantitativo en ambas metodologías, donde la cuantitativa estudia la asociación o relación entre variables cuantificadas y la cualitativa, el aspecto de cualidad o calidad en contextos estructurales y situacionales donde se desarrollan las actividades de enseñanza - aprendizaje.

Perspectiva Cualitativa de la conceptualización

La filosofía, según (Gortari, 2016, p 78), se destaca por su presencia crítica respecto a la ciencia y al comportamiento humano. En tal sentido, debe actuar con rigor científico, teniendo en cuenta los datos de las ciencias, que lleve al lector a formarse una imagen científica del universo de carácter general y crítico. Esta visión general puede ayudar a otorgar un fundamento a la acción humana.

La perspectiva cualitativa, como indica su propia denominación, tiene como objetivo la descripción de las cualidades de un resultado, sin tratar de probar o medir el grado de presencia de una cierta cualidad en un cierto acontecimiento estudiado, sino de descubrir tantas cualidades como sea posible y que permita derivar conclusiones en profundidad en la cualidad o calidad, lugar de exactitud o cantidad. en la conformación de un constructo teórico para la aplicación del aprendizaje tecnológico en la enseñanza de las matemáticas, siendo el énfasis de la investigación, dejando en evidencia los programas de las actividades a desarrollar en la red online o en la plataforma informática instalada en la institución educativa de que se trate.

Por ello, los conceptos científicos en opinión de (Gortari, 2016, p 98-115), si se aplica la cualidad cualitativa en su intensidad, se establece que “en el dominio de la matemática, a pesar de la gran abstracción de sus estructuras racionales, sus conceptos son creados por la imaginación, pero siempre como representaciones ideales de ciertas relaciones objetivas, que luego se van enriqueciendo a través de su desenvolvimiento lógico y mediante su comprobación experimental en otras disciplinas científicas”.

En este aspecto, se podría decir que la finalidad de generar constructos teóricos que fundamenten las competencias que deben poseer los docentes para gestionar el conocimiento

mediante la tecnología en las instituciones educativas de cualquier nivel, bajo un enfoque cualitativo, en lo concerniente a la interpretación de significados de los datos descriptivos y narrativos que se generan de ellos mismos, y que bajo su óptica tanto subjetiva como objetiva planifican sus clases de matemática a desarrollar en espacios virtuales, y que previamente, deberían actualizarse en esos ambientes informáticos, formando parte del staf de profesores que interactúan en ambientes de aprendizaje tecnológico.

Estos procesos de adecuación y adaptación en sus diferentes áreas, deben estar sustentadas en un paradigma diferente al convencional que se caracteriza, según la opinión de (Tünnermann, 2016, pp46-110), en la utilización de estrategias metodológicas unidireccionales y centradas en el docente b) docencia centrada en la transmisión de conocimientos c) desvinculación de los procesos de aprendizaje con el entorno e) rigidez en los diseños curriculares.

En virtud de esto, se hace necesario que el docente posea una instrucción en medios tecnológicos informáticos de manera holística integral, que le permita desarrollar sus actividades de matemática sin ningún contratiempo en los espacios virtuales destinados en la escuela y pueda poner en práctica la innovación, la creatividad y el desarrollo de estrategias innovadoras y relevantes para monitorear y asesorar a sus estudiantes.

También, es inobjetable que la educación a través del uso de las tic`s depende de la comunicación como factor imprescindible en los espacios virtuales, y que sus participantes principales como el docente y sus estudiantes, utilizarán en la plataforma tecnológica que les facilitará sus interacciones, lo que conlleva a la necesidad de cooperar y reducir las distancias entre ellos, logrando obtener un aprendizaje tecnológico significativo.

La formación integral de los estudiantes en los entornos virtuales se logra a través de una comunicación abierta, interactiva, sustentada en la imaginación y la cognición de cada participante, relacionada con la motivación. Aspectos que, no siempre quedan explícito en el proceso de aprendizaje y repercuten desfavorablemente en la formación de los estudiantes, al percibir la precisión cualitativa de la existencia del problema, proceso o tarea a desarrollar.

Perspectiva Cuantitativa de la conceptualización

El componente cuantitativo de la conceptualización que busca el constructo teórico para el abordaje del aprendizaje tecnológico en la enseñanza de las matemáticas en instituciones

educativas de Colombia, viene a caracterizar la cantidad de teorías necesarias vinculadas a las áreas numéricas en los programas curriculares de los niveles de educación tanto primaria, secundaria como universitaria y que su descripción sigue una metodología con diseño de instrucción sistemática.

En relación al aspecto cuantitativo, sostiene (Gortari, 2016: 43), se hace referencia a la magnitud o cantidad de presencia o ausencia del fenómeno observado en toda su extensión, como característica fundamental de lo cuantitativo, así como la intensión es para lo cualitativo. Estos dos elementos, describen la definición del concepto en el estudio de la lógica elemental, para este autor.

Ahora bien, hablar de lo cuantitativo es hacer referencia al desarrollo del conocimiento científico plasmado en ejercicios de matemática, que, bajo un ambiente de aprendizaje tecnológico, el docente orientador de la clase virtual, deberá aclarar la diferencia de esta conceptualización de lo cuantitativo, de lo cualitativo del proceso y resultado, porque desde el enunciado del problema a resolver, se debe especificar tal conceptualización.

En virtud de esto, se hace necesario que el docente explique la naturaleza del problema que se quiere resolver con el software matemático y analizar sus resultados desde las dos componentes fundamentales del concepto o fenómeno que se está estudiando en el marco de la programación matemática, es decir desde el punto de vista de la intensión (cualitativo) y de la extensión (cuantitativo). Esta explicación por parte del docente guía, vendría a fortalecer el entendimiento de los significados de los resultados que van de la mano con el fenómeno estudiado y al desarrollo de estrategias innovadoras y de creatividad relevantes para fortalecer y generar el conocimiento significativo en los estudiantes.

En relación a las competencias del docente de matemática para su desenvolvimiento de salas virtuales de aprendizaje, (Gómez y F., 2015, pp 19-99), refieren que el docente, al momento de modelar espacios y algoritmos para la enseñanza de la asignatura de que se trate, debe considerar el concepto formal del fenómeno a estudiar, para una mejor comprensión y entendimiento por parte de sus alumnos. Esta interacción de aclaración es la antesala de un desarrollo cualicuantitativo de todo ejercicio a desarrollar en cualquier ambiente tanto en aula de clases o en plataforma informática.

Aprendizaje Tecnológico

El proceso de enseñanza aprendizaje para el estudio de la matemática en espacios informáticos, conlleva al docente de aula a actualizarse en este contexto y en tal sentido, desarrollar una planificación preestablecida, donde verifique los contenidos programáticos en línea y en la sala virtual de su institución. Además de la compatibilidad de la tecnología de la información y comunicación (tic`s) con los Software y Hardware contenidos en la plataforma tecnológica de su escuela.

Por su parte, (Cacheiro, 2018: 28-114), destaca que abordar la temática del binomio educación y tecnología desde la perspectiva de las estrategias didácticas para una adecuada integración de las Tic`s en los diversos contextos educativos. En tal sentido y de forma sistemática, se deben elaborar módulos que contengan:

- a) Fase introductoria
- b) Fase pedagógica y
- c) Fase tecnológica

Esta fase introductoria, aborda las Tic`s en el proceso de enseñanza – aprendizaje y en la formación inicial y permanente del profesorado. La fase pedagógica, los perfiles de aprendizaje, tecnología educativa y gestión del conocimiento y finalmente la fase tecnológica, medios y redes para el aprendizaje, recursos web en educación y cibercomunidades de aprendizaje.

Por otro lado, como preámbulo a los aprendizajes tecnológicos para la enseñanza de las matemáticas en instituciones educativas, y como se ha dejado constancia en párrafos anteriores, se tiene que en opinión (Font, 2013, pp56-120) los diferentes programas de investigación en didáctica de las matemáticas de manera explícita o implícita, se posicionan en opinión sobre aspectos ontológicos y epistemológicos para fundamentar sus constructos teóricos y que servirían para orientar la mejora de la enseñanza de esta materia y, muy en especial, en la formación inicial y permanente del docente de aula.

En este sentido, la perspectiva emergente en la filosofía actual de la matemática es la pragmático-constructivista que para (Cacheiro, 2018: 28-114), se puede considerar como una síntesis de diferentes perspectivas, como las pragmatistas, convencionalistas, constructivistas, antropológicas, semióticas, naturalistas entre otras.

En tal sentido, podría afirmarse que ninguna de estas filosofías tradicionales como emergentes no comulgan con la inserción de las nuevas tecnologías y, por tanto, se hace difícil, concatenar o sincronizar los programas de estudios numérico con la didáctica de las matemáticas propiamente dicha, que puedan facilitar la adaptación de los contenidos programáticos de las unidades curriculares en la plataforma tecnológica virtual.

Según (Font y G., 2013, pp50-80), destacan en relación a la obtención de estos aprendizajes tecnológicos, que, en los mismos, se debe especificar en la noción de configuración epistémica, su uso en la formación de profesores y el análisis crítico de los textos escolares, la evaluación de su pertinencia, idoneidad, adecuación, como componente importante en los programas de formación docente de matemáticas.

Igualmente, es importante que el docente, explique en la pizarra antes del desarrollo del software educativo, la configuración epistémica del problema a resolver, donde explicita los conceptos de lo que se va a abordar en la simulación del programa en la resolución y cuando el software se aplique y arroje un resultado, el alumno, lea en pantalla los resultados y entenderá lo que se expresa gráficamente, así como el contenido desglosado en cada una de las respuestas obtenidas del programa educativo.

En la actualidad, se cuentan con numerosos programas matemáticos y paquetes de software libre, para la enseñanza de las matemáticas en general, a partir de los aprendizajes tecnológicos previamente instalados por las autoridades educativas en aula virtual como plataformas informáticas virtuales o en línea, en casi todas las instituciones educativas de todos los niveles de Colombia.

Igualmente, refiere (Font y G., 2013, pp50-80), la educación básica y media en cualquier institución educativa, tienen el propósito de tener en su planificación escolar el uso de estos aprendizajes tecnológicos para la enseñanza de las matemáticas y puedan llegar a obtener resultados satisfactorios comprensibles y fácil de interpretar, poderlos transmitir a otros escenarios numéricos mediante una buena comunicación, para sus análisis respectivos y sus conclusiones y recomendaciones al respecto.

Estos software educativos, son de fácil utilización, sólo requieren unos pocos pasos en sus instrucciones para que el docente o alumno comience a desarrollar sus tareas de matemática asignadas, por ello, el constructo teórico es un compendio literario, que se prepara con el

contenido más elemental de los programas de matemática, para refrescar la memoria y experiencia del profesor, para que comience a planificar sus clases a través de la red de internet en los espacios destinados para ello, en la sala virtual, complementando con la pizarra al momento de aclarar dudas o desarrollar alguna ecuación que así lo requiera.

La enseñanza de las matemáticas a partir de estos aprendizajes tecnológicos, sustentados en el uso de las Tic's, en combinación con otros Software y programas previamente instalados en la sala virtual de las escuelas. También hoy día se pueden obtener aplicaciones educativas que permiten el aprendizaje de las matemáticas a través de juegos online y programas educativos gratis.

En este marco, se presentan algunas herramientas informáticas compatibles con el sistema operativo vigente en las escuelas con aula virtual y que tienen sus licencias para algunos mientras que otros son de libre uso, así como las aplicaciones online gratis. Algunas escuelas, por su parte, han obtenido estos paquetes de programas, orientados a aportar el mayor beneficio a los estudiantes.

A continuación, se presentan algunos programas informáticos, la mayoría disponibles en la red de internet y que se pueden aprovechar para aprender las matemáticas a través de los aprendizajes tecnológicos.

Cuadro 1. Programas educativos de aprendizaje tecnológico

CATEGORÍA	COMENTARIO GENERAL
ARITMÉTICA	APORTE
Calculadoras Matemáticas	Selección de diferentes tipos de calculadoras online para hacer operaciones de forma rápida y sencilla
GEOMETRIA	APORTE
Descartes.	Herramienta para crear objetos interactivos, diseñada especialmente para las Matemáticas, aunque aplicable también a otros temas y asignaturas. En el portal del proyecto hay ejemplos y recursos creados con Descartes. Además de trabajar geometría, puedes crear gráficos de álgebra, estadística o funciones
GeoGebra.	Software matemático multiplataforma para crear simulaciones que relacionan el álgebra con la geometría, para ayudar a los alumnos a comprender los conceptos de forma visual e interactiva. Cuenta con una amplia galería de recursos creados con este programa.
Geometría Dinámica	Página web con multitud de recursos para trabajar la geometría de interactiva forma. Ofrece además propuestas para funciones y gráficas, probabilidad y estadística y aritmética y álgebra
Dièdrom.	Aplicación didáctica que dispone de un espacio en 3D donde pueden construirse piezas con volumen, utilizando módulos y herramientas de dibujo.
ALGEBRA	APORTE
Math Papa.	Calculadora de álgebra que resuelve la ecuación paso a paso, para que el alumno comprenda el proceso. También incluye lecciones para aprender o repasar y actividades interactivas para practicar no solo álgebra sino también otros temas.
Wiris.	Aplicación online que permite construir y resolver todo tipo de expresiones algebraicas. Hay una opción más sencilla para Primaria.
VIDEOS	APORTE
Math TV.	Videos a modo de lecciones explicativas sobre diversos temas de la asignatura, disponibles en inglés y, en muchos casos, también en español.
Khan Academy.	Lecciones de Matemáticas organizadas por niveles educativos y temas, para ir aprendiendo poco a poco, desde lo más básico hasta lo más completo.
Buzzmath (En inglés).	Plataforma online creada por un equipo de profesores de Matemáticas que cuenta con más de 3.000 problemas matemáticos y facilita la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas a través de ejercicios interactivos y visuales
Retomates.	Plataforma de actividades para practicar Matemáticas de forma divertida, a través de juegos, ejercicios y exámenes que puedes personalizar. Si te registras puedes guardar tus avances, crear grupos y gestionar tareas. Sin registro se puede acceder igualmente a todas las secciones y actividades. En el enlace ¿Qué es retomates? hay información sobre el funcionamiento y las opciones de la web.
Materiales didácticos del Proyecto Gauss para Secundaria y Primaria.	Recopilación de propuestas interactivas en Java para practicar todo tipo de conceptos matemáticos. Toda la web del Proyecto Gauss resulta muy útil para encontrar recursos, materiales y otras ideas para el aprendizaje de las Matemáticas.

Continúa

Cuadro 1. Programas educativos de aprendizaje tecnológico (continuación)

VIDEOS	APORTE
Pasatiempos y juegos en clase de Matemáticas..	Recopilación de recursos lúdicos matemáticos para tercer ciclo de Primaria, Secundaria y Bachillerato que utilizan las matemáticas en situaciones de la vida cotidiana. Otra buena opción es Pasatiempos matemáticos de la prensa, donde se recopilan pasatiempos aparecidos en periódicos o revistas cuya resolución se realiza a partir de conceptos u operaciones matemáticas
PROGRAMAS	APORTE
Matic.	Una prestigiosa herramienta de aprendizaje adaptativo en el área de Matemáticas que permite al profesor/a personalizar y atender a la diversidad del aula, garantizando que cada uno de sus alumnos avance según su ritmo de aprendizaje
Sage	En este programa, que se caracteriza por una interfaz bastante sencilla, podrás dar vida a distintas iniciativas de cálculo, álgebra, criptografía, teoría de grupos, entre muchos otros temas
Genius	Además de como calculadora, también funciona como una herramienta de investigación. Si bien para poder usarlo es necesario introducir una expresión matemática con extensión Genius (GEL), el lenguaje está diseñado para parecerse a la sintaxis matemática normal.
Scilab	Este programa está diseñado para simulaciones matemáticas, visualizaciones tanto 2D como 3D, optimización, estadísticas, diseño de sistemas de control, procesamiento de señales, entre muchas otras funciones.
GeoGebra	Este programa está pensando para que estudiantes de primaria aprendan aritmética, álgebra, geometría, entre muchos otros temas matemáticos. También dispone de secciones que pueden ser de gran utilidad para estudiantes terciarios.

Elaboración Propia

METODOLOGÍA

El presente artículo, se desarrolló en un contexto de investigación mixta, que abarcaría los enfoques cualitativo y cuantitativo, debido a la necesidad de buscar teorías de ambos paradigmas, ya que se trata de construir un referente o constructo teórico completo, con base en la conceptualización del problema a resolver mediante el uso de la plataforma informática virtual de la red de internet o los espacios de aprendizajes tecnológico disponibles en las instituciones educativas y la finalidad que se persigue, como lo es la resolución de problemas planteados del área numérica, para obtener resultados significativos y poder analizarlos en el marco de la problemática que se aborde.

En la actualidad, las investigaciones científicas en el criterio de (Ñaupás et,2014: 212-288), no sólo deberían utilizar diseños multimetódicos de investigación, sino también, necesitan de un trabajo multidisciplinario, llevado a cabo por investigadores con diversos intereses, saberes y metodologías, lográndose estudios con mayor consistencia epistemológica. De tal manera que, el fundamento filosófico de la investigación mixta es el pragmatismo, porque busca soluciones prácticas que permiten realizar la investigación en un proceso de complementación.

En este sentido, la investigación de éste estudio que se propone es de tipo mixta, donde la investigación cualitativa trataría de identificar la naturaleza profunda de las realidades, su sistema de relaciones, su estructura dinámica, mientras que la investigación cuantitativa por su parte, trataría de determinar el grado de asociación o correlación entre variables, la generalización y objetivación de los resultados a través de una muestra para hacer inferencia a una población de la cual toda muestra procede y poder así, inferir resultados, con base a las hipótesis planteadas.

Según (Hernández, Fernández y baptista,2014, p.532), los estudios mixtos, se desarrollan en el marco de “un conjunto de procesos de recolección, análisis y vinculación de datos cuantitativos y cualitativos en un mismo estudio o una serie de investigaciones para responder a un planteamiento del problema”.

Asimismo, esta metodología a través del tiempo, ha demostrado que ambos métodos pueden coexistir y han evolucionado, según (Brannen, 2008, pp 116) citado por estos autores, asumiendo valores fundamentales comunes como: confianza en la indagación sistemática; supuesto de que la realidad es múltiple y construida; creencia en la posibilidad de cometer errores, y la premisa de que la teoría es determinada por los hechos.

En este tipo de investigación, opinan (Ñaupas et,2014: 212-288), se examina la naturaleza, características, posibilidades y ventajas de ambos métodos abordados mediante diseños mixtos de investigación, que son concurrentes, y exploratorio secuencial (derivativo y comparativo) en función del planteamiento del problema, el muestreo, la recolección y análisis de los datos cuantitativos y cualitativos y su interpretación conjunta y el establecimiento de inferencias a los resultados estadísticos desarrollados, para una mayor capacidad de explicación.

Finalmente, puede decirse que los enfoque cualitativo y cuantitativo no son sino dos modalidades diferentes de aproximación al estudio de un hecho o proceso y que, desde el punto lógico, se debe abordar con los dos métodos que los identifican, como es el inductivo y deductivo, respectivamente. Lo que importa, es ofrecerle al estudiante, el estudio mixto porque es relevante saber que la definición del concepto del fenómeno de estudio o proceso, para (Gortari, 2014: 73), contempla la intensión (Cualitativa) y la extensión (Cuantitativa), las cuales son las dos características elementales, para la visualización del objeto de estudio y mediante los aprendizajes tecnológicos, poder analizar los resultados de forma clara y concisa.

RESULTADOS ESPERADOS

Para Ausubel, es el aprendizaje en donde el alumno relaciona lo que ya sabe con los nuevos conocimientos, lo cual involucra la modificación y evolución de la nueva información, así como de la estructura cognoscitiva envuelta en el aprendizaje y según Serrano (1990; 59), aprender significativamente “consiste en la comprensión, elaboración, asimilación e integración a uno mismo de lo que se aprende”.

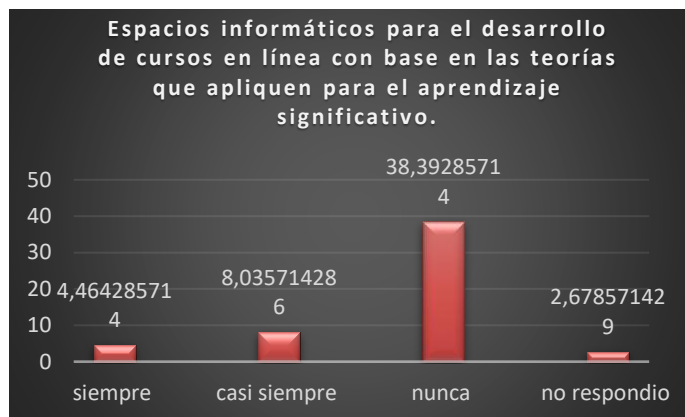
El aprendizaje significativo combina aspectos cognoscitivos con afectivos y así personaliza el aprendizaje. Nos comentan Ausubel y otros (1997; 17), que: "Todo el aprendizaje en el salón de clases puede ser situado a lo largo de dos dimensiones independientes: la dimensión repetición-aprendizaje significativo y la dimensión recepción-descubrimiento.

En el pasado se generó mucha confusión al considerar axiomáticamente a todo el aprendizaje por recepción (es decir, basado en la enseñanza explicativa) como repetición, y a todo el aprendizaje por descubrimiento como significativo”. En la teoría del aprendizaje significativo de Ausubel, se presupone la disposición del alumno a relacionar el nuevo material con su estructura cognoscitiva en forma no arbitraria (es decir, que las ideas se relacionan con algún aspecto existente en la estructura cognoscitiva del alumno, como una imagen, un símbolo ya significativo, un concepto o una proposición) y si además, la tarea de aprendizaje en sí es potencialmente significativa tendríamos que cualquiera de los dos tipos de aprendizaje mencionados, pueden llegar a ser significativos.

A propósito, de esta teoría se une la utilización de los programas informáticos supone la adquisición de un determinado aprendizaje, pero cabe acotar que es el uso que el docente hace de ellos lo que determina su potencialidad instructiva (Bartolomé, 2013, pp78-145). Algunos programas pueden usarse con grandes grupos y la ayuda del docente, otros con pequeños grupos o en forma individual. En todo caso, si nuestro docente contara con gran variedad de programas educativos podría individualizar la instrucción, claro que primero debe superar la falta de equipos informáticos, o el contar con equipos de bajas prestaciones o su falta de capacitación en esta área.

Siendo el resultado de la encuesta aplicada a los docentes del Municipio “El Paso Cesar”, Colombia, la cual reflejan que un 38,3% de ellos no cuentan con espacios informáticos para el desarrollo de cursos en línea que les permita desarrollar en el estudiante un aprendizaje significativo, contra un 4,4% que si cuentan con estos espacios.

Gráfico 1 Espacios informáticos para el desarrollo de cursos en línea



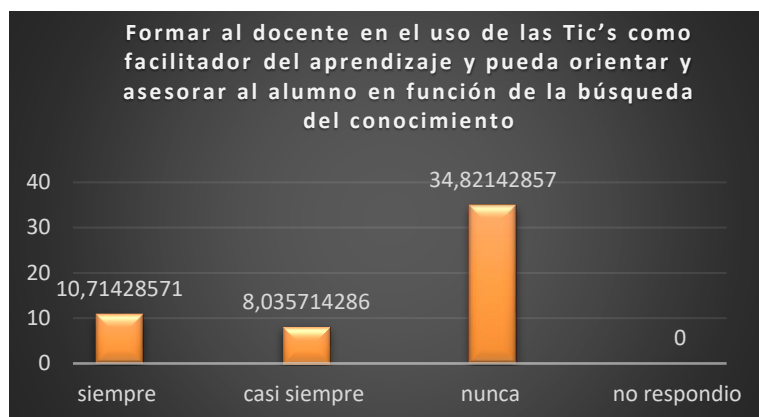
Elaboración propia

Por otro lado, tenemos las Tecnologías de la Información y la Comunicación (en adelante TIC) han ido entrando en las aulas y hoy son una realidad, aunque en muchas ocasiones una realidad mal aprovechada a causa del desconocimiento existente a cerca de sus posibilidades didácticas. La escuela ha de poder ofrecer una respuesta ajustada a las necesidades de los alumnos que hoy llegan a las aulas, nativos digitales, los cuales encuentran en estas herramientas mayor nivel de motivación. Ahora bien, la integración de las TIC en el aula requiere un profesorado formado en el uso técnico de las tecnologías, pero, sobre todo, en el empleo pedagógico de las mismas.

Muchos docentes, catalogados hoy de inmigrantes digitales, no saben cómo integrar las TIC de forma que no se conviertan en una herramienta más al servicio de la metodología tradicional. Otros, incluso, no tienen conocimientos técnicos para el manejo de las tecnologías más habituales en las aulas, o simplemente no disponen de información sobre las ventajas que les pueden ofrecer en los procesos educativos. En cualquiera de los casos queda aún mucho camino por recorrer y mucho que trabajar hasta aprovechar esas ventajas que los medios digitales nos pueden ofrecer tanto a nivel de motivación e innovación en el aula, como en su vertiente más formativa y comunicativa.

Como resultado de la encuesta se tiene en el gráfico 2, que un 34,8% de los docentes no cuentan con una formación en el uso de las Tic's, contra un 10,7% que si cuenta con esta formación que pueden facilitar un aprendizaje a sus estudiantes a través de estos recursos académicos.

Gráfico 2 Formar al docente en el uso de las Tic's



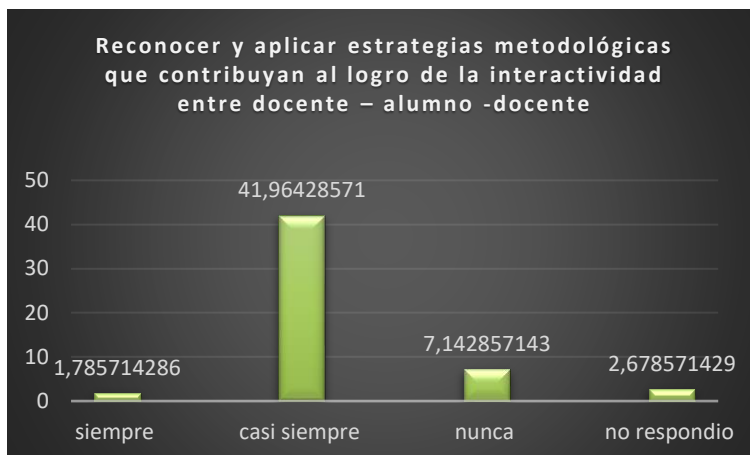
Elaboración propia

Otra de las inquietudes presentadas en la investigación, tiene que ver con el reconocimiento y aplicación de estrategias metodológicas que contribuyan al logro de la interactividad entre docente – alumno -docente, es por ello importante resaltar que el aprendizaje en los estudiantes no se da por el azar, son los docentes los responsables del fracaso o éxito de dichos procesos; así como la tarea del alumno es "aprender a aprender", la del profesor es "enseñar a aprender". De ahí que las estrategias de aprendizaje son actividades o procesos mentales que llevan a cabo los estudiantes intencionalmente para procesar, entender y adoptar la información que reciben dentro de sus procesos educativos.

Ya cuando se hace referencia al aprendizaje, el análisis tiende a ser más complejo, uno de muchos significados se expresa en el modo de aprender antes, más y mejor, y que como añade (Gallardo et al. 2014, pp45-98) expresa como el término procedimiento es sinónimo de estrategia, el autor lo expone como un conjunto de acciones ordenadas y finalizadas, es decir dirigidas a las consecuciones de una meta.

En consecuencia, en la pregunta número tres de la encuesta se les pregunto sobre el reconocimiento y aplicación de estrategias metodológicas que contribuyan al logro de la interactividad entre docente – alumno -docente, dando como resultado que el 41,9% casi siempre reconoce y aplica dichas estrategias, mientras que un 7,1% nunca lo realiza.

Gráfico 3 Reconocimiento y aplicación de estrategias metodológicas



Elaboración propia

El uso de las nuevas tecnologías en la educación transforma el proceso de aprendizaje y, por tanto, los comportamientos de los que enseñan y de los que aprenden. Se modifican los roles tradicionales del docente y el alumno. La enseñanza bajo esta modalidad supone una disminución de la jerarquía y la directividad, al tiempo que estimula el trabajo autónomo del alumno y exige que el profesor sea un animador y un tutor del proceso de aprendizaje del alumno.

No obstante, en muchos casos se evidencia que las instituciones educativas al incorporar las nuevas tecnologías a la enseñanza permanecen sin alterar su modelo de enseñanza tradicionalmente centrado en el profesor como transmisor de contenidos. Por esta razón se les pregunto a los docentes la identificación de las técnicas para la comunicación sincrónica y asincrónica, indispensable en la interacción del docente con sus alumnos. Reflejando un 29,4% que no las tiene clara y un 11,6% que las aplica para que exista una mayor fluidez dentro del espacio académico.

Gráfico 4 Técnicas para la comunicación sincrónica y asincrónica



Elaboración propia

CONCLUSIONES

Al respecto, ya para finales del siglo XX, (Castells, 2009:78-145), expresa que “dentro de la Sociedad del Conocimiento, la revolución de la tecnología actual no está centrada en el conocimiento y en la información sino en la aplicación del conocimiento y de la información”, fundamentándose en la finalidad de generar nuevos conocimientos en un círculo de retroalimentación acumulativo, entre la invención y sus usos y aportar recursos educativos al crecimiento de la sociedad.

El uso de las nuevas tecnologías de la información y la comunicación (Tic's), ha venido cobrando un crecimiento exponencial en cada rincón de la sociedad globalizada, de forma que, el conocimiento se ha constituido en lo más relevante en las organizaciones, en este caso, educativas.

En pleno siglo XXI, los países han tratado de modelar sus estructuras gubernamentales a través de los sistemas informáticos, que, en el caso de la educación, se necesita, en consecuencia, poseer una formación tecnológica que permita asumir la instrucción en medios virtuales, por cuanto se requiere poner en práctica la innovación, la creatividad y el desarrollo de estrategias novedosas y relevantes para monitorear y asesorar a los estudiantes.

Al respecto, (Fuentes, C, 2013:120-155), plantea que, en los procesos de aprendizaje sustentados en tecnología, es importante buscar la transparencia y seleccionar estrategias, modalidades cónsonas con la actividad a distancia, virtual o semipresencial. Estas, deben estar

centradas en el participante, ser dialógicas y consensuadas. Todo ello con la finalidad de lograr aprendizajes significativos en aulas virtuales o espacios informáticos previamente establecidos.

En relación al constructo teórico requerido para el aprendizaje tecnológico en la enseñanza de las matemáticas de las instituciones educativas del Paso Cesar, se reflejan las siguientes competencias:

- a) Preparar espacios informáticos para el desarrollo de cursos en línea con base en las teorías que apliquen para el aprendizaje significativo.
- b) Formar al docente en el uso de las Tic's como facilitador del aprendizaje y pueda orientar y asesorar al alumno en función de la búsqueda del conocimiento
- c) Reconocer y aplicar estrategias metodológicas que contribuyan al logro de la interactividad entre docente – alumno -docente.
- d) Identificar las técnicas para la comunicación sincrónica y asincrónica, indispensable en la interacción del docente con sus alumnos.

Igualmente, fortalecer el aprendizaje tecnológico de forma colaborativa con la participación permanente del docente y estudiantes en el proceso de búsqueda del conocimiento que permita integrarse para la construcción e intercambio de ideas, saberes, propuestas, que sustenten significativamente el aprendizaje significativo. En tal sentido, el reto no sólo es para el profesor sino, para todos, ya que el esfuerzo del proceso de enseñanza – aprendizaje es de todos, de manera integral y para el beneficio común de la comunidad.

Cierto es que, la sociedad como ente dinámico, vive en constantes cambios de toda índole, y en el caso específico de los avances acelerados de la tecnología, se deberían actualizar las salas o aulas virtuales de las instituciones educativas del país, para no quedar rezagadas en el campo de la informática. Esto, vendría a retrasar el desarrollo de los programas informáticos instalados en cada plataforma tecnológica de estas escuelas, debido a la constante actualización que exigen los Software educativos que poseen licencia para operar, así como los de libre uso., pero que la mayoría utiliza funciones elementales que pertenecen a las páginas web propietarias de la aplicación de que se trate.

Hoy día, a la mayoría de las plataformas tecnológicas instaladas en las salas virtuales de las escuelas mencionadas, vienen presentando este tipo de problema y por ello, debido a la falta de actualización u otro motivo relacionado con su funcionamiento, se pierde tiempo al momento

de atender nuevas demandas en este sector de tecnología, para que las nuevas generaciones, se potencien y desarrollen su creatividad y puedan ser más innovadoras.

Finalmente, en las instituciones educativas del Municipio “El Paso Cesar”, los docentes, en el caso de secundaria, deberían establecer estrategia pedagógicas que les lleven a la gestión del conocimiento y aprendizaje tecnológico y para ello, es recomendable organizarse y trabajar en equipo, para que cada uno de ellos demuestre su dominio cognitivo y práctico con el uso del computador y sus aplicaciones tecnológicas de la asignatura y de ésta forma, apoye al compañero con debilidades en el área computacional.

Destacando que, el trabajo en equipo, por naturaleza colaborativo y participativo, se sustenta en el ganar ganar y aprender a aprender, como resultado de la buena disposición de cada integrante al aprendizaje tecnológico y que les permite intercambiar experiencias y conocimientos, mediante estrategias innovadores relacionadas con el uso de las Tic’s.

REFERENCIAS

- Alfie, Gerardo (2015). **“TIC en la Educación: Como Medio de Comunicación”**. México: Alfa omega Grupo Editor. P4
- Ballesta, Javier, (2011), **“La integración de las TIC en los centros educativos”** en Primeras Noticias. Comunicación y Pedagogía, n° 209, Barcelona: Centro de Comunicación y Pedagogía, pp33
- Cacheiro, Marcos. (2018). **“Educación y tecnología: Estrategias didácticas para la integración de las TIC. 1era Ed. Digital. Universidad Nacional de Educación a Distancia”**. Madrid. ISBN electrónico: 978-84-362-7328-1
- Capacho, José (2014). **“Evaluación del aprendizaje en espacios virtuales-TIC. Universidad del Norte”**. p45
- Castells, Mario. (2009). **“La era de la información. Economía, sociedad y cultura. La Sociedad Red”**. Volumen I. México: Siglo XXI Editores. DRUCKER, P. (1993). La sociedad poscapitalista. Bogotá: Norma.
- Escudero, Carolina y col (2009). **“Resolución de problemas en nivel medio: un cambio cognitivo y social”**. Investigado el 11/11/2019.
- Font, Valeria (2013). **“Inicio a la investigación en la enseñanza de las matemáticas en secundaria y bachillerato”**. In: GOÑI, J. M (Ed.). Matemáticas: Investigación, innovación y buenas prácticas. Barcelona, España, Graó, p.56-116
- Godoy, Mario y col (2008). **“Constructos teóricos que fundamentan las competencias. Mérida-Venezuela. Revista de Teoría y Didáctica de las Ciencias Sociales”**. ISSN 1316-9505. Enero-diciembre. N° 13 (2008):79-125.

- Gómez, José y col (2015). “**Contribución al estudio de los procesos de modelización en la enseñanza de las matemáticas en escuelas universitarias**”. Uno, 31, 19-89.
- Gortari, Ender (2014). “**Iniciación a la Lógica**”. 2da Ed. Tratados y Manuales. Editorial Grijalbo, S.A. México, D.F. p73
- Gortari, Elena (2016). “**Introducción a la Lógica Dialéctica**”. 1era Ed. Tratados y Manuales. Editorial Grijalbo, S.A. México, D.F. ISBN: 968-489-071-9
- Hernández y col (2014). “**Metodología de la Investigación**”. México. 6ta Ed. Editorial: McGraw-Hill/ interamericana editores, S.A. de C.V. ISBN: 978-1-4562-2396-0/ ISBN: 978-607-15-0291-9
- Mora, Ingrid y col (2017). “**Tecnología Educativa**”. En: **Memorias del III Festival Nacional y I Festival Internacional de Matemática**. Costa Rica. Pp 52-96
- Ñaupas Elena y col (2014). “**Metodología de la Investigación: Cuantitativa – Cualitativa y redacción de la Tesis**”. 4ta ed. Ediciones de la U Ltda. 538 páginas. Bogotá, Colombia. ISBN 978-958-762-448-4
- Tünnermann, Carlos (2016) “**La universidad latinoamericana ante los retos del siglo XXI. Unión de Universidades de América Latina**”. México. Pp 46-116

Autor:

José Luis Pérez López

Universidad Nacional Experimental Rafael María Baralt
Licenciado en educación mención matemática y física (UNERMB)
Magister en Matemática mención Docencia (LUZ)
Doctor en educación (UNERMB)
Profesor agregado
Investigador PEII-2017 A-2

DIDACTIQUE PROFESSIONNELLE (DIDAPROF): REPERCUSSÃO PARA A PESQUISA EM TORNO DA ATIVIDADE DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA

Francisco Regis Vieira Alves

fregis@ifce.edu.br

<https://orcid.org/0000-0003-3710-1561>

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará. IFCE
Brasil

Recibido: 2020-05-14; **Aceptado:** 2020-11-29

Resumo

A Didática Profissional (DP) se originou dos estudos desenvolvidos na França, no início dos anos 90, com forte teor de interesse endereçado para os processos de aprendizagem e formação de adultos, circunstanciados pelo ambiente de atividades profissionais. Por outro lado, registramos algumas décadas de tradição de estudos desenvolvidos no Brasil, balizados pelos pressupostos da Didática da Matemática (DM). Com origem nesses dois aportes teóricos clássicos, o presente trabalho apresenta uma inédita proposta teórica de complementaridade, objetivando o uso para investigação, com interesse na atividade e aquisição da competência profissional do professor de Matemática. Um elemento que se sobressai dessa proposta se revela pela interpretação cognitivista dos fenômenos originados da significação das atividades especializadas e do próprio processo de aprendizagem do trabalhador (do professor de Matemática). Por conseguinte, o trabalho aponta, de forma clara, um fio condutor significativo para o desenvolvimento de ulteriores investigações no Brasil, balizadas tanto pela (DP) e pela (DM), objetivando a concepção de uma Engenharia de Formação e a pesquisa em torno da atividade do professor.

Palavras-chave: Didática Profissional, Didática da Matemática, Competência profissional, Trabalho do professor.

PROFESSIONAL DIDACTICS (DIDAPROF): REPERCUSSION FOR THE RESEARCH AROUND THE ACTIVITY OF THE TEACHER OF MATHEMATICS

Abstract

The Professional Didactics (DP) originated from the studies developed in France in the early 1990s, with a strong content of interest addressed to the processes of adult learning and training, circumstantiated by the environment of professional activities. On the other hand, we recorded some decades of tradition of studies developed in Brazil, based on the presuppositions of Didactics of Mathematics (DM). Based on these two classic theoretical contributions, the present work presents an unprecedented theoretical proposal of complementarity, aiming the use for research, with interest in the activity and acquisition of the professional competence of the Mathematics teacher. An element that stands out from this proposal is revealed by the cognitivist interpretation of the phenomena originated from the meaning of specialized activities and the worker's early learning process (from the Mathematics teacher). Therefore, the work clearly indicates a guideline for the development of further investigations in Brazil, marked by

both (DM) and (DP), aiming at the design of a Engineering of professionalization and the research in around of the teacher.

Keywords: Professional didactics, Didactics of Mathematics, Professional competence, Teacher's work.

Introdução

Quando tomamos como referência a pesquisa desenvolvida na tradição francesa, que se tornou conhecida em nosso país como Didática da Matemática (DM), podemos constatar algumas décadas virtuosas de sua influência e que concorreu para o aperfeiçoamento e a compreensão de uma vasta série de fenômenos eminentemente derivados do ensino e da aprendizagem de conteúdos matemáticos específicos. De modo inequívoco, a (DM), por intermédio da indicação e da adoção de determinados *corpus* teóricos como, por exemplo, a Engenharia Didática (ED) e a Teorias das Situações (TS) (Brousseau, 1986a) proporcionou um ponto de vista pioneiro, visando uma apreciação pormenorizada dos aspectos originados das interações dos elementos do trinômio didático clássico: estudante – professor – saber.

Nesse sentido, recordamos a pesquisa em Didática da Matemática (DM), no contexto do ensino francês que, ao final dos anos 60 e início dos anos 70, reforçou a ideia sobre a necessidade precípua de estudar os fenômenos de ensino de Matemática, a partir de um ponto de vista pedagógico, bem como uma reflexão aprofundada e necessária sobre o mesmo. Nesse cenário, divisamos um interesse de pesquisa intrinsecamente condicionado por um campo epistêmico, cuja essência se mostra influenciada e, por que não mencionar, condicionada pela própria natureza do saber matemático científico (ALVES, 2018a; 2019; 2020).

No ambiente europeu, podemos ainda divisar o emprego de outras teorias objetivando o estudo sistemático dos principais fenômenos de ensino, decorrentes e atinentes ao real funcionamento da sala de aula. Para exemplificar, além da Engenharia Didática (ED) e da (TS), Perrin-Glorian e Bellemain (2016) comentam ainda, por exemplo, o emprego da dialética instrumento – objeto (Douady, 1987) e o jogo de quadros, como quadros teóricos aplicados aos estudos e a pesquisa, desde os anos 80 e que concorreram para uma tradição investigativa ulterior e sua adoção marcante em caráter de complementaridade, visando o desenvolvimento de uma pesquisa sistemática e, por conseguinte, o reconhecimento gradual de uma comunidade internacional de especialistas (ARTIGUE, 1995; ARTIGUE e PERRIN-GLORIAN, 1991; ARTIGUE, 2015; PERRIN-GRORIAN e BELLEMAIN, 2016, MARGOLINAS e DRIJVERS, 2015; ROBINET, 1983).

Não obstante, ao passar do tempo, com origem em um movimento ou mecanismo natural de aperfeiçoamento dos pressupostos das teorias fundantes e, ainda, a partir de um ajuste fino e imprescindível decorrente de um olhar investigativo que se alimenta intrinsecamente dos resultados crescentes das pesquisas acumuladas na área e, ainda, desenvolvidas em vários países, ocorreram questionamentos concernentes ao processo de aperfeiçoamento e evolução de determinados elementos que, em maior ou em menor substância, derivam de um cenário envolvendo um caráter de complementaridade de uso de várias teorias e, em nosso caso, acentuamos o uso *standard* da (ED) e da (TS) em pesquisa. Nesse sentido, observamos as ponderações de Perrin-Glorian e Bellemain (2016) quando acentuam a dialética entre a teoria (engenharia) e o viés contingencial das situações (e modelos) de interesse para a pesquisa.

Les situations doivent tenir compte à la fois de l'organisation des mathématiques, des possibilités d'apprentissage des élèves et des conditions d'enseignement des professeurs. Ces situations sont des modèles du fonctionnement des mathématiques dans les conditions de l'enseignement. C'est la théorie qui permet de faire l'analyse a priori des situations et c'est la réalisation de l'ingénierie didactique qui confronte cette théorie à la contingence. (PERRIN-GLORIAN e BELLEMAIN, 2016, p. 5).

No excerto acima divisamos três componentes essenciais atinentes à situação de ensino, a saber: a organização matemática (um campo epistêmico definido), a aprendizagem dos estudantes (campo cognitivo) e as condições de ensino dos professores de Matemática. Os demais elementos apontados por Perrin-Glorian e Bellemain (2016) se mostram recorrentemente contemplados nos estudos balizados por uma Engenharia Didática (ED). Não obstante, segundo alguns argumentos e o entendimento que temos assinalado em nossos trabalhos (ALVES, 2018a; 2018b; 2018c; 2018d, 2018e; 2019; 2020), ensejamos acentuar o componente das condições de ensino e da competência do professor de Matemática e, acrescentamos, da eficiência do cumprimento de atividades-tarefas especializadas dos professores, visando o ensino de Matemática e que, irremediavelmente, dependem da evolução de sua experiência profissional, circunstanciada pelo seu campo profissional.

Mais uma vez, no contexto discutido abaixo por Perrin-Glorian e Bellemain (2016), vislumbramos que a noção de competência profissional do professor, a noção do exercício do *métier* de modo eficiente, que se apresenta como uma variável não trivial do sistema de ensino,

mediante o emprego naturalista ou a concepção/desenvolvimento de uma (ED) visando a formação de professores de Matemática. Com efeito, podemos observar que:

La préoccupation de l'usage des résultats des recherches dans l'enseignement ordinaire transparaît dans les travaux dont nous venons de parler. Les difficultés de transmission des ingénieries didactiques et les besoins de la formation des maîtres ont aussi fait apparaître la nécessité d'étudier de plus près le fonctionnement de l'enseignement ordinaire du point de vue des contraintes institutionnelles (y compris sociales) cadrant l'exercice du métier d'enseignant et de la conduite de la classe. Ces recherches se sont déroulées en général à partir d'observations naturalistes plutôt que d'ingénieries didactiques. Cependant la frontière entre observation naturaliste et ingénierie didactique n'est pas toujours aussi nette qu'il y paraît et l'ingénierie didactique (ou l'adaptation de produits issus d'une ingénierie didactique préalable) a aussi été utilisée comme moyen d'étude de l'enseignement ordinaire et comme moyen de formation des maîtres. (PERRIN-GLORIAN e BELLEMAIN, 2016, p. 36)

Urge observar o desenvolvimento de engenharias prolongadas na França envolvendo uma quantidade representativa de estudantes, um grupo considerável (multidisciplinar) de pesquisadores e professores demarcando, assim, uma identidade ímpar para a pesquisa desenvolvida no campo da Didática da Matemática (DM). Como já mencionamos, ao passar do tempo, vários especialistas (MARGOLINAS, 2005; PERRIN-GLORIAN, 2011) insistem sobre uma discussão dos próprios fundamentos assumidos há décadas e que, por intermédio de um processo endógeno de aperfeiçoamento necessário e de especialização, pode ser observado no interior de qualquer campo científico investigativo (ALVES e ALVES DIAS, 2017; ALVES e CATARINO, 2017; ALVES, 2016; 2018d).

Dessa forma, diante da constatação de um pensamento científico evolutivo no interior da (DM) acentuamos a necessidade de uma discussão e a consideração sobre os próprios processos de aprendizagem situada do professor de Matemática no trabalho, sobre uma apreciação pormenorizada dos itinerários de desenvolvimento de tarefas cotidianas, quer sejam no plano da sala de aula, no plano do posto de trabalho (*poste de travail*) e, por fim, no plano de um sistema de ensino e de sua profissionalização (ALVES, 2018a; 2018b; 2019; 2020).

A partir de um ponto de vista afetado pelo argumento anterior declaramos, no presente trabalho, uma discussão expressiva sobre os fundamentos da Didática Profissional (DP) (*Didactique Professionnelles*) que possui um marco evolutivo decorrente dos estudos da Psicologia Ergonômica, dos estudos da Psicologia do Trabalho da vertente francesa e, ainda,

dos estudos visando a aprendizagem e a formação de adultos, com marco histórico identificado ao final dos anos 80 e meados dos anos 90. Como buscaremos objetivar, nas seções vindouras, a (DP) proporcionará vislumbrarmos o papel do trabalhador e, de modo particular, do professor (de Matemática), a partir de um forte entorno teórico cognitivista e que concede uma perspectiva *sui generis* para objetivar os modelos (e os esquemas de ação) de aprendizagem do trabalhador, mediante a execução de tarefas/atividades laborais exigidas no interior de situações profissionais fundamentais (para o respectivo *métier*). (MAYEN, 2012).

Isso posto, com um escopo de maior precisão para o desenvolvimento das demais seções, iniciaremos, agora, a indicação de alguns pressupostos iniciais assumidos pela (DP), mediante a descrição de sua identidade como um campo de investigação e pesquisa. Logo em seguida, abordaremos alguns elementos que podem concorrer para um trato sistemático e para a pesquisa necessária em torno da noção de competência profissional, com forte teor de interesse manifesto pela (DP), inclusive a partir do funcionamento e a determinação dos conceitos pragmáticos.

Dessa forma, assinalaremos uma preocupação semelhante de teóricos da (DM) e da (DP), com o escopo de explicar o papel da noção de “situação profissional” e o processo de competência profissional como uma capacidade plástica e adaptativa diante de um conjunto de situações profissionais fundamentais (no trabalho) e que concorrem para a consubstanciação, pela primeira vez na literatura, do termo que denominaremos por Situação Didática Profissional (SDP), bem como a noção de obstáculos profissionais, a noção de transposição profissional, a noção de contágio profissional e do contrato profissional ou contrato de ensino.

Por fim, indicaremos, de forma preliminar, um itinerário necessário para a discussão teórica do uso, em caráter de complementaridade teórica, dos pressupostos da (DP) e da (DM), mediante o desenvolvimento de Engenharias de Formação (de 2ª geração) no Brasil.

Didática Profissional (DP): origem e alguns pressupostos

Pastré (1999) acentuou que o problema da competência profissional envolve uma discussão multidisciplinar que, a despeito da existência de vários tipos de abordagens ou expedientes de análise desenvolvidos por vários especialistas (psicólogos do trabalho, sociólogos, didatas, economistas, etc), podemos identificar três níveis representativos. O primeiro nível envolve compreender as modificações e as transformações que afetam o trabalho e as novas competências exigidas. O segundo nível, envolve o campo social e político e, por fim, o terceiro nível, diz respeito ao desenvolvimento cognitivo pessoal do trabalhador, isto é,

como se constroem, se combinam e se reconstroem as competências (habilidades laborais) de um trabalhador, ao longo de sua trajetória de vida no trabalho. No excerto abaixo, apesar de extenso, se mostra imprescindível para que possamos compreender o entorno teórico que afetou a corrente francesa de estudos da (DP). Nesse sentido, Pastré, Mayen e Vergnaud (2006) explicam:

La didactique professionnelle est née au confluent d'un champ de pratiques, la formation des adultes, et de trois courants théoriques, la psychologie du développement, l'ergonomie cognitive et la didactique. On peut dire qu'elle a pris corps autour de trois orientations. Première orientation: l'analyse des apprentissages ne peut pas être séparée de l'analyse de l'activité des acteurs. Si on prend au sérieux une perspective de développement, il faut reconnaître une continuité profonde entre agir et apprendre de et dans son activité. D'où, deuxième orientation, si on veut pouvoir analyser la formation des compétences professionnelles, il faut aller les observer d'abord, non pas dans les écoles, mais sur les lieux de travail. Enfin, troisième orientation, pour comprendre comment s'articulent activité et apprentissage dans un contexte de travail, il vaut la peine de mobiliser la théorie de la conceptualisation dans l'action, qui, issue de Piaget et reprise par Vergnaud, utilisant les concepts de schème et d'invariant opératoire, permet de comprendre comment peut se développer une intelligence de l'action. Ajoutons que la didactique professionnelle se veut pleinement une didactique, c'est-à-dire une étude des processus de transmission et d'appropriation des connaissances en ce qu'elles ont de spécifique par rapports aux contenus à apprendre. Simplement, elle se centre beaucoup plus sur l'activité que sur les savoirs. (PASTRÉ, MAYEN e VERGNAUD, 2006, p. 165)

Pastré, Mayen e Vergnaud (2006) comentam que, no início dos anos 90, um grupo de especialistas franceses, originados de um campo de prática na formação de adultos e o desenvolvimento de Engenharias de Formação (EF) se constitui para a criação da (DP). Inicialmente, a partir dos três campos ou orientações de interesse para a (DP), podemos compreender e ainda identificar a influência dos fundamentos da Psicologia Ergonômica, proporcionando uma fina apreciação e distinção entre “tarefa prescrita” e “atividade”. Por sua vez, Pastré, Mayen e Vergnaud (2006) assinalam ainda a influência da Ergonomia da língua francesa e, por fim, alguns elementos da Psicologia Russa do Trabalho.

Pastré (2002) explica que em sua primeira etapa de desenvolvimento, a formação profissional contínua foi colocada em evidência no campo da (DP) e, do ponto de vista prático e teórico, se observou a introdução e o emprego expressivo na França de uma abrangente de

Engenharia de Formação (EF) ou Engenharia Pedagógica (EP), ao decurso dos anos 60 (BOTERF, 1999; HERBRARD, 2011; LECLERCQ, 2002).

Nesse contexto, a Psicologia do trabalho certamente trouxe para a (DP) um conjunto de técnicas e métodos em análise do trabalho, mas, ainda, proporcionou uma apreciação da dimensão cognitiva das atividades profissionais. E, visando uma compreensão das principais fontes de influência, recordamos os trabalhos clássicos de Faverge (1955), Leplat (1985, 2003; 2004; 2006; 2008) e Savoyant (1979). Pastré (2002; 2007b. 2017) explica que, historicamente, esse grupo de especialistas proporcionou uma perspectiva preliminar e diferenciada para a interpretação do binômio tarefa-atividade, mediante um viés qualitativo da atividade.

A corrente da conceptualização da ação se constitui, também, como um outro aporte teórico representativo para a (DP). Nesse caso, o ponto de partida foi constituído pela interpretação do binômio situação-atividade, com origem no pensamento de Vergnaud (1985), como uma espécie de prolongamento natural do pensamento piagetiano a respeito da conceptualização da ação. No trecho seguinte, Pastré (2002) explica a incorporação do pensamento de Vergnaud (1985) ao campo de pressupostos considerados pela (DP), a partir da constatação de que determinadas noções oriundas da Psicologia do Trabalho requeriam outras interpretações atinentes ao fenômeno do desenvolvimento profissional.

Ici nous quittons l'analyse du travail pour revenir à la psychologie du développement, la particularité de Vergnaud étant de lier ensemble approche développementale et analyse didactique. Je peux dire que mon propre travail théorique en didactique professionnelle a été de chercher à savoir si le cadre théorique développé par Vergnaud pouvait s'appliquer à l'analyse des situations de travail, en vue d'expliquer comment se construisent et se développent les compétences professionnelles. Ce cadre théorique s'est construit autour des concepts de schème et d'invariant opératoire, concepts empruntés à Piaget, mais réinterprétés dans le cadre d'une théorie des situations. Au fond, les apports de la psychologie du travail que j'ai mentionnés avaient le mérite d'insister sur la dimension cognitive du travail, mais sans préciser suffisamment en quoi consistait cette cognition. (PASTRÉ, 2002, p. 11)

Pastré, Mayen e Vergnaud (2006) acrescentam uma perspectiva adotada que envolveu uma espécie de “viés de complementaridade”, diante da adoção de três orientações e que representam os autênticos interesses investigativos para a (DP), como podemos ver a seguir:

En résumé, la psychologie ergonomique a constitué un appui considérable pour la didactique professionnelle: d'une part elle a fourni des méthodes pour mettre en place une analyse du travail orientée «

formation et développement des compétences professionnelles ». D'autre part, en mettant l'accent sur l'importance de la conceptualisation dans l'activité de travail, elle a permis d'établir un point avec la principale source théorique de la didactique professionnelle: la psychologie du développement, notamment le courant de la conceptualisation dans l'action. (PASTRÉ, MAYEN e VERGNAUD, 2006).

Não obstante, para que possamos compreender a constituição do campo de estudos da (DP) que, como mencionamos anteriormente, ocorreu na França no início dos anos 90, urge considerarmos um cenário de influência das mudanças na Europa das relações de trabalho pós-guerra (HEBRARD, 2011). De fato, durante este emblemático momento histórico, divisamos uma perspectiva *tayloriana* sobre o trabalho, evidenciando-se pela noção de competência e que se resumia à capacidade de execução prescrita de tarefas, sobretudo, com uma atenção maior endereçada para o sujeito (trabalhador) individual (SAVOYANT, 1996). Mas, diante de um processo de evolução e automatização das ações, o caráter coletivo do trabalho se mostrou em evidência, com a migração gradual do individual para o coletivo, o que marcou os interesses de estudos psicossociais. (SAVOYANT, 1974, p. 220) e correspondente, um viés acentuadamente qualitativo para sua análise.

Pastré (2004, p. 215) assinala que, durante o período da crise da organização do trabalho, na perspectiva *tayloriana*, a noção de competência profissional alargueceu progressivamente seu próprio significado, diante de um cenário de crescente complexidade dos processos requeridos no campo do trabalho (SAVOYANT, 1974, p. 219). Mediante um movimento de mudanças, “outras formas inusitadas de trabalho colocam os operadores diante da tarefa de resolução de problemas” (PASTRÉ, 2004, p. 215). Observou-se uma mudança gradativa de foco no individual para o coletivo, no trabalho, com preocupação substancial com os processos fundamentais de transmissão, de veiculação estratégica das informações e da organização em grupo (SAVOYANT, 1974, p. 221).

Pastré (2004) acentua uma mudança de perspectiva e compreensão das relações laborais, na medida em que se passa a considerar um viés qualitativo de aplicação estratégica de procedimentos multidimensionais visando a resolução e o exame de problemas complexos, erráticos e não triviais no trabalho, como constatamos logo abaixo:

Et par voie de conséquence, une crise de la prescription du travail: quand on a affaire à un environnement dynamique, l'application des procédures ne suffit plus comme guide de l'activité. Il faut que les

opérateurs soient capables de faire à tout moment un diagnostic de la situation, qui devient un élément central de la compétence. D'autres formes de travail mettent les opérateurs en situation de résolution de problèmes. Ce qui est intéressant, c'est que les problèmes à résoudre comportent des dimensions multiples; il faut alors trouver entre ces dimensions un compromis acceptable. On est dans ce qu'on pourrait appeler une intelligence stratégique de la situation, où il ne s'agit plus de trouver où est l'erreur, ou le dysfonctionnement, mais où il s'agit de construire une solution qui tienne compte des différentes dimensions du problème. (PASTRÉ, 2004, p. 4).

A (DP) proporciona objetivarmos o trabalho e o desenvolvimento profissional de um ponto de vista dialético, na medida em que não permite dissociarmos o conhecimento da ação e da situação (profissional). Desse modo, a corrente da conceptualização da ação, oriunda do pensamento de Piaget (1974), possibilitou a ampliação de uma perspectiva de análise, posto que “o conhecimento é fundamentalmente uma adaptação, a maneira pela qual os humanos são capazes de se ajustar ao seu meio” (PASTRÉ, 2011, p. 86). Por outro lado, a despeito de uma identidade teórica derivada de uma percepção aplicada de determinados fundamentos da Didática, urge uma demarcação e distinção, por exemplo, entre a (DP) e a Didática das Ciências (DC), esta última, por exemplo, originada e profundamente condicionada por um campo epistêmico disciplinar clássico (ALVES, 2017; 2019; 2020; JOSHUA e DUPIN, 1993). Nesse sentido, Pastré (2011) busca demarcar dois campos de interesse e de investigação específicos, quando observa a distinção dos interesses da (DP) e da (DC):

A l'inverse, le but premier de la didactique professionnelle fut de mettre en exergue la nécessité de faire une analyse du travail comme préalable à toute formation professionnelle, ce qui l'a amené à s'emparer des concepts et méthodes de la psychologie ergonomique. De la même manière, à son point de départ, la didactique professionnelle a tenu à marquer sa différence avec les didactiques des disciplines: celles-ci sont structurées autour de la transmission et de l'acquisition de savoirs. La didactique professionnelle se centre sur l'apprentissage d'activités. Or, on le verra, le fait de prendre comme objet non un savoir, mais une activité entraîne des conséquences importantes. (PASTRÉ, 2011, p. 84)

Pastré (2011) acentua um itinerário de aperfeiçoamento gradual do aparato teórico considerado nesse campo de estudos. De forma inicial, constatamos uma forte recorrência à corrente da Psicologia do Trabalho, segundo a corrente francesa de estudos e a vertente russa. Não obstante, tendo em vista determinados fatores limitantes concernentes ao método clínico

(CLOT e LEPLAT, 2004) recorrentemente empregado nos estudos ergonômicos (LEPLAT, 1985), registramos a seguinte mudança paulatina de interesse nos estudos da (DP).

Les premiers travaux de recherche de didactique professionnelle ont suivi scrupuleusement cette démarche: on cherchait à repérer les concepts organisateurs qui structurent la tâche, puis on regardait comment ces concepts étaient plus ou moins facilement et complètement mobilisés par les acteurs. Mais les limites de cette méthodologie sont peu à peu apparues. Le paradigme de Leplat est très bien adapté aux situations reposant sur une organisation taylorienne du travail: la tâche prescrite y est très détaillée et fournit un bon point de départ pour accéder à la tâche effective. (PASTRÉ, 2011, p. 86)

Decerto que a natureza dos dados produzidos por investigações desenvolvidas no continente europeu apresentou, ainda, uma outra variável indicadora de determinadas limitações. Com efeito, o próprio Pastré (2011) reconhece uma essência intrinsecamente complexa, derivada da necessidade de se compreender os mecanismos que ocorrem ao decurso (fluxo) de execução/realização de tarefas profissionais, posto que, as mesmas se mostram estruturadas recorrentemente por julgamentos, fatores circunstanciais e concepções pragmáticas que se aderem, organizam, corrigem e condicionam a atividade. Nesse sentido, Pastré (2011) constata os interesses da (DP) também endereçados aos fenômenos originados a partir de concepções pragmáticas (profissionais) e que adquiriu grande valor para a mesma.

Du coup, la démarche méthodologique est amenée à se complexifier: il faut certes toujours commencer par l'analyse de la tâche, mais celle-ci ne fournit guère qu'un squelette et est insui sante pour accéder de façon e à l'analyse de l'activité des agents. Pour cette dernière, on va chercher en didactique professionnelle à identifier, à côté des concepts qui structurent la tâche, des 'jugements pragmatiques', assez souvent implicites, qui permettent de comprendre comment les agents organisent leur activité. Autrement dit, la première démarche d'analyse du travail avait l'inconvénient d'être trop extrinsèque; la recherche et l'identification de jugements pragmatiques chez les acteurs permet d'accéder directement à l'organisation de l'activité, par conséquent de développer une analyse intrinsèque de l'activité. (PASTRÉ, 2011, p. 87)

Ademais, o exame minucioso das concepções pragmáticas que organizam a atividade pode ser compreendido a partir dos percursos evolutivos indicados por Tourmen (2014) proporcionando, assim, uma visão globalizante sobre todo um quadro evolutivo atual e de desenvolvimento da pesquisa europeia no âmbito da (DP), quando a mesma comenta:

En nous appuyant sur une revue de littérature en didactique professionnelle, nous montrerons qu'il existe aujourd'hui une évolution dans les usages de ce cadre en formation. Ainsi, nous dégagerons 1) l'existence d'un premier type d'usage de la didactique professionnelle, qui consiste à **utiliser l'analyse du travail pour construire la formation**, usage qui fut celui des fondateurs de l'approche. Puis, nous montrerons 2) l'émergence récente d'un second type d'usage qui consiste à **former par l'analyse du travail**. L'analyse du travail est en effet de plus en plus réalisée au cours de la formation (et non plus au préalable), ce qui nous amènera à revenir sur les origines et les implications de cette évolution. Nous montrerons enfin 3) que si ces usages peuvent faire craindre un éclatement du cadre théorique et méthodologique de la didactique professionnelle, ils trouvent au contraire leur unité dans la théorie des schèmes de Vergnaud (1996, 2001a), qui, en proposant quatre entrées pour concevoir et animer la formation, fournit un cadre pratique (et pas seulement théorique) au premier comme au second type d'usage de l'analyse du travail en formation. (TOURMEN, 2014, p. 12).

No bojo de interesse pela análise do trabalho, Pastré (2002, p. 12) explica que os conceitos pragmáticos (julgamentos pragmáticos) servem, principalmente, para a efetivação de um diagnóstico tácito das situações profissionais, tendo em vista à eficiência, sua organização e o cumprimento precípua de objetivos e metas definidas. Em tese, o que se vislumbra nessa condição, não se revela pelo componente epistêmico clássico (disciplinar) ou formal de saberes científicos e técnicos, mas, pelo seu viés pragmático. Pastré (2002, p. 13) esclarece que “um diagnóstico de uma situação não pode se contentar ao aproximativo e globalizante. É necessário selecionar o que se apresenta na situação como realmente pertinente”. Neste cenário caberá, pois, a distinção entre os profissionais noviços (aprendizes) e os profissionais experientes (*experts*). Os profissionais experientes extraem poucas e necessárias informações sobre a situação e, muito frequentemente, se atêm a determinados detalhes estrategicamente essenciais e mais relevantes (FISCHBEIN, 1987, p. 60) que podem se mostrar relativizados e/ou negligenciados pelo profissional noviço (aprendiz).

Por outro lado, registramos uma tradição dos estudos em Psicologia do Trabalho, com o emprego do Método Clínico (CLOT e LEPLAT, 2004) e a identificação de obstáculos e/ou barreiras inerentes ao desenvolvimento de atividades laborais. Por exemplo, abaixo podemos confirmar e constatar a descrição do que denominamos por “obstáculos profissionais” oriundos da necessidade de execução de atividades no ambiente de trabalho, atuantes como “*effets parasites*” (efeitos parasitas). Nesse sentido, Clot e Leplat (2004) advertem que:

L'activité conduit parfois à des effets non visés par le sujet: erreurs, incidents, accidents. Des effets non souhaités accompagnent aussi éventuellement des effets qui eux étaient bien visés. Ces effets parasites ont été souvent décrits en analyse du travail: par exemple, le conducteur a bien évité un obstacle, mais, ce faisant, il en a heurté un autre. La connaissance et l'analyse de ces effets indésirés sont particulièrement utiles pour l'analyse de l'activité quand ces effets ne sont pas seulement considérés sous l'angle négatif, mais comme des symptômes révélateurs des caractéristiques de l'activité. La méthode clinique a trouvé un champ privilégié d'application dans l'étude de ces effets non souhaités et les méthodes d'analyse du travail en offrent de nombreux exemples, même si ceux-ci ne font pas référence à la méthode clinique. (CLOT e LEPLAt, 2004, p. 298).

Do excerto acima, imediatamente, depreendemos um raciocínio comparativo e oriundo da noção de obstáculo epistemológico que, de modo *sui generis*, foi introduzido ao campo da (DM), a partir do ponto de vista propugnado por Brousseau (1986), mediante a noção de obstáculo epistemológico que, por sua vez foi derivado o pensamento de Bachelard (1934). Por outro lado, quando objetivamos a atividade profissional e, de modo particular, a atividade profissional do professor de Matemática, urge uma compreensão semelhante da noção de uma espécie de entrave inescapável e resiliente do que denominamos por “obstáculo profissional”, como uma condição ou uma barreira definidora, em muitos casos, da distinção social e denominação pragmática entre um profissional (professor) debutante e um profissional (professor) experiente (*expert*).

Não podemos desconsiderar uma tradição e a influência expressiva dos estudos desenvolvidos no campo da Psicologia francesa, nos meados dos anos 80. Não por coincidência, depreendemos que o pensamento de Brousseau (1986) se mostra largamente afetado por esses estudos em Psicologia (com origem piagetiana) quando, por exemplo, coloca e indica um papel importante para a noção de “situação” e/ou a “análise das situações e da atividade”, como método próprio em Psicologia e com o escopo de desenvolver um mecanismo preciso de coleta de dados. Nesse sentido, trazemos um fragmento do pensamento de Leplat (1983) que corrobora com nossa última ilação.

L'analyse des situations s'est vu accorder une grande place dans certains secteurs de la psychologie; ainsin en est-il en psychologie du travail avec l'analyse du travail et ainsi en est-il dans tous le domaine où le psychologue prend pour point de départ de ses analyses des situations de l'a vie courante, non conçues par lui. L'analyse de ces situations pose des problèmes à la fois théorique et méthodologiques. Théoriques:

puisque que la conception qu'on adopte pour l'activité orientera directement la démarche, suggérera les observables à recueillir et le type de mécanisme à mettre en lumière. Méthodologiques: pour définir le méthode propre à obtenir ces observables et à apporter toutes les informations utiles à l'élaboration du modèle de la situation. (LEPLAT, 1983, p. 50)

Cabe uma pequena digressão, no sentido de proporcionar uma depuração e clara distinção dos significados e terminologias recorrentemente mobilizadas até aqui. Tal expediente costuma ser indicado e respeitado no contexto da (DM), quando observamos a distinção entre saber (*savoir*) e conhecimento (*connaissance*), inclusive, seu emprego no cenário de investigação em Didática da Matemática (MARGOLINAS, 2014). Nesse sentido, Brousseau assinala a distinção entre o saber (*savoir*) como elemento constitutivo de um patrimônio cultural e, o conhecimento (*connaissance*) como um repertório construído e elaborado, de modo particular, por um grupo de sujeitos (estudantes). Semelhantemente, no campo da (DP) e, ainda, segundo a tradição da corrente do Trabalho francês, urge distinguir os termos: *activité, tâche, travail, emploi, poste de travail, métier, profession*. Segundo os estudos ergonômicos, a *activité* (atividade) se constitui como o trabalho ao decurso de sua realização e a sua duração, acompanhada irremediavelmente de sua execução efetiva, por intermédio do emprego de regras e a formação correspondente de uma representação mental derivada da ação ou atividade.

Mas, a tarefa (*tâche*) se constitui como “um conjunto de objetivos e procedimentos prescritos, diante de performances exigidas e da qualidade esperada” (TOURMEN, 2007, p. 516). Por outro lado, determinadas tarefas ou funções de trabalho são definidas e demarcadas pela própria estrutura hierárquica institucional escolar e, “alguns indivíduos são recrutados, diante de suas competências e qualificações” (TOURMEN, 2007, p. 517). Assim, a noção de *poste de travail* (posto de trabalho) possui uma função definida e situada, segundo os interesses organizacionais (institucionais) declarados no trabalho e que congrega ou reúne profissionais (ou professores), cujas funções são idênticas ou semelhantes, no que concerne ao conjunto de tarefas determinadas por uma instituição (de ensino).

Vejamos, agora, a noção de *métier* que se distingue da noção de *profession*, segundo a língua francesa. Com efeito, Tourmen (2007) comenta que a noção de *métier* “se mostra mais complexa, do que parece, à primeira vista” e, a despeito de seu uso corrente, se evidencia um entendimento persistentemente confuso sobre o mesmo. Alguns autores da corrente do trabalho definem a profissão (*profession*) como determinadas formas de organização histórica e social.

Assim, podemos divisar quatro elementos fundamentais: organização profissional, identidade profissional, evolução do trabalho e conjunto de saberes específicos.

Assim, o *métier* se origina, quando se observa pessoas, de um mesmo domínio de atuação, “que se reúnem para negociar a definição do papel, das tarefas, dos conhecimentos da prática, os conhecimentos especializados ao próprio posto devem desenvolver-se, com o objetivo de abandonar a polivalência indiferenciada” (TOURMEN, 2007, p. 518). Tourmen (2007, p. 519) esclarece um princípio básico para a identificação do *métier*, na medida em que “a partir do momento em que os atores ocupam certos postos de trabalho e se reagrupam para definir e defender, debater e estabilizar os conhecimentos da prática (*savoir-faire*) específica, reivindicando uma progressão ou identidade distinguida, podemos falar de *métier*”. Sendo assim, quando falamos sobre a noção de *métier*, consideramos um sentido de uma estabilização e demarcação social imprescindível de uma esfera de práticas laborais ou um cenário das atividades profissionais especializadas, reunindo um grupo de profissionais.

Finalmente, chegamos ao termo “*profession*”. Tourmen (2007) assinala que “uma abordagem sociológica norte-americana das profissões, originada em 1940 e vinculada à legislação americana distingue uma organização e associação profissional e instaura a distinção entre os termos *profession* e *métier (occupation)*”. Assim, é mister que “a profissão seja socialmente necessária, e seu membros sigam um código deontológico, respeitado pelo grupo” (TOURMEN, 2007, p. 519). A partir desse entendimento, registramos a existência de uma espécie de “contrato profissional” (no caso do professor, contrato de ensino), geralmente não explícito, e que possui a função de agrupar, legitimar e regular os indivíduos de um mesmo posto de trabalho, bem como, uma função de engendrar uma identidade (do ofício).

Para finalizar a presente seção, cabe registrar o interesse de Pastré (2002) no sentido de justificar a necessidade da adoção de não apenas os quadros de referência da Psicologia do Trabalho da vertente francesa e, adotar, paulatinamente, o quadro teórico desenvolvido por Vergnaud (2007). Nesse sentido, Pastré (2002) assinala o caráter de imprescindibilidade de explicar como se desenvolvem e se constroem as competências profissionais, por intermédio de um entendimento da atividade de adaptação do sujeito. Apesar de que a dimensão cognitiva do trabalho se mostra um objeto de investigação imprescindível para a Psicologia do Trabalho, entretanto, notamos que “a mesma não precise, de forma clara, em que consiste tal cognição” (PASTRÉ, 2002, p. 11)).

Constataremos, nas seções subsequentes, que a cognição para Vergnaud se transforma na conceptualização na ação, com forte herança piagetiana. E, assim, a (DP) considera uma ideia relativamente prosaica: para a análise das competências, se torna necessário analisar o caráter de eficácia das ações e suas formas de organização, mediante a identificação de entidades ontológicas organizacionais (esquemas cognitivos e invariantes operatórios) da ação do sujeito em atividade laboral. Por conseguinte, “analisar as competências se torna uma análise da organização da ação” (PASTRÉ, 2002, p. 11), diante da identificação de elementos que correspondem pela sua invariância, ajuste e pela sua regularidade. Com origem nessa perspectiva, logo em seguida, abordaremos duas noções centrais para a (DP), a saber: a noção de competência profissional e o papel das concepções pragmáticas.

Didática Profissional (DP): sobre a noção de competência profissional e os conceitos pragmáticos

Na seção anterior abordamos, não de modo exaustivo, alguns conceitos e um itinerário constitutivo, histórico e evolutivo para a (DP). Doravante, buscaremos constituir um percurso capaz de auxiliar a compreensão da emblemática noção de competência profissional e, a partir disto, ensinaremos a apresentar um conjunto de elementos característicos e vinculados com a noção de competência profissional do professor de Matemática. Nossa preocupação se respalda pelo fato de que, nos estudos da (DM), podemos registrar uma crítica endereçada precisamente ao componente teórico pouco preciso e/ou desenvolvido e indiferenciado em torno do papel e da atividade do professor (MARGOLINAS, 2004).

Por outro lado, Pastré, Mayen e Vergnaud (2006) manifestam seu interesse pelo desenvolvimento profissional dos adultos e, acrescentam a contribuição e o avanço expressivo proveniente de alguns especialistas franceses da (DM) (Brousseau, Douady, Chevallard, etc), como divisamos abaixo no trecho.

Les adultes se développent au cours de leur expérience professionnelle, et au cours des formations initiales et continues qu'ils reçoivent. Il est naturel de se tourner vers les deux grands psychologues du développement que sont Piaget et Vygotski, pour puiser dans leur travail les inspirations susceptibles de nourrir le cadre théorique et méthodologique de la didactique professionnelle. Il se trouve que tous deux ont mis en avant les idées d'activité et de conceptualisation, qui sont justement essentielles pour la didactique professionnelle. Cela n'est pas suffisant, et il faut faire appel en même temps à d'autres auteurs, comme Bachelard en philosophie des sciences et comme Brousseau,

Douady ou Chevallard, en didactique des mathématiques. (PASTRÉ, MAYEN e VERGNAUD, 2006)

Pastré (2004) explica um movimento dialético entre os fenômenos que concorrem para a aprendizagem de conhecimentos e, progressivamente, a automatização das ações de um indivíduo (trabalhador ou professor), a evolução dos sistemas (e esquemas cognitivos) e o ajuste ergonômico próprio do indivíduo que concorre para revelar a sua capacidade (nem sempre consciente) e a sua competência profissional, como observamos abaixo.

Mais une fois l'apprentissage effectué, la compétence n'a plus besoin de l'activité de la conscience, sauf quand survient un imprévu. Là encore on ne peut pas comprendre ce qu'est une compétence en dehors de son rapport au corps propre. Ainsi, contrairement aux connaissances, dont on peut penser qu'elles s'accompagnent toujours de conscience quand elles sont évoquées, les compétences peuvent être mobilisées soit de façon consciente, soit le plus souvent de façon non consciente, sous forme de compétences incorporées. Ce mouvement d'automatisation des compétences après apprentissage est d'une grande importance pratique, car il permet de déplacer la vigilance du sujet vers des niveaux supérieurs de l'activité, plus complexes et plus intégrés. (PASTRÉ, 2004, p. 7)

A adoção de fortes pressupostos derivados da teoria da conceptualização da ação, com origem histórica no pensamento de Vergnaud (2001; 2007a; 2007b), revela a evidente atenção dedicada por Pastré (2004) para as noções de “situação”, “tarefa”, “atividade”, “representações mentais”, “esquemas cognitivos”, como princípios reguladores e adaptativos para a atividade. Assumimos, pois, a perspectiva de Vergnaud (2007), no sentido de interpretar as representações mentais como um conjunto de esquemas, com função precípua de organizar e orientar a ação e a capacidade de simulação do real. De modo afetado pela teoria de Vergnaud, Pastré (2002) manifesta o seguinte ponto de vista à respeito da noção de campo profissional:

On retrouve là le couple situation-activité tel qu'on l'a analysé chez Vergnaud: il faut identifier les dimensions caractéristiques de la situation dans sa spécificité pour comprendre comment les sujets organisent leur action, par une conceptualisation plus ou moins profonde. Ainsi on pourrait dire que les concepts pragmatiques sont présents de deux manières: ils sont présents dans la situation, non pas à titre de concepts, mais à titre de dimensions pertinentes du réel, qu'il s'avère indispensable de prendre en compte pour avoir une action efficace. Ils sont présents dans la représentation des acteurs (quand ceux-ci ont opéré une conceptualisation adéquate) comme principes d'organisation de l'action efficace. Un concept pragmatique devient ainsi

représentatif d'un champ professionnel, mais aussi d'un type de stratégie qu'un acteur est capable de mobiliser. (PASTRÉ, 2002, p. 13).

Cabe observar que Vergnaud (2007) confirma alguns argumentos explicitados por Pastré (2002). Logo em seguida, Vergnaud (2007) revela o real teor e a natureza da noção de competência profissional. Sua descrição se apresenta irremediavelmente vinculada e condicionada pela noção de capacidade plástica adaptativa do indivíduo (trabalhador ou professor), diante de um conjunto de situações (profissionais) características e fundamentais para o exercício efetivo de um determinado *métier* e que conferem, de modo irremediável, um componente pragmático atinente à noção de “competência profissional em situação”.

Le concept de compétence n'est pas pour moi un concept scientifique, c'est un concept pragmatique, pratique, qui sert et dont je me sers constamment car je fais partie d'une communauté humaine dans laquelle on a besoin de communiquer, y compris avec des termes non systématiquement savants. Je vais tout de même parler des concepts savants, comme les schèmes, les invariants opératoires, les concepts-en-acte, les théorèmes-en-acte, car, pour des formateurs d'enseignants, ce sont des concepts essentiels. J'ai besoin, si je veux être opérationnel, de regarder les compétences en situation et en particulier dans des classes de situations. En effet, on n'est pas compétent pour une situation singulière, mais, en général pour des situations qui appartiennent à une certaine classe, qui ont certaines caractéristiques. On a besoin d'analyser l'activité dans ses rapports avec les caractéristiques des situations. (VERGNAUD, 2007, p. 1).

Pastré (2011), por sua vez, acrescenta um viés de relativização, em consonância com a capacidade profissional, a depender do caso de um profissional (*expert*) experiente e um outro profissional (iniciante) inexperiente no *métier* (o novíço). Nesse sentido, Pastré (2011) apresenta um ponto de vista de relativização do problema e diferentes níveis de sua manifestação, quando declara e confere a importância da complexidade dos problemas, ao mencionar que:

La complexité d'un problème est indépendante du niveau de compétence atteint par l'acteur: elle vaut aussi bien pour un expert que pour un novice. La difficulté du problème est relative au sujet qui le rencontre: ce qui n'est plus un problème pour un professionnel peut être un problème d'une grande difficulté pour un novice (PASTRÉ, 2011, p. 91)

Como indicamos há pouco, o papel imprescindível do funcionamento dos conceitos pragmáticos permeia um forte componente das relações laborais estabelecidas entre os sujeitos. No caso da Psicologia do Trabalho, podemos extrair várias repercussões para viuslumbrarmos

a atividade e a competência do professor de Matemática. De fato, no excerto que segue, podemos registrar um conjunto de regras deontológicas, partilhadas pelos sujeitos (trabalhadores) que coabitam um determinado posto de trabalho (*poste de travail*). Observamos, entretanto, que existe um componente cognitivo capaz de explicar o reconhecimento de uma espécie de “contrato profissional” que, embora não disposto de forma oficial ou normativa, por intermédio de textos normativos ou diretivas, tais regras (implícitas) concorrem para a orientação e um princípio de estabilidade, de identidade e se constitui como um fator da competência profissional. Nesse caso, eventualmente, objetivado e compartilhado para todo um grupo e que confere sua identidade como um “gênero profissional” (*genre professionnelle*). Tal noção recebe a atenção de Clot e Leplat (2005), como apreciamos a seguir.

Les groupes de travail vivent et travaillent mieux lorsque existent des règles non écrites, non prescrites par l'organisation mais conçues par les acteurs, négociées entre eux et, selon les cas, avec les hiérarchies. Ce travail de réorganisation du travail par le collectif constitue une ressource psychologique majeure pour les opérateurs qui peuvent agir ainsi sur l'organisation officielle du travail. [...] En un sens c'est là « le métier qui parle », si l'on entend par métier non pas seulement les compétences techniques du sujet mais le « répondant » collectif qui se porte garant de l'activité individuelle. C'est ce dont le concept de genre professionnel vise à rendre compte: les manières de prendre les choses et les gens stabilisés au moins temporairement dans un milieu de travail donné. (CLOT e LEPLAT, 2005, p. 305 - 306)

Cabe registrar que “o conhecimento é considerado, certamente, como um objeto de conhecimento para o psicólogo cognitivo que investiga suas representações, mas, também como construção, através do processo de conceituação da própria atividade do sujeito” (MUNOZ, 2007, p. 40). Por conseguinte, qualquer análise ou pretensão de avaliação da competência profissional não poderá ser apartada do entendimento do intrínseco processo de elaboração de representações mentais do sujeito, quer se trate de uma criança ou de um adulto. Ademais, o caráter dinâmico das representações mentais preserva sua essência fortemente derivada e condicionada pela ação e, em nosso caso de interesse, pela execução de tarefas profissionais. (LEPLAT, 2002; OLRYS, 2009; 2012), não obstante, por vezes, a mesma pode ser afetada pelo estilo e funcionamento lacônico dos *experts* (PASTRÉ, 2001, p. 6).

Por conseguinte, além de relativizarmos o caráter peculiar de “problemas parasitas” e recorrentes em qualquer atividade especializada, não podemos perder de vista o caráter objetivado e identificável da ação e atividade desenvolvida, uma vez que “a ação é sempre a

primeira. O conhecimento não se apresenta ou se manifesta por saber dizer ou escrever algum texto, o mesmo se configura por agir e, em situação” (VERGNAUD, 2007, p. 3).

No trecho que segue trazemos um exemplo clássico discutido por Perrin-Glorian (1993). O evento evidenciado diz respeito a uma situação fundamental típica e que coloca em destaque a capacidade profissional e, portanto, a competência do professor de Matemática em regular os elementos oriundos da avaliação e a evolução das aprendizagens de sua classe. Registramos dois critérios para a avaliação do sucesso do professor, na medida em que Perrin-Glorian (1993) aponta um plano institucional (avaliação oficial) e, um segundo critério situado e circunstanciado pelo andamento dos trabalhos no interior da sala de aula, consubstanciando, dessa forma, um índice qualitativo ou parâmetro de perceptual de sua competência.

La pression du côté de la réussite à court terme vient aussi bien des élèves et des parents que des collègues et semble plus forte au collègue qu'à l'école élémentaire. Un minimum de réussite des élèves est nécessaire au professeur pour le fonctionnement de sa classe. C'est aussi le principal moyen de valorisation du professeur lui-même. La réussite du professeur peut s'évaluer selon deux critères: - d'une part, le succès des élèves aux examens ou aux contrôles, notamment s'ils sont communs à plusieurs classes du même niveau (évaluation officielle). C'est d'ailleurs aussi ce qu'attendent les élèves et les parents d'élèves, - d'autre part, la bonne marche de la classe, l'ambiance propice au travail, avec des élèves intéressés et qui prennent du "plaisir à faire des mathématiques. Un indice en est la participation des élèves. (PERRIN-GLORIAN, 1993, p. 25)

Indiscutivelmente, os elementos apontados acima por Perrin-Glorian (1993) que concorrem para um julgamento ou avaliação positiva do professor ultrapassam os limites de uma apreciação técnica ou do repertório de saberes científicos (disciplinares) disponíveis para um professor (de Matemática). Nesse sentido, reforçamos que “o conceito de competência é um conceito pragmático que nos permite comunicar, mesmo destituído de critérios de cientificidade, e que não nos permite um aprofundamento em detalhes do ponto de vista da análise da atividade”. (VERGNAUD, 2007, p. 4). Vergnaud (2007) acentua um cenário indiferenciado de manifestação da noção de competência, quando esclarece que:

Mais le maître, comme l'enfant, développe ses compétences dans toute une série de registres: l'interaction avec autrui, la séduction, le défi, la communication et le langage. Ce n'est pas parce qu'on crée une situation de proportionnalité jugée opportune pour des élèves de quatrième qu'ils vont apprendre la proportionnalité seulement. Ils vont apprendre beaucoup d'autres choses. (VERGNAUD, 2007, p. 5)

A partir de um modelo metafórico de automatização do trabalho, podemos compreender que, atualmente, a eficiência ou competência do professor se origina de uma capacidade, cada vez mais tácita e substancial de agir e reagir aos incidentes não previstos e situações (problemas) escolares inéditas. Por conseguinte, podemos adquirir um entendimento de que ser competente significa e se constitui por uma capacidade de gerenciar, cada vez mais, situações reconhecidamente complexas, situações erráticas e não triviais, todavia, recorrentes e invariantes no plano de um sistema escolar (ou instituição) e, de modo particularmente importante, no interior da sala de aula de Matemática. Por conseguinte, como explica Pastré (1999, p. 111), “a aplicação de bons procedimentos não se mostra suficiente e se torna premente saber adaptar os procedimentos aos comportamentos que se manifestam fora do normal”.

Na seção seguinte buscaremos confirmar que a noção de situação profissional adquire valor distinguido para a (DP), todavia, vislumbrada como um cenário destituído de um interesse sistemático e observação (controle) da aprendizagem do indivíduo, a partir de um saber científico específico, como costumamos a verificar na (DM).

A partir deste cenário, poderemos delinear, um pouco mais adiante, determinados elementos que podem repercutir/convergir para a noção que nominamos por Situação Didática Profissional (SDP) que, como temos definido em nossos trabalhos (ALVES, 2018d, 2018e; 2018f; 2019; 2020), poderá ser descrita, de modo mnemônico, pela equação característica $SDP=UT+DP$. Nessa equação característica definidora, uma Situação Didática Profissional (SDP) é consubstanciada como referência de uma determinada Unidade de Trabalho (UT)¹ e a Didática Profissional (DP) corresponde a adoção e a impregnação dos fundamentos e dos pressupostos visando a demarcação epistêmica e/ou pragmática necessária para o seu controle em investigação e pesquisa.

Didática Profissional (DP) e a noção de situação (didática) profissional

“Um conceito pragmático é característico de uma situação profissional [...] e específico a uma determinada classe de situações bastante limitadas” (PASTRÉ, 2002, p. 13). Com origem nesse pressuposto fundamental e em outras ilações, podemos depreender um lugar privilegiado

¹ Podemos exemplificar algumas unidades de trabalho na atividade do professor: (i) expediente de elaboração de provas; (ii) situações envolvendo a interação com os pais de estudantes; (iii) momento de comunicar a aprovação e reprovação de indivíduos; (iv) cumprimento de atividades da burocracia escolar; (v) realização de atendimentos individuais aos estudantes menos desenvolvidos, etc.

e um raciocínio semelhante ao expediente de Brousseau (1986) ao caso da noção de situação didática. No contexto da (DP), se delineia um pensamento semelhante, na medida em que constatamos uma estrutura conceptual nuclear, intrinsecamente vinculada a um conjunto de situações profissionais características, como apreciamos em seguida.

Pour chaque classe de situations professionnelles, il existe une structure conceptuelle, qu'on peut dégager par l'analyse cognitive de la tâche et qui est en quelque sorte le socle invariant qui va servir à organiser l'action efficace du sujet. Autrement dit, quand on veut analyser le travail d'un point de vue cognitif, les invariants qu'on va chercher ne correspondent plus à ce qu'on trouve chez Piaget avec le développement de l'enfant. Ce ne sont plus des invariants portant sur les propriétés des objets, comme les conservations piagésiennes, dont l'acquisition permet aux enfants de se construire une représentation du monde, qui correspond à une sorte de physique concrète (un objet possède une certaine masse, un poids, un volume, etc.). (PASTRÉ, 2004, p. 6).

Por outro lado, com o escopo de não desenvolvermos um ponto de vista restritivo sobre o contexto educacional francês de reformas educacionais, observamos as explicações de Altet (2010) a respeito do funcionamento e dos interesses dos Instituto Universitários de Formação de Mestres (*Institut Universitaire de Formation des Maîtres - IUFM*) e dos Institutos de Pesquisa e Ensino de Matemática (*Instituts de recherche sur l'enseignement des mathématiques – IREM*) que, de modo recorrente, constatamos sua menção nos trabalhos da (DM) originados na França nos anos 80 e 90 (ARTIGUE, 1995, DOUADY, 1995, 1987), entretanto, com origem em um ponto de vista restrito ao caso da Matemática. Por sua vez, Prost (1999) discute um período de reformas na França, em um período histórico de 1960 e 1990. Menciona que a situação no início dos anos 60 preservou o dualismo do século XIX, com uma formação organizada pelas escolas normais (*écoles normales*) e condicionando, progressivamente, uma formação de professores abreviada (encurtada).

Um pouco mais adiante, Prost (1999, p. 21) comenta que mudanças políticas provocaram modificações no âmbito da formação de professores em amplo cenário educacional. Paulatinamente, “a pesquisa se desenvolveu nas Ciências da Educação, como vemos no caso da didática de determinadas disciplinas, notadamente em Matemática, graças aos IREM’s”. (PROST, 1999, p. 22). Não obstante, não podemos negligenciar um contexto ampliado de reformas que incidiram em um campo ampliado definidor do ofício e do trabalho do professor no sistema de ensino francês. Abaixo, divisamos uma preocupação dialética constante

envolvendo os elementos de ordem teórica e de ordem prática como alicerce basilar para a formação geral de professores franceses estimulado pelos IREM's.

Avec la mise en place des IUFM (Institut Universitaire de Formation des Maîtres) en France en 1991, il s'est agi de repenser la formation dans le cadre du courant international de la professionnalisation, en particulier a partir de la création de nouveaux liens entre théorie et pratique. En France le terme de professionnalisation des enseignants, de l'activité enseignante, de la formation des enseignants, apparaît bien avec la création des IUFM, dans le rapport fondateur de D. Bancel (1989) qui définit la formation comme une élaboration conjointe de connaissances théoriques et pratiques des enseignants. (ALTET, 2010, p. 118)

Os elementos apontados acima inerentes às preocupações com o caráter de profissionalização de professores, de aperfeiçoamento das atividades do ensino (conhecimentos teóricos e práticos) de disciplinas clássicas e específicas e que não podem ser objetivados por intermédio de um expediente que desconsidera o papel fundamental do funcionamento de uma “situação profissional” e que adquiriu um tratamento e perspectiva distinguida, por exemplo, a partir da teoria da conceptualização da ação.

Atualmente, Mayen (2012) preserva e produz um maior aprofundamento para a discussão em torno de situações profissionais (SP), isto é, situações típicas e recorrentes em determinado ofício (*métier*), entretanto, desprovidas de um caráter sistemático de observação, controle e entendimento dos processos engendrados para a aprendizagem do próprio trabalhador. Nesse sentido, podemos constatar um interesse relativamente atual da pesquisa em (DP), endereçada ao cenário e interesse da formação profissional, todavia, não condicionada ou estruturada por um viés disciplinar clássico, como costumamos constatar no campo da investigação em (DM) (ALVES, 2018e; 2018f; 2019; 2020). Adotando um ponto de vista originado no pensamento de Mayen (2012), podemos fazer referência a uma situação didática (prática) visando a constituição de conhecimentos (*connaissance*) originados da prática. Nesse sentido, o mesmo esclarece:

En didactique professionnelle, la notion de situation est d'abord définie comme fin: les situations, notamment professionnelles, sont a/ ce à quoi des professionnels ou futurs professionnels ont affaire, b/ ce avec quoi ils ont à faire (trouver le moyen de réaliser des tâches, de résoudre des difficultés de toutes natures...) au sens où ils doivent s'en accommoder et s'y accommoder. (Mayen, 2012, p. 62).

No contexto da (DP), a análise do trabalho proporciona reconstituir os conhecimentos mobilizados ou elaborados em uma situação profissional (SP), todavia, não com uma sistemática necessária para sua apreciação e coleta de dados visando a pesquisa. Ademais, o interesse pelos conhecimentos que circulam, que se renovam e, bem como, outros conhecimentos profissionais que são colocados em desuso (se tornam obsoletos) ainda requerem uma maior síntese imprescindível de aprofundamento e pesquisa. Outrossim, de que modo podemos objetivar, de forma sistemática, o potencial de determinadas situações profissionais e, sobretudo, a transmissão profissional ou transposição sistemática (e pragmática) envolvendo, por ventura, os profissionais inexperientes e os mais experientes (*experts*) em situação?

Nesse sentido, propugnamos uma noção *transposição profissional* que, diferentemente da transposição didática (CHEVALLARD, 1991), que considera um movimento dialético clássico entre o saber científico (*savoir savant*) e o conhecimento matemático (*savoir enseigné*), desde o *locus* acadêmico até o contexto escolar, inclusive, o saber morto (*savoir mort*). Nesse caso, consideraremos apenas os modelos de transmissão de conhecimentos originados na prática profissional (campo pragmático) e do exercício do ofício, com forte componente pragmático, circunstancial e não necessariamente epistêmico (disciplinar).

Podemos objetivar e compreender a noção ou um fenômeno de *transposição profissional* quando um professor inexperiente recebe um conjunto de tarefas indicadas/prescritas por um outro professor experiente (ou funcionário de uma instituição) e que envolvem, por exemplo, um processo de familiarização com os documentos oficiais prescritores, documentos normativos² e prescritores da atividade escolar, no caso de transposição profissional, objetivamos os fenômenos de transmissão de conhecimentos intrínsecos para o desenvolvimento de uma atividade profissional envolvendo, por exemplo, profissionais (professores) noviços e profissionais (professores) mais experientes.

De modo substancial, a “transposição profissional” ocorrerá em um cenário circunstanciado de situações típicas e fundamentais de trabalho ou, como chamamos até aqui,

² “Os documentos normativos possuem um grande papel no trabalho, em todos os níveis, elementares e complexos, técnicos e organizacionais, de execução e concepção, da produção e da seguridade” (Leplat, 2004, p. 197). A necessidade de um documento normativo envolve, pelo menos em parte, um direcionamento de um conjunto de competências que atribui aos futuros utilizadores, bem como, suas necessidades e exigências. Se um profissional é julgado suficientemente competente para executar determinada tarefa, diante de todas as condições, sobretudo, condições adversas, então, os documentos normativos não se mostram de forma essencial e, apenas, uma função administrativa ou secundária.

situações profissionais (SP), todavia, destituídas de uma visão de modelização teórica e interesse sistemático na formação do próprio professor e compreensão da aprendizagem. Enquanto que o binômio de relações identificado na transposição didática (CHEVALLARD, 1991) se constitui como professor – estudante, no caso de uma transposição profissional, assinalamos o (s) binômio (s) característicos e possíveis: “professor – professor (es)” ou “professor – instituição”.

Mayen (2012) alerta sobre os seguintes aspectos atinentes a uma situação de trabalho e que, recorrentemente, são negligenciados no contexto de formação profissional inicial.

Penser les situations de travail a partir des perspectives ergonomiques et psychologiques permet de conserver une position a partir de laquelle la formation n'est pas inféodée aux exigences des situations professionnelles et à leurs exigences. L'analyse du travail pour la formation débouche dans bien des cas sur la mise en évidence des raisons pour lesquelles ce qui arrive dans cette situation ne relève pas (et parfois surtout pas) d'une perspective de formation. Comprendre suffisamment de choses aux situations de travail pour pouvoir parvenir à une telle conclusion constitue une raison déjà suffisante pour nous intéresser aux situations professionnelles. (MAYEN, 2012, p. 62).

Apesar da natureza intrínseca do trabalho, Mayen (2012, 62) enfatiza, como atividade condicionada a uma situação social imposta, decorrente de exigências e demandas. Aqui, encontramos a semelhança, por exemplo, com as situações escolares comuns, respeitando as especificidades de cada uma, podendo também estar sujeitas a certos obstáculos indicados no ensino da Ciências e Matemática, o que confirma a exigência constante de sua superação necessária, como a indicação *sine qua non* de um processo virtuoso de aprendizagem.

No caso anterior, segundo Mayen (2012), assumimos a noção de obstáculos aplicados ao campo das situações profissionais e, portanto, o distinguimos da noção de situação didática profissional (SDP), pois uma (SDP) é definida por um conjunto de interações envolvendo o aprendiz (profissional), o formador (de professores) e o conhecimento pragmático condicionado por uma unidade de trabalho (UT), ou seja, por uma situação característica e particular, recorrente e invariável, de uma atividade profissional.

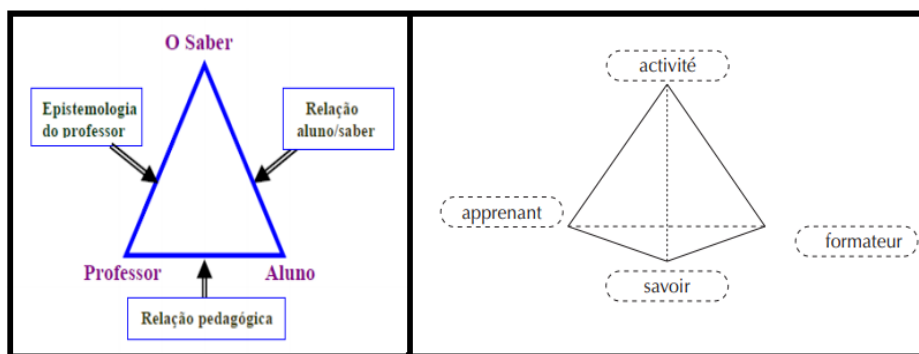


Figura 1. Triângulo clássico da Didática da Matemática (Brousseau, 1986) e, ao lado direito, o tetraedro que indica os elementos considerados nas relações investigadas pela DP (Baudouin, 1999).

Na figura acima, buscamos comparar o modelo pedagógico de análise inaugurada por Brousseau (1986a; 1986b), com atenção expressiva dedicada para a atividade do estudante. Por outro lado, quando assumimos os pressupostos da (DP), consideramos uma perspectiva concorde com Baudouin (1999) que insere uma figura tridimensional com o escopo de descrever novas relações emergentes. Na figura tetraédrica (3D), passamos a considerar os elementos constituintes de uma (SDP): atividade – saber – aprendente – formador.

Para nós, uma (SDP) possui uma função de capacitar o profissional (o professor) de se prevenir, antever certos entraves, diante de situações profissionais (problemas complexos) que concorrem para o mal funcionamento do sistema (escolar) ou do próprio posto de trabalho (e da sala de aula), como podemos constatar nas palavras de Pastré (2011).

Considérons maintenant les problèmes complexes. Un acteur, avec un modèle opératoire très pertinent, entre en scène, cherche à obtenir une réponse à la situation présente désorganisée, quand il trouve une contradiction entre la réponse qui attend et celle qui observe. C'est généralement le cas lorsque l'acteur est confronté à une nouvelle classe de situations, par exemple un problème totalement nouveau, pour lequel son modèle opérationnel, pertinent pour les situations rencontrées dans le passé, est inadéquat pour le cas présent. Une telle occasion se présente comme très intéressante pour l'apprentissage. Le modèle opératoire de l'acteur n'est pas du tout disqualifié. Il est toujours valable de traiter de la classe des situations habituelles. Mais la situation exige d'agir, de se réorganiser pour pouvoir intégrer une nouvelle situation. On peut appeler cette extension du modèle opératoire de l'acteur, ce qui représente un approfondissement. (Pastré, 2011, p. 90)

Mayen (2012), por sua vez, explicita a necessidade da modelização de situações visando a construção de conhecimentos originados da atividade profissional, como divisamos:

Nous pouvons aborder la notion de situation professionnelle en relation avec les savoirs. En didactique professionnelle, la formation ne part pas des savoirs scientifiques ou techniques, ni des procédures ou méthodes constituées, mais des situations professionnelles. Cette idée part du constat selon lequel une situation professionnelle – et c’est encore une voie pour avancer dans notre définition, n’est pas une situation disciplinaire, ni pluri ou multidisciplinaire. Elle est une unité à part entière, et l’activité n’y est ni application de procédures, de méthodes ou de techniques, ni application de savoirs. Une situation professionnelle n’est pas non plus une occurrence pratique d’un modèle théorique ni encore, une situation didactique (pratique) pour construire des savoirs. (Mayen, 2012, p. 66).

Aqui, cabe um expediente comparativo envolvendo a noção de situação profissional (SP) ou uma situação didática profissional (SDP), a partir de um expediente comparativo entre uma noção clássica derivada da (DM). No cenário de demarcação de noções clássicas e fundamentais para a (DM), podemos registrar uma compreensão ou ponto de vista fortemente condicionado pelo campo epistêmico disciplinar (pelo saber científico matemático), como observamos na definição de “situação didática” fornecida por Brousseau (1986b).

La situation didactique est formée seulement de celles de ces relations qui sont spécifiques du « SAVOIR » visé et bien entendu de celles qui permettent de les définir. Il faut entendre par spécifiques les caractères et relations de ces deux sous-systèmes qui changeraient si le savoir visé changeait ou qui, étant changés, modifieraient le savoir acquis. (BROUSSEAU, 1986b. p. 54).

Brousseau (1986b) acentua o papel dos dois subsistemas (sistema educativo e o sistema de ensino). Esses dois sub-sistemas, conforme Brousseau, são vinculados e ligados a partir de condicionantes e relações recíprocas: “a situação didática propriamente dita” (BROUSSEAU, 1996b, p. 54). E, um pouco mais adiante, o mesmo acrescenta que “essa visão é bem diferente do ponto de vista usual de modelagem da situação sob a forma de uma situação de comunicação, sendo o transmissor o mestre, sendo o receptor o aluno e a mensagem sendo conhecimento” (BROUSSEAU, 1986b, p. 54). Constatamos aqui o modelo do trinômio clássico (ver figura 1, lado esquerdo) visando explicar os fenômenos derivados de uma situação didática. Por outro lado, recordamos a seguinte definição:

A situação didática, como parte essencial da situação didática, é uma situação na qual a intenção de ensinar não é revelada ao aprendiz, mas foi imaginada, planejada e construída pelo

professor para proporcionar a este as condições favoráveis para a apropriação do novo saber que deseja ensinar. (ALMOULOU, 2007, p. 33).

A definição de “situação adidática” proporciona um princípio de modelização teórica comparativa imediata, na medida em que objetivamos um conjunto de situações profissionais, antevistas e exigidas por determinada instituição escolar e prescritas por um posto de trabalho, todavia, desprovida de um interesse, de *per si*, pela própria apreciação sistemática da capacidade de aprendizagem de um trabalhador (o professor). Parafraseando Almouloud (2007), em uma (SP), não se identifica a intenção de ensinar (comunicar) ao professor um “dicionário de normas e/ou tarefas” que precisam ser realizadas/executadas, a fim de garantir a estabilidade de funcionamento dos subsistemas escolares, bem como a estabilidade das relações funcionais dispostos em seus vários postos de trabalho. Por outro lado, quando passamos a tomar como referência o modelo tridimensional tetraédrico que vislumbramos na figura 1 (lado direito), iremos nos referir aos elementos básicos constituintes de uma (SDP). Nesse caso, uma preocupação explícita sobre o funcionamento dos esquemas (cognitivos) reguladores e ajuste da atividade e aprendizagem do professor de Matemática em situação são objetivados.

Concernentemente à aprendizagem do professor e que retrata nosso interesse, Pastré (2007, p. 83) comenta que a aprendizagem é uma atividade “que não consiste apenas em acumular conhecimentos e saberes, mas em configurar e reconfigurar os recursos cognitivos e, assim, transformar sua própria atividade para tornar melhor adaptada ao contexto e às situações”. Tal perspectiva, quando considerada a partir de um conhecimento disciplinar *standard*, como no caso o saber matemático, se coaduna ao entendimento de Pastré (2002), observando-se que, na teoria da conceptualização da ação endereçada ao caso da Matemática, ocorreu uma identificação clara do objeto matemático e em torno do qual se organiza e se antevê um conjunto de situações didáticas ou adidáticas. Pastré (2002) enaltece um movimento de análise completa na (DP), com a adoção do ponto de vista de Vergnaud, como depreendemos do trecho seguinte.

Mais Vergnaud, avec sa théorie des champs conceptuels, fournit le chaînon manquant pour adapter le cadre théorique de la conceptualisation dans l'action à la didactique professionnelle: une méthode pour analyser une classe de situations en identifiant les concepts à mobiliser pour résoudre les problèmes présents dans cette classe. (PASTRÉ, 2002, p. 12).

Finalizamos a seção atual propugnando uma categorização e distinção entre: situação profissional (SP) e a nova noção introduzida agora e que denominamos por (SDP). Logo em seguida, buscaremos desenvolver o exame de determinados elementos que possuem um potencial de repercutir na pesquisa voltada para a compreensão da atividade do professor de matemática e detém um potencial organizacional para o desenvolvimento de pesquisa sistemática, visando o contexto de uma Engenharia Didática de Formação (EDF) (PERRINGLIORIAN, 2011; TEMPIER, 2013) de repercussão no cenário brasileiro, mediante apenas a compreensão de determinados fenômenos (TEMPIER, 2013, p. 186).

Didática Profissional (DP) e a repercussão para a pesquisa em torno da atividade e competência do professor de Matemática

Com origem nas seções anteriores e diante da indicação de alguns dos pressupostos da (DP) assinalados, divisamos o seguinte questionamento: Quais contribuições a Didática Profissional (DP) pode proporcionar para a pesquisa em torno da prática dos professores de Matemática e o entendimento do processo evolutivo de sua competência profissional? Que quadros teóricos permitem perspectivar um aparato teórico conceptual e fenomenotecnológico, a fim de uma demarcação científica para área e pesquisa?

De modo preliminar, recordamos que Pastré (2007, p. 82) assume como hipótese de que, para toda atividade (laboral) profissional, inclusive a atividade do professor, divisamos a proficuidade da combinação ou um núcleo conceitual de “invariância” e de “variabilidade”. Ademais, uma segunda hipótese importante assumida por Pastré (2007) diz respeito ao fato de que, o núcleo constitutivo da organização da ação (da atividade) é de caráter essencialmente conceptual. Por conseguinte, perspectivamos os indícios da constituição de uma identidade profissional e de uma competência profissional, na medida em um repertório de conhecimentos acumulados e constituídos pelo professor de Matemática configuram a invariância de suas ações, além de uma capacidade plástica e tácita de resposta diante de novos problemas que ocorrem no plano da sala de aula, no plano do posto de trabalho ou no interior de uma determinada instituição escolar ou agência governamental.

A categorização fornecida por Pastré (2007) indica uma clara relevância para os fenômenos de conceptualização das ações, quando declara que:

Nous supposons que le noyau central de cette organisation est de nature conceptuelle. Mais là il faut ajouter deux précisions: on parle de conceptualisation, et non pas de concepts ou

de savoirs. On reste donc dans une approche centrée sur l'activité, avec l'idée que l'organisateur principal de l'activité réside dans un couplage entre un sujet et une situation. Le sujet retient de la situation les dimensions qui vont orienter son action: c'est en ce sens qu'il conceptualise la situation. Par ailleurs, il s'agit bien du noyau central de l'organisation de l'activité, ce qui n'exclut pas l'existence d'autres organisateurs, notamment d'origine psychosociale. (PASTRÉ, 2007, p. 82)

Por conseguinte, se constitui um elemento fundamental para a pesquisa considerar, como elementos modelizadores, o binômio sujeito-atividade. A compreensão dos elementos organizadores de sua atividade devem receber maior atenção. De modo recorrente e cada vez com maior ênfase, Pastré (2007) assinala e se apoia em distinções clássicas inseridas no campo da (DM) a partir do pensamento de Brousseau (1986). Logo em seguida, divisamos dois processos basilares para a (DP), nominados por de “epistemização” e “pragmatização”. Tais processos requerem um trato pormenorizado, visando uma repercussão adequada para a pesquisa. Pastré (2007) incorpora, de forma clara, vários fundamentos indicados por Brousseau (1998), quando observa que:

Je reprends ici une distinction utilisée par des didacticiens (Brousseau, 1998): le savoir est un ensemble d'énoncés portant sur un domaine, énoncés non contradictoires et reconnus valides par une communauté scientifique ou professionnelle; le savoir a une dimension objective. Les connaissances représentent toutes les ressources cognitives, d'ordre scientifique, empirique, etc., dont dispose un sujet: elles ont une dimension subjective. (PASTRÉ, 2007, p. 82)

Assim como Brousseau (1986) ou Vergnaud (1988), com forte impregnação do campo de estudos em Psicologia e influência piagetiana, os fenômenos decorrentes da aprendizagem são revelados com origem da atividade do estudante em situação. E, por intermédio de um modelo semelhante, ou, um princípio de complementaridade envolvendo a (DP) e a (DM) (ALVES, 2018e; 2018f; 2019; 2020) que encetamos aqui, os fenômenos decorrentes da aprendizagem do professor de Matemática são decorrentes de sua atividade, de sua execução de tarefas, que correspondem a três planos específicos que se inserem em seu campo profissional, a saber: plano da sala de aula, plano do posto de trabalho e no plano da sua instituição escolar, inserida em um sistema educativo. Pastré (2007) proporciona uma compreensão pormemorizada da atividade de conceptualização específica do professor, quando observa adiante que:

L'apprentissage est une activité de conceptualisation. Mais ici il faut bien faire la différence entre concept et conceptualisation. La conceptualisation est une activité; c'est certes une activité particulière, car elle est presque entièrement interne et invisible. Elle ne s'exprime que par son résultat: savoir résoudre des problèmes et savoir justifier le résultat obtenu. C'est ce côté interne de la conceptualisation qui rend tellement difficile l'analyse de l'activité enseignante. Car l'activité d'un enseignant a pour but de transformer une autre activité (celle des élèves), c'est-à-dire la manière dont les élèves conceptualisent une situation, manière qui n'est accessible que par indices. Le concept est le résultat final de cette activité de conceptualisation et on peut penser qu'il conserve toujours la trace du processus qui a permis de le construire. Donc en toute rigueur de termes, un concept ne se transmet pas, il est construit par un sujet. On peut transmettre des représentations, des savoirs; on ne peut pas transmettre des concepts: les concepts ne peuvent être que le résultat d'une activité de conceptualisation. Ce fut l'intuition de Piaget: la dimension constructiviste de l'apprentissage. (PASTRÉ, 2007, p. 84)

Propugnamos que a pesquisa em torno da atividade do professor de Matemática não pode prescindir de um “dicionário básico” a respeito da noção de competência profissional, mesmo que de ordem preliminarmente reducionista e que confere um viés preliminar de insuficiência, tendo em vista a ampla natureza intrínseca da noção de competência. Nesse sentido, empregamos o pensamento de Vergnaud (2001), ao explicar que “vou começar com várias definições complementares da habilidade e tentar convencê-lo de que a competência não é um conceito suficiente, mas que exige ao contrário dos desenvolvimentos importantes do lado da análise de atividade e processos cognitivos” (VERGNAUD, 2001, p. 2). E, em nosso caso de interesse, iremos modificar/alterar a proposta preliminar de Vergnaud (2001) e consideraremos, de modo hipotético, dois professores de Matemática A e B e, correspondentemente aos mesmos, descreveremos a noção de competência. Vejamos, de imediato, um conjunto de quatro definições (adaptadas) fornecidas a seguir.

Definição 1: O professor A é mais competente do que B se o mesmo consegue executar tarefas que B não sabe. A é mais competente do que B, em um certo tempo 't', se o mesmo consegue realizar a mesma tarefa em um tempo 't' e que B não consegue.

Definição 2: O sujeito A é mais competente do que o sujeito B, se o mesmo consegue realizar de uma forma melhor. A “melhor” comparação assume critérios adicionais: velocidade, confiabilidade, economia, elegância, compatibilidade com a forma como os outros operam, etc ... (Vergnaud, 2012, p. 288).

Definição 3: O professor A é mais competente do que o professor B se o mesmo dispõe de um repertório de recursos mais ampliados do que B. De modo geral, para lidar com uma situação, A possui vários métodos (estratégias), enquanto B não os possui.

Definição 4: O professor A é mais competente do que o professor B se A e B, diante da mesma situação, o professor A é menos despreparado do que o professor B.

“O desenvolvimento das competências, ao decurso da formação inicial, a experiência e a formação contínua é um problema da sociedade, e não apenas um problema da didática” (VERGNAUD, 2001, p. 1). Dessa forma, a discussão de modo pormenorizada, sobretudo com o viés que buscamos encetar em nossa proposta e discussão, para o caso específico do professor de Matemática, adquire um caráter de relevância e imprescindibilidade.

Por outro lado, assumimos posição concorde com G. Vergnaud quando declara que “o desenvolvimento das competências é um viés essencial para a Educação e para o Trabalho. É necessário um quadro de desenvolvimento para refletir sobre tal questão e organizar metodologias para a pesquisa” (VERGNAUD, 2001, p. 1). Ademais, apesar de ter adquirido uma posição singular dentro da teoria dos Campos Conceituais e no contexto da teoria da Conceptualização da ação que buscamos significar, com interesse aplicado ao caso do professor, resgataremos uma última definição importante em sua teoria, que repercute para uma interpretação essencialmente cognitivista para a noção de competência profissional.

Definição 5: Um esquema é uma forma invariante de organização de atividade do sujeito para uma classe de situações determinadas. (VERGNAUD, 2007, p. 7).

A definição 5 requer uma maior reflexão, na medida em que, constatamos uma mudança de perspectiva e de tratamento para a noção de esquema (e invariante operatório) no interior da (DP), a partir das explicações de Pastré, Mayen e Vergnaud (2006), como constatamos a seguir.

L'idée de totalité dynamique fonctionnelle exprime bien ce que Piaget a pu concevoir il y a trois quarts de siècle; mais l'idée d'organisation invariante de l'activité pour une classe de situations et l'analyse en quatre composantes sont sensiblement plus précises et plus rigoureuses. C'est l'organisation de l'activité qui est invariante, et non l'activité elle-même; le schème s'adresse à une classe de situations, non pas à une situation singulière; il a justement une fonction adaptative, ce n'est pas un stéréotype. Si la connaissance est adaptation, il faut apprécier que ce qui s'adapte ce sont des schèmes et qu'ils s'adaptent à des situations; le couple schème/situation est donc le couple théorique fondamental pour penser l'apprentissage et l'expérience. Il n'y a pas de schème sans situation, mais pas non plus de situation sans schème, puisque c'est le

schème qui identifie une situation comme faisant partie d'une certaine classe. (PASTRÉ, MAYEN e VERGNAUD, 2006, p. 153).

Assim, a partir de um componente e substrato essencialmente cognitivista, a competência do professor assim compreendida, “leva-nos a ter interesse na própria atividade, e não apenas ao seu resultado. A experiência e aprendizado são adaptações. O conhecimento é adaptação, já nos disse Piaget, e ele especificou: assimilação e acomodação” (VERGNAUD, 2001, p. 4). Nesse sentido, Pastré (2002, p. 11) assume a perspectiva de que, para a análise minuciosa das competências profissionais, precisamos considerar sua invariância e sua faceta de regularidade e, mais ainda, “a flexibilidade e capacidade de adaptação às circunstâncias” (PASTRÉ, 2002, p. 11). Dessa forma, a noção de competência profissional não poderá ser perspectiva apenas por um viés isolacionista ou estanque de um indivíduo (como vemos nas definições 1, 2, 3, 4) e, sim, como uma noção e/ou fator circunstanciado, não dependente apenas de um campo epistêmico disciplinar e não significativamente discutido pela (DM). Vergnaud (2007), por exemplo, produz um exemplo que costumamos negligenciar a respeito da simbolização, linguagem e da conceptualização necessária em Matemática, quando menciona:

Les aspects langagiers et symboliques sont certes importants dans les mathématiques, mais c'est une erreur récurrente que d'identifier les mathématiques à un langage et de confondre ainsi conceptualisation et symbolisation. Les mots sont importants, mais il faut aller chercher au-delà des mots et des observables, ce qui fait la différence entre une manière de faire et une autre, même si le sujet n'a pas toujours les mots pour le dire. On peut se tromper facilement. Dans un travail collectif, par exemple, les gens ne s'interrogent pas toujours sur les mots les plus efficaces pour communiquer avec autrui. Existente aussi des formes implicites de communication, sans qu'on soit obligé d'explicitement les conceptualisations sous-jacentes. (VERGNAUD, 2007, p. 4).

Ocorre o mesmo processo de conceptualização envolvendo a comunicação entre os principais sujeitos do entorno (professores do mesmo posto de trabalho), diante de execução de tarefas e atividades profissionais. Deprendemos, a partir do pensamento anterior, que aspectos corriqueiros, envolvendo o uso da linguagem profissional (do *métier*), tanto podem encerrar um significado de encapsulação de esquemas cognitivos e podem ser percebidos na atividade (matemática), bem como, uma outra instância do mesmo fenômeno, quando objetivamos aspectos corriqueiros, envolvendo o uso da linguagem e/ou de um repertório ou jargão

profissional (do *métier*) circunstanciados e endereçados ao campo das atividades profissionais e modelos cognitivos, em ambos os cenários, responsáveis pela otimização das atividades.

Do ponto de vista do segundo caso, da atividade no trabalho e os princípios de otimização e regulação, entram em cena os princípios da Ergonomia Cognitiva, que podem fornecer um ponto de vista diferenciado para a compreensão da atividade do professor de Matemática. Dessa forma, uma análise das situações dinâmicas e os conhecimentos tácitos profissionais mobilizados em situação de trabalho adquirem um valor fundamental (ALVES, 2017; 2019; 2020). Aqui, a competência consiste em articular (com velocidade, confiabilidade, economia, elegância) os conhecimentos do resultado às suas próprias ações e, como também, aos próprios conhecimentos internos e necessários ao sistema escolar brasileiro.

De fato, os sistemas de controle escolar são eminentemente complexos e, a depender de um repertório de experiências anteriores do professor, se mostra impossível controlar sua ampla totalidade em um campo ou posto de trabalho. A Ergonomia Cognitiva se interessa, por exemplo, por um conjunto de conhecimentos aplicados e estratégias eficazes que não podem apenas repousar sobre um conjunto de regulações retroativas no sistema, mas, também, a capacidade de reação e da fina percepção de um desequilíbrio e tácita correção necessária na atividade do trabalhador e, de modo particular, a capacidade de reação do professor em situação.

Por seu turno, Pastré (1999) indica alguns postulados que permitem compreender o nível de significação da noção de competência profissional. O primeiro postulado diz respeito a caráter de homogeneidade das situações de trabalho que, no caso do professor de Matemática, podemos interpretar que o sistema escolar brasileiro considera um posto de trabalho em uma determinada unidade escolar semelhante ou idêntico ao mesmo posto de trabalho em qualquer outra unidade escolar. Tal identificação permite forte ligação e avaliação por intermédio de noção de competência e a qualificação (reconhecimento social da competência). Por outro lado, os conhecimentos são organizados segundo um *corpus* de conhecimentos, coerentes e estruturados e, de modo particular, constatamos as mesmas características organizacionais e estruturais dos saberes matemáticos científicos (*le savoir scientifique*).

Não obstante, como esclarece Pastré (1999, p. 113), “se torna necessário para cada *métier* extrairmos um *corpus* estável de capacidades, que podem superar situações imprevistas e a evolução do trabalho”. De modo semelhante, no caso do professor de Matemática, correspondentemente a um *corpus* de conhecimentos definidos, indicados por documentos

normativos e fontesv oficiais se mostra necessário um conjunto de capacidades e habilidades profissionais socialmente reconhecidas e compartilhadas por um grupo de profissionais (professores) de um mesmo posto de trabalho e reconhecido socialmente pela relevância social da atividade que executa no sistema escolar brasileiro.

Observamos que "em qualquer trabalho, ainda mais em trabalho complexo, há vários perigos que não correspondem a uma resposta pronta" (Leplat, 2006: 9). Assim, assumindo uma posição de acordo com Leplat (2006), vislumbramos o surgimento de obstáculos profissionais nos três planos de análise separados da atividade e ação do professor de Matemática (plano da sala de aula, plano do posto de trabalho e no plano da instituição escolar). A ação do professor, portanto, responde a um objetivo e, de maneira indiscutível, entendemos diferentes objetivos em termos de atividades, no local de trabalho e no plano mais geral da profissão. Por exemplo, registre "que um professor em formação é assim levado a entender que um gesto profissional é, em si mesmo, portador de valores, é parte dos fins da escola e, como tal, deve ser trabalhado e questionado não apenas como um gesto técnico, mas como um gesto significativo "(VINATIER & PASTRÉ, 2007, 106).

Assim, a noção de gesto profissional envolve algumas ambiguidades e valores sociais, conforme Leplat (2013). Para o autor, tais gestos possuem uma determinada relevância, tendo em vista que "podem ser compreendidos como gestos próprios a uma atividade relevante do domínio profissional" (LEPLAT, 2013, p. 16). Um gesto profissional pode se constituir como um indicativo de uma nova competência presumida, todavia, não constitui seu conteúdo essencial. De fato, podemos deparar um gesto profissional observável destituído de uma competência presumida correspondente a um professor de Matemática, bem como, uma suposta competência significada por intermédio de gestos diversos ou pouco difusos do mesmo. Em qualquer circunstância, devemos reconhecer seu caráter de multifuncionalidade e suas repercussões para a análise da coordenação das ações que, de forma especial, constitui um interesse para a (DP) (MAYEN e METRAL, 2008; MAYEN e GAGNEUR, 2017).

No contexto da (DP), temos a possibilidade de levar em consideração vários elementos desconsiderados da teoria piagetiana. No caso da Matemática, por exemplo, poderíamos recordar que "o gesto é o melhor protótipo do conceito de esquema. Eu argumento que o pensamento é um gesto, especialmente o pensamento matemático. Nós precisamos nos beneficiar desta metáfora ousada" (VERGNAUD, 2007, p. 5). Por outro lado, deparamos um

interesse semelhante ao de Vergnaud quando consultamos, por exemplo, os trabalhos de Leplat (2013), ao discutir o componente pragmático do uso de gestos (ou metáforas) no trabalho. Tendo em vista seu intento de delimitar o campo e o objeto de estudo, Leplat (2013, p. 3) explica que “para fornecer uma definição precisa na presente investigação, propomos a definição seguinte: um gesto é um movimento humano ao qual é atribuído uma significação”. De imediato, segundo sua definição, compreendemos que a significação de um “gesto” dependerá de quadro de referência e, a incorporação de sua análise em pesquisa concorre, também, para o desvelamento dos fenômenos da aprendizagem profissional do professor de Matemática.

Antes de finalizar, acentuamos um ponto de vista clássico originado dos estudos Fauverge (1952) e a análise do trabalho, sob a adoção do Método clínico visando a observação e coleta de dados. Nesse sentido, Clot e Leplat (2005, p. 295) recordam que Fauverge preconizava o uso de uma combinação de testes preestabelecidos, visando a análise pormenorizada do trabalho. “O mesmo forneceu um exemplo de uma habilidade chamada de ‘*coup d’œil*’ e assinala que a mesma pode ser observada, em várias situações de trabalho e, cada vez, em um sentido diferente” (CLOT e LEPLAT, 2005, p. 295).

A mesma expressão (‘*coup d’œil*’) que proporciona uma qualidade perceptível da noção de competência profissional se revela, por exemplo, no pensamento de Sauriau (1881), em seu livro intitulado A teoria da invenção (*Théorie de l’invention*), publicado em 1881 e o mesmo autor descreve uma habilidade cognitiva denominado de “pensamento lateral” (*penser à côté*). De modo prosaico, tal habilidade cognitiva notada, de modo representativo, no professor de Matemática experiente capacita-no antever, por exemplo, que um argumento considerado resolutivo para uma situação problema poderá culminar em uma flagrante contradição ou, também, um comportamento não esperado do modelo matemático. De forma completamente semelhante, por intermédio do “pensamento lateral” ou o emprego de ‘*coup d’œil*’, ao decurso da atividade e execução de tarefas, o professor poderá antever determinados elementos indesejados ao funcionamento das atividades no sistema. Desta situação, decorrem gestos profissionais ou determinados jargões que devem transmitir aos estudantes a necessidade de substituição, rejeitar ou eliminar determinado argumento ou estratégia resolutive.

Diante do exemplo anterior e outros apontados, observamos a conveniência de resgatar uma crítica a respeito da teoria proposta por Piaget, justamente por desconsiderar, de modo

substancial, fatores intrinsecamente derivados da natureza intrinseca das situações e suas características. Nesse caso, Pastré (2002) acentua o seguinte entendimento critico.

Si la théorie opératoire en était restée là, il n'aurait pas été possible de s'en inspirer pour l'analyse du travail, sauf à chercher dans celle-ci des traces du stade atteint par un sujet adulte à un moment de son développement. Il manque en effet à la théorie piagétienne une prise en compte des situations et de leurs caractéristiques. Le modèle théorique piagétien reste enfermé dans sa dimension génétique, au sens où le développement est pensé comme un processus maturationnel interne. Il est très peu sensible au poids des situations, comme à l'importance des médiations effectuées par autrui. (PASTRÉ, 2002, p. 11 – 12).

Depreendemos, pois, uma preocupação semelhante, tanto da (DM) e pela (DP), do primado originado da consideração das características das situações, tanto de aprendizagem para o estudante, bem como de aprendizagem do próprio professor no interior de seu campo profissional. Com origem neste e em outros argumentos, na seção subsequente, apresentaremos ao leitor alguns elementos preliminares de uma proposta visando o uso de ambas as teorias em pesquisa que elege a necessária compreensão dos fenômenos que concorrem para o desenvolvimento profissional.

Uma perspectiva de complementaridade da (DM) e da (DP) visando o uso de uma Engenharia Didática de Formação (EDF)

Em nossos trabalhos temos acentuado uma perspectiva de complementaridade envolvendo o uso e visando a pesquisa balizada pelos pressupostos que desenvolvemos com a (DM) no Brasil. Como buscamos evidenciar nas seções predecessoras, o triangulo didático clássico propugnado por Broussau (1986a), cujos elementos são professor – estudante – saber (ver figura 1), diz respeito ao interesse de um conjunto de fenômenos fortemente condicionado pelo próprio campo epistêmico científico matemático. Por outro lado, com um ponto de vista afetado também pela (DP) descortinamos um conjunto de práticas e fenômenos eminentemente condicionados pelo campo pragmático das atividades e circunstanciadas pelo campo profissional.

Como mencionamos de modo *en passant* na introdução, um processo natural de refundação e rediscussão de determinados interesses para a (DM) ocorreu, na medida em que, paulatinamente, a atividade do professor foi considerada e rediscutido o seu papel para o

desenvolvimento de Engenharias Didáticas (ED)³ desenvolvidas na França e endereçadas ao campo da Matemática, como também em outras áreas. Perrin-Glorian (2004) indica uma mudança de perspectiva necessária visando, também, uma melhor compreensão do papel do professor e os determinantes/obstáculos em sala de aula.

Je voudrais quand même dire que la recherche en didactique doit prendre dans son champ d'étude la question de la formation des enseignants et, en amont, celle de l'étude du rôle de l'enseignant dans l'enseignement des mathématiques et des pratiques ordinaires des enseignants. Elle a commencé à le faire et les recherches dans ce domaine se développent beaucoup depuis une dizaine d'années. Dès la fin des années 80 et le début des années 90, les difficultés de transmission des ingénieries didactiques et les nécessités de la formation amènent les didacticiens à faire un peu plus de place à l'enseignant dans leurs objets d'étude, écartant la tentation première de se substituer à lui. L'objet d'une recherche scientifique est la production de connaissances et non la modification du système. Cependant, pour que les recherches en didactique soient utiles aux enseignants et à terme puissent avoir une influence sur la formation des enseignants, il faut d'abord mieux comprendre les déterminants de l'action de l'enseignant en classe. (PERRIN-GLORIAN, 2004, p. 74 – 75).

Por outro lado, diversos trabalhos de Pastré (2002) revelam a forte impregnação dos interesses da (DP) e um “fio condutor” que permite interpretar algumas noções clássicas da (DM) quando inseridas em um cenário epistêmico endereçado ao campo das atividades profissionais e, acrescentamos, as atividades do professor de Matemática, embora suas reflexões a respeito da (DM) ainda não provocaram um avanço teórico representativo.

Em nossos trabalhos temos acentuados a adoção em processos investigativos voltados para a formação e o desenvolvimento profissional do professor de Matemática (Alves, 2019, 2020). Nesse caso, propugnamos que os pressupostos de uma Engenharia Didática de Formação (EDF) (ou de segunda geração), como introduzida pela primeira vez por Perrin-Glorian (2011) requer uma maior atenção e sua adoção, de forma substancial, em território brasileiro, posto que, ainda distinguimos um cenário rarefeito e localizado de ações acadêmicas e a ausência da produção substancial de dissertações e/ou teses de doutorado desenvolvidas, com o amparo dos

³ Boterf (1985) assinalou uma cultura europeia fundamentada e relativizada com a abordagem do engenheiro. O mesmo foi o primeiro autor a empregar o termo engenharia educativa (*ingénierie éducative*), que se manifestou ao longo dos anos 60. Tais engenharias afirmaram uma preocupação metodológica em um contexto de formação geral e requerem uma distinção e da repercussão do desenvolvimento de engenharias didáticas endereçadas para a aprendizagem em Matemática e na (DM).

fundamentos de uma (EDF) (ALVES, 2018d). Não obstante, urge não assumir um ponto de vista ingênuo, dando conta do interesse hermético de se desenvolver pesquisas balizadas pela (EDF), segundo os moldes e um pensamento derivado de uma cultura claramente europeia e, antes de tudo, uma cultura francesa.

Perrin-Glorian (2010) assinala, logo em seguida, de modo preciso, os fenômenos originados das interações entre teoria-prática, aos conhecimentos originados pelas teorias, com forte teor de epistemização (*savoir théoriques*), enquanto que, os conhecimentos práticos (*savoir pratiques*) originados da prática e das atividades, também, com fortes componentes de pragmatização e condicionados pela realidade.

Je distingue ici les savoirs des connaissances qui sont liées à la personne et disparaissent avec elle, et qui sont, avec les compétences qui permettent de mobiliser ces connaissances à bon escient, des moyens d’agir, de prendre des décisions. Cela ne recouvre pas tout à fait la distinction entre théorie et pratique: il peut y avoir des savoirs pratiques, issus de l’expérience, qui n’ont pas nécessairement valeur générale et des savoirs théoriques peuvent être transformés en connaissances qui permettent de prendre des décisions pratiques. (Perrin-Glorian, 2010, p. 44).

Adotamos uma perspectiva de complementaridade, implicando as hipóteses de (DM) conjuntamente com a (DP), considerando que a (DM) fornece uma interpretação rica de fenômenos intimamente relacionados e condicionados pelo campo matemático epistêmico. E, também somos levados a considerar os interesses declarados pelo (DP) para fornecer uma análise teórica e psicológica do trabalho do professor, uma vez que leva em conta os processos de aprendizagem adquiridos e necessários para adultos e, em particular, dos professores de Matemática, a fim de gradualmente desenvolver suas habilidades profissionais, de incorporar modelos cognitivos de eficiência ao longo do tempo e que permitem revelar um viés perceptível de sua competência profissional.

Cabe observar como objetivo maior a validação teórica das situações provenientes de uma (ED), sua capacidade de produzir conhecimento matemático, a identificação de escolhas fundamentais para uma (ED), separando o que se mostra essencial do que se mostra vinculado a um contexto particular e que pode ser adaptado ou modificado. “Tal realização associada toma espaço em um lugar ou ambiente protegido e sob controle pelos pesquisadores, no caso de uma Engenharia Didática de Pesquisa” (ARTIGUE, 2015, p. 492).

Mas, para um segundo nível de uma (ED), se constata que “o objetivo é o estudo da adaptabilidade de situações validadas a partir de classes ordinárias com professores que não foram envolvidas na primeira fase” (ARTIGUE, 2015, p. 493), todavia, se podem acentuar o interesse imprescindível pela elucidação de conteúdos matemáticos e as organizações possíveis para tais conteúdos, agregado ao interesse de possíveis dificuldades dos estudantes para a aprendizagem de tais conteúdos (PERRIN-GLORIAN e BELLEMAIN, 2016, p. 38). Neste ponto, com origem em um pensamento de Perrin-Glorian e Bellemain (2016), se vislumbra um movimento dialético distinguido, na medida em que se revela um interesse pela negociação e a introdução de situações didáticas profissionais (SDP) aos professores e, no segundo nível, são tomados como objeto de estudo, acrescido do próprio impacto de uma (EDF) e suas consequências visando a formação desses profissionais e que pode ser compreendido por intermédio do esquema proposto por Tempier (2013, p. 187), segundo o modelo indicado:

pesquisa → engenharia → desenvolvimento → ensino .

Uma implicação imediata de interesse, para o caso de Engenharia Didática de Desenvolvimento ou Engenharia Didática de Formação (EDF) é que os constructos de uma (ED), de *per si*, se tornam um *corpus* de conhecimentos para os professores e a sua necessária disseminação entre demais profissionais do ensino, com o potencial de afetar e modificar determinados roteiros para uma transposição didática (CHEVALLARD, 1991) e, conseqüentemente, uma transposição profissional planejada e sistemática. (Alves, 2020).

Por outro lado, não podemos deixar de mencionar um aspecto ou circunstância pouco discutida no interior da (DM) e que, concernentemente aos estudos desenvolvidos em Psicologia do Trabalho, adquiriu maior atenção e trato sistemático investigativo. Para exemplificar, nos reportamos ao pensamento de Clot e Leplat (2004) quando alertam que a observação de um observador produz/estimula a produção de um conhecimento que não podemos ignorar/desprezar: “o desenvolvimento da observação originada da própria observação. Um dos efeitos mais desconhecidos da observação é precisamente os efeitos que ela provoca na atividade do observado”. (CLOT e LEPLAT, 2004, p. 302). Por conseguinte, para o *corpus* teórico constitutivo para o desenvolvimento de uma (EDF), a partir da hipótese de uso dos pressupostos da (DM) e da (DP), temos um cenário relativamente mais afeito e propenso para registrar as consequências da investigação sobre os próprios indivíduos investigados e, em nosso caso, dos professores de Matemática em formação inicial ou continuada (ALVES, 2019, 2020).

Para finalizar, na tabela 1 indicamos alguns elementos importantes para a nossa proposta inicial de complementaridade teórica e de uso em pesquisa da (DP) e da (DM), a partir de um *design* investigativo que visa o desenvolvimento de um itinerário de uma (EDF). Nela, apresentamos a descrição de algumas noções que podem consubstanciar um campo de aplicação da (DP) visando a produção ulterior de estudos com interesse na aprendizagem do professor de Matemática, no e a partir do seu próprio trabalho e os princípios reguladores de sua competência profissional. Decerto que não assumimos ou buscamos um estágio definitivo, todavia, introdutório e dialógico para a presente proposta teórica que ainda se insere em um cenário de vácuo, concernentemente ao desenvolvimento de pesquisas acadêmicas com tal matiz teórico em nosso país.

Ademais, cabe distinguirmos os quadros de referências costumeiramente consubstanciados no *locus* acadêmico, da tradição francesa, e que concorreram para confirmar uma identidade acadêmica e científica de modo distinto, tanto para a (DP) e para a (DM). No primeiro caso, não podemos negligenciar uma perspectiva de Engenharia Pedagógica ou Engenharia de Formação (EF) propalada na França e oriunda de um contexto de formação profissional contínua de adultos. Por outro lado, quando discriminamos a terminologia Engenharia Didática de 2º geração ou Engenharia Didática de Formação (EDF) objetivamos um quadro evolutivo de um *design* de investigação originado da (DM) e profundamente demarcado e condicionado pelo campo epistêmico disciplinar.

Com origem em um cenário europeu ampliado, Boterf (1999, p. 1) recorda que a noção de engenharia (*d'engineering*) ocorreu no começo deste século, antes da segunda Guerra Mundial, nos Estados Unidos, Alemanha e Grã-Bretanha. Na França, tal noção se mostrou mais representativa apenas após a segunda guerra. Ademais, “a noção de Engenharia de Formação surgiu na França ao decurso dos anos 60 e três fatores concorreram para tal contribuição: a demanda de países novamente independentes, a entrada de engenheiros no domínio de formação, a legislação sobre formação contínua” (BOTERF, 1999, p. 2). Por outro lado, Leclercq (2002) explica e distingue na Europa três vertentes de atividades: engenharia social (*l'ingénierie sociale*), engenharia de formação (*l'ingénierie de formation*) e engenharia pedagógica (*l'ingénierie pédagogique*). Dessa forma, urge uma compreensão ampliada sobre a noção de Engenharia disseminada, *a posteriori*, no campo da (DM) e que se consubstanciou como uma engenharia pedagógica (PARMENTIER, 2008), que evoluiu para uma engenharia de formação

ou de profissionalização (FERNAGU-OUDET, 2004) e adquiriu um itinerário marcadamente singular no território francês e não apenas restrito ao campo da Matemática. Leclercq (2002) apresenta um cenário explicativo na figura abaixo, dando conta de categorias de engenharia.

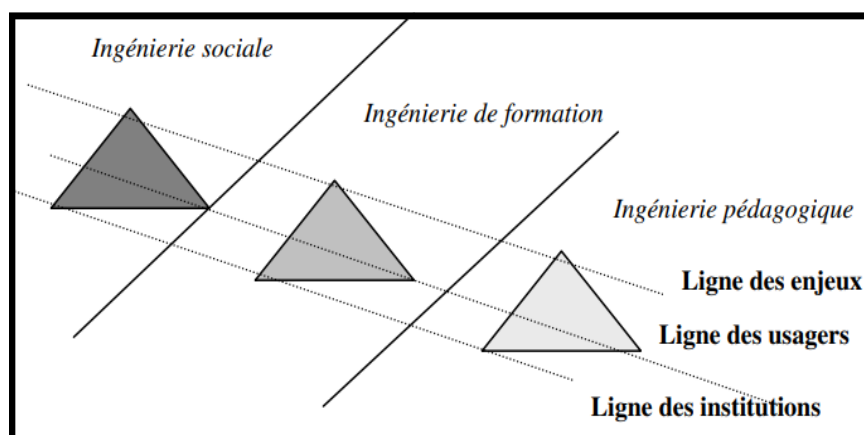


Figura 2. Leclercq (2002) descreve as atividades desenvolvidas nas vertentes das categorias de Engenharias desenvolvidas na Europa.

Antes de finalizarmos esta pequena digressão sobre (EF) e retornarmos ao nosso campo maior de interesse, trazemos o expediente de análise exógena de Hebrard (2011), na medida em que desenvolve um expediente de apreciação e distinção das definições ou concepções de Engenharias de Formação (EF) disseminadas na Europa. Tal reflexão busca evitar um entendimento puramente endógeno atinente a um processo de (EDF) endereçada, de modo particular, ao professor de Matemática (TEMPIER, 2013).

A l'examen des principales définitions de l'ingénierie de la formation, il apparaît qu'elles se caractérisent par une insistance sur la dimension méthodologique, les instruments, les outils, qu'elles se réfèrent à la notion de système et au paradigme systémique, qu'elles affirment s'appuyer sur la combinaison de connaissances issues de différentes sciences et techniques (rarement nommées), voire sur une "science de la formation". De plus elles distinguent d'une part des étapes : de l'amont, l'étude du contexte, des besoins et demandes, à l'aval, l'évaluation, en passant par la conception et la conduite de l'action et, d'autre part, des niveaux de responsabilité et de décision : celui des politiques de formation, celui de l'organisation des dispositifs, plans ou actions de formation et enfin celui de la pédagogie. Chacun de ces niveaux de responsabilité correspond à une catégorie d'acteurs : les décideurs politiques nationaux ou régionaux, pour le niveau des politiques publiques, les membres de la direction des entreprises pour les politiques de formation, les responsables de formation et la hiérarchie intermédiaire pour le niveau organisationnel, les formateurs et "les

individus" pour le dernier niveau : celui de la mise en oeuvre de l'activité pédagogique dans les situations de formation (HEBRARD, 2011, p. 112)

Não obstante, apesar do caráter de relevância de compreendermos um entorno histórico e social que concorreu para uma maior “capilaridade científica” para a noção de Engenharia no continente europeu, nossa perspectiva de complementaridade restringir-se-á a um campo epistêmico definido, com forte aderência ao saber matemático científico. Nesse sentido, assumimos posição concorde com Bachero e Bosh (2015), quando relatam uma experiência de desenvolvimento de um *design* que se identifica como uma Engenharia Didática Clássica ou de 1ª geração aplicada ao campo de formação de professores. De fato, os autores esclarecem que:

Usually, in the development of a didactic engineering process, researchers presented a teaching proposal partially including the a priori analysis (goals expected, problems addressed, strategies forecast) to the team of teachers. Then they jointly elaborated the details of the sequence of lessons up to the preparation of a didactic card (fiche didactique) for each lesson. Researchers prepared the observation and decided on the kind of data to be gathered. During the lessons, observers had to try to be as invisible as possible, and teachers were supposed to forget that they were observed, taking their own decisions about the teaching of the lessons. Immediately after each lesson, a short meeting took place for the teacher, researchers, and other possible observers to share impressions, starting with the teacher's. (BACHERO e BOSH, 2015, p. 258 – 259).

Na figura 3, divisamos claramente o roteiro investigativo para uma (ED): análises preliminares, *design* e análise *a priori*, implementação e coleta de dado, análise *a posteriori*. Nesse caso, Bachero e Bosh (2015) relatam um percurso desenvolvido e balizado pelos pressupostos da Teoria Antropológica do Didático (TAD). Apesar de apoiarem sua pesquisa em um caráter de complementaridade, seu interesse difere do nosso, pelo fato de que, o desenvolvimento de (EDF), a partir dos pressupostos de (DP) e da (DM) envolve considerar o primado cognitivista dos fenômenos originados das interações dos elementos dispostos na figura tetraédrica (ver figura 1).

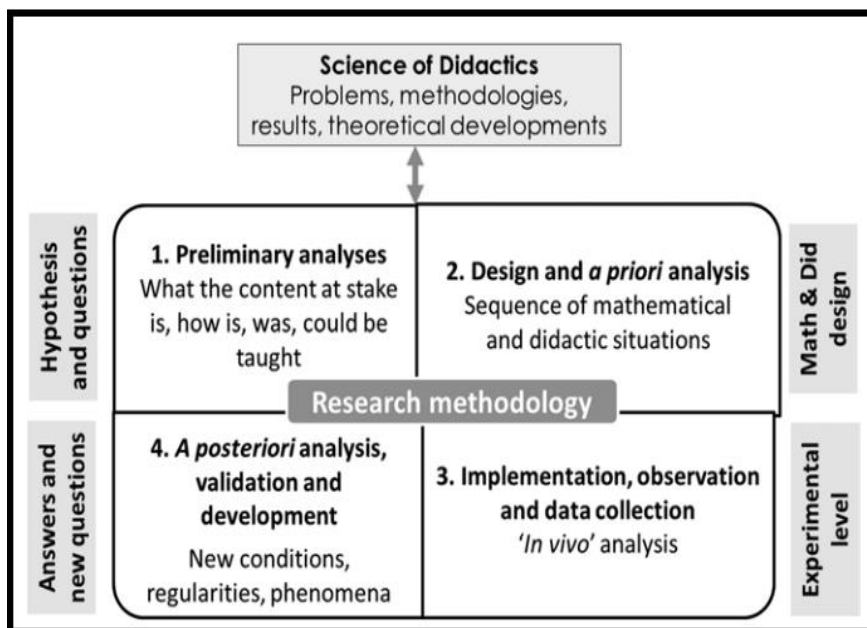


Figura 3. Bachero e Bosch (2015, p 252) descrevem o uso da noção de engenharia em caráter de complementaridade com a Teoria Antropológica do Didática (TAD)

Isso posto, cabem alguns ajustes finais da nossa proposta. Com efeito, a partir de um ponto de vista originado na (DP), propugamos considerar em pesquisa, por exemplo, um outro viés (ou relação) para o *contrato didático* que, originalmente introduzido por Brousseau (1986a; 1986c), costumou evidenciar apenas as relações endereçadas ao próprio estudante e, agora, mencionamos e introduzimos a noção de *contrato profissional* ou ainda uma noção de *contrato de ensino* que, com origem em um cenário de relações essencialmente profissionais e pragmáticas, se define circunstanciado a partir de um conjunto de regras deontológicas partilhadas entre profissionais, sendo observadas e seguidas pelos professores de Matemática de um determinado posto de trabalho, em alguma instituição escolar. O contrato de ensino diz respeito, também, a um conjunto de determinações/relações (nem sempre explícitas) que devem ser seguidas e respeitadas pelo professor (e pelos seus colegas de profissão). Margolinas (1988) revela e confirma a existência de tal contrato (*contrat d'enseignement*), quando afirma que:

L'enseignant est lié à la société par ce que nous pouvons appeler un contrat d'enseignement. Ce contrat, comme le contrat didactique qui régit le fonctionnement de la classe, est le plus souvent non explicité, ou non explicitable. Il fait partie des lois du système didactique. Il n'est pas immuable, mais il n'est pas du ressort d'un individu de le modifier, car il engage plusieurs partenaires. (MARGOLINAS, 1988, p. 54).

Ademais, de modo substancial, a noção de *obstáculo epistemológico* foi inserida na (DM) e, agora, diante dos pressupostos assumidos até aqui, objetivamos a noção de *obstáculo profissional*, cujas referenciais históricas podem ser detectadas em estudos clássicos da vertente de estudos da Psicologia do Trabalho. Por conseguinte, a consideração de efeitos parasitas e fatores resilientes à atividade, a constatação de ausência de regularidade e lenta estabilidade dos esquemas (cognitivos) de ação, quando circunscritos pela execução de tarefas profissionais, consubstanciam e caracterizam um *obstáculo profissional* e, como registramos a função dos conceitos pragmáticos, sua superação poderá significar e revelar uma espécie de transição entre um (professor) profissional inexperiente (noviço) de um professor experiente (*expertise*).

Brousseau (1986) descreveu de modo pioneiro a noção de *contágio epistemológico* no campo da (DM). Agora, sob um ponto de vista afetado pela (DP), propugnamos a noção de *contágio profissional*, quando reconhecemos um conjunto de regras, de modo geral não explícitas, todavia, partilhadas pelo *modus operandi* a esquemas de ações típicos e que se enquadram em um viés de identidade e estabilidade característica dos profissionais (professores) que estão circunscritos por um mesmo posto de trabalho. Assim, um noviço (professor inexperiente), ao receber a tarefa de assumir uma função inédita nesse posto de trabalho, mesmo que o indivíduo possua, inicialmente, um *modus operandi* que garanta sua adaptação imediata ao posto e o reconhecimento dos seus pares, ao decurso do tempo, seus esquemas de ação e de antecipação, sua capacidade de lidar com os problemas circunscritos ao respectivo posto, cada vez mais, se mostram semelhantes ou idênticos ao respectivo trato dispensado pelos demais professores do mesmo posto. Não obstante, em um sentido contrário, pode ocorrer um princípio de *imunização profissional*, no sentido de que, ao longo de sua carreira, os processos inerentes de economia e simplificação de ações provocam uma espécie de “distanciamento cognitivo” ou envolvimento seletivo na medida do estritamente necessário para lidar com problemas de ordem diversa, nos três planos característicos de trabalho do professor de Matemática.

Brousseau (1996, p. 73) fala da “epistemologia” do professor a partir de um ponto eminentemente demarcado pelo conhecimento matemático, na medida em que o professor precisa explicitar um método para produção de respostas dos estudantes e, em última instância, deve possuir uma competência profissional para “resolver os conflitos do contrato didático” (BROUSSEAU, 1996, p. 73). Por outro lado, propugnamos uma apreciação que toma como referência aos próprios colegas do posto de trabalho e, relativamente ao seu grupo profissional,

o mesmo professor de Matemática necessita de eficiência para resolver os dilemas e os entraves originados do contrato profissional e, além disso, precisa adquirir uma imagem privada de si próprio como um profissional competente (auto-imagem), de tempos em tempos confirmada pelos colegas (companheiros) que executam e que reproduzem atividades profissionais semelhantes. Tal imagem profissional, quando não confirmada pelo grupo de colegas, ao decurso do tempo, concorrem para a substituição e indicação de outro representante para o grupo, cuja capacidade e competência servirão como paradigma para os demais.

No âmbito da (DP), propugnamos ainda a noção de *institucionalização profissional*, envolvendo a adoção de primazia de um conjunto de saberes ou regras indicadas por um profissional, cujo expertise (reconhecido no *métier*) suplanta e se distingue de todos os demais. Quando desenvolvemos uma análise de um grupo de profissionais, de modo natural e sob o viés do campo pragmático em campo de atividade, de modo recorrente, registramos um ou alguns profissionais adquirem maior reconhecimento ou ampla representatividade do grupo profissional. Neste caso, em maior ou em menor substância, seu *modus operandi* e suas percepções sobre o ensino e atuação profissional passam a influenciar/condicionar e serem incorporadas à atividade profissional de todos os demais sujeitos do grupo.

Nesse exemplo, como tratam-se de um conjunto de conhecimentos essencialmente pragmáticos, reveladores do sucesso, da eficiência ou êxito de um profissional passará, então, a ser incorporado/empregado pelos demais, sob a égide de um exemplo de um conhecimento pragmático ou *modus operandi* de sucesso (competência) a ser seguido, replicado e incorporado pelos restantes indivíduos do mesmo posto. No caso da (DM), adotamos definições clássicas e largamente veiculadas na literatura científica.

No Quadro 1 trazemos nossa proposta preliminar de complementaridade.

Quadro 1: Proposta de complementaridade para a DP e a DM segundo os interesses de uma Engenharia de Formação (EDF).

Noção	(DM)	(DP)
Situação Didática (SD)	Situação Didática: “Es una situación que describe el entorno didáctico del alumno, comprende todo aquello que concurre para enseñarle algo. En este sentido, comprende al profesor, tanto si éste se manifiesta durante el desarrollo de la situación, como si no.” (BROUSSEAU, 2010, p. 21)	Situação Didática Profissional (SPD): Conjunto de situações ou situação característica, fundamental para o exercício efetivo do ofício do professor. Envolve elementos afeitos à modelização e teorização visando antever determinados obstáculos para a atividade sala
Situação Didática Profissional (SDP)		

		de aula, para a atividade profissional no posto de trabalho e na própria instituição.
Situação a-didática	Situação adidática: “[...] como parte essencial de uma situação didática, é uma situação na qual a intenção de ensinar não é revelada ao aprendiz, mas foi imaginada, planejada e construída pelo professor. (ALMOULOU, 2007, p. 33)	Situação Profissional (SP): Conjunto de situações profissionais, recorrentes e no exercício cotidiano do <i>métier</i> , todavia, sem um interesse explícito ou intenção de modelização e a teorização objetivando o aprendizado do professor no e do trabalho.
Obstáculo Epistemológico Obstáculo Profissional	Obstáculo Epistemológico: “Os obstáculos epistemológicos são identificados nas dificuldades que os matemáticos encontraram, na história, para a compreensão e utilização desses conceitos”. (ALMOULOU, 2007, p. 139)	Obstáculo Profissional: Constituem entraves, barreiras, situações profissionais típicas e recorrentes registradas no interior da atividade e na ação necessária do professor para o exercício do ofício e que produzem lentidões para sua realização, tendo em vista o alcance de um estágio perceptível e final da ação, e que corresponde com a expectativa da instituição.
Contrato Didático Contrato de Ensino ou Contrato Profissional	Contrato Didático: Conjunto de regras, geralmente não explícitas e que, contudo, sua estabilidade possibilita aos estudantes o progresso de suas atividades. Tal noção foi introduzida de forma pioneira por Brousseau (1988). Relação: professor – estudantes.	Contrato Profissional ou de Ensino: Relações estabelecidas entre professor – instituição e que determina, de modo implícito, um conjunto de regras que devem ser seguidas pelo professor, enquanto que, se observam um conjunto de regras deontológicas implícitas, que devem ser seguidas pelos colegas de um posto de trabalho, mediante as expectativas definidas por cada instituição escolar. Relação: professor – instituição
Competência	Competência do estudante: Capacidade de resposta e de eficiência na devolução dos problemas propostos pelo professor.	Competência do professor: Consiste no caráter de invariância, regularidade e plasticidade diante do gerenciamento de problemas não triviais no plano da sala de aula,

		no plano do posto de trabalho e no plano institucional e/ou educacional.
Contágio	Contágio Epistemológico: Processo de alteração, modificação da mediação e atividade do professor derivada do saber matemático e sua organização no sistema de ensino.	Contágio Profissional: Processo adaptativo e de incorporação de práticas preexistentes e que reforçam uma identidade e estabilidade de ações no exercício do <i>metier</i> .
Institucionalização do saber matemático Institucionalização do conhecimento profissional	Institucionalização: As situações definidas como aquelas em que o professor fixa convencionalmente e explicitamente o estatuto cognitivo do saber matemático. (ALMOULOU, 2007, p. 40)	Institucionalização profissional: Situações Profissionais em que o professor experiente ou os documentos normativos de uma instituição de ensino fixam e determinam o estatuto de relevância de um determinado conhecimento profissional necessário para a execução de tarefas e atividades.
Transposição didática Transposição profissional	Transposição didática: Conjunto de transformações envolvendo o <i>savoir savant au savoir enseigné</i> . (CHEVALLARD, 1991)	Transposição profissional: Conjunto de transformações sobre os conhecimentos pragmáticos caracterizando a transmissão de saberes pragmáticos entre professores experientes e professores inexperientes.
Devolução	Devolução do estudante: Ação pela qual o professor faz com o que o estudante aceite determinação situação de aprendizagem.	Devolução profissional: Ação pela qual a instituição de ensino confere um conjunto de regras (tarefas) que devem ser aceitas (cumpridas) pelo professor.

Elaboração: o autor.

Artigue (2009; 2015), Barchero e Bosh (2015) recordam que nos primeiros estudos desenvolvidos de (ED), mediante uma perspectiva de complementaridade com a (TS), se registrou uma perspectiva de investigação inexoravelmente afetada pelos próprios fundamentos (TS). Podemos constatar tal influência a partir dos interesses de pesquisa majoritariamente declarados: uma noção central concedida para a noção de situação, uma grande atenção concedida para a epistemologia do conhecimento, a relevância considerada das características do *milieu* da situação, as características dos estudantes, e sua capacidade produtiva diante de situações a-didáticas, isto é, “isto é, uma adaptação baseada no problema matemático em jogo,

não sobre a orientação e ajuda do professor ou sobre a referência ao contrato didático” (ARTIGUE, 2009, p. 4 – 5).

Não obstante, diante dos entraves percebidos nos estudos desenvolvidos e com o viés de uma Engenharia Didática de 1ª geração ou clássica, resgatamos o seguinte alerta observado por Artigue (2009) que reforça a necessidade de uma agenda de pesquisa (*research agenda*) visando uma maior compreensão dos modelos de funcionamento, dos princípios reguladores de sua atividade prática profissional do professor de Matemática:

The difficulties met with the transmission of DI realizations have shown the necessity of considering the teacher as a full actor of the didactical situation, of understanding better her contribution to classroom dynamics and its effects, as well as the rationale underlying the decisions she takes. A better understanding of teachers’ practices and of the determinants of these becomes thus a priority in the research agenda. (ARTIGUE, 2009, p. 6)

Brousseau (2010), por sua vez, reforça a mesma mensagem endereçada a formação de professores, com origem em um indício não enigmático de que, apesar da grande quantidade de pesquisas desenvolvidas em vários países há décadas, a formação de professores de Matemática ainda se constitui como um merecedor de vigilância constante, ao declarar que:

Il est nécessaire de développer dans les universités, qu'elles soient dévolues à la formation de professeurs ou qu'elles soient généralistes, des équipes d'enseignement et des laboratoires de recherche composites ouverts à des chercheurs d'origines diverses, disposés à prendre place dans les débats scientifiques avec des arguments vérifiables par les autres. (BROUSSEAU, 2010, p. 28)

De modo parcial, assumiremos posição concorde com Artigue (2009), na medida em que, além da necessidade de compreendermos o professor de Matemática como um ator importante de uma situação didática, urge considerarmos e pesquisar dos demais planos de atividade e execução de tarefas do professor e que temos assinalado até aqui, a saber: o plano da sala de aula, o plano do posto de trabalho, o plano da atividade institucional. (ALVES, 2018a; 2018b, 2019, 2020).

Por conseguinte, um *design* de investigação afetado pelo uso, em caráter de complementaridade para a (DP) e a (DM), não poderá objetivar uma investigação sobre a competência profissional do professor, tomando de forma isolada apenas um desses planos indicados. Consequentemente, de forma sistemática, podemos desenvolver um expediente para

a análise e a compreensão dos processos de aprendizagem, aquisição de competências especializadas, como consequência direta de um incremento dos esquemas cognitivos, que credenciam o professor de Matemática para lidar com problemas complexos e característicos do itinerário de profissionalização e definição do seu *expertise*. Podemos estabelecer uma perspectiva comparativa com o estudo de Tempier (2013), endereçado ao desenvolvimento de uma Engenharia Didática de Formação (EDF), com campo epistêmico matemático definido, não obstante, tal variável não se mostra determinante.

Quadro 2. Descrição das fases previstas por uma (EDF), a partir da adoção, em caráter de complementaridade, da (DP) e da (DM), visando a pesquisa endereçada à formação do professor.

Descrição das fases de uma (EDF) a partir de uma proposta de complementaridade envolvendo e (DP) e a (DM)	
<p>Análise preliminar: análise pragmática das concepções definidas e implicadas em determinado posto de trabalho e de uma instituição. A identificação de obstáculos profissionais, elemento de contágio profissional e a descrição e compreensão do funcionamento do contrato profissional ou contrato de ensino. Identificação e definição das Unidades de Trabalho (UT).</p>	<p>Análise a priori: Concepção e estruturação de um modelização e Situações Didáticas Profissionais (SDP) tomadas com referência nas Unidades de Trabalho (UT) e a identificação de (SP). Nessa etapa assumimos a equação característica indicada SPD=UT+DP que preserva a importância da noção de situação.</p>
<p>Análise a posteriori: Etapa de confrontação dos dados empírico em contraste com os objetivos e hipóteses assumidas pelo quadro teórico assumido (TS)+(DP).</p>	<p>Implementação e observação (análise in vivo): Etapa de observação e coleta de dados. Avaliação dos dados em tempo real ou logo após a experimentação. Ação endereçada para a compreensão do funcionamento dos obstáculos profissionais e do registro de concepções pragmáticas atinentes a uma (SDP).</p>

Fonte: Elaboração do autor.

Para concluir, a despeito dos elementos que buscamos assinalar ao decurso das seções anteriores e uma perspectiva de impregnação para o desenvolvimento de uma (ED) a partir dos pressupostos da (DP) e da (TS), não podemos permitir uma espécie de desnaturalização de princípios científicos que, reconhecidamente, constituem o aparato desenvolvido e sedimentado

por um substrato de uma Ciência da Didática (JOSHUA e DUPIN, 1993), como Barchero e Bosch (2015, p. 251) alertam em seguida.

It may also contribute to the *science of didactics* with the results obtained and the open problems raised, leading to new theoretical or methodological developments. In this sense, DE is not a development practice where previously established research results are transformed into teaching proposals. It is a way to empirically contrast assumptions about the possibilities of the diffusion of mathematical knowledge and the phenomena hindering it. (BARCHERO e BOSHC, 2015, p. 251).

Por conseguinte, o desenvolvimento de uma (ED) a partir dos pressupostos da (DP) e da (DM), com o uso efetivo da (TS) em sua etapa de experimentação, poderá proporcionar vislumbramos um novo cenário de problemas representativos e relevantes para uma compreensão da aprendizagem do professor do e a partir do trabalho. E, parafraseando Tempier (2013, p. 187), o desenvolvimento de uma Engenharia de Formação, permitindo o questionamento no ensino ordinário, de uma Engenharia Didática ou de uma Engenharia Didática Profissional (Mayen, Olry & Pastré, 2017) para a pesquisa.

Considerações finais

Nas seções anteriores discutimos alguns elementos e noções representativas da (DP) e da (DM), envolvendo a proposição de uma perspectiva de desenvolvimento de pesquisas no Brasil, a fim de aperfeiçoar as relações objetivas de investigação visando a formação acadêmica de professores de matemática (inicial ou continuada). Em particular, destacamos uma apreciação de algumas noções da Teoria das Situações (TS), que permitem uma modelagem, adaptação e teorização dos principais elementos envolvidos no contexto de ensino e aprendizagem em Matemática, entretanto, propugnamos ainda a incorporação dos pressupostos da (DP), em nosso país, visando um trato sistemático adequado com o escopo na compreensão do papel do professor e sua aprendizagem originada de situações profissionais (SP) e situações didáticas profissionais (SDP). Como já mencionamos, a influência dos estudos desenvolvidos no Brasil, com a contribuição teórica do campo de estudo da (DM), já tem quase trinta anos de repercussão. No entanto, apesar de sua aparição na França na década de 1990, a (DP) ainda não tem aplicação expressiva e sistemática visando uma pesquisa aplicada no Brasil, sobretudo, ao campo da formação de professores e a compreensão de sua evolução profissional.

Oriundo de uma forte herança piagetina e, acrescentamos, de uma forte herança e tradição em Psicologia (do Trabalho), a noção de situação constitui um elemento fundamental

para o desenvolvimento de uma prática sistemática investigativa assumida no interior da (DP). Por sua vez, a (DM) conferiu um lugar de destaque, por exemplo, para noções emblemáticas de “situação didática” e “situação adidática”. Não obstante, enquanto tais noções objetivam um grande interesse pelos processos que concorrem para a evolução das aprendizagens e habilidades dos estudantes, marcadamente determinada pelo saber matemático de referência (*le savoir mathématique*), nós concebemos a noção de situação didática profissional (SDP) que visa constituir um constructo teórico para a pesquisa em torno do interesse investigativo centrado na competência profissional do professor e a descrição e a modelização de situações de simulação que permitam colocar em evidencia elementos perceptuais inerentes aos esquemas (cognitivos) desenvolvidos e mobilizados em situações práticas de sua atividade e aprendizagem do e no trabalho.

Finalmente, o viés de complementaridade que apresentamos ao leitor se coaduna com uma forte tradição e estilo epistêmico, introduzido em nosso país pela (DM) que, de modo recorrente, costuma apresentar uma discussão de fenômenos originados do ensino e da aprendizagem, a partir de um expediente que não assume um papel exclusivista e autônomo de um único referencial teórico. Dessa forma, a proposta que apresentamos, de um ponto de vista da complementaridade teórica ensejada, não determina ou consubstancia nenhum fator ou estilo de ineditismo, entretanto, nosso ponto de vista de complementaridade, com o uso da (DP) e da (DM) poderá delinear um itinerário investigativo até então não objetivado pelos especialistas e didatas, tanto em nosso país, bem como no exterior.

Na figura 4 apresentamos um cenário mnemônico que visa situar o tetraedro de formação do professor, tanto no plano afetado pela (DP) (ver figura 4), como também, em um plano de contágio epistêmico com a (DM). Assumindo uma posição concorde com Baudoin (1999), propugnamos que o modelo tripolar introduzido por Brousseau (1986) não se mostra suficiente para nosso expediente teórico.

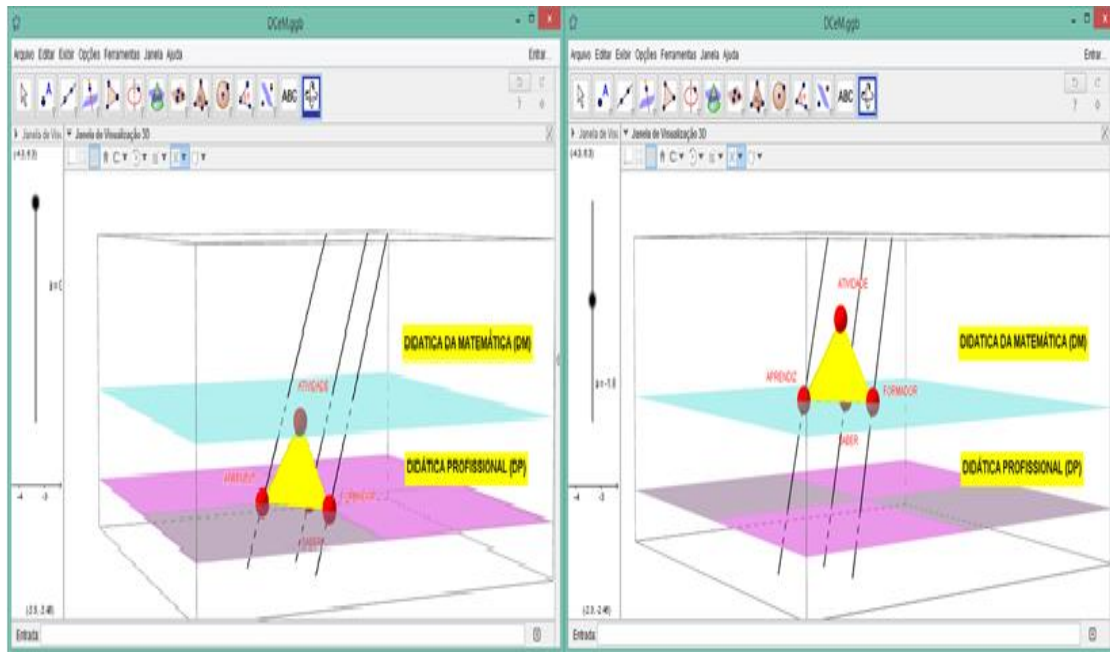


Figura 4. Descrição do triedro (3D) de formação condicionado e posicionado sob o plano da (DP) e do plano da (DM) (elaboração do autor)

Por fim, quando perspectivamos o trabalho dos professores, sobretudo, o trabalho dos mais experientes (*experts*), podemos constatar que determinadas rotinas e roteiros de ação e execução tendem ou se dirigem a um processo de simplificação, otimização, estilo profissional lacônico e, até mesmo, de economia ou encurtamento das ações, não raro, o seu envelhecimento também. Claramente, divisamos alguns princípios da Ergonomia cognitivista, posto que, nos interessamos pelos roteiros de simplificação progressiva e não perda de eficiência de aplicação de conhecimentos e a competência exigida para tais tarefas. Por outro lado, ao passo que divisamos princípios ergonômicos que atuam diretamente na sua *praxis* em sala de aula, observamos, também, princípios invariantes organizadores da ação em contexto ampliado de exercício do ofício da docência e no campo do trabalho que requerem um maior estágio científico de compreensão.

Referências

- Almouloud, Ag Saddo. *Fundamentos da Didática da Matemática*. São Paulo: Editora UFPR, 2007.
- Alves, F. R. V. (2019). A vertente frances de estudos da Didática Profissional: implicações para a atividade do professor de Matemática. *Revista Vydya Educação*, 39(1), 255 – 275. Disponível em: <https://periodicos.ufn.edu.br/index.php/VIDYA/article/view/2459>

- Alves, F. R. V. (2020). A Didática Profissional (DP): implicações para a formação do professor e o ensino de disciplinas específicas no Brasil. *Revista Iberoamericana de Estudos em Educação*, 15(4), 1902 - 1918. Disponível em: <https://periodicos.fclar.unesp.br/iberoamericana/article/view/13377>
- Alves, F. R. V. (2018a). Didactique Professionnelle (DP) et la Théorie des Situations Didactiques (TSD): le cas de la notion d'obstacle et l'activité de professeur. *EM TEIA: Revista de educação matemática e tecnológica ibero-americana*. 9(2), 1 – 25.
- Alves, F. R. V. (2018b). The professional didactics (PD) and didactics of sciences (DS) in brazil: some implications for the professionalization of the science teacher. *Acta Didactica Naposcencia*. 11(2), 105 – 120.
- Alves, F. R. V. (2018c). Mestrado (acadêmico) em ensino de ciências e matemática: a proposta do instituto federal do ceará (IFCE). *Revista Contexto & Educação*, 33(2), 305 – 340.
- Alves, F. R. V. (2018d). Engenharia Didática de Formação (EDF): sobre o ensino dos Números (Generalizados) de Catalan (NGC). *Educação Matemática Pesquisa*. 20(2), 47 – 83. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/36808>
- Alves, F. R. V. (2018e). Professional Didactics (PD): a perspective of application to wor of the mathematics teacher. *REVEMAT*, 13(2), 184 – 209. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2018v13n2p184>
- Alves, F. R. V. (2018f). Didactique des mathématique (DM) et la Didactique Professionnelles (DP): une proposition de complementarité et la formation des enseignants au Brésil. *Imagens da Educação*. 8(3), 1 – 17. Disponível em: <http://periodicos.uem.br/ojs/index.php/ImagensEduc/article/view/44179>
- Alves, F. R. V. (2017). Didática das ciências e matemática (dcem): surgimento e implicações para a formação do professor. *Investigações em Ensino de Ciências*. 22(3), 291 – 320. Disponível em: <https://www.if.ufrgs.br/cref/ojs/index.php/ienci/article/view/870>
- Alves, F. R. V. (2016). Didática de matemática: seus pressupostos de ordem epistemológica, metodológica e cognitiva. *Interfaces da Educação*. 7(21), 131 – 150.
- Artigue, M, Perrin-Glorian, M. J. (1991) Didactic engineering, research and development tool: some theoretical problems linked to this duality. *Learn Math*, 11(1), p. 13 – 17. Disponível em: <https://flm-journal.org/Articles/DCDCA6E791D990791426D7502008.pdf>
- Artigue, M. (1995). Ingeniería didáctica. In: Gomez, P. (1995). *Ingeniería didáctica en educación matemática*. 33 – 61. Disponível em: <https://core.ac.uk/download/pdf/12341268.pdf>
- Artigue, M. (2009). Didactical design in mathematics education. *Proceedings Nordic Research in Mathematics Education. Proceedings of NORMA08*. 1 – 10. Disponível em: <https://isis.ku.dk/kurser/blob.aspx?feltid=212293>
- Artigue, M. (2014). Didactic engineering in mathematics education. In S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of mathematics education* (p. 159–162). New York: Springer.

- Artigue, M. (2018). Didáctica de las matemáticas y reproducibilidad. *Educación Matemática*, 30(2), Disponible em: http://www.revista-educacion-matematica.org.mx/descargas/vol30/2/01_REM_30-2_Artigue.pdf
- Barquero, B. & Bosch, M. (2015). Didactic engineering as a research methodology: from fundamental situations to study and research paths. In A. Watson, M. Ohtani (eds.) *Task Design in Mathematics Education*, (pp. 249-272). Dordrecht: Springer.
- Baudouin, Jean. M. (1999). La compétence et le thème de l'activité: vers une nouvelle conceptualization didactique de la formation. *Raison éducative*. 2(2), 149 – 168. Disponible em: http://www.unige.ch/fapse/publications-ssed/files/4114/1572/5507/Pages_de_149_ENCOED.pdf
- Boterf, G. L. (1999). Les défis posés à l'ingénierie de formation et à la production des expertises collective. Quelles evolution prendre en compte? Quelles consequence pratiques. *Journée d'Étude ingénierie dispositifs de formation à l'international*. November, Montpellier. Disponible em: https://www.agropolis.fr/formation/pdf/Le_Boterf.pdf
- Brousseau, G. (1986a). La relation didactique: le milieu, *Actes de la IVème Ecole d'Été de didactique des mathématiques*, (pp. 54-68), IREM Paris 7. Disponible em: http://math.unipa.it/~grim/brousseau_03_milieu.pdf
- Brousseau, G. (1988). *Perspective pour la didactique des mathématiques: vingt ans de didactique des mathématiques en France*. Paris: La Pensée Sauvage, 5 – 66, 1994.
- Brousseau, G. (1988). Les différents rôles du maître. *Bulletin de l'A.M.Q.* Montréal., 1988, 14-24.
- Brousseau, G. (1986b). *Théorisation des phénomènes d'enseignement des mathématiques*. (Thèse de doctorat). Bourdeaux: Université Bourdeaux I.
- Brousseau, G. (1998). Les obstacles épistémologiques, problèmes et ingénierie didactique. G. Brousseau, (org.). *Théorie des situations didactiques*. Grenoble La Pensée Sauvage, 115 – 160.
- Brousseau, G. (1986c). Education et didactique des mathématiques. Disponible em: <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00466260/document>
- Brousseau, G. (2000). Educación y didáctica de las matemáticas. *Educación Matemática*, 12(01), 5 – 38. Disponible em: <http://www.revista-educacion-matematica.org.mx/descargas/Vol12/1/03Brousseau.pdf>
- Brousseau, G. (2004). L'émergence d'une science de la didactique des mathématiques. *Repères IREM*, n° 55, 19–34.
- Chevallard, Y. (1991). *La transposition didactique*. Paris: La pensée sauvage.
- Chevallard, Y. (1991). La notion d'ingénierie didactique, un concept à refonder. *15e École d'Été de Didactique des Mathématiques*. 1 – 44. Disponible em: http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/Cours_de_YC_a_1_EE_2009.pdf
- Douady, R. (1987). Jeux de cadres et dialectique outil objet. *Recherches en didactique des mathématiques*, 7/2, 5-31.

- Douady, R. (1995). La ingeniería didáctica y la evolución de su relación con el conocimiento. In: GOMEZ, P. (1995). *Ingeniería didáctica en educación matemática*. 33 – 61. Disponível em: <https://core.ac.uk/download/pdf/12341268.pdf>
- Fernagu-Oudet, Solveig. (2004). Ingénierie de professionnalisation et didactique professionnelle. *Recherche et Formation*, n° 46, 117 – 135. Disponível em: <http://ife.ens-lyon.fr/publications/edition-electronique/recherche-et-formation/RR046-08.pdf>
- Fischbein, E. (1987). *Intuition in science and mathematics: an educational approach*, Netherlands: D. Reidel Public, Mathematics Educational Library.
- Hebrard, P. (2011). L'ingenierie de formation: ce qui em releve et ce qui lui echappe. *TransFormations*, 109 – 119. Disponível em: http://www.trigone.univ-lille1.fr/transformations/docs/tf05_a08.pdf
- Joshua, S. & dupin, J-J. (1993). *Introduction à la Didactiques des Sciences et des Mathématiques*. Paris: Presses Universitaires de France.
- Leclercq, G. (2002). Quelques usages de l'activité d'ingénierie de formation. *Savoirs* 2003/2 (n° 2), p. 71-104. Disponível em: <https://www.cairn.info/revue-savoirs-2003-2-page-71.html>
- Leplat, J. (1983). Tache et activite dans l'analyse psychologique des situations. *Cahiers de Psychologie Cognitive*. 3(1), 49 – 63. Disponível em: <http://jeanmichelhoc.free.fr/pdf/LepHoc%201983.pdf>
- Leplat, J. (1986). L'analyse psychologique du travail. *Revue de Psychologie Appliquée*. 36(1), 9 – 27. Disponível em: http://www.guillaumegronier.com/2014_psychologietravail/resources/Leplat_2004.pdf
- Leplat, J. (2004). Éléments pour l'étude des documents prescripteurs. *Revue Activités*, 1(2), 195 – 216. Disponível em: <https://journals.openedition.org/activites/1293>
- Leplat, J. (2003). Quelles evolutions en ergonomie ? In: XXXVIIIème Congrès de la SELF, *Modèles et pratiques de l'analyse du travail*. Paris, 1 – 15. Disponível em: <https://ergonomie-self.org/publications/actes-des-congres/congres-2003/>
- Leplat, J. (2006). La notion de régulation dans l'analyse de l'activité. *Revue Pistes*. 8(1), 1 – 30. Disponível em: <http://journals.openedition.org/pistes/3101>
- Leplat, J. (2008). Les compétences dans l'activité et leur analyse. *Psychology of Human Ressource Journal*. 2(4), 143 – 154. Disponível em: <http://pru.apio.ro/index.php/prujournal/article/view/188>
- Margolinas, C. (1988). Une etude sur les difficultes d'enseignement des nombres reels. *La Revue Petit x*. 2(16), 51 – 66. Disponível em: http://www-irem.ujf-grenoble.fr/revues/revue_x/fic/16/16x4.pdf
- Margolinas, C. (2005). Essai de généalogie en didactique des mathématiques. *Revue suisse des sciences de l'éducation*. 27(3), 343 – 360. Disponível em: http://www.pedocs.de/volltexte/2011/4128/pdf/SZBW_2005_H3_S343_Margolinas_D_A.pdf

- Margolinas, C. Connaissance et savoir. (2014). Concepts didactiques et perspective sociologique? *Revue française de pédagogie*. 2(18), 13 – 22. Disponible em: <https://journals.openedition.org/rfp/4530>
- Margolinas, C.; Drijvers, P. (2015). Didactical engineering in France: an insider's and an outsider's view on its foundations, its practice and its impact. *ZDM Mathematics Education*, 47(3), 893 – 903. Disponible em: <https://link.springer.com/article/10.1007/s11858-015-0698-z>
- Mayen, P. (2012). Les situations professionnelles: un point de vue de didactique professionnelle. *Revue Phronesis*, 1(1), 59-67. Disponible em: <http://www.fractale-formation.net/dmdocuments/Les-situations-professionnelles-P-Mayen.pdf>
- Mayen, P. (2007). Quelques repères pour analyser les situations dans lesquelles le travail consiste à agir pour et avec un autre. In: Fabre, M. *Apprentissage et développement: apprendre, se former et agir*. Recherche en Education, n° 4, October. 51 - 65. Disponible em: <http://www.recherches-en-education.net/IMG/pdf/REE-no4.pdf>
- Mayen, P.; Metral, J. F. (2008). Compétences et validation des acquis de l'expérience. *Revue française de sciences sociales*. 4(11), 183 – 197. Disponible em: <https://journals.openedition.org/formationemploi/1175>
- Mayen, P.; Olry, P. & Pastré, P. (2017). L'ingénierie didactique professionnelle, In Carré, P. & Caspar, P. (2017); *Traité des sciences et des techniques de la Formation* - 4e édition. Paris : Dunod. pp. 1 – 12.
- Mayen, P. Gagneur, C. H. (2017). Le potentiel d'apprentissage des situations: une perspective pour la conception de formations en situations de travail. In: Metral, J. F. *Penser la didactique pour la formation professionnelle*. n° 28, mars, 70 – 84.
- Mayen, P.; Pin, J. P. (2013). Conditions et processus de l'engagement en VAE. *Revue française de sciences sociales*. 4(122), 13 – 29. Disponible em: <https://journals.openedition.org/formationemploi/3981>
- Mayen, P.; Savoyant, A. (2002). Formation et prescription: une réflexion de didactique professionnelle. *Nouvelles formes de travail, nouvelles formes d'analyse*. 226 – 232. 2002. Disponible em: <https://ergonomie-self.org/wp-content/uploads/2016/01/congres-self-2002-aix-mayen-savoyan-formation-prescription-didactique.pdf>
- Mayen, P.; Olry, P. (2012). Expérience du travail et développement pour de jeunes adultes en formation professionnelle. *Recherche et formation*. 12(70), 91 – 106. Disponible em: <http://journals.openedition.org/rechercheformation/1872>
- Mayen, P., Metral, J.F. & Tourmen, C. (2010). Les situations de travail: références pour les référentiels. *Recherche et formation*, 64, 31-46. Disponible em: <https://halshs.archives-ouvertes.fr/halshs-01688338/document>
- Montmollin, Maurice. (2003). Identité des ergonomes, identité des ergonomies: Quelles compétences pour quelles activités ? In: XXXVIIIème Congrès de la SELF, *Modèles et pratiques de l'analyse du travail*. Paris, 15 – 24. Disponible em: <https://ergonomie-self.org/publications/actes-des-congres/congres-2003/>

- Munoz, G. (2007). L'analyse de quelques « mouvements cognitifs » entre les différentes formes de la connaissance: repères pour la formation. In: Fabre, M. *Apprentissage et développement: apprendre, se former et agir*. Recherche en Education, n° 4, October. 39 - 51. Disponível em: <http://www.recherches-en-education.net/IMG/pdf/REE-no4.pdf>
- Olry, P. (2002). Apprentissages opportunistes au travail, *Revue française de pédagogie*, 2(18), 19 – 28. Disponível em: http://ife.ens-lyon.fr/publications/edition-electronique/revue-francaise-de-pedagogie/INRP_RF138_3.pdf
- Olry, P. (2008). Apprendre au travail. *Inscription sociale de la didactique professionnelle*. 2008. Disponível em: <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00725325/document>
- Olry, P. (2012). La situation professionnelle: entre invariance et perspective?. *Phronesis*. 1(1), janvier, 68 – 84. Disponível em: <https://www.erudit.org/fr/revues/phro/2012-v1-n1-phro1825121/1006485ar.pdf>
- Olry, P. (2009). L'expérience du travail comme indicateur de développement. *Recherche en Éducation*. 5(11), 194 – 208, 2009. Disponível em: <http://journals.openedition.org/questionsvives/584>
- Piaget, J. (1947). *La représentation du monde chez l'enfant*. Paris: PUF.
- Parmentier, C. (2008). *L'ingénierie de formation*. Paris: Édition EYROLLES. Disponível em: <http://avoirplus.yolasite.com/resources/L'ingenierie%20de%20formation.pdf>
- Paquette, G. (2004). L'ingénierie pédagogique à base d'objets et le référencement par les compétences. *International Journal of Technologies in Higher Education*. 4(3), 45 – 55. Disponível em: <http://www.ritpu.org:81/img/pdf/art4Paquette.pdf>
- Pastré, P. (2002). L'analyse du travail en Didactique professionnelle. *Revue Française de Pédagogie*, 3(13), 9 – 17. Disponível em: http://www.formations.philippeclazard.com/INRP_RF138_2.pdf
- Pastré, P. (2001). Analyse du travail et didactique professionnelle. *Acta Rencontre Analyse du travail et Didactique Professionnelles, CAFOC de Nantes*. 1 – 17. Disponível em: <http://www.fractale-formation.net/dmdocuments/analyse-du-travail-et-DP-conf%C3%A9rence-de-Pastr%C3%A9-2001.pdf>
- Pastré, P. (2007a). Analyse du travail et formation. In: Fabre, M. *Apprentissage et développement: apprendre, se former et agir*. Recherche en Education, n° 4, October. 23 - 29. Disponível em: <http://www.recherches-en-education.net/IMG/pdf/REE-no4.pdf>
- Pastré, P. (2011). La Didactique Professionnelle. *Education, Sciences & Society*, 2(1), 83 – 95. Disponível em: https://riviste.unimc.it/index.php/es_s/article/view/136/65
- Pastré, P. (2004). Les compétences professionnelles et leur développement, 213 – 231, In: Faizon, P. *Ergonomie*. Paris: PUF. Disponível em: <http://benhur.teluq.quebec.ca/SPIP/inf4018/IMG/pdf/Pastre.pdf>
- Pastré, P. (2007b). La didactiques Professionnelles. [filme – vídeo], *Le Web TV formation professionnelles*. AFPA, Paris. 54min. 2007b. Disponível em: <http://pros.webtv.afpa.fr/tfs/accueil/1495/res:La-didactique-professionnelle>

- Pastré, P. (2017). A análise do trabalho em didática profissional. *Revista bras. Estud. Pedagógicos*. 98(25), 624 – 637. Disponível em: <http://rbep.inep.gov.br/index.php/rbep/article/view/3368>
- Perrin-Glorian, M-J; Bellemain, P. M. B. (2016). L'ingenierie didactique entre recherche et ressource pour l'enseignement et la formation des maitres. *Anais do I Simpósio Latino-Americano de Didática da Matemática*. 1 – 35.
- Perrin-Glorian, M.J. (2011). L'ingénierie didactique à l'interface de la recherche avec l'enseignement. Développement de ressources et formation des enseignants. In C. Margolinas et al. (éds.) *En amont et en aval des ingénieries didactiques*. pp. 57-78. Grenoble: La pensée sauvage.
- Perrin-Glorian, M. J. (2012). Quelques réflexions sur l'enseignement des nombres et grandeurs au long de la scolarité obligatoire. *Educmath*. Available from <http://educmath.ens-lyon.fr/Educmath/dossier-manifestations/conference-nationale/contributions/conference-nationale--perrin-glorian>
- Perrin-Glorian, M.J. (1993) Questions didactiques soulevées à partir de l'enseignement des mathématiques dans des classes faibles, *Recherches en didactique des mathématiques*, 13/1.2, 5-18. Disponível em: http://www-irem.ujf-grenoble.fr/revues/revue_x/fic/35/35x1.pdf
- Pastré, P.; Mayen, P.; Vergnaud, G. La didactique professionnelle. *Revue française de pédagogie*. 154(1), janvier, 145 – 198, 2006. Disponível em: <https://journals.openedition.org/rfp/157>
- Prost, A. (1999). L'evolution de la formation des enseignants de 1960. *Rccherche et Formation*. n° 32, 9 – 24. Disponível em: <http://ife.ens-lyon.fr/publications/edition-electronique/recherche-et-formation/RR032-02.pdf>
- Perrin-Glorian, M - J. Questions didactiques soulevées à partir de l'enseignement des mathématiques dans des classes faibles, *Recherches en didactique des mathématiques*, 13/1.2, 5-118, 1993. Disponível em: http://www-irem.ujf-grenoble.fr/revues/revue_x/fic/35/35x1.pdf
- Robert, A.; Rogalski, M. (2004). Problemes d'introduction et autres problemes de recherche au lycee. *REPERES - IREM*. n° 54 – janvier, 1 - 27. Disponível em: http://www.univ-irem.fr/exemple/reperes/articles/54_article_380.pdf
- Robinet, J. (1983). De l'Ingenierie didactique. *Les Cahier Blanc*, 1 – 11. Disponível em: http://www.irem.univ-paris-diderot.fr/up/CDM_1_Jacqueline_Robinet_-_De_ling%C3%A9nserie_didactique.pdf
- Sauriau, P. (1881). *Théorie de l'invention*, Paris: Librairie Hachette. Disponível em: <https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k5460195f?rk=21459;2>
- Tempier, F. (2013). *La numération décimale de position à l'école primaire. Une ingénierie didactique pour le développement d'une ressource*. (Thèse de doctorat). Paris: Université Dennis Diderot. Paris 7. Disponível em: <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00921691>

- Vergnaud, G. (2007). Les compétences en milieu professionnel. *Journée d'étude Formation de Formateurs*. Paris, p. 1 – 6. Disponível em: http://ressources.creteil.iufm.fr/fileadmin/documents/siteFFO/Service/Productions/2007_Je_2_G_Vergnaud.pdf
- Vergnaud, G. (2001). Forme opératoire et forme prédicative de la connaissance. *Conférence publiée dans les Actes du Colloque GDM-2001*. Disponível em: http://www.recherches.philippeclauzard.com/vergnaud_forme_connaissance.pdf
- Vergnaud, G. (2007b). Représentation et activité: deux concepts étroitement associés. *Recherche et Education*, n° 4, October, 1 – 11, 2007b. Disponível em: https://isfecauvergne.org/IMG/pdf/article_de_Vergnaud.pdf
- Tourmen, C. (2014). Usages de la didactique professionnelle en formation: principes et évolutions. *Savoirs*, 36(2), 9-40. Disponível em: <https://www.cairn.info/revue-savoirs-2014-3-page-9.htm>
- Yvon, F.; Clot, Y. (2004). Apprentissage et développement dans l'analyse du travail enseignant. *Revista de Psicologia da Educação*, 19(2), 11 – 38. Disponível em: <http://pepsic.bvsalud.org/pdf/psie/n19/n19a02.pdf>

Agradecimentos

Agradecemos ao apoio e suporte financeiro concedido no Brasil pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico – CNPQ para o desenvolvimento dessa pesquisa.

Autor:

Francisco Regis Vieira Alves. Possui graduação em Bacharelado em Matemática pela Universidade Federal do Ceará (1998), graduação em Licenciatura em Matemática pela Universidade Federal do Ceará (1997), mestrado em Matemática Pura pela Universidade Federal do Ceará (2001) e mestrado em Educação, com ênfase em Educação Matemática, pela Universidade Federal do Ceará (2002). Doutorado com ênfase no ensino de Matemática (UFC - 2011). Atualmente é professor TITULAR do Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia do estado do Ceará/ IFCE - 40h/a com DE, do curso de Licenciatura em Matemática. Tem experiência na área de Matemática e atuando principalmente nos seguintes temas: Didática da matemática, História da Matemática, Análise Real, Filosofia da Matemática e Tecnologias aplicadas ao ensino de matemática para o nível superior. Com pesquisa voltada ao ensino de Cálculo I, II, III, Análise Complexa, EDO, Teoria dos Números. E na Universidade Aberta do Brasil, com o ensino a distância de Matemática. Desenvolve pesquisa direcionada para o ensino do Cálculo a Várias Variáveis e sua transição interna. Atua também no Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática (ENCIMA) - UFC. Revisor e parecerista ad hoc dos seguintes periódicos: *Vydyá Educação*, *Sinergia* - IFSP, *Rencima* - Revista de Ensino de Ciências e Matemática, *Revista do Instituto Geogebra de São Paulo*, *Tear* - Revista de Educação, Ciência e Tecnologia, *Boletim Online de Educação Matemática* - BoEM e revista REMAT: Revista Eletrônica da Matemática. Comitê editorial do *Boletim Cearense de Educação e História da Matemática* (BOCEHM) e Coordenador do Programa de Pós Graduação em Ensino de Ciências e Matemática - PGECM/IFCE (acadêmico). no período de 2015/2020 e Membro do Consenso Científico da revista *ForScience* - IFMG. Avaliador da *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education*

UMA ANÁLISE DOS PRODUTOS EDUCACIONAIS DA UTFPR QUE UTILIZAM TECNOLOGIAS DIGITAIS NO ENSINO DE MATEMÁTICA

Taniele Loss

tani_loss@hotmail.com

<https://orcid.org/0000-0002-0384-3260>

UTFPR/Curitiba

Luciane Ferreira Mocrosky

mocrosky@utfpr.edu.br

<https://orcid.org/0000-0002-8578-1496>

UTFPR/Curitiba

Fabiana Roberta Gonçalves e Silva Hussein

fabianah@ufba.br

<https://orcid.org/0000-0001-9961-7083>

UFBA/Bahia e PPGFCET da UTFPR/Curitiba

Marcelo Souza Motta

marcelomotta@utfpr.edu.br

<https://orcid.org/0000-0001-5534-2735>

UTFPR/Curitiba

Recibido: 2020-04-09; **Aceptado:** 2020-11-17

Resumo

Este artigo aborda o uso de Tecnologias Digitais (TD) como recursos educacionais aos processos de ensino e de aprendizagem de Matemática, apresentados na forma de produtos educacionais desenvolvidos em Programas de Mestrados Profissionais da Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR. O objetivo geral desta pesquisa é analisar e informar o que os produtos educacionais matemáticos, produzidos recentemente nestes Programas de Pós-graduação e direcionados ao Ensino Fundamental II e Médio mediante uso de TD, estão ofertando na área de Ensino de Matemática. Adotamos uma metodologia qualitativa por meio de uma investigação bibliográfica, mediante mapeamento em dissertações e produtos educacionais publicados entre os anos de 2017 a 2019. Observamos apenas três programas que se adequavam ao Ensino de Matemática e TD na UTFPR. Desses, elencamos doze produções que estavam de acordo com nosso objeto de estudo. Mediante leitura e análise dos dados, percebemos que os produtos educacionais que estão sendo ofertados atualmente condizem a sequências didáticas, cursos e guias sobre programação, construção e uso de jogos digitais e de Objetos de Aprendizagem por meio de softwares educacionais. Tais produtos são direcionados e ofertados ao ambiente educacional como meios metodológicos diferenciados aos processos de ensino e de aprendizagem de Matemática.

Palavras-chave: Produto Educacional. Ensino de Matemática. Tecnologias Digitais.

UN ANÁLISIS DE PROYECTOS EDUCATIVOS DE LA UTFPR QUE USAN TECNOLOGÍAS DIGITALES EN LA ENSEÑANZA DE MATEMÁTICAS

Resumen

Este artículo aborda el uso de las Tecnologías Digitales (TD) como recursos educativos para los procesos de enseñanza y aprendizaje de matemáticas, presentados en forma de proyectos educativos desarrollados en los Programas de Maestría Profesional de la Universidad Tecnológica Federal de Paraná - UTFPR. El objetivo general de esta investigación es analizar e informar qué proyectos educativos matemáticos, producidos recientemente en estos Programas de Posgrado y dirigidos a los últimos años de la Escuela Primaria y Secundaria a través del uso de TD, están ofreciendo en el área de Enseñanza de Matemáticas. Adoptamos una metodología cualitativa a través de una investigación bibliográfica en tesis y proyectos educativos publicados entre 2017 y 2019. Observamos sólo tres programas que se ajustan a la Enseñanza de Matemáticas y TD en UTFPR. De ellos, enumeramos ocho producciones que estaban de acuerdo con nuestro objeto de estudio. A través de la lectura y el análisis de los datos, nos dimos cuenta de que los proyectos educativos que se ofrecen actualmente son consistentes con secuencias didácticas, cursos y guías sobre programación, construcción y uso de juegos digitales y objetos de aprendizaje a través de software educativo. Estos proyectos se dirigen y se ofrecen al entorno educativo como diferentes medios metodológicos para los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

Palabras clave: Proyecto educativo. Enseñanza de matemáticas. Tecnologías Digitales.

AN ANALYSIS IN EDUCATIONAL PRODUCTS FROM UTFPR USING DIGITAL TECHNOLOGIES IN MATHEMATICS TEACHING

Abstract

This article discusses the use of Digital Technologies (DT) as educational resources to the teaching and learning processes in Mathematics, presented in the form of educational products developed in Professional Master's Programs of the Federal Technological University of Paraná – UTFPR. The main goal of this research is to analyze and inform what the mathematical educational products – recently produced in these Graduate Programs and directed to Primary and Secondary Education through the use of DT – are offering in the Mathematics Teaching area. We adopted a qualitative methodology through a bibliographic investigation, mapping dissertations and educational products published between the years 2017 to 2019. We observed only three programs that were suitable for Mathematics Teaching and DT at UTFPR. From this observation, we list twelve productions that were in accordance with our object of study. After reading and analyzing the data, we realized that the educational products currently being offered are mainly didactic sequences, courses and guides on programming, construction and use of digital games and Learning Objects through educational software. Such products are directed and offered to the educational environment as differentiated methodological means to the teaching and learning processes in Mathematics.

Keywords: Educational Product. Mathematics Teaching. Digital Technologies.

Introdução

Atualmente, os Programas de Pós-Graduação de Mestrado Profissional na Área de Ensino (Área 46) visam a produção de pesquisas e produtos educacionais que contribuam de forma significativa aos processos educacionais da Educação Básica e do Ensino Superior. De acordo com o Documento de Área (Brasil, 2019, p. 9), cabe a tais programas “pensar e desenvolver ações que contribuam para reduzir a defasagem entre a pesquisa realizada na pós-graduação e o ensino realizado no contexto educacional, principalmente, da Educação Básica”, vindo a promover mudanças em tais contextos.

Nessa direção, esse mesmo documento aponta que os produtos educacionais devem ser criados para serem usados por professores e demais profissionais da Educação Básica e do Ensino Superior envolvidos com o ensino em espaços formais e não-formais. Nesse viés, Motta, Kalinke e Curci (2019, p. 239) afirmam que “é essencial o desenvolvimento de produtos educacionais que apresentem ações significativas para a prática cotidiana do professor de forma direta e simples”. Com esse olhar, compreendemos que tais produtos devam ser criados e compartilhados na área de Ensino, a fim de divulgar materiais didáticos e metodologias que contribuam com os processos de ensino e de aprendizagem. Nesse movimento, uma das possibilidades dessas ações está no uso de Tecnologias Digitais (TD) ao Ensino de Matemática.

Este artigo tem como objetivo principal analisar e informar o que os produtos educacionais produzidos recentemente, entre 2017 e 2019, nos Programas de Mestrado Profissional da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), direcionados ao Ensino Fundamental II e Ensino Médio mediante uso de TD, estão ofertando na área de Ensino de Matemática. Durante a investigação, observaremos os formatos desses produtos, o que propõem, direcionados para quais processos educacionais, se adotam alguma teoria de aprendizagem, e de que forma podem ser acessados, dentre outras observações.

Para isso, buscamos inicialmente em documentos técnicos da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) informações sobre classificações dos produtos educacionais. Em seguida, apresentamos estudos sobre TD nos processos educacionais de Matemática. Na parte metodológica, realizamos uma investigação bibliográfica, mediante mapeamento em produtos educacionais e suas respectivas dissertações nos Programas de Pós-Graduação de Mestrado Profissional da UTFPR, que tratam do Ensino de Matemática por meio do uso de TD. Após análise desses produtos e suas dissertações, finalizamos com nossas considerações.

Classificação de produtos educacionais conforme a CAPES

A CAPES é a fundação do Ministério da Educação (MEC) responsável pelo incentivo e expansão dos Programas de Pós-Graduação no âmbito federal. Á respeito dos produtos educacionais desenvolvidos nos Mestrados Profissionais, o Documento de Área 46 (Brasil, 2019, p.15) expressa que “o mestrando necessita desenvolver um processo ou produto educativo e aplicado em condições reais de sala de aula ou outros espaços de ensino, em formato artesanal ou em protótipo”. Já para o Doutorado Profissional, esse mesmo documento frisa a importância de que os produtos sejam pensados “de modo que possa ser usufruída por professores da Educação Básica e do Ensino Superior, e por outros profissionais envolvidos com o ensino em espaços formais e não formais” (Brasil, 2019, p.15).

Constata-se que tal documento enfatiza que a modalidade profissional¹ desenvolva materiais educacionais digitais ou não, que sejam direcionados e aplicáveis ao contexto da Educação Básica. Tal ação possibilita o repensar dos processos de ensino e de aprendizagem, podendo modificar e promover melhorias na área do Ensino.

Essas melhorias são como pontes entre os conhecimentos acadêmicos construídos nas pesquisas, para aplicações em produtos e processos educacionais direcionados à demanda social e às necessidades locais, regionais e nacionais. Portanto, a pesquisa em Ensino e seu respectivo produto educacional, tornam-se estratégicos para promover mudanças na Educação Básica e no Ensino Superior, vindo a contribuir para o impacto social e a proposição de políticas públicas relevantes e necessárias.

Nesta perspectiva, os Programas de Pós-Graduação se alinham para um planejamento estratégico, “considerando também articulações com o planejamento estratégico da instituição, com vistas à gestão do seu desenvolvimento futuro, adequação e melhorias da infraestrutura e melhor formação de seus alunos, vinculada à produção intelectual – bibliográfica, técnica e/ou artística” (Brasil, 2019, p. 8). Isso implica que os Programas elaborem seus planejamentos estratégicos a cada quatro anos (quadriênio), segundo os resultados do quadriênio anterior. Para tanto, é fundamental que considerem olhares para: a qualidade da formação dos pós-graduandos; os impactos sociais das ações do Programa; as ações de internacionalização; as inovações nas produções e nos processos acadêmicos (Brasil, 2019). Pois a cada quatro anos, a CAPES realiza

¹ Conforme a CAPES (2019), modalidade profissional condiz ao Mestrado e Doutorado Profissional.

uma avaliação referente ao padrão acadêmico dos programas na modalidade profissional. Os resultados obtidos servem de parâmetro para formular políticas públicas destinados à área e concessão de bolsas de estudos. Dentre os aspectos avaliados, destacam-se os produtos educacionais.

De acordo com o Relatório de Avaliação Quadrienal CAPES (Brasil, 2017, p. 47), os produtos devem ser elaborados e “associados às dissertações dos mestrandos (trabalho de final de curso) e/ou [...] em autoria com discentes mestrandos”, sendo elencados conforme as categorias:

- Protótipos educacionais e materiais para atividades experimentais, propostas de ensino, materiais textuais e interativos, mídias educacionais, desenvolvimento de aplicativos e atividades de extensão como cursos e oficinas;
- Editoria, tradução de obras, patentes, posfácio, prefácio, editorial, organização de eventos e artigos em revistas de divulgação científica;
- Apresentação de trabalho e outros produtos registrados;
- Serviços técnicos.

Diante dessa variedade de tipologias de produtos, como materiais interativos, propostas de ensino e tradução de obras, entende-se que a produção desses materiais atende a públicos específicos, abrangendo processos de ensino em espaço formal e/ou não formal (Brasil, 2017).

Segundo o Documento de Área 46 (Brasil, 2019), o produto educacional é o resultado de um processo criativo produzido baseado em uma pesquisa, visando responder a uma pergunta ou a um problema, ou então, a uma necessidade concreta relacionados ao campo de prática profissional, vindo a ser um artefato virtual ou real, ou um processo.

Perante tais informações, a apresentação de especificações e descrições técnicas desses materiais, devem seguir padrões de registros e acessibilidade a fim de garantir seu compartilhamento. Logo, o Relatório de Avaliação Quadrienal CAPES (Brasil, 2017) destaca que os produtos precisam ser registrados em formato digital e disponibilizados nos sites ou repositórios das respectivas instituições. Além disso, devem ser vinculados a um sistema de informações em âmbito nacional ou internacional, como por exemplo, ISBN², ISSN³, Averbção

² O ISBN (International Standard Book Number), significa Número Padrão Internacional de Livros, identifica numericamente os livros segundo o seu título, autor, país, edição e editora.

³O ISSN (International Standard Serial Number), significa Número Internacional Normalizado para Publicações Seriadas, é utilizado para identificação de publicação em série, tendo aceite internacional.

na Biblioteca Nacional, entre outros.

Notamos que o cumprimento dessas observações pode possibilitar o acesso de produtos educacionais por professores e profissionais envolvidos com o ensino de diferentes estados e regiões do país. Nesse movimento, pode ocorrer a promoção e uso de tais produtos, implicando em transformações nos processos de ensino e de aprendizagem.

Tecnologias Digitais nos processos educacionais de Matemática

Atualmente presenciamos um avanço tecnológico nos mais diversos contextos sociais. O uso de TD como computadores, smartphones e tablets são comuns entre os indivíduos da era digital. Estes os utilizam para as mais diversas situações, como se comunicar por meio das redes sociais, realizar uma investigação na web sobre estudos científicos e até mesmo organizar uma viagem de família. Nesta direção, Lévy (2010) aponta que o uso de TD pode modificar as formas do indivíduo pensar e de se comunicar, repercutindo em mudanças de comportamento social.

Visto que estudantes e professores fazem parte desse meio tecnológico, se faz necessário a utilização de TD dentro dos espaços escolares. Kenski (2012) defende que o uso de TD no contexto educacional, pode promover mudanças na forma de ensinar e de aprender, implicando em mudanças de ações e parcerias dos envolvidos. A pesquisadora ainda assume, que cabe ao professor se inteirar da tecnologia a ser utilizada, a direcionando para fins pedagógicos.

Algumas pesquisas e estudos acerca de cursos de formação de professores para o uso de TD ao ensino de Matemática (Diniz, 2015; Richit, Mocrosky & Kalinke, 2015; Rocha, 2018; Elias, Motta & Kalinke, 2018), indicam formas diferentes de (re)pensar o processo de ensino durante a formação inicial do professor, assim como na formação continuada. O uso de TD durante a formação inicial “pode além de preparar o professor para a inserção pedagógica destes recursos em sala de aula, despertar o gosto pela utilização destes meios digitais, tão presentes no contexto social” (Elias, Motta & Kalinke, 2018, p. 425). Além disso, as TD devem ser “incorporadas às demais atividades formativas dos estudantes e professores, pois não faz sentido pensar que a educação tecnológica possa ser desenvolvida desvinculada da formação intelectual, acadêmica, cultural ou profissional” (Richit, Mocrosky & Kalinke, 2015, p. 133).

Nesse enfoque, entendemos que as TD estão disponíveis ao meio educacional sendo importante a oferta de cursos para licenciandos e professores, a fim de promover reflexões sobre o uso delas nos processos educacionais, possibilitando práticas pedagógicas diferenciadas da

tradicional.

Direcionando olhares às formas de aprender conteúdos matemáticos mediante o uso de TD, alguns estudos (Elias, Hussein & Motta, 2018; Balbino, Nesi & Kalinke, 2018; Nesi et al., 2018) revelam que o uso de smartphones e softwares educacionais pode propiciar formas diferentes do estudante ressignificar e construir conhecimentos. Essas constatações, muitas vezes estão relacionadas com os aspectos de interação e interatividade⁴ durante tais ações.

A respeito do uso pedagógico de smartphones, os estudantes podem elaborar “programas e aplicativos úteis para o cotidiano de forma a resolver desafios de ordem social, articulando conteúdos e disciplinas curriculares” (Elias, Hussein & Motta, 2018, p. 17), promovendo momentos de produção de conhecimentos. Apoiando-nos na criação de jogos digitais e projetos por meio de softwares pedagógicos, o estudante pode passar de sujeito transformador a ativo do conhecimento. Tais evidências apontam para que haja uma continuidade de metodologias com o uso da linguagem de programação na elaboração, construção e apresentação de projetos realizados de forma cooperativa entre estudantes e professores (Balbino, Nesi & Kalinke, 2018).

Diante dos expostos, percebemos que o estudante está inserido socialmente no meio digital, logo, cabe aos professores a busca pela oferta de TD ao contexto educacional, promovendo metodologias pedagógicas diferentes das tradicionais. Esse movimento oportuniza aos envolvidos uma imersão para investigar, supor, testar e construir conhecimentos matemáticos, resultando em formas diferentes de ensinar e de aprender a Matemática. Portanto, é importante que haja uma parceria entre professores e estudantes pela busca de novas metodologias que envolvam o uso de TD para fins pedagógicos. Desta forma, os mesmos se tornam agentes ativos nos processos educacionais, repercutindo mudanças de comportamento pela busca do saber.

Metodologia

Adotamos neste trabalho uma metodologia qualitativa por meio de uma investigação bibliográfica, mediante mapeamento de pesquisas. Segundo Fiorentini et al. (2016, p. 18), o mapeamento da pesquisa é “um processo sistemático de levantamento e descrição de

⁴ Os autores supramencionados, adotam as definições de interação e interatividade apresentadas em Belloni (1999), em que a interatividade é compreendida como uma “característica técnica que significa a possibilidade de o usuário interagir com a máquina [...] e a interação consiste em uma ação recíproca entre dois ou mais atores onde ocorre a intersubjetividade” (Belloni, 1999, p. 58).

informações acerca das pesquisas produzidas sobre um campo específico de estudo, abrangendo um determinado espaço (lugar) e período de tempo”.

Com essa concepção, realizamos um levantamento bibliográfico de produtos educacionais, e suas respectivas dissertações, publicados entre os anos de 2017 a 2019 nos Programas de Mestrado Profissional da UTFPR. Consideramos os trabalhos direcionados ao Ensino de Matemática com o uso de Tecnologias Digitais para o Ensino Fundamental II e Médio, pois é a temática de pesquisa da maioria dos autores deste artigo.

Visando um olhar igualitário, consideramos os trabalhos desenvolvidos nesse período pois o Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática (PPGMAT), de Cornélio Procópio e Londrina, iniciou suas publicações a partir do ano 2017. Desta forma, limitamos as investigações nesse intervalo de tempo.

Buscando atingir nosso objetivo principal, acessamos o site institucional da UTFPR⁵ e verificamos quais eram os Programas de Mestrado Profissional direcionados ao Ensino de Ciências e Matemática mediante uso de Tecnologias. Dentre os 59 programas ofertados pela instituição, três se relacionavam com nossa investigação: Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciência e Tecnologia (PPGECT⁶) de Ponta Grossa; Programa de Pós-Graduação em Formação Científica, Educacional e Tecnológica (PPGFCET⁷) de Curitiba; e Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática (PPGMAT⁸) de Cornélio Procópio e Londrina.

A respeito de tais programas, o PPGECT oferta os cursos de mestrado e doutorado. O mestrado foi aprovado junto à CAPES no ano de 2007 e o doutorado em 2013. O programa busca formar profissionais voltados as áreas da Ciência, da Tecnologia e ao contexto do Ensino. O PPGFCET dispõe os cursos de mestrado e de doutorado, ambos aprovados pela CAPES. O mestrado iniciou suas atividades em 2011 e o doutorado em 2019. O programa visa promover a formação de professores e profissionais na área de Ensino de Ciências e Matemática, enunciando a alfabetização científica e tecnológica humanizadora. O PPGMAT tem o curso de mestrado aprovado desde 2015 pelo MEC. Tende a contribuir para a formação de profissionais para atuação no ensino de Matemática.

⁵ Disponível em <<http://portal.utfpr.edu.br/>>. Acesso em 13 abr. 2020.

⁶ Disponível em <<http://portal.utfpr.edu.br/cursos/coordenacoes/stricto-sensu/ppgect/ppgmodelo>>. Acesso em 02 abr. 2020.

⁷ Disponível em <<http://portal.utfpr.edu.br/cursos/coordenacoes/stricto-sensu/ppgfcet/home>>. Acesso em 02 abr. 2020.

⁸ Disponível em <<http://portal.utfpr.edu.br/cursos/coordenacoes/stricto-sensu/ppg-mat>>. Acesso em 02 abr. 2020.

Cada programa selecionado direcionava a uma respectiva página informacional sobre o mesmo, disponibilizando o link de acesso aos respectivos sites. Ao acessá-los, havia uma aba intitulada Produção Acadêmica que direcionava ao Repositório Institucional da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (RIUT⁹), exceto o PPGMAT que ofertava uma página somente com seus produtos educacionais e dissertações.

Investigando o PPGECT no RIUT, buscamos pelo assunto Ensino de Ciências e Matemática, data de publicação 2017, e encontramos 19 trabalhos. Destes, 17 eram dissertações e duas teses. Realizamos a leitura destes títulos e apenas um trabalho se adequava a nossa investigação. Repetimos tal processo para 2018, encontramos 12 trabalhos, sendo todos dissertações e nenhum abordava nosso tema de pesquisa. O mesmo ocorreu nos trabalhos de 2019, foram elencados oito, mas nenhum direcionado ao propósito desta pesquisa. Alertamos que os trabalhos não selecionados tratavam sobre o uso de TD ao Ensino de Ciências, Interdisciplinar, Educação Especial, Ensino Profissional e Ensino Superior. Portanto, não se adequavam a nossa sondagem e foram descartados.

Observando o PPGFCET no RIUT, selecionamos o assunto Ensino de Ciências e Matemática, ano 2017, e encontramos 14 trabalhos. Fazendo a leitura dos títulos, apenas um abordava o nosso tema de investigação. Repetimos tal processo para 2018, encontramos 19 trabalhos. Destes, três foram selecionados pois tratavam do assunto a ser investigado. Em 2019, até o momento desse levantamento de dados, foram apresentados cinco trabalhos, mas nenhum direcionado ao propósito desta pesquisa.

Em nossa investigação ao repositório do PPGFCET, frisamos que grande parte dos trabalhos encontrados abordavam estudos direcionados ao Ensino de Ciências. Tal percepção, deve-se a recente integração da área de Ensino de Matemática ao referido programa, a partir de 2018. Isto justifica o baixo número de pesquisas e produtos direcionados ao Ensino de Matemática mediante uso de TD.

A aba de Produção Acadêmica do PPGMAT apresentava duas opções: Quadro de Resumos de Produtos Educacionais publicados pelo programa desde 2017 a 2019, e Relação das Dissertações defendidas no programa desde 2017 a 2019. Ao selecionar o Quadro de Resumos de Produtos Educacionais, encontramos 39 produtos educacionais. Realizamos a leitura desses resumos e identificamos sete produtos que estavam em consonância com a

⁹ Disponível em <<http://repositorio.utfpr.edu.br/jspui>>. Acesso em 02 abr. 2020.

temática desta pesquisa. Destacamos que os produtos desconsiderados nesta sondagem, conferiam estudos ao Ensino Superior, Profissional e Prisional, ou por não utilizarem TD. Diante disso, foram descartados de nossa análise.

No Quadro 1 a seguir, destacamos os trabalhos analisados e selecionados nos três programas investigados. O mesmo foi estruturado conforme o programa e cronologia de publicação dos respectivos autores.

Quadro 1 - Trabalhos analisados e selecionados nesta investigação

Programa	Título da Dissertação (D) e do Produto Educacional (PE)	Autor/ Ano de publicação
PPGECT	(D/PE) Tecnomatemática: site como ferramenta tecnológica para o ensino de frações no 6º ano do ensino fundamental	Cruz (2017)
PPGFCET	(D/PE) Uma proposta de estudo da autonomia docente de professores de ciências e de matemática em exercício	Maciel Junior (2017)
PPGFCET	(D/PE) Possibilidades de utilização de smartphones em sala de aula: construindo aplicativos investigativos para o trabalho com equações do 2º grau	Elias (2018a, 2018b)
PPGFCET	(PE) Objeto de Aprendizagem “Descobrimo Comprimentos” versão 2.0 (D) Reformulando um objeto de aprendizagem criado no Scratch: em busca de melhorias na usabilidade	Nesi (2018a, 2018b)
PPGFCET	(PE) O Objeto de Aprendizagem - O skate e a Trigonometria (D) Objetos de aprendizagem aplicados ao ensino da trigonometria: revelando elementos a partir do movimento histórico e lógico	Silva ((2018a, 2018b)
PPGMAT	(PE) Contribuições ao Ensino de Geometria por meio da criação de Objetos de Aprendizagem (D) O software de programação Scratch na formação inicial do professor de matemática por meio da criação de objetos de aprendizagem	Curci (2017a, 2017b)
PPGMAT	(PE) Afinal, como surgiram as Geometrias não euclidianas? (D) Vídeos didáticos e atividades baseadas na história da matemática: uma proposta para explorar as geometrias não Euclidianas na formação docente	Gomes(2017a, 2017b)
PPGMAT	(PE) Desmistificando a Matemática por meio da Estatística (D) Uma aplicação de vlogs nas aulas de estatística na educação básica	Morais (2017a, 2017b)
PPGMAT	(PE/D) Um estudo sobre o ensino de geometria com o uso da FARMA	Pereira (2018a, 2018b)
PPGMAT	(D) Ensino de Estatística: o estudo de conceitos potencializado pelo software RStudio (PE) Mapas e contornos: caminhos para o ensino de Estatística no RStudio	Cardoso (2019a, 2019b)
PPGMAT	(PE) Atividades para ensinar multiplicação e divisão de polinômios	Coutinho (2019a, 2019b)

	(D) Divisão e multiplicação de polinômios com o auxílio de materiais manipuláveis e tecnologias sob o olhar da representação semiótica	
PPGMAT	(D) A utilização do smartphone com intermédio de um aplicativo de realidade aumentada para a aprendizagem de Estatística (PE) Livro interativo de Realidade Aumentada para o Ensino de Estatística	Domingues (2019a, 2019b)

Fonte: os autores (2020)

Após selecionados os doze trabalhos, realizamos os downloads dos referidos produtos educacionais e suas respectivas dissertações. Constatamos no RIUT que havia apenas os arquivos das dissertações de Cruz (2017) e Maciel Junior (2017), não sendo disponibilizadas postagens para os produtos, como os demais. Por este fato, fizemos inicialmente uma leitura flutuante em ambas as dissertações e constatamos que os produtos estavam contidos no decorrer do corpo textual. Desta forma, ambos não foram descartados de nossa investigação.

Após downloads, iniciamos a leitura dos resumos das dissertações e apresentações iniciais dos produtos educacionais. Diagnosticado que os doze trabalhos estavam coerentes com nosso objeto de estudo, realizamos a leitura integral dos produtos educacionais e suas respectivas dissertações. Na sequência, seguem as análises dos dados levantados.

Compreensões dos produtos educacionais selecionados

Neste momento, apresentamos nossas interpretações referentes aos trabalhos elencados no Quadro 1. Buscamos considerar nos produtos educacionais as seguintes características: formato; proposta educacional; processos educacionais; teoria de aprendizagem; e acesso. Além de trazer os pontos positivos e negativos desses ao uso escolar. Nas respectivas dissertações, procuramos examinar as linhas teóricas adotadas para o desenvolvimento dos produtos, registros da criação dos mesmos e informações que contribuíssem em nossa análise. Com esses preceitos passamos a observar os referidos trabalhos.

O produto educacional apresentado por Cruz (2017) ao PPGECT é o site educacional Tecnomatemática¹⁰. O mesmo foi desenvolvido pela pesquisadora com o intuito de auxiliar professores e estudantes no uso das Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC), relacionadas à disciplina de Matemática. Para construí-lo, a pesquisadora buscou compreensões

¹⁰ Conforme informações de Cruz (2017), atualmente o site <<http://www.tecnomatematica.com>> não está funcionando devido a questões técnicas.

sobre o ensino e a aprendizagem da Matemática, restringindo olhares ao uso de TD. Desta forma, entre outros autores, baseou seus estudos em Vygotsky (1998), D’Ambrósio (2010), Freire (1996), Borba e Penteado (2007), Kenski, (2010) e Valente (1993).

Com o aporte teórico escolhido, desenvolveu-se e apresentou-se um site no decorrer do curso de formação continuada à professores de Matemática do Ensino Fundamental II, de uma escola estadual pública de Jacarezinho/PR, com o objetivo de analisar se o mesmo poderia ser uma ferramenta tecnológica para o ensino do conteúdo de frações ao 6º ano. Durante tal curso, os professores participantes criaram atividades educacionais sobre frações com o uso do software JClick¹¹, que foram incluídas pela pesquisadora no site, como materiais educacionais para downloads. Tal site traz em sua página inicial os ícones: Cursos, Notícias, Downloads, Imagens e Contato. A seguir, a Figura 1 apresenta tal página que está exposta na dissertação da respectiva pesquisadora pois o site está inativo.

Figura 1 - Interface inicial do Tecnomatemática



Fonte: Cruz (2017)

Cruz (2017) salientou que o ícone “Cursos”, que disponibilizaria cursos na modalidade Educação a Distância (EaD), não estaria ativado pois seria pertinente realizar nova pesquisa sobre EaD, além de desenvolver materiais específicos para tal finalidade. Em “Notícias” há informações de outras fontes relacionadas ao uso das TIC para o ensino da Matemática. O ícone “Downloads” apresenta links que direcionam a sites de softwares que podem ser utilizados de

¹¹ Disponível em: <<https://clic.xtec.cat/legacy/en/jclick/>>. Acesso em 02 abr. 2020.

forma livre, como por exemplo, CmapTools, GeoGebra e JClíc. Em “Imagens”, há o direcionamento à página no Facebook¹², contendo informes sobre o uso de TIC e Matemática, além de fotos da aplicação do curso de formação continuada com os professores, realizado durante sua pesquisa. Já em “Contato”, o usuário pode enviar mensagem a desenvolvedora do site, tirando dúvidas e deixando sugestões.

Por fim, a pesquisadora concluiu que o site foi bem aceito pelos participantes do curso de formação pois concentra uma variedade de informações relacionadas ao uso das TIC na Matemática. Assim, o mesmo pode ser utilizado para auxiliar os professores no ensino de Matemática, possibilitando a contextualização de situações pertinentes à realidade do estudante (Freire, 1996), podendo implicar nos processos de aprendizagem (Vygotsky, 1998; D’Ambrósio, 2010).

Como não conseguimos acessar o site, pois o mesmo não está disponível devido a questões técnicas, observamos os materiais expostos e produzidos no decorrer do curso na página do grupo no Facebook. Nela, notamos que, além desses, a mesma é alimentada e atualizada com informações pertinentes quanto ao uso de TIC no ensino de Matemática. Consideramos que tais referências podem contribuir de forma positiva para as práticas pedagógicas pois conduzem ao uso de vídeos, softwares e outros recursos tecnológicos. Um ponto negativo é que o site não está em funcionamento, restringindo acesso ao seu material apenas pela rede social.

Acerca do produto educacional exposto ao PPGFCET por Maciel Junior (2017), o curso de robótica educacional¹³ foi construído e desenvolvido junto aos professores de Ciências, Matemática, Física, Química e Biologia da rede estadual pública de ensino do núcleo de Pato Branco/PR. O pesquisador buscou analisar neste curso a autonomia docente sob a perspectiva de Contreras (2012) e Habermas (2012). Tais autores defendem que o desenvolvimento das habilidades comunicativas do professor e de seu aprendiz são mais relevantes que a centralidade do processo de ensino/aprendizagem.

Referente ao produto educacional, o curso foi ofertado em 60 horas, distribuídas em 20 encontros. As atividades foram realizadas por duplas e trios, o que propiciou momentos de discussão sobre possíveis soluções para determinados problemas, precipitando espaços para

¹² Disponível em: <<https://www.facebook.com/tecnomatematica>>. Acesso em 02 abr. 2020.

¹³ O curso está descrito a partir da página 72 da dissertação do pesquisador. Disponível em: <<http://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/handle/1/2884>>. Acesso em 02 abr. 2020.

autonomia do professor e racionalidade comunicativa, objeto de estudo do pesquisador. Nessas atividades, os participantes exploraram conteúdos de Ciências e Matemática no decorrer da montagem, programação e análise dos experimentos propostos para a criação de robôs. Algumas das atividades do curso, como o funcionamento do robô e o controle da placa por programação para o acionamento de uma lâmpada incandescente, puderam ser divulgados durante a mostra de cursos do Instituto Federal do Paraná (IFPR), campus Palmas. Tal evento possibilitou uma maior difusão regional do uso da robótica ao ensino da área de Ciências e Matemática pois contou com a visita de estudantes e professores da rede pública e privada da cidade e região.

Neste movimento, o pesquisador identificou que a metodologia de ensino aplicada no curso de robótica privilegiou a resolução de problemas práticos, contribuindo significativamente para o estudo, indo ao encontro das ideias de Contreras (2012) e Habermas (2012). Isto posto, os professores notaram que a autonomia para o ensino e a aprendizagem vai além de conteúdos disciplinares, possibilitando “uma visão humanista do ensino, atuando de forma mais crítica e reconhecendo o aspecto intersubjetivo dessa reflexão” (Maciel Junior, 2017, p.102). Tal produto está incluso na dissertação do respectivo pesquisador e pode ser acessado por meio do RIUT.

Um ponto positivo no tocante do curso, é a integração de conhecimentos de Ciências e Matemática por meio da robótica, o que pode implicar em ações interdisciplinares e promoções do uso pedagógico da programação no Ensino Fundamental II e Ensino Médio. Concebemos como ponto negativo, que o produto educacional é abordado no decorrer da dissertação, no capítulo da metodologia. Isto leva o leitor a acessar tal trabalho e buscar informações que sejam relevantes para ele. Tal ocasião se deve a não exigência do programa, na época, em haver dissertação e produto educacional separados, tornando-se obrigatória a partir de 2018.

O produto educacional de Elias (2018b), apresentado ao PPGFCET, consta de um material com quatro aplicativos matemáticos educativos criados no software App Inventor 2, para o ensino de Equações do 2º grau. Os mesmos são acompanhados por quatro sequências didáticas, além dos processos de programação para criação de cada um deles.

Durante sua pesquisa, Elias (2018a) criou tais aplicativos e os apresentou aos estudantes de uma turma de 9º ano do Ensino Fundamental II, de uma escola estadual pública de Curitiba/PR buscando indícios da ressignificação da aprendizagem sobre Equações do 2º grau. A pesquisadora baseou seus estudos em Ausubel (1980) com a Aprendizagem Significativa, e

em Papert (1986) com a teoria Construcionista e as dimensões basilares: pragmática, sintônica, sintática, semântica e social.

Quanto aos aplicativos: um corresponde a um Quiz¹⁴ a respeito da história da Álgebra e das Equações Quadráticas; outro condiz à seleção de opções corretas quanto a lei de formação de uma Equação Quadrática; outro oportuniza escolha de alternativas verdadeiras e falsas a respeito dos coeficientes de uma Equação do 2º Grau e a função do discriminante; e por fim, o aplicativo em formato de calculadora em que o usuário indica os coeficientes de uma Equação do 2º grau e ele calcula as raízes dessa equação.

Tais aplicativos estão disponíveis no site do App Inventor¹⁵, podendo o usuário acessá-los mediante cadastro na plataforma. Após isso, poderá “baixar” o(s) aplicativo(s) em um smartphone, explorando-os de forma pedagógica. Também, o usuário poderá alterar a programação, remixando-o conforme suas necessidades pedagógicas, sendo, assim, um produto declaradamente aberto a possibilidades de ensino e de aprendizagem.

Elias (2018a) identificou as concepções teóricas da Aprendizagem Significativa (Ausubel, 1980), em que os estudantes, na assimilação de novos conhecimentos, lançavam mão de saberes prévios. Além disso, observou que o uso de smartphones contemplou as dimensões sintática, semântica e social (Papert, 1986), visto que os estudantes possuem rápido acesso e facilidade de manipulação a este material. A respeito dessas dimensões, a pesquisadora indica que a dimensão sintática considera que a realização de trabalhos contextualizados deve surgir a partir do interesse do estudante, oportunizando maior assimilação e aprendizado efetivo; a semântica expressa a importância do estudante explorar materiais que tenham significado para ele, possibilitando uma relação mais acessível ao aprendizado; e a dimensão social caracteriza que o trabalho com materiais culturalmente inseridos no cotidiano do estudante, é de grande relevância para o aprendizado.

Por fim, a pesquisadora constatou que o uso de smartphones no contexto educacional é um recurso que pode auxiliar no processo de aprendizado de Matemática, oportunizando formas diferentes para ressignificar aprendizagens de estudantes e promover o uso de tecnologias móveis em contexto escolar.

¹⁴Quiz é um jogo de perguntas que tem como objetivo avaliar os conhecimentos dos jogadores (Elias, 2018).

¹⁵ Disponível em <<http://appinventor.mit.edu/explore>>. Acesso em 02 abr. 2020.

Observando tal produto educacional, destacamos positivamente a versatilidade dos aplicativos em ofertarem conteúdo matemático específico por meio de quiz ao uso de calculadora, possibilitando a mobilidade e o uso pedagógico de smartphones e tablets. Ressaltamos como pontos negativos o acesso e a velocidade da internet da escola ou da rede de dados privada do aluno e/ou do professor; além da posse de smartphones, pois nem todos os estudantes possuem ou portam para a escola tais aparelhos.

Nesi (2018a) apresentou como produto educacional ao PPGFCET, o OA “Descobrimo Comprimentos - versão 2.0”¹⁶. Este objeto corresponde a um recurso virtual multimídia, criado no software Scratch, que oferta um jogo digital sobre o conteúdo matemático de Unidades de Medidas de Comprimento. É direcionado aos processos educacionais de Matemática para 5º anos e as séries finais do Ensino Fundamental II.

Tal OA foi desenvolvido conforme a definição defendida pelo Grupo de Pesquisa sobre Tecnologias na Educação Matemática (GPTEM¹⁷), que considera OA como sendo “qualquer recurso virtual multimídia, que pode ser usado e reutilizado com o intuito de dar suporte a aprendizagem de um conteúdo específico, por meio de atividade interativa, apresentada na forma de animação ou simulação” (Kalinke & Balbino, 2016, p.25).

O objeto já havia sido criado e aplicado anteriormente por Meireles (2017) e Zoppo (2017)¹⁸, mas necessitava de adequações e alterações em sua programação. Como tais pesquisadoras fazem parte de um mesmo grupo de pesquisa (GPTEM), que considera que as tecnologias se modificam conforme as necessidades que as contextualizam, podendo haver re(elaborações) e continuações de estudos acerca de determinado recurso tecnológico, Nesi (2018b), neste viés, reformulou tal objeto buscando melhorias nos aspectos de usabilidade. Para isso, baseou seus estudos em Meireles (2017) e Zoppo (2017), e em autores que tratavam da usabilidade em OA como Lima et al. (2007), Ferrarresso (2014) e Koshiyama (2014).

A respeito do objeto, este apresenta em seu menu inicial opções para Jogar, Tutorial, Descobrimo a Matemática e Criadores. No botão “Jogar” é ofertado ao usuário um jogo digital. Neste ele deve escolher um personagem e percorrer um bairro virtual, explorando locais,

¹⁶ A pesquisadora também adotou a mesma definição apresentada anteriormente em Silva (2018).

¹⁷ Site oficial do grupo disponível em: <<https://gptem5.wixsite.com/gptem>>. Acesso em 02 abr. 2020.

¹⁸ Em suas pesquisas de mestrado, Meireles (2017) e Zoppo (2017) desenvolveram e aplicaram, respectivamente, o OA “Descobrimo Comprimentos” a estudantes de 5º ano do Ensino Fundamental I e perceberam que algumas melhorias poderiam ser realizadas neste, dando a entender que no quesito da usabilidade algumas adequações poderiam contribuir para aperfeiçoá-lo (Nesi, 2018).

encontrando e respondendo desafios matemáticos. O botão “Descobrimo a Matemática”, traz algumas curiosidades e informações referentes ao conteúdo específico de que trata o objeto. O botão “Tutorial” apresenta, em formato de áudio e imagens, indicações de como usar o OA. Por fim, o botão “Criadores” mostra os envolvidos nos processos de criação e reformulação da versão original do objeto, e da atual, versão 2.0.

O OA está alocado no repositório do Scratch¹⁹ e também no site do GPTEM²⁰. O usuário poderá acessá-lo e usá-lo como recurso educacional. Caso queira reformulá-lo ao seu contexto escolar, poderá realizar modificações na linguagem de programação do Scratch, propiciando uma continuidade na sequência de ciclos de reformulação do respectivo objeto.

Por meio de seus estudos teóricos, Nesi (2018b) identificou que para aprimorar a usabilidade de OA é necessário garantir interfaces atrativas, mobilidade dos avatares, interatividade entre estudante e os elementos do objeto, e clareza das informações. Sendo assim, tal objeto pode auxiliar nos processos de ensino e de aprendizagem, possibilitando aos envolvidos formas diferentes de explorar e construir conhecimentos matemáticos.

O ponto positivo quanto desse produto é que o mesmo pode ser utilizado em smartphones e tablets, tanto na versão online, quanto offline. Percebemos como ponto negativo, a restrição de acesso de laboratório de informática e de computadores, resultando em adequações de uso em outros espaços da escola.

O produto educacional apresentado ao PPGFCET por Silva (2018a), é o Objeto de Aprendizagem (OA) “O skate e a trigonometria”²¹, direcionado ao ensino da trigonometria no triângulo retângulo, sob o viés do movimento histórico e lógico. Para criação deste, a pesquisadora baseou seus estudos nos princípios da teoria histórico-cultural de Vygotsky (1991) e do estudo do par dialético histórico e lógico, fundamentados na teoria materialista histórico-dialética de Karl Marx (1818-1883) e Friedrich Engels (1820-1895).

Referente ao OA, esse foi criado no software Scratch no formato de jogo educacional digital e é composto por atividades que evidenciam generalidades do movimento histórico e lógico da trigonometria, de modo a suscitar momentos de mediação do professor para promover a formação do pensamento teórico dos estudantes. Em sua interface inicial, há dois botões de acesso: Tutorial e Jogar. O botão “Tutorial” apresenta informações textuais sobre o conteúdo

¹⁹ Disponível em: <<https://scratch.mit.edu/projects/259918701>>. Acesso em: 02 abr. 2020.

²⁰ Disponível em: <<https://gptem5.wixsite.com/gptem/sobre-1>>. Acesso em: 02 abr. 2020.

²¹ A pesquisadora também adotou a mesma definição apresentada anteriormente em Nesi (2018).

proposto no OA e a forma de pontuação do jogo. No botão “Jogar”, é apresentado ao estudante a interação entre dois personagens na busca pela resolução de um determinado problema trigonométrico. Durante tal busca, o estudante é convidado a participar da exploração do OA, contando com momentos de mediação pelo professor. O jogo é finalizado após o estudante encontrar a resposta correta do referido problema.

O OA está disponível no repositório²² do Scratch e pode ser acessado e jogado tanto na versão online, quanto offline. Também há a possibilidade de modificá-lo, alterando a sua linguagem de programação e o adaptando para outras especificidades educacionais. Neste viés, Silva (2018a, 2018b) sugere a inclusão de novas situações de ensino sobre trigonometria na circunferência. Tal indicação, oportuniza uma continuação de estudos na criação e/ou reformulação de OA no movimento histórico e lógico.

Por fim, a pesquisadora salienta que o OA busca propiciar o trabalho e discussões coletivas, oportunizando interação entre professor e estudantes na busca da construção do pensamento teórico a partir da necessidade dos conceitos trigonométricos, conferindo indícios da teoria histórico-cultural e do par dialético histórico e lógico.

Constatamos como ponto positivo no produto, a possibilidade de explorar a História da Matemática a fim de propiciar formas diferentes de ensinar e de aprender a trigonometria no triângulo retângulo. Outro ponto a favor, é que o OA pode ser utilizado em tablets e smartphones na versão online e offline. Um ponto negativo é a restrição quanto ao uso de laboratório de informática e computadores, o que pode implicar em propostas diferentes quanto ao uso do OA em sala de aula.

O produto educacional apresentado ao PPGMAT por Curci (2017a), trata de um guia didático para suporte ao docente na programação de OA matemáticos por meio do software Scratch. Este produto foi construído no decorrer de sua pesquisa mediante etapas de aplicação de um curso de formação inicial de professores do curso de Licenciatura em Matemática, da Universidade Estadual do Paraná (UNESPAR), do Campus Apucarana.

O guia didático está dividido em seis capítulos: Tela inicial e introdução ao Scratch; Movimentando atores e desenhando padrões; Criando animações e introduzindo sons; Blocos personalizados e *broadcasting*; As variáveis no Scratch; e As listas no Scratch. Em cada um, há apresentação e explicação dos principais comandos do Scratch, além de sugestões de atividades

²² Disponível em <<https://scratch.mit.edu/projects/236986943/>>. Acesso em 02 abr. 2020.

referente ao conteúdo de Geometria na Educação Básica. O acesso a tal produto se dá por meio do RIUT, em produções acadêmicas da respectiva pesquisadora.

Curci (2017b) fundamentou seus estudos em autores da área da educação que tratam do uso de tecnologias educacionais como Valente (1999), Borba e Penteado (2012), Balbino (2014), Kalinke (2015) e Motta (2008). A respeito da formação de professores, direcionou olhares ao trabalho de Tardif (2010) e documentos oficiais de ensino (PCN). Por meio desses, constatou que o uso do Scratch para o desenvolvimento de OA, contribuiu na formação inicial de professores no ensino de conceitos geométricos, possibilitando reflexões e aprendizagens relevantes à formação. Logo, o produto educacional pode ser explorado por professores visando a produção de artefatos digitais, vindo a contribuir nos processos educacionais de Matemática.

Um dos pontos positivos quanto a esse produto, é que o mesmo pode ser utilizado tanto na formação inicial do professor, quanto na continuada, oportunizando a difusão do uso de linguagem de programação intuitiva na construção de objetos na área educacional. Também, seu uso pode dar-se na versão offline, o que favorece a exploração do Scratch. Algo desfavorável, quanto ao uso desse software e dos objetos construídos nele, é a questão da restrição quanto ao uso de laboratório de informática e computadores da escola.

Gomes (2017a) expôs como produto educacional ao PPGMAT, o material “Afim, como surgiram as geometrias não euclidianas?”. Este é composto por quatro sequências de atividades contendo indicações de uso de vídeos e atividades baseadas na História da Matemática e a geometria não euclidiana. O mesmo foi produzido e aplicado a um curso de formação continuada de professores de Matemática que atuavam na Educação Básica no município de Leópolis/PR. A intenção foi propiciar aos cursistas uma reflexão a respeito das geometrias não euclidianas em contexto histórico matemático (Gomes, 2017b). Segundo o pesquisador, tal material foi desenvolvido atendendo alguns autores que tratam da formação do professor e a História da Matemática (D’Ambrósio, 1996; Martins, 2007; Machado & Mendes, 2013), e o uso pedagógico de tecnologias, como os vídeos, no contexto da Educação Matemática (Moran, 1995; Borba; 1999; Ponte, 2000; Kenski, 2003).

Sobre as quatro sequências de atividades, Gomes (2017a) propôs para cada uma: informações quanto ao tema a ser abordado, link de acesso ao vídeo produzido e alocado no

Youtube²³, e propostas de atividades sobre o assunto exposto. A primeira atividade trata da origem das geometrias não euclidianas; a segunda se refere ao estudo das retas paralelas nas geometrias hiperbólica e elíptica; a terceira tange aos triângulos nas geometrias hiperbólica e elíptica; e a quarta diz respeito sobre aos quadriláteros nas geometrias hiperbólica e elíptica. Para acessar tal produto, o mesmo está disponível no RIUT em produções acadêmicas do respectivo autor.

A respeito do ponto positivo do produto, elencamos a possibilidade de o professor retomar a História da Matemática, buscando compreensões e construções de conhecimentos dos alunos sobre geometrias hiperbólica e elíptica. Além do que, o professor pode adequar tais atividades conforme seu interesse pedagógico. Um ponto negativo, é a questão do acesso à internet para exploração dos vídeos, restringindo seu uso caso a mesma não esteja disponível à escola e alunos.

Morais (2017a) apresentou ao PPGMAT o produto educacional *vlog* “Desmistificando a Matemática por Meio da Estatística²⁴”. Este foi elaborado por meio da plataforma online wix.com, ofertando seis vídeoaulas, contendo atividades e sugestões de estudo para o professor ensinar o conteúdo de Estatística para estudantes de 7º ano do Ensino Fundamental II. Tais materiais pedagógicos foram elaborados segundo as Diretrizes Curriculares Estaduais, tendo como apoio os Parâmetros Curriculares Nacionais e Lei de Diretrizes e Bases da Educação Básica (LDB nº 9394/96) (Morais, 2017b).

O *vlog* disponibiliza seis ícones: Página inicial; Sobre; Vídeoaulas; Atividades; Sugestões de pesquisa; e Contato. A Figura 2 a seguir, apresenta a interface inicial do mesmo.

Figura 2 – *Vlog* “Desmistificando a Matemática por Meio da Estatística”

²³ Disponível em: <<https://www.youtube.com/watch?v=eqjKgzx7fLk&t=4s>>; <<https://www.youtube.com/watch?v=ZvuzbE0FP3E>>; <<https://www.youtube.com/watch?v=YIW-q11QNhY>>; <<https://www.youtube.com/watch?v=ia9pzMeVUEU>>. Acesso em 20 abr. 2020.

²⁴ Disponível em: <<https://daianemiliossi.wixsite.com/vlogdematematica>>. Acesso em 22 abr. 2020.



Fonte: < <https://daianemiliossi.wixsite.com/vlogdematematica> >. Acesso em 22 abr. 2020

A “Página inicial” remete a interface inicial do *vlog*, como apresentada na figura anterior. No ícone “Sobre”, há informações sobre os criadores do projeto. Na aba “Vídeoaulas” localiza-se o material pedagógico produzido por meio de vídeos para o ensino de Estatística. Em “Atividades” é disponibilizado ao professor e ao aluno, materiais para download com exercícios a respeito das vídeoaulas, que podem ser utilizados como forma de auxílio nos processos educacionais. Na parte “Sugestões de pesquisa”, são apresentadas dicas de materiais complementares, como textos e sites com informações sobre o tema Educação e Estatística. Em “Contato”, o usuário pode deixar alguma dúvida ou sugestão a respeito do material do *vlog*.

Referente às vídeoaulas, essas foram separadas por seis temas: O que é estatística; Classificação de variáveis ou dados; População e amostra; Média; Moda e Mediana. São seis vídeos com duração entre dois a três minutos. Segundo Moraes (2017a), o professor pode expor a parte teórica do conteúdo, em seguida apresentar vídeo sobre o respectivo assunto e finalizar com atividades que tratem do que foi elucidado, oportunizando ao estudante associar a teoria com sua prática vivenciada extraclasse. Logo, o *vlog* pode permitir olhares diferenciados na construção de conhecimentos.

Analisando tal produto educacional, notamos como ponto positivo a disponibilidade do *vlog* por meio da web, podendo o estudante explorá-lo mediante computador ou smartphone/tablet. Outra conveniência é a possibilidade de reformular as atividades aos

estudantes do Ensino Fundamental II e Ensino Médio, pois o conteúdo de Estatística é abordado nestas etapas educacionais. Um dos pontos negativos, é que em seu material digital no RIUT, não é possível acessar o link para o *vlog*, tão pouco das videoaulas. Isto faz com que o leitor, para ter acesso aos mesmos, deva acessar a dissertação da pesquisadora e buscar tal material. Outro ponto negativo é sobre o acesso e a velocidade da internet da escola por meio de computadores ou smartphones/tablets, limitando a exploração do respectivo produto.

Pereira (2018a) apresentou como produto educacional ao PPGMAT, um guia para a criação de OA²⁵ matemáticos por meio da ferramenta de Autoria para a Remediação de erros com Mobilidade na Aprendizagem (FARMA²⁶). Segundo o pesquisador, tal ferramenta visa a construção de OA digitais, estruturados por introduções e exercícios, ou seja, criam-se enunciados e a partir deles, propõem-se situações-problemas com respostas em forma de expressões aritméticas ou algébricas.

O mesmo desenvolveu nove OA de Geometria e os aplicou aos estudantes de nono ano do Ensino Fundamental de uma escola pública de São Paulo/SP, a fim de constatar mudanças de concepções a respeito de definições prévias sobre conceitos básicos de geometria. Para tanto, Pereira (2018b) baseou seus estudos em autores que tratam do Ensino de Matemática e Tecnologia, como Kenski (2010), Papert (1994), Borba, Scucuglia e Gadanidis (2014), Motta (2008) e Curci (2017). Também expõe a teoria Construcionista de Papert (1994) para compreensão da construção do aprendizado do estudante por meio das TD.

No que tange aos nove OA elaborados, um deles aborda Elementos Básicos da Geometria, dois sobre Formas Geométricas, um sobre Perímetro de Figuras Geométricas, um sobre Ângulos, um sobre Polígonos, um sobre Circunferências e Círculos, um sobre Ângulos e Arcos de uma Circunferência, e um sobre Teoremas. Tais objetos apresentam interfaces de introdução do conteúdo e na sequência, são propostas atividades sobre o respectivo assunto.

Para acessá-los e utilizá-los, o professor deverá se registrar e criar uma conta no FARMA. Pereira (2018a) salienta que o professor pode utilizar a opção “Criar Turma” para selecionar e disponibilizar aos estudantes, objetos específicos à serem explorados. Isto pode facilitar uma maior organização do trabalho pedagógico, além de acompanhar simultaneamente

²⁵ O pesquisador não especificou em sua dissertação, qual a compreensão ou definição adotada para construção de OA.

²⁶ Disponível em: <<http://farma.educacional.mat.br/>>. Acesso em 02 abr. 2020.

o progresso dos estudantes. Para acessar tais objetos, o estudante deve fazer cadastro na turma criada, mediante código de acesso disponibilizado pelo FARMA ao professor.

O pesquisador interpreta que por meio da utilização dos OA, houve uma modificação no modo de pensar dos estudantes em relação a conceitos básicos de geometria, propiciando a aprendizagem dos conteúdos apresentados. Com relação ao FARMA, Pereira (2018b) notou que ele é uma ferramenta que pode favorecer um ambiente dinâmico de ensino, vindo a promover conhecimentos matemáticos. Também destaca que, por ser de fácil uso na construção de OA, pode atender as demandas de professores que não tenham tanta familiaridade com o uso de TD, promovendo novas criações e divulgações de objetos.

Podemos apontar como ponto positivo do produto, a questão da acessibilidade. O mesmo pode ser explorado por meio da web, na plataforma FARMA, em diferentes aparelhos móveis. O ponto negativo é que o produto está alocado em site online, logo, caso a escola não possua sinal de internet ou esteja com velocidade baixa, os OA não poderão ser investigados com tal conexão, recorrendo ao uso da rede de dados privada do aluno e/ou do professor, como apontado em Elias (2018).

O produto educacional de Cardoso (2019b), entregue ao PPGMAT, é o “Mapas e contornos: caminhos para o ensino de Estatística no RStudio”. Esse é um manual direcionado aos professores para o ensino da Estatística à Educação Básica, em que apresenta os principais comandos do software RStudio, utilizando os pacotes Swirl e Swirlify, para a programação de atividades. Tal software é escrito na linguagem de programação C++.

Nesse manual, há informações quanto a instalação do respectivo software e pacotes de comandos, seguido de instruções passo a passo de como criar atividades educacionais. De acordo com a pesquisadora, fica a critério do professor em definir qual o conteúdo e a quantidade de atividades a serem desenvolvidas. Ao acesso ao respectivo produto, o mesmo encontra-se no RIUT, em produções acadêmicas do respectivo autor.

Com relação ao desenvolvimento do produto, Cardoso (2019a) buscou na literatura autores que abordavam sobre o Ensino da Estatística (Webster, 2006; Ignácio, 2010; Santos et al., 2016) e o uso de Tecnologias Digitais na Educação (Moura, 2010; Vasconcelos, 2014; Carvalho e Costa, 2006), além de informações sobre o pacote Swirl e o software RStudio, para criação e desenvolvimento de atividades em linguagem de programação. Durante a pesquisa, aplicou o produto a uma turma de 8º ano do Ensino Fundamental II, de uma escola da rede

particular de Londrina/PR, com o objetivo de compreender o impacto do software RStudio aplicado aos conteúdos de Estatística, analisando a aceitação do programa por parte dos estudantes. Após aplicação, a pesquisadora constatou que a utilização do software oportunizou melhorias significativas na aprendizagem dos estudantes, além de promover a interação entre os envolvidos.

Algo positivo quanto ao produto, é a possibilidade do professor entrar em contato com uma linguagem de programação a fim de desenvolver atividades específicas de seu componente curricular. Outro ponto favorável, é que o software RStudio pode ser usado com ou sem acesso à internet. Destacamos como ponto negativo, o manual é estritamente técnico sem se preocupar com o quesito pedagógico. Nesta perspectiva, dicas como atividades de Estatística poderiam tornar o material mais atrativo ao professor.

Investigando o produto educacional de Coutinho (2019a) ao PPGMAT, este é um material contendo informações e atividades quanto ao ensino de “Divisão e Multiplicação de Polinômios com o auxílio de Materiais Manipuláveis e Tecnologias”. Apresentando sequências de atividades matemáticas com Material Manipulável e GeoGebra. Estas foram desenvolvidas seguindo a Teoria de Registro de Representação Semiótica de Raymond Duval (2003), que pressupõe que os objetos matemáticos são acessíveis exclusivamente por meio de suas representações semióticas, sendo que a diversidade enriquece a aprendizagem matemática.

Tais atividades foram elaborados para uma turma de 8º ano, de uma escola da rede privada de Campo Mourão/PR. Após a aplicação e análise de dados, a pesquisadora reformulou as mesmas e compôs o produto educacional. Esse propõe a aplicação das atividades em duas etapas: utilizando recursos com Material Manipulável (MM) e software GeoGebra online, visando o ensino de multiplicação e divisão de polinômios a partir da área de um retângulo. Sugere que as atividades sejam realizadas seguindo a Metodologia Ativa de Rotação por Estação do Ensino Híbrido, em que os alunos são divididos em grupos, e por meio de rodízio exploram propostas de trabalhos/atividades em estações específicas. Segundo a pesquisadora, tais materiais e metodologia podem despertar o interesse dos alunos pelo conteúdo proposto de polinômios. O acesso a esse produto educacional, dá-se por meio do RIUT, em produções da respectiva pesquisadora.

Atentamos como ponto positivo no produto, a variedade de atividades propostas tanto com MM, quanto no GeoGebra, para despertar no estudante representações em escrita em língua

natural e algébrica de polinômios. Ademais, o GeoGebra pode ser utilizado tanto na versão online, quanto offline. Um ponto negativo é que não identificamos de forma clara, tanto no produto, quanto na dissertação, se as atividades com o respectivo software ocorreram em laboratório de informática. Pela leitura compreendemos que foram realizadas em sala de aula. Tal observação se faz pertinente, pois geralmente os computadores estão em laboratório de informática ou locais restritos aos funcionários da escola. Logo, cabe uma notação que o uso do GeoGebra em sala de aula pode dar-se, por meio do computador, notebook, smartphone e tablet, fomentando o uso de TD em contexto educacional.

O produto educacional de Domingues (2019b) ao PPGMAT, é o “Livro Interativo de Realidade Aumentada para o ensino de Estatística”. Esse foi construído baseado em revisão bibliográfica sobre livro Interativo com Realidade Aumentada (Oliveira, 2016; Gomes et al., 2015; Veloso, 2011) e por meio do aplicativo HP/Reveal para programar e fazer as leituras de imagens em 3D. Durante a pesquisa, Domingues (2019a) aplicou tal produto em uma turma do sétimo ano do Ensino Fundamental, de uma escola pública de Londrina/PR. Tal experiência visou complementar o ensino de Estatística utilizando o mundo real e o virtual por meio de vídeos. Diante desse processo, considerou que “quando o professor utiliza o celular para mediar as aulas, pode deixá-las mais dinâmicas e mais prazerosas, melhorando a interação entre os alunos; aluno e professor; aluno e tecnologia; aluno, professor, tecnologia e conteúdo” (Domingues, 2019a, p. 88). Nessa percepção, o uso da Realidade Aumentada oportunizou formas diferentes de ensino, modificando as relações e interações entre os envolvidos.

Sobre o livro, esse é composto por quatro sequências: conceito de população e amostra; estudo de tabelas e tipos de gráficos; construção de gráficos de setores; e estudo das tendências centrais. Em cada uma, há uma explanação de como ocorreu a inserção daquele material em sala de aula, seguida de imagens e exercícios em 3D lidas pelo respectivo aplicativo, e finaliza com informativo sobre tempo previsto para aplicação da atividade, metodologia, objetos necessários que o aluno precisa ter, entre outros dados. Tal produto educacional está disponível nas produções acadêmicas do respectivo pesquisador, no RIUT.

Um ponto positivo sobre o produto, é que o mesmo apresenta propostas didáticas com uso de smartphones e Realidade Aumentada para abordar a Estatística, podendo ser utilizado em turmas do Ensino Fundamental II e Médio, cabendo ao professor adequar as atividades quando necessário. Um agravante identificado no produto, é que não conseguimos localizar tal

aplicativo, nem na Google Play Store²⁷ versão web, nem em dispositivo móvel. Buscamos na web informações sobre o mesmo, e observamos que em seu site²⁸ há a informação que a HP/Reveal encerrou seus negócios e produtos. Diante disso, atualmente o produto é considerado inativo por meio do respectivo aplicativo.

Buscando organizar a análise apresentada, de forma a facilitar a busca dos trabalhos por professores ou pesquisadores, categorizamos os produtos educacionais de acordo com o formato, proposta, processos educacionais, teoria de aprendizagem e acesso, conforme apresentado no Quadro 2 a seguir.

No formato buscamos estabelecer qual é o tipo do produto educacional; na proposta educacional procuramos identificar o que o produto oferece aos envolvidos na área de Ensino de Matemática; em processos educacionais elencamos qual processo – de ensino e/ou de aprendizagem – o produto se direciona; na teoria de aprendizagem trazemos a concepção teórica em que o produto foi desenvolvido; e no acesso atentamos identificar de que forma o usuário pode acessar o produto educacional.

Quadro 2 - Categorização dos produtos educacionais investigados

Categoria	Breve Descrição	Autor/Ano de publicação
Formato	Programação ou Construção de OA	Pereira (2017a); Nesi (2018a); Silva (2018a); Cardoso (2019b)
	Oficina	Maciel Junior (2017)
	Seqüência Didática	Curci (2017a); Gomes (2017a); Elias (2018b); Coutinho (2019a); Domingues (2019b)
	Site	Cruz (2017); Morais (2017a)
Proposta educacional	Programação e/ou uso de OA	Curci (2017a); Pereira (2017a); Nesi (2018a); Silva (2018a)
	Programação e/ou uso de aplicativos	Cruz (2017); Gomes (2017a); Morais (2017a); Elias (2018b); Cardoso (2019b); Coutinho (2019a); Domingues (2019b)
	Uso da robótica	Maciel Junior (2017)
Processos educacionais	Processo de ensino	Cruz (2017); Curci (2017a); Gomes (2017a); Maciel Junior (2017); Morais (2017a); Coutinho (2019a); Domingues (2019b)
	Processo de aprendizagem	Elias (2018b)
	Processos educacionais (processos de ensino e de aprendizagem)	Pereira (2017a); Nesi (2018a); Silva (2018a); Cardoso (2019b)

²⁷ Disponível em: <<https://play.google.com/store>>. Acesso em 23 abr. 2020.

²⁸ Disponível em: <<https://studio.hpreveal.com/>>. Acesso em 23 abr. 2020.

Teoria de aprendizagem	Teoria Aprendizagem Significativa (Ausubel, 1980)	Elias (2018b)
	Teoria Construcionista (Papert, 1986)	Pereira (2017a); Elias (2018b)
	Teoria histórico-cultural (Vygotsky, 1991)	Silva (2018a)
	Teoria materialista histórico-dialética (Marx, 1818-1883; Engels, 1820-1895).	Silva (2018a)
	Teoria de Registro de Representação Semiótica (Durval, 2003)	Coutinho (2019a)
Acesso	Site específico	Cruz (2017); Morais (2017a); Pereira (2017a); Elias (2018b); Nesi (2018a); Silva (2018a)
	RIUT (produção acadêmica do autor)	Curci (2017a); Gomes (2017a); Maciel Junior (2017); Cardoso (2019b); Coutinho (2019a); Domingues (2019b)

Fonte: os autores (2020)

A opção da citação dos autores se deu pela busca de não sobrecarregar informações no quadro anterior. Os autores foram elencados seguindo a ordem cronológica de suas publicações.

Os dados apresentados no Quadro 2, nos dão um panorama de que um número expressivo de pesquisadores atenta aos produtos educacionais nos formatos de sequências didáticas. Isso vai ao encontro de que a maioria deles, importa-se com o processo de ensino. Outro destaque, cabe de que os produtos educacionais investigados também ofertam cursos, guias didáticos e oficina mediante uso de softwares educacionais e aplicativos, a fim de promover o uso de TD aos envolvidos nos processos educacionais de Matemática. Na sequência, apresentamos nossas considerações finais referentes aos mesmos.

Considerações

Por meio desta pesquisa, verificamos que os produtos educacionais produzidos recentemente nos Programas de Mestrado Profissional da UTFPR – PPGECT de Ponta Grossa, PPGFCET de Curitiba e PPGMAT de Cornélio Procópio e Londrina – direcionados ao Ensino Fundamental II e Ensino Médio mediante uso de TD, estão sinalizados a contribuir nos processos educacionais de Matemática na Educação Básica.

Uma característica marcante na maioria dos produtos condiz com seu formato, pois são sequências didáticas para o ensino de conteúdos matemáticos, mediante uso de programação e/ou uso de aplicativos, dando indícios que o processo de ensino é uma preocupação ao uso de

TD no ambiente educacional. Os demais focam em oficinas, sites e uso de softwares e de aplicativos para os processos educacionais de Matemática.

Acentuamos como ponto positivo, que os produtos investigados podem ser encaminhados para o uso tanto do professor, quanto do estudante. Desta forma, o material apresentado pode ser utilizado pelo professor a fim de propiciar metodologias diferenciadas para o ensino de determinado conteúdo, e para os estudantes possibilitando a exploração de diferentes tecnologias para a aprendizagem. Essa constatação vai ao encontro do pensamento de Elias, Motta e Kalinke (2018), de que a inserção de TD pode preparar e despertar o professor o gosto de utilizar algum recurso tecnológico. Essa ação permite o uso de meios digitais pelos estudantes, podendo modificar e ressignificar processos cognitivos.

Evidenciamos que alguns produtos viabilizaram a programação em softwares específicos, possibilitando metodologias diferenciadas para investigação lógica-matemática nas explorações de diferentes linguagens de programações. Nesse viés, identificamos em Balbino, Nesi e Kalinke (2018) a compreensão de que a criação de atividades em softwares educacionais pode transformar o modo do professor ensinar mediante metodologias não tradicionais, e oportunizar aos estudantes, investigações pela busca do conhecimento por meio das TD.

Outra observação a ser destacada, condiz ao desenvolvimento do produto considerando alguma teoria de aprendizagem. Os produtos criados especificamente sob alguma teoria, atenderam o solicitado na investigação quanto a construção do conhecimento pelo estudante, trazendo um olhar atento quanto aos processos cognitivos.

Notamos que os produtos viabilizam acessos similares por meio de repositórios e sites específicos como Facebook, Scratch, App Inventor, FARMA e vlog. Alguns estão apenas disponíveis mediante consulta em dissertação (Cruz, 2017; Maciel Junior, 2017) ou não estão ao dispor no momento, como o site Tecnomatematica (Cruz, 2017) e o Livro Interativo de Realidade Aumentada para o ensino de Estatística (Domingues, 2019b). Consequentemente, vemos uma equivalência de disponibilidade dos mesmos, tanto por sites específicos, quanto por meio do RIUT. Esse movimento vai ao encontro do solicitado em Relatório de Avaliação Quadrienal CAPES (Brasil, 2017), de que os produtos precisam ser registrados em formato digital e disponibilizados nos sites ou repositórios das respectivas instituições.

Nesta direção, destacamos como um limitante o acesso dos mesmos mediante a disponibilidade da internet. Levantamos tal quesito pois em algumas escolas a velocidade da

internet é precária, ou simplesmente não há, dificultando o acesso online por meio de computadores, smartphones e tablets. Uma possibilidade para evitar tal situação, confere a utilização de versões offline desses produtos, isso quando o respectivo software ou aplicativo promove tal viabilidade.

Por fim, constatamos nessa investigação que tais materiais podem ser utilizados e adequados conforme o planejamento didático do professor, levando em consideração a necessidade de adequação ao contexto escolar. Perante isso, indicamos uma continuidade em pesquisas que visem à criação de produtos educacionais que priorizem o Ensino de Matemática mediante uso de TD, a fim de divulgar e promover metodologias diferenciadas que possam contribuir com melhorias para a Educação no cenário nacional.

Referências

Balbino, R. O., Nesi, T. L. e Kalinke, M. A. (2018, 30 maio-01 junho). *Scratch: do primeiro olhar à programação no Ensino Médio*. V Seminário Internacional de Pesquisa Qualitativa e Estudo Qualitativos, SIPEQ, Foz do Iguaçu, PR. <https://sepq.org.br/eventos/vsipeq/documentos/02470907942/11>

Belloni, M. L. (1999). Mediatização: Os desafios das novas tecnologias de informação e comunicação. In: Belloni, M. L. *Educação a Distância* (pp. 53-77). Campinas: Editora Autores Associados, 1999.

Brasil (2019). Ministério da Educação. Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES). *Documento de Área 46. Área de Ensino*. http://capes.gov.br/images/Documento_de_%C3%A1rea_2019/ENSINO.pdf

Brasil (2017). Ministério da Educação. Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES). *Relatório de Avaliação Quadrienal*. <https://capes.gov.br/images/stories/download/avaliacao/relatorios-finais-quadrienal-2017/20122017-ENSINO-quadrienal.pdf>

Cardoso, M., G. (2019a). *Ensino de Estatística: o estudo de conceitos potencializado pelo software RStudio* [Dissertação de Mestrado em Ensino de Matemática, Universidade Tecnológica Federal do Paraná]. <http://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/handle/1/4704>

Cardoso, M., G. (2019b). *Mapas e contornos: caminhos para o ensino de Estatística no RStudio* [Produto Educacional de Mestrado em Ensino de Matemática, Universidade Tecnológica Federal do Paraná]. <http://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/handle/1/4704>

Coutinho, D., M. (2019a). *Atividades para ensinar multiplicação e divisão de polinômios* [Produto Educacional de Mestrado em Ensino de Matemática, Universidade Tecnológica Federal do Paraná]. <http://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/handle/1/4024>

Coutinho, D., M. (2019b). *Divisão e multiplicação de polinômios com o auxílio de materiais manipuláveis e tecnologias sob o olhar da representação semiótica* [Dissertação de Mestrado em Ensino de Matemática, Universidade Tecnológica Federal do Paraná]. <http://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/handle/1/4024>

Cruz, F. M. (2017). *Tecnomatemática: site como ferramenta tecnológica para o ensino de frações no 6º ano do ensino fundamental* [Dissertação de Mestrado em Ensino de Ciência e Tecnologia, Universidade Tecnológica Federal do Paraná]. <http://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/handle/1/2999>

Curci, A. P. F. (2017a). *Produto Educacional: Contribuições ao Ensino de Geometria por meio da criação de Objetos de Aprendizagem* [Produto Educacional de Mestrado em Ensino de Matemática, Universidade Tecnológica Federal do Paraná]. <http://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/handle/1/3039>

Curci, A. P. F. (2017b). *O software de programação Scratch na formação inicial do professor de matemática por meio da criação de objetos de aprendizagem*. [Dissertação de Mestrado em Ensino de Matemática, Universidade Tecnológica Federal do Paraná]. <http://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/handle/1/3039>

Diniz, C. S. (2015). *Lousa Digital como ferramenta pedagógica na visão de professores de Matemática* [Dissertação de Mestrado em Educação em Ciências e em Matemática, Universidade Federal do Paraná]. <https://acervodigital.ufpr.br/handle/1884/41457>

Domingues, M., A., F., G. (2019a). *A utilização do smartphone com intermédio de um aplicativo de realidade aumentada para a aprendizagem de Estatística* [Dissertação de Mestrado em Ensino de Matemática, Universidade Tecnológica Federal do Paraná]. <http://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/handle/1/4701>

Domingues, M., A., F., G. (2019b). *Livro interativo de Realidade Aumentada para o Ensino de Estatística* [Produto Educacional de Mestrado em Ensino de Matemática, Universidade Tecnológica Federal do Paraná]. <http://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/handle/1/4701>

Elias, A. P. J. A. (2018a). *Possibilidades de utilização de smartphones em sala de aula: construindo aplicativos investigativos para o trabalho com equações do 2º grau* [Dissertação de Mestrado em Formação Científica, Educacional e Tecnológica, Universidade Tecnológica Federal do Paraná]. <http://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/handle/1/3897>

Elias, A. P. J. A. (2018b). *Produto Educacional - Possibilidades de utilização de smartphones em sala de aula: construindo aplicativos investigativos para o trabalho com equações do 2º grau* [Produto Educacional de Mestrado em Formação Científica, Educacional e Tecnológica, Universidade Tecnológica Federal do Paraná]. <http://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/handle/1/3897>

Elias, A. P. J. A., Hussein, F. R. G. S. e Motta, M. S. (2018). *Uma proposta interdisciplinar para o desenvolvimento de aplicativos de matemática financeira em um Curso de Graduação em*

Engenharia Elétrica. *Tear - Revista de Educação Ciência e Tecnologia*, 7 (1), 1-20.
<https://periodicos.ifrs.edu.br/index.php/tear/article/view/2740>

Elias, A. P. J. A., Motta, M. S. e Kalinke, M. A. (2018). Construção de Objetos de Aprendizagem para a Educação Básica por Meio de um Curso Sobre o Scratch para Estudantes de Licenciaturas. *RENOTE - Revista Novas Tecnologias na Educação*, 16 (2), 423-433.
<https://seer.ufrgs.br/renote/article/view/89258>

Fiorentini, D., Grando, R. C., Miskulin, R. G. S., Crecci, V. M., Lima, R. C. R. e Costa, M. C. (2016). O professor que ensina Matemática como campo de estudo: concepção do projeto de pesquisa. In: Fiorentini, D. et al. (Orgs.). *Mapeamento da pesquisa acadêmica brasileira sobre o professor que ensina Matemática: período 2001 - 2012*. Campinas, SP: FE/UNICAMP.

Gomes, L. F. (2017a). *Afinal, como surgiram as Geometrias não euclidianas?* [Produto Educacional de Mestrado em Ensino de Matemática, Universidade Tecnológica Federal do Paraná]. <http://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/handle/1/2404>

Gomes, L. F. (2017b). *Vídeos didáticos e atividades baseadas na história da matemática: uma proposta para explorar as geometrias não Euclidianas na formação docente* [Dissertação de Mestrado em Ensino de Matemática, Universidade Tecnológica Federal do Paraná]. <http://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/handle/1/2404>

Kenski, V. M. (2012). *Educação e Tecnologias: O novo ritmo da informação*. Campinas, SP: Papirus.

Lévy, P. (2010). *As tecnologias da inteligência: o futuro do pensamento na era da informática*. São Paulo: Editora 34, 2 ed.

Maciel Junior, P. F. (2017). *Uma proposta de estudo da autonomia docente de professores de Ciências e de Matemática em exercício* [Dissertação de Mestrado em Formação Científica, Educacional e Tecnológica, Universidade Tecnológica Federal do Paraná]. <http://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/handle/1/2884>

Morais, D. A. M. (2017a). *Desmistificando a Matemática por meio da Estatística* [Produto Educacional de Mestrado em Ensino de Matemática, Universidade Tecnológica Federal do Paraná]. <http://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/handle/1/3047>

Morais, D. A. M. (2017b). *Uma aplicação de vlogs nas aulas de estatística na educação básica* [Dissertação de Mestrado em Ensino de Matemática, Universidade Tecnológica Federal do Paraná]. <http://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/handle/1/3047>

Motta, M. S., Kalinke, M. A. e Curci, A. P. F. (2019). Um produto educacional para orientar a criação de objetos de aprendizagem Matemática no software de programação Scratch. *Revista de Educação, Ciências e Matemática*, 9(1), 238-251.
<http://publicacoes.unigranrio.edu.br/index.php/recm/article/view/5104>

Nesi, T. L. (2018a). *Objeto de Aprendizagem “Descobrimo Comprimentos” versão 2.0* [Produto Educacional de Mestrado em Formação Científica, Educacional e Tecnológica, Universidade Tecnológica Federal do Paraná]. <http://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/handle/1/3764>

Nesi, T. L. (2018b). *Reformulando um objeto de aprendizagem criado no Scratch: em busca de melhorias na usabilidade* [Dissertação de Mestrado em Formação Científica, Educacional e Tecnológica, Universidade Tecnológica Federal do Paraná]. <http://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/handle/1/3764>

Nesi, T. L., Kalinke, M. A., Balbino, R. O., Renaux, C. D. Z., Heleno, S. M. G. e Essenfelder, A. M. (2018). *Revisando conteúdo matemático por meio de um Objeto de Aprendizagem criado no software Scratch*. I Encontro Paranaense de Tecnologia na Educação Matemática - EPTEM, Apucarana, PR. http://www.sbemparana.com.br/eventos/index.php/EPTEM/I_EPTEM/schedConf/presentations

Pereira, F. H. (2018a). *Produto Educacional: Um estudo sobre o ensino de geometria com o uso da FARMA* [Produto Educacional de Mestrado em Ensino de Matemática, Universidade Tecnológica Federal do Paraná]. <http://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/handle/1/3441>

Pereira, F. H. (2018b). *Um estudo sobre o ensino de geometria com o uso da FARMA* [Dissertação de Mestrado em Ensino de Matemática, Universidade Tecnológica Federal do Paraná]. <http://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/handle/1/3441>

Richit, A., Mocrosky, L. F. e Kalinke, M. A. (2015). Tecnologias e prática pedagógica em matemática: tensões e perspectivas evidenciadas no diálogo entre três estudos. In: Kalinke, M. A., Mocrosky, L. F. (Orgs.). *Educação Matemática: pesquisas e possibilidades* (pp. 117-140). Curitiba: Ed. UTFPR.

Rocha, F. S. M. (2018). *Análise de projetos do Scratch desenvolvidos em um curso de formação de professores* [Dissertação de Mestrado em Educação em Ciências e em Matemática, Universidade Federal do Paraná]. <https://acervodigital.ufpr.br/handle/1884/59437>

Silva, J. A. B. (2018). *O Objeto de Aprendizagem - O skate e a Trigonometria*. [Produto Educacional de Mestrado em Formação Científica, Educacional e Tecnológica, Universidade Tecnológica Federal do Paraná]. <http://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/handle/1/3892>

Silva, J. A. B. (2018). *Objetos de aprendizagem aplicados ao ensino da trigonometria: revelando elementos a partir do movimento histórico e lógico*. [Dissertação de Mestrado em Formação Científica, Educacional e Tecnológica, Universidade Tecnológica Federal do Paraná]. <http://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/handle/1/3892>

Autores:

Taniele Loss. Doutoranda no Programa de Pós-Graduação em Formação Científica, Educacional e Tecnológica (PPGFCET) da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR); Mestre em Ensino de Ciências e Matemática pela UTFPR (2018); especialista em Metodologia do Ensino de Matemática pela Faculdade de Administração, Ciências, Educação e Letras (2011). Formada em Pedagogia pelo Centro Universitário Internacional Uninter (2020) e em Licenciatura em Matemática pelo Centro Federal de Educação Tecnológica do Paraná (CEFETPR, 2002). É membro do Grupo de Pesquisa sobre Inovações e Tecnologias na Educação (GPINTEDUC) e do Grupo de Pesquisa em Tecnologias na Educação Matemática (GPTEM). Tem experiência na Educação Básica e no Ensino Superior na modalidade presencial, mista e EAD. Atualmente é professora de Matemática do Ensino Fundamental II pela Secretaria Municipal da Educação de Curitiba.

Luciane Ferreira Mocrosky. Possui graduação em Licenciatura em Matemática pela Universidade Estadual de Ponta Grossa (1989), Mestrado em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho (UNESP/Rio Claro, 1997) e Doutorado em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho (UNESP/Rio Claro, 2010). Atualmente é professora Titular da Carreira EBTT na Universidade Tecnológica Federal do Paraná, no Programa de Pós-Graduação em Formação Científica, Educacional e Tecnológica (PPGFCET/UTFPR). Tem experiência na área de Educação com ênfase em Educação Matemática, atuando principalmente nos seguintes temas: Educação Matemática, Ensino e Aprendizagem da Matemática, Formação de Professores e Educação Profissional. É membro dos seguintes Grupos de Pesquisa: Fenomenologia em Educação Matemática (FEM), Grupo de Estudos e Pesquisa em Formação de Professores (GEForProf) e Grupo de Pesquisa sobre Tecnologias na Educação Matemática e do Grupo de Estudos (GPTEM).

Fabiana Roberta Gonçalves e Silva Hussein. Possui graduação em Bacharelado em Química pela Universidade Federal de Pernambuco - UFPE (1992), Mestrado (1995) e Doutorado em Química (1999) pela UFPE. Fez o Pós-doutorado, com Bolsa do CNPq, no Institut de Chimie Minérale et Analytique da Université de Lausanne na Suíça (2000). Fez Pós-doutorado, com bolsa PNPd-Capes, na área de Educação Científica e Tecnológica no Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica - PPGECT, na Universidade Federal de Santa Catarina (2018). Foi professora adjunto na Universidade Federal do Rio Grande do Norte e na Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR, atuando na área de Ensino de Química e Química Geral. Atualmente é professora Titular da carreira Magistério Superior na Universidade Federal da Bahia, no Programa de Pós-Graduação em Formação Científica, Educacional e Tecnológica - UTFPR e no Programa de Pós-Graduação em Ensino, Filosofia e História das Ciências - UFBA. Orienta e orientou alunos de mestrado e doutorado na área de Ensino de Química/Ciências. Suas atividades de pesquisa estão inseridas em: Formação de Professores de Química/Ciências; Ensino e aprendizagem; Abordagem Ciência, Tecnologia e Sociedade – CTS; Educação Inclusiva; Educação de Jovens e Adultos, Epistemologia e Atividades Lúdicas.

Marcelo Souza Motta. Doutor em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Cruzeiro do Sul (UNICSUL), mestre em Ensino de Ciências e Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais (PUCMG) e Graduação em Matemática pela Universidade Federal do Espírito Santo (UFES). Professor adjunto da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR). Coordenador da Especialização em Inovação e Tecnologias na Educação (INTEDUC). Professor permanente do Programa de Pós-Graduação em Formação Científica, Educacional e Tecnológica (PPGFCET) da UTFPR. Líder do Grupo de Pesquisa em Inovação e Tecnologias na Educação (GPINTEDUC).

LA TAREA DOCENTE Y EL CÁLCULO DIFERENCIAL VINCULADOS CON EL PERFIL DE LAS CARRERAS BIOLÓGICAS

Reinaldo Sampedro Ruiz

reinaldo.sampedro@matcom.uh.cu

<http://orcid.org/0000-0002-5650-5249>

María Elvira Fernández Sa

<http://orcid.org/0000-0001-5811-6418>

Marleny Soler Martínez

<http://orcid.org/0000-0001-7467-8488>

Universidad de la Habana Cuba

Cuba

Recibido: 2020-03-20; **Aceptado:** 2020-11-12

Resumen

La necesidad de incluir la asignatura Cálculo Diferencial en el primer año de las Licenciaturas de Biología, Microbiología y Virología y Bioquímica y Biología Molecular está justificada por la creciente importancia de la aplicación de herramientas matemáticas en la investigación de fenómenos, procesos y conceptos biológicos. Para lograr un proceso de enseñanza–aprendizaje significativo de esa asignatura se hace necesario esclarecer desde un primer momento el vínculo de los conceptos básicos tales como función, límite, derivada, y optimización con el perfil de esas carreras. Una forma efectiva de hacerlo es a través de ejercicios o tareas docentes, donde las funciones no sean entes abstractos, sino que modelen un problema físico, biológico o químico en particular. En este trabajo se deja constancia de la introducción de un conjunto de tareas docentes diseñadas con este objetivo en el proceso de enseñanza- aprendizaje de la asignatura Cálculo Diferencial, se describen estas tareas y presentan los principales resultados obtenidos de su implementación.

Palabras clave: Tarea Docente; Cálculo Diferencial; Ciencias Biológicas

A TAREFA DOCENTE E O CALCULO DIFERENCIAL VINCULADOS COM O PERFIL DOS CURSOS DE BIOLOGIA

Resumo

A necessidade de incluir a disciplina Cálculo Diferencial no primeiro ano das Licenciaturas de Biologia, Microbiologia e Virologia, e Bioquímica e Biologia Molecular tem como justificativa a importância crescente da aplicação de ferramentas matemática na pesquisa dos fenômenos, processos e conceitos biológicos. Para conseguir um processo de ensino-aprendizagem significativa de essa disciplina se faz necessário esclarecer, desde o primeiro momento, o vínculo dos conceitos básicos tais como função, limite, derivada e otimização com o perfil de esses cursos. Uma forma efetiva de fazer isso é usando exercícios ou tarefas docentes, donde a funções não sejam entidade abstratas, senão que façam a modelagem de um problema físico, biológico ou químico em particular. Neste trabalho se deixa constância da introdução de um

conjunto de tareas docentes diseñadas con esse objetivo no processo de ensino-aprendizagem da disciplina Cálculo Diferencial, são descritas essas tarefas y se apresentam os principais resultados obtidos na sua implementação.

Palavra chave: Tarefa Docente. Cálculo Diferencial. Biológicas.

THE EDUCATIONAL TASK AND THE LINKED DIFFERENTIAL CALCULATION WITH THE PROFILE OF THE BIOLOGICAL CAREERS

Abstract

The necessity to include the subject Differential Calculation in the first year of the Degrees of Biology, Microbiology and Virology and Biochemistry and Molecular Biology is justified by the growing importance of the application of mathematical tools in the investigation of phenomena, processes and biological concepts. To achieve a process of significant teaching-learning of that subject it becomes necessary to clarify from a first moment the bond of the such basic concepts as function, limit, derived, and optimization with the profile of those careers. An effective form of making it is through exercises or educational tasks, where the functions are not abstract entities, but rather they model a physical, biological or chemical problem in particular. In this work perseverance of the introduction of a group of educational tasks is left designed with this objective, in the teaching process - learning of the subject Differential Calculation, these tasks are described and they present the main obtained results of its implementation.

Keywords: Educational Task; Differential Calculation; Biological Sciences

Introducción

En la dinámica de la formación de los profesionales es muy importante la motivación, la comprensión y la sistematización de los contenidos. En la categoría motivación del contenido, la acción del profesor es fundamental. Si lo cognitivo es lo que está relacionado con la evolución de los procesos mentales y la capacidad del individuo para aprender y solucionar problemas, está claro que mientras más motivado esté el estudiante por alcanzar ese conocimiento, con más eficiencia lo logrará. Motivarse por algo es sentir afecto por ese tema, encariñarse, desear estar en contacto con él. Si estamos en el contexto de la Licenciatura en Bioquímica y Biología Molecular, y siguiendo la línea de pensamiento de la frase anterior, la enseñanza de la Matemática no puede desligarse del perfil vocacional si queremos potenciar el proceso de enseñanza-aprendizaje (PEA).

Para los estudiantes que disfrutan, que establecen un vínculo afectivo con el profesor, la mayor satisfacción reside en la asimilación de los contenidos. El dominio de las habilidades como vía fundamental para resolver problemas se convierte en una necesidad, pues el estudiante estará convencido de que el contenido que asimila se convertirá en la herramienta fundamental para desarrollar su labor futura.

A partir de los elementos aportados teniendo en cuenta la experiencia como docentes y los textos didácticos que abordan el tema de la enseñanza de la Matemática en este contexto se confirma la importancia de la elaboración de un conjunto de tareas docentes que:

- Vinculen el contenido de la asignatura de Matemática con el perfil del profesional.
- Tengan carácter desarrollador.
- Tengan en cuenta los intereses personales de los estudiantes para lograr no solo conocimientos y habilidades, sino también implicación personal y corriente afectiva con el estudiante.
- Estimulen el razonamiento, el pensamiento y la independencia del estudiante.

Relación del concepto de límite en el infinito de una función de variable real que modela problemas biológicos

La tarea docente en cualquier PEA es la manera que tiene el profesor de lograr que el estudiante se apropie del contenido que acaba de enseñar. Como tal, está relacionada con la etapa de apropiación del contenido en que se encuentre ese estudiante. De ahí que se prefieren tareas de tipo algorítmico o repetitivo para un primer acercamiento a ese contenido, o sea, cuando se está en la etapa Base Orientadora de la Acción (BOA), en la cual los estudiantes se adiestran en los conceptos esenciales recibidos, así como en las acciones fundamentales.

En esta Etapa Base Orientadora de la Acción pueden sugerirse ejercicios con textos, que aunque involucren una ejecución de tipo algorítmico, relacionen la resolución de esta tarea con un problema tomado de la vida real. Para ilustrar lo anterior se muestran ejemplos donde se relaciona el cálculo de límites en el infinito con situaciones de la vida real.

Ejemplo 1 (Elaborado a partir de un modelo real)

La siguiente función $f(t) = 2.49 t^{0.25} e^{-0.0062t}$ se utiliza para describir la producción de leche en kilogramos de cierta variedad de búfalas en el instante de tiempo t que se mide en días. Demuestre matemáticamente que al pasar una gran cantidad de días la producción de leche de la búfala será casi nula.

Ejemplo 2 (Elaborado a partir de un modelo real)

En un ambiente con capacidad de carga K , el crecimiento de una población con tamaño inicial N_0 y tasa de crecimiento per cápita r puede ser modelado mediante la función:

$$N(t) = \frac{K}{1 + \left(\frac{K}{N_0} - 1\right)e^{-rt}}$$

- Demuestre que K es una asíntota horizontal de $N(t)$
- Explique qué significa dentro del fenómeno que se estudia.

Ejemplo 3 (Elaborado a partir de un modelo real)

En cierto análisis clínico la expresión $C(t) = 53.8(1 - e^{-0.0519t})$ se utiliza para conocer la concentración de glucosa (mg x minuto x litro de sangre) en cada momento de tiempo. ¿Después de inyectarse la dosis de glucosa qué sucede al pasar un tiempo considerablemente grande?

Este conjunto de tareas docentes elaboradas por los autores a partir de modelos reales aborda los siguientes contenidos:

- Calcular límites en el infinito de funciones de una variable real.
- Identificar situaciones de la vida real donde un concepto matemático ayuda a entender un fenómeno determinado aplicado a la futura profesión del estudiante.
- Aplicar el concepto de límite en el infinito de funciones de una variable real para resolver un ejercicio con texto relacionado con las Ciencias Naturales.

Para desarrollar estos ejercicios el estudiante debe transitar por las etapas de Motivación, Orientación, Ejecución y Control. Al diseñar ejercicios en donde el cálculo de límites se realice en el contexto de una situación vinculada con las Ciencias Naturales. El éxito de lo anteriormente expresado, estará muy vinculado al hecho de que exista la motivación constante del estudiantado hacia el objetivo de la actividad, lo cual deberá lograrse en los diferentes momentos de la misma.

Como puede comprobarse estas tareas docentes hacen énfasis en la habilidad modelar, ya que el estudiante debe asociar a un objeto no matemático un objeto matemático, en este caso el límite de una función.

Las ciencias biológicas y los modelos matemáticos

La aplicación de herramientas matemáticas en el estudio de fenómenos, procesos y conceptos biológicos es una actividad de creciente importancia. A esta actividad se le llama Biología Matemática o Biomatemática. Su problema central es encontrar el método matemático más eficiente para solucionar o entender mejor un problema biológico. Es una ciencia multidisciplinaria que involucra a biólogos, matemáticos, físicos, químicos y fisiólogos, entre otros científicos. Hay dos niveles fundamentales en la relación biología-matemática: uno es el modelo matemático en biología y el otro, la biología teórica.

Un modelo matemático es una descripción matemática de un fenómeno del mundo real. Se encuentra determinado y definido por el problema que se quiere resolver, y por la pregunta que se quiere contestar (Miramontes, 1998). En el campo de las Ciencias Naturales los modelos matemáticos se han utilizado para describir el crecimiento de las poblaciones de animales, la concentración de un producto en una reacción química, el funcionamiento de las neuronas y la dinámica intracelular, por citar solo algunos ejemplos. La importancia del uso de modelos matemáticos para tratar de entender en profundidad el fenómeno y tal vez realizar alguna predicción sobre su comportamiento futuro, puede resumirse de la siguiente forma:

- Un biólogo puede pasarse toda la vida midiendo el tamaño y la distribución de una población sin lograr tener una idea de los mecanismos de interacción entre las variables medidas. Los modelos matemáticos ayudan a dar coherencia a la gran cantidad de datos experimentales o de campo que se obtienen del estudio de la naturaleza. Da una dirección y una idea sobre las variables más importantes que se miden, y proporciona un método para interpretar esos datos.
- Los modelos matemáticos ayudan a generar predicciones. Los biólogos harán progresos mucho más rápido en la comprensión de la naturaleza tratando de verificar o refutar predicciones específicas, que midiéndolo todo sin tener un objetivo para esas mediciones. Los modelos pueden también arrojar predicciones equivocadas.

Para ilustrar lo antes dicho tenemos las ecuaciones de Lotka-Volterra, también conocidas como ecuaciones predador-presa, son un par de ecuaciones diferenciales de primer orden no lineales que se usan para describir dinámicas de sistemas biológicos en el que dos especies

interactúan, una como presa y otra como depredador. Las ecuaciones fueron propuestas de forma independiente por Alfred J. Lotka en 1925 y Vito Volterra en 1926. Tales ecuaciones se definen como:

$$\frac{dx}{dt} = x(\alpha - \beta y)$$

$$\frac{dy}{dt} = -y(\gamma - \delta x)$$

Donde: y es el número de algún depredador (por ejemplo, un lobo); x es el número de sus presas (por ejemplo, conejos); dy/dt y dx/dt representa el crecimiento de las dos poblaciones en el tiempo; t representa el tiempo y α , β , γ y δ son parámetros que representan las interacciones de las dos especies. Estas ecuaciones permiten explicar ciertos fenómenos básicos de la dinámica poblacional de especies interactuantes.

- Los modelos matemáticos ayudan a los biólogos a distinguir los diferentes patrones que se ven en la naturaleza y a encontrar los mecanismos que causan ese comportamiento, ya que la matemática como ciencia se ocupa de identificar y clasificar patrones. Es por eso que los modelos matemáticos pueden esclarecer mecanismos biológicos.

El matemático Alan Turing se interesó en comprender la existencia de los números de Fibonacci en las estructuras vegetales. Para esto utilizó ecuaciones de reacción-difusión que actualmente son cruciales en el campo de la formación de patrones. En su trabajo “Fundamentos químicos de la morfogénesis” describe los mecanismos de formación de pautas espaciales de distribución de concentraciones de diversas sustancias o especies, como un conflicto entre la evolución espacialmente homogénea y la difusión de las especies llamadas ahora morfógenos, a través de las ecuaciones de reacción-difusión.

- Los modelos matemáticos permiten definir y probar una estrategia de solución para el control de poblaciones de animales, de los recursos naturales, de las enfermedades infecciosas, entre otros problemas. Por ejemplo, en nuestro país, se investiga en la búsqueda de modelos para predecir la dinámica de las poblaciones que afectan a cultivos de importancia económica, en virtud de establecer adecuadas estrategias para el manejo de plagas.

Por otra parte, resulta interesante saber que en el siglo XX el desarrollo de la teoría de ecuaciones diferenciales fue en gran medida estimulado, cuando no dirigido, por la necesidad de comprender fenómenos biológicos relevantes. Por ejemplo, el estudio de los mecanismos de

transmisión de señales en el sistema nervioso influyó considerablemente en el desarrollo de la teoría de ondas viajeras en ecuaciones diferenciales (Hernandez, 2016).

Hoy en día, las ramas de estudio siguen creciendo, en Biología cada problema abordado es singular y, como resultado, las matemáticas que intervienen son muy variadas. En concreto, el uso de redes complejas en epidemiología requiere ideas de la teoría de grafos; el álgebra combinatoria se aplica en el control de sistemas en ecología; la rama topológica de la teoría de nudos describe la manera de anudarse de una molécula de ADN; la investigación en genética molecular necesita de ciertos procesos estocásticos y los modelos lineales y no-lineales en neurobiología emplean ecuaciones diferenciales parciales deterministas y estocásticas.

Para el estudio de la Biología Matemática o Biomatemática se necesita un conocimiento básico de ecuaciones diferenciales, conocimiento que todo estudiante de la Licenciatura en Bioquímica y Biología Molecular obtiene a partir de las asignaturas Cálculo Diferencial y Cálculo Integral que se imparten en el primer año de la carrera. Con la intención de que los estudiantes de la carrera de Licenciatura en Bioquímica y Biología Molecular tuvieran claro desde el primer momento esa importante relación de la que acabamos de hablar, se les orientó desde el primer día de clases el siguiente Seminario.

Seminario “¿Qué es la Biomatemática?”

Orientaciones al estudiante:

Después de haber estudiado detenidamente el tema en cuestión, prepara una exposición de diez minutos que responda a las siguientes preguntas:

- *¿Qué es la Biomatemática?*
- *¿Qué es un modelo matemático?*
- *¿Cuál es su importancia?*
- *Ejemplifique cómo se utiliza la Biomatemática en el estudio del siguiente tema:*

Los autores de este trabajo orientaron este seminario en el primer encuentro que tuvieron con sus estudiantes de primer año. Se orientó por equipos que fueron formados completamente al azar, en un momento en que todavía no estaban definidos los líderes de los grupos, lo cual influye de forma beneficiosa en las futuras relaciones interpersonales de los integrantes de los grupos. Esta característica se reflejó en la exposición oral, en el sentido en que fue grupal, todos

los integrantes de cada equipo expusieron un fragmento de lo que había encontrado. A cada equipo se le dio un tema diferente para investigar. Los temas propuestos fueron:

- Estudio del crecimiento poblacional.
- Estudio del funcionamiento de las neuronas.
- Identificación y clasificación de patrones.
- La Ecología.
- Estudio del ADN.
- Estudio de la concentración de un producto en una reacción química.
- Estudio de la genética molecular.
- La transmisión de señales en el sistema nervioso.
- La estrategia para el manejo de plagas.
- Estudio de la dinámica intracelular.

El seminario tuvo un alto nivel científico. Los estudiantes se prepararon y mostraron iniciativas como presentar sus exposiciones utilizando las tecnologías de la información y las comunicaciones, en particular, presentaciones con PowerPoint. Después de realizado el seminario se les hizo una encuesta anónima para conocer sus opiniones.

Después de aplicada la encuesta, de los 45 estudiantes encuestados, 37 (82,2%) opinaron que el Seminario los había motivado hacia la asignatura, 39 (86,6%) lo encontraron interesante, y 32 (71,1%) vinculado a su perfil. Finalmente el 93,3% estuvo de acuerdo en que Tareas Docente como esta se debe incluir en el PEA de la asignatura, pues los motiva cada día más hacia el estudio de la misma.

Experiencia comparativa para la sistematización de la optimización de funciones de variable real

Innumerables son las oportunidades que brinda el PEA del Cálculo Diferencial para hacerle evidente al estudiante la vinculación de este contenido con su perfil. Para demostrar que, en efecto, los estudiantes se motivan más cuando realizan ejercicios con textos, donde las funciones modelan algún proceso vinculado con las Ciencias Naturales se diseñaron dos

variantes para la Clase Práctica relacionada con la sistematización del cálculo de extremos de funciones de variable real.

Variante I

Calcule los extremos, si existen, de las siguientes funciones (Roldan, 2013):

$$a) \quad f(x) = x + \sqrt{1-x} \quad b) \quad f(x) = x e^{-x} \quad c) \quad f(x) = 3 - 2(x+1)^{\frac{1}{3}}$$

Variante II

1. Hallar el radio de una tráquea contraída que logra que el aire salga a mayor velocidad cuando se tose utilizando el modelo matemático de la tos:

$$v(r) = k (r_0 - r) r^2$$

k - constante; r_0 – radio normal de la tráquea $\frac{1}{2} \leq r \leq r_0$

2. Se sabe que los peces intentan minimizar el gasto de energía por unidad de tiempo (E) cuando nadan contra la corriente a una velocidad v relativa al agua. La función

$$E(v) = \frac{L a v^2}{v - u}$$

Modela esa relación donde u – constante, es la velocidad de la corriente; L – constante, es la distancia recorrida; a – constante de proporcionalidad ($a > 0$). Demuestre que existe un valor de v tal que el gasto de energía del pez (E) se hace mínima.

3. La rapidez en que la fotosíntesis tiene lugar para una especie de fitoplancton está modelada por la función:

$$P(I) = \frac{100I}{I^2 + I + 4}$$

donde I es la intensidad de la luz. Calcule el valor de I para que P sea máxima. (Stewart, 2012)

Las dos variantes de Clase Práctica se aplicaron en dos subgrupos respectivamente. Antes y después de comenzar la clase se les hizo a los estudiantes una encuesta anónima, donde entre las preguntas a responder estaba la siguiente: En una escala del 1 al 5: Nada -1 Poco-2 Algo-3 Bastante-4 Mucho-5, escoja un número que defina su relación afectiva o motivación

hacia la resolución de ejercicios de cálculo de extremos de una variable real. La tabla 1 que se presenta a continuación recoge el antes y el después de las respuestas de ambos grupos.

Tabla 1: Resultados de la encuesta

	<i>Nada</i>	<i>Poco</i>	<i>Algo</i>	<i>Bastante</i>	<i>Mucho</i>
Grupo Control- Antes	0	3	12	3	1
Grupo Control – Después	1	0	9	8	1
Otro-Grupo Antes	1	5	7	3	1
Otro Grupo – Después	0	0	7	7	3

En el Gráfico 1 se compara el antes y el después de la aplicación de la *Variante I* en el Grupo Control:

Gráfico 1: Resultados de la aplicación de la *Variante I*

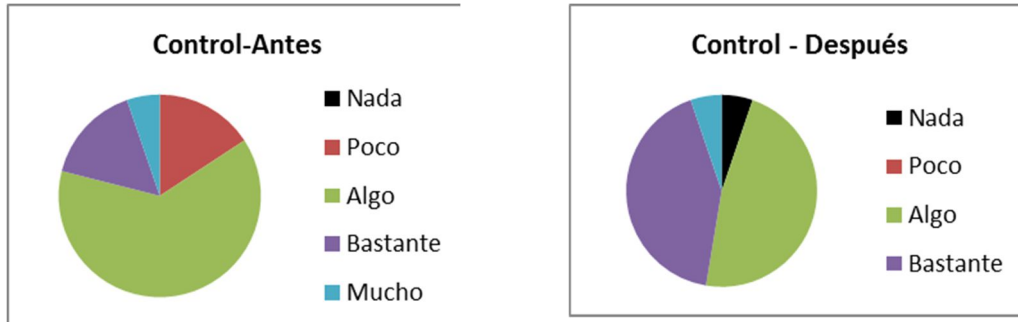
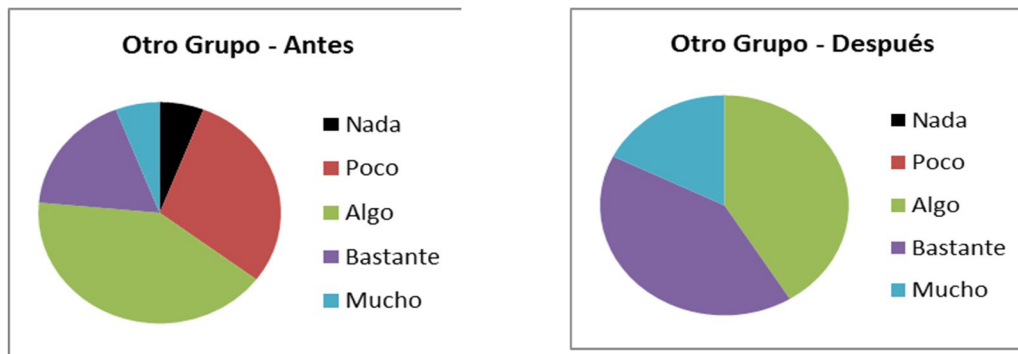


Gráfico 2: Resultados de la aplicación de la *Variante II*



Se observa que en el subgrupo donde se aplicó la variante II, es decir, los ejercicios contextualizados a problemas biológicos, se alcanzaron mejores logros en cuanto a la motivación hacia el contenido impartido. Los resultados de este experimento confirman una vez más que si los problemas o tareas que se propongan al estudiante están vinculados con su perfil vocacional, se está contribuyendo a que el aprendizaje llegue a ser significativo y desarrollador, objetivo que debe regir cualquier PEA.

Conclusiones

El profesor que imparte Matemática en el contexto de las Ciencias Biológicas debe conocer la relación entre la Matemática y la Biología para crear vínculos afectivos con los estudiantes a través del uso de un lenguaje común y para poder potenciar el interés de los mismos hacia su asignatura.

Es responsabilidad del profesor convertir la Tarea Docente en una herramienta fundamental para lograr un PEA eficaz y desarrollador. Para esto debe diseñarla de forma tal que en su ejecución, se establezca una relación afectiva entre el objetivo de la tarea y los intereses del estudiante, creando en el aula escenarios activos de conocimiento compartido y que éste se sienta parte activa de su propio aprendizaje.

Si nos limitamos a que nuestros estudiantes aprendan a derivar, sin hacer énfasis en los ejercicios de aplicación de esta potente herramienta, la función desarrolladora queda trunca, y no se aprovecha este conocimiento para crear un nexo entre lo estudiado y el perfil de profesional. Se habrá cumplido con el incremento de las capacidades cognoscitivas del estudiante. Convencerlo de que a través del Cálculo Diferencial puede ser creativo y transformar la sociedad en la que vive, solo será posible a través de problemas de aplicación.

Agradecimientos o reconocimientos

Trabajo elaborado en el marco del proyecto de investigación: Aprendizaje desarrollador desde el proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática, que responde al Programa Nacional de Ciencias Básicas, del Ministerio de Educación Superior en Cuba y al Grupo de Enseñanza de la Matemática de la Universidad de la Habana, formado por docentes de matemática del departamento de Matemática de Universidad de la Habana.

Referencias

- Hernandez, M. (2016). Matemáticas aplicadas a la Biología. *Revista Iberoamericana de Educacion Matematica: Union*. No 45. 24-43
- Miramontes, P. (1998). *La Biología Matemática*. Grupo de Biomatemática. Facultad de Ciencias. UNAM. Mexico.
- Roldan, R. (2013). *Matemática I para Ciencias Naturales*. La Habana: Editorial Felix Varela.
- Stewart, J. (2012). *Calculo de una variable. Trascendentes tempranas*. Cengage Learning Editores.

Autores:

Reinaldo Sampedro Ruiz es Profesor Titular y forma parte del claustro de docentes de la Facultad de Matemática Computación MATCOM, de la Universidad de la Habana. Doctor en Ciencias Pedagógicas y desarrolla investigaciones en las líneas de didáctica de la matemática, desarrollo profesional docente y competencias relacionadas con la gestión del conocimiento matemático. Ha colaborado en la superación del claustro profesoral en varias universidades de la República de Venezuela, la República Dominicana y la República Popular de Angola. Es autor de varios artículos relacionados con la formación matemática de los estudiantes de carreras de ingeniería y ciencias médicas.

María Elvira Fernández Sa es Profesora Asistente y forma parte del claustro de docentes de la Facultad de Matemática Computación MATCOM, de la Universidad de la Habana. Master en Didáctica de la Matemática y desarrolla investigaciones en las líneas de didáctica de la matemática y desarrollo profesional docente. Ha colaborado en la superación del claustro profesoral en varias universidades de Cuba. Es autora de varios artículos relacionados con la formación matemática de los estudiantes de carreras de Ciencias Biológicas.

Marleny Soler Martínez es Profesora Titular y forma parte del claustro de docentes de la Facultad de Matemática Computación MATCOM, de la Universidad de la Habana. Doctor en Ciencias Pedagógicas y desarrolla investigaciones en las líneas de didáctica de la matemática, desarrollo profesional docente y competencias relacionadas con la gestión del conocimiento matemático. Ha colaborado en la superación del claustro profesoral en varias universidades de la República Popular de Angola. Es autora de varios artículos relacionados con la formación matemática de los estudiantes de carreras de Ciencias Biológicas.

LEER Y ESCRIBIR EL MUNDO CON MATEMÁTICAS: REFLEXIONANDO SOBRE LOS ESTEREOTIPOS Y LA VISIBILIDAD DE LA COMUNIDAD LGBT +

Denner Dias Barros

dennerdias12@gmail.com

<https://orcid.org/0000-0002-8108-022X>

*Universidade Estadual Paulista - Unesp
Brasil*

Recibido: 2020-10-18; **Aceptado:** 2020-11-30

Resumen

Vivimos en una sociedad marcada por injusticias basadas en cuestiones sociales y estereotipos producidos para ciertos grupos y que dicen cómo deben ser y qué deben hacer. La violencia que sufren estas personas son barreras que limitan posibilidades que pueden y deben romperse, mostrando que otras realidades son posibles. Las matemáticas no son neutrales y pueden romper con los estereotipos existentes o ayudar a reproducirlos. Cabe mencionar que tiene su carácter transformador y debe ser considerado como con el poder de promover una lectura del mundo, echar una mirada crítica a la sociedad y, también, realizar transformaciones, es decir, la escritura del mundo. El objetivo de este trabajo fue comprender cómo el tema de la visibilidad y los estereotipos se puede investigar con las matemáticas y discutir en un espacio de la comunidad LGBT + en la búsqueda de superar las injusticias y ampliar las posibilidades de vida. Pudimos darnos cuenta de que la comunidad LGBT + todavía está muy marcada por estereotipos y que una mirada crítica a la forma en que ha sido retratada es importante para que se lleven a cabo las transformaciones.

Palabras clave: Educación Matemática Crítica. Visibilidad. Estereotipos. Comunidad LGBT +. Leer y escribir el mundo con matemáticas.

LER E ESCREVER O MUNDO COM A MATEMÁTICA: REFLETINDO SOBRE ESTEREÓTIPOS E A VISIBILIDADE DA COMUNIDADE LGBT+

Resumo

Vivemos em uma sociedade marcada por injustiças pautadas em questões sociais e em estereótipos produzidos para determinados grupos e que dizem como devem ser e o que devem fazer. As violências sofridas por estas pessoas são barreiras limitantes de possibilidades que podem e devem ser rompidas mostrando que outras realidades são possíveis. A matemática não é neutra e, pode tanto romper com estereótipos existentes, como ajudar a reproduzi-los. Vale ressaltar que ela possui seu caráter transformador e deve ser considerada como tendo potência para promover uma leitura de mundo lançando um olhar crítico para a sociedade e, também, para realizar transformações, ou seja, a escrita do mundo. O objetivo deste trabalho foi compreender como a questão da visibilidade e dos estereótipos pode ser investigada com a matemática e discutida em um espaço da comunidade LGBT+ na busca da superação de injustiças e na ampliação de possibilidades de vida. Conseguimos perceber que a comunidade LGBT+ ainda é muito marcada por estereótipos e que lançar um olhar crítico para a forma como ela tem sido retratada é importante para que transformações possam ser realizadas.

Palavras-chave: Educação Matemática Crítica. Visibilidade. Estereótipos. Comunidade LGBT+. Leitura e escrita do mundo com a matemática.

READ AND WRITE THE WORLD WITH MATHEMATICS: THINKING ABOUT STEREOTYPES AND THE VISIBILITY OF THE LGBT+ COMMUNITY

Abstract

We live in a society marked by injustices based on social issues and stereotypes produced for certain groups and which say how they should be and what they should do. The violence suffered by these people are barriers that limit possibilities that can and must be broken showing that other realities are possible. Mathematics is not neutral and can either break with existing stereotypes or help to reproduce them. It is worth mentioning that it has its transforming character and should be considered as having the power to promote a reading of the world, casting a critical eye on society and, also, to carry out transformations, that is, the writing of the world. The objective of this work was to understand how the issue of visibility and stereotypes can be investigated with mathematics and discussed in a space of the LGBT+ community in the search for overcoming injustices and expanding life possibilities. We can see that the LGBT+ community is still very marked by stereotypes and that taking a critical look at the way it has been portrayed is important so that transformations can be carried out.

Keywords: Critical Mathematics Education. Visibility. Stereotypes. LGBT+ community. Reading and writing the world with mathematics.

Considerações Iniciais

Chimamanda Ngozi Adichie é uma escritora Nigeriana nascida em 1977. Foi para os Estados Unidos aos 19 anos para estudar comunicação na Universidade Drexel na Filadélfia e concluiu seus estudos em Comunicação e Ciências Políticas em Eastern Connecticut State University.

Em sua obra “O perigo de uma história única” relata sobre a visão estereotipada que percebeu que as pessoas nos Estados Unidos tinham do continente africano. Ouviu de sua colega de quarto que ela estava espantada com sua fluência no Inglês, mesmo esta sendo uma das línguas oficiais da Nigéria. As constantes histórias de pobreza, guerras civis e mortes eram atribuídas às origens de Chimamanda, por pessoas que não conheciam seu país de nascimento, mas que ao longo de suas vidas tiveram acesso apenas a versões diferentes de uma única história sobre a África. A autora relata que uma vez apresentou um trabalho para um professor universitário que alegou que seu romance não era “autenticamente africano”.

Eu estava bastante disposta a admitir que havia diversas coisas erradas com o romance e que ele fracassava em vários aspectos, mas não chegara a imaginar que fracassava em alcançar algo chamado “autenticidade africana”. Na verdade, eu não sabia o que era autenticidade africana. O professor me disse que meus personagens pareciam demais com ele próprio, um homem instruído de classe média: eles dirigiam carros, não estavam passando fome; portanto, não eram autenticamente africanos (ADICHIE, 2019, p.20-21).

Para ela, produzir uma história única é algo muito perigoso, pois está relacionado com a ideia de poder, afinal esta história é contada por alguém que tem este poder de não apenas conta-la, mas de torna-la definitiva. “É assim que se cria uma história única: mostre um povo como uma coisa, uma coisa só, sem parar, e é isso que esse povo se torna” (ADICHIE, 2019, p.22).

Estas histórias únicas criam estereótipos. Para Ribeiro (2018), “estereótipos são generalizações impostas a grupos sociais específicos, geralmente aqueles oprimidos” (p.56). Em uma sociedade estabelecida dentro destas relações de poder, criam-se papéis que determinados grupos precisam desempenhar e não podem estar em outros. Por exemplo, a ideia de que mulheres são naturalmente maternais e precisam cuidar da casa e dos filhos pode gerar discriminação a este grupo no mercado de trabalho.

O mesmo ocorre com pessoas negras: a ideia de que toda negra sabe sambar ou de que todo negro é bom de bola (desde que não seja goleiro) são estereótipos que têm por finalidade nos manter no lugar que a sociedade racista determina (RIBEIRO, 2018, p.56).

Estamos sempre contando histórias, até mesmo nas aulas de matemática quando decidimos discutir sobre algum conceito, elaboramos um enunciado de um problema ou queremos contextualizar determinado assunto. É importante ressaltar que essas histórias podem ser construídas dentro ou fora dos estereótipos, seja para limitar, caluniar, diminuir ou para humanizar, construir e ampliar. Partindo destas considerações, podemos refletir: que história(s) estamos contando em nossas aulas de matemática? Estamos contando uma história única ou mostrando que outras são possíveis?

Um mundo que pode ser lido e escrito (com a Matemática)

Todo tipo de ação tem qualidades, sejam elas arriscadas, benevolentes, promissoras, egoístas, dentre outras. Sendo assim, são necessárias que sejam lançadas avaliações e reflexões sobre as demandas éticas dessas ações (Ravn e Skovsmose, 2019). Nesse sentido, quando decisões são tomadas, são fabricados fatos, ficções, riscos e ilusões que não são neutros.

A matemática também possui essa característica. Para Ravn e Skovsmose (2019), todas as ações baseadas na matemática devem considerar que apesar de uma aparente neutralidade, quando pensamos em produções que não deixam de ser sociais, estão carregadas de intencionalidades. Um exemplo apresentado pelos autores é sobre o mecanismo de pesquisa do

Google, um dos mais eficientes e utilizados no mundo, que faz uso de ferramentas da álgebra linear e, através do seu sistema *PageRank* classifica e faz busca em sites através de palavras-chave. Entretanto, os algoritmos usados para classificar e definir as prioridades de quais dentre os bilhões de sites devem ser apresentados como os primeiros resultados não são conhecidos por grande parte dos usuários deste sistema.

Os autores nos esclarecem sobre como este processo ocorre:

O Google pesquisa todos os sites acessíveis e armazena as informações disponíveis. Essas informações são organizadas em uma matriz gigante $n \times n$. O modelo PageRank identifica se há links entre duas páginas na Internet e calcula o número de páginas apontadas para uma página específica na web. Ao mesmo tempo, o modelo fornece a cada página uma classificação com relação à importância, que se refere a quantos visitantes uma página tem e quão “conectada” a página está a outras páginas, entre outras coisas. O conteúdo da matriz é extremamente abrangente e seria impossível trabalhar se não fosse pelos muitos zeros que ela contém. Os zeros são um resultado do fato de a grande maioria das páginas na rede não estar vinculada. Quando alguém está pesquisando no Google, as palavras-chave são comparadas com o conteúdo real de, digamos, um milhão de páginas da web e são classificadas de acordo com o modelo do PageRank. Essa classificação é baseada no cálculo da matriz e o resultado é a ordem pela qual as páginas da web são apresentadas a pessoa que pesquisa (RAVN E SKOVSMOSE, 2019, p.161, tradução minha).

Apesar de serem apresentadas técnicas matemáticas avançadas bem definidas, a forma como a empresa constrói este algoritmo de priorização dos resultados tem seus interesses próprios e financeiros. Neste caso, não deixa de ser produzido um cenário que pode ser positivo ou negativo dependendo das perspectivas que se tem sobre o assunto pesquisado.

Um exemplo acerca desta influência sobre os resultados de suas buscas foi veiculado na mídia no ano de 2019. De acordo com uma reportagem¹ do jornal O Globo, o Google realizou uma mudança no seu algoritmo para a busca pelo termo *lesbienne* (lésbica, em francês). Anterior a mudança, a simples busca por esta única palavra mostrava em seus primeiros resultados sites adultos com conteúdo que provocava uma hipersexualização deste grupo. Este tipo de resultado é consequência de uma fetichização feita sobre o relacionamento lésbico.

Este é um exemplo das muitas dificuldades que a comunidade LGBTQ+ (Lésbicas, Gays,

¹ Disponível em: <https://oglobo.globo.com/celina/google-muda-algoritmo-para-que-palavra-lesbica-nao-seja-associada-pornografia-nas-buscas-23866924>. Acesso em: 21 mar. 2020.

Transexuais, Transgêneros, Travestis e mais) sofre. O Brasil é recordista no número de mortes por crimes de ódio a esta população. O Grupo Gay Bahia retratou através de seu último relatório que no ano de 2018 foram registradas 420 mortes. Estas foram produzidas pela LGBTfobia que tem suas origens em estereótipos e violências construídos socialmente contra esta população.

Esta realidade necessita de transformações. Um primeiro passo é compreendê-la e conseguir ferramentas para enxergar outras possibilidades de constituição dessa sociedade. Olhar e refletir sobre estas questões podem ser entendidos como possibilidades de ler o mundo.

Paulo Freire realizou seu trabalho de alfabetização considerando a necessidade de uma educação crítica e emancipadora. Partindo de experiências durante sua vida como educador, pensou na questão da alfabetização como sendo uma forma de favorecer a todos a possibilidade de serem atores da realidade. Para o autor,

(...) me parecia profunda injustiça haver homens e mulheres que não sabiam ler ou escrever. A injustiça que por si só o analfabetismo representa tem implicações mais graves, tal como a de os analfabetos se verem anulados por sua incapacidade de tomar decisões sozinhos, votar e participar do processo político. Isso me parecia ser absurdo. Ser analfabeto não elimina o bom senso para escolher o que é melhor para si, nem para escolher os governantes melhores (ou menos ruins) (FREIRE E MACEDO, 2015, p.200).

Para os estudantes realizarem escolhas mais conscientes e conseguir compreender o mundo em que vivem, Freire discute sobre uma alfabetização através do contexto do educando, considerando que ele tem tanto a ensinar quanto a aprender. Ser alfabetizado, para Freire é estar presente na luta pela própria voz e por um futuro mais promissor em uma sociedade onde as posições sociais são estabelecidas por relações de poder. O ato de ler, para ele, é um ato de resistência.

Gutstein (2003; 2006), pautado nas ideias de Freire, lança um olhar para a matemática nesta perspectiva de representar uma possibilidade de ler e escrever o mundo. Para o autor, ler o mundo com a matemática significa entendê-la como tendo potência para compreender a realidade de uma maneira mais ampla. Deste modo, usar a matemática para entender as injustiças da sociedade e adotar uma postura crítica frente às desigualdades é ler este mundo com a matemática. Além disso, é possível que mudanças sejam realizadas pautadas nesta leitura. Quando são feitas ações que buscam uma transformação social podemos dizer que estamos escrevendo o mundo e, se neste processo a matemática for importante, essa escrita pode ser dita

sendo feita com a matemática.

Um trabalho que foi realizado neste sentido foi o de Brito (2013). Ele propôs que seus estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental da Rede Pública Municipal de Ensino em Juiz de Fora (MG) investigassem como se dá a presença das pessoas negras em revistas. O autor queria compreender se as crianças negras e brancas eram retratadas de forma diferente na mídia impressa. O primeiro passo foi selecionar em revistas fotos de crianças. Os estudantes conseguiram coletar 41 fotos, das quais 36 eram de crianças brancas (87,80%) e cinco crianças negras (12,20%). Apenas neste primeiro exercício fica evidente que a visibilidade é muito maior para as crianças brancas.

Um segundo processo proposto por Brito foi que identificassem se essas crianças estavam sendo registradas em contextos positivos (brincando, felizes) ou negativos (sofrendo algum tipo de violência). Seus estudantes entenderam que das 36 crianças brancas, 35 estavam em situações positivas (97,22%) e apenas uma em negativa (2,78%). Das cinco crianças negras, três estavam em situações positivas (60%) e duas em negativas (40%). No ano seguinte, ele desenvolveu a mesma atividade com outra turma e percebeu que 81% das fotos eram de crianças brancas, 15% de negras e 4% de outras etnias. Além disso, apenas 4% das brancas estavam em situações negativas, enquanto para as crianças negras 34% estavam na mesma situação.

Com este trabalho, o autor reflete sobre os estereótipos lançados sobre a população negra que são muito presentes na mídia e que reforçam o quanto esta população é retratada em situações negativas e de maior vulnerabilidade reforçando um discurso racista e de limitação de possibilidades para estas pessoas que muitas vezes são retratadas em posições que reforçam que este grupo só pode ocupar determinados espaços e não outros.

Os estereótipos mostrados na TV dão conta sobretudo nas novelas globais do lugar de inferioridade que nos referimos, negros e negras não se preocupam apenas com samba, futebol, carnaval e capoeira, como faz pensar quem assiste essas produções televisivas, nem tão pouco tem inclinações artísticas naturais para o desempenho apenas em papéis que figuram como mordomos, choferes e empregadas domésticas, ainda que estas profissões sejam honrosas (BRITO, 2013, p.5).

Este tipo de discussão proposta por Gutstein e que se evidencia na pesquisa de Brito pode ser uma iniciativa maior para motivar que transformações sejam feitas através de uma leitura consciente do mundo. Uma vez que desigualdades são constatadas na sociedade, temos

ferramentas para apontar que a situação necessita ser mudada e, partindo desses pressupostos, transformações podem ser realizadas.

Neste trabalho, compreendemos que o discurso e a imagem atribuída à comunidade LGBT+ é estereotipada e preconceituosa, muitas vezes de forma velada e em outras vezes de forma explícita, assim como acontece com a imagem de pessoas negras veiculadas na mídia. A leitura deste contexto é essencial para que estas pessoas possam escrever um novo caminho. Para isso, acreditamos que a matemática pode se configurar como uma ferramenta potente.

A partir do contexto apresentado, surgem questões como: o que poderia significar a leitura e escrita de mundo com a matemática para a comunidade LGBT+? Que estereótipos são produzidos para esta população e como superá-los? Na sequência buscaremos discutir sobre alguns enfrentamentos da população LGBT+ no Brasil.

Estereótipos e violências contra a população LGBT+: Um contexto de resistência

A população LGBT+ tem sido vítima de muita violência em nosso país, como retratamos anteriormente. Este tipo de violência que também é intensificado pela criação de estereótipos relacionados a este público, tem promovido discriminação em diversos âmbitos, inclusive dentro de suas próprias casas. Infelizmente, um cenário comum é da expulsão de jovens LGBT+ de suas casas quando decidem expressar sua identidade ou expressão de gênero e/ou sua sexualidade para suas famílias.

De acordo com a Organização das Nações Unidas (ONU), a reprovação familiar acontece pelo preconceito promovido, muitas vezes, pela intolerância religiosa e pelos estereótipos que promovem uma ligação direta entre esse público a questões relacionadas com doenças sexualmente transmissíveis, drogas e prostituição. Sendo assim, o que acontece com estas pessoas quando são expulsas de suas casas?

Machado (2015) aponta que os motivos para que as pessoas LGBT+ cheguem a uma situação de rua são muitas, como os conflitos familiares, falta de formação profissional, homofobia em diversos âmbitos, como no trabalho, dentre outros.

De acordo com Campos e Pires (2016) houve um grande aumento no número de pessoas em situação de rua no Brasil, passando de 50 mil no ano de 2008 para 101.854 em 2016. O censo da cidade de São Paulo em 2016 mostrou que neste município, 10% do público se identificava como tendo uma orientação não heterossexual.

Em uma sociedade capitalista com desigualdades, preconceito, desemprego, pobreza e violência, muitas pessoas enfrentam diariamente uma luta por sobrevivência estando nessa condição social. Apesar desta ser uma realidade de todas as pessoas nesta situação independente de sua sexualidade e gênero, as pessoas LGBT+ tem um agravante que é decorrente de preconceitos específicos gerados na sociedade e na família das pessoas deste grupo (MACHADO, 2015).

Além disso, a própria comunidade LGBT+ é muito heterogênea e necessita que suas diferenças sejam levadas em consideração, como afirma Garcia (2007):

Em seu conjunto, portanto, os processos que envolvem as (auto) representações das homossexualidades de rua mostram a necessidade de um diálogo com as especificidades destas, tomando o cuidado para não tomá-las como um todo homogêneo e para não interpretá-las a partir dos referenciais identitários típicos dos segmentos de renda médios e altos. Pode-se afirmar que tais processos trazem questionamentos inclusive sobre o campo conceitual presente no campo de estudos de gênero e sexualidade, como no caso da diferenciação comumente feita entre “orientação sexual” e “identidade de gênero”, que se mostra inadequada para se interpretar as vivências das pessoas LGBT em situação de rua (GARCIA, 2007, p. 32).

Sendo assim, é importante que olhemos para cada indivíduo como tendo suas características provenientes do grupo ao qual fazem parte, mas também suas particularidades e identitárias em qualquer contexto. Machado (2015) aponta que uma das principais demandas que pode auxiliar este grupo é a reinserção econômica promovida pela inserção no mercado de trabalho para terem o direito à moradia, além de outras possibilidades.

Iniciativas foram feitas em busca de minimizar a difícil situação das pessoas LGBT+ que são expulsas de suas casas. Temos projetos relacionados com a saúde deste público e trabalhos da área de serviço social buscando políticas para o enfrentamento destes problemas. A criação de casas de acolhimento tem sido uma medida tomada para as pessoas em situação de rua. Pensando na comunidade LGBT+ também foram criadas casas específicas para este público.

Como um exemplo, podemos citar a Casa 1, localizada na cidade de São Paulo/SP. Ela possui dois ambientes: a casa para acolhimento e o galpão, onde são realizadas atividades educacionais para os acolhidos e demais pessoas da comunidade pensando na formação destas pessoas, inclusive para discussões sobre gênero e sexualidade.

A pesquisa de doutorado a qual este artigo está vinculado foi realizada em uma casa de

acolhimento LGBTQ+ da cidade de Presidente Prudente/SP, chamada Casassa. Este espaço foi fundado em 2017, após atividades da Semana da Diversidade realizada na cidade, onde surgiu a demanda de terem um espaço contínuo para acolher pessoas LGBTQ+. Entretanto, para eles, o acolhimento é entendido em dois aspectos: como possibilidade de moradia e, também, para realização de discussões sobre as questões da própria comunidade.

Todo o trabalho realizado é voluntário. A equipe conta com professores, psicólogos, advogados e demais profissionais responsáveis por tarefas distintas dentro da casa, organizada por grupos de trabalho.

Neste sentido, buscou-se compreender como este local poderia se constituir como um espaço de aprendizagem, tanto nas questões de organização e convivência, quanto na construção de um saber de conceitos mais sistematizados. Além disso, houve o interesse em investigar sobre a presença da matemática seguindo a perspectiva da Educação Matemática para Justiça Social, no que diz respeito, especialmente, à leitura e escrita de mundo.

Para isso, a pesquisa realizada entre os meses de agosto e setembro de 2019 foi composta pela presença do pesquisador em todas as atividades promovidas pela casa, como reuniões e bazares para arrecadação de dinheiro. Além disso, foram realizadas entrevistas semiestruturadas com sete voluntários da equipe da Casassa e também duas rodas de conversa com duração média de duas horas e abertas para a comunidade.

Neste artigo, vamos concentrar nossas discussões na temática da segunda roda de conversa que foi a questão dos estereótipos e a visibilidade da comunidade LGBTQ+. A matemática no contexto desta roda de conversa teve papel importante para compreendermos como este público tem sido retratado e para refletirmos sobre possíveis implicações deste discurso produzido pelas mídias.

A questão dos estereótipos e a visibilidade da comunidade LGBTQ+

A roda de conversa em questão foi feita no dia 12 de setembro, com a presença de seis pessoas, incluindo o pesquisador, moradores da Casassa, voluntários e pessoas interessadas da comunidade. Os participantes foram Denner (pesquisador), Ana², Karla, Klaus, Camila e Nádia. As discussões iniciaram com a música “Triste, louca ou má” da banda Francisco, el Hombre. O clipe e a letra da música acompanharam a sua exibição. Quando questionados sobre a mulher

² Todos os nomes dos participantes são fictícios.

que é retratada nesta música, os participantes falaram sobre o assunto.

Ana: Parece muito a mulher da família tradicional brasileira. A mulher que cuida da casa, da família e do marido. Ela olha para todo mundo e não olha para si. Ela tem diversos papéis, menos o de ser ela mesma. Ela vive em função dos outros.

Denner: Me parece que ela sofre uma transformação ao longo da música. No começo, quando ela diz sobre “receita cultural”, acredito que ela diz dessa visão estereotipada do que se diz que é uma mulher e o papel dela na sociedade. Ela é esposa e mãe, mas não pode ser mulher. Quando ela quer ser mulher e começa a dizer “um homem não me define”, “minha carne não me define”, ela quer dizer que é muito mais do que isso, mas quando ela faz esse movimento, acaba sendo taxada de “triste, louca ou má”.

Karla: Acredito que a nossa geração está crescendo com um pouco mais dessa liberdade, mas se olharmos para os nossos pais e avós, essa é a realidade, da mulher que tem que ficar em casa. É bonito ver essa expressão de que estamos nos libertando. No clipe, achei muito bonita a dança como representação do movimento de libertação. Acho que ainda falta muito, mas quando ouvimos discursos de mulheres que falam que não precisam do feminismo, conseguimos olhar para muita coisa que foi conquistada. Então, conseguimos várias coisas, mas falta muito ainda. O machismo ainda é algo muito forte. Uma coisa que eu vejo, me deixa triste, mas que não falam muito é o quanto o homem sofre com isso, pois ele carrega o peso de ter que ser duro e não poder chorar.

Pesquisador: Vocês conseguem imaginar alguma mulher quando ouvem essa música e pensam nesse movimento de libertação?

Ana: Essa música me lembrou minha mãe, pois ela tem esse discurso de que a mulher serve o marido. Não é uma questão de companheirismo, mas ela deve ser como uma empregada, que tem que lavar as roupas, servir a comida. Tudo feito como uma obrigação. A mulher tem que trabalhar fora e dentro de casa e o marido apenas fora. Para mim ter um companheiro não é sobre isso, mas sobre dividir tarefas e estar junto.

Denner: Neste cenário, é diferente falarmos de mulheres e de mulheres negras?

Ana: Eu vejo a diferença, porque eu posso sofrer por ser mulher e receber salários menores, mas em uma sociedade racista, por

exemplo, eu posso ter uma qualificação inferior, mas o fato de ser branca pode me dar um emprego no lugar de uma mulher negra. O lugar da mulher negra vista pela sociedade é muitas vezes como sendo empregada doméstica. Ela não é vista muitas vezes como uma mulher que tem potencial para desempenhar outras funções na sociedade. Ela sofreria em dobro, por ser mulher e por ser negra. Durante muito tempo a mulher negra que apareceu nas novelas era a babá, a empregada, o figurante. Raramente você vê uma negra como protagonista. Muitas vezes quando isso acontece é só para reforçar que aquela foi uma história vivida por um negro de maneira pejorativa.

Karla: Isso me faz lembrar da Globeleza. A mulher negra que aparece como um símbolo sexual. O símbolo da mulher brasileira muitas vezes e que é carregada de estereótipo.

(Roda de conversa sobre visibilidade, 2019).

Com esta discussão vemos a força dos estereótipos na limitação de possibilidades para um grupo. Por não enxergarem como sendo possível estar em outros espaços ou viver outras realidades, o preconceito e a discriminação oprimem e reduzem. Essas convenções sociais são muito prejudiciais.

(...) ideias e valores se fixam, uns por convenção, outros por experimentação, outros ainda por ambas, e são compartilhados pelo grupo, em grande escala. Quando se trata de tipos de pessoas, ou melhor, daquilo que é típico, tão reconhecível que até tem nome, no seio de um grupo, estamos defronte de estereótipos culturais (HARKOT-DE-LA-TAILLE, 2003, p.172).

A autora traz em seu artigo ideias semelhantes às que foram discutidas na roda de conversa. Ela entende que, desde cedo, as pessoas aprendem que “homem não chora” e “mulher é delicada e frágil”. Neste sentido, qualquer pessoa que pertença a estes grupos e fogem às regras impostas são vistas com estranhamento e sendo taxadas como erradas.

A leitura do texto “Mulher negra não é fantasia de carnaval” de Ribeiro (2017) foi feita na sequência e em grupo. Este artigo nos ajudou a pensar sobre os estereótipos, lançando um olhar sobre o movimento “Black Face”, onde em muitos carnavais as pessoas faziam uso de fantasias e as pessoas brancas pintavam os rostos para representarem “papeis de pessoas negras”. Podemos relacionar este fato com o que Brito (2013) nos disse sobre a presença estereotipada das pessoas negras na mídia que são muitas vezes retratadas em determinados trabalhos e não

em outros. Sobre esta questão, os participantes trouxeram suas perspectivas refletindo sobre um racismo que está enraizado na sociedade.

Camila: É o retrato perfeito da nossa sociedade brasileira, de como somos vistos pelos outros países, mas que também é tão presente aqui. É algo cultural. Temos que ir na raiz do problema para começar a fazer mudanças. Podemos ver como o racismo é forte e está enraizado no nosso país.

Ana: Uma discussão que vi esses dias sobre a escolha da atriz para o filme da “Pequena Sereia”. Várias pessoas reclamaram sobre a escolha da atriz, porque ela era negra e ia interpretar uma sereia. Hoje até que é mais comum, mas na minha infância não haviam bonecas negras, por exemplo. Quando se fala em mulher negra, só é interessante para aquela imagem da mulher do carnaval que é sexualizada.

(Roda de conversa sobre visibilidade, 2019).

A discussão continuou com uma reflexão específica sobre a comunidade LGBTQ+. Do mesmo modo, os participantes trouxeram a questão dos estereótipos, mas também de um exemplo que acharam positivo que foi a contratação de uma atriz transgênero para interpretar uma personagem que também é.

Denner: Agora pensando na comunidade LGBTQ+, como ela é retratada na mídia?

Karla: Pensando em pessoas, me lembro logo da Pablo Vittar.

Klaus: O Félix da novela “Amor à vida”.

Ana: O que é interessante deste personagem é que no começo da novela, ele tinha comportamentos típicos de um homem heterossexual, pois vivia dentro do armário. Quando ele se assume, passa a ser o gay escancarado e estereotipado, com roupa colada, usando a flor na cabeça, com comportamentos escandalosos.

Denner: Nesse caso, vemos a representação de um homem afeminado para quebrar paradigmas ou apenas para o humor?

Ana: O gay aparece muitas vezes como sendo o cabeleireiro, o empregado da madame. Nunca desempenha outros papéis ou constitui família. Parece que ele sempre está de bem com a vida, que não sofre homofobia.

Nádia: Na novela “Bom Sucesso” tem uma personagem trans e a atriz

que interpreta é uma pessoa trans mesmo. Não tenho acompanhado muito, mas achei interessante.

Klaus: Gostei da forma como ela tem sido retratada. Mostra sobre a dificuldade no mercado de trabalho e o fato dela ter sido demitida por ser trans. Uma realidade que muitos enfrentam.

Nádia: Também teve um episódio em que falaram sobre a questão do uso do banheiro, onde ela foi impedida de usar o banheiro feminino no trabalho.

(Roda de conversa sobre visibilidade, 2019).

Existe uma questão que pode ser feita a partir deste diálogo que é a questão da representação de determinadas características como uma ideia de denúncia de uma situação de injustiça frente ao reforço de um estereótipo.

Quando a personagem transgênero sofre situações de violência como a exclusão do mercado de trabalho e é impedida de usar o banheiro de acordo com sua identidade de gênero, esta situação está dentro de um contexto estereotipado para pessoas trans, mas a intencionalidade neste caso é de apresentar esta violência para que discussões possam ser feitas a respeito e para que mudanças possam ser propostas, em uma ideia de leitura e escrita desta realidade.

Entretanto, se uma situação como esta é apresentada sem uma proposta de discussão com uma postura crítica, corre o risco de reforçar um estereótipo e a pessoa transgênero passa a ser vista como sendo apenas possível de estar fora do mercado de trabalho e na impossibilidade de usar o banheiro que julga ser condizente com seu gênero. Como afirmou Adichie (2019, p.26), “A história única cria estereótipos e o problema com os estereótipos não é que sejam mentira, mas que são incompletos”. Ana traz essa questão para o grupo durante a roda de conversa.

Ana: Onde está o limite entre dar visibilidade ou apenas por interesse ou marcar ainda mais o estereótipo?

Karla: Uma coisa que os estereótipos fazem e que é muito cruel é tirar a individualidade das pessoas.

Denner: Concordo. Seria limitar e dizer o que você pode ser e fazer e o que não pode. Entretanto, ninguém está isento de reproduzir discursos assim, sejam em brincadeiras ou expressões. Quando discutimos sobre inclusão pensamos bastante sobre isso, principalmente no trabalho com estudantes com deficiência. Ouvimos frases do tipo “se até o aluno com deficiência está

fazendo, porque você não está?”.

Karla: É importante entendermos como cada pessoa é diferente. Saber os nossos limites e até onde podemos chegar e não ficar se comparando.

(Roda de conversa sobre visibilidade, 2019).

Com estas ideias sobre estereótipos em mente, realizamos uma atividade baseada no trabalho de Brito (2013). Como havia acontecido a mudança de algoritmo do Google para o termo lésbica, ao invés de buscarmos em revistas, fizemos a pesquisa usando o Google Imagens, na internet, para verificar como esta ferramenta estava retratando a comunidade LGBTQ+. Os participantes se dividiram em dois grupos: Grupo 1: Karla, Denner³ e Klaus e Grupo 2: Ana, Camila e Nádia.

Foi proposto que os grupos escolhessem um termo da sigla LGBTQ+ para fazer uma busca e tentar enquadrar os primeiros resultados como sendo positivos ou negativos. Além de visualizar a imagem, os grupos foram instruídos para fazer a leitura da legenda para ver ao que se referia. Foi utilizado os celulares dos próprios participantes (um em cada grupo) para fazer a busca e foram discutindo cada imagem individualmente e registrando. O grupo 1 decidiu dedicar-se a olhar para o termo: Travesti. O grupo 2 buscou pelos termos Gay e Lésbica.

Após os trabalhos dos dois grupos separadamente, houve um momento de compartilhamento e discussão de todos. Karla começou demonstrando uma indignação e surpresa ao ver que o termo Travesti estava muito ligado a notícias relacionadas com mortes.

Karla: Nossa, parece que todas são negativas.

Denner: Nosso grupo, pesquisando o termo “travesti” e olhando os 50 primeiros resultados, identificamos 5 positivas, 42 negativas e 3 notícias que não eram nem positivas e nem negativas. E vocês?

Ana: Nós não olhamos para os 50 primeiros resultados. Fomos até as 32 primeiras para o termo gay, sendo 28 negativas e 4 positivas. Depois, fomos para o termo lésbica e tivemos 11 negativas e 15 positivas. Isso deve ser decorrente da mudança do algoritmo,

³ Como estávamos em um número pequeno de participantes e não tinha feito uma busca prévia pelos termos, decidi também ser participante e experienciar a atividade com os demais.

pois achamos uma discrepância muito grande. Dentre as notícias negativas, muitas estavam relacionadas com mortes.

(Roda de conversa sobre visibilidade, 2019).

A Tabela 1 organiza os resultados para melhor visualização do leitor. Ele diz de uma situação de violência, uma vez que em todas as pesquisas são muitos os resultados negativos atrelados.

Tabela 1 – Resultados de buscas por três termos da sigla LGBTQ+

Resultados				
Termo pesquisado	Total pesquisado (100%)	Positivos	Negativos	Nem positivos e nem negativos
Travesti	50	5 (10%)	42 (84%)	3 (6%)
Gay	32	4 (12,5%)	28 (87,5%)	0 (0%)
Lésbica	26	15 (57,7%)	11 (42,3%)	0 (0%)

Fonte: Elaborado pelo pesquisador

A categoria nem positiva e nem negativa não caracteriza respostas neutras, mas representam resultados que não puderam ser enquadrados como sendo algo positivo ou negativo. No caso desta pesquisa em específico, os participantes entenderam três resultados desta forma para o termo travesti, pois eram imagens que eram usadas de forma incorreta para falar sobre *drag queens*⁴.

Apesar da mudança no algoritmo do Google ter feito com que encontrássemos mais resultados positivos (57,7%) do que negativos (42,3%), os números ainda preocupam. Conseguimos verificar com uma simples busca na internet que as pessoas LGBTQ+ ainda são retratadas em situações de vulnerabilidade social e atrelados a posições negativas.

Entretanto, esta discussão só foi possível, porque fizemos uso da matemática para analisarmos os resultados. A matemática, neste caso, nos ajudou a realizar uma leitura do mundo.

⁴ Personagens criados por artistas que se transvestem para shows e eventos com o intuito geralmente profissional e artístico.

Estes resultados, além de denunciarem uma realidade, reforçam os estereótipos.

Freire (1987), ao falar sobre o ato de ler, diz que este excede a leitura da palavra e torna-se uma forma de interagir e conhecer o mundo. Neste exercício, a leitura que devemos fazer deve exceder um olhar superficial dos números e deve permitir que lancemos perguntas sobre esta realidade que está posta. Assim, podemos questionar, por que são estes os resultados e não outros? Por que dos 50 primeiros resultados para o termo travesti, 42 estão atrelados a notícias negativas?

Klaus: Das travestis só tem mortes.

Karla: Eu acho que muitas dessas notícias também tinham pessoas trans que foram chamadas de travestis, porque até as pessoas da mídia não tem clareza dos termos corretos.

Klaus: As notícias também estavam muito relacionadas com a prostituição.

Denner: Estavam relacionadas também com o uso incorreto de hormônios, por não poder pagar por um tratamento. A fila de espera da rede pública de saúde é gigantesca, então muitas pessoas acabam se suicidando ou se mutilando por não suportar estar em um corpo que não entendem como sendo deles. Alguma notícia chamou a atenção de vocês de forma específica?

Ana: Olhamos mais para aspectos gerais. As imagens da busca por “gays” muitas retratavam homens brancos e musculosos. Isso é um estereótipo. Nunca são retratados como um casal também.

(Roda de conversa sobre visibilidade, 2019).

As imagens sobre travestis, mostraram uma realidade enfrentada por esta população que muitas vezes é excluída do mercado de trabalho e recorrem a prostituição. São vítimas recorrentes dos crimes de ódio também. Dentre o grupo da comunidade LGBTQ+ estão em uma situação de vulnerabilidade maior, uma vez que possuem muitas vezes características físicas que deixa a identidade de gênero explícita no corpo.

Apesar de serem dados que denunciam a situação de um grupo, devemos estimular que os estudantes possam questionar o motivo de se apresentarem desta forma. Gutstein (2012) diz que para que possamos trabalhar em uma perspectiva de leitura e escrita de mundo com a matemática, devemos pautar nosso ensino em uma pedagogia da pergunta, onde os estudantes

colocam-se em posição de suspeita em consonância com o que afirmou Freire (2000, p.90), “o mundo não é, o mundo está sendo”. Ou seja, as transformações são possíveis e a realidade não é estática.

Depois de olharmos para os lugares em que as pessoas LGBTQ+ estavam sendo enquadradas, foi sugerida a pesquisa por outros em que possivelmente não estariam representados. A primeira busca feita foi pelo termo “casamento”. Os resultados mostraram o casamento heterossexual e, principalmente com casais brancos.

Karla: Todos héteros e brancos.

Klaus: Apareceu apenas um casal negro, mas nenhum inter-racial.

(Roda de conversa sobre visibilidade, 2019).

Isso sugere para quem busca por este termo no Google Imagens que o casamento é uma realidade possível apenas para este tipo de casal representado nos resultados. A segunda sugestão de pesquisa foi pelo termo “família”. Os resultados foram parecidos, seguindo um padrão tradicional de família composta por casais heterossexuais, brancos e com filhos.

Ana: Até aparecem casais negros, mas aquela configuração com pai, mãe e dois filhos. Você não vê uma mãe e os filhos ou apenas o pai e os filhos.

(Roda de conversa sobre visibilidade, 2019).

Uma última reflexão foi: que termos poderiam ser pesquisados e que encontrariam resultados com pessoas LGBTQ+?

Ana: Prostituição. Sempre vai estar relacionado com o feminino, com a mulher, com a travesti.

Klaus: Feminino e periférico.

(Roda de conversa sobre visibilidade, 2019).

Neste sentido, podemos pensar acerca do que Ravn e Skovsmose (2019) discutem sobre o algoritmo do Google. A facilidade de buscas por termos que desconhecemos é grande na sociedade do conhecimento. Entretanto, precisamos estar atentos sobre os resultados dessa produção feita através de um algoritmo matemático. Esse mecanismo de busca é um dos

principais canais de conhecimento atualmente, então alguém que desconhece sobre o assunto vai compreender que estes primeiros resultados retratam as principais características do que está buscando.

Sendo assim, faz sentido a preocupação na pesquisa pelo termo lésbica que era atrelado ao sexo. Para alguém que desconhece o tema, ao procurar sobre o assunto entendia que era natural relacionar dessa forma, já que o Google trazia essas informações. Pelos resultados desta atividade, vemos que para os termos relacionados com a comunidade LGBTQ+ ainda possuem marcas de estereótipos mostrando essa comunidade atrelada com situações negativas.

Considerações Finais

As reflexões sobre educação devem extrapolar os muros da escola. Olhando para os mais diversos espaços de aprendizagem, por exemplo uma casa de acolhimento LGBTQ+, vemos que uma pedagogia transformadora é aquela que inquieta, promovendo uma compreensão mais ampla do mundo em que vivemos. Reforçando os ideais de Freire (1987), todos temos potência para ensinar e aprender quando nos colocamos em posição de solidariedade.

As mídias possuem grande influência na construção de estereótipos que têm afetado diversos grupos, como por exemplo a comunidade LGBTQ+. Isso acontece quando apresentam apenas contextos atrelados à violência. Apesar de ser um retrato da realidade, adotar uma postura crítica ao estar com estes dados é essencial para que não seja apenas uma forma de reforçar preconceitos. Entretanto, mostrar que outras histórias são possíveis para esta população é importante, para que não seja contada uma história única sobre as pessoas LGBTQ+.

Sendo assim, vemos o potencial da matemática para uma leitura da realidade, desde que os estudantes sejam estimulados a questionar. Não concordar com estas violências e discriminações que foram socialmente postas para a comunidade LGBTQ+ é o primeiro passo para que mudanças possam ser feitas. Primeiro, devemos nos indignar (FREIRE, 2000) e, não nos rendermos ao fatalismo de que as coisas devem ser como são. Assim, podemos acreditar que ações são possíveis para colaborar na denúncia das injustiças e em suas superações para construirmos um mundo de mais possibilidades e menos barreiras.

A matemática pode auxiliar a compor essa construção de uma visão mais ampla de questões sociais, políticas, ambientais, econômicas, dentre outras. Entretanto, quando utilizada sem tornar visível seus processos para quem a utiliza, pode ser ferramenta para manipulação,

por isso, as suas formas de utilização devem ser sempre questionadas.

Devemos estar conscientes das possibilidades da utilização da matemática na sociedade para construirmos juntos os conhecimentos pautados em uma consciência crítica e vigilante da sociedade e do mundo para promover mudanças em busca de uma sociedade melhor, não apenas para a comunidade LGBTQ+, mas para todos.

Referências

- ADICHIE, C. N. (2019) *O perigo de uma história única*. 1 ed. São Paulo: Companhia das letras.
- ANVISA. (2004) *RESOLUÇÃO-RDC/ANVISA nº 153, de 14 de junho de 2004*. Disponível em: <http://www.sbpc.org.br/upload/noticias_gerais/320100416113458.pdf>. Acesso em: 25 mar.2020
- BRITO, R. R. (2013) *Educação Matemática & Democracia: Mídia e Racismo*. Anais do VII CIBEM. p.3355-3362.
- CAMPOS, D.A.; PIRES, R. O. M. (2016) *Pessoas LGBTQ em situação de rua: percepções acerca dos serviços de atenção básica no município de Florianópolis/SC, Brasil*. Anais do Congresso Internacional de Políticas Públicas para a América Latina.
- ESTADÃO. (2020) *O drama de quem nem tem água em casa*. Disponível em: <<https://saude.estadao.com.br/noticias/geral,o-drama-de-quem-nem-tem-agua-em-casa,70003237499>>. Acesso em: 19 de março de 2020.
- FREIRE, P. (1987) *Pedagogia do oprimido*. 17. Ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra.
- FREIRE, P. (2000) *Pedagogia da Indignação: cartas pedagógicas e outros escritos*. 8. ed. São Paulo: Ed. UNESP, 2000.
- FREIRE, P.; MACEDO, D. (2015) *Alfabetização: leitura do mundo, leitura da palavra*. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2015.
- GARCIA, M. R. V. (2007) *“Dragões”*: gênero, corpo, trabalho e violência na formação da identidade entre travestis de baixa renda. São Paulo, 2007, 148p. Tese (Doutorado). Instituto de Psicologia. Universidade de São Paulo.
- GRUPO GAY BAHIA. (2018) *Relatório 2018: população LGBTQ morta no Brasil*. Disponível em: <<https://grupogaydabahia.files.wordpress.com/2019/01/relat%C3%B3rio-de-crimes-contra-lgbt-brasil-2018-grupo-gay-da-bahia.pdf>>. Acesso em: 25 mar. 2020.
- GUTSTEIN. E. (2006) *Reading and writing the world with mathematics: toward a pedagogy for social justice*. New York, NY: Routledge.
- GUTSTEIN. E. (2003) *Teaching and learning mathematics for social justice in an urban latino school*. Journal for Research in Mathematics Education, v. 34, n. 1, p. 37-73.
- GUTSTEIN. E. (2012) Reflections on teaching and learning mathematics for social justice in urban schools. In: A. A. Wagner e D. W. Stinson (Eds.) *Teaching mathematics for social justice: conversations with educators*.

- HARKOT-DE-LA-TAILLE, E. (2003) Ação moral e estereótipos culturais. In: ARANTES, V. A. (Org.). *Afetividade na escola: alternativas teóricas e práticas*. São Paulo: Summus. p.171-190.
- MACHADO, R. W. G. (2015) *População LGBT em situação de rua: uma realidade emergente em discussão*. Revista EDUC-Faculdade de Duque de Caxias/Vol. 01- Nº 03/Jan-Jun 2015. p.57-67.
- O GLOBO. (2020) *Google muda algoritmo para que palavra 'lésbica' não seja associada à pornografia nas buscas*. Disponível em: <<https://oglobo.globo.com/celina/google-muda-algoritmo-para-que-palavra-lesbica-nao-seja-associada-pornografia-nas-buscas-23866924>>. Acesso em: 21 mar. 2020.
- ORGANIZAÇÃO DAS NAÇÕES UNIDAS (ONU). (2020) *Discriminação aumenta risco de jovens LGBTI irem morar na rua, dizem relatores*. Disponível em: <<https://nacoesunidas.org/discriminacao-aumenta-risco-de-jovens-lgbti-irem-morar-na-rua-dizem-re relatores/>>. Acesso em 24 mar. 2020.
- RAVN, O.; SKOVSMOSE, O. (2019) *Connecting Humans to Equations: a reinterpretation of the Philosophy of Mathematics*. Springer Nature Switzerland AG.
- RIBEIRO, D. (2018) *Quem tem medo do feminismo negro?* São Paulo: Companhia das Letras.
- SILVA, G. H. G. (2016) *Equidade no acesso e permanência no ensino superior: o papel da educação matemática frente às políticas de ações afirmativas para grupos sub-representados*. 2016. 359 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro/SP.
- TRATA BRASIL: SANEAMENTO É SAÚDE. (2020) ÁGUA. Disponível em: <<http://www.tratabrasil.org.br/saneamento/principais-estatisticas/no-brasil/agua>>. Acesso em: 19 de março de 2020.

Autor

Denner Dias Barros. Doutorando do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática (PPGEM) pela Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho (Unesp) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas da Unesp (IGCE/Unesp). Mestre em Educação Matemática, também pelo IGCE- Unesp. Possui graduação em Licenciatura em Matemática pela Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho (UNESP) - Faculdade de Ciências e Tecnologia da Unesp (FCT/Unesp) e Pedagogia pela Faculdade Educacional da Lapa (FAEL). Especialista em Libras: Prática e Tradução/Intérprete pela Universidade do Oeste Paulista (Unoeste).

CASOS INVESTIGATIVOS PARA LA PROMOCIÓN DE LA INTERDISCIPLINARIEDAD ENTRE LA ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS Y LA LITERATURA BRASILEIRA /

Lucas Peres Guimarães

lucaspegui@hotmail.com

<https://orcid.org/0000-0002-2226-3042>

Denise Leal de Castro

denise.castro@ifrj.edu.br

<https://orcid.org/0000-0003-4572-4689>

Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia do Rio de Janeiro – IFRJ
Brasil

Recibido: 2020-03-21; **Aceptado:** 2020-07-05

Resumen

Este trabajo aborda una estrategia didáctica de un caso de investigación para promover la interdisciplinariedad entre la enseñanza de la ciencia y la literatura brasileña aplicada a los estudiantes de la escuela primaria en una escuela pública. Investigamos la dinámica de las interacciones entre los estudiantes de un caso de investigación inspirado en las "Memórias Póstumas de Brás Cubas" de Machado de Assis, centrado en el desarrollo de las habilidades argumentales desarrolladas por Toulmin. En las clases de ciencia y literatura los alumnos analizaron el caso de Brás Cubas, protagonista de la obra, y el problema retratado estaba relacionado con el personaje central que intentaba inventar "el yeso de Brás Cubas", con el fin de curar a toda nuestra melancólica humanidad. Este dilema es central en la obra original de Machado de Assis y, en nuestra estrategia, fue decodificado en el formato de una carta con la intención de proporcionar una mayor comprensión al público objetivo, entre 13 y 14 años. A partir de la transposición didáctica, realizada en este clásico de la literatura brasileña, los alumnos analizaron si los medicamentos pueden resolver todos los males de la humanidad, y también discutieron cuestiones sociales y científicas como la ética en la industria farmacéutica y los casos de depresión, ansiedad y el uso de medicamentos de forma no regulada. El caso de investigación se llevó a cabo durante las cinco clases y se analizaron las actividades para identificar la eficacia de la argumentación y la colaboración de los estudiantes en la resolución del caso. La resolución se desarrolló en las clases con el fin de proporcionar interdisciplinariedad, implicando la presentación de la obra de Machado de Assis, la relación fosfoetanolamina (caso real) y el yeso Brás Cubas (caso ficticio) y la rueda de conversación. Las estrategias didácticas como la que se aborda en este estudio pueden ayudar a los estudiantes de la educación básica a aprender y aplicar los principales conceptos y habilidades propuestos, adquiriendo una postura activa durante la resolución del problema propuesto.

Palabras clave: Machado de Assis; cuestiones socio-científicas; ética farmacéutica; casos de investigación

CASOS INVESTIGATIVOS PARA A PROMOÇÃO DA INTERDISCIPLINARIDADE ENTRE O ENSINO DE CIÊNCIAS E A LITERATURA BRASILEIRA

Resumo

Este trabalho aborda uma estratégia didática de um caso investigativo para promover a interdisciplinaridade entre o ensino de ciências e a literatura brasileira aplicado aos estudantes do Ensino Fundamental de uma escola pública. Investigamos a dinâmica das interações entre os alunos a partir de um caso investigativo inspirado na obra “Memórias Póstumas de Brás Cubas” de Machado de Assis, focado no desenvolvimento da habilidade de argumentação desenvolvido por Toulmin. Durante as aulas de ciências e literatura os alunos analisaram o caso de Brás Cubas, protagonista da obra, e o problema retratado era relativo ao personagem central que tentava inventar “o emplasto Brás Cubas”, com o objetivo de curar toda nossa melancólica humanidade. Esse dilema é central na obra original de Machado de Assis e, em nossa estratégia, ele foi decodificado no formato de uma carta com a intenção de proporcionar maior compreensão ao público alvo, entre 13 e 14 anos. A partir da transposição didática, realizada nesse clássico da literatura brasileira, os estudantes analisaram se medicamentos podem resolver todos os males da humanidade, além disso discutiram questões sociocientíficas como a ética na indústria farmacêutica e os casos de depressão, ansiedade e o uso de medicamentos de modo desregrado. O caso investigativo foi realizado durante as cinco aulas e foram analisadas as atividades para identificar a eficácia da argumentação e da colaboração dos alunos na resolução do caso. A resolução foi desenvolvida nas aulas de modo a proporcionar a interdisciplinaridade, envolvendo apresentação da obra do Machado de Assis, relação da fosfoetanolamina (caso real) e o emplasto Brás Cubas (caso fictício) e roda de conversa. Estratégias didáticas como a abordada em este estudo pode ajudar os estudantes da educação básica a aprender e aplicar os principais conceitos e habilidades propostos, adquirindo uma postura ativa durante a resolução do problema proposto.

Palavras-chave: Machado de Assis; questões sociocientíficas; ética farmacêutica, casos investigativos

INVESTIGATIVE CASES FOR A PROMOÇÃO DA INTERDISCIPLINARIDADE BETWEEN OR ENSINO DE CIÊNCIAS E A LITERATURA BRASILEIRA

Abstract

This work addresses a didactic strategy of an investigative case to promote interdisciplinarity between science teaching and Brazilian literature applied to primary school students in a public school. We investigate the dynamics of interactions between students from an investigative case inspired by the work "Memórias Póstumas de Brás Cubas" by Machado de Assis, focused on the development of argumentation skills developed by Toulmin. During science and literature classes the students analyzed the case of Brás Cubas, the protagonist of the work, and the problem portrayed was related to the central character who tried to invent "the Brás Cubas plaster", with the objective of curing all our melancholic humanity. This dilemma is central to Machado de Assis' original work and, in our strategy, it was decoded in the format of a letter with the intention of providing greater understanding to the target audience, between 13 and 14 years. From the didactic transposition, carried out in this classic of Brazilian literature, the students analyzed if medicines can solve all the ills of humanity, and also discussed social and scientific issues such as ethics in the pharmaceutical industry and cases of depression, anxiety and the use of medicines in an unregulated manner. The

investigative case was conducted during the five classes and activities were analyzed to identify the effectiveness of the argumentation and collaboration of the students in solving the case. The resolution was developed in the classes in order to provide interdisciplinarity, involving the presentation of Machado de Assis's work, phosphoethanolamine relationship (real case) and the Brás Cubas plaster (fictitious case) and conversation wheel. Didactic strategies such as the one approached in this study can help students in basic education to learn and apply the main concepts and skills proposed, acquiring an active posture during the resolution of the proposed problem.

Keywords: Machado de Assis; socio-scientific issues; pharmaceutical ethics; research cases

Introdução

A busca por recursos metodológicos para o ensino costuma ocupar de forma constante a atenção dos professores. Tal procura nos mobiliza e instiga, dando-nos a oportunidade de um trabalho que pode ser sempre renovado. Nesse percurso contínuo de pesquisa e criação, podemos também ampliar nossa compreensão acerca do campo de conhecimentos com o qual lidamos e, muitas vezes, é no exercício de nossa prática pedagógica que, de forma mais significativa, aprendemos as lições.

Este trabalho relaciona-se a essas buscas e a essas lições. Ele procura sintetizar os principais fundamentos teórico-metodológicos, análises e resultados de um estudo desenvolvido com o objetivo de investigar o papel potencializador da literatura na aprendizagem baseada em problemas, discutindo as aproximações entre as linguagens científica e literária e suas relações com o ensino e a aprendizagem.

No que concerne às abordagens baseadas em problemas na sala de aula, o uso da literatura brasileira leva narrativas intrigantes e contextualizadas que estimulam a criatividade, a exploração intelectual e a interação social em grupo.

O estudo em questão tomou como base o livro memórias póstumas de Brás Cubas, escrita por Machado de Assis em, 1881. A obra é realizada através de uma narração que é feita em primeira pessoa e postumamente, ou seja, o narrador se auto intitula um defunto-autor – um morto que resolveu escrever suas memórias. Assim, temos toda uma vida, contada por alguém que não pertence a realidade terrena. Com esse procedimento, o narrador consegue ficar além de nosso julgamento terreno e, desse modo, pode contar as memórias da forma como melhor lhe convém.

O romance não apresenta grandes feitos, não há um acontecimento significativo que se realize por completo. A obra termina, nas palavras do narrador, com um capítulo só de

negativas. Brás Cubas não se casa; não consegue concluir o emplasto, medicamento que imaginara criar para conquistar a glória na sociedade; acaba se tornando deputado, mas seu desempenho é medíocre; e não tem filhos.

A força da obra está justamente nessas não-realizações, nesses detalhes. Os leitores ficam sempre à espera do desenlace que a narrativa parece prometer. Ao fim, o que permanece é o vazio da existência do protagonista. É preciso ficar atento para a maneira como os fatos são narrados. Tudo está mediado pela posição de classe do narrador, por sua ideologia. Assim, esse romance poderia ser conceituado como a história dos caprichos da elite brasileira do século XIX e seus desdobramentos, contexto do qual Brás Cubas é, metonimicamente, um representante.

Na obra estudada de Machado de Assis aqui analisada/estudada pode-se destacar situações provocativas que estão relacionadas com a ciência, as linguagens cotidiana e científica e o ensinar e o aprender Ciências, e se encaixam como a mão e a luva na intenção de refletir sobre o uso da literatura no ensino. A obra desperta nossa atenção para questões como: Brás Cubas tenta construir o emplasto e nos traz a oportunidade de discutir o uso de medicamentos “enunciados pelo narrador e também os (medicamentos) que são utilizados pela sociedade contemporânea”, com suas especificidades, e as características da linguagem científica e sua importância na aprendizagem de Ciências.

Partindo desse pressuposto, neste trabalho de caráter exploratório temos como objetivo descrever uma atividade didática pautada em interações entre a literatura clássica brasileira e o ensino de ciências, estabelecidas pelos estudantes de educação básica através de um estudo de caso, no qual os estudantes interagiram, durante a execução de atividades, fundamentadas na interdisciplinaridade entre literatura e ciências, em busca da melhor solução para casos investigativos de forma colaborativa. Dessa forma, pretendemos contribuir para a evolução de estudos que envolvam a literatura clássica brasileira e o ensino de ciências, a partir da investigação das interações entre os estudantes, considerando estas como um processo social, no qual há o compartilhamento de informações, a promoção de atitudes relacionadas ao respeito e à valorização das opiniões dos colegas e a divisão da responsabilidade sobre o aprendizado.

A argumentação científica para o ensino de ciências

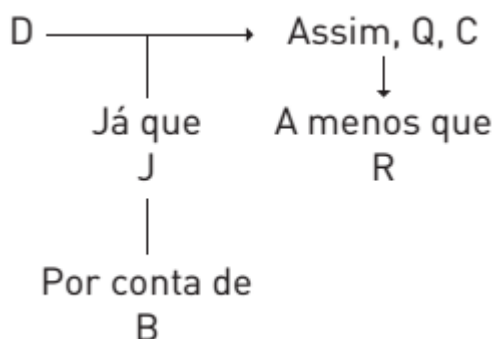
Pesquisas na área do ensino de ciências têm apontado que a argumentação científica não ocorre de maneira espontânea para muitos educandos, mas somente por meio da prática (OSBORNE, 2004; DAWSON e VENVILLE, 2010). Existem autores que acreditam que instruir os alunos sobre “como argumentar” não tem efeito em relação ao desenvolvimento de habilidades argumentativas (KNUDSON, 1991; KNUDSON, 1992), enquanto há os que afirmam que essa instrução melhora a qualidade de argumentação (CHO e JONASSEN, 2002; DAWSON e VENVILLE, 2010; KUHN, 2010; REX et al., 2010). Pode-se citar as pesquisas que investigam estratégias utilizadas por professores para promover a argumentação em sala de aula, sem que sejam necessariamente associadas a elas instruções aos alunos sobre “como argumentar” (TEIXEIRA, 2005; SIMON et al., 2006).

O presente trabalho buscou contribuir para o aprofundamento da discussão sobre a seguinte questão: o ensino em sala de aula sobre os componentes que usualmente estão presentes em um “bom” argumento favorece a elaboração de argumentos de melhor qualidade por parte dos alunos? Elementos capazes de responder ao questionamento foram buscados por meio da aplicação de uma proposta de ensino pautada na resolução de casos investigativos (SÁ e QUEIROZ, 2007), que se distingue de outras pela adoção do Esquema de Argumento de Toulmin (2001) como instrumento de ensino visando ao aprimoramento da habilidade de argumentação.

A opção pela utilização do método de estudo de casos se deve por ser apontado como capaz de estimular a argumentação em situações de ensino de ciências (SÁ e QUEIROZ, 2010; SÁ e QUEIROZ, 2007), oferecendo aos alunos a oportunidade de direcionar sua própria aprendizagem por meio de discussões que envolvem aspectos científicos e sociocientíficos presentes nos casos.

Os argumentos produzidos na resolução dos casos foram analisados com base no Esquema de Argumento de Toulmin (2001), também conhecido como *Toulmin's Argument Pattern* (TAP), como mostra a figura 1, e em adaptações feitas à metodologia de análise da qualidade dos argumentos proposta por Erduran et al. (2004).

Figura 1: Esquema de Argumento de Toulmin (2001, p.250).



Segundo Toulmin (2001), os elementos fundamentais de um argumento são o dado (D), a conclusão (C) e a justificativa (J). É possível apresentar um argumento, contando apenas com esses elementos, cuja estrutura básica é: “a partir de um dado D, já que J, então C”. Porém, para que um argumento seja completo, pode-se especificar em que condições a justificativa apresentada é válida ou não, indicando um peso para tal justificativa. Dessa forma, podem ser acrescentados ao argumento qualificadores modais (Q), ou seja, especificações das condições necessárias para que uma dada justificativa seja válida. Da mesma forma, é possível especificar em que condições a justificativa não é válida ou suficiente para dar suporte à conclusão. Neste caso, é apresentada uma refutação (R) da justificativa. Além dos elementos já citados, a justificativa, que apresenta um caráter hipotético, pode ser apoiada em uma alegação categórica baseada em uma lei, por exemplo. Trata-se de uma alegação que dá suporte à justificativa, denominada *backing* (B) ou conhecimento básico. O *backing* é uma garantia baseada em alguma autoridade, uma lei jurídica ou científica, por exemplo, que fundamenta a justificativa. Dessa forma, foi considerado como “bom” argumento aquele que se alinha de maneira favorável com as expectativas expressas pela metodologia em questão.

Procedimentos metodológicos

A presente pesquisa foi desenvolvida na disciplina de ciências no 8º ano do Ensino Fundamental em uma escola pública municipal de Volta Redonda, Rio de Janeiro, Brasil. A disciplina, apesar de tratar conteúdo específicos de ciências, tem entre seus principais objetivos o desenvolvimento de habilidades de comunicação oral e escrita dos estudantes. A proposta do estudo de caso foi aplicada em alunos de uma turma de 35 alunos, com o

acompanhamento do professor, que também é o pesquisador e foi o responsável pela coleta dos dados analisados.

Os alunos foram incumbidos de solucionar um caso investigativo de caráter sociocientífico baseado em uma narrativa da obra Memórias póstumas de Brás Cubas de Machado de Assis e apresentar oralmente a resolução do caso, que foi subdividido em várias atividades. Porém, em uma delas, a apresentação oral foi precedida pela realização, por parte dos alunos, de quatro atividades que visavam torná-los conhecedores dos elementos que constituem um “bom” argumento, na perspectiva de Toulmin (2001), enquanto que na outra a argumentação foi espontânea e nenhuma orientação sobre “como argumentar” foi ministrada.

O caso foi elaborado nos moldes do gênero textual carta e inspirado no livro de Machado de Assis, Memórias Póstumas de Brás Cubas. O Estudo de caso foi estruturado de modo que apresentassem questões sociais, ambientais, econômicas e/ ou éticas, com o intuito de estimular no aluno a capacidade de tomar decisões e argumentar diante de problemas da vida real. A seguir, o estudo de caso que foi dado aos alunos:

Estudo de caso: “Emplasto Brás Cubas?”

Domingo, 14 de março de 1880

Fiquei alguns dias sem escrever, pois faltava-me ânimo, vontade e energia. A semana passou, com ela chegou o final de semana tão esperado, mas alguns sentimentos que povoavam meu coração não me abandonavam.

Domingo, dia do ócio? Ou dia do despertar? Para mim, este domingo tem um sabor especial. Saí para uma caminhada no quarteirão de minha casa e ao olhar para as pessoas nas ruas, algumas ideias surgiram... Será que os sentimentos de angústia, tristeza, melancolia e tédio que algum tempo vinha sentindo era comum aos mortais que passavam por mim sorrindo, brincando, conversando, paquerando? Lembrei-me de Shakespeare que dizia, “Todo mundo é capaz de dominar uma dor, exceto quem a sente”.

Continue a minha caminhada refletindo sobre tudo o que eu sentia e o que provavelmente muitos jovens, adultos, idosos sentiam também. Às vezes, nos escondemos por trás de sorrisos, brincadeiras e piadas. Porém, o que habita em nosso coração e em nosso pensamento só não escondemos de nós mesmos.

Olhando as construções, as paisagens e os estabelecimentos, deparo-me com um letreiro “Pharmacia”. Foi neste momento, que eu, Brás Cubas, tive uma ideia genial. Uma ideia que poderia trazer para mim a glória, o esplendor. Não é um sinal? Hoje é domingo, primeiro dia da semana... Dia da glória! Dia de glória!

Voltei a passos largos para minha casa e comecei a rascunhar minhas ideias. Um emplasto! Essa ideia é nada menos que a invenção

de um medicamento sublime, um emplasto anti-hipocondríaco, destinado a aliviar a nossa melancólica humanidade.

O que me influi principalmente é o gosto de ver impressas nos jornais, mostradores, folhetos, esquinas, e enfim nas caixinhas do remédio, estas três palavras: “Emplasto Brás Cubas”. Para que negá-lo? Não posso negar também, o lucro que irei obter na comercialização desse medicamento.

Novamente, me transporte para a “Pharmacia” e visualizei as caixinhas de emplasto nas prateleiras e os clientes procurando pelo medicamento que aliviaria essa melancolia que assola a humanidade. “Por gentileza, quero um caixinha do emplasto Brás Cubas”.

Agora, este projeto precisa sair do papel. Por onde começar? A quem poderei compartilhar a ideia mais genial que tive nos últimos tempos? Para quem não estava conseguindo nem pensar nos últimos dias, este domingo, foi o domingo do despertar.

Brás Cubas é o personagem principal da obra “Memórias Póstumas de Brás Cubas”, de Machado de Assis.

A seguir, são descritas cada uma das atividades realizadas na turma, na sequência em que foram aplicadas.

a) **Jogo argumentativo:** Foram formados grupos que trabalharam por um período de quinze a vinte minutos na elaboração de um bom argumento sobre o porquê da personagem principal da obra de Machado de Assis criar o emplasto que pretendia criar para curar a melancolia. Explicou-se que as razões para o merecimento do medicamento poderiam ser reais ou imaginárias, formais ou informais. Durante a execução da tarefa, cada grupo selecionou um integrante para redigir os argumentos formulados e um porta-voz para apresentá-los. O professor, até então, não exercera nenhuma influência sobre os argumentos dos alunos. Esgotado o período de vinte minutos, cada grupo apresentou para a turma as suas razões para merecer o prêmio. Após a apresentação dos grupos, um material com definições e exemplos de componentes argumentativos, segundo Toulmin (2001), foi entregue a cada um deles. Com o apoio desse material, os alunos tentaram identificar a existência desses componentes nos argumentos por eles elaborados para justificar o merecimento do grupo ao prêmio. Ou seja, os alunos tentaram identificar tais componentes em seus próprios argumentos, que foram também analisados pelo professor. Na aula seguinte, este expôs em slides a sua análise sobre os argumentos formulados por cada um dos grupos, seguindo o TAP. Dessa forma a turma pôde visualizar as similaridades e diferenças entre os argumentos usados pelos diferentes grupos e, finalmente, chegar a um consenso sobre o paciente que mereceria o medicamento.

b) **Identificação de componentes argumentativos em artigos de divulgação científica:** consistiu na solicitação aos alunos para que identificassem argumentos presentes em artigos de divulgação científica relacionados à fosfoetanolamina, seja no campo ético, relacionado a sua liberação e com relação a seu possível efeito de cura do câncer e toda sua trajetória de discussão no Brasil, estabelecendo relações com o emplasto Brás Cubas. Foram extraídos artigos das revistas Galileu, Superinteressante e *Scientific American Brasil*. Os alunos foram distribuídos em pequenos grupos e receberam Esquemas de Argumento de Toulmin (2001) em branco. Os esquemas deveriam ser preenchidos com os componentes identificados nos argumentos localizados nos artigos.

c) **Texto argumentativo sobre a resolução do caso:** consistiu na solicitação de elaboração de um texto argumentativo a respeito da solução apontada como sendo a mais viável para o caso proposto a cada um dos grupos. Observações a respeito da presença ou ausência de componentes argumentativos nos textos foram realizadas. Os textos corrigidos foram devolvidos aos grupos e foi solicitada a sua reformulação com base nas observações feitas.

A coleta dos dados analisados foi realizada por meio dos seguintes procedimentos: filmagem das apresentações orais dos alunos sobre a resolução dos casos e suas falas transcritas, de modo a preservar ao máximo suas características originais para posterior análise; “diário do caso” produzido por cada um dos grupos, cujas informações foram sintetizadas e comparadas às resoluções apresentadas para os casos.

A análise comparativa da estrutura dos argumentos identificados nas apresentações orais de grupos pertencentes à turma foi realizada com base nos referenciais teóricos citados. Neste artigo apresentamos, inicialmente, o resultado da análise dos argumentos empregados pelos estudantes na resolução do caso interdisciplinar com a literatura clássica brasileira.

Resultados e discussão

O problema a ser resolvido está definido no caso e relacionado com a supervalorização que as pessoas, de um modo geral, dão aos medicamentos, colocando-os muitas vezes como um recurso capaz de resolver todos os males que podem acometer o ser humano. O caso é adaptado do romance de Machado de Assis, *Memórias Póstumas de Brás Cubas*. No trecho apresentado como estudo de caso, Brás Cubas coloca toda a sua ansiedade para “resolver” a melancolia da humanidade através de um medicamento milagroso, o emplasto Brás Cubas. As

principais características do caso estão pautadas no fato da busca da fama, almejada por Brás Cubas e a resolução dos problemas das pessoas através de sua suposta descoberta do Emplasto Brás Cubas.

O tema do uso dos medicamentos é relevante e atual, e a aplicação do caso em sala de aula tem utilidade pedagógica, pois pode promover a compreensão sobre a importância do uso consciente de remédios, assim como sobre a necessidade de perceber todos os preceitos éticos que estão envolvidos na utilização e fabricação de novas drogas. O caso é pouco extenso, o que pode também favorecer sua abordagem e, além disso, faz referência à obra literária de Machado de Assis em uma linguagem de fácil acesso.

As pessoas têm por hábito chamar os fármacos de remédios. Entretanto, a origem da palavra latina *remediare* é remediar e não curar. Assim, atualmente deve-se utilizar os termos fármacos ou medicamentos, sendo a distinção se refere à natureza do princípio ativo. O fármaco que, uma vez formulado, torna-se elemento constitutivo do medicamento que é consumido. Esta terminologia é mais correta por traduzir melhor o papel desempenhado pelos fármacos disponíveis no arsenal terapêutico moderno, capazes de efetivamente curar, mais do que remediar.

Uma saída para amenizar o problema da automedicação é formar pessoas com capacidade crítica, que possam opinar criticamente sobre as influências da cultura, da mídia e dos problemas da saúde pública sobre o uso de medicamentos por conta própria que pode ter aspectos positivos, quando feito de forma consciente, ou aspectos negativos, quando feito inconscientemente. A compra de medicamentos inadequados implica no risco de um tratamento ineficaz, visto que a maioria das pessoas desconhece os efeitos colaterais provocados pelos medicamentos.

As obras literárias, em especial os clássicos, trazem abordagens científicas a fim de caracterizar os personagens, seja através de suas moléstias, seja a partir de uma contextualização histórica das mesmas. Na obra “Memórias Póstumas de Brás Cubas” de Machado de Assis, o personagem tem o projeto de criar um emplasto para curar a melancolia da sociedade.

Durante várias passagens do enredo, Brás Cubas faz inúmeras indagações sobre a criação desse medicamento. Seus desejos vão além dos benefícios do emplasto, visto que deseja também o lucro e a fama com a venda do produto.

O caso foi estudado em cinco aulas, com duração de cinquenta minutos, sendo que seria muito importante que pudesse ser trabalhado nas aulas de Ciências Naturais e Literatura, proporcionando uma interdisciplinaridade necessária ao Ensino Básico.

Nesta análise, os três grupos encarregados de solucionar o caso serão, de agora em diante, denominados de G1, G2 e G3, G4, G5, G6 e G7. Cada grupo possuía cinco alunos, alunos que se organizaram em função das afinidades que compartilhavam, sem qualquer interferência externa dos pesquisadores.

Começando a análise pela solução apontada pelos grupos para resolver o caso, verificamos que o grupo G7 não indicou nenhuma solução e os grupos G3 e G4 chegaram à mesma conclusão: a personagem principal teria que conseguir a fórmula do seu emplasto para curar-se da melancolia. Dois dos grupos, G2 e G5, chegaram à mesma conclusão: remédios não curam o problema, terapias e amigos seriam as melhores soluções. Já o grupo G1 e G6, embora tenham apresentado uma série de dados a respeito de diferentes alternativas de prevenção para o caso proposto, concluiu a sua apresentação sem indicar a melhor alternativa para resolver o problema. Quanto à pertinência dos argumentos empregados pelos grupos na resolução dos casos, verificamos que as informações por eles fornecidas são condizentes com as fontes de pesquisa citadas no “diário do caso”.

Algumas análises dos argumentos são apresentadas a seguir.

Componentes do argumento identificados na resolução do caso

As análises selecionadas foram dos grupos G1, G2, G4 e G7. Esta escolha se deve ao fato dos grupos G3, G5 e G6 terem chegado a conclusões semelhantes aos outros, como foi relatado na seção anterior. Contudo, a argumentação foi mais baixa, o que não nos forneceria dados suficientes para a discussão.

O G7 não apontou nenhuma solução, seu argumento se baseava em uma reescrita da carta de maneira afirmativa/explicativa. Os componentes do grupo apontaram como resolução um relato do caso, quando afirmaram: “Brás Cubas queria criar um remédio que curasse a sua tristeza”.

A resolução do caso do G4 teve o seguinte dado (D): “a personagem principal estava buscando uma cura para a sua melancolia através da criação do emplasto Brás Cubas, um remédio com o mesmo nome da personagem principal”. O qualificador modal (Q) e a conclusão (C) foram identificados em: “portanto, o Brás Cubas deve se tornar um cientista

através de muitos estudos com outros cientistas da área ou alguém de uma farmácia”. Como refutação (R), os alunos relataram em seus argumentos: “A menos que o Brás Cubas tenha sido um cientista e não tivesse tido tempo para fabricar o emplasto que ele tanto queria”. Como justificativa (J) a essa conclusão, os alunos afirmaram: “Já que o Brás Cubas estava morto e *possa* ter tirado a própria vida pela sua melancolia”.

O G2 fez uma ampla reflexão quanto ao uso de medicamentos, de maneira indiscriminada os alunos colocaram como dado (D): “Na carta que lemos, o Brás Cubas estava muito triste, muito sem saber o que fazer e em um ato de desespero queria curar um estado de melancolia que possuía”. Como conclusão (C), os alunos afirmaram: “Assim, o Brás Cubas não entendia que o emplasto não era tão simples como um estalar de dedos, era necessário que ele cuidasse da sua mente e isso é muito complexo”. Como refutação (R) à conclusão, os alunos escreveram: “A menos que o emplasto seja utilizado com outras coisas que não são remédios”. Como justificativa (J), foi relatado: “quando existem problemas de depressão ou até um câncer, causando melancolia é muito importante o contato com a família”. Como *backing* (B) para essa resposta, os alunos escreveram: “É só lembrar do caso da fosfoetanolamina, foi anunciado que tinha sido descoberto um remédio da cura do câncer, enchendo as pessoas de esperança mas não funcionava, podendo levar elas para um estado maior ainda de melancolia”.

O argumento do G1 apresentou o seguinte dado (D): “o Brás Cubas estava muito triste e melancólico e pode estar com depressão”. A justificativa (J) que o grupo apresentou foi a seguinte: “a ciência pode salvá-lo mas ainda é necessário ter cuidados além do remédio”. Foi identificado um *backing* (B) no argumento de conclusão (C), quando afirmaram: “o caso da fosfoetanolamina foi muito triste, às vezes a ciência pode nos enganar”.

Considerações finais

Ciência e literatura, apesar de terem linguagens específicas e métodos próprios, ficaram valorizadas quando postas em interação, proporcionando diferentes leituras e novas perspectivas de análise e de trabalho. Este trabalho evidenciou um diálogo possível entre saberes diversos ao olhar para um exemplo da nossa literatura de um autor renomado, Machado de Assis, e fazer emergir sentidos que proporcionam uma compreensão global.

Recorremos à teoria de argumentos de Toulmin (2001) para, de forma breve, justificar a possibilidade de interdisciplinaridade entre essas duas áreas do conhecimento. Apresentamos

ainda algumas implicações deste diálogo de saberes para a escola, particularmente para a educação em ciência.

De uma visão do mundo compartimentado em explicações fragmentadas, caminhamos em direção à necessidade cada vez maior de pensamento holístico. As habilidades de comunicação foram analisadas de forma que os argumentos construídos trocados entre os estudantes durante a resolução do estudo de caso na foram classificadas seguindo a Argumentação de Toulmin (2001). Os argumentos dos grupos mostram que as habilidades mais recorrentes durante a resolução foram a importância de buscar ajuda para a cura da melancolia além do emplasto sugerido pela personagem. Porém, em intensidades diferentes, o que conferiu o grupo mais participativo um argumento mais sólido, identificando as várias etapas propostas por Toulmin (2001).

Conforme já mencionado, a argumentação foi recorrente durante as discussões, o que pode ser confirmado pelos argumentos apresentados anteriormente. Mesmo esta pesquisa não estando desprovida de limitações, como o restrito número de sujeitos pesquisados, e a falta de costume dos alunos com essa atividade, concluímos que tal resultado sugere a potencialidade das atividades na promoção de argumentos para a formação de cidadãos ativos.

Referências

- CHO, K.; JONASSEN, D.H. The effects of argumentation scaffolds on argumentation and problem solving. **Educational Technology Research and Development**, v. 50, n. 3, p. 5-22, 2002.
- DAWSON, V. M.; VENVILLE, G. Teaching strategies for developing students' argumentation skills about socioscientific issues in high school genetics. **Research in Science Education**, v. 40, n.2, p. 133-148, 2010
- KNUDSON, R. E. Effects of instructional strategies, grade and sex on student's persuasive writing. **Journal of Experimental Education**, v. 59, n. 2, p.141-152, 1991.
- KNUDSON, R. E. The development of written argumentation: An analysis and comparison of argumentative writing at four grade levels. **Child Study Journal**, v. 22, n.3, p. 167-184, 1992.
- KUHN, D. Teaching and learning science as argument. **Science Education**, v. 94, n. 5, p.810-824, 2010.
- OSBORNE, J.; ERDURAN, S.; SIMON, S.; MONK, M. Enhancing the quality of argumentation in school science. **Journal of Research in Science Teaching**, v. 41, n. 10, p. 994-1020, 2004.
- REX, L. A.; THOMAS, E. E.; ENGEL, S. Applying Toulmin: teaching logical reasoning and argumentative writing. **English Journal**, v. 99, n. 6, p. 56-62, 2010.

- SÁ, L.P.; QUEIROZ, S.L. Promovendo a argumentação no ensino superior de química. **Química Nova**, v. 30, n. 8, p. 2035-2042, 2007.
- SÁ, L.P.; QUEIROZ, S.L. **Estudo de casos no ensino de química**. Campinas: Editora Átomo, 2010.
- SIMON, S.; ERDURAN, S.; OSBORNE, J. Learning to teach argumentation: research and development in the science classroom. **International Journal of Science Education**, v. 28, n. 2–3, p. 235–260, 2006.
- TEIXEIRA, F.M. Atividades promotoras de argumentação nas séries iniciais: o que fazem os professores? In: V ENCONTRO NACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS, 5., 2005. Bauru. **Atas...** Bauru, p.1-11, 2005.
- TOULMIN, S. **Os usos do argumento**. Trad. Reinaldo Guarany. São Paulo: Martins Fontes, 2001

Autores

Lucas Peres Guimarães

Doutorando do Programa de Pós Graduação em Ensino de Ciências do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia (IFRJ) Nilópolis, Rio de Janeiro, Brasil
Professor de Educação Básica da Rede Municipal de Barra Mansa, Rio de Janeiro, Brasil

Denise Leal de Castro

Docente do Programa de Pós Graduação em Ensino de Ciências do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia (IFRJ) Nilópolis, Rio de Janeiro, Brasil

PERCEPCIÓN DE LA CALIDAD DE VIDA EN ASENTAMIENTOS IRREGULARES: UN APORTE SOCIOGEOGRÁFICO PARA LA ENSEÑANZA DE LA GEOGRAFÍA

María Isabel García

isagarciarozo@gmail.com

<https://orcid.org/0000-0002-8114-959X>

*Universidad Pedagógica Experimental Libertador
Instituto Pedagógico Rural Gervasio Rubio, Venezuela*

Recibido: 15/10/2020 Aprobado: 07/12/2020

Resumen

Los asentamientos irregulares también conocidos como asentamientos de tenencia insegura son espacios que constituyen un fenómeno sociogeográfico de estudio, enmarcado en una red de relaciones sociales y espaciales, que permiten comprender a quienes ocupan y reproducen esta práctica, considerando que son un escenario común en Venezuela. De allí que el desafío para la Enseñanza de la Geografía, radica en resignificar el lugar como espacio social, yendo más allá de esa visión economicista de la enseñanza tradicional, basada en cifras y datos con énfasis en el nivel de vida. El propósito que se persigue con ese artículo es comprender los componentes gratificantes en la percepción de la calidad de vida en asentamientos irregulares. Su naturaleza se enmarca dentro del paradigma interpretativo fenomenológico, para la comprensión de significados, a través de salidas de campo dirigidas al asentamiento irregular “El Araguaney” Municipio Junín del Estado Táchira. La recopilación de información se realizó mediante observaciones in situ y entrevistas a tres informantes clave, fundadoras de la comunidad. Se concluye que las características que definen las condiciones de vida en estos lugares, poco inciden en la construcción de la percepción de la calidad de vida que se forman los habitantes de asentamientos irregulares, dando prioridad a los componentes gratificantes.

Palabras Claves: asentamientos irregulares, percepción, componentes gratificantes de la calidad de vida, Enseñanza de la Geografía.

PERCEPTION OF THE QUALITY OF LIFE IN IRREGULAR SETTLEMENTS: A SOCIOGEOGRAPHIC CONTRIBUTION TO THE GEOGRAPHY'S TEACHING

Abstract

Irregular settlements also known as insecure tenure settlements are spaces that constitute a socio-geographical phenomenon of study, framed in a network of social and spatial relations, which allow those who occupy and reproduce this practice to be understood, considering that they are a common scenario in Venezuela. Hence, the challenge for the Teaching of Geography lies in resignifying the place as a social space, going beyond that economic vision of traditional teaching, based on figures and data with emphasis on the standard of living. The purpose of this article is to understand the gratifying components in the perception of the quality of life in irregular settlements. Its nature is framed within the phenomenological interpretive paradigm, for the understanding of meanings, through fieldtrips directed to the irregular settlement "El Araguaney" Junín Municipality of Táchira State. The collection of information was carried out through on-site observations and interviews with three key informants, founders of the community. It is concluded that the characteristics that define the living conditions in these places have little impact on the construction of the perception of the quality of life that the inhabitants of irregular settlements form, giving priority to the rewarding components.

Key words: irregular settlements, perception, gratifying components of quality of life, Geography Teaching.

PERCEPÇÃO DA QUALIDADE DE VIDA EM ASSENTAMENTOS IRREGULARES: UMA CONTRIBUIÇÃO SOCIOGEOGRÁFICA PARA O ENSINO DA GEOGRAFIA

Resumo

Os assentamentos irregulares, também conhecidos como assentamentos precários de posse, são espaços que constituem um fenômeno sociogeográfico de estudo, enquadrado em uma rede de relações sociais e espaciais, que nos permite compreender quem ocupa e reproduz esta prática, considerando que é um cenário comum na Venezuela. Assim, o desafio para o Ensino de Geografia está em ressignificar o lugar como espaço social, indo além daquela visão economicista do ensino tradicional, baseado em cifras e dados com ênfase no padrão de vida. O objetivo deste artigo é compreender os componentes recompensadores na percepção da qualidade de vida em assentamentos irregulares. A sua natureza enquadra-se no paradigma interpretativo fenomenológico, para a compreensão dos significados, através de viagens de campo dirigidas ao assentamento irregular "El Araguaney" Município de Junín no Estado de Táchira. A coleta de informações foi feita por meio de observações no local e entrevistas com três informantes-chave, fundadores da comunidade. Conclui-se que as características que definem as condições de vida nesses locais pouco afetam a construção da percepção da qualidade de vida que os moradores dos assentamentos irregulares formam, priorizando os componentes gratificantes.

Palavras-chave: assentamentos irregulares, percepção, componentes recompensadores da qualidade de vida, Ensino de Geografia.

Introducción

El tema de la calidad de vida ha sido ampliamente estudiado desde muchas perspectivas y disciplinas de las Ciencias Sociales, al ser un concepto multidimensional y a la vez abstracto, su idea se encuentra íntimamente ligada al desarrollo de una sociedad, es decir, a la búsqueda del bienestar social. Antes bien, se debe señalar que la calidad de vida, responde a dos componentes, uno tangible u objetivo y otro subjetivo. Vale aclarar que éste último componente, ha sido poco estudiado desde el punto de vista sociogeográfico y guarda relación con el bienestar individual que es percibido como gratificante, el cual, corresponde a la dimensión de la persona enmarcada de un contexto espacial y sus relaciones con el entorno. Por tal razón, el presente artículo centra su interés en la percepción de los componentes gratificantes de la calidad de vida en asentamientos irregulares, al considerar que la misma se halla diferente de acuerdo a la apreciación de cada individuo.

De acuerdo con un estudio llevado a cabo para la UNESCO, Solomon en 1980 (citado en Sánchez y González, 2006) definió la calidad de vida considerando que “cubre todos los

aspectos de la vida, tal y como son experimentados por los individuos, ya que comprende tanto la satisfacción material de las necesidades como los aspectos relacionados con el desarrollo personal, la autorrealización y con un ecosistema equilibrado” (p. 23). De tal manera, al considerar el bienestar individual, como un componente gratificante de la calidad de vida, se espera que integre todos y cada uno de aquellos elementos que hacen que la vida de una persona sea agradable, digna, cómoda, satisfactoria en todo su entorno.

Por su parte, en las estimaciones del Programa de Naciones Unidas para los Asentamientos Humanos (ONU-Hábitat, 2013), advierten que entre las tendencias globales de la sociedad moderna se encuentran, los procesos de urbanización, aunado al rápido crecimiento de las ciudades, paradójicamente y pese a ello, son fenómenos de los que menos se habla y a su vez, los que mayor impacto causan, debido a la segregación espacial y social que generan. Es decir, lugares marginados por su patrón de localización y continuo avance, exceden la capacidad de la ciudad de absorberlos o regularizarlos, crean presión en la red de servicios básicos, al ocupar espacios públicos y de uso no residencial, situación social que se agrava con la falta de planificación en materia de vivienda. De allí que, los llamados *asentamientos irregulares*, constituyan espacios sociogeográficos, donde no se esperaría que encaje el concepto de calidad de vida, dadas las condiciones precarias que se presentan en muchos de ellos.

Sin embargo, volcando la mirada hacia la percepción de la calidad de vida, entendida como la sensación de bienestar, relacionada con los lazos que atan a las personas a un *lugar*, se convierte éste, en el objeto de estudio de la Geografía, de acuerdo a la concepción del espacio geográfico de Tuan, 1974; Relph, 1976 y Buttner, 1990 (citados en Delgado, 2003), siendo el lugar, el contexto de la experiencia en el cual se desenvuelve la vida cotidiana y en el cual, sus significados construyen la percepción de la calidad de vida en estos asentamientos, pasado a conformar el centro e interés indagatorio. De tal modo, con el presente artículo se propuso comprender los componentes gratificantes en la percepción de la calidad de vida en asentamientos irregulares, a partir de las relaciones sociogeográficas establecidas y vivenciadas en estos lugares, brindando la posibilidad desde la perspectiva de la Geografía Social de abordar el fenómeno a distintas escalas, internacional, nacional y local.

Asimismo, se hace necesario que desde el ámbito educativo se busque reflexionar sobre dicha problemática social, ya que sus prácticas se reproducen y se vivencian en varias ciudades de Venezuela; pero además llama la atención, la ligereza en la forma como se tratan o se

desaprovechan estos temas en los contenidos de aprendizaje en Enseñanza de la Geografía, al aproximarse a la realidad de los asentamientos irregulares, la visión normada y aceptada que prevalece en el abordaje de estos temas es, la economicista, donde la énfasis ha estado más en lo que se tiene, que en lo que se siente, o se percibe como gratificante, un componente de la calidad de vida que permite comprender desde otra mirada, el mundo de vida de quienes habitan en asentamientos irregulares. En la medida que se considera la educación como el vehículo que propicia el cambio social, en la búsqueda del bienestar común, para construir una sociedad más equitativa y verdaderamente incluyente.

Por consiguiente, este estudio introduce al lector al fenómeno de los asentamientos irregulares y sus componentes gratificantes en la percepción de la calidad de vida, espacio geográfico que se materializa en el área de protección de la vía perimetral de Rubio, sector “El Araguañey”, el cual surge de la fragmentación de un asentamiento campesino conocido como El Japón, ubicado al noreste de Rubio, municipio Junín, Estado Táchira, Venezuela. Dicha localidad fue seleccionada de modo que permitiera describir las percepciones de la calidad de vida en asentamientos irregulares para comprender los componentes gratificantes de la misma. Ante todo, esto implicó desde lo sociogeográfico establecer las relaciones de quienes llevan a cabo estos procesos de ocupación y la calidad de vida percibida como componente gratificante a fin de aproximarse a esa realidad geográfica, tan común en muchas ciudades de Venezuela, desde la mirada de sus protagonistas.

Contexto referencial

Entre los desafíos sociales y espaciales, los asentamientos irregulares constituyen una parte de la problemática sociogeográfica, al ser persistentemente relacionados con la pobreza y por la desigualdad espacial que generan, sin considerar el elemento perceptivo humano de los espacios que son vividos y sentidos. No obstante, se reconoce la dificultad de formular un solo término conceptual que permita unificar la complejidad del fenómeno social existente, sin una connotación peyorativa. De tal manera, en este apartado se hace una conceptualización teórica asumida por distintas investigaciones u organizaciones internacionales especializadas, que permitan dilucidar el empleo del término para alcanzar una mejor comprensión del estudio realizado.

En primer lugar, es importante aclarar el uso que se hace en ésta investigación del término de *asentamientos irregulares*, conocidos por su denominación en inglés como “*Slums*”, cuya traducción sería tugurios. Sin embargo, López (2014) admite que en Latinoamérica se ha empleado una amplia variedad de nombres para referirse a un mismo fenómeno, se les ha llamado “asentamientos irregulares, barrios marginales, conventillos, colonias populares, solares, bohíos y cuarterías, villa miseria, bidonvilles, taudis, habitat spontané, favelas, morros y cortiços⁶³–, los tugurios manifiestan deficiencias múltiples y representan diferentes formas de inequidad.” (p. 104).

De acuerdo a lo citado, los asentamientos irregulares, en su mayoría, representan una manifestación de la pobreza, debido a su naturaleza multidimensional, son demasiado complejos para definirlos de acuerdo con un solo parámetro, aunque que se puede hablar de asentamientos de tenencia insegura; irregular o informal como subdivisiones, según sea el caso. Asimismo, ONU-Hábitat (2003) considera que muchas definiciones de estos asentamientos hacen énfasis tanto en la informalidad de la ocupación, como en la falta de cumplimiento con planes sobre el uso del suelo “...al construirse asentamientos en terrenos reservados para fines no residenciales, o que son invasiones de suelo no urbano.” (p. 11). Por lo cual, al incluir estas subdivisiones hacen alusión clara a lo que serían los principales factores que contribuyen a la ilegalidad.

Al respecto, Turkstra y Raithelhuber (citados en Ruiz, 2015) expresan que la ONU-HÁBITAT en 2003, con el fin de unificar y delimitar en un solo concepto este tipo de asentamientos para su uso a nivel internacional, buscó definirlos como:

...un asentamiento irregular es una vivienda o grupo de viviendas que carece(n) de uno de los siguientes cinco elementos: a) acceso a agua potable; b) drenaje; c) seguridad en la tenencia; d) durabilidad de la vivienda (materiales de desecho y también incluye la localización en zonas de riesgo), y e) área suficiente para vivir (hacinamiento). (p. 90)

De este modo, se obtienen los principales elementos con los que se puede empezar a construir una base conceptual que permita vincular un fenómeno social con la percepción de la calidad de vida en un espacio geográfico, que brinde la posibilidad de abordar sus componentes gratificantes, tal como son percibidos por sus habitantes a partir de sus relaciones sociogeográficas, que no son otra que la relación existente entre la sociedad y su organización espacial, punto de encuentro para Porto-Gonçalves (2001), cuando señala que “La geografía deja de ser un sustantivo para mostrarse tal como es, es decir como verbo, como re-presentación

de la acción de los sujetos sociales.” (p.5). En efecto, las constantes transformaciones que cambian la dinámica de las ciudades son producto de la acción social, la misma que desafía toda comprensión desde una geografía tradicional, por lo tanto es necesaria una ciencia geográfica renovada para entender los problemas de la sociedad actual.

De allí que, el tema de la percepción cobra importancia en el campo de la educación geográfica, en la medida que interese al educador acercarse a comprender el elemento humano, como factor dinamizante de un espacio geográfico. En tal sentido, Sánchez y González (2006) expresan:

La necesidad de revitalizar un espacio social urbano, tomando como eje fundamental quienes lo habitan, obliga detenerse en la detección de los factores que constituyen los elementos claves de la percepción del espacio habitado, como variante significativa en la búsqueda de calidad de vida. (p.20)

Es decir, la significación que tiene el lugar, como espacio habitado en la búsqueda de la calidad de vida, que lleva a la comprensión del comportamiento sociogeográfico de los habitantes de los asentamientos irregulares en la formación y diferenciación de un espacio geográfico determinado, que en el caso de éstos asentamientos, deriva en un crecimiento desordenado de las ciudades, considerando que es un escenario común no sólo en Latinoamérica, sino una práctica que persiste en muchas ciudades del país.

De tal modo, atendiendo a Capel (1973) cuando afirma que “La mente del hombre, donde tiene lugar la percepción, la formación de la imagen y la decisión, se convierte así en un campo nuevo de investigación geográfica si es que queremos entender realmente la acción del hombre sobre el medio terrestre”. (p.58). En otras palabras, pensar el espacio como un fiel testigo de las estructuras sociales, además, asociándolo con las prácticas sociales que en él se realizan, es importante y necesario para conocer el significado que le otorgan al lugar, desde la mirada de quienes habitan los asentamientos irregulares, como espacios vividos y percibidos, al ser representaciones susceptibles de ser descritas.

No obstante, Hérin (2006a) advierte que “las formas en que se perciben y representan los lugares varían, entre otros factores, por variaciones según la situación social de los individuos” (p.78). De acuerdo con esto, las percepciones tienden a variar según el espacio o lugar habitado y, según el estatus o situación, que dependiendo de la clase social a la cual pertenezca del individuo o grupo social, ya sea que se trate de una situación acomodada o precaria, dependiendo

del entorno social y cultural en el cual se encuentre inserto el individuo o grupo social, será lo que determine la valoración de dichas percepciones. A la vez, el significado de las percepciones puede servir de referente para las representaciones colectivas de determinado grupo en la sociedad.

Adicionalmente, Hérin (2006b) expresa que las relaciones sensibles al medio ambiente, por las sensaciones, las percepciones representan "...experiencias sensoriales, se entretajan relaciones de familiaridad con tales o tales espacios-que se podrían denominar *espacios percibidos*". En otras palabras, estos espacios sirven para comprender las distintas situaciones y prácticas socio-espaciales que se entrelazan en los espacios vividos relacionados con la vivienda o con los barrios. De ahí que Losada (2001) exprese que "...el espacio, percibido por medio de todos los sentidos, adquiere una determinada significación para quienes viven inmersos en él; la cual deviene de la experiencia continua y cotidiana de la vida que allí tiene lugar". (p. 272). Lo que es lo mismo, el significado de los espacios percibidos solo lo puede dar la experiencia, por lo que el bienestar percibido en relación al lugar habitado, solo puede ser comprendido a través del relato de sus protagonistas.

Ahora bien, si se considera a las personas como individuos biológicos que tienen la capacidad de captar el mundo exterior por medio de las sensaciones, las mismas están igualmente, sujetas a errores de percepción, debido a la incapacidad del cerebro de procesar toda la información, además Capel (1973) señala que:

...los distintos espacios son percibidos con una nitidez decreciente a partir del más próximo al hombre, que constituye su medio de actuación habitual y del que posee una información directa, hasta los más alejados, percibidos a través de la experiencia ocasional o de las fuentes indirectas de información. (p.63)

Esto permite asentar que el espacio percibido con mayor claridad es el espacio más cercano o próximo al individuo, quiere decir que es el espacio vivencial, el genuinamente percibido, para este autor es como si se tratase de círculos concéntricos de importancia decreciente, entre más alejados se encuentren se van difuminando en importancia y significado para el sujeto. Conviene aclarar a la vez lo señalado por (ob. cit.) "...sobre la percepción espacial se fue desarrollando también una reflexión filosófica sobre la dimensión espacial del hombre, lo cual ha permitido profundizar sobre el concepto de «espacio vivido» o «vivencial»". (p.70)

Como se advertía anteriormente, lo que interesa a nivel perceptivo es lo relacionado con la existencia, lo vivencial, aquel espacio que el sujeto frecuenta, recorre habitualmente, tiene una carga de significado que solo se puede conocer a profundidad por el individuo que lo experimenta. De allí la importancia de aprovechar el elemento perceptivo en lo educativo, el que los estudiantes puedan producir nuevos aprendizajes a partir de la percepción del espacio, ya que el mismo envuelve una serie de sentimientos o emociones ligados a las experiencias vividas en el lugar o los lugares que se habitan y/o se recorren en la cotidianidad. Esa dimensión espacial humana es lo que la convierte en una posibilidad con grandes perspectivas de aplicación para la enseñanza de la geografía.

En última instancia la educación geográfica ha de valerse de las percepciones espaciales, a fin de permitir comprender aspectos como los componentes que resultan gratificantes de la calidad de vida en un lugar y en un contexto cultural que muchas veces no es ajeno al estudiante, pero que no lo identifica o no lo reconoce, debido a lo complejo del proceso en sí mismo, aunque la percepción mediada científicamente por el docente resulta una herramienta que en definitiva sirve como otra alternativa de aproximación que se hace a la vida de un hábitat urbano, ya que va a tomar en cuenta el elemento humano. De este modo, reflexionar sobre la forma en cómo los habitantes de los asentamientos irregulares conciben gratificante su calidad de vida, permite recuperar la significación del lugar, en virtud de la experiencia cotidiana de quienes residen en estos espacios sociogeográficos.

En tal sentido, Discoli, San Juan, Martini, Barbero, Dicrocce, Ferreyro, Viegas, y Esparza (2013) expresan que "...la calidad de vida debe referenciar a un bienestar en el sentido amplio de 'estar bien' desde lo colectivo, reconociendo significativas relaciones de reciprocidad con lo individual" (p. 30). En otras palabras, el bienestar individual, es la dimensión que responde a la persona enmarcada de un contexto espacial en el cual se ubica, por lo tanto, para entender el bienestar colectivo, su dimensión debe trascender de la persona a la comunidad, como estructura social dentro de un contexto espacial mayor que involucraría, la calidad de vida urbana.

Ahora bien, la percepción como la imagen subjetiva para Capel y Urteaga (1991) parte de que "La idea básica es que el hombre decide su comportamiento espacial no en función del medio geográfico real, sino de la percepción que posee del mismo." (p. 63). En otras palabras, cuando se habla de percepción en geografía se busca el significado que le da el individuo o determinado grupo social a ciertos elementos del paisaje urbano, a su medio ambiente, a su

hábitat, incluida la percepción de quienes se encuentran ante posibles riesgos naturales, en cuanto que los mismos cobran valor o no, para el individuo en su ya elaborada configuración mental.

Por lo tanto, al categorizar la percepción de la calidad de vida en asentamientos irregulares, se pasa de una concepción abstracta de lo que puede ser la *percepción de la calidad de vida* de quienes habitan en una de la realidad concreta, que son los *asentamientos irregulares*, vistos como espacios sociogeográficos que no han sido planificados para el uso residencial, que han sido ocupados de manera ilegal, donde la mayoría no accede a los servicios públicos de modo convencional, debido a la carencia a su vez, de un estatus legal quedando con ello estancados en su quehacer comunitario. En medio de esta realidad, queda la percepción de lo que significa *la calidad de vida*, para quienes habitan en estos lugares, a modo de comprender las aspiraciones de bienestar que buscan ser materializadas por sus individuos.

Por tal razón, para afectos de este artículo interesa adentrarse al segundo componente de la calidad de vida, el bienestar percibido por un individuo o colectividad, el cual está por encima de buscar que estén cubiertas las necesidades básicas (materiales). De ahí que los componentes gratificantes sirven, para comprender a quienes habitan en estos asentamientos irregulares, ya que se trata del bienestar percibido de su entorno comunitario y familiar, de la importancia de las relaciones sociogeográficas que se establecen y de qué es lo que hace que su calidad de vida sea gratificante desde la mirada de sus protagonistas.

Contexto metódico

La naturaleza del estudio se enmarcó dentro del paradigma interpretativo fenomenológico, para comprender los significados respetando la singularidad de las vivencias de las personas por lo que “no habría ninguna razón externa para pensar que ella no vivió, no sintió o no percibió las cosas como dice que lo hizo” (Martínez, 1989; p.169). En otras palabras, el investigador dentro del enfoque fenomenológico debe respetar y evitar prejuicios, para que pueda reflejar la realidad vivida, sentida por las personas en cuanto a sus emociones y/o percepciones, buscando la esencia de su mundo de vida en relación a realidad situacional, para poder comprender sus significados.

De este modo, para abordar la percepción de los componentes gratificantes de la calidad de vida, se realizaron cinco salidas de campo dirigidas al asentamiento irregular “El Araguaney”,

localizado en el sector conocido como El Japón - vía Aldea Alineadero, municipio Junín, estado Táchira, Venezuela. Ésta es una comunidad conformada por unas 78 familias, según datos suministrados por su comité provisional al año 2016; el asentamiento se ubica en la franja perteneciente a la zona protectora de la avenida Perimetral de la ciudad, lugar donde el asentamiento irregular se proyecta de manera horizontal a lo largo de unos 500 metros aproximadamente. Estas tierras son de tenencia pública nacional, pertenecientes al Instituto Nacional de Tierras (INTI), catalogadas por el Estado venezolano como asentamientos campesinos, aun cuando, se encuentren próximas a una poligonal urbana, es catalogada como un espacio rural.

Para la recopilación de información, se realizaron dos observaciones in situ y se aplicaron entrevistas semiestructuradas a tres informantes clave, fundadoras de la comunidad, seleccionadas a partir de tres criterios de la investigadora: (a) disponibilidad para la entrevista, (b) ser mayores de edad y (c) ser familias fundadoras de la comunidad “El Araguaney”, para poder tomar percepciones y versiones diferentes de acuerdo a la experiencia y proximidad con el fenómeno estudiado. Durante el proceso de transcripción de las entrevistas fueron identificadas por separado con las iniciales de Informante Clave Fundadora (ICFn^ox), acompañado con un número que indicaba el orden en que se realizaron las entrevistas, quedando identificadas de la siguiente manera: ICF1, ICF2 e ICF3.

En el proceso de análisis e interpretación de la información, se realizó una comparación de todas las entrevistas, para ello fue necesario transcribir toda la data cruda en matrices de información, de manera que siguiendo los discursos de las Informantes Claves Fundadoras (ICF), buscando en ellos puntos de encuentro y desencuentro, se fueron identificando los distintos indicadores (*I*), atendiendo a los asuntos de interés para la investigación y asignándoles un número del indicador *I* (*n*^o), los cuales se agruparon y se correlacionaron con el número de la pregunta (*N*^o) correspondiente en la entrevista semiestructurada. Adicionalmente se transcribían las iniciales de la Informante Clave Fundadora (ICFn^ox), para identificar a la persona que hacía determinada afirmación. En el Gráfico 1 se presenta un ejemplo de la codificación:

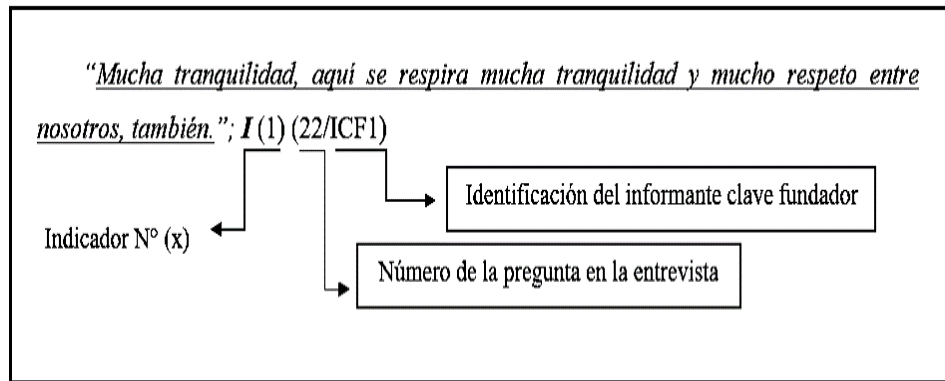


Gráfico 1. Identificación de la codificación en el proceso de interpretación.

A partir de allí, se presenta la sistematización de los resultados que representan una lectura interpretativa de las entrevistas, de acuerdo a una pre-categorización acerca de la Percepción de la Calidad de Vida en Asentamientos Irregulares, de la cual se debía considerar dos elementos, divididos como componentes por los que un individuo puede para valorar la calidad de vida en un lugar. Por una parte están los *Componentes Materiales* de la percepción calidad de vida, son los elementos que están relacionados con esa parte tangible u objetiva de la realidad socio-espacial en el entorno habitado. En tal sentido, Sánchez y González asumen como clave para la calidad de vida (2006) “la capacidad de control de las propias condiciones en que se vive” (p.24). Por lo tanto, la actuación de modo individual o colectivo encaminada al control de los componentes materiales (objetivos), es tan importante como necesaria para que la Calidad de Vida pueda ser apreciada o sentida en un hábitat urbano, es decir, para sentirse pleno o a gusto en el mismo.

Por otra parte y como se ha venido advirtiendo, centro de interés de este artículo se encuentran los *Componentes Gratificantes* de la percepción de la calidad de vida, en ellos se aborda el bienestar percibido por un individuo o colectividad, el cual está por encima de buscar que estén cubiertas las necesidades básicas (materiales), según los autores Biswas-Diener y Diener (2001) y Diener y cols. (2003) (citados en Banda y Morales, (2012) “...los componentes del bienestar subjetivo son la satisfacción en la vida, la felicidad, el balance de los afectos y la evaluación de las emociones...” (p.31), lo que es lo mismo, los Componentes Gratificantes, se encuentran asociados a la satisfacción o insatisfacción percibida de su calidad de vida al evaluar las emociones y relaciones con el espacio vivido, buscando en esa sensación de logro o bienestar personal, que es intangible, cuya valoración traducida en la satisfacción personal de los aspectos

subjetivos, ya sean *habitacionales, comunitarios, sensación de seguridad*, incluyendo las *educativas* como el engranaje de las expectativas a futuro para los suyos y las de su comunidad.

De ahí que los componentes gratificantes sirven, para comprender a quienes habitan en estos asentamientos irregulares, ya que se trata del bienestar percibido de su entorno comunitario y familiar, de la importancia de las relaciones que se establecen y de qué es lo que hace que su calidad de vida sea gratificante desde la mirada de sus protagonistas.

Resultados: Percepción de los Componentes Gratificantes de la Calidad de Vida

Como ya se ha hecho mención, el bienestar percibido al que se llama calidad de vida, permite comprender los modos de obrar tanto individual como colectivamente, en busca de un sentido de satisfacción interno en cuanto a sus logros o metas, como proyectos de vida. Resulta importante señalar que Inglehart (citado en Sánchez y González, 2006) expresa que “El estudio de la calidad de vida tiene muchos enfoques y orientaciones. Tras haber tenido un origen de carácter material y económico, en la actualidad, se asocia a las relaciones con el medio ambiente y la naturaleza, así como los valores que se sustentan y los contenidos simbólicos y culturales.” (p. 37). De acuerdo a lo citado, la calidad de vida como elemento perceptivo va más allá medirla con el indicador tradicional de las Necesidades Básicas Insatisfechas (NBI) de una sociedad, con lo que se privilegia la visión economicista, ya que termina siendo sólo un dato que evalúa las condiciones de vida, contrario al renovado enfoque que permite incorporar las relaciones con el medio ambiente y los valores culturales de determinado grupo social, en la construcción de lo que se aspira como calidad de vida.

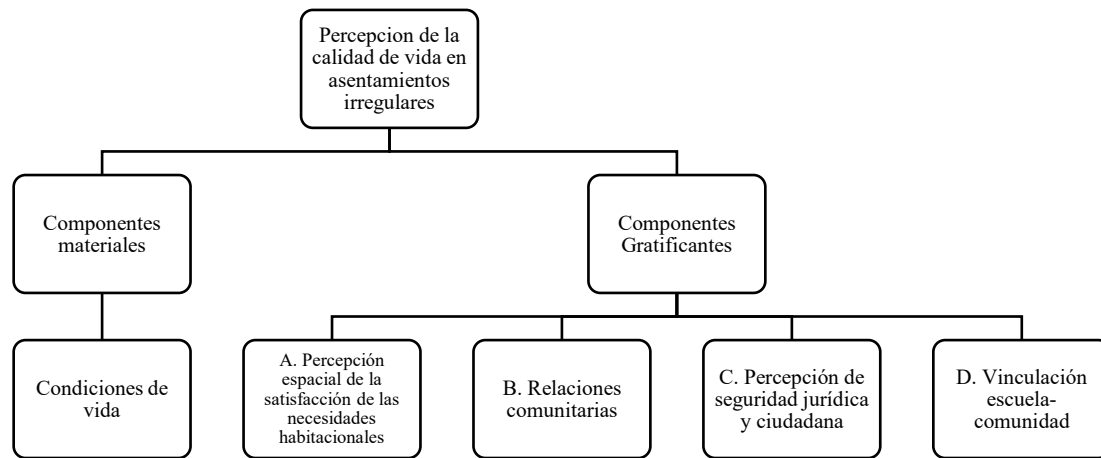


Gráfico 2. Componentes de la percepción de la calidad de vida.

De acuerdo al gráfico anterior, las condiciones subjetivas son el grado de bienestar personal que también atañe a la calidad de vida, por tanto para los Componentes Gratificantes y de acuerdo a los indicadores emergentes se analizaron los siguientes criterios: (a) Percepción espacial de la satisfacción de las necesidades habitacionales, (b) Relaciones comunitarias, (c) Percepción de seguridad Jurídica ciudadana, (d) Vinculación escuela-comunidad. Los mismos permitieron inferir las interpretaciones de la calidad de vida en asentamientos emanadas de sus propios discursos. A continuación se presentan con mayor detalle.

Percepción de los Componentes Gratificantes de la Calidad de vida en Asentamientos Irregulares:

1. Percepción Espacial de la Satisfacción de las Necesidades Habitacionales

Respecto a la importancia de analizar los componentes gratificantes de la calidad de vida, el presente corresponde a la satisfacción con el lugar en el cual se encuentra su vivienda, así como en la percepción del espacio personal e íntimo donde transcurre su experiencia cotidiana. En este sentido Discoli, et. al. (2013) expresan que:

Entendemos lo individual y lo colectivo interactuando de manera recíproca, ya que una persona con bienestar en el sentido de “estar bien” influye sobre el colectivo y el bienestar colectivo necesariamente influye en lo individual, siempre y cuando cada individuo esté socialmente contenido. (p. 30)

Es decir, debido a que la búsqueda de un bienestar colectivo implica la suma de la calidad de vida individual; por lo que el estar bien desde lo individual y personal, trasciende de este espacio hacia lo colectivo, existiendo de este modo una reciprocidad, siendo el bienestar individual producto del mismo.

Por lo tanto, al analizar la percepción de los componentes gratificantes de la calidad de vida, en la percepción espacial de la satisfacción de las necesidades habitacionales, de acuerdo a las entrevistas realizadas, surgieron indicadores para la satisfacción relacionados con el lugar y la vivienda como *espacio vivido*, ámbito doméstico de las relaciones familiares, así como indicadores de insatisfacción, relacionados con el lugar, debido por ejemplo al consumo de droga, *falta de organización*, resistencia a ser etiquetados como invasión, *sentimientos de exclusión social*, rechazo y desaprobación ante estas prácticas irregulares.

De este modo, en cuanto al grado de satisfacción que sienten las informantes con respecto al lugar y espacio que habitan, se tienen los siguientes indicadores de satisfacción en los cuales la percepción de *lugar de tranquilidad* en comparación con donde vivían antes, de acuerdo a sus relatos la **ICF1** expresa

“Sí, mucho... ¡Uffs!, cien por ciento, hay tranquilidad, felicidad... antes tenía que pensar de dónde sacar pa’ lo el alquiler, para la comida... los hijos, el estudio, en cambio aquí pues, humildemente es de laticia y todo, tengo mis servicios”.I (1) (26/ICF1; ICF2);

Asimismo, la **ICF2** agrega otra comparación

“Allá vivía alquilada, ¡esa es la otra! algo que difiere también... vivía con el afán del pago de servicios es muy alto allá (Colombia)... Y aquí pues, los muchachos tienen muchos beneficios, los estudiantes entonces eso pues, nos da tranquilidad”; I (2) (26/ICF2).

Razón por la que se da una *relación de afectividad*, la cual establecen con el lugar como espacio vivido al representarles sentimientos de tranquilidad, felicidad, si bien, sacrifican el

confort en pro de sentir gratificación por la función que cumplen sus viviendas, en ahorro de gastos de alquiler, un desahogo para alimentación, el estudio y manutención de los hijos.

Por otra parte, existe un aspecto adicional relevante de sobrevivencia, al comparar el lugar en el cual vivía antes la **ICF3**, menciona las condiciones precarias anteriores, que la hacían vivir al borde de la indigencia, aunque la misma no fuese percibida como tal, según relata “...vivía en un hueco...fue un terreno que me prestaron para que hiciera un medio ranchito... yo no tenía agua, yo no tenía tubería, yo no tenía poceta, no tenía nada de eso y no nos podíamos bañar ahí”; si se considera que habitaba un ‘medio ranchito’ es de notar que al comparar sus condiciones actuales de vida, la mejora ha sido significativa en términos de calidad de vida al añadir “ digo aquí como la palabra ¡Aquí, estoy rey!”. (26/ICF3).

En contrapeso a lo anterior, algo que sí fue recurrente, fue la insatisfacción sentida por la *falta de organización comunitaria* expresada por la **ICF2** “...nosotros en sí, como una comunidad no estamos organizados ¿ve? Hace falta más eso...”; **I (8) (29/ICF2)**. Este malestar manifestado ante la falta de organización comunitaria, lo percibe como posible causa de que no se puedan concretar los proyectos de mejoras habitacionales en el sector.

2. Relaciones Comunitarias

Para este criterio se aborda el ámbito comunitario en el cual se desenvuelven las relaciones de reciprocidad, tanto familiares, vecinales y comunitarias; en cuanto a su organización, sus formas de participación e integración y su significación para la percepción gratificante de la calidad de vida en asentamientos irregulares, es decir, las interrelaciones de los grupos sociales y sus logros, expresados en satisfacción en el entorno que habitan.

Las relaciones comunitarias para Tönnies (citado en Sánchez y González, 2006) se caracterizan por ser “un denso entramado de relaciones directas y personales, fuertes lazos y creencias comunes, apoyo social, y una fuerte intensidad emocional en cuanto al sentido de pertenencia” (p.31). En otras palabras, dan forma y significado a un espacio habitado conocido como: comunidad. Si bien, en el mundo moderno toman auge otras formas de interrelacionarse, más complejas e impersonales, que trastocan el significado de la misma, configurándose nuevas redes y entramados sociales de una comunidad entendida como global; en muchos lugares populares persisten formas de integración vecinal a la antigua usanza, por lo que las relaciones que allí se suscitan le otorgan un sentido a la vida en colectivo.

En este aspecto, se analizó la apreciación dada por las informantes al ámbito de las relaciones comunitarias, de acuerdo con la percepción de los componentes gratificantes de su calidad de vida en el asentamiento irregular, por lo que se presentan a continuación los indicadores que resultaron ser de satisfacción por considerar las *relaciones de apoyo mutuo* e insatisfacción por la *sensación de disminución de las relaciones vecinales de familiaridad*, la división del sector en dos partes, la *falta de organización*, falta de reconocimiento, se sienten rechazados y excluidos por las comunidades vecinas, conflictos no resueltos con otros sectores, entre otros.

En cuanto a la satisfacción de las relaciones comunitarias se encontraron indicativos para valorar la gratificación con la sensación de *relaciones de apoyo mutuo* en la comunidad. Para empezar, las informantes al unísono expresan satisfacción con las relaciones comunitarias por la unión e integración vecinal al considerarlas de mutuo apoyo con sus vecinos próximos ante dificultades cotidianas o imprevistos con la salud. “Es muy buena, cien por ciento es receptiva entre todos...se enferma, la vecina o algo y uno está... nos acomodamos con lo que Dios socorra... necesito salir... alguien se queda con el niño o así.”; Aunque añoran los lazos iniciales cuando se funda el asentamiento, se percibía más unión. “Sí, o sea aquí los vecinos son de... lo apoyan, se ha apoyado, inicialmente nos apoyábamos mucho más...nos turnábamos hasta para cocinar...”

Es de notar que este reconocimiento de las relaciones vecinales de mutuo apoyo, se da mayormente con las familias que empezaron el asentamiento; el apoyo, ya sea por conveniencia o cercanía, según revelan, llega ser incondicional y el más próximo al de unas relaciones entre familiares.

3. Percepción de Seguridad Jurídica y Ciudadana

Para la percepción de la calidad de vida en asentamientos irregulares, constituye un pilar en las sensaciones de bienestar o de estar bien en un lugar, su importancia radica en poder establecer la percepción de seguridad en cuanto a la legalidad de la tenencia de la tierra, ante la incertidumbre sobre los bienes, así como también, la sensación de protección sobre la integridad personal y familiar que les genera el vivir en este tipo de lugares. Para Bauman (2007) la sociedad moderna “se ha organizado en torno a la búsqueda infinita de protección y al anhelo frenético de seguridad.” (p. 84). Puede decirse que esa protección y seguridad en las cuales se

ha organizado la vida en sociedad, pasan a constituir derechos sociales, siendo relevantes para el fenómeno sociogeográfico analizado.

Esto conlleva a buscar una apreciación o valoración de las mismas ya que en términos de calidad de vida, también es importante el sentir ese respaldo de que las cosas irán bien en materia jurídica y de seguridad ciudadana. De este modo (ob. cit.) también precisa que:

La protección de las personas y la seguridad de sus propiedades son condiciones indispensables para que éstas sean capaces de luchar con eficacia por el derecho a la participación política, pero no pueden contar con bases sólidas y razonablemente duraderas a menos que la forma de las leyes vinculantes dependa de sus beneficiarios. (p. 90).

Es decir, para buscar una reivindicación de los derechos de este tipo, entendiendo que estos aspectos deben estar garantizados por el Estado a sus ciudadanos, por medio de un conjunto de leyes y normativas, pero, las personas que ejercen prácticas irregulares en estos asentamientos, por su forma de intervención de los espacios, quedan en un limbo jurídico, por el incumplimiento de normativas. Convirtiéndose en un ciclo vicioso que crea una problemática sociogeográfica que pasa al terreno de los derechos políticos, donde las distintas formas de poder institucional, a través de sus instrumentos legales y con acciones dirigidas a su cumplimiento, serían las que estarían en competencia para orientar a los habitantes de asentamientos irregulares, como primer paso hacia su regularización.

Entretanto, este criterio de la percepción de los componentes gratificantes de la calidad de vida en asentamientos irregulares, emergen indicadores de satisfacción en aspectos como el *uso que le dan a la tierra*, el no sentir inseguridad de tipo delincuencia, *sensación de seguridad en la tenencia*; así como los aspectos de insatisfacción, *falta de organización vecinal*, al sentirse desatendidos por las instituciones del Estado, a falta de Consejo Comunal, no pudiendo acceder a ningún beneficio, entre otros.

En primer lugar, la satisfacción expresada por las informantes viene dada por un conocimiento previo, cuando se les interroga por la propiedad de las tierras, la *ICF1* responde:

“No, legalmente no, son del INTI, son de la Nación.”; por su parte la *ICF2* *“Son del Estado, la tierra... el terreno es el Estado, lo que hemos hecho, las edificaciones...”*; del mismo modo la *ICF3* *“No, esto digo... esto es del INTI... esto es de la autopista.”*; *I* (1) (40/ICF1; ICF2; ICF3).

Abiertamente existe cierta serenidad, en el sentido que reconocen que las tierras no les pertenecen y saben que son propiedad del Estado, por los momentos y luego de 11 años de

resistir, no sienten intranquilidad ante la posibilidad de alguna medida de desalojo, porque la realidad del sector El Araguañey, es similar a la de El Japón, un asentamiento campesino, son sectores no consolidados para uso residencial, a pesar que la dinámica que allí se desarrolla poco a poco va cediendo de lo agrario a lo residencial.

Ahora bien, en relación a la seguridad sentida al salir de su hogar y transitar por la comunidad, en términos generales no perciben inseguridad de ningún tipo ya sea, delincencial o criminal dentro de su comunidad, a pesar de las comunes asociaciones que hace la gente de este tipo de lugares situados en la periferia con la delincuencia, sus respuestas son correspondientes a la satisfacción percibida en este aspecto, bien sea, porque no se sienten amenazados en su integridad física, ni la de los suyos, tanto así que para la *ICF1*, ve innecesaria incluso la presencia de autoridades que velan por la seguridad ciudadana, ya que dice que *“no hace falta, porque pa’ qué, aquí nosotros no, no vemos ningún peligro”*. Sin embargo, se contradice nuevamente cuando afirma que le desagrada el incremento del consumo de droga dentro de la comunidad.

La percepción de seguridad no delincencial dentro de su espacio comunitario puede deberse a varios factores manifiestos, al tiempo que llevan viviendo en el lugar, lo relacionan con la familiaridad de los espacios recorridos o conocidos, también puede deberse a que es un asentamiento irregular iniciado por familias de vecinos que ha ido creciendo y conformándose con personas de la misma comunidad, conocen el lugar y conocen a quienes habitan el lugar, lo cual no les resulta extraño, al contrario el ambiente conocido les genera esa sensación de confianza, ello les aporta la sensación de tranquilidad.

Asimismo, reiterando sus respuestas con la confianza de no percibir inseguridad de tipo delincencial, cuando se les preguntó directamente cómo se protegía la comunidad ante posibles situaciones delictivas, la *ICF2* *“aquí es prácticamente es cuidarnos unos con otros...”*; *ICF3* *“No, no, de aquí, no me van a robar, no... aquí todos, nos cuidamos entre todos.”*; *I* (10) (43/ICF1; ICF2; ICF3), dejando claro que aunque no perciban inseguridad en el sector, sienten que la forma de protegerse como comunidad ante situaciones delictivas, es cuidándose unos con otros.

4. Vinculación Escuela-Comunidad

Para los componentes gratificantes de la percepción de la calidad de vida en asentamientos irregulares se ha tomado en cuenta la vinculación Escuela-Comunidad, como parte del análisis

sociogeográfico, debiendo aclarar que, la perspectiva aplicada, si bien contiene una lógica espacial, su consideración para la calidad de vida sentida, no parte de la institución educativa, sino de un interés por su entorno comunitario, es decir, desde la mirada de sus protagonistas, en el cómo perciben sus prácticas irregulares, en la medida cuando las mismas impactan, de una u otra forma la relación que se establece entre sus actores sociales, debido a la cercanía de la comunidad, con el sitio en que encuentra una institución educativa.

Por otra parte, también existe una lógica educativa cuando en la Ley Orgánica de Educación (LOE) (2009) contempla en su artículo 6, numeral 4, que habla sobre la competencia de El Estado Docente para promover, integrar y facilitar la participación social, en su inciso (a):

A través de una práctica social efectiva de relaciones de cooperación, solidaridad y convivencia entre las familias, la escuela, la comunidad y la sociedad, que facilite las condiciones para la participación organizada en la formación, ejecución y control de la gestión educativa.

Por lo tanto, si se entiende que se deben establecer relaciones de cooperación solidaridad y convivencia entre las familias, instituciones educativas y la comunidad, es pertinente conocer la percepción de bienestar de los habitantes respecto a la gestión educativa, en la medida en que sientan satisfacción por ser tomados en cuenta. A la vez, que ellos noten que la comunidad también es responsable en la vinculación con la institución educativa, ya que tiene también la corresponsabilidad social de acuerdo al artículo 18 de la mencionada ley. Siguiendo a Murillo, et. al. (2013) cuando expresa que:

Nadie pone en duda la importancia y necesidad de una estrecha vinculación entre la escuela y la comunidad local. Esta idea está presente en todos los discursos educativos, se considera como una tarea más que las escuelas deben desarrollar y que, en muchos casos, asumen, aunque a veces ni siquiera se parte de una reflexión seria -personal o grupal- sobre qué se entiende por comunidad y cuál debería ser el sentido de ese vínculo. (p. 5)

Esto considerando que para una relación de provecho mutuo, confianza que se perpetúe en el tiempo, tanto la comunidad como la escuela deben tener una visión sentida, que busque comprender el fenómeno que allí se desarrolla, más allá del hecho que hagan o no parte de la comunidad educativa, su entendimiento amerita reconocer que el educar y formar ciudadanos los vincula a todos como actores sociales, por tanto ninguna de las partes debe estar o considerarse ausente.

Partiendo de allí, los resultados según la valoración dada por las informantes, de acuerdo a su percepción de calidad de vida en el asentamiento irregular, en cuanto a la satisfacción o insatisfacción sentida respecto a este criterio, ya que la comunidad del sector El Araguaney, se asienta cerca de una institución educativa perteneciente al Núcleo Escolar Rural NER N°10, denominada “Escuela Estatal Concentrada N° 25 Japón”. En primer lugar, se tienen los indicadores de satisfacción, cuando manifiesta la **ICF2** “...yo estoy muy agradecida con la escuela, porque para que, ellos a pesar de que yo venía de otro país, ellos son muy receptivos y tratan de vincular...”; expresando satisfacción por la vinculación de la escuela con la comunidad en el presente para brindar asistencia integral cuando añade “¡ayer! se hizo una jornada allí de salud y de peluquería, involucraba los niños de la comunidad y los padres íbamos, empezó servicio de odontología.”; **I** (2) (46/ICF2). Ello también da cuenta de la voluntad de la institución educativa, por lograr la integración del entorno social a la misma.

Por su parte, la **ICF3** advierte como ventaja que

“...es la escuela más cerca, y no tiene peligro... en Fiqueros hay una, si hubiera un transporte, uno, uno lo inscribiera allá... es un peligro la autopista.”; **I** (3) (46/ICF2).

Su satisfacción se encuentra asociada solo al hecho que existe una relación espacial de cercanía con la institución educativa, favorable desde el punto de vista para la seguridad de sus hijos.

Un hecho importante que se debe señalar, cuando se indagó la apreciación de que si consideraban que el tener mayores oportunidades de estudio, evitaría que la gente tuviese que invadir para obtener una vivienda, las **ICF2** y **ICF3**, sí, sienten que la educación formal le permite al individuo mayores posibilidades de no acceder a este tipo de prácticas irregulares. Además, la **ICF2** cree que la educación puede contribuir para garantizar la calidad de vida de un individuo, en la medida en que piensa que la educación ayuda a formar a la persona en valores cambiando su mentalidad, sin que éste tenga que acudir a esa práctica de adquisición de vivienda, considerándola como un posible vehículo para la transformación de su realidad. **I** (13) (52/ICF2).

Por otra parte acerca de la apertura de la comunidad con la escuela, la misma tampoco se ha logrado del todo, la insatisfacción se debe a apreciaciones desfavorables ante el sentir poca o ninguna vinculación entre las instituciones educativas más cercanas y la comunidad, la **ICF1**

“...no me parece la calidad de educación que implantan ahí...la veo como un poquito atada en el tiempo...unos que otros profesores que juzgan mucho por la apariencia...”I (1) (46/ICF1).

Son sentimientos de insatisfacción que asocia con el ámbito educativo cercano por sentir que son estigmatizados por su apariencia y cuestiona la calidad de la educación por la poca vinculación de los docentes con la comunidad.

Cuando se les interpela sobre si creen que la educación puede contribuir para garantizar la calidad de vida de un individuo, sin que éste tenga que acudir a esa práctica de adquisición de vivienda, en particular la *ICF1*

“no es la educación, es la ausencia de viviendas que hay en Venezuela, y que cada día nacen más personas, nacen más niños, nacen más familias, grupos familiares y pues... ¿qué hace la gente?”; I (10) (51/ICF1).

Con ello muestra desconocimiento, desmeritando la importancia de la educación, cuando siente que la misma no tiene ninguna relación con la práctica de invadir y su incidencia en la calidad de vida, sino con la falta de viviendas por los altos índices de natalidad y por el bajo poder adquisitivo de las personas en el país. Asimismo, denota la *falta de vinculación de su realidad vivida con la educación*, cuando afirma:

...yo no veo qué relación que tenga con el tener... la necesidad o la ausencia de vivienda, o sea, no la, no la asocio...la ausencia de vivienda, sí ya es algo que como yo digo, no hay cultura en el ámbito de las mujeres que están dando a luz, formando familias...”; I (12) (52/ICF1).

Considerando que la educación en un individuo, no va más allá de darle un título y un trabajo y que ésta no tiene ninguna relación con la práctica de la adquisición de viviendas irregulares, ya que a su parecer, éstas acciones son más bien, el producto de la irresponsabilidad, del incremento de familias no planificadas.

Si bien se percibe, un sentimiento de abandono por los distintos organismos, es necesaria la reflexión sobre la reproducción de unas prácticas irregulares que se heredan a las otras generaciones, más grave aún, cuando en ciertos casos, éstas personas no son conscientes que su realidad se puede abordar desde lo educativo, para trascender a un proyecto de vida mejor para sus hijos, es decir, no ven a la educación más allá de la mera transmisión de contenidos, con poca o ninguna conexión con su realidad.

Discusión de los resultados

Con lo anteriormente expresado, se puede considerar que las características que definen las condiciones de vida en estos lugares, poco inciden en la construcción de la percepción de la calidad de vida que se forman los habitantes de asentamientos irregulares, dando prioridad a los componentes gratificantes de la calidad de vida. Es decir, los habitantes de este tipo de asentamientos irregulares, lo que les genera satisfacción, es la idea de poder sentir un lugar propio, un ‘pedazo de tierra’ propio para legarles a sus hijos, no importando los medios, llevan a cabo la intervención de un espacio, aunque en el fondo no deseen que sus hijos pasen por el mismo proceso de asentamiento, al considerarlo un proceso ‘duro’ de desgaste, cargado de obstáculos e impropiedades, en busca de los servicios básicos que puedan suplir sus necesidades habitacionales, saben en cierta forma que queda sacrificado el confort, razón por la cual, luego son estigmatizados por la misma sociedad que los excluye y los juzga.

En cuanto a las relaciones comunitarias, a pesar de encontrar ciertas inconsistencias y una que otra opinión dividida, es claro que para la percepción de la calidad de vida, en términos de satisfacción, es poca, si se toma en cuenta la sensación de disminución de las relaciones vecinales de familiaridad, que las asocian al crecimiento de la misma, cuya consecuencia ha sido la división del sector en dos partes. A su vez, resalta la falta de organización, que ha habido en esta comunidad desde sus inicios, lo cual ha generado insatisfacción ante falta de reconocimiento en el ámbito de los consejos comunales, lo que los frena para el desarrollo de proyectos, cartas de residencia, ya que se sienten rechazados y excluidos por las comunidades vecinas, además de arrastrar conflictos no resueltos con otros sectores cercanos.

Para el caso de la percepción de la seguridad jurídica y ciudadana, en términos de ocupación territorial y la no conformidad con las regulaciones, es común en este tipo de asentamientos irregulares tal como lo señala Lombard (2012) aplica que “no cumplen con el marco regulatorio, lo que da como resultado inseguridad de la tenencia, ya sea de derecho (falta de títulos formales) o de facto (riesgo de desalojo y otras amenazas).” (p. 18). Es decir, al ejercer las prácticas irregulares los habitantes de estos asentamientos, quedan a la deriva que representa la incertidumbre en la tenencia por dos vías, ya sea porque no exista ningún documento capaz de avalar su propiedad o porque corran el riesgo constante que los van a desalojar, por tanto, si bien podría ser una forma rápida de adquisición de una vivienda, es un camino engañoso y el menos

idóneo, ya que deja a sus habitantes atrapados en un círculo vicioso, en un limbo jurídico, en el cual quedan excluidos de cualquier beneficio, ya que para la ley no existen.

Finalmente, la percepción del componente gratificante en cuanto a la vinculación escuela-comunidad, parte de buscar una correlación en sus respuestas, en cuanto a la percepción de calidad de vida, hay varios aspectos que preocupan, el primero de ellos es que las informantes perciben la relación escuela-comunidad como algo que va más encaminado hacia la solución de problemas básicos de los estudiantes (mediante jornadas de asistencia social) y no son conscientes de que su realidad se puede abordar desde lo educativo trascendiendo a lo asistencial, es decir, no ven a la educación más allá de la mera transmisión de contenidos, con poca o ninguna conexión con su realidad, al no comprender que existe una relación estrecha con la calidad de educación que se espera.

En segundo lugar, las informantes no ven que la educación sea el camino idóneo para propiciar un cambio de mentalidad en la reproducción de estas prácticas irregulares, ya que de esta formase promueve la cultura generacional donde se perpetúa un círculo vicioso que continuará reproduciéndose en las familias que habitan en estos espacios. Como tercer aspecto, se evidenció que los propios actores sociales de estos asentamientos reflejaron un desconocimiento conceptual acertado para definir o describir su situación, esto es así por dos razones fundamentales: la normalización del fenómeno y el no tratar el tema desde las aulas de clase.

Por último, para la percepción de calidad de vida y su vinculación con el ámbito educativo destaca el hecho de que no logran ver con claridad que la educación puede contribuir para garantizar la calidad de vida de un individuo, lo cual se nota tanto en la dificultad para precisar una respuesta, como en la respuesta en sí, relacionando la calidad de vida con el tener y no con el saber, con la necesidad, mas no con la capacidad del individuo de transformar su condiciones de vida desde la educación. Esto debe encender alertas de quienes se encuentran en el ámbito educativo, considerando que éste actúa en la formación de los individuos en una sociedad.

Referencias

- Bauman, Z. (2007). *Tiempos Líquidos. Vivir en una época de incertidumbre*. México. Consejo Nacional para la Cultura y las Artes.
- Capel, H. (1973). Percepción del medio y comportamiento geográfico. *Revista de Geografía* [Revista en línea] Disponible en:

- <http://www.raco.cat/index.php/RevistaGeografia/article/viewFile/45873/56665&a=bi&pag enumber=1&w=100> [Consulta: 2015, diciembre 22]
- Capel, H. y Urteaga, L. (1991). *Las Nuevas Geografías*. Barcelona: Salvat Ediciones Generales, S. A.
- Delgado, O. (2003). *Debates sobre el espacio en la geografía contemporánea*. Universidad Nacional de Colombia. Bogotá: Unibiblos.
- Discoli, C., San Juan, G., Martini, I., Barbero, D., Dicrocce, L., Ferreyro, C., Viegas, G. y Esparza, J. (2013). *Calidad de Vida en el Sistema Urbano. Una aproximación teórica y metodológica*. Universidad de La Plata. [Libro en línea] Disponible en: <http://sedici.unlp.edu.ar/handle/10915/36292>[Consulta: 2016, enero 31]
- Hérin, R. (2006a). *Introducción a la Geografía Social*. Colección de textos universitarios. Universidad del Zulia. Maracaibo: Ediciones del Vice Rectorado Académico Universidad del Zulia.
- Hérin, R. (2006b). Por una geografía social, crítica y comprometida. *Scripta Nova. Revista Electrónica de Geografía y Ciencias Sociales*. Universidad de Barcelona. 1 de agosto de 2006, vol. X, núm. 218 (93). [Revista en línea]. Disponible en: <http://www.ub.es/geocrit/sn/sn-218-93.htm> [Consulta: 2016, enero 31]
- Ley Orgánica de Educación. (2009). *Gaceta Oficial de la República Bolivariana de Venezuela*, 5929 (Extraordinaria), Agosto 15, 2009.
- Lombard, M. (2012). *Haciendo de la ciudad un lugar: el caso de los asentamientos informales en México*. Infonavit – Redalyc. [Libro en línea] Disponible en: [http://libros.infonavit.janium.net/libros/PDFi/2011/Haciendo_de_la_ciudad_un_lugar_\(i\).pdf](http://libros.infonavit.janium.net/libros/PDFi/2011/Haciendo_de_la_ciudad_un_lugar_(i).pdf) [Consulta: 2016, enero 6]
- López, E. (2014). *Construcción de Ciudades más Equitativas. Políticas Públicas para la Inclusión en América Latina*. ONU Hábitat, CAF Banco de desarrollo de América Latina. [Libro en línea] Disponible en: http://publicaciones.caf.com/media/39869/construccion_de_ciudades_mas_equitativas_web0804.pdf [Consulta: 2015, diciembre 22]
- Losada, F. (2001). El Espacio Vivido. Una Aproximación Semiótica. *Cuadernos Facultad de Humanidades y Ciencias Sociales*. Universidad Nacional De Jujuy. Argentina. (17) [Revista en línea]. Disponible en: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=18501716> [Consulta: 2015, diciembre 22]
- Martínez, M. (1989). *Comportamiento humano. Nuevos métodos de investigación*. México: Trillas.
- Murillo, V., Riveros, E. y Fernández, G. (Julio, 2013). *Fe y Alegría Calidad*. [Revista en línea]. Disponible en: www.feyalegria.org/.../revista_Calidad_RELACION_ESCUELA_COMUNIDAD.pdf [Consulta: 2016, septiembre 25]
- ONU-HÁBITAT (2003). *The Challenge Of Slums. Global Report On Human Settlements 2003*. [Libro en línea] Disponible:

mirror.unhabitat.org/pmss/getElectronicVersion.aspx?nr=1156&alt=1 [Consulta: 2016, enero 6]

Porto-Gonçalves, C. (2001). *Geo-grafías: Movimientos sociales, nuevas territorialidades y sustentabilidad*. [Libro en línea] Disponible en: <https://books.google.co.ve/books?id>[Consulta: 2016, enero 31]

Ruiz, I. (2015). Identificación de asentamientos irregulares y diagnóstico de sus necesidades de infraestructura en Ciudad Juárez, Chihuahua, México. *Investigaciones Geográficas, Boletín del Instituto de Geografía, UNAM*. (87), pp. 88-101 [Revista en línea]. Disponible en: www.revistas.unam.mx/index.php/rig/article/download/41793/4169[Consulta: 2016, enero 31]

Sánchez, L. y González, J. (2006). *Estilos de vida y participación comunitaria. La Calidad de Vida como finalidad*. Instituto de Altos Estudios "Dr. Arnoldo Gabaldon". Maracay: VDP Soluciones Gráficas c.a.

Autora:

María Isabel García de Bautista

Profesora en Geografía e Historia

Magíster en Educación, Mención Enseñanza de la Geografía

Docente en el Instituto Pedagógico Rural "Gervasio Rubio", adscrita al Departamento de

Ciencias Sociales

Investigadora del Centro de Investigaciones Educativas Paradigma

Línea de Investigación: Ciencias Cognitivas

isagarciarozo@gmail.com

<https://orcid.org/0000-0002-8114-959X>